

直進形クレーンにおける吊り荷の横揺れ抑制制御

橋本 幸男* 土谷 武士** 杉岡 一郎* 松田 敏彦*

Transversal Load-Swing Suppression Control of Travelling Crane

Yukio HASHIMOTO Takeshi TSUCHIYA Ichiro SUGIOKA Toshihiko MATSUDA

In travelling crane systems, the load-swing sometimes has an oscillation component perpendicular to a travelling direction by accidental disturbances. This paper analyzes the dynamics of the load swing with the rope length as another control channel to the crane system and proposes a control strategy both to suppress the load swing and to control the trolley position. In the control, the rope length is varied to move the load upwards and downwards following to a sinusoidal function so that the swing direction of the load rotates. At the same time, the trolley is controlled to eliminate the oscillation component of the load growing in its travelling direction and to approach to a desired position of the trolley. The control is evaluated by numerical experiments and proved to be effective.

Key Words: Oscillation control, Control of crane, Travelling crane, Control of nonlinear system

1. はじめに

クレーンの運転に制御を導入して荷役作業の安全と効率化を図る研究が行われてきた。近年は、計算機統合生産システムにおける部材や製品の3次元的な搬送手段としてクレーンが見直され、その制御が改めて関心を呼んでいる¹⁾。直進型のクレーンだけに限っても、これまでに、吊り荷に残留振れを残さないように高速に搬送する方式^{2),3)} 荷の巻き上げ・巻き下げも考慮に入れて荷を高速に搬送する方式⁴⁾ 荷の巻き上げ・巻き下げだけで振れを止める制御方式⁵⁾。また搬送ごとのパラメータの大きな変化に積極的に対処するものとして荷が静止している状態から搬送を開始し、途中でそれまでの運動を折り返すことによってパラメータに不感な制御を実現する方式⁶⁾。適応制御を用いる方式^{7),8)}、クレーンの力学的構造を利用する方式⁹⁾等、数多くの提案がなされてきた。

直進型クレーンに関する荷揺れ防止制御の従来の研

究では、トロリー(あるいはホイスト)の移動方向のみの荷揺れが議論の対象とされてきた。しかし現実の搬送作業を想定すると、巻き上げ時の横引きのせいや、屋外での搬送中に横から突風を受けるなどして、トロリーの移動方向と直交する方向に荷の揺れが残る場合がある。天井クレーンのようにトロリーが2次元的に動く構造のクレーンでは従来の振れ止め制御を各軸独立に実行することによって容易にこの振れを止めることができると予想されるが、テルハクレーンのようにホイストが一次元的にしか動けない構造のクレーンや、トロリーが主として一次元的に動いて作業を行うアンロードあるいはコンテナクレーンの場合では、この横方向に残る揺れを止めることが問題となる。本論文では、一次元的にしか動けないクレーンでも巻き上げ機構が標準的に装備されていることを利用して、横方向の揺れも抑えながら荷を目標位置まで搬送するクレーンの制御について議論する。

まず最初に、直進型クレーンの荷の揺れを3次元空間内における運動として定式化し、巻き上げ機構も制御の入力チャンネルと考えた場合のクレーンの力学的な構造を解析する。その結果、トロリーから下を見て

原稿受付 1992年12月10日

*室蘭工業大学

**北海道大学工学部

楕円を描くように荷が揺れているときに、横方向の荷の振れを巻き上げ機構を使って減衰させたなら、トロリーの移動方向の振れが増大してしまうこと、また、トロリーの運動は横方向の振れには影響を与えないことを明らかにする。クレーン・システムは運動の自由度の数より入力数が少ない、いわゆる「不足入力系」として知られているが巻き上げ機を入力とするときの吊り荷の運動は、線形化近似システムを導けない形の非線形な微分方程式に従っていることもここで明らかにされる。つぎに、以上の結果を踏まえ、楕円を描くように荷の振れが生じたときには荷の巻き上げと巻き下げを周期的に行いながら横方向の揺れをトロリーの移動方向へ回転させ、その揺れをトロリーの移動で止めながらトロリーの位置の制御も同時に実現する制御方策を提案する。

2. 運動方程式の導出

現実を反映した直進形クレーンの運動方程式は後述するものとし、ここでは荷の振動運動の力学的な特徴を探るために、ロープの長さでトロリーの移動加速度が外部から自由に変えられるという理想的な場合の吊り荷の従うべき運動方程式を示す。ハミルトンの原理を用いて運動方程式を導出するのが簡便であるので、ここでもハミルトンの原理に従う。

いま、クレーン・システムに対して座標を Fig. 1 のように定め、以下に示す記号を定義する。

- x : トロリーの X 座標
- x : X 軸方向の荷の重心の振れ幅
- y : Y 軸方向の荷の重心の振れ幅
- z : Z 軸方向の荷の重心の位置
- l : トロリーから荷の重心までの距離すなわち、等価ロープ長
- M : トロリーの質量
- m : 吊り荷の質量
- g : 重力加速度

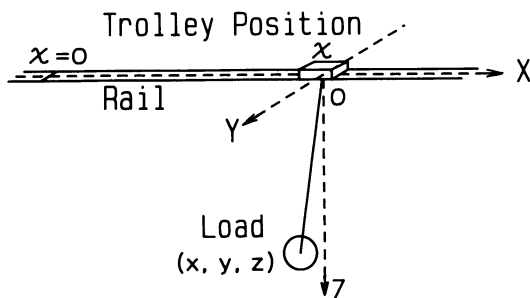


Fig. 1 Crane system and its coordinates

このとき、系のラグランジアンは、 T, V をそれぞれ運動エネルギー、重力によるポテンシャルエネルギーとすると

$$L = T - V \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2} m [(\dot{x} + \dot{x})^2 + (\dot{y})^2 + (\dot{z})^2] \quad (2)$$

$$V = -mgz \quad (3)$$

のように計算される。ただし、ここに現れた変数はすべてが独立ではなく、変数間には

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2 \quad (4)$$

の関係が常に成立していなければならない。したがって、系の運動方程式を定めるには、式(4)を拘束条件とみなした次の汎関数を停留させる条件を求めればよい¹⁰⁾。

$$J = \int_{t_1}^{t_2} [L + \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - l^2)] dt \quad (5)$$

λ はラグランジュの未定関数

付録 A に示すように、式(5)の第一変分を 0 にする条件から、吊り荷が従うべき運動方程式は以下のように定められる。

$$\ddot{x} = -\frac{x}{l^2} f - \ddot{x} \quad (6)$$

$$\ddot{y} = -\frac{y}{l^2} f \quad (7)$$

$$\ddot{z} = g - \frac{z}{l^2} f \quad (8)$$

ただし、

$$f = (\dot{x})^2 + (\dot{y})^2 + (\dot{z})^2 + zg - (\dot{l})^2 - l\ddot{l} - x\ddot{x}$$

で、 l, \dot{l}, \ddot{l} と \ddot{x} が外部からこの振動系へ与えることのできる入力とみなされる。

式(6), (7), (8)を幾何学的な観点から考察してみると、 mf/l がロープの張力を表していることが分かるからロープが弛まない条件が求まり、次式となる。

$$(x)^2 + (y)^2 + (z)^2 + zg - (\dot{l})^2 - l\ddot{l} - x\ddot{x} \geq 0 \quad (9)$$

3. 運動方程式の特徴

制御を考える準備として、前章で求めた運動方程式の構造が分かる幾つかの事実を示す。

まず最初に、巻き上げ・巻き下げ機構を使って荷を上下に動かしたときの運動を解析する。トロリーに関しては、静止しているかあるいは等速運動を行っているものとし

$$\ddot{x} = 0$$

の条件が成立しているものと仮定する。

いま、上記の条件の下で、トロリーから下を見て荷が楕円を描くように揺れている場合を考える。このようにするとき、式(7)に x を掛けたものから式(6)に y

を掛けたものを辺々減じると

$$x\ddot{y} - y\ddot{x} = 0 \quad (10)$$

の関係を得るが、この式(10)の左辺は Z 軸回りの角運動量

$$J_z = x\dot{y} - y\dot{x} \quad (11)$$

を時間微分したのになっている(正しくは角運動量を荷の質量で割ったものであるが、本質は失われないので以降ではこれを角運動量と呼ぶ)。この結果は「どのように荷の巻き上げ・巻き下げの制御を行っても荷の揺れに伴う角運動量の値を変えることができない」という事実を表しており、巻き上げ機構を使うだけではどのように制御したとしても、楕円を描くように揺れている荷を静止させることはできないことを示している。

次に、式(9)の条件の下に X 軸回りの角運動量の時間的な変化を求めると次式を得る。

$$\begin{aligned} (\dot{J}_x)^2 &= y^2 g^2 \\ &= (l^2 - x^2 - z^2) g^2 \end{aligned} \quad (12)$$

この場合にはロープの長さがパラメータとして残るので巻き上げ機構を使うと Y 軸方向の揺れの制御が実現できる可能性が出てくる。実際 Y 軸方向に振れの角度が $\theta(t)$ で揺れている場合、ロープの長さ l が dl だけ変わるときの吊り荷に与えられる仕事は、ロープの張力が重力によるものと遠心力によるものからなることを考慮すると、次のように求められる。

$$\begin{aligned} dW &= -(mg \cos \theta + ml\dot{\theta}^2)dl \\ &\doteq -mgdl + m\left(\frac{1}{2}g\theta^2 - l\dot{\theta}^2\right)dl \end{aligned}$$

ただし θ は鉛直軸 (Z 軸) とロープのなす角である。

上式最右辺の第一項は吊り荷が dl だけ上下に移動することによる重力のポテンシャルエネルギーの変化を表し、第二項目が単振動の力学的エネルギーの増減を決めていると解釈できるから、吊り荷の Y 方向の振れの状態を観測しながら

$$g\theta^2 \geq 2l\dot{\theta}^2 \text{ のとき } dl < 0$$

$$g\theta^2 < 2l\dot{\theta}^2 \text{ のとき } dl > 0$$

のように荷の巻き上げと巻き下げを行えば、荷の揺れを減衰させることが可能となる。しかし、先に示したように Z 軸回りの角運動量が保存されなければならないので、特定の方向の振動が抑制されたとしても、それと直交する方向の揺れが増大する結果となる。従来から巻き上げ機構を使って荷の揺れを止める制御^{9),11)}も検討されてきたがこのような事実はこれまで指摘されていなかったように思われる。

最後に、ロープの長さを一定値に固定し、トロリー

のみを動かすときの荷の運動を検討してみる。このときには、トロリーの移動方向、すなわち X 軸方向の振れの成分が影響を受けるのは式(6)から直ちに分かる。一方 Y 軸方向の揺れに対しては、式(7)から分かるように、トロリーの運動は

$$-\frac{xy}{l^2}\ddot{x}$$

という項を介してしか荷の揺れに影響を与えない。通常荷の揺れは小さいと考えてよいし、ロープの長さも長いからこの項の寄与は無視できる。すなわち、Y 軸方向の揺れはトロリーの移動だけでは制御できない。このことは直進形のクレーンにおいて、一度横揺れが発生するとトロリーを移動させてもその揺れを止められないという経験的な事実とも合致している。

4. 吊り荷の揺れ止め制御

前章の解析結果によれば、特定の方向にのみ荷の揺れが生じた場合、巻き上げ機構を使うと揺れを抑えられるが、楕円を描くように荷が揺れている場合には揺れが抑えられるにつれ制御を加えない方向の振動が増大することが分かった。一方、トロリーをどのように移動させても Y 軸方向の荷の揺れには影響を与えないことも分かった。したがってこれら 2 つの事実を考慮すると、楕円を描くように荷が揺れてしまった場合には、まず最初に巻き上げ機構を使って Y 軸方向の揺れを抑制しつつ X 軸方向の揺れを増大させ、それをトロリーの移動で減衰させるという制御方策をとるのが妥当と考えられる。本章ではこの制御を実現する具体的な方法について検討する。

クレーンの制御でよく仮定するように、ここでも吊り荷の揺れは小さいものとするが、式(6)、(7)で与えられる非線形な運動方程式は、安定平衡点の周りで線形化しても、ロープの長さを入力として含む形の線形状態方程式は得られない。このため、以降では以下のように 2 次の微小量を無視した近似式を使って議論を進める。

$$\ddot{x} = -\frac{x}{l}(g - \ddot{l}) - \dot{x} \quad (13)$$

$$\ddot{y} = -\frac{y}{l}(g - \ddot{l}) \quad (14)$$

また、制御に必要な状態量はすべてが観測可能であるとして議論を進める。

4.1 Y 軸方向の揺れ止め制御

巻き上げ機構を利用した荷の揺れ止め制御に関してはある評価指標の下に最適制御問題を定式化し、

Bang Bang 制御解を求めてこれを開ループで実行する方法⁶⁾かこれを簡略化した方法¹¹⁾が知られている。しかし現実には急激に荷の上げ下げを行うと、ロープの弾性が無視できないことや振れの角度検出の限界などのために数値実験で予想されるほどの結果は得られないようである。本論文では、巻き上げや巻き下げを急激に行うことは荷の飛び跳ねを招くので好ましくないという観点から、荷の上げ下げは滑らかな関数に従わせるという方針をとる。

いま、等価ロープ長が l_0 で荷が楕円を描いていたとする。Y 軸方向の揺れが X 軸を Y の正の向きによぎる時点を時間の原点にとり、荷の Y 軸方向の振動を表そう。前章の考察によれば、トロリーがどのように運動しようとも Y 方向の振れは影響を受けないと考えてよかったので、この振動は次のような式で書かれる。

$$y = A_y \sin(\omega_0 t) \quad (15)$$

$$A_y > 0, \omega_0^2 = g/l_0$$

ここで、巻き上げ機構を使い、ロープの長さを次式に従って変化させたとする。

$$l = l_0 + a \sin(2\omega_0 t) \quad (16)$$

$$0 < a \ll l_0$$

ロープの長さの変化はロープ長に対して十分小さいものと仮定しているから、式(16)に従って荷を上下に動かしても揺れの周波数はほとんど変わらないと考えてよいし、また式(15)が式(14)の近似解となることも予想できる。

いま、Y 方向での荷の振れを表す尺度として次の量を選ぶ。

$$E = \frac{1}{2}(\dot{y})^2 + \frac{1}{2} \frac{g}{l_0} y^2 \quad (17)$$

振れの振幅値が準静的に変化するものと仮定し、式(14)と式(15)、(16)を考慮に入れて式(17)の時間微分を調べてみると次式が示される(付録 B 参照)。

$$\dot{E} = -\frac{3aA_y^2\omega_0^3 \sin^2(2\omega_0 t)}{2[l_0 + a \sin(2\omega_0 t)]} \leq 0 \quad (18)$$

等号の成立は $A_y = 0$ のとき

このことから、式(17)は近似的なりアプノフ関数になっており、式(16)で与えられる簡単な開ループ制御だけでも Y 方向の荷の振れの減衰制御が期待できるのが分かる。

ブランコの場合、揺れの周期の半分の周期で揺れと同期して漕ぐと増大することが知られている¹²⁾が、式(16)の制御はこれと反対のことを行っているにすぎない。式(16)の制御の制振効果の詳細は後の章で数値

実験を通して明らかにする。

4.2 X 軸方向の振動制御と位置制御

X 軸方向に対しては、荷の振れを止めるだけでなく、トロリーの位置の制御も同時に考える。ただし、標準的なクレーンの場合、トロリーを駆動する電動機のドライバには速度指令を与える入力チャンネルが装備されていることを考慮して、ここではトロリーを動かす速度指令則を次式で与えることを提案する。

$$\dot{\chi} = k_d x + k_{dT}(\chi - \chi_0) + \int_0^t [k_0 x(\tau) + k_{pT}(\chi(\tau) - \chi_0)] d\tau \quad (19)$$

ただし、

$k_d, k_{dT}, k_0, k_p, k_0$: 制御ゲイン(定数)

χ_0 : トロリーの終着目標位置

とする。

以下においては、荷の振動やトロリーの移動という機械系の動きに比べ電動機速度制御系の応答が高速であると仮定して、式(19)の制御則がここでの制御目的を達成するフィードバック制御則になっていることを示す。

式(19)を式(13)に代入することにより、次式を得る。

$$\ddot{x} = -\frac{x}{l}(g - \ddot{l}) - k_d \dot{x} - k_{pT}x - k_{dT}\dot{\chi} - k_{pT}(\chi - \chi_0) \quad (20)$$

ところで

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (\chi - \chi_0, \dot{\chi}, x, \dot{x})^T$$

なる状態変数を導入すると、式(19)、(20)は状態方程式の形に書き直すことができ、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{pT} - k_{dT} & -k_p & -k_d & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_{pT} - k_{dT} - k_p - (g - \ddot{l})/l & -k_d \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{pT} - k_{dT} & -k_p & -k_d & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_{pT} - k_{dT} - k_p - g/l_0 - k_d \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g/l_0 - (g - \ddot{l})/l \end{bmatrix} x_3 \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、次の補題を用意する。

[補題] 線形時不変な自由系

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$$

の原点が漸近安定で、基本解が次のように評価できるものとする。

$$\|\phi(t, t_0)\| \leq K \exp[-\alpha(t - t_0)], K > 1, \alpha > 0$$

このとき、正定数 μ が存在し、

$$(a) \quad \|f(t, x(t))\| \leq \mu \|x(t)\|$$

$$(b) \quad \mu K < \alpha$$

が満たされるなら、摂動系

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(t, x(t)) \quad (22)$$

の原点は大域的漸近安定である。

証明) 仮定より、式(22)の解について次の評価が成立する。

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &\leq K \exp[-\alpha(t - t_0)] \|x(t_0)\| \\ &\quad + \int_{t_0}^t \mu K \exp[-\alpha(t - \tau)] \|x(\tau)\| d\tau. \end{aligned}$$

それゆえ、次の関係を得る。

$$\begin{aligned} \|x(t)\| \exp[\alpha(t - t_0)] &\leq K \|x(t_0)\| \\ &\quad + \int_{t_0}^t \mu K \|x(\tau)\| \exp[\alpha(\tau - t_0)] d\tau. \end{aligned}$$

ここで、上式に Gronwall の不等式¹³⁾を適用すると、

$$\|x(t)\| \leq K \|x(t_0)\| \exp[(\mu K - \alpha)(t - t_0)]$$

ところが、仮定の (b) より $\mu K - \alpha < 0$ 。

したがって、

$$\|x(t)\| \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$$

が結論される。□

さて、式(21)の時不変線形部分は、

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -g/l_0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (23)$$

という線形系に次の状態フィードバックを施したものとみなせる。

$$u = -(k_{pT} \ k_{dT} \ k_p \ k_d)x \quad (24)$$

線形系、式(23)の可制御性行列を調べるとフルランクになることから、式(24)の状態フィードバックによって任意の位置に固有値を配置することが可能であることが分かる。すなわち式(21)の線形時不変部分の応答の速さは自由に設計できることが分かる。

次に式(21)の摂動項のノルムを評価してみる。

$$\begin{aligned} &| [g/l_0 - (g - \ddot{l})/l] x_3 | \\ &\leq (g/l_0 + |(g - \ddot{l})/l|) |x_3| \\ &\leq \frac{g}{l_0} \left[1 + \frac{1 + 4a\omega_0^2/g}{1 - a/l_0} \right] |x_3| \\ &\leq \frac{g}{l_0} \left[1 + \frac{1 + 4a\omega_0^2/g}{1 - a/l_0} \right] \|x\| \\ &= \mu \|x\| \end{aligned}$$

ゆえに、補題の内容が適用でき、閉ループ系を漸近安

定化するような状態フィードバック制御が存在する。

以上の結果より、式(19)の形の制御を採用して定数ゲインを適切に選ぶと、ロープの長さが周期的に変わっていても、X 軸方向に生じた荷の振れを止め、かつトロリーの位置も同時に制御できることが分かる。

5. 数値実験による検討

5.1 理論の検証

巻き上げ機構を使った Y 軸方向の荷の振れ止め開ループ制御に関しては、式(16)による簡単な開ループ制御でも振れ止めが期待できるということが示されただけで、振れを完全に止められるかどうかの理論的な裏付けは得られなかった。本節では最初に、数値実験を通して式(16)の制御がどの程度有効なのかを検討する。

ロープの長さが 5 m、荷の上げ下げの振幅を 10 cm と仮定したときの式(16)による開ループ制御の結果を、制御を行わないときと比較して Fig. 2 に示す。制御を行った場合には明らかに制振効果が認められるのが分かる。Fig. 3 は、同じロープ長で、荷を上げ下げする振幅値を変えた場合の制振結果である。上げ下げの振幅が大きいくほど振動の減衰効果も大きく現れるが、荷の振れが小さくなった後も制御を続けると逆に振動を励振するように働いているのが観測される。これは、荷の振れの振幅値の時間的な変化率が大きくなったために、付録 B 中の式(B-3)の右辺第二項目が無視できなくなったためであると解釈される。以上の数値実験から明らかのように、式(16)の開ループ制御方式は簡単な制御という長所は持つが振れを完全に止める制御とはなっていないので、使用に当たっては注意が必要である。励振を避ける簡便な方法としては、振

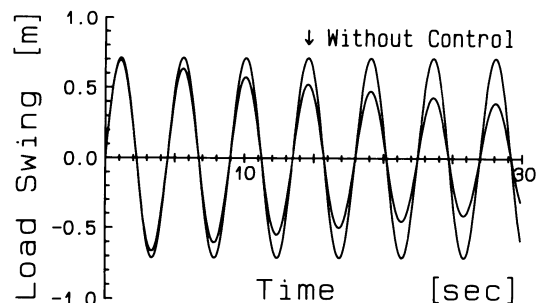


Fig. 2 Load-swing suppression by up-down movement of load

initial conditions : $l = 5 \text{ m}$, $\dot{l} = 0.2 \text{ m/s}$, $\ddot{l} = 0 \text{ m/s}^2$, $x = 0.1 \text{ m}$, $\dot{x} = 0 \text{ m/s}$, $y = 0 \text{ m}$, $\dot{y} = 1 \text{ m/s}$

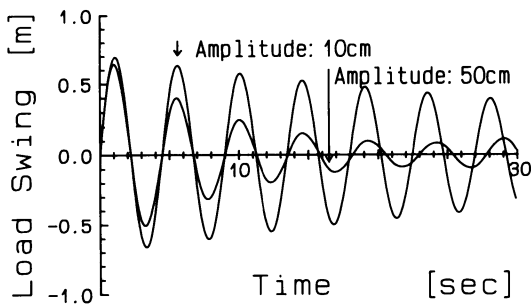


Fig. 3 Load-swing suppression effects by up-down movement of load with various amplitudes

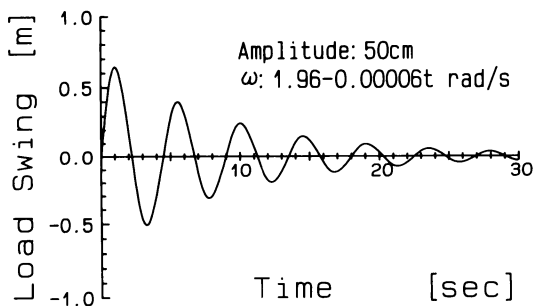
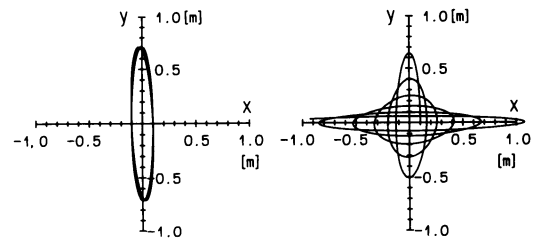


Fig. 4 Load-swing suppression by improved up-down movement of load

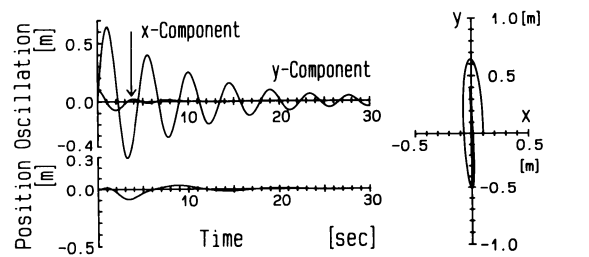
動が収まるにつれて荷の上げ下げの周波数を変えていくのも一つの解決策と思われるので、Fig. 4にこの改善策を施した後の実験結果を示す。周波数は一次関数に従わせて変えた。周波数のフィードバックは行っていないので、励振現象を生じなくすることは不可能であるが、Fig. 3に見られたような早期の励振現象は現れなくなっている。Fig. 5には、トロリーから見おろした、このときの荷の振動の様子を示す。Y軸方向の振れが減衰するにつれてX軸方向の振れが増大しており荷の上げ下げだけでは楕円を描いて揺れる荷の振れを止められないという前述の事実が確認できる。Fig. 6はFig. 4に示した開ループ制御を行いながら式(19)に示したトロリーの位置制御とX軸方向の荷の振れ止め制御を行った結果である。Fig. 6aに示したようにトロリーがあらかじめ設定した目標位置で静止し、かつXY面内で楕円を描くように振れていた荷の振動も効果的に抑制されているのが分かる。

なお、以上に示した数値実験では荷の振れに関する初期条件をすべて同一にしている。数値実験においてはロープの張力の時間的な変化も同時にモニタしたが、いずれの実験においてもロープが弛むことはなか



(a) Uncontrolled (b) Controlled

Fig. 5 Load swings projected to XY-plane start point of movement: (1,0) in the planes



(a) Oscillation components of the load (above) and trolley position (below) (b) Load-swing projected to XY-plane

Fig. 6 Control performance of proposed controller
controller gains: $K_p=1.0$, $K_d=0.5$, $K_{pr}=-0.5$, $K_{dr}=-0.5$

った。

5.2 より現実的な状況への適用

これまでの議論では、簡単のためトロリーを駆動する電動機と巻き上げの電動機に完全な制御系が組まれているものと仮定していた。しかし現実には、吊り荷の運動とトロリーの駆動系や巻き上げ系の運動はそれぞれ固有のダイナミクスを持つので、それらが荷の運動に直接影響を与え、上述した制御が有効に働くかどうかは疑問となる。さらに、これまでの議論では、横方向の荷の揺れを止めるための制御として正弦波関数に従って荷の上下を行ったが、現実には制御の開始時点からロープの速度、加速度までを厳密に正弦波状に変えることは不可能と考えられるし、また横揺れ抑制制御を中止してロープの長さを一定にするときの揺れに及ぼす影響も示されてはいなかった。そこで本節ではトロリーの駆動系と巻き上げ系のダイナミクスも考慮に入れた形で数値実験を行い、提案した制御が、より現実に近い状況下でも有効かどうかを検討する。

クレーンの駆動系としては誘導電動機がよく用いられているが、近年は誘導電動機でも直流電動機並みの性能を発揮させることが可能な制御法¹⁴⁾が提案されていることもあるので、簡単のため、トロリーと巻き上げ機の駆動には直流電動機が使われているものと仮定する。ただし、現実のクレーンを意識してトロリー駆動用電動機には速度に関するサーボ制御が、また巻き上げ機用には位置に関するサーボ制御が施されているものとする。

以上に示した点を考慮に入れると、クレーンの吊り荷の運動は以下のようなダイナミクスに従うことが導かれる(付録C参照)。

$$\left[M + \frac{J_1}{r_1^2} \right] \ddot{x} + m \ddot{x} + \left[\frac{D_1}{r_1^2} + \frac{K_{T1}K_{V1}}{R_{A1}r_1^2} \right] \dot{x} = \frac{K_{T1}G_1}{R_{A1}r_1} v_1 \quad (25)$$

$$m \ddot{x} + m \ddot{x} + \frac{J_2 x}{r_2 l} \ddot{l} + \left[\frac{D_2}{r_2^2} + \frac{K_{T2}K_{V2}}{R_{A2}r_2^2} \right] \frac{x}{l} \dot{l} = \frac{K_{T2}G_2 x}{R_{A2}r_2 l} v_2 \quad (26)$$

$$m \ddot{y} + \frac{J_2 y}{r_2 l} \ddot{l} + \left[\frac{D_2}{r_2^2} + \frac{K_{T2}K_{V2}}{R_{A2}r_2^2} \right] \frac{y}{l} \dot{l} = \frac{K_{T2}G_2 y}{R_{A2}r_2 l} v_2 \quad (27)$$

$$m \ddot{z} + \frac{J_2 z}{r_2 l} \ddot{l} + \left[\frac{D_2}{r_2^2} + \frac{K_{T2}K_{V2}}{R_{A2}r_2^2} \right] \frac{z}{l} \dot{l} = \frac{K_{T2}G_2 z}{R_{A2}r_2 l} v_2 + mg \quad (28)$$

$$x \ddot{x} + y \ddot{y} + z \ddot{z} - l \ddot{l} = -\dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 + \dot{l}^2 \quad (29)$$

ここに

- ・トロリー駆動用電動機の入力電圧

$$v_1 = f_1[\omega_r - \dot{x}(t)] + f_2 \int^t [\omega_r - \dot{x}(\tau)] d\tau - f_3 \dot{x} \quad (30)$$

ω_r : 速度指令値

- ・巻き上げ機用電動機の入力電圧

$$v_2 = g_1[l_r - l(t)] + g_2 \int^t [(l_r - l(\tau))] d\tau - g_3 \dot{l} \quad (31)$$

l_r : 位置指令値

で、Table 1 にそれぞれの記号の意味を示す。また、数値実験で用いた各パラメータの値も Table 1 に示す。

Fig. 7 はトロリーの速度制御器と巻き上げ機の位置制御器をそれぞれ考慮に入れて、Fig. 6 と同様の制御を行ったときの数値実験結果を示したものである。より現実的な状況を模擬するために、制御を開始する時点でのロープの長さの変化速度と加速度は共に 0 と置

Table 1 Parameters used for simulations

Trolley System	Lifter System
Mass M : 500 [kg]	Mass of Load m : 1000 [kg]
Wheel Radius r_1 : 0.1 [m]	Drum Radius r_2 : 0.2 [m]
Total Inertia J_1 : 12.0 [kgm ²]	Total Inertia J_2 : 48.0 [kgm ²]
Torque Const. K_{T1} : 26.1 [Nm/A]	Torque Const. K_{T2} : 52.2 [Nm/A]
B. E. M. F. Const. K_{V1} : 2.74 [V/rpm]	B. E. M. F. Const. K_{V2} : 5.48 [V/rpm]
Resistance R_1 : 0.4 [Ω]	Resistance R_2 : 0.4 [Ω]
Damping Factor D_1 : 1700 [Nms/rad]	Damping Factor D_2 : 3000 [Nms/rad]
Amp. Gain G_1 : 10.0	Amp. Gain G_2 : 10.0
P. Gain f_1 : 200	P. Gain g_1 : 200
I. Gain f_2 : 250	I. Gain g_2 : 50
D. Gain f_3 : 1	D. Gain g_3 : 0

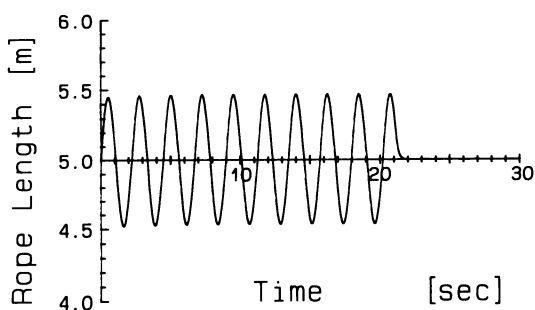
いた。ただし、制御器を含めた巻き上げ機系のダイナミクスを考慮に入れて、制御器に指令値として与えるロープの長さの時間変化には、

$$l_r = 5 + 0.5 \sin(2\omega_0 t + 0.3)$$

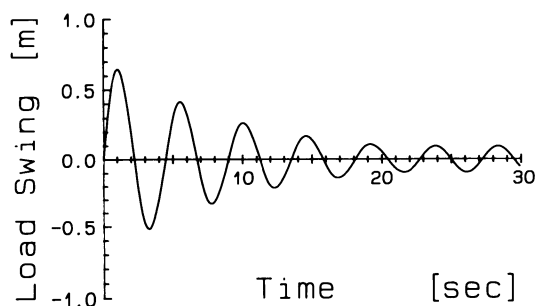
のように、位相の補償項を付け加えた。ロープの長さの変化の周波数は固定したままである。また横揺れ抑制制御を終了させるときには、ロープの長さが最も長くなったときに巻き上げ用制御器に $l_r = 5$ [m] の指令値を与えるようにした。グラフの結果は Fig. 6 のそれはとほぼ一致しており、この場合にも制御が有効に働くのが分かる。吊り荷の質量も変えた数値実験も行ったが、ここで用いたパラメータの場合では、制御結果にはほとんど差異が見られなかった。なお、トロリー駆動用電動機と巻き上げ機用電動機に施した速度サーボ系及び位置サーボ系の各ゲインは試行錯誤的に決めたものであり、更により制御性能を示すようなゲインが存在し得る可能性が残されている。

6. おわりに

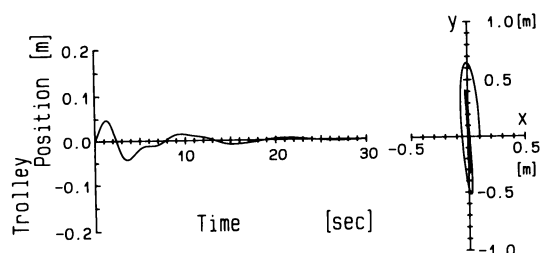
地切りの際の横引きや搬送途中の突風などのせいで生じた吊り荷の横揺れを減衰させ、荷を目標位置まで搬送する直進形クレーンの制御問題を考えた。クレーンの巻き上げ機構を利用すると横揺れは簡単な開ループ制御で揺れを減衰させること、また横揺れの振動が抑えられると吊り荷の鉛直方向の角運動量が保存されるようにトロリーの移動方向の振れが増大してしまう



(a) Time variation of rope length



(b) Time variation of transversal load-swing



(c) Time variation of trolley position (d) Load-swing in X-Y plane

Fig. 7 Total control performance of proposed controller

ことを運動方程式の解析から明らかにした。制御においては、トロリーの運動は横方向の振動の成分には影響を与えないという機構上の特徴に着目し、荷の上げ下げによって楕円を描くように揺れる荷の振動の横方向成分を減衰させながら大きく振動する方向をトロリーの移動方向へ回転させ、その振動をトロリーの速度制御で減衰させつつ荷を目標位置まで搬送する方式を提案した。この制御の制御性能を数値実験を通して評価し、トロリーと巻き上げ機のダイナミクスを考慮に入れた、より現実的なクレーンを想定した場合にも提案した制御方策が効果的に働くことを数値実験を通し

て確認した。

本文で取り扱った横揺れ抑制制御は、ロープの長さのある長さを中心として正弦波状に変えるという簡単な方式のため、制御中に荷が不用意に上昇し過ぎたり、降下し過ぎたりという恐れは生じない。また、正弦波という滑らかな関数に従ってロープの長さを変えるので、荷やロープに急激な加速度の変化が加わらない。しかし反面、横揺れの抑制制御には状態のフィードバックを行っていないので、荷の揺れを完全に止めることはできないし、また外乱にも弱い。数値実験によれば、ロープの長さを変える周波数を、荷を大きく上げ下げすることによって生じる横揺れの周波数変化に合わせて調節するなら、荷の揺れを0にすることも不可能でないという結果を得ているが、この周波数もフィードバックするような閉ループ系の構成法については、現在のところまだ定式化されていない。今後検討すべき課題と考える。

参考文献

- 1) 津村, “移動体の知能化”, 日本ロボット学会誌, Vol. 10-3, pp. 315-319 (1992)
- 2) 北森, “クレーンの最適運転法”, 第3回計測自動制御学会学術講演会予稿集, pp. 343-348 (1964)
- 3) 美多, 金井, “トロリーの最大速度に注目したクレーンの最適運転法”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 15-6, pp. 833-838 (1979)
- 4) 進藤他, “コンテナ・クレーンの振れ止め制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 19-5, pp. 430-432 (1983)
- 5) 大平, 久村, “可変ロープ長振子の振動制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 19-9, pp. 759-761 (1983)
- 6) 森下, “走行クレーン運転自動化のための振れ止め制御”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 14-6, pp. 739-744 (1978)
- 7) 田村他, “適応同定機構を有する巻上げ式天井クレーンの制御”, 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 54-504, pp. 1795-1803 (1988)
- 8) 相良, 大川, “クレーンの適応制御”, 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 56-526, pp. 1494-1498 (1990)
- 9) 橋本他, “振れ角情報を必要としない走行クレーンの振れ止め・位置制御”, 第23回計測自動制御学会北海道支部学術講演会論文集, pp. 25-26 (1991)
- 10) L. E. Elsgolc (瀬川訳), “科学者・技術者のための変分法” IV章, pp. 119-139 ブレイン図書出版 (1972)
- 11) 太田他, “分布定数系モデルを利用した旋回型クレーンの振動制御”, 第7回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 405-406 (1989)
- 12) 江沢他, “演習詳解力学”, p. 30, 東京図書 (1989)
- 13) 山本, “常微分方程式の安定性”, pp. 30-31, 実教出版 (1983)
- 14) 中野, 橋井, “交流電動機のベクトル制御, コンピューtrol”, 4, pp. 44-51, コロナ社 (1983)

付録 A. クレーンの運動方程式の導出

式(5)の第一変分をとって,

$$\delta J = \int_{t_1}^{t_2} [\delta L + (x^2 + y^2 + z^2 - l^2) \delta \lambda + 2\lambda(x\delta x + y\delta y + z\delta z)] dt \quad (A-1)$$

を得る。ここで、

$$\begin{aligned} \delta L &= \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \delta \dot{x} + \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \delta \dot{y} + \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \delta \dot{z} + \frac{\partial L}{\partial z} \delta z \\ \delta x(t_1) &= \delta x(t_2) = 0 \\ \delta y(t_1) &= \delta y(t_2) = 0 \\ \delta z(t_1) &= \delta z(t_2) = 0 \end{aligned}$$

であることに注意して式(A-1)の部分積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \delta J &= \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \left[-\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] + 2\lambda x \right] \delta x + \left[-\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right] + 2\lambda y \right] \delta y + \left[-\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right] + \frac{\partial L}{\partial z} + 2\lambda z \right] \delta z \right. \\ &\quad \left. + (x^2 + y^2 + z^2 - l^2) \delta \lambda \right\} dt \end{aligned}$$

それゆえ、変分学における基本定理から、第一成分を0とする条件は以下のように求まる。

$$-\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] + 2\lambda x = 0 \quad (A-2)$$

$$-\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right] + 2\lambda y = 0 \quad (A-3)$$

$$-\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right] + \frac{\partial L}{\partial z} + 2\lambda z = 0 \quad (A-4)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - l^2 = 0 \quad (A-5)$$

ここで、式(1)を式(A-2)、(A-3)、(A-4)に代入することにより、

$$m(\ddot{x} + \ddot{x}) = 2\lambda x \quad (A-6)$$

$$m\ddot{y} = 2\lambda y \quad (A-7)$$

$$m\ddot{z} = mg + 2\lambda z \quad (A-8)$$

の関係が得られる。一方、式(A-5)を時間に関して2回微分することにより、

$$\ddot{x}^2 + x\ddot{x} + \ddot{y}^2 + y\ddot{y} + \ddot{z}^2 + z\ddot{z} - \dot{l}^2 - l\ddot{l} = 0 \quad (A-9)$$

これが式(A-6)、(A-7)、(A-8)中のラグランジュの未定関数を決める関係式になる。実際式(A-6)、(A-7)、(A-8)を式(A-9)に代入すると、ラグランジュの未定関数は次のように定まる。

$$\lambda = -\frac{m}{2l^2} (\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2 + zg - \dot{l}^2 - l\ddot{l} - x\ddot{x}) \quad (A-10)$$

式(A-10)を式(A-6)、(A-7)、(A-8)に代入・整理すると運動方程式が求められ、本文中の式(6)～(8)を得る。

付録 B. 式(18)の導出

式(17)式の時間微分をとって、

$$\dot{E} = \dot{y}\dot{y} + \frac{g}{l_0} y\dot{y} \quad (B-1)$$

ここで、式(14)を上式に代入すると次式を得る。

$$\dot{E} = y\dot{y} \left(-\frac{g - \dot{l}}{l} + \frac{g}{l_0} \right) \quad (B-2)$$

式(15)、(16)を代入して計算を進めると式(B-2)は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \dot{E} &= [A_y^2 \omega_0 \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) + A_y \dot{A}_y \sin^2(\omega_0 t)] \\ &\quad \times \left(-\frac{g + 4a\omega_0^2 \sin(2\omega_0 t)}{l_0 + a \sin(2\omega_0 t)} + \frac{g}{l_0} \right) \\ &= [A_y^2 \omega_0^3 \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) + A_y \dot{A}_y \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t)] \\ &\quad \times \left(-\frac{1 + 4a\omega_0^2 \sin(2\omega_0 t)/g}{1 + a \sin(2\omega_0 t)/l_0} + 1 \right) \\ &= [A_y^2 \omega_0^3 \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) + A_y \dot{A}_y \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t)] \\ &\quad \times \frac{-4a\omega_0^2 \sin(2\omega_0 t)/g + a \sin(2\omega_0 t)/l_0}{1 + a \sin(2\omega_0 t)/l_0} \\ &= \left[\frac{aA_y^2 \omega_0^3 \sin^2(2\omega_0 t)}{2} + aA_y \dot{A}_y \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t) \sin(2\omega_0 t) \right] \\ &\quad \times \frac{-4\omega_0^2/g + 1/l_0}{1 + a \sin(2\omega_0 t)/l_0} \\ &= -\frac{3aA_y^2 \omega_0^3 \sin^2(2\omega_0 t)}{2[l_0 + a \sin(2\omega_0 t)]} \\ &\quad - \frac{3aA_y \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t)}{l_0 + a \sin(2\omega_0 t)} \dot{A}_y \sin(2\omega_0 t) \quad (B-3) \end{aligned}$$

ここで、荷の上げ下げの振幅をごく小さく選ぶものとするれば、振れに及ぼす影響も小さくなると考えられるから振れの振幅変化は、

$$\dot{A}_y \approx 0$$

とみなせる。したがって、このときには式(B-3)は次式で近似できる。

$$\dot{E} = -\frac{3aA_y^2 \omega_0^3 \sin^2(2\omega_0 t)}{2[l_0 + a \sin(2\omega_0 t)]} \quad (B-4)$$

上式の分母は仮定より、

$$0 < l - a \leq l_0 + a \sin(2\omega_0 t)$$

となり常に正の値をとるので本文中の式(18)の主張が成り立つ。

付録 C. 駆動系を考慮したクレーンの状態方程式

通常は電動機の電氣的時定数は機械系の時定数よりも小さいと考えてもよいから、ここでも電気系のダイナミクスを省略した以下の式をトロリーと巻き上げ機をそれぞれ駆動する直流電動機の運動方程式と考える。

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + \left(D_1 + \frac{K_{T1} K_{V1}}{R_1} \right) \dot{\theta}_1 + f_{T1} r_1 = \frac{K_{T1} G_1}{R_1} v_1$$

(C-1)

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + \left(D_2 + \frac{K_{T2} K_{V2}}{R_2} \right) \dot{\theta}_2 - f_L r_2 = \frac{K_{T2} G_2}{R_2} v_2$$

(C-2)

ただし,

 θ_1 : トロリー駆動用電動機の回転角度 f_T : トロリーの駆動に消費される力 θ_2 : 巻き上げ用電動機の回転角度 f_L : ロープの張力

をそれぞれ表す。ここで, トロリーがレール上を滑ることなく移動できるものとすれば,

$$\dot{x} = r_2 \dot{\theta}_1$$

このことから, 式(C-1)はトロリーの位置に関する式に書き直すことができ,

$$\begin{aligned} \frac{J_1}{r_1^2} \ddot{x} + \left[\frac{D_1}{r_1^2} + \frac{K_{T1} K_{V1}}{R_1 r_1^2} \right] \dot{x} + f_T \\ = \frac{K_{T1} G_1}{R_1 r_1} v_1 \end{aligned} \quad (C-3)$$

を得る。ロープが弛まないという条件を仮定すると, 巻き上げ用電動機についても同様に,

$$\begin{aligned} \frac{J_2}{r_2^2} \ddot{x} + \left[\frac{D_2}{r_2^2} + \frac{K_{T2} K_{V2}}{R_{A2} r_2^2} \right] \dot{x} - f_L \\ = \frac{K_{T2} G_2}{R_{A2} r_2} v_2 \end{aligned} \quad (C-4)$$

を得る。

次に, 荷の揺れを記述する運動方程式を明らかにする。付録Aで取り扱った場合と異なり, この場合にはトロリーの運動も同時に考える必要があるので, 系

のラグランジュアンは以下のように計算し直さなければならない。

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m [(\dot{x} + \dot{x})^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2] + mgz \quad (C-5)$$

また, トロリーを駆動する力とロープの張力がこの系に対して外力として作用していることも付録Aの場合と異なっている。これらの外力のせいで系になされる仮想仕事は,

$$\delta W = f_T \delta x + f_L \delta l \quad (C-6)$$

となる。

さて, 式(C-5), (C-6)を使い, 拘束条件

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2$$

を考慮に入れてハミルトンの原理を適用すると, 以下の関係式を得る。

$$M \ddot{x} + m \ddot{x} = f_T \quad (C-7)$$

$$m \ddot{x} + m \ddot{x} = -\frac{x}{l} f_L \quad (C-8)$$

$$m \ddot{y} = -\frac{y}{l} f_L \quad (C-9)$$

$$m \ddot{z} = -\frac{z}{l} f_L + mg \quad (C-10)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2 \quad (C-11)$$

ここで, 式(C-3)と式(C-4)からトロリーの駆動力とロープの張力をそれぞれ求めて, 式(C-7)から式(C-10)に代入・整理すると, 本文に示した式(25)~(28)を得る。なお, 式(29)は式(C-11)を時間で2回微分して導出した関係式である。

橋本幸男

(Yukio HASHIMOTO)



1953年3月8日生。1979年室蘭工業大学大学院修士課程電子工学専攻修了。高校の非常勤講師等を経て83年室蘭工業大学電子工学科助手。90年より同大学電気電子工学科助手。制御工学, メカトロニクスの研究に従事, 計測自動制御学会の会員。

(日本ロボット学会正会員)

杉岡一郎 (Ichiro SUGIOKA)



1941年8月30日生。1965年室蘭工業大学電気工学科卒業。70年北海道大学大学院修士課程電気工学専攻修了。71年室蘭工業大学電子工学科助手。85年助教授。93年同大学情報工学科教授, 工学博士。主としてコンピュータの教育利用に関する研究に従事。情報処理学会電子情報処理学会, CAI学会の会員。

土谷武士

(Takeshi TSUCHIYA)



1941年2月7日生。1965年北海道大学大学院修士課程電気工学専攻修了。北海道大学工学部電気工学科講師, 助教授を経て現在教授。制御工学, ロボット工学, パワーエレクトロニクスなどの研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本ファジィ学会, IEEEの会員。

(日本ロボット学会正会員)

松田敏彦

(Toshihiko MATSUDA)



1934年1月20日生。1956年室蘭工業大学電気工学科卒業。北海道大学工学部助手, 室蘭工業大学講師, 助教授を経て, 78年教授。工学博士。現在室蘭工業大学情報処理教育センター長。電気機器, 電動機の抑制の研究に従事。電気学会, 炭素材料学会の会員。

(日本ロボット学会正会員)