

# 成分分離に基づく流域・河道追跡のための 貯留関数モデルの同定

Identification of Storage Routing Model in the Basin-Channel System  
With Use of Runoff Component Separations

中津川 誠<sup>1</sup>・星 清<sup>2</sup>・橋本 識秀<sup>3</sup>

Makoto NAKATSUGAWA, Kiyoshi HOSHI and Norihide HASHIMOTO

<sup>1</sup>正会員 博士(工学) 独立行政法人 北海道開発土木研究所(〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

<sup>2</sup>フェロー会員 工博 (財)北海道河川防災研究センター(〒060-0042 札幌市中央区大通西1丁目)

<sup>3</sup>フェロー会員 博士(工学) 北海道工業大学(〒006-0817 札幌市手稲区前田7条15丁目)

The storage-routing approach has been successfully applied to the rainfall-runoff processes in subbasins as well as flood propagations in channels. We additionally propose the new approach, which can take into account the surface-subsurface runoff as well as groundwater runoff in the subbasin runoff modeling, using the two-cascade storage routing model. The two runoff components can be separated via use of the numerical filter so that the optimal parameters of each component can be independently identified. Especially, the parameters of groundwater runoff component can be automatically determined by the known parameters and hence computational burdens can be significantly reduced. We show that the proposed approach can remarkably improve the reproduction of flood hydrographs, when the flood flows are routed through both of subbasin and channel phases.

**Key Words :** Two-cascade storage routing model, channel routing, numerical filter, flood runoff analysis, Newton-Raphson method

## 1. はじめに

現在, 新しい河川法の理念に基づく河川整備計画の策定が全国規模でおこなわれている. とくに, 今後の治水事業の目標を決定する上で, 基本高水流量の再検討は重要な課題である.

高水流出量の算定に必要な洪水流出解析については, これまで数多くのモデルとパラメータの同定手法が提案されてきた. しかしながら, 実務的に導入されている既往の手法は有効雨量を基本として洪水ハイドログラフの再現を図るものであり, 換言すれば, 表面流出のみを取り扱ってきた. そのために, 流域の特性に応じた浸透性の違いや貯留の効果を一般化することが困難であった. 一方で, 最近では定数の物理的意味が明確なモデルの導入も積極的に図られているが, 厳密さを求めるほど, パラメータの数も多くなり, 実用性に不安が残る.

そこで, 本研究では以下の方針に基づき, モデルの合理性・一般性を追求することを目指した.

- 1) 水収支上の妥当性が担保されるモデルであること. すなわち, 入力値は実測降雨を用いること.
- 2) 貯留効果を一般化できるように表面・中間流出成分のみならず地下水流出成分を再現できること.
- 3) モデルパラメータは数学的最適化手法により自動的,

効率的に探索でき, 最終的にモデル定数の総合化が可能となること.

- 4) 河道での流出遅れを考慮できるように, 流域からの流出と河道追跡が同時にできること.

上記2)については, 貯留関数法に基づき表面・中間流出のみならず地下水流出を再現できる嵯峨ら<sup>1)</sup>の2段タンク型貯留関数の研究事例がある. また, 4)の流域部分と河道部分を組み合わせた流出モデルは星ら<sup>2)</sup>によって提案されたものがある. 本研究では上記4点を統合し, 現実的な流域・河道系のなかで全流出量を再現できるようなモデルを構築した. さらに, 既往の研究成果にみられない新しい知見を以下に示す.

- 5) 日野・長谷部<sup>3)</sup>が提案した流出成分分離法を適用すれば, 表面・中間流出成分のパラメータが独立して探索できる.
- 6) 上記の知見を統合化することにより, 地下水流出成分のパラメータは表面・中間流出成分のパラメータから決定論的に得られることが判明した.

上記2点は, モデルの厳密性を追求するあまり増加するパラメータをいかに効率的に同定するかという問題への実用的対処法でもある. なお, 中津川<sup>4)</sup>は, 先の2段タンク型貯留関数を単流域に適用し, 分離成分ごとにパラメータを探索する方法を提案している. 本研究は, これ

を進展させて、流域・河道系でのモデル定数の探索を可能にし、新たな知見である上記(6)をも導入することで、モデル定数の最適化が著しく効率的となった。

## 2. 河道追跡を含む流出計算方法

モデルの概念は図-1に示すとおりである。図-1に示すように、河道Aの末端Lでの実測流量 $q$ と河道追跡流量 $q$ の誤差の2乗和が最小となるようにモデル定数を数学的最適化手法(Newton法)を用いて求めることが目標となる。包括的な計算フローは図-2に示す。

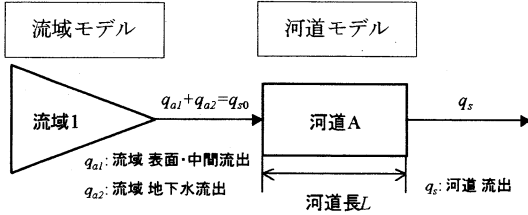


図-1 流域・河道モデルの模式図

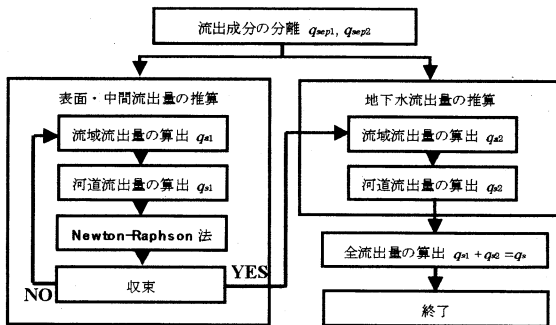


図-2 全体的な計算のフロー

### (1) 流域流出モデル

流出モデルには図-3に示す2段タンク型貯留関数を用いる。この際、出水時の表面・中間流出は損失項を含む非線形貯留関数によって、地下水流出は線形貯留関数によって次のように定式化する。

(表面・中間流出)

$$\frac{ds_{a1}}{dt} = r - e - q_{a1} - f_1 \quad (1)$$

$$s_{a1} = k_{11} q_{a1}^{p_1} + k_{12} \frac{dq_{a1}}{dt} \quad (2)$$

$$f_1 = k_{13} q_{a1}, \quad p_1 = 0.6, \quad p_2 = 0.4648 \quad (3)$$

(地下水流出)

$$\frac{ds_{a2}}{dt} = f_1 - q_{a2} - f_2 \quad (4)$$

$$s_{a2} = k_{21} q_{a2} + k_{22} \frac{dq_{a2}}{dt} \quad (5)$$

$$f_2 = k_{23} q_{a2} \quad (6)$$

ここで、流域を表す添え字 $a$ において、 $s_{a1}$ 、 $s_{a2}$ は各々表面・中間流出、地下水流出に関わる貯留量(mm)、 $q_{a1}$ および $q_{a2}$ は各々表面・中間流出量(mm/h)、地下水流出量(mm/h)、 $r$ は降雨量(mm/h)、 $e$ は蒸発散量(mm/h)、 $f_1$ 、

$f_2$ は浸透量(mm/h)、 $k_{11}$ 、 $k_{12}$ 、 $k_{13}$ 、 $k_{21}$ 、 $k_{22}$ 、 $k_{23}$ および $p_1$ 、 $p_2$ は流域モデルのパラメータをあらわす。

ここで示した貯留関数法の数値解法は、既に詳しく解説されているので概略のみを記す。表面・中間流出を表す非線形貯留関数にしても、地下水流出を表す線形貯留関数にしても、以下のような一階線形微分方程式に帰着させることで容易に解が得られる。

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \mathbf{A}_{a1} \mathbf{Y} + \mathbf{B}_a \quad (7)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{a1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(1)~(3)で表される非線形貯留関数の場合は、線形近似をおこなうことで式(7)に帰着させる。この場合の各変数は以下のとおりである。

$$\begin{cases} y_1 = q_{a1}^{p_2}, & y_2 = \frac{d}{dt}(q_{a1}^{p_2}) \\ a_1 = -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} \left( \frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (y_1^*)^{\frac{p_1}{p_2}-2} (y_2^*) - \frac{1+k_{13}}{k_{12} p_2} (y_1^*)^{\frac{1}{p_2}-1} \\ a_2 = -\frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} (y_1^*)^{\frac{p_1}{p_2}-1} \\ b_2 = \frac{k_{11}}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} \left( \frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (y_1^*)^{\frac{p_1}{p_2}-2} (y_2^*) \\ \quad + \frac{1+k_{13}}{k_{12}} \left( \frac{1}{p_2} - 1 \right) (y_1^*)^{\frac{1}{p_2}-1} + \frac{r-e}{k_{12}} \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $y_1^*$ および $y_2^*$ は、各々 $y_1$ および $y_2$ の1ステップ前の値を表す。一方、式(4)~(6)で表される線形貯留関数の場合の各変数は以下のとおりである。

$$\begin{cases} y_1 = q_{a2}, & y_2 = \frac{d}{dt}(q_{a2}) \\ a_1 = -\frac{1+k_{23}}{k_{22}}, & a_2 = -\frac{k_{21}}{k_{22}}, & b_2 = \frac{f_1}{k_{22}} \end{cases} \quad (10)$$

結局、式(7)を解くことで変数 $y_1$ が得られ、それを式(9)および(10)に基づく以下の変換によって表面・中間流出量 $q_{a1}$ 、地下水流出量 $q_{a2}$ が得られる。また、それらの和によって全流出量 $q_a$ が得られる。

$$q_{a1} = y_1^{\frac{1}{p_2}}, \quad q_{a2} = y_1, \quad q_a = q_{a1} + q_{a2} \quad (11)$$

### (2) 河道追跡モデル

河道追跡モデルは、Kinematic Wave方程式を貯留関数モデルに集中化することによって構築される。星ら<sup>1)</sup>の方法にしたがい、各種変数を無次元化することで河道追跡のための貯留関数を次のように与える。

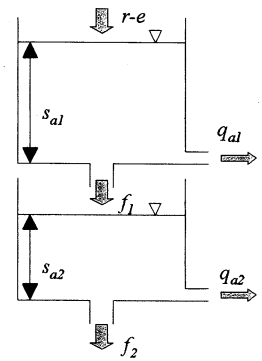


図-3 流域モデルの模式図

$$\frac{dS_s}{dT} = Q_{s0} - Q_s \quad (12)$$

$$S_s = K_{s1} Q_s^{p_{s1}} + K_{s2} \frac{d}{dT} (Q_s^{p_{s2}}) \quad (13)$$

ここで、河道を表す添え字 $s$ において、 $S_s$ は無次元河道貯留量、 $T$ は無次元時間、 $Q_{s0}$ は無次元領域での上流端流入量、 $Q_s$ は無次元流量、 $K_{s1}$ 、 $K_{s2}$ 、 $p_{s1}$ および $p_{s2}$ は無次元パラメータである。また、有次元変数と無次元変数の関係は次のように定式化できることがわかっている。

$$x = x_s X, \quad t = t_s T, \quad s_s = s_s S_s, \quad q_s = q_s Q_s, \quad a_s = a_s A_s \quad (14)$$

$$\begin{aligned} x_s &= L, & t_s &= \alpha L (\bar{q}_{s0})^{m-1}, & s_s &= \alpha L (\bar{q}_{s0})^m \\ q_s &= \bar{q}_{s0}, & a_s &= \alpha (\bar{q}_{s0})^m \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $x$ 、 $t$ 、 $s_s$ 、 $q_s$ および $a_s$ は各々有次元領域の距離(m)、時間(s)、河道貯留量(m<sup>3</sup>)、河道流量(m<sup>3</sup>/s)、河道断面積(m<sup>2</sup>)、 $X$ 、 $T$ 、 $S_s$ 、 $Q_s$ 、 $A_s$ は各々無次元領域の距離、時間、河道貯留量、河道流量、河道断面積、添え字の\*は規準化変数をあらわすシンボルである。また $L$ は対象河道長(m)、 $\bar{q}_{s0}$ は上流端流入量の平均値(m<sup>3</sup>/s)、 $\alpha$ および $m$ は河道流定数で、下記の運動方程式に基づく。

$$a_s = \alpha q_s^m \quad (16)$$

ここで与えられる $\alpha$ および $m$ は予め不等流計算等から求めておくべき既知定数である。

なお、無次元貯留関数のパラメータ $K_{s1}$ 、 $K_{s2}$ 、 $p_{s1}$ および $p_{s2}$ は、三角形降雨波形を仮定すると、河道流定数 $m$ のみによって近似できるとして、推定式が表-1のように提案されている。

式(12)および(13)に示す貯留関数は、式(7)および(8)と同様な一階線形微分方程式として解く。

$$\frac{dZ}{dt} = \mathbf{A}_s \mathbf{Z} + \mathbf{B}_s \quad (17)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

河道追跡のための貯留関数も非線形式であるが、線形近似をおこなうことで式(17)に帰着させることができる。この場合の各変数は以下のとおりである。

$$\begin{cases} z_1 = Q_s^{p_{s1}}, & z_2 = \frac{d}{dt} (Q_s^{p_{s2}}) \\ a_1 = -\frac{K_{s1} p_{s1}}{K_{s2} p_{s2}} \left( \frac{p_{s1}}{p_{s2}} - 1 \right) (z_1^*)^{\frac{p_{s1}-1}{p_{s2}}} (z_2^*) - \frac{1}{K_{s2} p_{s2}} (z_1^*)^{\frac{1}{p_{s2}}} \\ a_2 = -\frac{K_{s1} p_{s1}}{K_{s2} p_{s2}} (z_1^*)^{\frac{p_{s1}-1}{p_{s2}}} \\ b_2 = \frac{K_{s1} p_{s1}}{K_{s2} p_{s2}} \left( \frac{p_{s1}}{p_{s2}} - 1 \right) (z_1^*)^{\frac{p_{s1}-1}{p_{s2}}} (z_2^*) \\ \quad + \frac{1}{K_{s2}} \left( \frac{1}{p_{s2}} - 1 \right) (z_1^*)^{\frac{1}{p_{s2}}} + \frac{1}{K_{s2}} Q_{s0}(\mathbf{K}) \end{cases} \quad (19)$$

ここで、 $Q_{s0}(\mathbf{K})$ は流域モデルでパラメータ $\mathbf{K}$ が与えられたとき、上流端で既知となる流入量を表す。

結局、河道末端での流出量は、式(17)の解と式(14)、(15)および(19)より次式で与えられる。

$$q_s = q_s Q_s = (\bar{q}_{s0}) Q_s = (\bar{q}_{s0}) (z_1^*)^{\frac{1}{p_{s2}}} \quad (20)$$

例えば図-4のような場合、サブ流域1、2からの全流出量 $q_1$ 、 $q_2$  (式(11))、河道Aからの流出量 $q_A$  (式(20))を累加することによって河道Bへの入力量 $q_{B0}$ が得られる。

$$q_{B0} = q_A + q_1 + q_2 \quad (21)$$

これを式(14)に基づいて無次元化し、式(17)~(20)に導入することで河道Bからの末端流出量 $q_B$ が得られる。

### (3) 流出成分の分離

先に述べた流域・河道モデルには、前者に6個、後者に4個のパラメータを有する。このうち、流域モデルでは2段タンクで全流出が再現できるとして $k_{s3}$ は0とする。また、河道モデルのパラメータは、表-1に示したように既知とできる。つまり、流域モデルの5個のパラメータを求めることが必要となる。

この際、パラメータの探索を容易とするため、日野・長谷部<sup>3)</sup>の方法によって予め流出成分を分離し、各成分に対応するパラメータを求めることを考えた。具体的には、まず分離された表面・中間流出成分に対応する3つの流域モデル定数( $k_{11}$ 、 $k_{12}$ 、 $k_{13}$ )をNewton-Raphson法によって探索する。また、この時点で得られているパラメータによって地下水流出に対応する2つの流域モデル定数( $k_{21}$ 、 $k_{22}$ )は決定論的に与えることができる。詳細は後述する。以下に流出成分の分離手法を示す。

成分分離法によれば、地下水流出を表す微分方程式は「質点-バネ-ダッシュポット系」運動方程式のアナロ

表-1 河道モデルのパラメータ推定式

$K_{s1} = a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3$	$a_0 = 0.96760$	$a_1 = 0.15133$	$a_2 = -0.81273$	$a_3 = 0.68372$
$K_{s2} = a_0 \exp(a_1 m + a_2 m^2)$	$a_0 = 0.23516$	$a_1 = 2.40034$	$a_2 = -1.51880$	
$p_{s1} = a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3$	$a_0 = -0.13643$	$a_1 = 1.80928$	$a_2 = -0.02472$	$a_3 = -0.89016$
$p_{s2} = a_0 + a_1 m + a_2 m^2$	$a_0 = -0.05408$	$a_1 = -0.09630$	$a_2 = 0.91673$	

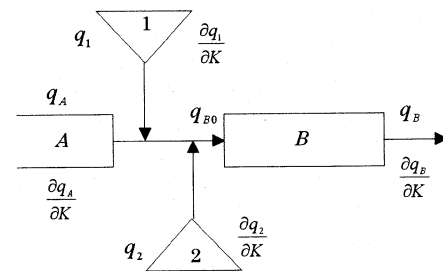


図-4 流域・河道モデルの一例

ジーから下記のように表すことができるとしている。

$$\frac{d^2 q_{sep2}}{dt^2} + c_1 \frac{dq_{sep2}}{dt} + c_0 q_{sep2} = c_0 q \quad (22)$$

ここで、 $q$ は全流出量、 $q_{sep1}$ は表面・中間流出量、 $q_{sep2}$ は地下水流出量、 $\alpha$ および $c_1$ は以下のとおり与えられる。

$$c_0 = (\delta/T_c)^2, \quad c_1 = \delta^2/T_c \quad (23)$$

ここで、 $T_c$ は地下水流出成分の時定数、 $\delta$ は式(22)が非振動解をもつための減衰係数で2~3の間に設定される。式(22)の解に基づく各流出量は下記のとおりとなる。

$$\begin{cases} q_{sep1}(t) = q(t) - q_{sep2}(t) & (q_{sep1}(t) \geq 0) \\ q_{sep2}(t) = \alpha \sum w(\tau) q(t-\tau) \end{cases} \quad (24)$$

ここで、 $\alpha$ は $q_{sep1}$ を負にしないための重み係数、 $w(\tau)$ は、 $\tau \geq 0$ で次に示すとおりである。

$$w(\tau) = c_0 \exp(-c_1 \tau/2) \sinh\left(\sqrt{c_1^2/4 - c_0} \tau\right) / \sqrt{c_1^2/4 - c_0} \quad (25)$$

以上より解析対象流域の観測流出量を分離し、河道・流域モデルにおける流域モデル定数を求めていく。

(4) 成分分離に基づく表面・中間流出モデル定数の同定  
最初にサブ流域 $J$ の表面・中間流出モデル定数は、既往検討<sup>1)</sup>より、次式で近似できることがわかっている。

$$k_{1j} = c_{11} A_{sj}^{0.24}, \quad k_{12j} = c_{12} k_{11j}^2 (\bar{r}_j)^{-0.2648}, \quad k_{13j} = c_{13} - 1 \quad (26)$$

ここで、 $A_{sj}$ はサブ流域 $J$ の流域面積(km<sup>2</sup>)、 $\bar{r}_j$ は平均雨量強度(mm/h)である。また、 $c_{11}$ 、 $c_{12}$ 、 $c_{13}$ は流域内で一様なモデル定数とする。次にこれらを分離された流出量 $q_{sep1}$ を目標に、Newton-Raphson法に基づく数学的最適化手法によって探索する。ここで、パラメータベクトル $\mathbf{K}$ を次のように与えると、繰り返し計算の更新値 $\Delta\mathbf{K}$ は以下のように求められる。

$$\mathbf{K} = [c_{11} \quad c_{12} \quad c_{13}]^T \quad (27)$$

$$\Delta\mathbf{K} = [\mathbf{W}^T \mathbf{W}]^{-1} [\mathbf{W}^T \mathbf{E}] \quad (28)$$

パラメータ $\mathbf{K}$ は、次のように更新を繰り返し、 $\Delta\mathbf{K}$  (の最小値)が0.01程度となった時点の値を収束値とみなす。

$$\mathbf{K}^{m+1} = \mathbf{K}^m + \Delta\mathbf{K} \quad (29)$$

ここで、 $m$ は繰り返し計算のステップ数、また、 $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{E}$ は各々次のようなマトリックスである。

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & w_{n3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{\sqrt{q_{st}^*}} \frac{\partial q_{st}(\mathbf{K}^m)}{\partial c_{1j}}, \quad e_i = \frac{q_{st}^* - q_{st}(\mathbf{K}^m)}{\sqrt{q_{st}^*}}, \quad (j=1,2,3) \quad (31)$$

ここで、 $i$ は時系列データの番号( $i=1 \sim M$ )、 $q_{st}$ は番目データの河道流出量計算値、 $q_{st}^*$ は河道流出量実測値である。結局、演算上は式(30)の $w$ 、つまり感度係数と言われる流出量の微係数を求める問題に帰着する。

ここで、流域流出量に関する感度係数は、下記微分方程式の解として与えられる。

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{A}_{a2} \mathbf{U} + \mathbf{D}_a \quad (32)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial k_{11}} & \frac{\partial y_1}{\partial k_{12}} & \frac{\partial y_1}{\partial k_{13}} & \frac{\partial y_2}{\partial k_{11}} & \frac{\partial y_2}{\partial k_{12}} & \frac{\partial y_2}{\partial k_{13}} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{A}_{a2} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ a_1 \mathbf{I} & a_2 \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_a = [0 \quad 0 \quad 0 \quad d_1 \quad d_2 \quad d_3]^T \quad (33)$$

ここで、 $y_1$ 、 $y_2$ は式(9)に示す変数、 $\mathbf{I}$ は3×3の単位行列である。また、式(32)は式(7)と同様のルーチンで解が得られることに気づく。変数 $d_i$ は以下のとおりである。

$$\begin{cases} d_1 = -\frac{1}{k_{12}} \frac{p_1}{p_2} (y_1^*)^{\frac{p_1}{p_2}-1} (y_2^*) \\ d_2 = -\frac{1}{k_{12}^2} \left\{ k_{11} \frac{p_1}{p_2} (y_1^*)^{\frac{p_1}{p_2}-1} (y_2^*) + (1+k_{13}) (y_1^*)^{\frac{1}{p_2}} - (r-e) \right\} \\ d_3 = -\frac{1}{k_{12}} (y_1^*)^{\frac{1}{p_2}} \end{cases} \quad (34)$$

結局、表面・中間流出量 $q_{st}$ に関する感度係数は、式(11)、(26)の変数変換等から次式で与えられる。

$$\frac{\partial q_{st}}{\partial c_{1j}} = \frac{\partial q_{st}}{\partial k_{1j}} \frac{\partial k_{1j}}{\partial c_{1j}} = \frac{1}{p_2} y_1^{\frac{1}{p_2}-1} \frac{\partial y_1}{\partial k_{1j}} \frac{\partial k_{1j}}{\partial c_{1j}}, \quad (j=1,2,3) \quad (35)$$

$$\frac{\partial k_{11}}{\partial c_{11}} = A_s^{0.24}, \quad \frac{\partial k_{12}}{\partial c_{12}} = k_{11}^2 \bar{r}^{-0.2648}, \quad \frac{\partial k_{13}}{\partial c_{13}} = 1 \quad (36)$$

次に河道流出量に関する感度係数についても、上記と同様に次のように与えられる。

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{A}_{s2} \mathbf{V} + \mathbf{D}_s \quad (37)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial c_{11}} & \frac{\partial z_1}{\partial c_{12}} & \frac{\partial z_1}{\partial c_{13}} & \frac{\partial z_2}{\partial c_{11}} & \frac{\partial z_2}{\partial c_{12}} & \frac{\partial z_2}{\partial c_{13}} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{A}_{s2} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ a_1 \mathbf{I} & a_2 \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_s = [0 \quad 0 \quad 0 \quad d_1 \quad d_2 \quad d_3]^T \quad (38)$$

$$d_1 = \frac{1}{K_{s2}} \frac{\partial Q_{s0}}{\partial c_{11}}, \quad d_2 = \frac{1}{K_{s2}} \frac{\partial Q_{s0}}{\partial c_{12}}, \quad d_3 = \frac{1}{K_{s2}} \frac{\partial Q_{s0}}{\partial c_{13}} \quad (39)$$

ここで、 $z_1$ および $z_2$ は式(19)で表される変数、 $\mathbf{I}$ は3×3の単位行列である。結局、河道流出量 $q_s$ に関する感度係数は、式(20)の変数変換に基づき次のように与えられる。

$$\frac{\partial q_s}{\partial c_{1j}} = q_s \frac{\partial Q_s}{\partial c_{1j}} = (\bar{q}_{s0}) \left( \frac{1}{p_{s2}} z_1^{\frac{1}{p_{s2}}-1} \right) \frac{\partial z_1}{\partial c_{1j}}, \quad (j=1,2,3) \quad (40)$$

ここで、式(39)にある $(\partial Q_{s0} / \partial c_{1j})$ は河道上流端から流入する(無次元)流出量に関する感度係数である。なお、無次元と有次元の変数変換は式(14)、(15)に基づく。

例えば図-4のような場合、河道B上流端の感度係数は、

流域および河道の感度係数を加算して次のようになる。

$$\frac{\partial q_{B0}}{\partial c_{1j}} = \frac{\partial}{\partial c_{1j}} \{q_A + q_1 + q_2\} \quad (j=1,2,3) \quad (41)$$

すなわち、流域モデルの感度係数が式(35)、河道モデルの感度係数が式(40)から得られ、次にそれらを式(41)のとおり加算して上流端の感度係数を求める。最後に河道Bの流出量に関する感度係数が式(40)から得られる。これを上流から繰り返すことで、分布型モデルにおいても流量基準点における感度係数が求められる。

本研究では、基準点の観測流量を成分分離して予め表面・中間流出量 $q_{sepi}$ を求め、最初に流域モデルの表面・中間流出パラメータ $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{13}$ の最適値を探索する。

### (5) 成分分離に基づく地下水流出モデル定数の決定

流域モデルの地下水流出パラメータ $k_{21}$ ,  $k_{22}$ は、成分分離法の基礎式(22)と貯留関数法の基礎式(4), (5)を比較することで、決定論的に与えられることを以下に示す。式(5)を式(4)に代入して整理すると、次式が得られる。

$$\frac{d^2 q_2}{dt^2} + c_1' \frac{dq_2}{dt} + c_0' q_2 = c_0' f_1 \quad (42)$$

$$c_0' = 1/k_{22}, \quad c_1' = k_{21}/k_{22} \quad (43)$$

ここで、式(3)の $f = k_{13}q_1 = k_{13}(q \cdot q)$ より、次式を得る。

$$\frac{d^2 q_2}{dt^2} + c_1' \frac{dq_2}{dt} + c_0'(1+k_{13})q_2 = c_0' k_{13} q \quad (44)$$

一般に $k_{22} \gg k_{13}$ と考えられることから、 $\alpha'(1+k_{13}) \doteq \alpha' k_{13}$ とでき、式(22)と比較すると、次式を得る。

$$k_{21} = c_1 k_{22}, \quad k_{22} = k_{13}/c_0 \quad (45)$$

ここで、 $\alpha$ および $\alpha'$ は式(23)によって成分分離のために用いられる定数 $\delta$ ,  $Td$ によって決定される。さらに、サブ流域 $J$ における地下水流出パラメータは、運動方程式がDarcy則に従うとすれば、次式で近似できる。

$$k_{21j} = \beta_{21} A_{a,j}^{0.4}, \quad k_{22j} = \beta_{22} k_{21j}^2 \quad (46)$$

ここで、 $A_{a,j}$ はサブ流域 $J$ の流域面積( $\text{km}^2$ )、 $\beta_{21}$ ,  $\beta_{22}$ はモデル定数で、全流域で一様な値をとると考える。複合流域の場合は、全流域の $k_{21}$ ,  $k_{22}$ は、各サブ流域の平均値をとった上で式(45)に関係づけられるとした。

$$k_{21} = \frac{k_{13} c_1}{c_0} = \frac{\beta_{21}}{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} A_{a,j}^{0.4}, \quad k_{22} = \frac{k_{13}}{c_0} = \frac{\beta_{22} \beta_{21}^2}{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} A_{a,j}^{0.8} \quad (47)$$

ここで、 $N_a$ はサブ流域の数で、 $\beta_{21}$ ,  $\beta_{22}$ は次のように与えられる。

$$\begin{cases} \beta_{21} = (N_a k_{13} c_1) / \left( c_0 \sum_{j=1}^{N_a} A_{a,j}^{0.4} \right) \\ \beta_{22} = (N_a k_{13}) / \left( c_0 \beta_{21}^2 \sum_{j=1}^{N_a} A_{a,j}^{0.8} \right) \end{cases} \quad (48)$$

よって、上式から得られる $\beta_{21}$ ,  $\beta_{22}$ により、式(46)からサブ流域 $J$ の地下水流出パラメータ $k_{21j}$ ,  $k_{22j}$ は決定論的に与えられることになる。

## 3. 渚滑川における洪水流出量の再現結果

前節までに示した手法により、北海道東部にある渚滑川で1998年9月16日に起きた計画高水流量を超える出水の再現を試みた。渚滑川の流域分割図を計算に必要な流域・河道の諸元とともに図-5に示す。図中の上渚滑地点(流域面積 $1050.6 \text{km}^2$ )の観測流量を検証データとして、流域と河道からの流出を解析する。

最初に上渚滑地点の流出量を成分分離法(式(24))によって表面・中間流出と地下水流出に分離する。このとき、時定数 $Td$ は低減部解析より $45.7 \text{hr}$ 、 $\delta$ は $2.1$ とした。

次に表面・中間流出パラメータ $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{13}$ を同定する。この際、パラメータの探索に必要な感度係数は、流域部は式(32), (35)により、河道部は式(37), (40)より求める。また、流出量自体は、流域部は式(7), (11)により、河道部は式(17), (20)より求める。再現結果を図-6に、収束までの過程を表-2に示す。

続いて地下水流出量を再現する。パラメータ $k_{21}$ ,  $k_{22}$ は式(46)より決定できる。また、流出量自体は表面・中間流出と同様に計算できる。再現結果を図-6に示す。

最後に全流出量は2つの成分を合算して求める。全流出量の再現結果、および、比較のため、表面・中間流出のみを考慮した1段タンク型モデルによる再現結果を図-7に示す。以上で最終的に決定されたパラメータ、誤差等の一覧は表-3に示す。このように、地下水流出を考慮することで、再現精度の向上がみられた。

表-2 表面・中間流出解析の収束までの過程

NO	$c_1$	$c_2$	$c_3$	J/re	J/N	RMSE
1	20.0000	0.2000	1.5000	2.9607	836.6033	381.4608
2	19.3734	0.2000	1.3356	3.3070	1017.0805	379.3014
3	18.9421	0.2000	1.2562	3.4917	1122.0217	377.4382
4	18.5823	0.2000	1.2550	3.4522	1099.4731	371.2511
5	17.6610	0.2000	1.2899	3.2158	966.7971	350.9545
6	15.1535	0.2000	1.3881	2.4656	592.1547	283.3578
7	10.2772	0.2000	1.5955	0.9778	94.2749	120.6952
8	7.1089	0.2765	1.7337	0.4754	57.7539	158.7439
9	7.7520	0.5177	1.6585	0.4405	23.1597	66.2859
10	7.2711	0.4467	1.7188	0.3714	16.92/1	61.49/6
11	7.2708	0.5315	1.7216	0.3753	13.6756	45.5106
12	7.0403	0.5459	1.7424	0.3785	13.8403	46.1067
13	6.9733	0.5947	1.7490	0.3780	13.0193	43.6171
14	6.7894	0.6256	1.7682	0.3818	13.1677	43.5121
15	6.6952	0.6725	1.7797	0.3809	12.7852	43.6102
16	6.6052	0.7019	1.7896	0.3808	12.6759	44.2912
17	6.5561	0.7234	1.7952	0.3812	12.6444	44.9775
18	6.5157	0.7410	1.8013	0.3806	12.5835	45.9629
19	6.4888	0.7513	1.8038	0.3814	12.6076	46.0665
20	6.4742	0.7617	1.8068	0.3809	12.5829	47.0396

表-3 同定されたモデルパラメータと誤差の比較

	表面・中間流出パラメータ			地下水流出パラメータ	
	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$\beta_{21}$	$\beta_{22}$
1段タンク型	10.9938	0.1907	0.9839	-	-
2段タンク型	6.4742	0.7617	1.8068	5.7964	0.2610

	誤差			
	J/re	Peak J/re	J/N	RMSE
1段タンク型	0.1547	0.1369	8.6316	68.3272
2段タンク型	0.1552	0.0427	7.5185	55.3421

$$J/re = \frac{1}{N} \sum \frac{|q_{obs} - q_{cal}|}{q_{obs}}, \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum (q_{obs} - q_{cal})^2}{N}}, \quad J/N = \frac{1}{N} \sum \left( \frac{q_{obs} - q_{cal}}{\sqrt{q_{obs}}} \right)^2$$

#### 4. おわりに

本研究では、従来有効雨量を用いた表面・中間流出成分の再現に主眼が置かれてきた洪水流出モデルについて、地下水流出成分を考慮し、河道追跡も組み込むことで、現象再現の厳密性と精度向上を追求した。一方、それとともに増加するパラメータを効率的に探索する手法を提案し、実務面でも利用価値の高い方法の確立を目指した。得られた知見をまとめると、以下のとおりとなる。

- 1) 地下水流出成分をモデルに組み込むことで、とくにピーク洪水流出量の再現精度が向上した。
- 2) 流出成分を予め分離したことで、表面・中間流出成分のパラメータ同定が、Newton-Raphson法を適用することにより、効率的に行うことができた。
- 3) 流出成分分離法の知見に基づき、地下水流出成分パラメータが決定論的に与えられることが判明した。上記2)と合わせ、モデルパラメータ探索の安定化・効率化が図られた。

- 4) 提案された手法により、河道追跡を含めた大流域対応の流出解析が可能となった。

謝辞：本研究の一部は、平成13年度北海道開発局受託研究の補助を受けた。ここに記して謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 嵯峨浩：北海道におけるタンクモデルの総合化，(財)北海道河川防災研究センター研究所紀要，pp.59-69，1998。
- 2) 一般化貯留関数による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法，国土交通省・北海道開発局建設部河川計画課監修，(財)北海道河川防災研究センター・研究所編集，2001。
- 3) 日野幹雄，長谷部正彦：水文学流出解析，森北出版，1985。
- 4) 中津川誠，星清，園山裕士：成分分離に基づく2段タンク型貯留関数モデルの同定-異常出水への洪水流出計算の適用，北海道開発土木研究所月報報文，581，2001。

(2001. 10. 1受付)

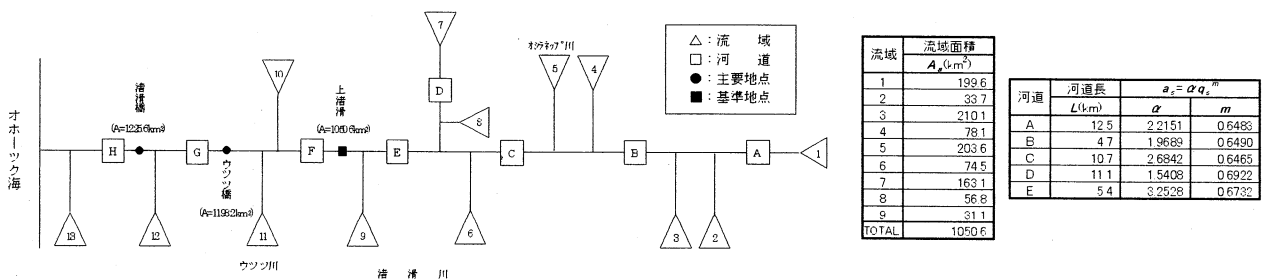


図-5 渚滑川の河道分割図と計算に必要な諸元

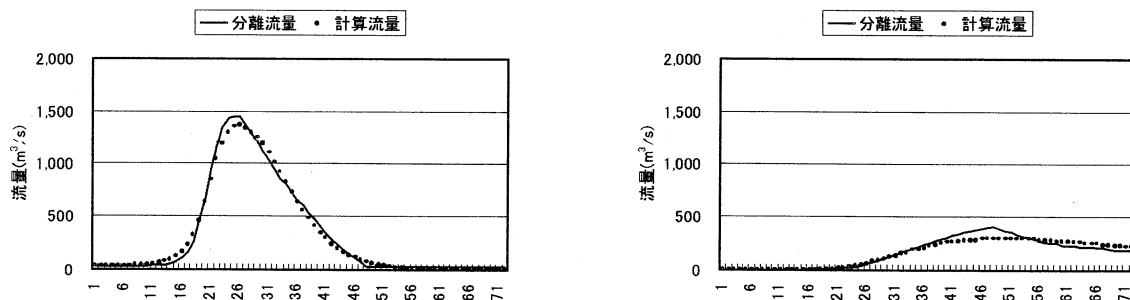


図-6 2段タンク型流域モデル+河道モデルによる再現結果 (左: 表面・中間, 右: 地下水)  
(上渚滑地点 1998.9.16 1:00-9.18 24:00)

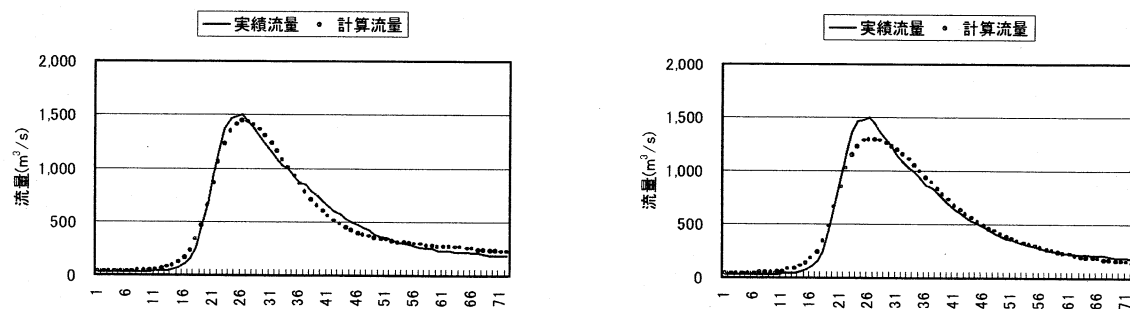


図-7 流域モデル+河道モデルによる全流出量の再現結果 (左: 2段タンク型, 右: 1段タンク型)  
(上渚滑地点 1998.9.16 1:00-9.18 24:00)