



ローゼ桁橋の応力分布に関する光弾性模型実験について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-27 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 中村, 作太郎, 番匠, 勲, 志村, 政雄 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/3152

ローゼ桁橋の応力分布に関する 光弾性模型実験について

中村作太郎・番匠 勲・志村政雄

On the Experiment of Photoelastic Models Connected with the Stress Distribution of Lohse Girder Bridge.

Sakutaro Nakamura, Isao Bansho and Masao Shimura

Abstract

We made with epoxy resin two small models (span $l=15$ cm) of a common Lohse girder and a special Lohse girder of Langer type, in which the lower chord member is horizontal in the former and cambered merely in the latter, and experimented on these models by means of Photo-Elasticity Apparatus to get the stress distribution intensity in the section of upper and lower chord members in the vicinity of its centre and the supported end of the span of those girders.

This paper treats of the experimental results of the abovementioned two models and the comparison of those experimental and theoretical values.

1. 緒 言

支間, $l=150$ mm の下弦材水平で, 上弦材と下弦材の断面の高さ, 略等しい普通型のローゼ桁と, 同支間で, 下弦材の中央に 2 mm の反りをつけた, 上弦材断面が下弦材に比し, 約 $2/3$ なる高さのランガー式ローゼ桁の二種類の模型をエポキシ樹脂で製作し, 下弦材の中央点に集中荷重, 0 kg~8.53 kg (勿論, 弾性限度以内の荷重範囲) を吊り下げ, 理研標準型光弾性実験装置¹⁾によって, その一つ一つに対する光弾性縞写真を撮影し, その応力度分布の変化状況について観察し, 種々, 考察・探究した。更にまた, 上記二種類の模型について, 等傾線の投影プロット, 主応力線の作図を行ない, 中央集中吊り荷重, 8.53 kg の場合につき, 直角座標による図式積分法の中の一方法である剪断応力差積分法²⁾によって, 断面の応力解析を行なった。そして, これから求めた断面応力度をローゼ桁の理論計算によって得た結果と比較し, 更に, 二つの模型実験間における断面応力度分布について比較吟味し, 反りのついた, ランガー式のローゼ桁は, 荷重によって, 上・下弦材に, 自然的に, 負の曲げモーメントを生ぜしめ, 断面応力の減少を齎らすことを明らかならしめた。尚, 比較に用いた断面は, 特に要点を選び, 上・下弦材の中央附近の断面と, 支点における断面の三個所にしぼった。

2. 光弾性応力解析の原理

A. 実験の原理と等色線

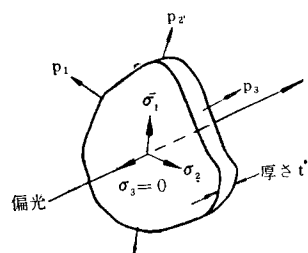
光弾性の実験法は、透明な弾性体でモデルを作り、これを偏光の場で検する方法であって、モデルが外力を受けるとその外力のために生ずる内力に相応して種々の色縞が現われる。この色縞と内力との間にはある一定の関係が存在することからして色縞を実験的に測定することによって内力分布の測定をなすことが出来るという原理に基づいたものである。この現象は、1816年に D. Brewster 氏によって発見せられて以来、E. G. Coker, A. Mesnager 氏などによって発展せられ多くの工学者に利用せられるようになり、内外の文献も沢山ある。光が電磁波の振動であることは今更ここで述べるまでもないが通常の光源から発せられる光の振動面は、光の進む方向に直角な方向において全く定まりなくあらゆる方向であると考えられている。しかし、今このような光を偏光子を通過させれば光の振動方向は、その偏光子に特有なただ一つの方に限られる。今、第1図のような最も簡単な平板の場合を考えて、その面内で荷重、 $p_1, p_2, \dots, p_n$ を加え、面内の主応力 σ_1, σ_2 を生じたものとする、第3の主応力 σ_3 は平板に垂直すなわち σ_3 方向に偏光を通過させると、複屈折によって生じた2光波の位相差が平板面内の主応力差に比例するというのが Brewster の法則である。すなわち、

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} Ch(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1)$$

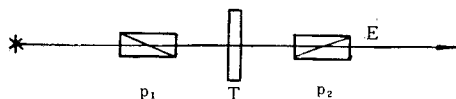
ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta: \text{複屈折された2光波の光路差} \\ \delta: \text{複屈折された2光波の位相差} \\ \lambda: \text{使用単色光の波長} \\ C: \text{材料の光弾性常数} \\ h: \text{板 厚} \\ (\sigma_1 - \sigma_2): \text{平板の面内に生じた主応力差} \end{array} \right.$$

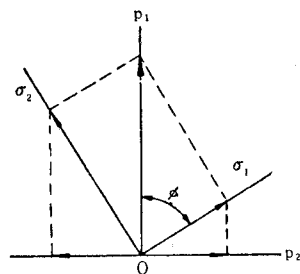
これが二次元光弾性の基礎をなす関係式である。第2図において偏光子 P_1, P_2 の軸方向を互に直交の状態に置きその間に非晶体の透明試験片 T を置いて外力を加え、生じた主応力 σ_1, σ_2 の一方の方向が P_1 の軸となす角を ϕ とすると、光源



第1図 平面応力状態にある平板に偏光の垂直入射する場合の図 ($p_1, p_2, \dots, p_n, \sigma_1, \sigma_2$ は平板の面内にある)



(a) 直交偏光子の場合



(b) (a) 図に主応力方向 σ_1, σ_2 の試片を挿入した場合の光波振動方向

第2図 直交偏光子の場に試片を挿入する場合の図

S から出た光は云うまでもなく P_1 によって OP_1 方向に振動する平面偏光となって T に入射するが、その振動方程式を $A \sin \omega t$ (A は振幅) とすればこれが T に入り、 σ_1, σ_2 方向の成分に分たれ、それぞれが T を通過した後、 δ の位相差を生ずるから、 σ_1 方向には、 $\xi = A \cos \phi \sin \omega t$ 、 σ_2 方向には、 $\eta = A \sin \phi \sin (\omega t - \delta)$ の振動となる。これが更に偏光子 P_2 に入って、それぞれ、 $A \cos \phi \sin \phi \sin \omega t$ 、 $-A \sin \phi \cos \phi \sin (\omega t - \delta)$ となり、これら二つの光の合成は、 $A \sin 2\phi \sin \delta/2$ 、従って、 P_2 を通過した後の光の強さ I は、

$$I = A^2 \sin^2 2\phi \sin^2 \delta/2 \quad (2)$$

となる。すなわち、外力を加えた試験片を直交偏光子の間に置いて見ると主応力方向と偏光子の軸となす角 ϕ が一定ならば、位相差 δ と共に光の強さが変化する。云い換えると、 $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ のとき視野は暗黒となり、 $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ のとき視野は最も明るくなる。而して、 δ は上述の (1) 式により、 $\sigma_1 - \sigma_2$ と比例するから試験片に加える力を増して δ が増すと共に視野は最初の暗黒より始まって、明、暗交互に変化することが見られる。従って視野が暗黒になる順番 (これを消光次数或は縞次数と云う) を数えることによって主応力差、 $\sigma_1 - \sigma_2$ を知ることが出来る。

第 3 図において、試験片 T の両側に四分の一波長板 Q_1, Q_2 を置く。これは普通雲母の薄板で作ったものであってこれに主面と 45° をな

す方向の振動面を持つ平面偏光を入射せしめると雲母結晶は複屈折現象³⁾ を起して、常、異常両光線に分れ、雲母板を通過せる後の両光線は、互に波の位相差を生ずるが、この位相差を丁度、



第 3 図 直交偏光子の場合に 2 枚の 1/4 波長板の加わった場合の図

使用波長の $1/4$ になるように雲母板の厚みをとってあるから両光線の合成波は、円軌道を書く所謂、円偏光となる。すなわち、振動式は、 $x' = A/\sqrt{2} \cos \omega t$ 、 $y' = A/\sqrt{2} \sin \omega t$ となる。この光が応力を生じている試験片により、 $x = A/\sqrt{2} \cos (\omega t + \delta)$ 、 $y = A/\sqrt{2} \sin \omega t$ となる。この振動の軌道は両式から ωt を消去して、 $x^2 + y^2 + 2xy \sin \delta = 1/2 A^2 \cos^2 \delta$ を得る。すなわち、試験片を出た光は、一般に、楕円偏光であって特別の場合、 $\delta = n\pi$ のとき円偏光となり、 $\delta = (2n+1)\pi/2$ のとき平面偏光となる。これを第 2 の四分の一波長板 Q_2 によって再び二直交方向の平面偏光となし、第 2 の偏光子 P_2 によって、 $\sigma_1 - \sigma_2$ の値を分析し得るのである。つまり、一組の四分の一波長板を加えることによって (2) 式の $\sin^2 2\phi$ の項は 1 となり、視野の明るさは主応力の方向に無関係で主応力差 $\sigma_1 - \sigma_2$ のみによって定まることになる。これは現象としては、稍複雑であるが、 P_1 から出た平面偏光が Q_1 によって互に直角方向の振動面を持つ二つの平面偏光となり、それぞれが試験片 T に入って、更に、二直交方向の 4 つの平面偏光に分れる。次にこれが Q_2 によって 8 つの平面偏光となり、これ等が最後の偏光子 P_2 によって同一平面に振動する

偏光に整理され、これに位相差 δ を考慮に入れると、結局、

$$I = A^2 \sin^2 \delta/2 \quad (3)$$

が得られる結果となる。以上は、使用光線として単色光を用いた場合であるが、若し白色光を用いると、(2)式の I は各波長の光について加え合せたもの、 $I = \sum A^2 \sin^2 \delta/2$ となるべきである。而して、(1)式で分るように、位相差は光波長入に逆比例するから消光の状態は光波長によって異り、例えば黄色が丁度消光するとすれば視野は略白色より黄色光を除いた残りの色となり、順次長い波長の光が消光すると共に視野は黄、橙、赤、紫、青緑、緑黄……の如く変化する。すなわち、色によって主応力差を知り得るわけである。試験片に現われる色の縞は、このようにして生ずるのであって、各色の形作る曲線は、それぞれ主応力差 $\sigma_1 - \sigma_2$ の等高線をなしているものである。この縞を等色線と称している。もっとも、最近では、光弾性感度の高い材料を用いる関係上、白色光でなく、単色光を用いるのであるが、便宜上矢張り、等色線と称する。実際には、 σ_1 , σ_2 のそれぞれの値を求めることが必要な場合もあるが、平面応力で、最大剪断応力 τ_m は、 $\tau_m = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ で与えられ、且、普通構造物に使用する鋼などは、 τ_m が最大の点から破損すると云われているから（最大剪断応力説）若しそうだとすれば、上述の等色線は、 $\sigma_1 - \sigma_2$ の等高線であると共にまた最大剪断応力の等高線を示しているということになる。（等色線の例は、第13図、第14図参照）

B. 等傾線と主応線の性質とその求め方

i. 等 傾 線

偏光子と検光子を直交し、2枚の1/4波長板を除いた平面偏光器の中に試験片を挿入してこれに応力を与えると、 $\sin 2\phi = 0$ すなわち、 $\phi = 0$ または、 $\pi/2$ の所、いい換えると直交偏光子の主面が試験片の主応力軸に一致する所には使用光の波長如何にかかわらず暗点を生じ、その点が連なって等傾線を生ずる。等傾線を求めるには、白色光源を用い、四分の一波長板を除き、二個の偏光子を直交の状態に置き、その時現れる試験片上の黒線を写真に撮るか或は、鉛筆で写し取る。この黒線は、 $I = A^2 \sin^2 2\phi \sin^2 \delta/2$ において位相差 δ の値の如何にかかわらず、 $I = 0$ の場合すなわち、偏光子の軸と主応力方向となす角 ϕ が零である場合に相当すること明かである。勿論、 $\phi = 0$ のみならず、 $\delta = 2n\pi$ に相当する点においても光の強さ I は零となることが考えられるが、それは単色光を使用する場合であって、白色光を用いると、 $\delta = 0$ の個所を除き、縞は各種の色を帯びて現れるから、等傾線と干涉による縞とは容易に区別出来る。もっとも、等傾曲線を写真撮影する場合には両者を識別するよう適当な乾板を用いる必要がある。試験片を荷重したまま、直交偏光子に対し、 $5^\circ \sim 10^\circ$ 隔きに順次回転してそれぞれの角度に相当する等傾線を記録するわけであるが、試験片を回転することは厄介であるから、二個の偏光子を試験片に対して回転する。この際、回転の方向が写真レンズ側から見て時計の針の方向であ

るかまた反時計針方向であるかを明示しておく必要がある。今、等傾線を求める上の解析的な性質^{2,4,5)}を述べると、

a) 試験片の直線形自由境界では主応力の方向が一定であるから、この境界線は1本の等傾線を形成する。

b) 各等傾線は両主応力の値の等しい点すなわち、零点を除いては相互に交切することはない。

c) 等傾線は自由境界の接線が等傾線の指示する主応力軸の方向に平行する点においてのみ自由境界線に交わる。但し、例外として境界線上の応力零の点には全ての等傾線が集まる。

d) 全ての等傾線は、零点において交わる。零点では両主応力が相等しいので、特に定まった主応力軸の方向を定義することが出来ない。

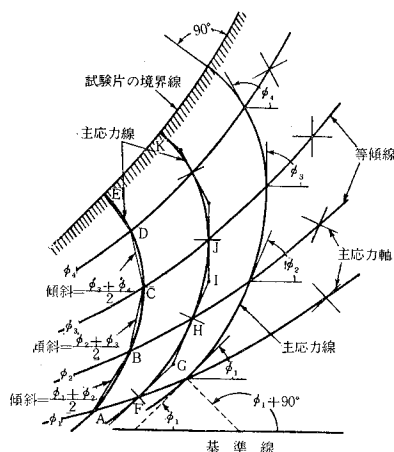
e) 試験片の形状および荷重両方に関しての対称軸は1本の等傾線を形成する。

更に、等傾線を求める上において特に必要だと思われる事項を纏めて見ると次の如くである。

等傾線用の試験片材料として、光弾性感度低く、初応力少なく、ヤング率の大なるものがよい。すなわち、エポキシ樹脂、フェノライトよりセルロイドがよく、セルロイドより、ガラス、アクリル酸樹脂(プレキシ・ガラス)が最もよいとされている。等傾線を投影するには、白色光源を用いて試験片の照明を強くし、荷重の大きさに注意する必要がある。余り大きな外力を加えて高次の色縞を現わすことは黒縞を不鮮明ならしめる。しかし、余り荷重が小さいと極く僅かの初応力の影響が黒線の位置に影響するからこの点を考えに入れて荷重する必要がある。すなわち、荷重の変化によって黒線の位置が殆んど移動しない所まで荷重を増す必要がある。それから、不注意なる荷重のかけ方によって試験片の面が変位を起した場合は、黒線は不明瞭となるかまたは正しい位置より移動するから出来るだけ厳密に平面応力となす必要がある。側定は数回繰返して正確を期し、映像の倍率は出来るだけ大にする方がよい。映像は衝立の上にトレーシングペーパーを張ってこれに描くと便利がよい。

ii. 主応力線¹⁻⁵⁾

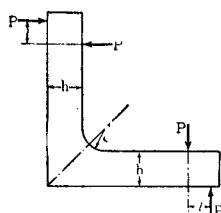
上述せる等傾線だけではこれを一見して主応力の方向を諒解するには不便であり、また後述の各主応力の値を求める場合にもそれだけでは不足である。そこで、次には主応力の方向が図から一看して解るように、恰かも流線と流速の関係の如く主応力が常に一つの曲線の接線の方向に作用するような曲線を考える。このように曲線上の各点の接線がその点の二つの主応力の方向を与える曲線を主応力線という。任意の1点を通る主応力線は2本あって互に直交し、試験片内の各点を通る主応力線は集まって互に直交する2組の曲線群を構成し、試験片の全面を覆う直交曲線網を作る。主応力線は、等傾線から次のようにして図式的に求めることが出来る。第4図において曲線 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots$ を図の最下に示した基準線に対して偏光子の主面すなわち



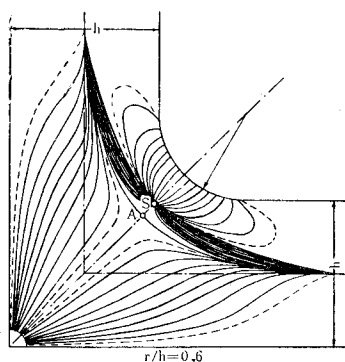
第4図 等傾線と主応力線の関係図

主応力軸が、適当な角間隔を置いて角 $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \dots$ だけ傾く場合の等傾線とし、その上に記した十字線の印は各等傾線が指定する主応力軸の方向を示すものとする。従って、所要の主応力線は、 AE, FK 曲線のように、これらすべての等傾線をその上の十字線に平行に切るものでなければならない。それを規則的に求めるには、例えば、第一の等傾線 ϕ_1 上の A 点からその傾角 ϕ_1 と次の等傾線 ϕ_2 の傾角 ϕ_2 との平均値すなわち、 $(\phi_1 + \phi_2)/2$ の傾きを持つ直線 AB を引き、第二の等傾線 ϕ_2 と B 点で交わらせ、更に B 点から次の ϕ_3 との平均傾角 $(\phi_2 + \phi_3)/2$ の直線を引いて ϕ_3 曲線と C 点で交わらせる。以下同様にして屈折線 $ABCDE$ を

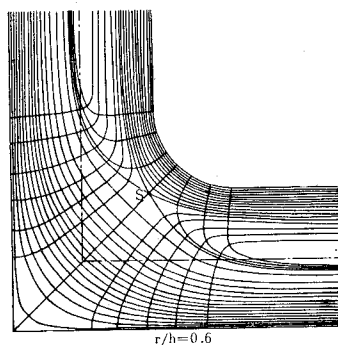
引き、それ等 $A, B, C \dots$ 点を通る曲線を描けばよい。または $FGH \dots K$ 線の所に示したように、 ϕ_1 曲線上の F 点を通り傾角 ϕ_1 の方向線を引き、それが、 ϕ_1, ϕ_2 両等傾線の間の略中間の点 G に行なってから次に傾角 ϕ_2 の方向線 GH を描いて等傾線 ϕ_2 と H 点で交わらせ、更にこの方向線を延長してそれが ϕ_2, ϕ_3 両等傾線の間の略中間の点 I に達してから、次の ϕ_3 方向に方向線を描く。このような屈折線 $FGHI \dots K$ と各等傾線との交点 $F, G, H \dots$ において屈折線に接する曲線を描いても近似的に所要の主応力線を得る。等傾線図が比較的密に描いてあればこれらの方法で充分正確な主応力線が得られるものである。これから分るように主応力線は全ての点で等傾線を指定の方向に切り、自由境界に直交し、2組の主応力線はどこでも直



(a) 荷重方法



(b) 等傾線 (S: 零点)



(c) 主応力線 (S: 零点)

第5図 直角等辺山形板の単純曲げの図

交して直交曲線網を構成する。第5図は直角等辺形板に(a)に示すような荷重方法によって単純曲げを与えるとき得られる等傾線(b)およびそれから図式に解いて得た、主応力線(c)を示したものである。等傾線から主応力線を描く際に時々主応力方向の不定な点或は主応力方向が急激に変化する点に出逢わし、主応力線を描くのに困難を生ずることがある。例えば、第5図の(b), (c)におけるS点がこれである。このように主応力方向の不定な点を特異点^{2,4)}という。第6図に示すように、ある xy 軸に関する平面応力の3成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ が与えられたとき、両主応力 σ_1, σ_2 が x 軸となす角 θ_1, θ_2 は、

$$\tan 2\theta = 2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y) \quad (4)$$

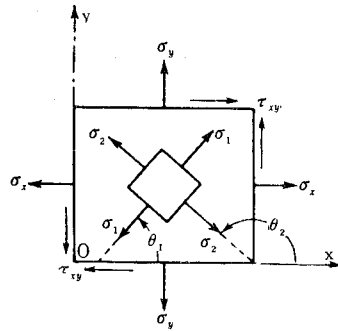
の関係を満足するが、この式で、**a)** $(\sigma_x - \sigma_y)$ および τ_{xy} が共に零になる点、**b)** $(\sigma_x - \sigma_y), \tau_{xy}$ の両方またはいずれか一つが無限大になる点、**c)** $(\sigma_x - \sigma_y), \tau_{xy}$ のいずれかが不連続となる点、では明かに主応力方向 θ は不定となる。**a)**は両主応力が等しくなる点すなわち $\sigma_1 = \sigma_2$ の点であって、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ の値に比例する光弾性効果が零となる点であるから、これを零点という。一般にこの点は等色線図上では単独の暗点となって現われ、等傾線はこの零点に放射状に集まることが多い。第5図のS点はこれである。場合によっては零点が連なっているいわゆる零線を生ずることもある。**b)**は集中荷重の作用点または鋭角の切欠底における応力集中点などがこれに相当するものでこれを極ということがある。この点には、等傾線が放射状に集まると共に等色線も輪状に密集する。**c)**は、分布荷重の不連続な点に現われるもので、これを不連続点ということがある。等傾線はこの点にも集中する性質がある。**b), c)**の特異点は与えた荷重の状況により当然現われるべきことが予想されるものであるが、**a)**の特異点すなわち、零点は思いがけない所に現われてまごつくことがしばしばある。

C. 主応力決定の図式計算法

光弾性実験によって得た等傾線および等色線の測定値と、これに平面応力問題における平衡方程式を補助に用い、図式積分法によって各主応力の単独値を求める方法があるが、以下その中の一つである剪断応力差積分法^{2,4)}について述べる。

平面応力問題における応力の平衡方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$



第6図 xy 軸に関する
平面応力の図

である。ここに、 σ_x, σ_y は、 x 面、 y 面に働く垂直応力、 τ_{xy} は x 面、 y 面に働く剪断応力であり、 X, Y は、 x 軸、 y 軸方向に働く単位体積当りの体積力である。(第7図参照)

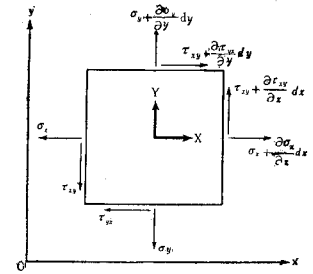
但し、重力や遠心力を主体に扱う問題以外の普通の場合には、 $X=Y=0$ と置いてよい。従って(5)式を積分すると、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= (\sigma_x)_0 - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx \\ \sigma_y &= (\sigma_y)_0 - \int_{y_0}^y \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。但し、 $(\sigma_x)_0, (\sigma_y)_0$ は積分の基準点 O (多くは境界上にとる) における σ_x, σ_y の値であつて、これらは測定により既知とする。また、右辺第2項内の τ_{xy} は、

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta \quad (7)$$

によって与えられるが、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ は等色線から求められ、 θ は x 軸と主応力 σ_1 の方向との間の角であつて、その値は等傾線によって求められるから、結局、 τ_{xy} は試験片の全ての点における値が光弾性実験による等傾線と等色線だけから容易に算出される。但し、その方向または、符号には注意を要する。理論的にその符号を定める方法もあるが、普通それは荷重状況から容易に判断され、零点を通ると符号が変わる。さて、(6)式の $\partial \tau_{xy} / \partial y$ は、第8図におい



第7図 平面応力の平衡に関する図

て x 軸上の任意点 i を通る所の y 軸への平行線 BC 上において、 τ_{xy} の分布を求めれば、 $\tau_{xy} = f(y)$ の曲線の i 点における切線の傾斜として与えられる。そして B, C 点を i 点に充分近くとれば、

$$\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right)_i \doteq \frac{(\tau_{xy})_B - (\tau_{xy})_C}{\Delta y} = \left(\frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \right)_i \quad (8)$$

と書けるから、(6)式の積分形は、次の和の形に改められる。

$$(\sigma_x)_j = (\sigma_x)_0 - \sum_0^j \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \cdot \Delta x \quad (9)$$

但し、 j は x 軸上 O 点から $x = \sum \Delta x$ の距離にある任意の点である。尚、図式計算の便宜上、 $\Delta x = \Delta y$ にとると、(9)式は、

$$(\sigma_x)_j = (\sigma_x)_0 - \sum_0^j \Delta \tau_{xy} \quad (10)$$

となる。そこで、所要の j 点における主応力値を決定するためには、

- i. まず、試験片の拡大図を描き、境界線上に原点を置き、 j 点を通って x 軸を引き、そ

の全長を、10~20 に等分して Δx とする。

ii. 次にその上下 $\Delta y/2 = \Delta x/2$ の距離において x 軸に平行に $B'B''$ および $C'C''$ 線を引き、同じく Δx で等分する。

iii. 等色線および等傾線がこれら $B'B''$ および $C'C''$ 線と交わる点を求め、各線上において縞次数 n および主応力傾角 θ の座標 x に対する分布曲線を描く。

iv. それを用いて、 $B'B''$ および $C'C''$ 線上の各分割点における $\sigma_1 - \sigma_2 = nS/d$ (S はフリンジ応力、 d は板厚) および θ を求め、(7)式によって τ_{xy} を計算し、 τ_{xy} の x 座標に対する分布図を描く。

v. それより各分割点間の中点における $\Delta\tau_{xy}$ ($B'B''$ 線上の τ_{xy} と $C'C''$ 線上の τ_{xy} との差) を求める。または、左右両分割点における $\Delta\tau_{xy}$ の平均値をとってこれを、その中点における $\Delta\tau_{xy}$ としてもよく、また、初めから各分割点間の中点において、 τ_{xy} を求め、 $\Delta\tau_{xy}$ を計算すれば、 τ_{xy} の分布図を描く必要はない。

vi. この $\Delta\tau_{xy}$ を (9) 式に用いれば、 x 軸上の各分割点における σ_x の値が定まり、 σ_x の分布図が得られる。

vii. 第8図の2本の τ_{xy} 曲線に囲まれた DEI の面積は、点 O から点1に至る第一の区間における $\sum \Delta\tau_{xy} \cdot \Delta x$ を表わすから、これを Δx で割った値を、(10)式の $\sum \Delta\tau_{xy}$ に用いれば、更に正確な点1における、 σ_x の値を得る。更に、それに、{面積 $(EFJI)/\Delta x$ } を加えれば、分割点2における正確な σ_x の値を得る。

viii. 同じ x 軸上の σ_y の値は、

$$\sigma_y = \sigma_x - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \quad (11)$$

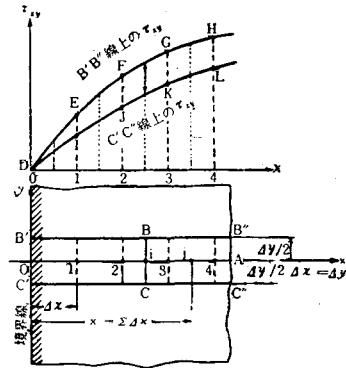
の関係式に、上に求めた σ_x および実験により既知の $(\sigma_1 - \sigma_2)$ および θ の値を代入して計算される。

ix. かくて、 σ_x , σ_y の分布を得た上は、

$$p = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y \quad (12)$$

の関係により、主応力和、 $p = \sigma_1 + \sigma_2$ を求め、これと既知の主応力差、 $q = \sigma_1 - \sigma_2$ の値とから、 $\sigma_1 = (p+q)/2$, $\sigma_2 = (p-q)/2$ によって、両主応力の単独値が算出される。 y 軸に平行な直線上における σ_1 , σ_2 の分布も全く同様にして求められる。

ローゼ桁の応力解析は、以上の原理に基づいて行なった。その結果については後述する。



第8図 剪断応力差積分法に関する図

3. 模 型 実 験

A. 実 験 装 置

光弾性模型実験に用いた装置は、第9図の如き、理研製標準型光弾性実験装置であり、その光学系¹⁾について説明すれば、次の如くである。

第10図において、

S: 光源、普通超高压水銀灯または長岡式常圧水銀灯 (U 字管) を用いるが、水銀スペクトルには、紅、黄、緑、青等に、5, 6 本輝線があり、単色フィルタ **F** で $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ の緑色光を取出し単色光として使う。等傾線を求めるために白色光源として 200 W 程度の小型映写機の電球をも用意する。

C₁, C₂: コンデンサ・レンズ、直径 10 cm、焦点距離 15 cm 程度。

F: 単色フィルタ

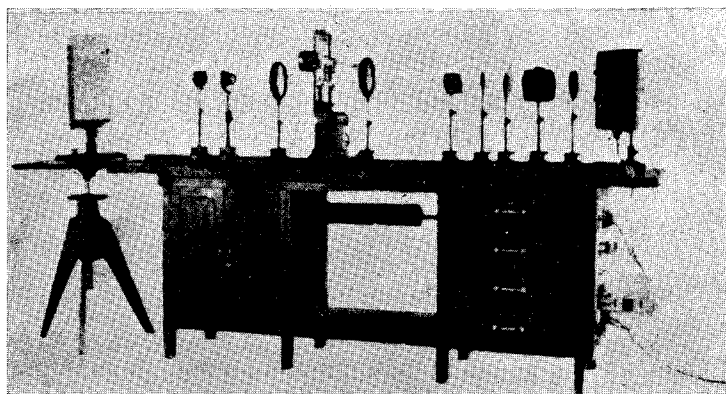
P₁, P₂: 偏光板、口径 5 cm 程度。

Q₁, Q₂: 1/4 波長板、光源の波長に合わせて作る。普通 $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ 用

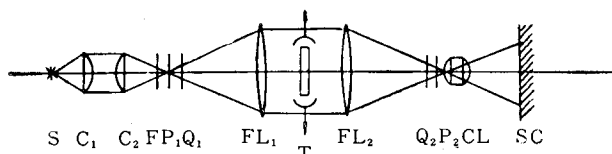
FL₁, FL₂: 2 枚のフィールド・レンズ (視野レンズ)、焦点距離約 50~60 cm、直径 15 cm 程度。

T: 光弾性材料の試験片と負荷装置。

CL: 写真レンズ、キャビネまたは手札判で焦点距離 210~300 mm 位、焦点距離 f は 4.5 程度、口径はある程度大きい方がよい結果が得られる。



第9図 理研製標準型光弾性実験装置の図



第10図 標準型光弾性実験装置の光学系の図

SC: スクリーンまたは暗函カメラのピント面。

この光学系は、照明系と投影系の2系統を重ね合わせることを十分考慮して設計すべきである。 FL_1 までが照明系、 FL_2 から後が投影系になる。

B. 模型材料

光弾性実験は透明等方体が応力を受けた場合に生ずる光弾性効果を利用して所要の応力を測定せんとするものであるから、それに使用される模型試験片の材料としては、その目的を容易且正確に達成し得るために次のような諸特性を有することを要求される。

- i. 無色で透明度の高いこと。
- ii. 光弾性感度の高いこと、すなわち、応力による両偏光間の位相差が大きいこと。
- iii. 加工性の良いこと、すなわち、原材料から容易に希望の形の試験片を工作し得ること。
- iv. Hook の法則に従う正比例の弾性を有すること。
- v. 弾性係数が大で応力による変形が少ないこと。
- vi. 弾性限度および引張強さが高くて広範囲の応力を加え得ること。
- vii. 応力と弾性効果とが正比例することすなわち、光弾性係数が繰り回しの大小にかかわらず一定で、繰り回数と主応力差が比例すること。
- viii. 機械的および光学的クリープの影響が少ないこと。
- ix. 初応力または残留応力の少ないこと。若し入った場合には熱処理により容易に除去し得ること。
- x. 時効のために生ずる縁応力の少ないこと。例え、縁応力が入っても熱処理または加工によって容易に除去し得ること。
- xi. 完全に等質等方の材料が大量に得られ、必要な形状寸法の試験片を自由に作り得ること。
- xii. 安価であること。

等である。ガラス、セルロイド、市販の各種合成樹脂等、多くの透明な等質等方性物質は大抵、多少共、光弾性効果を示すもので上記の各種条件を完全に満足するものは少ない。

本実験においては、エポキシ樹脂を用いて模型を作成した。エポキシ樹脂は最近の凍結用光弾性材料に対する諸要求を最も良く満すものとして、我国の理化学研究において見出されたポリ附加系の樹脂であるが常温用光弾性材料としても非常によい性質をもっている。エポキシ樹脂は、プレポリマー（石炭酸とアセトンの酸触媒反応によるジフェニロールプロパンとエピクロロヒドリンの化合物）100 g と無水フタル酸 30 g および硬化剤を均一の液体として鋳型に注入し、 $130^{\circ}\text{C} \times 1$ 時間および $(115 \sim 120^{\circ}\text{C}) \times 18$ 時間の加熱により固形化してから、 $120 \sim 130^{\circ}\text{C}$ で数時間焼鈍して仕上げたものである。エポキシ樹脂は、一応、時間縁応力を除く方法^{1,2)}が見出されているため、非常に便利である。しかし、模型作成後なるべく速かに等色線の撮影、

等傾線のトレースを行なえば、模型に時間繰応力が入ることなく、非常に能率的である。次に、エポキシ樹脂の物理的諸数値をあげれば、第1表の如くなる。

第1表 エポキシ樹脂の諸数値

種 別	ヤング率 (kg/cm ²)	光弾性感度 (mm/kg)	フリング応力 (kg/mm)	光弾性係数
常 温	300	0.94	1.13	51
高 温	1.56	40.5	0.0247	—

C. 模型の作成

i. 試験片の加工法

先ず、所要の形を板面上にけがきし、2~3mmの仕上代を残して鋸で切り抜く、鋸には、主として、糸鋸を用いた。樹脂材料は、一般に木材より硬いので案外速く磨滅し、それを無理して用いると試験片に加工歪の入る恐れがあるから、絶えず刃先を低いで切り味をよくする必要がある。試験板の表面にいささかでも傷があると光が屈折により乱されて傷はそのまま写真上に現われ、また、傷のために等色線や等傾線が歪むことさえあるから、試験片の両表面は完全に平滑に仕上げて置く必要がある。また、試験片にやすりをかける場合、強い力を与えたり、振動を与えたりすると、内部歪が入るので、やすりをかける場合は、静かにゆっくりと研磨する必要がある。

ii. 模型の寸法

模型の寸法は、第11図および第12図の如くであり、二種類とする。すなわち、模型I(第11図)は、下弦材が水平なもので、模型II(第12図)は、下弦材に若干の反り(中央で $\eta=2\text{mm}$)

第2表 上弦材、下弦材、垂直材の断面平均高さ

種 別	上 弦 材 (mm)	下 弦 材 (mm)	垂 直 材 (mm)
模 型 I	4.85	5.00	1.98
模 型 II	4.42	6.47	2.18

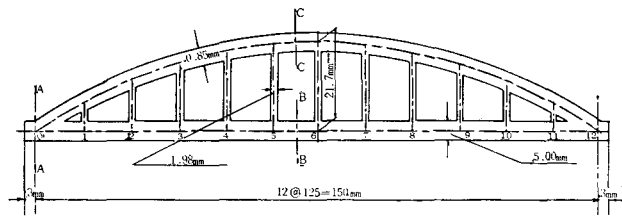
第3表 模型I 或は II における各部材の長さ

k	x (cm)	上 弦 材 (cm)	下 弦 材 (cm)	垂 直 材 (cm)
1	1.25	1.392	1.50	0.663
2	2.50	1.340	"	1.206
3	3.75	1.295	"	1.628
4	5.00	1.260	"	1.930
5	6.25	1.238	"	2.110
6	7.50	1.226	"	2.17

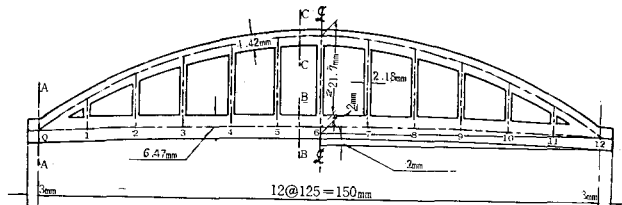
のついたものである。

支間 $l=150$ mm, 拱矢 $f=21.7$ mm, 上弦材の曲線は拋物線とする。

今, 各部材の断面平均高さ, 中立軸線間の部材長を示せば, 第2表, 第3表の通りになる。尚, 模型の平均幅は, I, II とも, 5.95 mm であった。



第 11 図 模型 I の一般側面寸法図



第 12 図 模型 II の一般側面寸法図

iii. 模型の初応力除去

電気乾燥器の中にガラス板をおき, その上に試験片を横においた。これは, 試験片の変曲を除くためである。次に, 乾燥器の温度を 125°C まで上げ, そのまま 40 分間放置した。それから, 1 時間に 5°C ずつ徐々に下げて行き, 85°C まで降下させた。それから徐々に, 室温まで放置しておいて, ゆっくり, 乾燥器から模型を引出した。これによって, エポキシ樹脂の模型から時間縁効果によって生じた内部初応力を除くことに成功した。

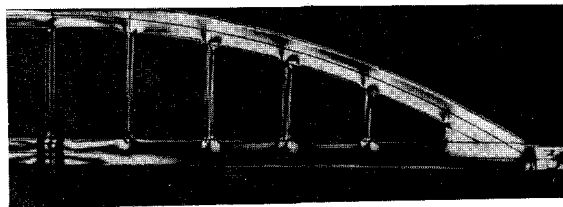
D. 実験の経過

i. 載荷試験

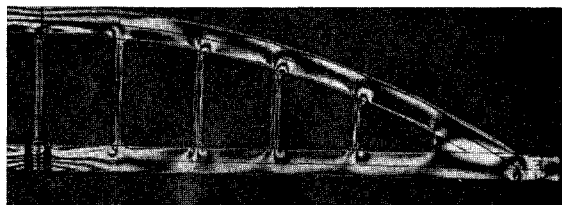
ローゼ桁模型の下弦材中央に, 天蚕糸によって錘を吊す方法をとった。この際, 錘り台の重量 0.53 kg で, 載荷に用いた荷重は, 錘り台の重量の他に, 2.0 kg, 4.0 kg, 6.0 kg, 8.0 kg の錘りを, 次々に静かに, かけ, 試験片に振れが入らないように注意した。振れが入ると, 異なった次数の縞が連結したり, 0 次が消えたりするからである。また, 光学系については, 常に, 平行光線が試験片の面を垂直に通るように調整し, 試験片の厚さによる視差のために, 試験片の縁が厚く撮影され, そのため縞が隠されて見掛上縞次数が下って出るのを防止するよう注意した。荷重の範囲は, 材料の弾性限度を超えることのないように, 予め, 他の試験片によって, 破壊試験を試み, その最大載荷荷重を 10 kg と決定した次第である。

ii. 等色線縞写真の撮影

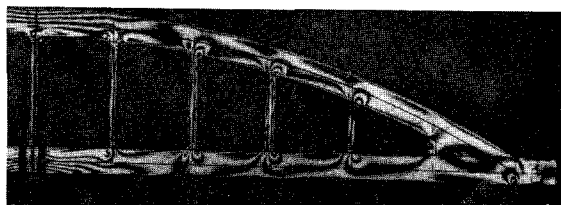
光弾性実験による応力測定では、コントラストの良い鮮明な光弾性縞を記録するための写真技術が結果の精度に多分に影響する。撮影方法としては、最初、アサヒペンタックスカメラによって、フィルムにミニコピーを使用し、種々試みたがよい結果が得られなかったので、暗箱カメラによって、乾板による撮影を試みた。その結果、漸く成功した。その撮影状況を述べると、乾板は、パンクロプロセス、しぼりは開放で、露出時間は、3秒を記録した。光源は、水銀燈光源による緑色光線 ($\lambda=5461 \text{ \AA}$) を用いた。結局、撮影の露出時間は乾板の感度、光源、フィルターレンズ、その他の諸条件によって変わるものであるから、与えられた装置について予め数回試写し、最も適当なる露出時間を決めるようにすることが肝要である。等色線の写真を示せば、第13図、第14図の如くなる。



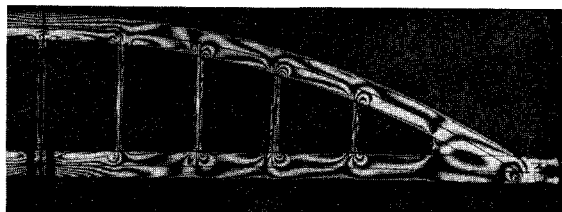
a) 荷重 2.53 kg



b) 荷重 4.53 kg

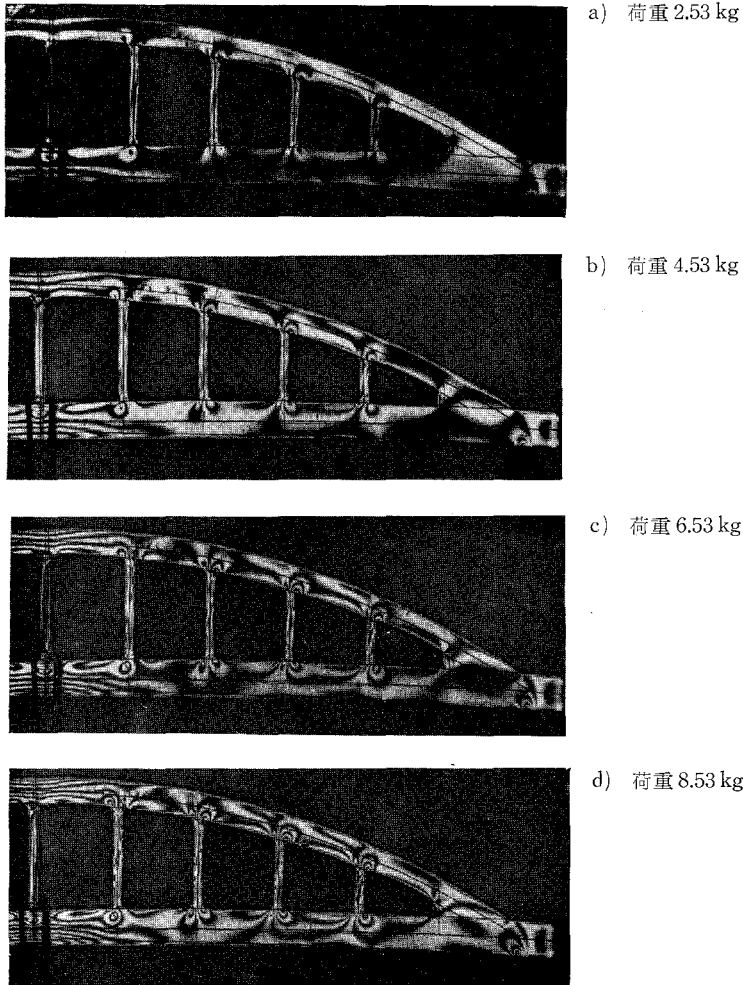


c) 荷重 6.53 kg



d) 荷重 8.53 kg

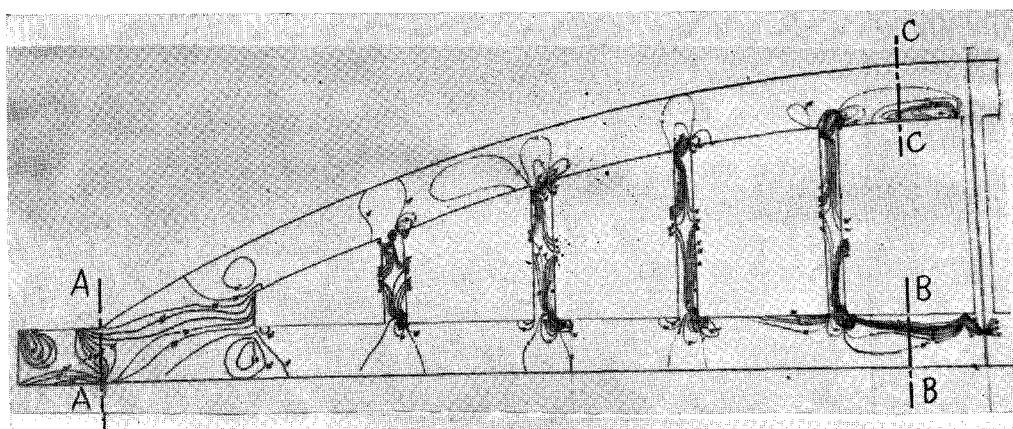
第13図 模型Iの等色線縞写真の図



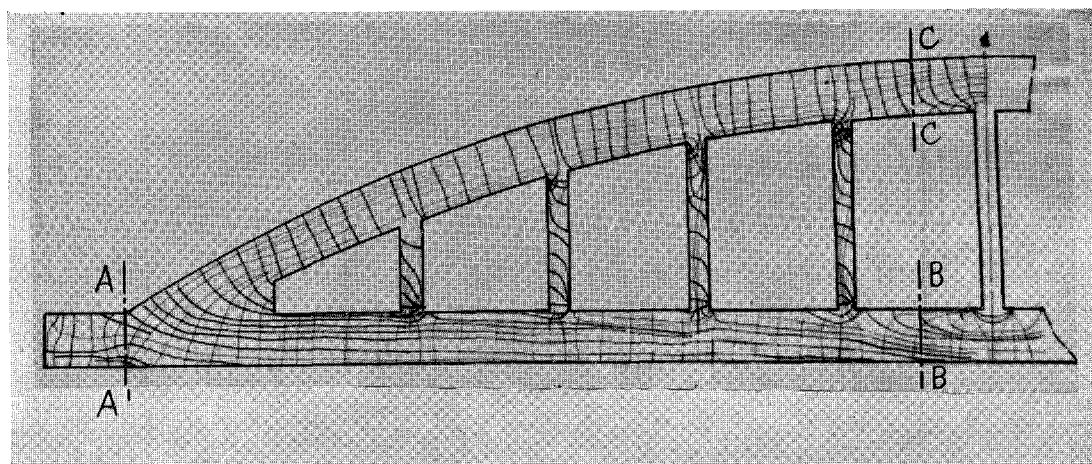
第 14 図 模型 II の等色線縞写真の図

iii. 等傾線および主応力線

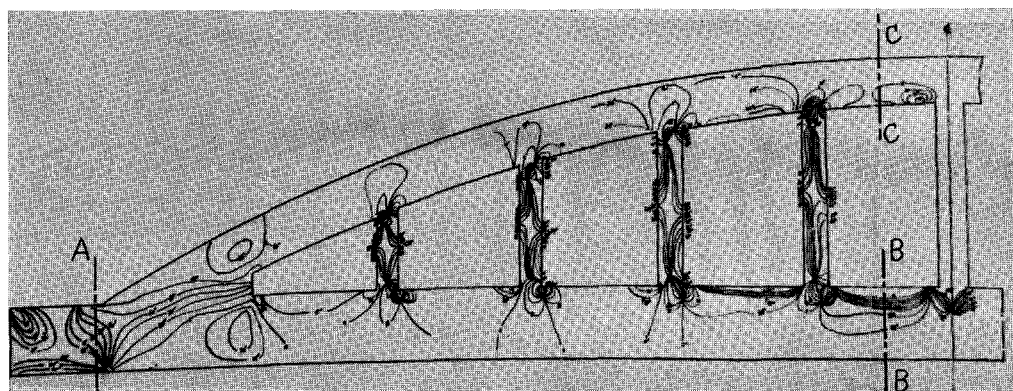
等傾線をとるには、 $1/4$ 波長板、 Q_1 、 Q_2 を除いて直交の偏光板 P_1 、 P_2 のみとし、光源には白色灯を用いた。模型は、等色線に用いたものをそのまま使用し、スクリーンにトレーシングペーパーをとめ投影レンズにて図を拡大してトレースする方法をとった。 $5^\circ \sim 10^\circ$ おきに、 P_1 、 P_2 の両者を (P_1 、 P_2 直交の状態) 回転しては、記録した。等傾線は、等色線に比べ、一般にかなり不明瞭だが、注意深く最も濃度の大きいところをとらえ、数回トレースを繰返すことによって求めることが出来た。主応力線は、等傾線より、応力解析の原理の所で述べたようにして、注意深く、丁寧に描いた。模型 I と II のそれぞれについて等傾線と主応力線を掲載すれば、第 15 図～第 18 図の如くなる。



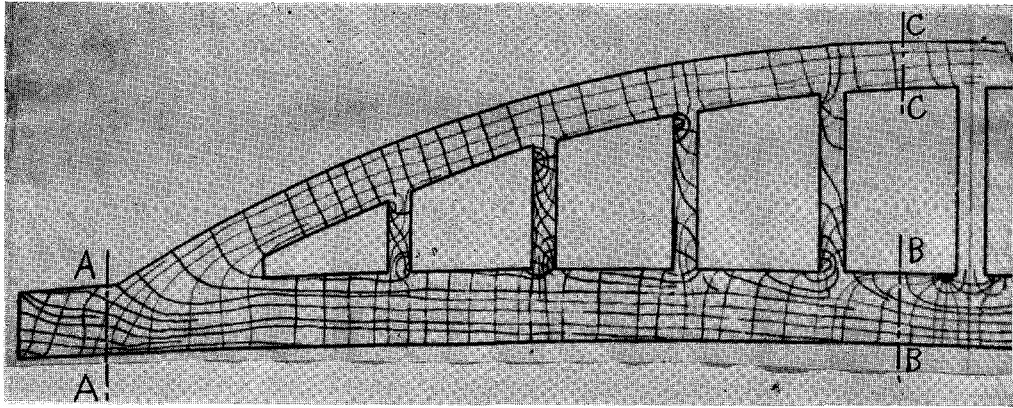
第 15 図 模型 I の等傾線図



第 16 図 模型 I の主応力線図



第 17 図 模型 II の等傾線図



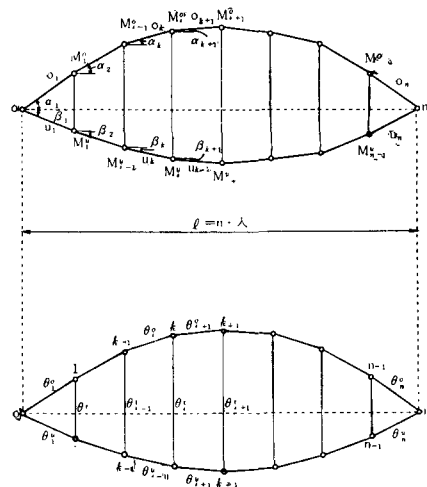
第 18 図 模型 II の主応力線図

4. 理論計算と実験の応力解析

A. 理論計算

第 19 図のような一般的なローゼ桁橋において、計算に用いる記号を示すと次の如くである。

λ : 格間長, n : 格間数, l : 支間長, o_k : k 番目の格間における上弦材の長さ, u_k : k 番目の格間における下弦材の長さ, h_k : 格点 k における吊材の長さ, a_k : k 番目の格間における上弦材が $0 \sim n$ となす角, β_k : k 番目の格間における下弦材が $0 \sim n$ となす角, Δo_k : k 番目の格間における上弦材の変形, Δu_k : k 番目の格間における下弦材の変形, θ_k^o : k 番目の格間における上弦材の廻転角, θ_k^u : k 番目の格間における下弦材の廻転角, θ_k^h : 格点 k における吊橋の廻転角, F_k^o : k 番目の格間における上弦材の断面積, F_k^u : k 番目の格間における下弦材の断面積, J_k^o : k 番目の格間における上弦材の断面二次モーメント, J_k^u : k 番目の格間における下弦材の断面二次モーメント, J_o : 任意に選択せられたる一定の断面二次モーメント, H : 水平推力, M_k^o : 格点 k において上弦材に働く曲げモーメント, M_k^u : 格点 k において下弦材に働く曲げモーメント, O_k : k 番目の格間における上弦材に働く軸方向力, U_k : k 番目の格間における下弦材に働く軸方向力, Z_k : 格点 k における吊材に働く軸方向力, Q_k^o : k 番目の格間における上弦材に働く剪断力, Q_k^u : k 番目の格間における下弦材に働く剪断力, $\mathfrak{M}_k$: 格点 k における単純梁としての曲げモーメント, m_k : 格点 k より左側にある総ての吊材の軸方向力が k 点の周りに起すモーメント。



第 19 図 一般的ローゼ桁橋側面図

今、第 19 図を参照し、下弦材を水平とし、支間 $l=150$ mm, 拱矢 $f=21.7$ mm のローゼ桁の模型 I (第 11 図の寸法参照) において、支間の中央、6 格点に集中荷重 $P=8.53$ kg が載荷されたとして計算を試みた。上弦材の長さは、

$$o_k = \{\lambda^2 + (h_k - h_{k-1})^2\}^{1/2} \quad (13)$$

上弦材の傾斜角は、 a_k とすれば、 $\tan a_k = (h_k - h_{k-1})/\lambda$, $\sin a_k = (h_k - h_{k-1})/o_k$, $\cos a_k = \lambda/o_k$, $\sec a_k = o_k/\lambda$, 下弦材の部材長は、格間長 λ に等しい。また、下弦材の傾斜角は、零であるから、 $\tan \beta_k = 0$, $\sin \beta_k = 0$, $\cos \beta_k = 1$, $\sec \beta_k = 1$,

模型 I における計算に必要な諸数値を示せば、 $F^0 = 0.2885$ cm², $F^u = 0.298$ cm², $J^0 = 0.00566$ cm⁴, $J^u = 0.00620$ cm⁴, $J_c = J^u$ に選べば、 $J_c/J^0 = 1.095$ になり、 $o'_k = J_c/J^0 \cdot o_k = 1.095 o_k$, $u'_k = (J_c/J^u) u_k = u_k$ にて与えられるから、これらの式を用いて、 o'_k , u'_k を計算し、ローゼ桁の解式^{6,7)}における係数を求めるのに用いる。

ローゼ桁理論の最後の決定式を掲載すれば次の通りになる。

$$M_k^u = -M_k^0 - H \cdot h_k + \mathfrak{M}_k \quad (14)$$

この式を、 M^u , M^0 を共に含む一般式に代入し、 M^u を消去すれば、(15) の如くなる。

$$M_{k-1}^0(o'_k + u'_k) + 2 \cdot M_k^0(o'_k + u'_k + o'_{k+1} + u'_{k+1}) + M_{k+1}^0(o'_{k+1} + u'_{k+1}) + H\{u'_k \cdot (h_{k-1} + 2h_k) + u'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})\} - \gamma_k = \mathfrak{M}_{k-1} \cdot u'_k + 2\mathfrak{M}_k \cdot (u'_k + u'_{k+1}) + \mathfrak{M}_{k+1} \cdot u'_{k+1} \quad (15)$$

$$\gamma_k = 6H \left\{ -\frac{J_c}{F_k^0} \tan a_k \cdot \sec a_k + \frac{J_c}{F_{k+1}^0} \tan a_{k-1} \cdot \sec a_{k+1} + \frac{J_c}{F_k^u} \tan \beta_k \cdot \sec \beta_k - \frac{J_c}{F_{k+1}^u} \tan \beta_{k+1} \cdot \sec \beta_{k+1} \right\} \quad (16)$$

故に (15) は次の如くなる。

$$M_{k-1}^0(o'_k + u'_k) + 2M_k^0(o'_k + u'_k + o'_{k+1} + u'_{k+1}) + M_{k+1}^0(o'_{k+1} + u'_{k+1}) + H\{u'_k(h_{k-1} + 2h_k) + u'_{k+1}(2h_k + h_{k+1}) + 6 \left(\frac{J_c}{F_k^0} \tan a_k \cdot \sec a_k - \frac{J_c}{F_{k+1}^0} \tan a_{k+1} \cdot \sec a_{k+1} - \frac{J_c}{F_k^u} \tan \beta_k \cdot \sec \beta_k + \frac{J_c}{F_{k+1}^u} \tan \beta_{k+1} \cdot \sec \beta_{k+1} \right)\} = \mathfrak{M}_{k-1} \cdot u'_k + 2\mathfrak{M}_k \cdot (u'_k + u'_{k+1}) + \mathfrak{M}_{k+1} \cdot u'_{k+1} \quad (17)$$

同様に、 M^0 に関するもう一つの式 $\sum_{k=1}^{n-1} M_k^0 \{o'_k(h_{k-1} + 2h_k) + o'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})\} + \rho \cdot t$ において、

$$\rho \cdot t = -6H \cdot \lambda \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{J_c}{F_k^0} (1 - \tan a_k \tan \beta_k) \sec a_k + \frac{J_c}{F_k^u} \sec^3 \beta_k \right\} \quad (18)$$

を代入すれば、

$$\sum_{k=1}^{n-1} M_k^0 \{o'_k(h_{k-1} + 2h_k) + o'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})\} - 6H \lambda \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{J_c}{F_k^0} (1 - \tan a_k \tan \beta_k) \sec a_k + \frac{J_c}{F_k^u} \sec^3 \beta_k \right\} = 0 \quad (19)$$

が得られる。(17), (19) の両式が, ローゼ桁の最後の決定式⁷⁾である。

以上の式において

$$J_c/F_k^0 (1 - \tan \alpha_k \tan \beta_k) \sec \alpha_k + J_c/F_k^u \sec^3 \beta_k = J_c/F_k^0 \sec \alpha_k + J_c/F_k^u \quad (20)$$

となり, $J_c/F_k^0 = 0.0196 \text{ cm}^2$, $J_c/F_k^u = 0.0190 \text{ cm}^2$, (19) の第 2 項は, $6H \cdot \lambda \sum_{k=1}^n \{J_c/F_k^0 (1 - \tan \alpha_k \tan \beta_k) \sec \alpha_k + (J_c/F_k^u) \sec^3 \beta_k\} = 1.823H$ となる。更に, 弦材の軸方向力などは,

$$\left. \begin{aligned} O_k &= -H \cdot \cos \alpha_k - 1/\lambda \{M_k^0 - M_{k-1}^0 + H \cdot (h_k - h_{k-1})\} \sin \alpha_k \\ U_k &= H \cdot \cos \beta_k + 1/\lambda \{M_k^u - M_{k-1}^u + H \cdot (h_k - h_{k-1})\} \sin \beta_k = H \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

或は,

$$O_k = -H \sec \alpha_k, \quad U_k = H \cdot \sec \beta_k = H \quad (22)$$

を利用し, 弦材の剪断力は, 次式によって求めることが出来る。

$$\left. \begin{aligned} Q_k^0 &= -H \sin \alpha_k + 1/\lambda \{M_k^0 - M_{k-1}^0 + H(h_k - h_{k-1}) \cos \alpha_k \\ Q_k^u &= -H \sin \beta_k + 1/\lambda \{M_k^u - M_{k-1}^u + H(h_k - h_{k-1})\} \cos \beta_k \\ &= -H \sin \beta_k + 1/\lambda \{M_k^u - M_{k-1}^u + H(h_k - h_{k-1})\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

吊材の軸方向力 Z_k は,

$$Z_k = -1/\lambda \{(M_{k-1}^0 - 2M_k^0 + M_{k+1}^0) + H(y_{k-1}^0 - 2y_k^0 + y_{k+1}^0)\} \quad (24)$$

以上の計算解式に, 簡易計算法を応用し, M_k^0 , M_k^u , Q_k^0 , Q_k^u , Z_k などを計算した。荷重は, 実験の応力解析と比較するため, 支間中央の格点 6 に, $P=8.53 \text{ kg}$ を載荷した場合とする。

水平軸力, $H = 1.375 P = 11.729 \text{ kg}$ となった。

i. 上弦材の曲げモーメント

$$M_1^0 = -0.0753 P = -0.642 \text{ kg-cm} \quad M_2^0 = -0.1117 P = -0.953 \text{ kg-cm}$$

$$M_3^0 = -0.0819 P = -0.699 \text{ kg-cm} \quad M_4^0 = -0.0355 P = -0.303 \text{ kg-cm}$$

$$M_5^0 = 0.0807 P = 0.688 \text{ kg-cm} \quad M_6^0 = 0.2152 P = 1.836 \text{ kg-cm}$$

$$\text{断面 } C \sim C \text{ における } M_{C-C}^0 = 0.148 P = 1.262 \text{ kg-cm}$$

ii. 下弦材の曲げモーメント

$$M_1^u = -0.0902 P = -0.769 \text{ kg-cm} \quad M_2^u = -0.1212 P = -1.034 \text{ kg-cm}$$

$$M_3^u = -0.1203 P = -1.026 \text{ kg-cm} \quad M_4^u = -0.04112 P = -0.351 \text{ kg-cm}$$

$$M_5^u = 0.0736 P = 0.628 \text{ kg-cm} \quad M_6^u = 0.2656 P = 2.266 \text{ kg-cm}$$

$$\text{断面 } B \sim B \text{ における } M_{B-B}^u = 0.1696 P = 1.447 \text{ kg-cm}$$

iii. 上弦材応力 (圧縮力)

$$O_1 = -1.556 P = -13.273 \text{ kg} \quad O_2 = -1.504 P = -12.829 \text{ kg}$$

$$O_3 = -1.451 P = -12.377 \text{ kg} \quad O_4 = -1.414 P = -12.061 \text{ kg}$$

$$O_5 = -1.391 P = -11.865 \text{ kg} \quad O_6 = -1.377 P = -11.746 \text{ kg}$$

iv. 下弦材応力 (引張力)

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = U_5 = U_6 = 1.375 P = 11.729 \text{ kg}$$

v. 上弦材の剪断力

$$Q_1^o = -0.0827 P = -0.705 \text{ kg} \quad Q_2^o = -0.0581 P = -0.496 \text{ kg}$$

$$Q_3^o = 0.0255 P = 0.192 \text{ kg} \quad Q_4^o = 0.0792 P = 0.676 \text{ kg}$$

$$Q_5^o = 0.129 P = 1.100 \text{ kg} \quad Q_6^o = 0.173 P = 1.476 \text{ kg}$$

vi. 下弦材の剪断力

$$Q_1^u = 0.562 P = 4.794 \text{ kg} \quad Q_2^u = 0.559 P = 4.768 \text{ kg}$$

$$Q_3^u = 0.532 P = 4.538 \text{ kg} \quad Q_4^u = 0.485 P = 4.137 \text{ kg}$$

$$Q_5^u = 0.427 P = 3.642 \text{ kg} \quad Q_6^u = 0.315 P = 2.687 \text{ kg}$$

vii. 吊材の応力 (引張力)

$$Z_1 = 0.134 P = 1.143 \text{ kg} \quad Z_2 = 0.112 P = 0.955 \text{ kg}$$

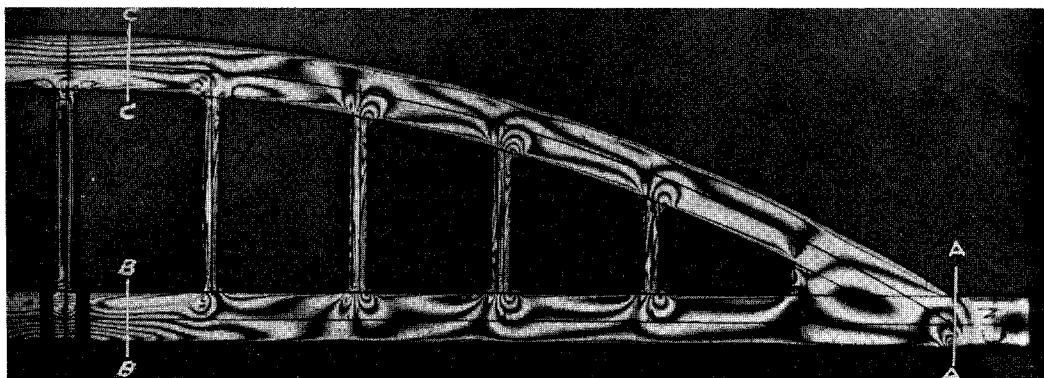
$$Z_3 = 0.152 P = 1.297 \text{ kg} \quad Z_4 = 0.1092 P = 0.931 \text{ kg}$$

$$Z_5 = 0.1504 P = 1.283 \text{ kg} \quad Z_6 = 0.4448 P = 3.794 \text{ kg}$$

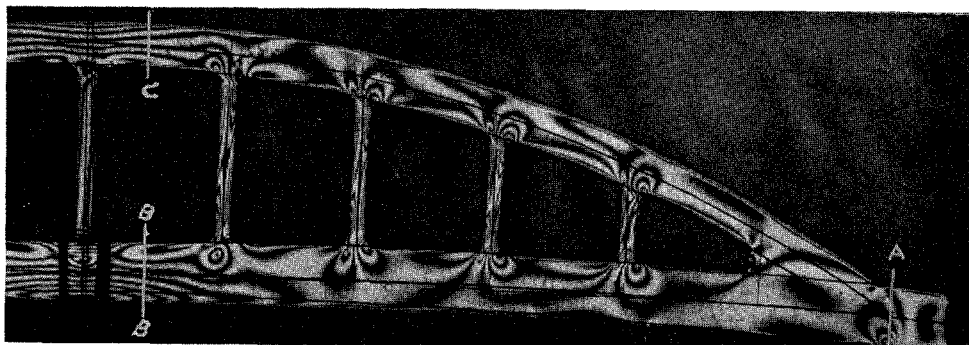
B. 実験の応力解析

模型 I と II に対し, 下弦材の中央格点 6 に, $P=8.53 \text{ kg}$ (鍾り 8.0 kg + 吊り台 0.53 kg) を載荷したときの応力解析用の等色線縞写真, 第 20 図および第 21 図を用いて, 断面 $A \sim A$ (支点部の断面), 断面 $B \sim B$ (下弦材の中央格点より $x=6.25 \text{ mm}$ の断面), 断面 $C \sim C$ (上弦材の中央格点より $x=6.25 \text{ mm}$ の断面) の三個所について, 既に述べた主応力決定の図式計算法の中の剪断応力差積分法による応力解析の原理に従って, σ_x , σ_y , τ_{xy} などを求めた。

断面 $A \sim A$, $B \sim B$, $C \sim C$ の両側近傍に平行する二断面, それぞれ, $A' \sim A'$, $A'' \sim A''$; $B' \sim B'$, $B'' \sim B''$; $C' \sim C'$, $C'' \sim C''$ を仮定し, 主応力傾角 θ , 等色線縞次数の分布曲線を描き, 各々の断面上の剪断力を求め, 更に σ_y , σ_x を求める。(解析の順序については, 既に述べたところで



第 20 図 模型 I の等色線縞写真 (応力解析用, 荷重 8.53 kg) の図



第 21 図 模型 II の等色線縞写真 (応力解析用, 荷重 8.53 kg) の図

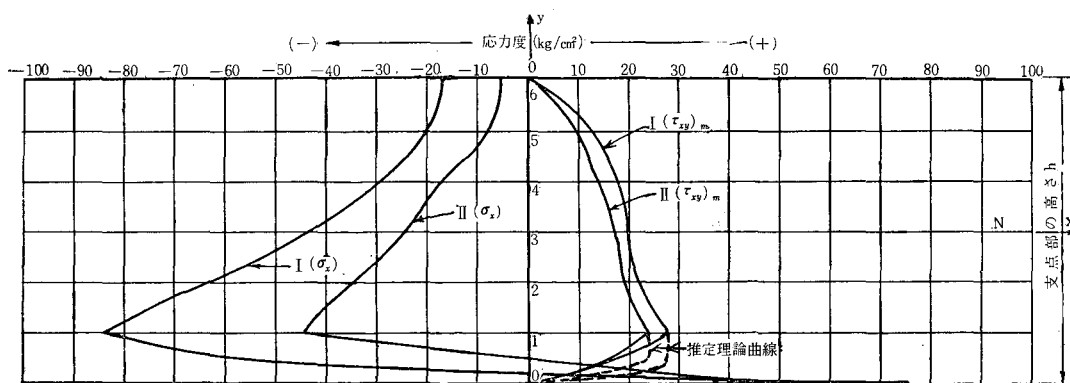
あるから、応力解析の原理と計算法の詳細を参照のこと。)すなわち、フリンジ数 $(p-q)$, θ , $\sin 2\theta$ を求め、フリンジにおける τ_{xy} を計算する。更に、フリンジにおける $\Delta\tau_{xy}$, $\Delta\tau_{xy\text{mean}}$ の計算より、フリンジにおける σ_y の値を求め、 $\cos 2\theta$, $-\cos 2\theta \cdot (p-q)$ の計算より、フリンジにおける σ_x の値を計算する。また、フリンジにおける σ_x , σ_y などの値より、その実数値を求めるには、次の式によればよい。

$$\sigma = \sigma_{(F)} \frac{S}{d} \text{ (kg/cm}^2\text{)} \quad (25)$$

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma: \sigma_x, \sigma_y \text{ などの実数値 (kg/cm}^2\text{) (実際の応力度)} \\ \sigma_{(F)}: \text{フリンジにおける } \sigma_x, \sigma_y \text{ などの値} \\ S: \text{フリンジ応力} = 1.13 \text{ kg/mm} = 11.3 \text{ kg/cm (エポキシ樹脂の数値)} \\ d: \text{板の厚さ} = 5.95 \text{ mm} = 0.595 \text{ cm} \end{array} \right.$$

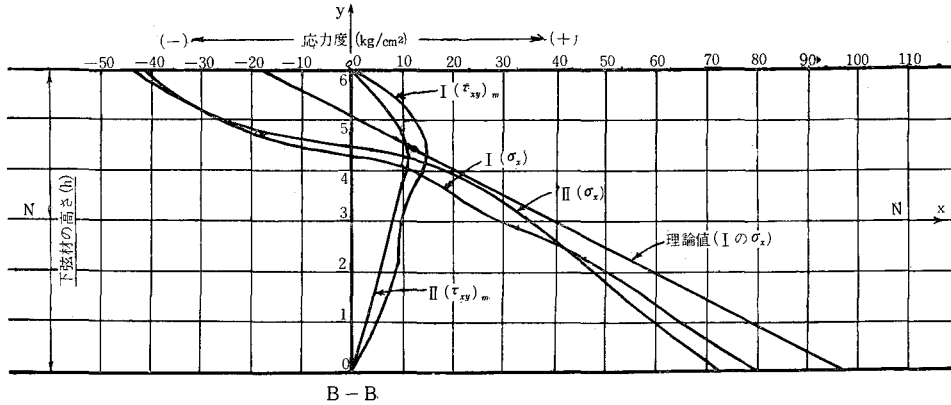
実験の解析に用いる等傾線、主応力線には、先に掲載せる、第 15 図～第 18 図を使用した。



I (σ_x): 模型 I の σ_x の実験値 I (τ_{xy})_m: 模型 I の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 II (σ_x): 模型 II の σ_x の実験値 II (τ_{xy})_m: 模型 II の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値

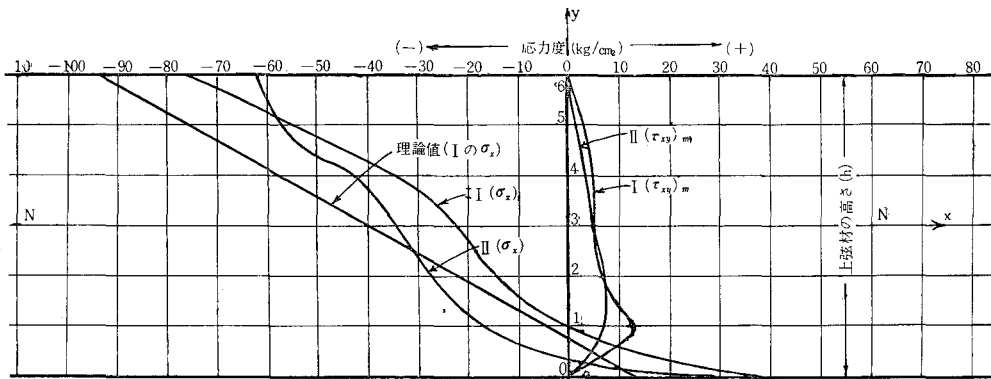
第 22 図 断面 A-A (支点部の断面) の σ_x , τ_{xy} の応力度分布図

そこで上述の応力解析の原理とその算出方法によって σ_x, τ_{xy} など求め、模型 I および模型 II の実験値相互の比較並びに理論計算値との比較を図示すれば第 22 図～第 24 図の通りとなる。



理論値 (I の σ_x): 模型 I の σ_x の理論値 I (τ_{xy})_m: 模型 I の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 I (σ_x): 模型 I の σ_x の実験値 II (τ_{xy})_m: 模型 II の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 II (σ_x): 模型 II の σ_x の実験値

第 23 図 断面 B-B (下弦材中央部附近の断面) の σ_x, τ_{xy} の応力度分布図



理論値 (I の σ_x): 模型 I の σ_x の理論値 I (τ_{xy})_m: 模型 I の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 I (σ_x): 模型 I の σ_x の実験値 II (τ_{xy})_m: 模型 II の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 II (σ_x): 模型 II の σ_x の実験値

第 24 図 断面 C-C (上弦材中央部附近の断面) の σ_x, τ_{xy} の応力度分布図

C. 比較考察

i. 理論と実験の σ_x の比較

模型 I における支間中央附近の下弦材断面 B-B, 上弦材断面 C-C の σ_x の応力度分布を理論値と比較して見ると, 第 23 図, 第 24 図を見れば分るように, 最大繊維応力度は理論値の方が, 約, 15~20% 程度大きくなっている。しかし, グラフに現われたその応力度分布の傾向は, 理論, 実験共可成りよく似かよっている。

ii. 模型 I と II の σ_x, τ_{xy} の比較

模型 I と II における支間中央附近の上弦材断面 $C \sim C$ 、下弦材断面 $B \sim B$ の実験による最大繊維応力度を互に比較して見ると、模型 I の方が、それぞれ、約、10% および 20% 程大きくなっている。すなわち云いかえれば、反りをつけた模型の方が最大応力度が小さく有利であると云うことが出来る。また、支点部における断面 $A \sim A$ の σ_x の分布を見ると、模型 II の方が、模型 I に比べ、その引張応力度、圧縮応力度共、遙かに小さな値を示していることは注目に値する。これは、ローゼ桁橋の下弦材に反りをつけることが支点部における複雑な応力度集中、特にその圧縮応力度の増大を緩和することとなり、極めて有利である。

次に、 τ_{xy} について、模型 I と II の実験を比較して見ると断面 $A \sim A$ 、断面 $B \sim B$ 、断面 $C \sim C$ の何れにおいても、 τ_{xy} の分布曲線の最大値は、模型 I の場合に生じ、 τ_{xy} に関しても、下弦材に反りをつけた模型 II の方が有利である。

iii. 支点における応力度分布⁶⁾についての考察

第 22 図の σ_x, τ_{xy} の応力度分布から、支点部の力学的平衡について吟味、考察して見る。支点部には、上弦材(拱肋)より来る軸圧縮力 13.273 kg と、下弦材の軸引張力 11.729 kg と、両支点が固定鉸になっている(理論上は、一方が可動鉸で外的静定構造である)ために生ずる水平反力(圧縮力)と、その偏心のために生ずる負の曲げモーメントおよび、垂直反力 4.265 kg、支点の廻りの正の曲げモーメント $V \cdot l/2 = 31.2$ kg-cm、負の曲げモーメント $H \cdot f = 25.5$ kg-cm などについて、 $\sum M = 0, \sum V = 0, \sum H = 0$ の平衡条件を満足するかどうか吟味して見たところ、略、その条件を満していることが分った。その誤差、何れも、10% 以下で、支点部における σ_x, τ_{xy} の応力度分布の合理性を確認することが出来た。すなわち、 σ_x の相当大きな圧縮応力度の分布は、上弦材の軸圧縮力と下弦材の軸引張力に対抗すると共に、中央格点における剪断力と拱頂における水平分力によって生ずる二つの曲げモーメントに対しても平衡を保つために複雑な様相を呈して生じたものと判断することが出来る。

iv. 剪断応力度 τ_{xy} の分布に関する考察

断面 $A \sim A, B \sim B, C \sim C$ における剪断応度 τ_{xy} の分布について、理論上より吟味して見た結果について述べる。先づ、理論計算によって、各断面における最大剪断応力度を求め、実験による最大値とそれぞれ比較して見たところ、下弦材の支間中央附近(断面 $B \sim B$)と支点部(断面 $A \sim A$)にては、その差が思ったより少なく、約 10% 前後であった。これに対し、上弦材の支間中央附近(断面 $C \sim C$)では、第 24 図を見れば分る通り、応力度分布に変化があり、合成の剪断力では差が少ないが、最大の剪断応力度においては、35% 程度の違いがあった。勿論、理論値は概算であるからあり得べきことと頷ける。寧ろ、模型 II の実験値の方がこの場合の理論値に接近していた。しかし、全体的に見て、実験によるこれらの τ_{xy} の分布曲線⁷⁾は、その傾向、曲線の形から云って合理的で、予想よりも好結果が得られたと思っている。

5. 結 言

A. 模型 II (キャンバー式ローゼ桁) の有利論

実験の結果、上弦材に比べ下弦材の断面が少々大きく (高さで 1.5 倍)、下弦材に反りのついた模型 II は、上下弦材共略等しい断面の普通型のローゼ桁の模型 I に比べ、断面 $A \sim A$, $B \sim B$, $C \sim C$ の何れの箇所においても、 σ_x , τ_{xy} の応力度分布の最大値が小さく、力学的に遙かに有利である。この事実は新しい橋梁の設計、力学上誠に有意義なことと思う。

B. 実験結果より見たローゼ桁理論に対する考察

最も注目に価するのは、支点部の応力分布である。普通の可動支承を有する外的静定構造のローゼ桁ではこのような大きな圧縮応力分布が見られるとは思われないが、しかし、この模型実験より考えると、一方が可動鉸であったとしても、多少の水平反力は生じ、圧縮応力の分布も可成り見られるのではないかと考えられる。次に、支間中央部附近の下弦材断面 $B \sim B$ 、上弦材断面 $C \sim C$ について考察するに、理論と実験は割合によく合っていて、理論の妥当なことが明白となった。またローゼ桁全般に渡り、力の平衡、剪断力の配分などについて検討して見た所、割合とよい結果が得られたので実験の精度が一応確保出来た。

C. 等色線縞写真, 等傾線, 主応力線などによる力学的考察

二つの模型に対し一連の追加荷重 2.53 kg, 4.53 kg, 6.53 kg, 8.53 kg を載荷した場合の等色線を観察すると次のことが推定出来る。支点部における楕円形の縞模様が可成り傾斜し、斜めの反力、云いかえれば、水平反力 (圧縮力) の生じていることが読みとれた。このことは、また、等傾線、主応力線を観察することによっても窺える。また、吊材が上下弦材に取りついている節点には明瞭に曲げモーメントの生じていることが、等色線、等傾線、主応力線より推定出来、純然たるローゼ桁の理論とは可成り異なった応力分布状況を呈している。すなわち、吊材の接合点は、鉚または熔接結合とすれば、本模型の応力分布に接近すると考えられ、当然、節点を鉸と仮定するローゼ桁の理論は吊材に関しては一考の余地があると思う。すなわち、吊材の設計にて、純然たる鉸結合と仮定したローゼ桁の計算理論によれば、危険をともしない易しい恐れもあるように思うので、吊材の結合と計算には特に注意を要する。

以上よりすれば、ローゼ桁に関する光弾性模型実験による今後の研究課題としては、大形模型を利用した支点部における極部拡大実験⁹⁾ による精密なる応力分布と支承構造に関する研究並びに上下弦材に取付く吊材節点附近の極部的拡大撮影による二次応力分布の研究、のほか、各部材断面についての τ_{xy} と σ_y , σ_x に関する追加研究などを挙げることが出来ると思う。これらについては、今後、更に研究する予定である。本研究においては、複雑なローゼ桁の小さな模型 (支間 $l=15$ cm) について、全般的の問題を取扱ったため、等傾線その他に、精度の上において不十分な点が見られたので断面を三箇所に絞ったこと、また、模型の作成、時間効果な

どによって生ずる初応力の除去、荷重台装置の取付けなどに対し、非常に苦心したこと等を附記し、光弾性模型実験によるこの方面の研究者の参考に供する次第である。最後に、本研究に御協力頂いた室蘭工業大学土木工学科学生、谷島澄雄、須田勲、林脩の三君に心から感謝すると共に、種々御協力、御支援下さった、理化学研究所、理研計器株式会社、建設省土木研究所、北海道開発局土木試験所、日本製鋼所室蘭製作所研究部の光弾性関係の諸氏および北海道大学工学部橋梁工学研究室、同、構造工学研究室の諸先生並びに本学土木工学教室の諸教官と職員の各位に対し厚く御礼申し上げる次第である。

(尚、本研究は、昭和36年5月27日、28日名古屋において開催される土木学会学術講演会に発表の予定である。)

(昭和36年5月1日受理)

文 献

- 1) 辻二郎、河田幸三：光弾性実験法、初版、1-163 (東京、1957)
- 2) 応力測定技術研究会：応力測定法、初版、472-672 (東京、1955)
- 3) 西田正孝：応力測定法、初版、80-152 (東京、1943)
- 4) Max Mark Frocht: Photoelasticity, **Vol. I**, 1st, 252-286 (New York, 1941)
- 5) 辻二郎：物理実験学、4巻、初版、52-87 (東京、1939)
- 6) 平井敦：鋼橋, **Vol. III**, 初版、85-95, 108-121 (東京、1956)
- 7) 中島武：鉄筋コンクリート・ローゼ桁、初版、25-82, 114-195 (東京、1940)