



状態変数法による直流機の整流作用の解析

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-07-14 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 松田, 敏彦 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/3542

状態変数法による直流機の整流作用の解析

松 田 敏 彦

An Analysis of D-C Machine Commutation by State Variable Method

Toshihiko Matsuda

Abstract

This paper presents a method of analysis of d-c machine commutation by state variable method. The currents and voltages at the brush contacts are shown to be analytically determinable by solution of their state differential equations.

The analysis is applicable to the network of commutating coils with time-varying inductances and nonlinear bar-brush contact conductances, and is also applicable to both correct and maladjusted compole excitation, thus enabling the width of the sparkless zone to be determined.

With the aid of high-speed digital computers, the method is readily adaptable to design use.

I. 緒 言

直流機の整流作用の良否はほとんどその機械の死命を制するものである。整流作用の良否の判定を整流方程式を解くことにより明らかにする研究は、古くから多く行なわれて来ている^{1)~10)}。しかし、多くの理論はブラシの整流子片被ふく数 β が $\beta \leq 1$ の場合について、無火花条件式および無火花帯幅について解析を行なったものであった。これに対し、一般の場合の整流方程式を解いて整流されるコイルの電流変化を決定することは、計算の困難性のためほとんどなされていない。

近年電子計算機が自由に使用できるようになるとともに、実機の整流作用を詳細計算し設計に利用する研究が進められている^{11)~14)}。本報告は実機についての一般整流方程式を簡単なグラフ理論と状態変数法を適用して電子計算機の使用に適する形に導びき、その解から整流作用の良否を判定する方法を示すものである。この解析法は整流中のコイルのインダクタンスおよびブラシ接触抵抗の時変性、ブラシと整流子片接触の電圧—電流特性の非線形性などを算入しうるものである。

導びかれた整流方程式は、ブラシ接触抵抗を無視した Linville らの解析法の解を一特解として包含し、その特解に対して算定される整流起電力を一般の場合の最適整流起電力の近似値として与えて解かれる。この解をもとに、補極調整に対するブラシ後端と整流子片間の電圧

ピーク値から、補極の無火花調整範囲が算定され、設計時における整流良否の判定に利用できるものである。

II. 仮定と短絡電流回路網

1. 仮定

整流作用は電機子コイルの一部がブラシによりつぎつぎと短絡、開放されて短絡中のコイル電流が反転する過程である。この回路系は電機子巻線方式によってそれぞれ異なった性質を有し、かつ整流に影響する因子を実験的に決定することが困難であるため、その解析は極めて複雑、困難である。従って以下次のような仮定をおいて解析を進める。

- a) 二層重ね巻電機子の場合を扱う。重ね巻の場合は多極機でも二極機に等価である。大型機ではほとんど重ね巻が用いられる^{14),17)}。
- b) コイルインダクタンスはブラシのコイル短絡数が一定である小区間中一定であるとする。
- c) 整流電圧は整流状態に無関係である。すなわち、電機子反作用は整流状態に無関係であるとする。
- d) ライザー抵抗は無視する。
- e) 非整流中電機子コイルが整流中のコイルに作用する電圧は無視する。すなわち、非整流中電機子コイルのインダクタンスおよび抵抗を無視する。
- f) 整流子片間マイカの厚みは無視する。
- g) 補極の中心線を縦軸とした補極磁束分布は \cos 関数状に、主極漏れ磁束分布は \sinh 関数状に分布するものとする。
- h) 極間隔当りの整流子片数が整数の場合と $1/2$ の端数をもつ場合を取り扱う。整数の場合は同時に 2 個のコイルが短絡または開放し、大区間当りの小区間数が半減する。

2. 電機子短絡コイル回路網

従来多くの解析に際し、図-1 の形状の短絡電流回路が取り扱われて来た。しかし、実機の短絡電流回路微分方程式を、回路網グラフの接続関係を基礎に導くためには、電源および集中定数回路素子により閉じた回路網に表わす必要がある。簡単のため、仮定 (a) から更に単重重ね巻 2 極機、ブラシの整流子片被ふく数

$\beta=1$ の発電機を考える。この場合電機子短絡電流回路は図-2 の回路に書くことができる。図-1 の回路で電機子内部回路電流を I として微分方程式を書くことは、電流値 I の定電流源が電機子内部回路に存在することを暗を含んでいる。

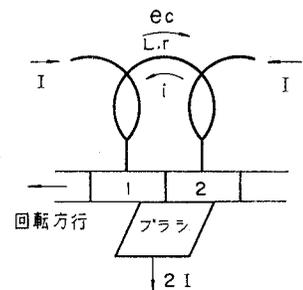


図-1 整流中のコイルの形成する回路
(従来使用されて来た回路図)

図-2について、整流起電力 e_1 および e_2 はほぼ等しい値をもつから、この起電力による電機子回路電流の重畳分は極めて小さく無視できるものとする。電圧源 E_s を正弦波起電力と仮定し、 R_1, R_2, r, L の Δ 形短絡回路部分を Y 形回路に Δ -Y 交換して電機子内部回路電流を計算すると次のようになる。

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_s - \dot{E}}{\dot{Z}_a + 4\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} \quad (1)$$

- ここに、
- \dot{I}_a = 電機子内部回路電流
 - \dot{E}_s = 電機子巻線速度起電力
 - \dot{E} = 電機子端子電圧
 - $\dot{Z}_a = R_a + j\omega L_a$
 - $\dot{Z}_1 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2 + r + j\omega L)$
 - $\dot{Z}_2 = (r R_1 + j\omega L R_1) / (R_1 + R_2 + r + j\omega L)$
 - $\dot{Z}_3 = (r R_2 + j\omega L R_2) / (R_1 + R_2 + r + j\omega L)$

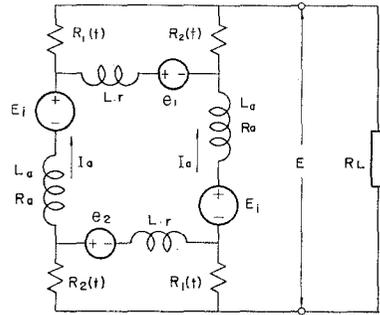


図-2 整流中のコイルと電機子回路
2極 重ね巻, $\beta=1$

である。式(1)において \dot{Z}_2, \dot{Z}_3 は \dot{Z}_a に比し小さく無視できる。 \dot{I}_a は \dot{Z}_1 の時変性により変動するが、その変動率は直流抵抗分のみによる計算で1~2%位と概算される。大型機の場合で、かつインダクタンス L および L_a の効果を加味すると変動率はより小さい値となり、これも無視できると考えられる。

以上の考察から短絡電流回路の電源としては、電機子内部回路に L_a と直列に

$$I_s = (E_s - E) / R_a \quad (2)$$

なる電流源を接続する。このことは電源変換により得られる回路の電流源に並列に存在する抵抗 R_a を省略することに当る。極数が2より多くブラシの整流子片被ふく数が1より大きい一般の場合も上記の近似が成立するとすると、一般の場合の短絡電流回路網は図-3で表わすことができる。図-3で記号を次のように定める。

(1) 短絡コイル番号は正極および負極性両ブラシにより最後に短絡されたコイルをそれぞれ No. 1, No. 2 とし、順次整流の進んだコイルへ3, 5, ..., $n-1$ および 4, 6, ..., n とする。また、No. 1, No. 2 に引き続いて短絡されるコイルをそれぞれ No. 2, No. 3, ... とする。

(2) 短絡コイルのインダクタンスを L_1, L_2, \dots, L_n 短絡コイル抵抗を r_1, r_2, \dots, r_n 短絡コイル電流を $i_{L1}, i_{L2}, \dots, i_{Ln}$ 各短絡コイルの整流起

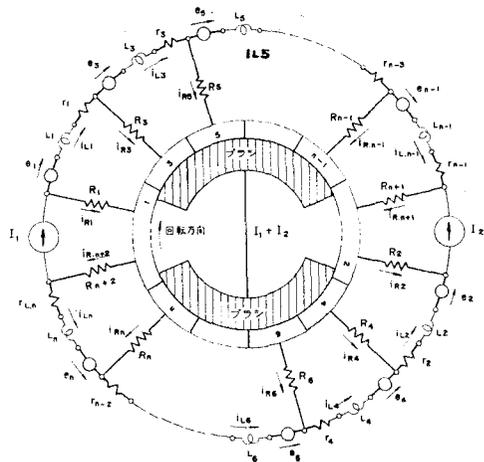


図-3 一般整流回路網

電力を e_1, e_2, \dots, e_n とする。

ブラン短絡コイル数 n はブランの整流子片被ふく数を $\beta = (\nu/2) + \delta$ (ν は整数, $0 \leq \delta \leq 0.5$) とすると表-1 で与えられる。

表-1 電機子巻線法と短絡コイル数 ($\beta = \frac{\nu}{2} + \delta$)

毎極対当り スロット数 S_r/P	コイル短絡度 (スロット) Δ	スロット内横 並び導体数 u		毎極対当り 整流子片数 K/P	同時に開路 する短絡 コイル数	正負ブラン対のコイル短絡数	
		偶数	奇数			最多短絡数	最少短絡数
偶数	0	偶数	奇数	偶数	2	$2([\nu/2]+1)$	$2[\nu/2]$
奇数	1/2	偶数	偶数	偶数	2	$2([\nu/2]+1)$	$2[\nu/2]$
		奇数	奇数	奇数	1	$\nu+1$	ν

表中 ν は整数, $[\nu/2]$ は $\nu/2$ の整数部を与えるものとする。

図-3 において整流過程をみると、コイル No. 1 の整流開始からコイル No. n の整流終了までを小区間 ①, コイル No. n の整流終了からコイル No. 2 の整流開始までを小区間 ② と名付ける。以下順次小区間番号をつける。奇数番の小区間 ①, ③, ... は区間の始めと終りにおいて、それぞれ接触開始および終了するコイル

が表-1 に示す個数ずつあり、特異小区間と呼ばれる。偶数番の小区間 ②, ④, ... は短絡を開始または終了するコイルはなく正則小区間と呼ばれる¹⁴⁾。いまスロット内横並び導体数を u とすると、 u 個の正則小区間と u 個の特異小区間を交互に経過すると、すなわち、 $1/2$ スロットピッチ周期で総体の回路系は始めの状態に復帰する。これを大区間と呼ぶ。大区間中整流を終了する u 個のコイルが同

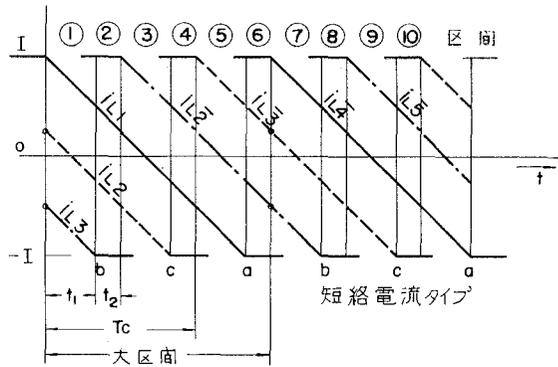


図-4 短絡電流タイプと整流小区間
($u=3, \beta=1.8, \Delta=1/2$)

一スロット内にあるように計算区間を選び、図-4 に示すように最初に整流されるコイルから、コイルタイプ a, b, c, \dots, u と名付け、それぞれの短絡電流を短絡電流タイプ $i_a, i_b, i_c, \dots, i_u$ と呼ぶ。

III. 整流状態方程式^{15), 16)}

回路論における状態変数法の基本は、1) Bryant による normal tree を求める。2) normal tree から状態変数ベクトルを木に属する容量の電圧(電荷)と補木に属する誘導素子の電流(磁

束) の組 $\mathbf{x} = [\mathbf{v}, \mathbf{i}_L]^T$ として選ぶ。3) \mathbf{x} について標準形の微分方程式 $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ を導びくことを骨子としている。ここに、 \mathbf{u} は入力ベクトルである。

枝電圧および枝電流ベクトルを木枝路および補木枝路の素子の種類別に分割して、

$$\mathbf{V}_b(t) = \text{col} [\mathbf{V}_V, \mathbf{V}_C, \mathbf{V}_G, \mathbf{V}_T, \mathbf{V}_S, \mathbf{V}_R, \mathbf{V}_L, \mathbf{V}_I] \tag{3}$$

$$\mathbf{i}_b(t) = \text{col} [\mathbf{i}_V, \mathbf{i}_C, \mathbf{i}_G, \mathbf{i}_T, \mathbf{i}_S, \mathbf{i}_R, \mathbf{i}_L, \mathbf{i}_I] \tag{4}$$

と表わすと、キルヒホッフの電流則および電圧則方程式は次式のように書かれる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_V(t) \\ \mathbf{i}_C(t) \\ \mathbf{i}_G(t) \\ \mathbf{i}_T(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{VS} & \mathbf{F}_{VR} & \mathbf{F}_{VL} & \mathbf{F}_{VI} \\ \mathbf{F}_{CS} & \mathbf{F}_{CR} & \mathbf{F}_{CL} & \mathbf{F}_{CI} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{GR} & \mathbf{F}_{GL} & \mathbf{F}_{GI} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{TL} & \mathbf{F}_{TI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_S(t) \\ \mathbf{i}_R(t) \\ \mathbf{i}_L(t) \\ \mathbf{i}_I(t) \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_S(t) \\ \mathbf{V}_R(t) \\ \mathbf{V}_L(t) \\ \mathbf{V}_I(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{VS}^T & \mathbf{F}_{CS}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{VR}^T & \mathbf{F}_{CR}^T & \mathbf{F}_{GR}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{VL}^T & \mathbf{F}_{CL}^T & \mathbf{F}_{GL}^T & \mathbf{F}_{TL}^T \\ \mathbf{F}_{VI}^T & \mathbf{F}_{CI}^T & \mathbf{F}_{GI}^T & \mathbf{F}_{LI}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_V(t) \\ \mathbf{V}_C(t) \\ \mathbf{V}_G(t) \\ \mathbf{V}_T(t) \end{bmatrix} \tag{6}$$

この式(5)および(6)に回路網の枝路特性を代入し、状態変数以外の不要変数を代数的に消去して状態方程式が得られる。

1. 一般整流状態方程式

ブラシによる短絡コイル電流の時間変化を表わす微分方程式を整流状態方程式と呼ぶことにする。図-3に示したように、短絡電流回路は電源、抵抗およびインダクタンス素子からなり、整流子片間容量などすべての漂遊容量は無視して取り扱われる。従って静電容量素子は回路網中に含まれないが、一般的意味でC-基準木を取り回路網グラフを描くと図-5を得る。太線は木枝路を細線は補木枝路を表わす。

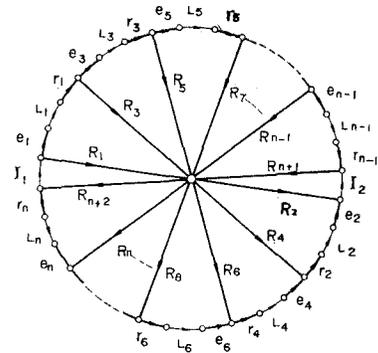


図-5 整流回路網グラフ

木枝路は電圧源および抵抗素子のみからなり、補木枝路は電流源およびインダクタンス素子のみからなるからカットセット行列の主要部は次式となる。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{VL} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{GL} & \mathbf{F}_{GI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{VL} & \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_{RL} & \mathbf{L}_{RI} \\ \mathbf{F}_{rL} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{7}$$

ここに、 $\mathbf{F}_{GL} = [\mathbf{F}_{RL}, \mathbf{F}_{rL}]^T$ はブラシ—整流子片間接触抵抗 $R_j (j=1, 2, \dots, n+2)$ および短絡コイル抵抗 $r_j (j=1, 2, \dots, n)$ と短絡コイルインダクタンス $L_j (j=1, 2, \dots, n)$ との接続関係を表わす。また、 $\mathbf{F}_{GI} = [\mathbf{F}_{RI}, \mathbf{0}]^T$ は R_j および r_j と電流源 (非整流中電機子コイル) との接続関係を表わす。式(7)からキルヒホッフの電流則および電圧則方程式は次式となる。

$$\mathbf{Q}\mathbf{i}_b(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{VL} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{RL} & \mathbf{F}_{RI} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{F}_{rL} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_V(t) \\ \mathbf{i}_R(t) \\ \mathbf{i}_r(t) \\ \mathbf{i}_L(t) \\ \mathbf{i}_I(t) \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{V}_b(t) = \begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{VL}^T & -\mathbf{F}_{RL}^T & -\mathbf{F}_{rL}^T & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{F}_{RI}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_V(t) \\ \mathbf{V}_R(t) \\ \mathbf{V}_r(t) \\ \mathbf{V}_L(t) \\ \mathbf{V}_I(t) \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (9)$$

ここに、 $\mathbf{i}_R(t)$: 整流子片電流ベクトル、 $\mathbf{i}_L(t)=\mathbf{i}_r(t)$: 短絡コイル電流ベクトル、 $\mathbf{V}_R(t)$: ブラシ-整流子片間接触電圧ベクトル、 $\mathbf{V}_r(t)$: 短絡コイル抵抗電圧ベクトルである。

各種素子の枝路電圧電流関係は次のようになる。

a) 抵抗枝路 線形性を仮定すると次式のように書かれる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_R(t) \\ \mathbf{i}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_R(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_R(t) \\ \mathbf{V}_r(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここに、 \mathbf{G}_R は $(n+2)$ 次、 \mathbf{G}_r は n 次の対角行列である。 \mathbf{G}_R の要素は時変、非線形抵抗であるから短絡コイルの抵抗 \mathbf{G}_r とは分離して表示した。 \mathbf{G}_R の電圧電流関係は

$$\mathbf{V}_R(\mathbf{i}_R, t) = k [\mathbf{g}^{V^m}]_{n+2} \quad (11)$$

で与えられる⁴⁾。ここに k, m は定数、 \mathbf{g} はブラシと各整流子片との接触面電流密度ベクトル、 $[\mathbf{g}^{V^m}]_{n+2}$ は $g_j^{V^m}$ ($j=1, 2, \dots, n+2$)なる要素からなる $(n+2)$ 次の列ベクトルを表わすものとする。

b) インダクタンス枝路 短絡コイルインダクタンスはコイルと補極の相対位置により変る時間の関数であるが、簡単のために小区間中一定であるとする。インダクタンス行列は一般に特異小区間で $(n \times n)$ 次、正則小区間では表-1によってこれより一次または二次低い行列である。ここに、 n は短絡コイル数である。インダクタンス枝路電圧ベクトルを $\mathbf{V}_L(t)$ 、電流ベクトルを $\mathbf{i}_L(t)$ として、枝路電圧電流関係式は次式となる。

$$\mathbf{V}_L(t) = \mathbf{L}_L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_L(t) \quad (12)$$

c) 電圧源枝路 補極空隙磁束および主極漏れ磁束により短絡コイルに誘起する起電力を電圧源素子により近似する。電圧源電圧ベクトルを \mathbf{V}_V 、電圧源電流ベクトルを \mathbf{i}_V で表わす。

d) 電流源枝路 II-2節で述べた通り非整流中電機子コイルのインダクタンスおよび抵抗を無視して、電機子内部回路電流は電流源により供給されると近似する。その電流源枝路電圧および電流を \mathbf{V}_I および \mathbf{i}_I とする。

以上の枝路電圧電流関係を式(9)および式(10)に代入し、不要変数を消去する。式(9)および式(12)から

$$\mathbf{V}_L(t) = \mathbf{L}_L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_L(t) = \mathbf{F}_{VL}^T \mathbf{V}_V(t) + \mathbf{F}_{RL}^T \mathbf{V}_R(t) + \mathbf{F}_{rL}^T \mathbf{V}_r(t) \quad (13)$$

をうる。ブラシ-整流子片接触電圧電流関係式(11)において電流密度ベクトルを次式のように表わす。

$$\mathbf{g} = \mathcal{R}_R \mathbf{i}_R / A \quad (14)$$

$$\mathcal{R}_R \stackrel{A}{=} \text{diag} \left[\frac{\beta}{\tau}, \frac{\beta}{0.5+\tau}, \beta, \dots, \frac{\beta}{0.5+\delta-\tau}, \frac{\beta}{\delta-\tau} \right] \quad (15)$$

ただし、式(15)は極間隔当りの整流子片数が1/2の端数をもつ場合である。A: ブラシの全接触面積, $\tau = t/T_s$: 整流子片周期で正規化した時間, I_R : 整流子片電流ベクトルである。

ブラシ定格電流 $2I_f$ がブラシ全接触面に平等に分布して流れる場合の接触電圧は、 R_b を $2I_f$ に対するブラシ全面接触抵抗として

$$\mathbf{V}_b = 2R_b I_f = k \left(\frac{2I_f}{A} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (16)$$

であるから式(11)は次のように書かれる。

$$\mathbf{V}_R(\mathbf{i}_R, t) = R_b (2I_f)^{1-\frac{1}{m}} \left[(\mathcal{R}_R \cdot \mathbf{i}_R)^{\frac{1}{m}} \right]_{n+2} \quad (17)$$

ただし、 $[(\mathcal{R}_R \cdot \mathbf{i}_R)^{1/m}]_{n+2}$ は式(15)によって

$$\left[(\mathcal{R}_R \cdot \mathbf{i}_R)^{\frac{1}{m}} \right]_{n+2} = \left[\left(\frac{\beta i_{R1}}{\tau} \right)^{\frac{1}{m}}, \left(\frac{\beta i_{R2}}{0.5+\tau} \right)^{\frac{1}{m}}, (\beta i_{R3})^{\frac{1}{m}}, \dots, \left(\frac{\beta i_{R,n+2}}{\delta-\tau} \right)^{\frac{1}{m}} \right]^T \quad (18)$$

である。式(8)と式(17)とから

$$\mathbf{V}_R(\mathbf{i}_R, t) = \beta (2I_f)^{1-\frac{1}{m}} \left[\left\{ \mathcal{R}_R (-\mathbf{F}_{RL} \mathbf{i}_L(t) - \mathbf{F}_{RI} \mathbf{i}_I) \right\}^{\frac{1}{m}} \right]_{n+2} \quad (19)$$

上式を式(13)に代入して

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_L \frac{d\mathbf{i}_L(t)}{dt} &= \mathbf{F}_{VL}^T \mathbf{V}_V(t) + \mathbf{F}_{RL}^T (2I_f)^{1-\frac{1}{m}} R_b \left[\left\{ \mathcal{R}_R (-\mathbf{F}_{RL} \mathbf{i}_L(t) - \mathbf{F}_{RI} \mathbf{i}_I) \right\}^{\frac{1}{m}} \right]_{n+2} \\ &\quad - \mathbf{F}_{rL}^T \mathbf{G}_r^{-1} \mathbf{F}_{rL} \mathbf{i}_L(t) \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)の諸量を次のように正規化する。 $\boldsymbol{\varkappa} = \mathbf{i}_L(t)/I_f$, $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{i}_I/I_f$, $\tau = t/T_s$, $\mathcal{L}^{-1} = \lambda L_L^{-1}$, $\lambda =$ 実効インダクタンス, $\rho = R_b T / \lambda$, $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{V}_V(t)/V_b$, $\mathcal{R} = \text{diag} [\mathcal{R}_R, \mathcal{R}_r]$, $\mathcal{R}_r = \mathbf{G}_r^{-1}/R_b$ とおく。これらを式(20)に代入して

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{\varkappa}}{d\tau} &= \frac{2}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} \mathbf{F}_{VL}^T \boldsymbol{\varepsilon} + 2^{1-\frac{1}{m}} \frac{1}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} \mathbf{F}_{RL}^T \left[\left\{ \mathcal{R}_R (-\mathbf{F}_{RL} \boldsymbol{\varkappa} - \mathbf{F}_{RI} \boldsymbol{\xi}) \right\}^{\frac{1}{m}} \right]_{n+2} \\ &\quad - \frac{1}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} \mathbf{F}_{rL}^T \mathcal{R}_r \mathbf{F}_{rL} \boldsymbol{\varkappa} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。式(21)は非線形ブラシ接触抵抗を含んだ整流状態方程式である。

ここで、ブラシ—整流子片接触抵抗が線形であると近似すると、 $m=1$ において

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{x}}{d\tau} = & \frac{2}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} \boldsymbol{F}_{VL}^T \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} [\boldsymbol{F}_{RL}^T, \boldsymbol{F}_{rL}^T] \begin{bmatrix} \mathcal{R}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{RL} \\ \boldsymbol{F}_{rL} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ & - \frac{1}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} \boldsymbol{F}_{RL}^T \mathcal{R}_R \boldsymbol{F}_{RI} \boldsymbol{\zeta} \end{aligned} \quad (22)$$

となる。上式は更に次のように書かれる。

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{d\tau} = \frac{1}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} \mathcal{H}_{LL} \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{1}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} [\mathcal{H}_{VL}, \mathcal{H}_{LI}] \boldsymbol{u} \quad (23)$$

$$\text{ここに } \boldsymbol{u} \triangleq [\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\zeta}]^T \quad (24)$$

$$\mathcal{H}_{LL} \triangleq -[\boldsymbol{F}_{RL}^T, \boldsymbol{F}_{rL}^T] \begin{bmatrix} \mathcal{R}_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{RL} \\ \boldsymbol{F}_{rL} \end{bmatrix} = -\boldsymbol{F}_{GL}^T \mathcal{R} \boldsymbol{F}_{GL} \quad (25)$$

$$\mathcal{H}_{VL} \triangleq 2\boldsymbol{F}_{VL}^T \quad (26)$$

$$\mathcal{H}_{LI} \triangleq -\boldsymbol{F}_{RL}^T \mathcal{R}_R \boldsymbol{F}_{RI} \quad (27)$$

$$\mathcal{R}_R = \boldsymbol{G}_R^{-1}/R_b \quad (\text{線形の場合}) \quad (28)$$

式(21)および式(23)はそれぞれブラシ接触抵抗が非線形の場合および線形に近似した場合の整流状態方程式である。式中 β は時間を整流子片周期 T_e で正規化し、 $\rho = R_b T/\lambda$ としたために現われたものである。また $\rho = R_b T/\lambda = R_b T_e/\lambda$ は短絡回路の抵抗を R_b 、インダクタンスを λ なる一定値とした場合の整流周期 T で正規化した時定数である。 $\rho \cong 1$ なる条件が線形の場合の無火花条件である。次節に示すように $\rho > 1$ ならば整流終期における短絡電流変化率は有限となる。

式(23)において整流回路内のすべての抵抗を無視し、 $\mathcal{H}_{LL} = \mathbf{0}$ 、 $\mathcal{H}_{LI} = \mathbf{0}$ とおいた式は次のように書かれる。

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{d\tau} = \frac{1}{\beta} \rho \mathcal{L}^{-1} \mathcal{H}_{VL} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (29)$$

また、 \boldsymbol{x} および $\boldsymbol{\varepsilon}$ を \boldsymbol{i}_L および \boldsymbol{V}_V におきもどすと

$$\frac{d\boldsymbol{i}_L(t)}{dt} = \boldsymbol{L}_L^{-1} \boldsymbol{V}_V(t) \quad (30)$$

となる。この式は Linville および Alger らが取り扱った基礎式である。このブラシ接触抵抗を無視した式は整流終期における短絡電流変化を検討するには無力である。しかし、式(30)において、いわゆる完全整流を与える整流起電力の値は、最適整流起電力の極めてよい近似値を与えることが計算例から知られる。

2. ブラシ—整流子片接触電圧および整流子片間電圧

ブラシと整流子片間の接触電圧がブラシ火花電圧、約 3 [V] を越すとブラシに火花を生ず

るといわれる。この電圧 V_R は正規化短絡コイル電流 \boldsymbol{x} が計算されると式 (19) から求められる。式 (19) において、例えばブラシ—子片 No. 1 間電圧は $V_{R1} - V_{R4} - V_{R5} \dots$ と縦続に連結して得られる。式 (19) から、 $v_R = V_R/V_b$ とおくと

$$v_R = 2^{-\frac{1}{m}} \left[\left\{ \mathcal{H}_R(-\boldsymbol{F}_{RL}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{F}_{RI}\boldsymbol{\zeta}) \right\}^{\frac{1}{m}} \right]_{n+2} \quad (31)$$

$m=1$ とおくと

$$v_R = -\frac{1}{2} \mathcal{H}_R[\boldsymbol{F}_{RL}; \boldsymbol{F}_{RI}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\zeta} \end{bmatrix} \quad (31')$$

をうる。ブラシ後端と整流子片との接触電圧の時間変化形は $\beta=1$ の場合とは異なり整流周期の間にもピークをもつ波形となる。しかし、 $\beta=1$ の場合と同様に整流終期の値が特に高い。この値が有限であって、かつブラシ火花電圧よりも低い値であるか否かに注目すれば十分である。

3. 整流終期における $di_L(t)/dt$ と実効インダクタンス

式 (23) の $d\boldsymbol{x}/d\tau$ を $\dot{\boldsymbol{x}}$ と書き整理すると

$$\boldsymbol{L}_L \dot{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{\beta} R_b T \left[\mathcal{H}'_{LL}, \mathcal{H}'_{LI} \right] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\zeta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\beta} R_b T \mathcal{H}'_{VI} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (32)$$

となる。この式 (32) の $\tau \rightarrow \delta$ の極限值を求める。すなわち $\tau \rightarrow \delta$ において $\lim_{\tau \rightarrow \delta} \lambda_n = -1$ とし、 $\lim_{\tau \rightarrow \delta} \dot{\boldsymbol{x}}$ を求める。そのためには $\tau \rightarrow \delta$ における $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ の値を知る必要がある。これらの値を $\lambda_{1\delta}, \lambda_{2\delta}, \dots, \lambda_{n-1,\delta}$ とおいて、 $\dot{\lambda}_{1\delta}, \dot{\lambda}_{2\delta}, \dots, \dot{\lambda}_{n\delta}$ を未知数とする連立方程式を解く。ただし、 $\dot{\lambda}_{n\delta}$ は $\delta \rightarrow \tau$ の $\dot{\lambda}_n$ の値である。

$$\boldsymbol{L}_L \dot{\lambda}_{n\delta} = \frac{1}{\beta} R_b T \left\{ \left[\mathcal{H}'_{LL}, \mathcal{H}'_{LI} \right] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\zeta} \end{bmatrix} \right\}_{\tau \rightarrow \delta} + \frac{1}{\beta} R_b T \mathcal{H}'_{VI} \boldsymbol{\varepsilon}_\delta \quad (33)$$

ただし、 $[\boldsymbol{\varepsilon}]_{\tau \rightarrow \delta} = \boldsymbol{\varepsilon}_\delta$ とおいた。右辺第一項第 n 行に $0/0$ となる項があるので分母、分子を τ で微分すると $\dot{\lambda}_{n\delta}$ の項を生ずる。これを左辺へ移項すると \boldsymbol{L}_L の n 行 n 列要素は $(L_{nn} - R_b T)$ となる。 $\dot{\lambda}_{n\delta}$ の項を移項し去った右辺第一項を

$$\frac{1}{\beta} R_b T \left\{ \left[\mathcal{H}'_{LL}, \mathcal{H}'_{LI} \right] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\zeta} \end{bmatrix} \right\}_{\tau \rightarrow \delta}$$

と書き、左辺の $(L_{nn} - R_b T)$ の要素をもった \boldsymbol{L}_L 行列を \boldsymbol{L}'_L と書き表わすと、式 (33) は

$$\boldsymbol{L}'_L \dot{\lambda}_{n\delta} = \frac{1}{\beta} R_b T \left\{ \left[\mathcal{H}'_{LL}, \mathcal{H}'_{LI} \right] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\zeta} \end{bmatrix} \right\}_{\tau \rightarrow \delta} + \frac{1}{\beta} R_b T \mathcal{H}'_{VI} \boldsymbol{\varepsilon}_\delta \quad (34)$$

となる。この式は $\dot{\lambda}_{1\delta}, \dot{\lambda}_{2\delta}, \dots, \dot{\lambda}_{n\delta}$ を未知数にもつ n 元連立方程式である。これを $\dot{\lambda}_{n\delta}$ について解くと、 $\dot{\lambda}_{n\delta} = |\boldsymbol{A}|/|\boldsymbol{L}'_L|$ の形の解を得る。ここに $|\boldsymbol{A}|$ は \boldsymbol{L}'_L の第 n 列を式 (34) の右辺でおきかえた行列の行列式である。この $\dot{\lambda}_{n\delta}$ が有限であるためには、 $\beta=1$ の場合にならって

$$|\mathbf{L}'_L| = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} - R_b T \end{vmatrix} < 0 \quad (35)$$

の条件が必要である¹⁹⁾。すなわち、式(35)を書きなおすと

$$\begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{vmatrix} - R_b T \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1,n-1} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{n-1,1} & L_{n-1,2} & \cdots & L_{n-1,n-1} \end{vmatrix} < 0 \quad (36)$$

となる。上式を次のように書き表わす。

$$R_b T > \frac{|\mathbf{L}_L|}{|\mathbf{L}_L|_{(n,n)}} = \lambda \quad (37)$$

式(37)の λ は隣接する整流中コイルの制動効果を含めた整流終期における実効インダクタンスである。次に、同時に2個のコイルが整流を終える場合には式(35)は次式となる。

$$|\mathbf{L}'_L| = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1,n-1} & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2,n-1} & L_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{n-1,1} & L_{n-1,2} & \cdots & L_{n-1,n-1} - R_b T & L_{n-1,n} - R_b T \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{n,n-1} - R_b T & L_{nn} - R_b T \end{vmatrix} < 0 \quad (38)$$

式(38)から

$$|\mathbf{L}'_L| - R_b T \left[|\mathbf{L}'_L|_{(n-1,n-1)} + |\mathbf{L}'_L|_{(n-1,n)} + |\mathbf{L}'_L|_{(n,n-1)} + |\mathbf{L}'_L|_{(n,n)} \right] < 0 \quad (39)$$

ただし、 $|\mathbf{L}'_L|_{(n,n)}$ は、 \mathbf{L}'_L 行列から n 行、 n 列を除いた小行列式に $(-1)^{(n+n)}$ を乗じたものである。 λ の値は一般の場合、そのコイルの整流終期の自己インダクタンスに近い値である。

4. 数値解法

一般線形整流方程式の解析としては級数展開法を用いた乙武氏の報告がある¹⁴⁾。与えられた終期値を取る解は整流終期において常に正則な成分を含むこと、一般的正則整流の意味、無火花帯の計算法などが明らかにされている。前節で導びかれた標準形の整流状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (40)$$

を解析的に解くことは時変 \mathbf{A} 行列要素の特異性のため困難である²⁰⁾。ここでは本論文の目的を実機の整流の良否を定量的に算定する系統的手法を求める点におき、数値解析の要点を述べる。

(1) II-2節で述べたようにすべての短絡電流タイプは1/2スロットピッチ周期で始めの状態に復帰するので、計算は1/2スロットピッチ周期、すなわち一大区間間隔についてのみ実行する。各短絡電流タイプの全整流周期にわたる解は計算区間内の各短絡電流タイプについての解を継続に接続して得られる。

(2) 整流状態方程式は境界条件として未知初期値をもつ多点境界値問題となる。本文IV.

数値例の計算にはつぎの方法を用いた。計算区間の電流初期値と最終値が同一値であることに注目し、すべての未知初期値を仮定して積分を行ない、得られた終期値が仮定された初期値に等しいかどうかを比較する。この両者が所定の誤差以内に一致していなければ、計算で得られた終期値を初期値として計算を繰返し、両者が一致するまで行なうのである。計算の収斂時間は若干の予備計算による経験をもって初期値を仮定すると著しく短縮することができる。IV.の計算例の場合、仮定期初値の近似度がある程度以上悪くなると、近似度に関係なく計算繰返し回数7~8回、計算時間2~4分程度で一つの整流起電力値に対して、求めるすべての計算が終了した。

(3) 短絡回路のインダクタンスおよび整流起電力の計算。これらの計算については Alger¹²⁾ および Tustin^{21), 22)} らの報告がある。ここでは Alger らにより与えられた計算法を適用する。

インダクタンス行列はスロット漏れ磁束、端接続漏れ磁束および歯端漏れ磁束の補極磁極片を通らない部分による定値自己および相互インダクタンスと補極片に対するスロット位置の関数として計算される時間変化自己および相互インダクタンスの和で得られる。定値部は付録1.の式で計算される。同一スロット層内導体間のスロット漏れ磁束による相互インダクタンスは自己インダクタンスに等しいとする。

時間変化部は図-6に示す5種の補極空隙パーミアンスを付録2.の Roters の式¹²⁾により計算し、図-6の各コイル位置 $a, b, c, \dots, a', b', c', \dots$ についての合成パーミアンスを計算し(付録2.の計算式)、補極中心線から1/2スロットピッチ間隔位置のインダクタンス値が得られる。これから各小区間に対する平均インダクタンスが補間により求められる。各短絡電流タイプは電機子円周上に換算した整流子片ピッチだけ磁界中を歪位した位置から整流を開始する故、それぞれについて補間計算を行ない求めねばならない。

補極空隙における補極磁束および主極漏れ磁束はそれぞれ \cos 関数状および \sinh 関数状に分布すると近似する¹²⁾。これらによる短絡コイル起電力は補極前端について、電動機動作の場合は同極性に、発電機動作の場合は逆極性に生ずる。主極漏れ磁束による誘起起電力は

$$e_l = A_2 \sinh(a'x) \tag{41}$$

で近似する。 x は補極中心線とスロット中心線との距離である。 A_2 および a' は $x_1 = w_f/2$ および $x_2 = w_f/2 + w_l/2$ を式(41)に代入して決定される¹²⁾。式(41)は次式となる。

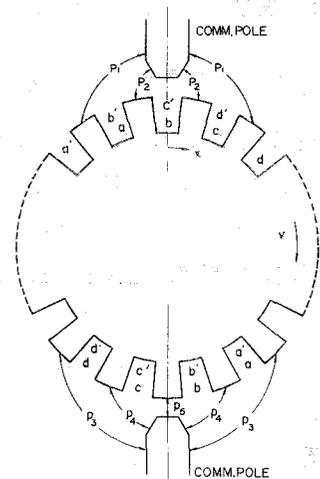


図-6 整流帯コイル位置とパーミアンス
($P=2, D=1/2$)

$$e_t = 2A_2 \cosh \frac{a'f_i}{2} \sinh a' \left(\frac{\pi D_r}{60} Nt + x_0 - \frac{f_i}{2} \right) \quad (42)$$

ここに、 $f_i = \pi D_r / (2S_r)$ 、 D_r : 電機子直径、 S_r : 電機子スロット数、 $x_0 = \beta \pi D_r / (2K)$: 補極中心線から整流開始スロット位置までの距離、 K : 整流子片数、 N : 回転数、 w_f : 補極片幅、 w_t : 電機子歯幅である。

つぎに、補極磁束による短絡コイル誘起起電力は次式で近似する。

$$e_c = A_1 \cos(\pi x / 2X), \quad 0 < x < X \quad (43)$$

ここに、 A_1 は補極磁束による電機子1導体当りの誘起起電力の最大値である。この起電力の平均値は(整流帯の全補極空隙磁束)/(整流周期)と定義される故、図-7に示すように X の値は \cos 関数状分布磁束が全磁束に等しくなるように決められる。よって e_c は次式で与えられる。

$$e_c = 2A_1 \cos \frac{\pi f_i}{4X} \cos \left(\frac{\pi D_r}{60} Nt + x_0 - \frac{f_i}{2} \right) \quad (44)$$

A_1 の値は式(30)で与えられる短絡電流の最終値が電機子内部回路電流($-I_f$)となる積分定数から求め、これを基準値として最適値を決定することができる。もちろん、Algerらの計算式におけるように A_1 の調整変化によって、短絡電流の終期値が電機子内部回路電流と異なる値を取ることはない。

(4) インダクタンス行列は特異小区間において n 次の正方行列、正則小区間においては特異小区間で整流を終えたコイル数だけ次数の低い正方行列である。この二つの行列を各小区間に対応して使い分けて計算を進める。ブラシ-整流子片接触抵抗は $\tau_a = \kappa(T_c/2)$ および $\tau_b = \tau_1 + \kappa(T_c/2)$ 、(τ_1 : 特異小区間幅、 $\kappa = 0, 1, \dots$)において無限大となるので、 τ_a および τ_b に十分近い値を取る区間 $[\tau_a + \epsilon, \tau_b - \epsilon]$ について計算する。

ϵ の値は整流終期におけるブラシ接触電圧値や短絡電流の di/dt 変化特性が判定できるように十分小さく取る必要がある。しかし、 $\epsilon = 10^{-3}$ 程度で十分である。接触抵抗時間変化のキザミ幅も整流終期に近づくほどこまかく取り、キザミ幅変更毎にマトリクス $\mathbf{A}(t)$ の計算を行なう。

(5) 計算機への入力データとしては、カットセット行列の主要部 \mathbf{F} 、電機子回路電流 \mathbf{i}_t 、インダクタンス行列 \mathbf{L}_t 、ブラシ全面接触抵抗 R_b 、整流子片周期 T_c 、ブラシの整流子片被ふく数 β および e_t, e_c の式に関する $a', A_2, D_r, S_r, N, K, x_0$ と整流起電力の最大値 $E_c = 2A_1 \cos(\pi f_i / 4X)$ 、短絡電流初期値 \mathcal{I}_0 などである。正規化された抵抗行列 \mathcal{R} は巻線法毎にプログラ

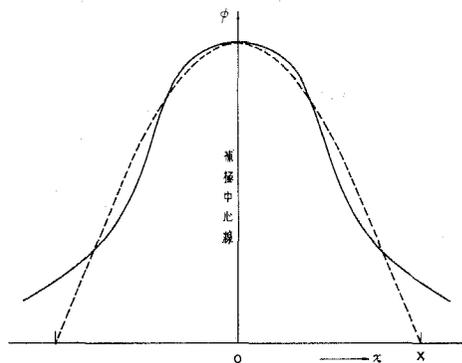


図-7 補極磁束分布と X

ム上で構成されねばならない。上記インダクタンス行列，短絡巻線起電力の決定は現在のところ方程式の求解計算からは分離して行なう必要がある。各巻線法についてのインダクタンスの計算，補極空隙磁界の算定などが統一的になされないからである。

(6) 整流状態方程式の数値解はルンゲ・クッタ・ジル法により求めた。使用する計算機システムが連立微分方程式のライブラリ・プログラムを有するならば，これを容易に適用できる。また式(40)の標準形に4次のルンゲ・クッタ法を適用した次の式も使用できる。

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{x}_{k+1} = & \left(\boldsymbol{I} + h\boldsymbol{A} + \frac{1}{2} h^2 \boldsymbol{A}^2 + \frac{1}{6} h^3 \boldsymbol{A}^3 + \frac{1}{24} h^4 \boldsymbol{A}^4 \right) \boldsymbol{x}_k \\
 & + \frac{1}{6} h \left(\boldsymbol{I} + h\boldsymbol{A} + \frac{1}{2} h^2 \boldsymbol{A}^2 + \frac{1}{2} h^3 \boldsymbol{A}^3 \right) \boldsymbol{B} \boldsymbol{u}_k \\
 & + \frac{2}{3} h \left(\boldsymbol{I} + \frac{1}{2} h\boldsymbol{A} + \frac{1}{8} h^2 \boldsymbol{A}^2 \right) \boldsymbol{B} \boldsymbol{u}_{k+1/2} + \frac{1}{6} h \boldsymbol{B} \boldsymbol{u}_{k+1} \\
 \boldsymbol{u}_{k+1/2} \stackrel{d}{=} & \boldsymbol{u} [t_0 + (k+1/2)h]
 \end{aligned} \tag{45}$$

IV. 数値列とその結果

1. 数値計算例

以上の方法を Linville および Alger らの計算例の直流機に適用し，結果の考察を行なった。供試機の定格は8極，1650 [kW]，600 [V]， $N=250/550$ [rpm]， $8I_f=2940$ [A] である。諸定数はつぎの通りである。

- 電機子直径 $D_r = 1.27$ [m]
- スロット数 $S_r = 132$
- $u = 2$ (単重重ね巻)
- 短節度 $J = 1/2$
- (スロットピッチ短節巻)
- $\beta = 2.8$
- 整流子片数 $K = 264$
- スロット幅 $w_b = 0.0132$ [m]
- 補極片幅 $w_f = 0.0286$ [m]
- 電機子歯幅 $w_t = 0.0170$ [m]
- 導体高さ $h_1 = 0.0165$ [m] (図-10)
- $h_2 = 0.0052$ [m]
- 導体厚さ $w_c = 0.0051$ [m] (図-10)
- 補極空隙長 $g_c = 0.0102$ [m]
- 電機子軸長 $l = 0.65$ [m]

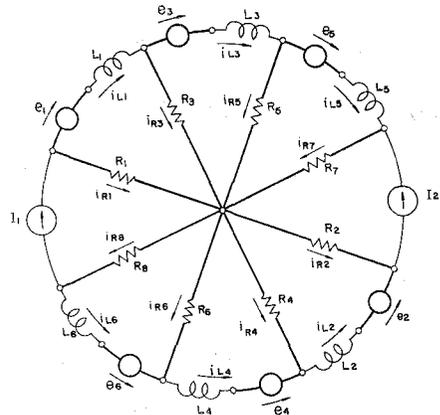


図-8 1650 kW，単重重ね巻電機子整流回路
 $\beta=2.8$ ， $u=2$
 1/2 スロットピッチ短節巻

1/2 スロットピッチ短節巻，每極対当り整流子片数は偶数であるので，表-1によりコイルタイプ a および b の2個のコイルが同時に短絡および開放される。大区間中の小区間数は2である。供試機について図-3の一般整流回路は図-8のように表わされる。正則小区間では L_5 および L_6 は整流を完了しており， $L_1 \sim L_4$ の短絡電流が変化を継続する。以下の数値計算は発電機動作の場合で，簡単のために図-8に示すように短絡コイルの抵抗を無視し，ブラシ接触抵抗は線形であるとして進める。 R_b の値はブラシ全電流 735 [A] が平等分布して流れた場合の電圧降下を 1.5 [V] として計算し，0.00204 [Ω] とした。

図-8において太線のように木をとり，各枝の電流および電圧降下の基準方向として矢印の方向づけをする。電流ベクトルは区間 ① において

$$i_L(t) = [i_{L1}(t), i_{L2}(t), i_{L3}(t), i_{L4}(t), i_{L5}(t), i_{L6}(t)]^T \quad (46)$$

の6次のベクトルである。カットセット行列の主要部は次のようになる。

$$F = \begin{bmatrix} F_{VL} & 0 \\ F_{GL} & F_{GI} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (47)$$

補極磁束および主極漏れ磁束により短絡回路に誘起する起電力の和は次式となる。

$$e_s(t) = 2A_1 \cos \frac{\pi f_i}{4X} \cos \frac{\pi}{2X} \left(\frac{\pi D_r}{60} N(t+kT_c) + x_0 - \frac{f_i}{2} \right) - 2A_2 \cosh \frac{a' f_i}{2} \sinh a' \left(\frac{\pi D_r}{60} N(t+kT_c) + x_0 - \frac{f_i}{2} \right) \quad (48)$$

式(48)を $V_b=1.5$ [V]， $T_c=0.000909$ [s] で正規化して次式をうる。

$$e_s(\tau) = (E_c/V_b) \cos [0.618(\tau+\phi) - 1.177] - (0.181/V_b) \sinh [1.267(\tau+\phi) - 2.412] \quad (48')$$

ここで τ ($0 \leq \tau \leq 1$ ， $i=1, 2, \dots, 6$ に対して $\phi=0, 1, 2, 1, 2, 3$)

上式を用いて入力ベクトル \mathbf{u} は電機子回路電流も $I_f=367.5$ [A] で正規化して

$$\mathbf{u}(\tau) = [\boldsymbol{\varepsilon} | \boldsymbol{\zeta}]^T = [e_1(\tau), e_2(\tau), e_3(\tau), e_4(\tau), e_5(\tau), e_6(\tau); 1, 1]^T \quad (49)$$

で与えられる。ここに， $E_c=0.609A_1$ ：補極磁束による誘起起電力の最大値， $T_c=0.909$ [ms]，

$x_0 = w_b/2 = \beta\pi D_r/2K = -0.00212$ [m], $X = 0.0384$ [m], $f_s = \pi D_r/2S_r = 0.0151$ [rad·m] である。
 また、 a' および A_2 は Alger らの文献の 図-9 と式 (6) から $a' = 83.9$, $A_2 = -0.075$ と与えられる。

インダクタンス行列 インダクタンスの時間変化部分は 図-6 に示す各コイル位置に対するパーミアンスから、補極中心線から $1/2$ スロットピッチ間隔位置の関数として付録 2. の式により計算される。図-6 および 図-9 に示すスロット位置およびコイルの記号により、位置の関数としてのインダクタンスを表-2 に示す。

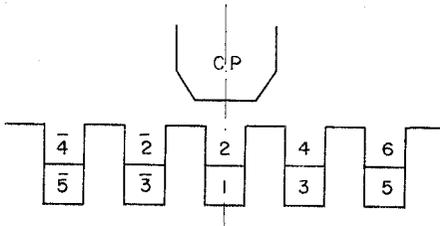


図-9 コイル相互位置の番号付け

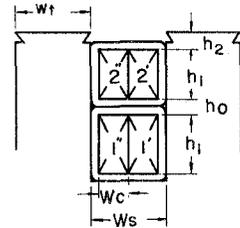


図-10 スロット断面図

表-2 スロット位置 x の関数としてのコイルインダクタンス

x	L_{11}	$L_{1\bar{2}}$	L_{12}	$L_{1\bar{3}}$	L_{13}	$L_{1\bar{4}}$	L_{14}	$L_{1\bar{5}}$	L_{15}
$-3(w_s + w_t)/2$	$L_{a'}$		$L_{a'a}$		$L_{a'b'}$		$L_{a'b}$		$L_{ac'}$
$-(w_s + w_t)$	L_a	$L_{aa'}$	$L_{ab'}$		L_{ab}		$L_{ac'}$		L_{ac}
$-(w_s + w_t)/2$	$L_{b'}$	$L_{b'a}$	$L_{b'b}$	$L_{a'b'}$	$L_{b'c'}$		$L_{b'c}$		$L_{b'd'}$
0	L_b	$L_{bb'}$	$L_{bc'}$	L_{ab}	L_{bc}	L_{ab}	$L_{bd'}$		L_{ba}
$(w_s + w_t)/2$	$L_{c'}$	$L_{c'b}$	$L_{c'c}$	$L_{b'c'}$	$L_{c'a'}$	$L_{c'a}$	$L_{c'd}$	$L_{a'c'}$	
$(w_s + w_t)$	L_c	$L_{cc'}$	$L_{cd'}$	L_{bc}	L_{cd}	$L_{cb'}$		L_{ac}	
$3(w_s + w_t)/2$	$L_{a'}$	$L_{a'a}$	$L_{a'd}$	$L_{c'a'}$		$L_{a'b}$		$L_{b'd}$	
$2(w_s + w_t)$	L_a	$L_{aa'}$		L_{cd}		$L_{ac'}$		L_{bd}	

表-2 のインダクタンス値を次に示す。単位は [μ H] である。

$$\begin{aligned}
 L_a &= L_{a'} = 6.02 & L_{ab'} &= L_{ca'} = 5.56 & L_{ab} &= L_{c'a'} = 4.31 & L_{ac'} &= L_{bd'} = 2.59 & L_{ac} &= L_{b'd'} = 1.30 \\
 L_b &= L_{c'} = 21.17 & L_{bb'} &= L_{c'o} = 12.3 & L_{bc} &= L_{b'c'} = 3.27 & L_{b'c} &= 3.42 & L_{a'c'} &= L_{bd} = 0.97 \\
 L_c &= L_{b'} = 9.33 & L_{bc'} &= 18.2 & L_{ca} &= L_{a'b} = 2.45 & & & & \\
 L_{a'} &= L_{a'} = 3.39 & L_{aa'} &= L_{a'a} = 3.39 & & & & & &
 \end{aligned}$$

これらのインダクタンス値から各小区間におけるインダクタンスの平均値が線形補間により計算される。時間変化部インダクタンス行列を表-3, 表-4 に示す。

インダクタンス行列の定値部の要素は付録 1. の式により計算され次のようになる。

$$L_{11} = L_s + 2L_{st} + L_e = 5.137 \times 10^{-6} \quad [\text{H}] \quad (50)$$

$$L_{11'} = L_s + 2M_{st} + M_{c1} = 4.076 \times 10^{-6} \quad [\text{H}] \quad (51)$$

$$L_{12} = M_s + M_{tt} = 1.044 \times 10^{-6} \quad [\text{H}] \quad (52)$$

$$L_{13'} = M_{e1} = 1.063 \times 10^{-6} \quad [\text{H}] \quad (53)$$

$$L_{13} = M_{e2} = 0.530 \times 10^{-6} \quad [\text{H}] \quad (54)$$

$$L_{14} = 0 \quad (55)$$

インダクタンス行列の定値部を表-5に示す。表-5の行列は特異小区間に対するものであるが、これから5, 6行および5, 6列を除いた行列が正則小区間に対する行列となる。表-3, 表-4, 表-5から短絡コイルインダクタンス行列 L_L は次のようになる。

特異小区間に対するインダクタンス行列 L_a は式(56), 正則小区間に対するインダクタンス行列 L_b は式(57)となる。

$$L_a = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 5.987 & 1.884 & 1.363 & 1.884 & 0.830 & 0.190 \\ \hline 1.884 & 6.947 & 2.624 & 5.886 & 2.620 & 0.820 \\ \hline 1.433 & 2.624 & 6.907 & 2.624 & 5.846 & 1.884 \\ \hline 1.884 & 5.886 & 2.624 & 6.947 & 2.624 & 1.353 \\ \hline 0.900 & 2.624 & 5.846 & 2.624 & 6.907 & 1.884 \\ \hline 0.190 & 0.780 & 1.444 & 1.313 & 1.444 & 5.977 \\ \hline \end{array} \quad [\mu\text{H}] \quad (56)$$

表-3 インダクタンス行列の時間変化部 (特異小区間の値) [単位 μH]

小区間	電流タイプ	短絡電流	i_{L1}	i_{L2}	i_{L3}	i_{L4}	i_{L5}	i_{L6}
①	a	i_{L1}	0.85	0.84	0.30	0.84	0.30	0.19
①	b	i_{L2}	0.84	1.81	1.58	1.81	1.58	0.29
③	b	i_{L3}	0.37	1.58	1.77	1.58	1.77	0.84
③	a	i_{L4}	0.84	1.81	1.58	1.81	1.58	0.29
⑤	a	i_{L5}	0.37	1.58	1.77	1.58	1.77	0.84
⑤	b	i_{L6}	0.19	0.25	0.40	0.25	0.40	0.84

表-4 インダクタンス行列の時間変化部 (正則小区間の値) [単位 μH]

小区間	電流タイプ	短絡電流	i_{L1}	i_{L2}	i_{L3}	i_{L4}
②	a	i_{L1}	1.32	1.20	0.29	1.20
②	b	i_{L2}	1.20	1.81	1.20	1.81
④	b	i_{L3}	0.31	1.20	1.27	1.20
④	a	i_{L4}	1.20	1.81	1.20	1.81

表-5 インダクタンス行列の定値部 (特異小区間および正則小区間) [単位 μH]

小区間		電流 タイプ	短絡電流	i_{L1}	i_{L2}	i_{L3}	i_{L4}	i_{L5}	i_{L6}
特異	正則								
①	②	a	i_{L1}	5.137	1.044	1.063	1.044	0.530	0
①	②	b	i_{L2}	1.044	5.137	1.044	4.076	1.044	0.530
③	④	b	i_{L3}	1.063	1.044	5.137	1.044	4.076	1.044
③	④	a	i_{L4}	1.044	4.076	1.044	5.137	1.044	1.063
⑤		a	i_{L5}	0.530	1.044	4.076	1.044	5.137	1.044
⑤		b	i_{L6}	0	0.530	1.044	1.063	1.044	5.137

$$L_b = \begin{bmatrix} 6.457 & 2.244 & 1.373 & 2.244 \\ 2.244 & 6.947 & 2.244 & 5.886 \\ 1.373 & 2.244 & 6.407 & 2.244 \\ 2.244 & 5.886 & 2.244 & 6.947 \end{bmatrix} \quad [\mu\text{H}] \quad (57)$$

は 整流の実効インダクタンス λ として $L_{a55}=6.907$ を用いると $\mathcal{L}_a^{-1}=\lambda L_a^{-1}$ および $\mathcal{L}_b^{-1}=\lambda L_b^{-1}$

$$\mathcal{L}_a^{-1} = \begin{bmatrix} 1.362 & -0.186 & -0.647 & -0.206 & 0.614 & 0.040 \\ -0.698 & 3.733 & 0.165 & -2.909 & -0.468 & 0.264 \\ -0.375 & -0.118 & 3.776 & -0.025 & -3.082 & -0.184 \\ 0.245 & -3.040 & -0.210 & 3.647 & 0.006 & -0.352 \\ 0.309 & -0.212 & -3.059 & 0.129 & 3.736 & -0.165 \\ 0.010 & 0.266 & -0.128 & -0.378 & -0.118 & 1.282 \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$\mathcal{L}_b^{-1} = \begin{bmatrix} 1.231 & -0.193 & -0.129 & -0.193 \\ -0.193 & 3.592 & -0.195 & -2.918 \\ -0.129 & -0.195 & 1.242 & -0.195 \\ -0.193 & -2.918 & -0.195 & 3.592 \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$\rho = \beta R_b T_c / \lambda = 0.752 \quad (60)$$

$$\mathcal{R}_a = \text{diag} \left[\frac{\beta}{\tau}, \frac{\beta}{\tau}, \beta, \beta, \beta, \beta, \frac{\beta}{0.8-\tau}, \frac{\beta}{0.8-\tau} \right] \quad (61)$$

$$\mathcal{R}_b = \text{diag} \left[\frac{\beta}{\tau}, \frac{\beta}{\tau}, \beta, \beta, \frac{\beta}{1.8-\tau}, \frac{\beta}{1.8-\tau} \right] \quad (62)$$

$$\mathcal{H}_{LL} = -\mathbf{F}_{RL}^T \mathcal{R}_a \mathbf{F}_{RL}$$

$$= \beta \begin{pmatrix} -(1+1/\tau) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1+1/\tau) & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\left(1 + \frac{1}{0.8-\tau}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\left(1 + \frac{1}{0.8-\tau}\right) \end{pmatrix} \quad (63)$$

$$[\mathcal{H}_{VL} | \mathcal{H}_{LL}] = [2\mathbf{F}_{VL}^T | -\mathbf{F}_{kL}^T \mathcal{R}_a \mathbf{F}_{RL}]$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta/\tau & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta/\tau \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -\frac{\beta}{0.8-\tau} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -\frac{\beta}{0.8-\tau} & 0 \end{pmatrix} \quad (64)$$

以上の式(58)~式(64)と κ および \mathbf{u} により式(23)が構成される。

2. 結果と考察

図-11~図-15に $R_b = 0.00204(\Omega)$ とした場合のコイルタイプ a ($\lambda = 6.907 \times 10^{-6}$ [H], $1/\rho = 1.330$) およびコイルタイプ b ($\lambda = 5.977 \times 10^{-6}$ [H], $1/\rho = 1.151$) の短絡電流変化、整流子

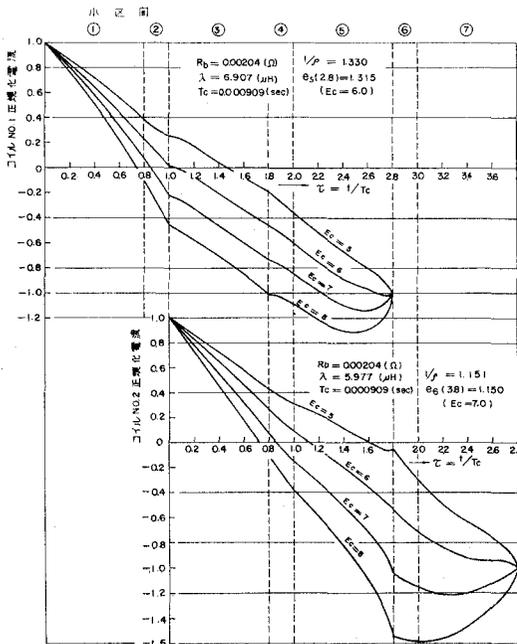


図-11 補極調整と短絡電流変化

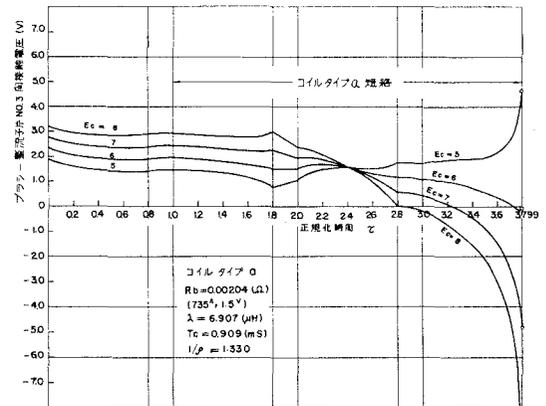


図-12 補極調整とブラシ整流子片間接触電圧

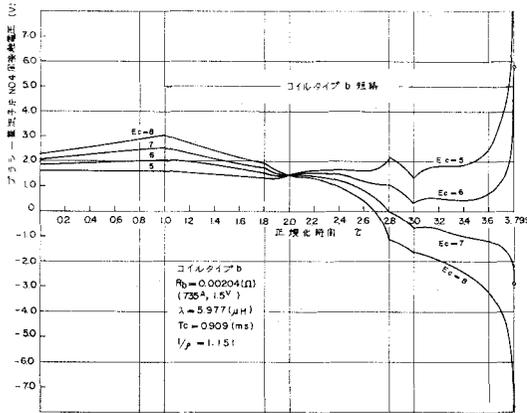


図-13 補極調整とブラシ整流子片間接触電圧

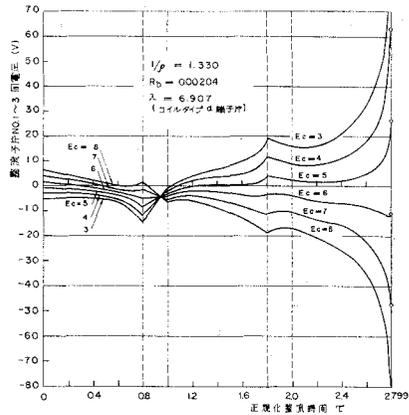


図-14 補極調整と整流子片間電圧

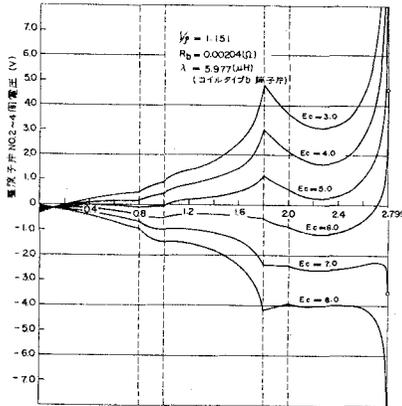


図-15 補極調整と整流子片間電圧

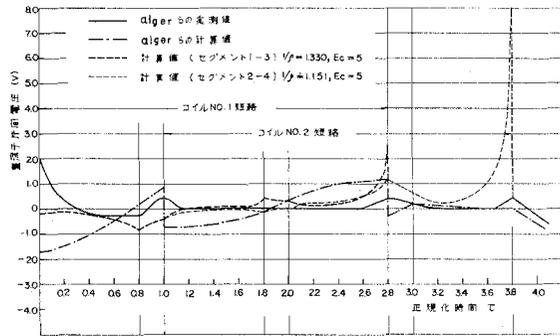


図-16 整流子片間電圧の計算値と実測値

片 No. 1 および No. 2 とブラシとの接触電圧およびコイル No. 1, No. 2 の整流子片間電圧を示す。Alger らの計算値と比較のため整流子片間電圧を図-16 に並記して示した。一点鎖線で記入した Alger らの計算曲線は $E_c = 6.217$ [V] により得られる。著者の計算法においても、 $E_c = 6.0$ [V] の整流曲線はほぼ直線整流に近く、 $E_c = 6$ [V] はブラシ接触抵抗を含めた場合においても補極調整の最適値に近い値であることが知られる。

図-16 の太い点線で記入したコイルタイプ a、 $E_c = 5.0$ [V] の曲線は整流終了時点で計算を打ち切っているが、Alger らの実測曲線と変化過程が良く一致している。Alger らの計算曲線との差はブラシ接触抵抗を算入したことによるものである。同図の細い点線で記入した曲線はコイルタイプ b ($E_c = 5.0$ [V]) の片間電圧曲線で、整流終りに約 12.5 [V] の電圧ピークが現われている。このコイルタイプ b においては図-15 から $E_c = 6.5$ [V] の整流起電力を必要とすることがわかる。以上のことはコイルタイプによって整流条件が異なることを示す。従って設計に当たっては各コイルタイプの方に偏しない最適条件を選ばなければならない。

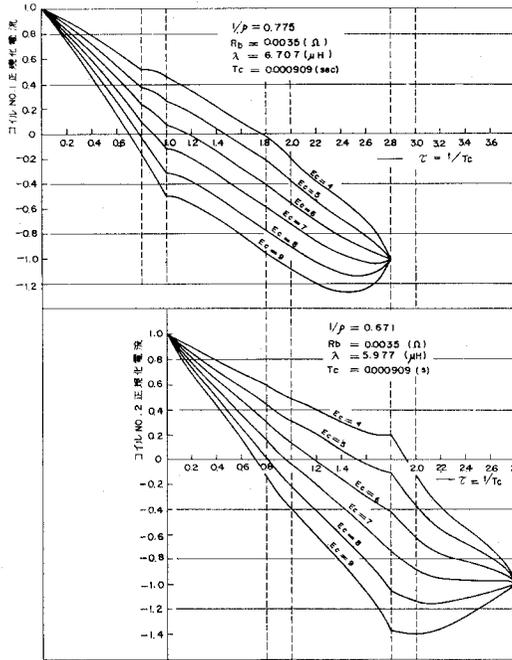


図-17 補極調整とコイル短絡電流

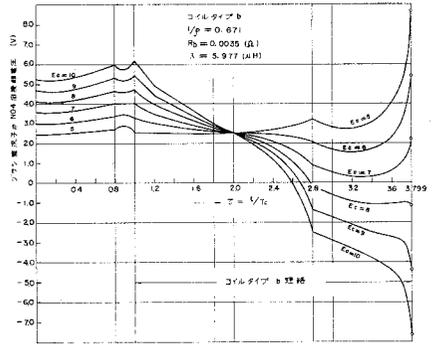


図-19 補極調整と整流子片間電圧

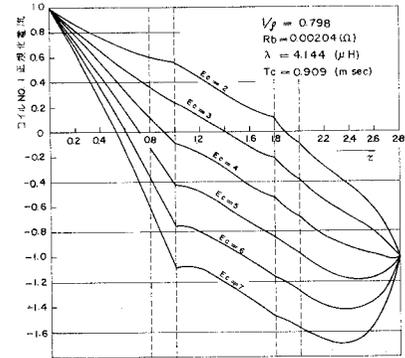


図-20 補極調整とコイル短絡電流

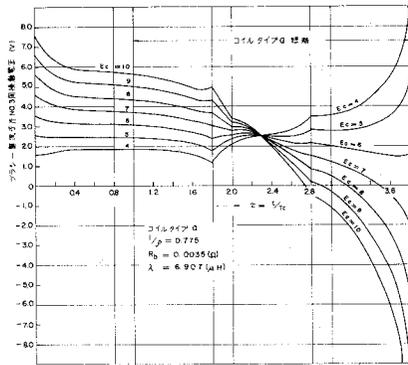


図-18 補極調整とブラシ整流子片間接触電圧

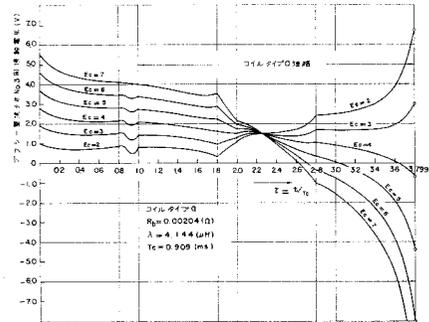


図-21 補極調整とブラシ整流子片間接触電圧

図-12~図-15のブラシ整流子片間接触電圧曲線および整流子片間電圧曲線によると、 $\beta \leq 1$ の場合⁸⁾とは異なり整流周期の小区間ごとに電圧ピークが現われるが、その値は整流終期のピーク値に比し小さな値である。結局 $\beta \leq 1$ の場合と同様整流終期の整流特性によって無火花の条件を検討することで十分であることがわかる。

以上の図-11~図-16の曲線の整流は供試機の定数と Alger らが採用した $V_b = 1.5$ [V] の条件を変更することなく、ブラシ接触抵抗を含む場合の計算を行なったものである。図中に記

したようにコイルタイプ a, b いずれに対しても $1/\rho > 1$ で、いわゆる無火花条件を満足していない場合である。ブラシ接触抵抗率を高める効果を検討するために $R_b = 0.0035 [\Omega]$ として計算した曲線を図-17~図-19に示す。この場合コイルタイプ a で $1/\rho = 0.775$ 、コイルタイプ b で $1/\rho = 0.671$ である。ブラシ接触抵抗の電流分流効果により極めて滑めらかな過不足の小さい電流変化が得られ、整流終期の di/dt の値も小さいことが知られる。従って図-18および図-19に見られるように、整流終期のブラシ後端—整流子片間電圧のピーク値も小さく、整流改善効果があることがわかる。しかし、 R_b の増大により平均接触電圧も高まり、 $E_c = 7 [\text{V}]$ 以上、 $\tau = 1.0$ 付近で接触電圧が $4 [\text{V}]$ を越えている。この点 R_b の増加による整流改善法は、ブラシ損失の増大もあり、限界があることがわかる。

図-20~図-21は $R_b = 0.00204 [\Omega]$ でインダクタンスの値を0.6倍に減じた場合の計算曲線である。 $1/\rho$ の値は図-17の R_b 増加の場合とほぼ同じ $1/\rho = 0.798$ である。 $E_c = 4.0 [\text{V}]$ でコイルタイプ a および b の両者において良好な整流がえられる。図-11の $E_c = 8.0 [\text{V}]$ に対応する図-20の曲線は、 $E_c = 5.3 [\text{V}]$ の曲線に当り、両者はほぼ同様の整流曲線となる。しかし、ブラシ接触電圧は図-12に対し図-21となり、ブラシ後端—整流子片間電圧のピーク値は著しく小さくなっている。設計上インダクタンスの値を小さくすることは困難であるが、 L を小さくすることが最も望ましい整流改善法であることがわかる。

ブラシの火花発生電圧はブラシ材質、整流子表面の状態等により異なるが、約 $3 [\text{V}]$ 前後であることが知られている。図-12および図-13のブラシ—整流子片接触電圧が $\pm 3 [\text{V}]$ の範囲におさまる E_c の値から無火花帯が知られる。その計算は次の順序でなされる。(1), 式(30)が完全整流を与える E_c を求める。(2), この E_c により式(23)の計算を行ない短絡電流曲線およびブラシ—整流子片接触電圧を計算する。(3), 接触電圧のピーク値がブラシ火花電圧より低い値になるよう E_c を調整して再計算を行なう。(4), 以上2度の計算結果から補間法により必要な E_c についての短絡電流曲線および接触電圧曲線がえられる。すなわち E_c の最適値および E_c 無火花調整範囲が知られる。

これらの計算により設計に有効な情報がえられ、コイルタイプの整流条件の差なども明確になるので、巻線方式の決定、補極の設計等の計算に利用できるものと考えられる。

V. 結 言

重ね巻電機子における一般整流方程式が簡単なグラフ理論と状態変数解析法を適用して、電子計算機による解析に適した形に導びくことができた。これによってコイルインダクタンスの時変性、ブラシ接触電圧電流特性の非線形性が計算の繁雑性をそれほど増すことなく算入できるようになった。また計算過程が組織的になった結果、補極調整効果、ブラシ接触面抵抗率の大小、すなわちブラシ特性の効果、巻線法、補極の形状の効果等の検討がかなり容易に

なった。

数値例からはブラシ—整流子片間接触電圧は $\beta = 1$ の場合と同様に整流終期の値に注目すればよいことが確認された。すなわち、整流の良否は整流終期の整流特性を検討することで十分である。また、各コイルタイプについての計算が同時に行なわれ、おのおのの整流の難易度が数値的に把握される。ブラシ接触抵抗の増加、およびコイルインダクタンスの減少の整流改善効果を検討し、インダクタンス減少法がより有効であることが確められた。

現在、ブラシ $V-I$ 特性の非線形性、短絡コイル抵抗などの整流特性におよぼす効果等について計算を進めており、引続きこれらを一括報告する予定である。

最後に、本研究は文部省国内研究員として北海道大学工学部において行なわれたもので、御指導いただいた、一般電気工学講座内藤正本教授に深く謝意を表します。また、有益なご助言をいただきました、北海道大学工学部電気工学科藤原一教授、田川遼三郎教授ならびに、国内留学のご便宜をいただきました本学電気工学科教官各位に謝意を表します。

なお、計算には北海道大学計算機センター、FACOM 230-60 を使用したことを付記する。

(昭和 47 年 5 月 20 日受理)

文 献

- 1) 安部三郎：電気学会雑誌，**60**，74 (1940).
- 2) 安部三郎：電学論，**1** (11)，304 (1940).
- 3) 林 邦雄：電気学会雑誌，**68**，203 (1948).
- 4) 一木利信：日立評論，**33** (3)，187 (1951).
- 5) 一木利信：日立評論，**33**，485 (1951).
- 6) 乙武・玄地：電気学会雑誌，**79**，714 (1959).
- 7) 乙武・玄地：電気学会雑誌，**79**，1192 (1959).
- 8) 林・内藤：電気学会雑誌，**79**，852 (1959).
- 9) 松田敏彦：室工大研報，**4** (2)，143 (1963).
- 10) 宮地邦夫：電気学会雑誌，**82**，807 (1962).
- 11) Linville, T. M., et al.: Trans. of AIEE, **71** (1), 326 (1952).
- 12) Alger, J. R. M., et al.: Trans. of AIEE, **76** (8), 399 (1957).
- 13) Tarkanyi, M., et al.: Proc. of IEE, **109** C (16), 488 (1962).
- 14) 乙武一吉：東芝レビュー，**16** (8)，1030 (1962).
- 15) 大附・渡辺：電子通信学会雑誌，**51** A (12)，463 (1968).
- 16) Dreyfus, L.: Die Stromwendung grosser Gleichstrom-maschinen (1929).
- 17) 執行岩根：電気機械設計論 (1951).
- 18) Kuh, E. S., et al.: Proc. of IEEE, **53** (7), 672 (1965).
- 19) 内藤正本：北海道大学学位論文 (1961).
- 20) 松本 忠：電子通信学会回路とシステム理論研資，**CT 69** (45)，(1970-01).
- 21) Tustin, A., et al.: Proc. of IEE, **109** C (16), 488 (1962).
- 22) Ward, H.: Proc. of IEE, **109** C (16), 475 (1962).
- 23) Langsdorf, A. S.: Principles of direct-current machines (1959).

付録 1. インダクタンス (定値部)

インダクタンスの計算式は従来数多く発表されているが、おもに Langsdorf の著書²³⁾による式を採用した。同一スロット層内にある導体のスロット漏れ磁束相互インダクタンスはスロット漏れ磁束自己インダクタンスに等しいものとした。

スロット漏れ磁束自己インダクタンス $L_s = \mu_0 z^2 l (5h_1/3 + h_0 + 2h_2)/w_s$ (図-10 参照)

歯端漏れ磁束自己インダクタンス $L_{tt} = 0.26\mu_0 z^2 l$

同上相互インダクタンス $M_{tt} = L_{tt}$

コイル端漏れ磁束自己インダクタンス $L_e = \frac{2.3\mu_0 z^2}{2\pi} \left(\log_{10} \frac{l_e}{d_0} - 0.5 \right) l_e$

l_e : コイル端の長さ [m]

d_0 : 導体と等しい面積の円の直径

同一スロット下層および上層導体間相互インダクタンス

$$M_s = \mu_0 z^2 l \left(\frac{h_1}{2w_s} + \frac{h_2}{w_s} \right)$$

コイル端相互インダクタンス (隣接) $M_{e1} = 2(2\pi P/K - 0.6)^2 l_e \approx L_e/2$

同上 (一つおいて隣り) $M_{e2} = 2(2\pi P/K - 0.6)^2 l_e \approx L_e/4$

なお、補極鉄心を通る漏れ磁束による歯端漏れ磁束自己および相互インダクタンスは時間変化部インダクタンスとして計算される。結局コイルインダクタンス定値部は図-9 および図-10 のコイル番号を用いて表わすと次のようになる。

自己インダクタンス $L_{11} = L_s + 2L_{tt} + L_e$

同一スロット層内隣接コイル間の M $L_{11'} = L_s + 2M_{tt} + M_{e1}$

同一スロット上層下層導体間の M $L_{12} = M_s + M_{tt}$

隣りのスロット同層、隣接コイル端間の M $L_{13'} = M_{e1}$

同上一つおいて隣りのコイル端間の M $L_{13} = M_{e2}$

隣りのスロット上下層導体間の M $L_{14} = 0$

付録 2. 補極空隙パーミアンス

コイルインダクタンスの時間変化部の計算は図-6 に示した電機子歯と、補極間の 5 種のパーミアンスよりなされる。パーミアンスの計算は Roters により与えられた次の近似式¹²⁾を用いた。

$$P_1 = \frac{1.3w_t \mu_0 l}{\sqrt{g_e^2 + \left(\frac{3}{2} w_s + 1.7w_t + \frac{w_f}{2} \right)^2}}$$

$$P_2 = \mu_0 l \left(0.52 + \frac{w_f - w_s}{2g_c} + \frac{1}{0.40 + \frac{2g_c}{2w_t + w_s - w_f}} \right)$$

$$P_3 = \frac{1.3w_t \mu_0 l}{\sqrt{g_c^2 + \left(2w_s + 2.2w_t - \frac{w_f}{2} \right)^2}}$$

$$P_4 = \frac{1.3w_t \mu_0 l}{\sqrt{g_c^2 + \left(w_s + 1.2w_t - \frac{w_f}{2} \right)^2}}$$

$$P_5 = \mu_0 l \left(1.04 + \frac{w_t}{g_c} \right)$$

図-6 に示した各コイルの位置についてインダクタンスの時間変化部は次に示す式によって計算される。

$\frac{L_a}{N^2}$	$\frac{P_1(P_2+2P_2)}{2(P_1+P_2)} + \frac{P_3(P_3+2P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{ba}}{N^2}$	$\frac{P_3(P_3+P_4)}{2(P_3+P_4)+P_5}$
$\frac{L_b}{N^2}$	$\frac{P_1+P_2}{2} + \frac{(P_3+P_4)(P_3+P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{aa'}}{N^2}$	$\frac{P_3(P_3+2P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$
$\frac{L_c}{N^2}$	$\frac{P_1(P_1+2P_2)}{2(P_1+P_2)} + \frac{(P_3+P_4)(P_3+P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{ab'}}{N^2}$	$\frac{P_3(P_3+P_4+P_5)}{2P_3+P_4+P_5} + \frac{P_1(P_1+2P_2)}{2(P_1+P_2)}$
$\frac{L_d}{N^2}$	$\frac{P_3(P_3+2P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{bb'}}{N^2}$	$\frac{(P_3+P_4+P_5)(P_3+P_4)}{2(P_3+P_4)+P_5} + \frac{P_1(P_1+P_2)}{2P_1+P_2}$
$\frac{L_{ab}}{N^2}$	$\frac{P_1}{2} + \frac{P_3(P_3+P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{bc'}}{N^2}$	$\frac{P_1+P_2+P_3+P_4}{2}$
$\frac{L_{bc}}{N^2}$	$\frac{P_1}{2} + \frac{(P_3+P_4)^2}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{a'b}}{N^2}$	$\frac{P_3(P_3+P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$
$\frac{L_{cd}}{N^2}$	$\frac{P_3(P_3+P_4+P_5)}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{a'c'}}{N^2}$	$\frac{P_1}{2} + \frac{P_3(P_3+P_4)}{2(P_3+P_4)+P_5}$
$\frac{L_{ca}}{N^2}$	$\frac{P_1^2}{2(P_1+P_2)} + \frac{P_3(P_3+P_4)}{2(P_3+P_4)+P_5}$	$\frac{L_{b'c}}{N^2}$	$\frac{P_1^2}{2(P_1+P_2)} + \frac{(P_3+P_4)^2}{2(P_3+P_4)+P_5}$