



Ein Beitrag zur Berechnung der Fachwerkträger mit parallelen Gurtungen

メタデータ	言語: deu 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 能町, 純雄 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/3168

Ein Beitrag zur Berechnung der Fachwerkträger mit parallelen Gurtungen

Sumio G. Nomachi

Abstrakt

Ein Auflösung der Spannungen ins Fachwerkträger ist hier dargestellt und das berücksichtigte Tragwerk ist Warrenschen Typus parallele Gurtungen. Der Verfasser drückt die Stützmomente an den Knotenpunkten der oberen Gurtungen, bzw. die angegriffenen Spannkräfte in den unteren Gurtungen mit "Drei Momente" bzw. "Drei Spannkräfte-Gleichung" aus, wie die bekannte Clapeyronische Gleichung. Bei den Fällen, wenn obere Balken, Diagonale und Untergurte bzw. jeden konstanten Querschnitte haben, werden die Stützmomente und Spannkräfte durch die Formeln der Entwicklung von "Affinlastgruppen" zum Ausdruck gebracht.

1. Einleitung

Ein Tragwerk, das den Balken der Obergurte oder der Untergurte des Fachwerkes ersetzt, wollen wir hier "Fachwerkträger" nennen, welche Benennung K. Hirschfeld in seinem Buche [1] eingeführt hat. Wenn die Stützweite des Stegbleches eine bestimmte Länge überschreitet, ist sie noch nicht sparsam und es müssen dann gewöhnlich Tragwerke anderer Typen übernommen werden. Der Fachwerkträger, der aus der Kreuzung des Fachwerkes mit dem Balken gemacht ist, mag den Fehler des Stegbleches, das zu langere Stützweite hat, verbessern. Wenn man die Stahlbetonplatten mit dem Fachwerke verbindet, ergeben sich die Fachwerkträger, von denen die nachfolgenden Berechnungen ein günstiges Ergebnis liefern können. Führt man überdies Vorspannungen mittels eines entsprechenden Verfahrens in die Untergurtungen, dann kann die angegriffene Spannung sich bei der Belastung vermindern. Die Einführung des Fachwerkträgers ist beherrschend, wenn auch dessen Berechnung leichter oder schwerer ist, denn der Fachwerkträger mit n Knotenpunkte der oberen Gurtungen ist $n-2$ fach statisch unbestimmt.

Der Verfasser drückt die Stützmomente an den Knotenpunkten der oberen Gurtungen, bzw. die angegriffenen Spannkräfte in den unteren Gurtungen mit "Drei Momente" bzw. "Drei Spannkräfte-Gleichung" aus, wie die bekannte Clapeyronsche Gleichung. Bei besonderen Fällen, wenn obere Balken, Diagonale, und Untergurte bzw. jeden konstanten Querschnitte haben, werden die Stützmomente und Spannkräfte durch die Formeln der Entwicklung von "Affinlastgruppen" zum Ausdruck gebracht.

2. Erklärung der verwendeten Bezeichnungen

Setzt man voraus, dass alle äusseren Kräfte in den Knotenpunkten angreifen,

die Achse der Diagonale mit der Achse des Balkens zusammentrifft und an dieser Stelle durch ein Gelenk miteinander verbunden werden, dass ferner jeder Abstand zwischen den einander naheliegenden Knoten gleich ist und das hier berücksichtigte Tragwerk des Warrenschen Typus parallele Gurtungen hat, dann ergibt sich das in Nr. 1 eingezeichnete Bild.

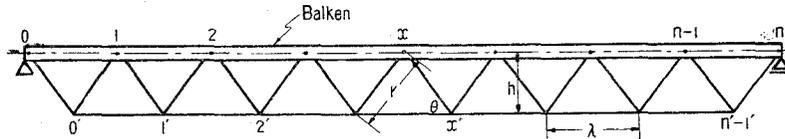


Bild. 1. Warrenschen Fachwerkträger

- F_{x0} der Querschnitt des oberen Balkens zwischen den Knotenpunkten $(x-1, x)$
- J_x das Trägheitsmoment des oberen Balkens zwischen den Knotenpunkten $(x-1, x)$
- $F_{x'd}$ bzw. $F'_{x'd}$ der Querschnitt der Diagonale $(x'-1', x-1)$ bzw. $(x'-1', x)$
- $F_{x'u}$ der Querschnitt der unteren Gurtung $(x'-1', x')$
- U_x die Spannkraft im Balken $(x, x-1)$
- L_x die Spannkraft in der Gurtung $(x', x'-1')$
- D_x bzw. D'_x die Spannkräfte in der Diagonale $(x'-1', x-1)$ bzw. $(x'-1', x)$
- m_x das Angriffsmoment am x'
- M_x das Stützmoment am x
- S_x die Querkraft am x
- P_x die Einzellast am x
- h die Höhe des Fachwerkträgers
- λ der Abstand von einem Knotenpunkt zum naheliegenden anderen
- ε_x bzw. ε'_x die waagerechten Verschiebungen am x bzw. x' : dieselbe Richtung zu x bedeutet positiv
- δ_x bzw. δ'_x die senkrechten Verschiebungen am x bzw. x' : dieselbe Richtung zu Unten bedeutet positiv

3. Die Beziehung zwischen Spannkraften und Formänderungen

Durch einen irgendwie belasteten Fachwerkträger werde ein Schnitt $t-t$ geführt, welcher den Knotenpunkt x trifft, Bild 2 bzw. 3. Die Summe der statischen Momente aus den am linken Trägerteile angreifenden äusseren Kräften sei Null;

$$M_x + hL_x = m_x \quad (1)$$

bzw.

$$M_x + M_{x+1} - 2hU_x = m_x + m_{x+1}. \quad (2)$$

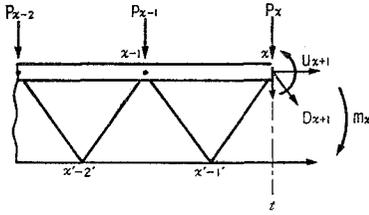


Bild. 2.

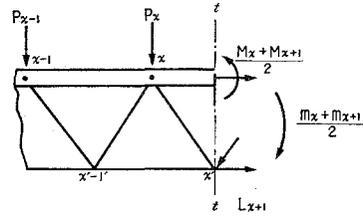


Bild. 3.

Das Gleichgewicht davon ersetzt sich

$$2U_x + L_x + L_{x+1} = 0. \quad (3)$$

Die Gleichgewicht von $x'-1'$ lautet

$$\cos \theta \times (D_x - D'_x) = L_x - L_{x-1}, \quad (4)$$

$$D_x + D'_x = 0. \quad (5)$$

Die Vergleichung der Spannkkräfte mit denselben Formänderungen liefert

$$\varepsilon_x - \varepsilon_{x-1} = \frac{U_x \lambda}{EF_{x0}} \quad (6)$$

$$\varepsilon'_x - \varepsilon'_{x-1} = \frac{L_x \lambda}{EF_{xu}}$$

Die Formänderungen der Diagonalen $(x-1, x'-1')$, $(x, x'-1')$, (x, x') , und $(x-1, x')$ nehmen die Form an:

$$\sin \theta \times (\delta_{x-1} - \delta'_{x-1}) - \cos \theta \times (\varepsilon_{x-1} - \varepsilon'_{x-1}) = -r D_x / EF_{xd} \quad (7)$$

$$\sin \theta \times (\delta'_{x-1} - \delta_x) - \cos \theta \times (\varepsilon_x - \varepsilon'_{x-1}) = +r D'_x / EF'_{xd} \quad (8)$$

$$\sin \theta \times (\delta_x - \delta'_x) - \cos \theta \times (\varepsilon_x - \varepsilon'_x) = -r D_{x+1} / EF_{x+1d} \quad (9)$$

$$\sin \theta \times (\delta'_x - \delta_{x+1}) - \cos \theta \times (\varepsilon_{x+1} - \varepsilon'_x) = +r D'_{x+1} / EF'_{x+1d} \quad (10)$$

Hier sammelt man jene Ergebnisse als $\text{cosec} \{ (9) + (10) - (8) - (7) \}$, dann mit $\sin \theta = h/r$ und $\cot \theta = \lambda/2h$, ersetzt sie

$$\begin{aligned} 2\delta_x - \delta_{x+1} - \delta_{x-1} + \frac{\lambda}{2h} \{ \varepsilon_{x+1} - \varepsilon_{x-1} - 2(\varepsilon'_x - \varepsilon'_{x-1}) \} \\ = -2h \cos \theta (D_{x+1} \gamma_{x+1} - D_x \gamma_x), \end{aligned} \quad (11)$$

wo

$$\gamma_x = \frac{\gamma^3}{Eh^2 \lambda} \left(\frac{1}{F_{xd}} + \frac{1}{F'_{xd}} \right).$$

Die rechte Seite der Gleichung (11) mit (4) liefert

$$2 \cos \theta (D_{x+1} \gamma_{x+1} - D_x \gamma_x) = L_{x-1} \gamma_x - L_x (\gamma_x + \gamma_{x+1}) + L_{x+1} \gamma_{x+1}. \quad (12)$$

Zunächst $\varepsilon_{x+1} - \varepsilon_{x-1}$ bzw. $\varepsilon'_x - \varepsilon'_{x-1}$ darstellen mit der Hilfe von (3) und (6)

$$\frac{\lambda}{2h} (\varepsilon_{x+1} - \varepsilon_{x-1}) = -h \{L_{x-1}\beta_x + L_x(\beta_x + \beta_{x+1}) + L_{x+1}\beta_{x+1}\} \quad (13)$$

bezw.

$$\frac{\lambda}{h} (\varepsilon'_x - \varepsilon'_{x-1}) = L_x \beta'_x h, \quad (14)$$

wo

$$\beta_x = \frac{\lambda^2}{4Eh^2F_{x0}}, \quad \beta'_x = \frac{\lambda^2}{Eh^2F_{xu}}.$$

Die Einsetzung von (12), (13), und (14) in die Gleichung (11), folgt

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} (2\delta_x - \delta_{x-1} - \delta_{x+1}) - L_{x-1}(\beta_x - \gamma_x) - L_x(\beta_x + \beta_{x+1} + \beta'_x + \gamma_x + \gamma_{x+1}) \\ - L_{x+1}(\beta_{x+1} - \gamma_{x+1}) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Aus der Clapeyrnische Gleichung erhält man

$$\alpha_x M_{x-1} + 2(\alpha_x + \alpha_{x+1}) M_x + \alpha_{x+1} M_{x+1} = 2\delta_x - \delta_{x+1} - \delta_{x-1} \quad (16)$$

wo

$$\alpha_x = \frac{\lambda^2}{6EJ_x}.$$

Eliminiert man $2\delta_x - \delta_{x+1} - \delta_{x-1}$ zwischen (15) und (16), dann findet man

$$\begin{aligned} L_{x-1}H_x + L_x(K_x - H_x - H_{x+1}) + L_{x+1}H_{x+1} \\ = \frac{1}{h} \{m_{x-1}\alpha_x + 2m_x(\alpha_x + \alpha_{x+1}) + m_{x+1}\alpha_{x+1}\}, \end{aligned} \quad (17)$$

hieraus

$$\begin{aligned} M_{x-1}H_x + M_x(K_x - H_x - H_{x+1}) + M_{x+1}H_{x+1} = m_{x-1}(H_x - \alpha_x) \\ + m_x(K_x - H_x - H_{x+1} - 2\alpha_x - 2\alpha_{x+1}) + m_{x+1}(H_{x+1} - \alpha_{x+1}), \end{aligned} \quad (18)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} H_x &= \frac{\lambda^2}{6EJ_x} + \frac{\lambda^2}{4Eh^2F_{x0}} - \frac{\gamma^3}{Eh^2\lambda} \left(\frac{1}{F_{xd}} + \frac{1}{F'_{xd}} \right), \\ K &= \frac{\lambda^2}{2EJ_x} + \frac{\lambda^2}{2E_{x+1}J} + \frac{\lambda^2}{Eh^2F_{x0}} + \frac{\lambda^2}{Eh^2F_{xu}}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Bei $H_x=0$, oder

$$\begin{aligned} H_x(L_{x-1} - L_x) - H_{x+1}(L_x - L_{x+1}) &= 0 \\ H_x(M_{x-1} - M_x) - H_{x+1}(M_x - M_{x+1}) &= 0 \\ H_x(m_{x-1} - m_x) - H_{x+1}(m_x - m_{x+1}) &= 0 \end{aligned}$$

welche oft annäherungsweise der wirklichen Bedingung genügen, gelten (17) und (18) die folgenden Umformungen

$$hL_x K_x = m_x \alpha_x + 2m_x(\alpha_x + \alpha_{x+1}) + m_{x+1} \alpha_{x+1}, \quad (20)$$

$$M_x K_x = -m_x \alpha_x + m_x (K_x - 2\alpha_x - 2\alpha_{x+1}) - m_{x+1} \alpha_{x+1}, \quad (21)$$

woraus man leicht finden kann die Spannkraft der Gurtung bezw. das Stützmoment am Knotenpunkt.

4. Obere Balken, Diagonale, Untergurte bezw. mit jedem Konstanten Querschnitte

In diesen Fälle, ergeben sich (17) bezw. (18)

$$L_{x-1}H + L_x(K-2H) + L_{x+1}H = \frac{\alpha}{h} \{m_{x-1} + 4m_x + m_{x+1}\},$$

$$M_{x-1}H + M_x(K-2H) + M_{x+1}H = m_{x-1}(H-\alpha) + m_x(K-2H-4\alpha) + m_{x+1}(H-\alpha),$$

welche, mit den Abkürzungen

$$\Delta^2 f_x = f_{x-1} + f_{x+1} - 2f_x,$$

würde nur

$$H \cdot \Delta^2 L_x + K L_x = \frac{\alpha}{h} \{ \Delta^2 m_x + 6m_x \}, \quad (22)$$

$$H \cdot \Delta^2 M_x + K M_x = \Delta^2 m_x (H-\alpha) + m_x (K-6\alpha) \quad (23)$$

betragen. Die bekannte Formel von dem Balken, hält

$$\Delta^2 m_x = -p_x \lambda \quad (24)$$

worauf man die Umkehrungsformel von "Affinlastgruppen": d. h.

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \sum_{i=1}^{n-1} \bar{p}_i \sin \frac{\pi i x}{n} \\ \bar{p}_i &= 2 \sum_{x=1}^{n-1} p_x \sin \frac{\pi i x}{n} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

anwendet, dann

$$m_x = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i \sin \frac{\pi i x}{n}}{2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right)}. \quad (26)$$

Auf anlicher Weise erhält man

$$L_x = \frac{6\alpha m_x}{hK} + \frac{\alpha}{h} \left(\frac{6}{K} - \frac{1}{H} \right) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i \lambda \sin \frac{\pi i x}{n}}{\frac{K}{H} - 2 \left(1 - \cos \frac{\pi i}{n} \right)}, \quad (27)$$

$$M_x = \frac{m_x (K-6\alpha)}{K} - \frac{\alpha}{h} \left(\frac{6}{K} - \frac{1}{H} \right) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i \lambda \sin \frac{\pi i x}{n}}{\frac{K}{H} - 2 \left(1 - \cos \frac{\pi i}{n} \right)}. \quad (28)$$

Die Senkung δ_x konnte aus der Gleichung

$$A^2 M_x + 6M_x = -\frac{1}{\alpha} A^2 \delta_x, \quad (29)$$

gefunden werden, und also

$$\begin{aligned} \delta_x = \alpha m_x \left(\frac{12\alpha}{K} - \frac{36\alpha H}{K^2} - 1 \right) + \frac{6\alpha(K-6\alpha)}{K} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i \lambda \sin \frac{\pi i x}{n}}{4 \left(1 - \cos \frac{\pi i}{n} \right)^2} \\ - \frac{\alpha^2 (6H-K)^2}{K^2 H} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i \lambda \sin \frac{\pi i x}{n}}{\frac{K}{H} - 2 \left(1 - \cos \frac{\pi i}{n} \right)}. \end{aligned} \quad (30)$$

5. Einzelne Belastung p am Knoten ξ

In den Fällen, wenn die einzelne Belastung p am ξ angreift, erhält man

$$m_x = \begin{cases} \frac{p\lambda x(n-\xi)}{n} & x \leq \xi \\ \frac{p\lambda \xi(n-x)}{n} & x \geq \xi \end{cases} \quad (31)$$

und nach mühsamer Berechnung

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i \lambda \sin \frac{\pi i x}{n}}{\frac{K}{H} - 2 \left(1 - \cos \frac{\pi i}{n} \right)} = \begin{cases} -p\lambda \frac{\sin \eta x \cdot \sin \eta(n-\xi)}{\sin n\eta \cdot \sin \eta} & x \leq \xi \\ -p\lambda \frac{\sin \eta \xi \cdot \sin \eta(n-x)}{\sin n\eta \cdot \sin \eta} & x \geq \xi \end{cases} \quad (32)$$

wo

$$2 \operatorname{Cof} \eta = 2 - \frac{K}{H},$$

d. i.
für

$$\begin{aligned} \frac{K}{2H} \leq 0 & \quad \operatorname{Cof} \mu = 1 - \frac{K}{2H} & \quad \eta = \mu, \\ 0 \leq \frac{K}{2H} \leq 1 & \quad \cos \mu = 1 - \frac{K}{2H} & \quad \eta = \mu j, \\ 1 \leq \frac{K}{2H} \leq 2 & \quad \cos \mu = 1 - \frac{K}{2H} & \quad \eta = (\mu + \pi)j, \\ 2 \leq \frac{K}{2H} & \quad \operatorname{Cof} \mu = 1 - \frac{K}{2H} & \quad \eta = \mu + \pi j, \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Umkehrungsformel, erhält man

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\bar{p}_i \lambda \sin \frac{\pi i x}{n}}{4 \left(1 - \cos \frac{\pi i}{n}\right)^2} = \begin{cases} \frac{p \lambda \xi^2 (n-\xi)^2}{6n} \left\{ \frac{2x}{\xi} + \frac{x}{n-\xi} - \frac{x^3}{\xi^2 (n-\xi)^2} \right\} & x \leq \xi, \\ \frac{p \lambda \xi^2 (n-\xi)^2}{6n} \left\{ \frac{2(n-x)}{n-\xi} + \frac{n-x}{\xi} - \frac{(n-x)^3}{\xi^2 (n-\xi)^2} \right\} & x \geq \xi. \end{cases} \quad (33)$$

Wenn man (31), (32), (33) zu (27), (28), bzw. (30) einführt, können die Einflusslinien von L_x , M_x , und δ_x ohne mühsame Berechnung von der Summierung der Affinlastgruppen gefunden werden. Zum Beispiel, für einzelne Belastung am Knotenpunkt $n/2$, schreibt man jeden maximalen Wert in die folgende Form

$$\begin{aligned} L_x)_{x=\frac{n}{2}} &= \frac{3\alpha n p \lambda}{2hK} - \frac{p \lambda \alpha}{2h} \left(\frac{6}{K} - \frac{1}{H} \right) \frac{\mathfrak{Tan} \frac{n\eta}{2}}{\mathfrak{Sin} \eta} \\ M_x)_{x=\frac{n}{2}} &= \frac{p \lambda n (K-6\alpha)}{4K} + \frac{p \lambda \alpha}{2} \left(\frac{6}{K} - \frac{1}{H} \right) \frac{\mathfrak{Tan} \frac{n\eta}{2}}{\mathfrak{Sin} \eta} \\ \delta_x)_{x=\frac{n}{2}} &= \frac{p \lambda n \alpha}{4} \left(12 \frac{\alpha}{K} - 36 \frac{\alpha H}{K^2} - 1 \right) \\ &\quad + \frac{p \lambda}{8K} n^3 \alpha (K-6\alpha) - \frac{p \lambda}{2} \frac{\alpha^2 (6H-K)^2}{K^2 H} \frac{\mathfrak{Tan} \frac{n\eta}{2}}{\mathfrak{Sin} \eta}. \end{aligned}$$

6. Volle gleichmässige Belastung

Bedeutet nun die Intensität der Belastung q , dann erhält man

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{3\alpha q \lambda^2 x(n-x)}{hK} + \frac{Hq \lambda^2 \alpha}{hK} \left(\frac{6}{K} - \frac{1}{H} \right) \left\{ 1 - \frac{\mathfrak{Cof} \eta(n-x) + \mathfrak{Cof} \eta x}{\mathfrak{Cof} n\eta + 1} \right\}, \\ M_x &= \frac{q \lambda^2 x(n-x)(K-6\alpha)}{2K} - \frac{Hq \lambda^2 \alpha}{K} \left(\frac{6}{K} - \frac{1}{H} \right) \left\{ 1 - \frac{\mathfrak{Cof} \eta(n-x) + \mathfrak{Cof} \eta x}{\mathfrak{Cof} n\eta + 1} \right\}, \\ \delta_x &= \frac{\alpha q \lambda^2 x(n-x)}{2} \left(12 \frac{\alpha}{K} - \frac{36\alpha H}{K^2} - 1 \right) + \frac{\alpha q \lambda^2 (K-6\alpha)}{4K} (n^3 x - 2n x^3 + x^4) \\ &\quad - \frac{q \lambda^2 \alpha^2 (6H+K)^2}{K^2 H} \left\{ 1 - \frac{\mathfrak{Cof} \eta(n-x) + \mathfrak{Cof} \eta x}{\mathfrak{Cof} n\eta + 1} \right\}. \end{aligned}$$

7. Die Eigenheit des Fachwerkträgers infolge zahlenmässiger Berechnung

Setzt man die Stützweite l , den Abstand λ , die Knotenzahlen n die Höhe des Fachwerkträgers h , die Länge der Diagonale r , als

$$l=30 m, \quad \lambda=3 m, \quad n=10 \quad h=2 m, \quad r=2.5 m$$

voraus, ermitteln sich die Einflusslinie von L_x für die fünf Arten von Querschnitt-

Tafel 1.

	F_a (m ²)	H (10 ⁻⁵ kg ⁻¹)	K (10 ⁻⁵ kg ⁻¹)	ζ of η	η
a	0.001	-11.597	6.782	1.292	0.747
b	0.002	- 5.397	6.782	1.628	1.069
c	0.005	- 1.667	6.782	3.034	1.775
d	0.010	- 0.437	6.782	8.760	2.860
e	0.0154	- 0	6.782	∞	∞

Tafel 2. Einflusslinie von hL_x ($p\lambda$)

Bei $x = 1$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0.721	1.049	1.105	1.032	0.898	0.734	0.557	0.374	0.188
b	0.919	1.246	1.233	1.105	0.937	0.754	0.567	0.379	0.190
c	1.167	1.425	1.311	1.134	0.948	0.758	0.568	0.379	0.190
d	1.317	1.494	1.325	1.137	0.948	0.758	0.568	0.379	0.190
e	1.706	1.516	1.326	1.137	0.948	0.758	0.568	0.379	0.190
Bei $x = 2$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1.049	1.825	2.081	2.003	1.767	1.455	1.108	0.744	0.372
b	1.246	2.153	2.351	2.170	1.860	1.504	1.133	0.757	0.379
c	1.425	2.477	2.559	2.258	1.892	1.516	1.137	0.758	0.379
d	1.494	2.641	2.631	2.273	1.895	1.516	1.137	0.758	0.379
e	1.516	3.032	2.653	2.274	1.895	1.516	1.137	0.758	0.379
Bei $x = 3$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1.105	2.081	2.724	2.816	2.560	2.140	1.643	1.107	0.554
b	1.233	2.351	3.090	3.105	2.737	2.238	1.694	1.137	0.567
c	1.311	2.559	3.425	3.317	2.826	2.271	1.706	1.137	0.568
d	1.325	2.631	3.589	3.346	2.841	2.274	1.706	1.137	0.568
e	1.326	2.653	3.980	3.411	2.842	2.274	1.706	1.137	0.568
Bei $x = 4$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1.032	2.003	2.816	3.281	3.190	2.748	2.139	1.452	0.728
b	1.105	2.170	3.105	3.656	3.484	2.927	2.238	1.504	0.754
c	1.134	2.258	3.317	3.993	3.696	3.016	2.271	1.516	0.758
d	1.137	2.273	3.389	4.157	3.725	3.031	2.274	1.516	0.758
e	1.137	2.274	3.411	4.548	3.790	3.032	2.274	1.516	0.758
Bei $x = 5$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0.898	1.767	2.560	3.190	3.468	3.190	2.560	1.767	0.898
b	0.937	1.860	2.737	3.484	3.846	3.484	2.737	1.859	0.936
c	0.948	1.892	2.826	3.696	4.183	3.696	2.826	1.892	0.948
d	0.948	1.895	2.841	3.768	4.347	3.768	2.841	1.895	0.948
e	0.948	1.895	2.842	3.790	4.422	3.790	2.842	1.895	0.948

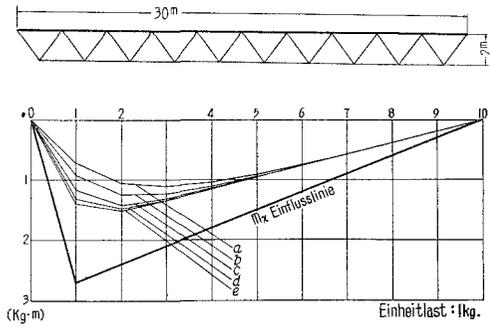


Bild. 4. Einflusslinie von hL_x bei $x=1$

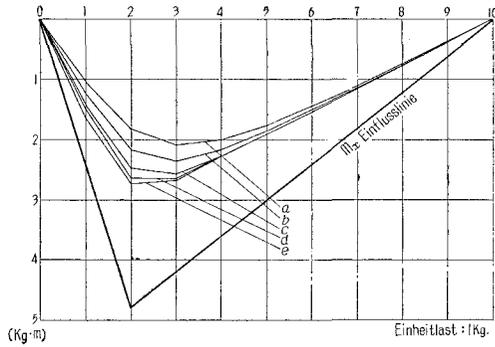


Bild. 5. Einflusslinie von hL_x bei $x=2$

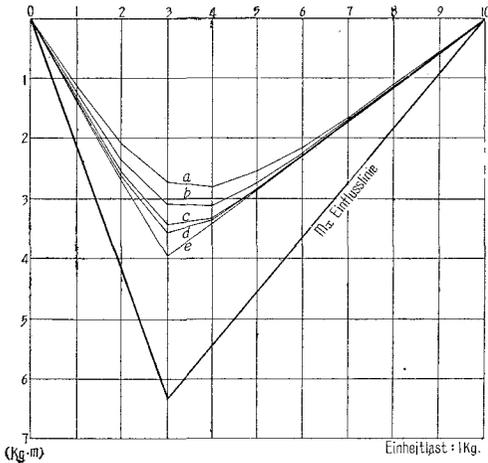


Bild. 6. Einflusslinie von hL_x bei $x=3$

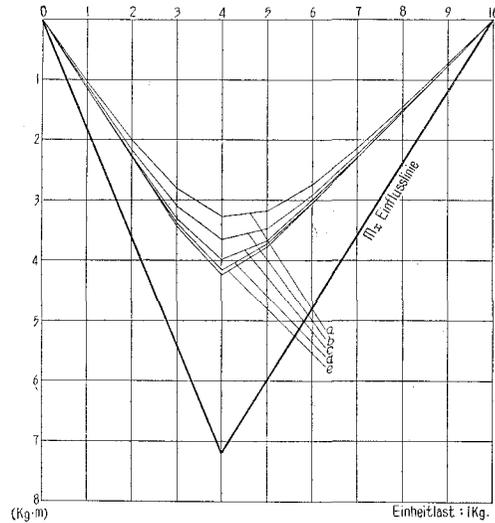


Bild. 7. Einflusslinie von hL_x bei $x=4$

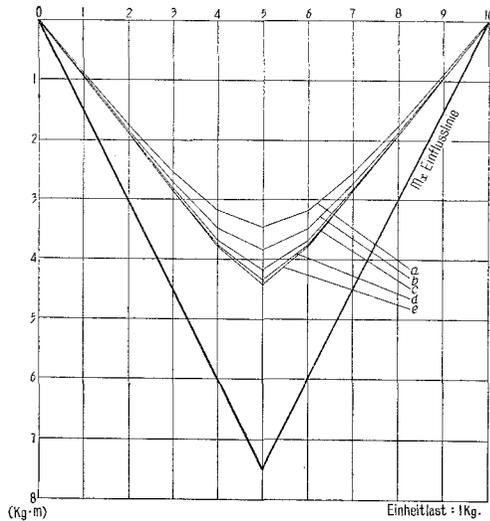


Bild. 8. Einflusslinie von hL_x bei $x=5$

Tafel 3.

	F_z (m ²)	H (10 ⁻⁵ kg ⁻¹)	K (10 ⁻⁵ kg ⁻¹)	$\text{Coj } \eta$	η
a	0.001	-1.667	15.350	5.604	2.409
b	0.002	-1.667	9.995	3.998	2.063
c	0.005	-1.667	6.782	3.034	1.775
d	0.010	-1.667	5.711	2.713	1.655

Tafel 4. Einflusslinie von hL_x ($\rho\lambda$)

Bei $x = 1$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0.563	0.653	0.584	0.502	0.419	0.335	0.251	0.167	0.084
b	0.830	0.987	0.895	0.770	0.643	0.514	0.386	0.257	0.129
c	1.167	1.425	1.311	1.134	0.948	0.758	0.568	0.379	0.190
d	1.349	1.671	1.550	1.346	1.124	0.900	0.675	0.450	0.225
Bei $x = 2$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0.653	1.148	1.155	1.003	0.837	0.670	0.502	0.335	0.167
b	0.987	1.725	1.758	1.538	1.285	1.029	0.771	0.514	0.257
c	1.425	2.477	2.559	2.258	1.892	1.516	1.137	0.758	0.379
d	1.671	2.900	3.017	2.674	2.245	1.799	1.350	0.900	0.450
Bei $x = 3$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0.584	1.155	1.566	1.490	1.254	1.005	0.754	0.502	0.251
b	0.895	1.758	2.368	2.272	1.924	1.542	1.157	0.771	0.386
c	1.311	2.559	3.425	3.317	2.826	2.271	1.706	1.137	0.568
d	1.550	3.017	4.025	3.917	3.350	2.695	2.024	1.350	0.675
Bei $x = 4$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0.502	1.003	1.490	1.817	1.658	1.338	1.005	0.670	0.335
b	0.770	1.538	2.272	2.754	2.530	2.052	1.542	1.029	0.514
c	1.134	2.258	3.317	3.993	3.696	3.016	2.271	1.516	0.758
d	1.346	2.674	3.917	4.700	4.367	3.575	2.695	1.799	0.900
Bei $x = 5$									
ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0.419	0.837	1.254	1.658	1.901	1.658	1.254	0.837	0.419
b	0.643	1.285	1.924	2.530	2.883	2.530	1.924	1.285	0.643
c	0.948	1.892	2.826	3.696	4.183	3.696	2.826	1.892	0.948
d	1.124	2.245	3.350	4.367	4.925	4.367	3.350	2.245	1.124

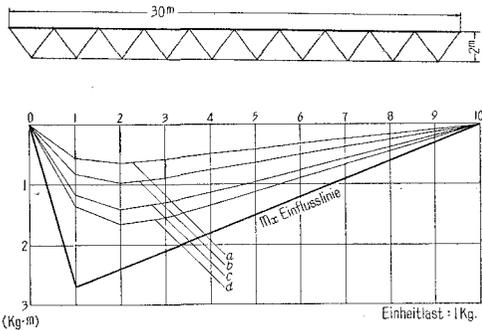


Bild. 9. Einflusslinie von hL bei $x=1$

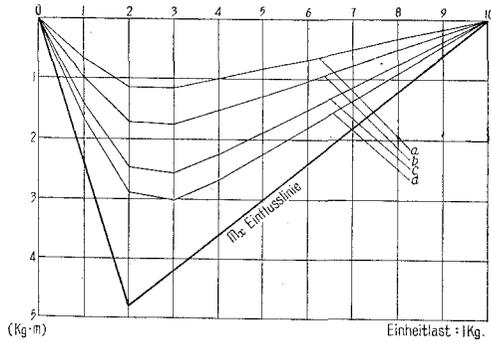


Bild. 10. Einflusslinie von hL bei $x=2$

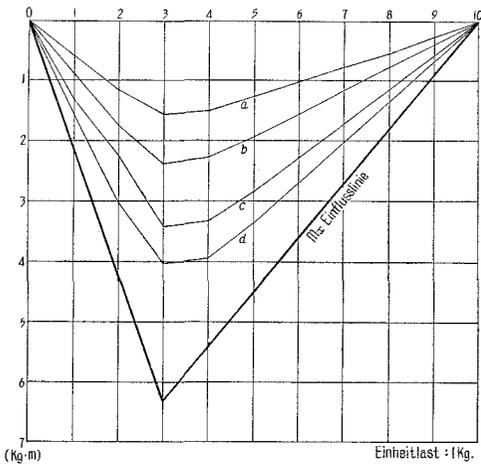


Bild. 11. Einflusslinie von hL bei $x=3$

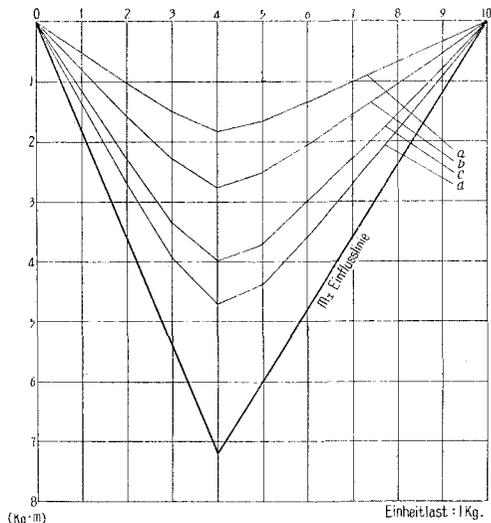


Bild. 12. Einflusslinie von hL bei $x=4$

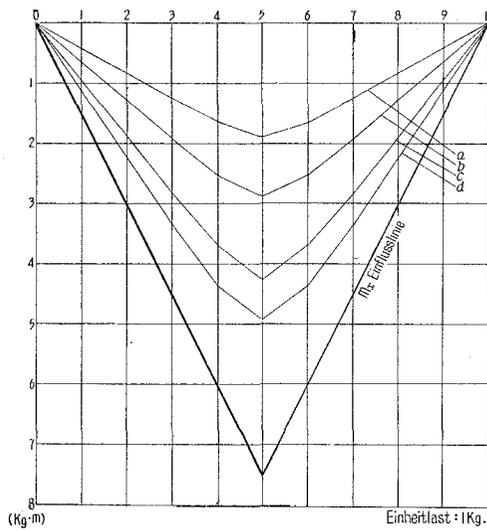


Bild. 13. Einflusslinie von hL bei $x=5$

gros der Diagonale, indem der Querschnitt der beiden Gurtungen bestimmt festgehalten wird. Demnach ergeben sich dieselbe Einflusslinie für die fünf Arten von Querschnittsgros der Untergurte sich ermitteln, indem der Querschnitt von Obergurte und Diagonale festgehalten wird. Bezeichnet man

$$(A) \quad J=0.01 m^4, \quad F_0=0.03 m^2, \quad F_u=0.005 m^2, \\ F_d=0.001 m^2, \quad 0.002 m^2, \quad 0.005 m^2, \quad 0.010 m^2, \quad 0.01544 m^2.$$

die Ergebnisse sind in Bild 4~8 und in die Tafel 1, 2 eingetragen. Mit

$$(B) \quad J=0.01 m^4, \quad F_0=0.03 m^2, \quad F_d=0.005 m^2, \\ F_u=0.001 m^2, \quad 0.002 m^2, \quad 0.005 m^2, \quad 0.010 m^2.$$

sind die Einflusslinie in Bild 9~13 und in der Tafel 3, 4 ausgedrückt.

8. Zusammenfassung

Die Versuche haben gezeigt, dass der Fachwerkträger aus der Wirkung des Fachwerks und jener des Balkens besteht. Wenn die Diagonale schwach ist, dann tendiert γ_x in H_x so ungeheuer, dass wir K_x und α_x in (18) vernachlässigen mögen, und also erhält man

$$\gamma_x(M_{x-1}-m_{x-1})-(M_x-m_x)(\gamma_x+\gamma_{x+1})+\gamma_{x+1}(M_{x+1}-m_{x+1})=0$$

d. i. $M_x = m_x,$

welches die Wirkung des Balkens ausdrückt. Wenn das Trägheitsmoment der Obergurte sich vermindert, d. i. sich infinitivem Werte naht, erklärt man

$$K_x = 6\alpha_x, \quad H_x = \alpha_x,$$

und also (17) ergibt sich

$$\alpha_x(hL_{x-1}-m_{x-1})+2(\alpha_x+\alpha_{x+1})(hL_x-m_x)+\alpha_x(hL_{x+1}-m_{x+1})=0,$$

wobei

$$L_x = m_x/h$$

der Wirkung des Fachwerks entspricht.

Zum Entscheide der Versuchsgrosse der Querschnitte, kann man die Formel (20) und (21) mit $H_x=0$ einführen. Für Ökonomische Gesichtspunkte braucht man zwar weitere Erforschungen, aber der Verfasser ist der Ansicht, dass der Fachwerkträger doch in den Besitz der Bautechnik übergehen könne.

(Angenommen am 30. Apr. 1962)

Literatur

1. K. Hirschfeld: Baustatik. Berlin/Göttingen/Heidelberg; Springer 1959.