



## 低次元分数和計画問題に対する効率的なアルゴリズムに関する研究

メタデータ	言語: eng 出版者: 公開日: 2014-12-04 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 胡, 勇文 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.15118/00005122">https://doi.org/10.15118/00005122</a>

氏名 フー ヨンウエン  
胡 勇文

学位論文題目 Efficient Algorithms for Solving the Sum of Linear Ratios  
Problem with Lower Dimension  
(低次元分数和計画問題に対する効率的なアルゴリズムに関する研究)

論文審査委員 主査 准教授 渡 邊 真 也  
教授 塩 谷 浩 之  
教授 板 倉 賢 一  
東京理科大学 経営学部 経営学科  
教授 施 建 明

## 論文内容の要旨

分数和問題 (Sum Of Liner Ratios Problem, SOLR) は NP 困難な問題としてよく知られており、その応用領域の広さから数多くの応用および最適解探索のための研究がなされている。実問題における幅広い問題が SOLR として定式化することが可能であり、その多くが少数変数かつ膨大な分数比を有しているという特徴を持つ。

本論文は低次元における SOLR 問題に焦点を当てた新たな効果的アルゴリズムの提案およびその検証を行った。主な成果を以下に示す。

- 低次元 SOLR 問題を統括的に解くための 2 分岐ルールに基づく分枝限定法を提案した。具体的には、SOLR 問題を線形目的関数と 2 次および 1 次の制約を持つ 2 次計画問題へ変換し、補助変数を利用して全ての 2 次制約に対して線形緩和を行い 2 次の緩和問題を生成する。その問題に対して新たな 2 分岐ルールに基づく分枝限定法を適用する方法を考案し、先行研究手法 (Carlsson and Shi) に対する優位性の検証を行った。数値結果より、最適解に対する解精度はもちろん、CPU 時間、繰り返し回数、平均枝数などにおいても先行研究を大きく凌駕していることを明らかにした。

- 提案する分枝限定法では, 低次元 SOLR 問題を包括的に解くために新たな分岐メカニズムを採用している。本メカニズムでは, もし現在のベストを含む長方形領域が 2 つのサブ長方形領域に分割された場合, 現在の最良解が両方のサブ領域に属するような分岐を行う。数値実験では, 異なる分岐ルールを使用した場合との比較を行い変数  $p^3$  30 の場合において良好な平均 CPU 時間において解導出可能であることを示した。また,  $p$  の増加に伴い CPU 時間減少率はさらに増加することも明らかにした。
- 低次元 SOLR 問題に対して DIRECT 法の適用についても検討を行った。数値結果から高い確率 (99.99%) かつ少ない計算時間で解けることを確認することができた。

## ABSTRACT

Sum of Linear Ratios problem (SOLR), well known as an NP-hard problem, has attracted the interest of many researchers and practitioners because of its various applications and significant challenges for global optimization. A variety of problems in application domains can be appropriately formulated as the SOLR problem. Furthermore, these problems are characterized by a small number of variables and a large number of ratios.

This dissertation focuses on the SOLR problem with lower dimension, and the main contributions/conclusions are the following aspects:

- Proposed a branch and bound algorithm based on bisection branching rules to globally solve SOLR problem with lower dimension. The SOLR problem is transformed into its equivalent problem which is a kind of quadratic programming with a linear objective and quadratic and linear constraints. And all the quadratic constraints are linearly relaxed by introducing auxiliary variables. Numerical experiments were conducted to compare the performance of the developed algorithm and the algorithm proposed by Carlsson and Shi.

Furthermore, the numerical results showed that the proposed algorithm achieved superiority over the Carlsson and Shi's algorithm in CPU time, number of iterations and number of branches on average, as well as max and

min values.

- Proposed a branch and bound algorithm based on an advanced branching rules to globally solve SOLR problem with lower dimension. If a selected rectangle that contains current best solution is divided into two sub-rectangles, the advanced branching rules guarantee that the current best solution is belonged to the both two sub-rectangles.

Numerical experiments were conducted to compare the efficiency of proposed algorithm based on different branching rules, and the results showed that the average CPU time for advanced branching rules was less than it for bisection branching rules when  $p \geq 30$  ( $p$  is the number of ratio). Moreover, the decreased CPU time will be more with  $p$  growing.

- Studied the performance of DIRECT algorithms for solving SOLR problem with lower dimension and applied DIRECT algorithm to solve SOLR problem with lower dimension. The numerical results showed that DIRECT algorithm could find an optimal solution with high probability (99.99%) and few computational time for a given tolerance ( $\varepsilon = 10^{-4}$ ).

#### 論文審査結果の要旨

提出論文は、低次元分数和計画 (Sum Of Linear Ratios, SOLR) 問題に対する新たな効率的アルゴリズムの提案および数値実験を通じた有効性の検証を行っている。提案手法は、SOLR 問題を 1 次緩和問題へ変形して解くことに大きな特徴を持ち、変形後の緩和問題に対して分枝限定法を適用することにより効率よく高品質な解の導出を実現している。また、低次元 SOLR 問題に対する DIRECT 法の適用、凸計画問題の 1 種である半正定値計画 (Semidefinite Program, SDP) 問題への変換などについても検証、考察を行っており低次元 SOLR 問題に対する包括的な内容を含んだ構成となっている。

本論文において提案する手法は、SOLR 問題に対する精度の高い 1 次緩和問題への式変形に基づいており、その緩和問題に対して分枝限定法を適用することによりあらかじめ与えた許容誤差内の最適解を導出している。本手法における最大の利点は、生成した 1 次緩和問題に対する収束性の証明がなされているため、与えた許容誤差内の最適解への収束が保障されている点である。また、適用する分枝限定法では、低次元 SOLR 問題を包括的に解くために通常の 2 分割の分岐ルールとは異なる新たな分岐ルールを採用しており、通常の 2 分割の分岐ルールの場合に比べより高速な

探索を実現している。

様々な項数を持つ低次元 SOLR 問題に対する先行研究手法 (Carlsson and Shi) との比較実験において提案手法は、最適解に対する解精度、CPU 時間、繰り返し回数、平均枝数など全ての項目において先行研究手法を大きく凌駕する結果を示している。このことは、提案手法の低次元 SOLR 問題に対して提案手法が理論面だけでなく実用面においても高い有用性を有していることを示している。

また、低次元 SOLR 問題に対する DIRECT 法の適用では、少ない計算時間で一定の質を持つ解候補が高い確率で検出可能であることを数値実験により示している。このことは、提案手法における種データ作成への DIRECT 法の活用など今後につながる成果となっている。一方、SOLR 問題の SDP 問題への変換に関する理論的証明は、広く存在する凸型連続最適化問題への解法を SOLR 問題の近似解導出に利用できることを示唆しており、SOLR 問題に対する今後の新たな展開へつながる重要な成果となっている。

以上のことから、提出論文は、新規性、有用性、信頼性ともに基準を満たしており、生産情報システム工学の中でも数理最適化分野の発展に寄与するものであるといえる。よって、本論文は博士(工学)の学位論文として価値あるものと認める。

また、平成26年9月5日、公聴会にて論文内容およびそれに関連する事項について試問を行った結果、合格と判定した。