室蘭工業大学
学術資源アーカイブ
Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive

室蘭工業大学研究報告. 理工編 第9巻第1号 全1冊

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-16 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/2962

正　誤　表

誤	正
336頁13行目 THEOREM $\left\{\begin{array}{l}1\\2\end{array}\right\}$	THEOREM $\left\{\begin{array}{l}1\\2\end{array}\right\}$.
391頁 7 段目 斉　当　　図	斉　藤　　図

室蘭工業大学

研究報告

理工編

第九巻 第一号

昭和五十一年十二月

MEMOIRS

OF

THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Science and Engineering

VOl. 9, NO. 1

Dec., 1976

MURORAN HOKKAIDO

JAPAN

Editing Committee

S. Takeuchi	President	*Chairman of the Committee*
K. Orikasa	Prof.	*Electrical Engineering*
M. Murozumi	Prof.	*Industrial Chemistry*
H. Yamaguchi	Prof.	*Mineral Development Engineering*
H. Kondo	Prof.	*Civil Engineering*
S. Hoshino	Prof.	*Mechanical Engineering*
H. Sugawara	Prof.	*Metallurgical Engineering*
H. Watanabe	Prof.	*Chemical Engineering*
H. Ichiba	Prof.	*Industrial Mechanical Engineering*
M. Obata	Prof.	*Architectural Engineering*
Y. Kumagai	Asst. Prof.	*Electronic Engineering*
S. Oide	Prof.	*Literature*
Y. Kinokuniya	Prof.	*Science*
Y. Ueda	Asst. Prof.	*Electrical Engineering (Evening Session)*
M. Yoshida	Prof.	*Chief Librarian*

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued at irregular intervals. They consist of two parts, Science and Engineering and Cultural Science. When they amount to four numbers, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告　第九巻 第一号

理　工　編

目　　次

THE STARTLE EFFECT AND THE PERCEIVED NOISINESS OF PERIODICALLY INTERMITTENT SOUNDS …泉　清人　1（1）　1

劇場冷房のための垂直吹き出し気流の基礎的特性……窪田　英樹　1（15）　15

コンクリート骨材粒度の数値化……後藤　知以　1（27）　27

都市レベルにおける住宅需給構造研究方法試論……眞嶋　二郎　1（37）　37

鉄筋コンクリート部材のせん断補強法の実態とその改善に関する研究……荒川　卓・米沢　俊広　1（69）　69

有限要素法による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析……大築　和夫　1（93）　93

鉛直荷重を受ける正方形フーチング基礎の応力に関する理論的研究……小幡　守　1（119）　119

Towards a Statistical Approach of Identifying Hazardous Highway Locations ……斉藤　和夫　1（155）　155

部分分布荷重を受ける有限円柱の3次元応力解析について……松岡　健一・能町　純雄　1（169）　169

橋梁の歴史的変遷とその発達動向について(2)―欧米における近世および現代の橋梁―……中村　作太郎　1（181）　181

複層透過性防波堤の伝達率・反射率の一推定法……近藤　俶郎・藤間　聡・葛西　勝栄　1（211）　211

プロピレンの接触酸化　第2報　ハロゲン化ナトリウム添加による銀触媒の修飾……山本　哲夫・菖蒲　明己・加納　久雄　1（229）　229

室蘭地域の大気汚染濃度の予測……佐藤　伸一・金木　則明・原　弘・城本　義光　1（237）　237

多段翼を有する横型攪拌槽内液の混合時間……福田隆至・三浦正勝・橋本清信・安藤公二　1（245）245

Weathering on granitic rocks in Imagane, Hokkaido ……白幡浩志・鈴木哲夫　1（255）255

円管内を水力輸送される固体球群の垂直方向の確率密度関数について……奥田教海・山岸英明　1（269）269

BEHAVIOR OF FUEL LIQUID-FILM FLOW IN INTAKE MANIFOLD OF TWO STROKE CYCLE ENGINE. 林重信・澤則弘　1（277）277

たわみ軸の機械的性質について……田中稔・内藤正隣・田下和男　1（297）297

インパクト・クラッシャーの粉砕過程について確率過程論的検討……吉田豊・徳田昭八郎　1（305）305

定容燃焼における燃焼ガスの研究（第2報　水素燃料の燃焼におけるNOxの生成）…塚原実　1（317）317

Some Methodological Views on Objectivesm ……紀国谷芳雄　1（327）327

A Supplement on the Paper "Totally Ordered Linear Space Structures and Extension Theorems" ……岩田一男　1（335）335

水中放電における気泡発生ならびにその影響……中尾好隆・松尾正孝・服部耐吉　1（343）343

新しい連想型記憶装置の構成理論……熊谷幸雄　1（353）353

一次元一様構造神経回路網のオートマトン表現について……佐野勝宏・熊谷幸雄　1（363）363

教官学術研究発表集録（昭50．4．1～51．3．31）……1（381）381

THE STARTLE EFFECT AND THE PERCEIVED NOISINESS OF PERIODICALLY INTERMITTENT SOUNDS

Kiyoto Izumi

Abstract

In Experiment I, the attributive difference of loundness and noisiness was discussed in terms of periodically intermittent sounds. Pink noises of six different patterns of intermittence were judged by the paired comparison method in an acoustically-treated listening room. Between loundness and noisiness responses of the experiment, significant and systematic differences were detected. In Experiment II, the perceived noisiness was investigated by the paired comparison method regarding intermittent pink noises of twenty-five different time-patterns. With the analysis of experiment, the concept of the startle effect is outlined and a perceived noisiness model of periodically intermittent sounds is proposed as a function of three physical parameters ; burst time fraction, repetition rate, and off-time.

INTRODUCTION

A variety of periodically intermittent noises are frequently recorded in industrial area and urban environment today. Along with the traffic noises, they are sometimes designated as the major irritants of our society. The perceived magnitude of these noises, however, cannot satisfactorily be quantified by the so-far establised evaluation methods ; Loundness Level (S. S. Stevens), Perceived Noise Level (K. D. Kryter), Noise Rating Number (I. S. O.), etc.

Concerning the loundness of intermittent noises, Irwin Pollack[1] made his pilot study in 1958, and R. M. Garrett[2] proposed an improved assessment method in 1964. Among several physical parameters contributing to the loundness determination of intermittent noises, they selected the total acoustical energy as the main factor and organized their methods on energy-basis.

The effects of repetition rate, rise-time, burst-to-background ratio, duration of bursts and other physical parameters have been investigated by E. Vigran et al[3]., S. Fidell et al[4]., N. L. Carter[5], B. Gustafsson[6] and others. However, since these researchers have taken different approaches, their achievements cannot easily be organized for the assessment of intermittent sounds.

At the INTER-NOISE 75, the author reported a pilot study, "Two Aspects of the Perceived Noisiness of Intermittent Sounds"[7], and discussed that the perceived noisiness of these sounds should be evaluated by two aspects ; 1) the startle effect of intermittence and 2) the habituation effect, in addition to the widely-acknowledged aspect of total acoustical energy. The author has meantime continued psychoaccoustical experiments on the same theme and obtained more improved data, which resulted in the enlargement and revision of

the INTER-NOISE paper. This paper describes the aspect of the startle effect of intermittence, which shall later be followed by a more detailed description of the habituation effect.

General purpose of this study is to clarify the nature of the perceived noisiness of intermittent sounds so as to establish an efficient assessment method of these sounds. In order to approach this goal, the author first discusses whether loundness and noisiness are same or different. Experiment I of this study is devoted to this problem with a conclusion that loundness and noisiness are different as to periodically intermittent sounds. Now that the differeence is concluded, the author tries to clarify, in Experiment II, the structure of noisiness responses to these sounds. Then, a perceived noisiness model is proposed on the basis of the concept of the startle effect, which is expressed by a function of several physical parameters.

The outline of experiments and related discussions are presented here.

1. FUNDAMENTAL APPROACH TO EXPERIMENTS

The perceived magnitude, either loudness or noisiness, of the steady sounds can now be well assessed by the methods established by predecessors. Therefore, all through the related experiments, the author takes an approach to determine the perceived magnitude of intermittent sounds by means of the comparison with that of continuous sounds.

The experments were conducted in an acoustically-treated listening room. Outside noises were well insulated and the background noise level inside the listening room was always kept at 20 dB(A), NR 28 or below, enough to meet the requirements for these experiments. Interior surfaces of the listening room were covered by glasswool absorbents and the mean reverberation time of 125 to 4,000 Hz was 0.065 sec. Fig. 1 is the schematic diagram of apparatus. Subjects were requested to judge, by the paired comparison method, the perceived magnitude of the intermittent sounds (comparison) and the continuous sounds (stan-

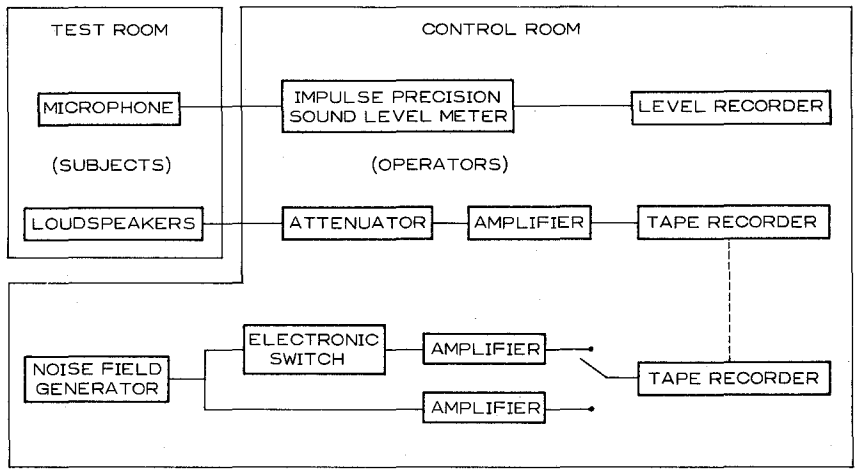


Fig. 1 Schematic Diagram of Apparatus

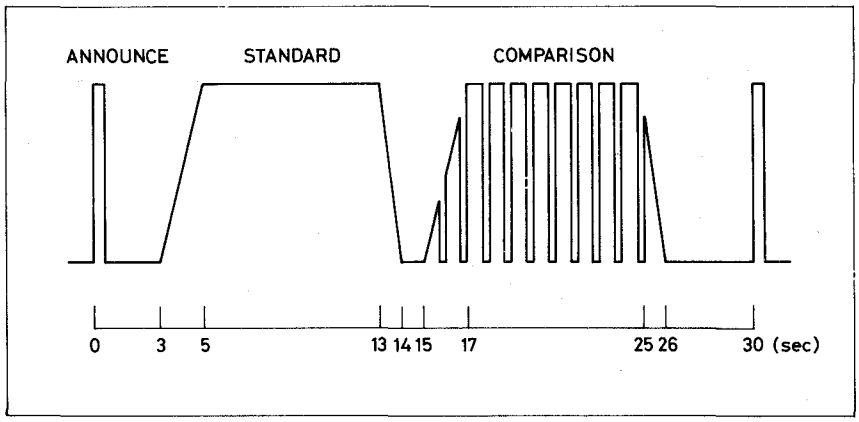


Fig. 2 Diagram of Stimulus Presentation, Paired Comparison Method — Stimuli were presented in Continuous-Intermittent and Intermittent-Continuous sequences and in a fade-in and fade-out manner.

dard). Comparison and standard stimuli were tape-recorded and their levels were manually controlled by operators.

The measurement of peak levels of short bursts is always a difficult problem. Errors of measurement inevitably increase with decredasing rise-time and duration of bursts. Here, the peak levels of intermittent sounds are determined by the meter-indications of a RION NA-57 impulse precision sound level meter. Since this sound level meter meets the specifications of IEC Pub. 179A, the comparison of data and the application of results of these experiments can be made with referring to the IEC specifications.

Fig. 2 is the diagram of stimulus presentation in these experiments. Standard and comparison stimuli were presented to subjects in a fade-in and fade-out sequence. In most experiments within similar categories, the stimuli are presented in an abrupt manner. The author believes that the startle effect at the beginning of the standard stimulus thus presented apt to cause the underestimation of the comparison. After a preliminary experiment, the stimulus presentation as shown in Fig. 2 was selected to eliminate the said effect of the standard.

2. EXPERIMENT I

Background and Purpose

The difference of loundness, noisiness, and annoyance as the attributes to represent the perceived magnitude of noise has long been discussed among researchers. S. S. Stevens seems to have insisted all through his long career that loudness is the only substantial attribute to represent noise, while K. D. Kryter has established the concept of the perceived noisiness distinguished from loudness. B. Scharf[8] discusses that the difference of loudness and noisiness is originated at the decision process within a complex judgemental process leading from stimulus to response. W. Burns[9] states that both loudness and noisiness are the

primary phenomena caused by noise, while annoyance is one of its consequences.

Pearsons and Horonjeff[10] tried to clarify the problem by a rating scale experiment. They found that subjects responded almost in a same manner to loudness, noisiness, annoyance, acceptability and intrusiveness.Kerrick et al[11],. carried out a principal component analysis of their judgement test on musical, real-life and artificial sounds, and found that loudness and noisiness were of the same component. Namba et al.[12] carried out a factor analysis of traffic noise judged by the semantic differential method. Although different adjectives were used in their semantic scales, it could be deduced from their findings that noisiness was not substantially different from loudness. Berglund et al.,[13] however, discovered, in a magnitude estimation experiment, clear distinctions among the responses to loudness, noisiness and annoyance of aircraft noise.

The results of various experiments cited above do not apparently show good accordance. Examining the details of experiments, however, the author deduces that the attributive differences can only be discussed to a satisfactory extent by not generalizing but limiting the discussions to noise events within the same category.

The purpose of Experiment I is to see whether loudness and noisiness are different or not, when restricting the discussions to periodically intermittent sounds. It will be a necessary prerequisite to the understanding of the perceived properties of these sounds.

Procedure

Experiment I comprises two phases. The target attribute of Phase I was loudness and that of Phase II was noisiness. In Japanese language, *Okisa, Yakamashisa* and *Urusasa* are

Table 1. Physical Properties of Stimuli — Experiment I.

Stimuli	Items	Properties
Standard	Type of sound	Continuous pink noise
	Level presented	Constant at 70 dB(A)
Comparison	Type of sound	Periodically intermittent pink noise
	Peak level	12 steps at 2 dB(A) intervals
	Time-pattern*	16/250, 31/250, 63/1.000
		250/1.000, 630/1.000, 950/1.000
	Rise-time	1 msec on tape , ca. 10 msec in field
	Decay-time	1 msec on tape, ca. 40 msec in field
	Burst-to-background ratio	30 dB(A) or over

* on-time/on+off-time in msec.

commonly acknowledged synonyms for loudness, noisiness and annoyance, respectively. The connotations of Japanese synonyms can be considered identical to those of English terms to a high degree. In addition, people usually discriminate *Okisa* from *Yakamashisa*, while they mostly confuse *Yakamashisa* and *Urusasa* ; such might also be the case in English.

A paired comparison method was used in both Phase I and Phase II experiments. The standard stimuli were steady-state pink noises, while the comparisons were periodically intermittent pink noises of six different time-patterns. Temporal properties of the comparisons were as shown in Table 1. The stimuli were presented to subjects by the arrangement as shown in Fig. 1 and Fig. 2. Subjects judged each pair of stimuli four times in total. The instruction to subjects for Phase I included a simple description of *Okisa* as subjective intensity, while that for Phase II included detailed explanations for the judgement of *Yakamashisa.*

Seven college students were used as the subjects. All of them were well trained for psychoacoustical experiments and their defectless hearings were confirmed by the standard audiometric test. No subject was used more than 30 minutes in total per day.

Results

Experiments in two phases were completed and the relative burst levels were calculated as (the level of continuous sound - the level of intermittent sound with equal perceived magnitude) from the responses by each subject. In Table 2 are entered the mean relative burst levels of all subjects and the standard deviations of them according to six intermittent patterns. The standard deviation of loudness data ranges between 0.4 and 1.4 dB(A) and that of noisiness data ranges between 0.8 and 1.7 dB(A). As often reported, loudness data show a better concentration than noisiness data. The narrowness of the ranges is also worth mentioning.

Table 2. Results of Experiment I — Means and standard deviations of the relative burst leves in dB(A), judged by 7 subjects as to *Okisa* (loudness) and *Yakamashisa* (noisiness).

Time-pattern	Mean		S. D.	
	Okisa	*Yakamashisa*	*Okisa*	*Yakamashisa*
16/250	5.9	8.5	1.4	0.9
31/500	4.1	5.9	1.4	1.3
63/1.000	2.0	2.9	0.9	1.7
250/1.000	2.9	7.0	0.4	1.1
630/1.000	3.3	8.2	0.9	0.8
950/1.000	2.9	5.1	1.3	1.5

Discussion

Fig. 3 presents the results of Experiment I so as to facilitate a visual comparison of loudness and noisiness judgements. A glimpse of the graph makes us believe that loudmess and noisiness data are significantly different. Analysis of variance was used to investigate this attributive difference. The summary of analysis is presented in Table 3. Among six patterns of periodically intermittent noises, five reveal a highly significant difference by 1% level between loudness and noisiness judgements and a remaining pattern reveals a significant difference by 5% level.

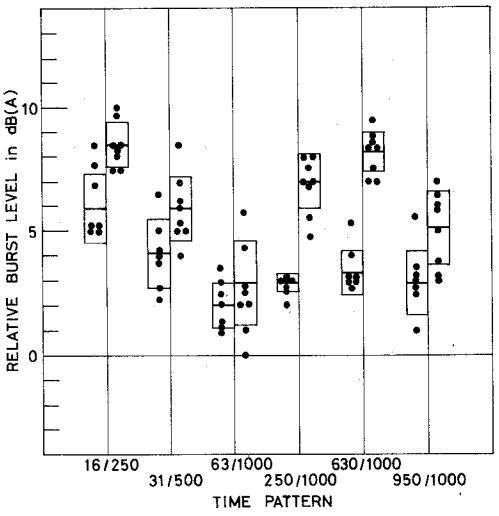


Fig. 3 Results of Experiment I — *Okisa* (loudness) data and *Yakamashisa* (noisiness) data are comparatively plotted. Filled circles represent mean relative burst levels judged by each subject. Averages and standard deviations of them are shown by central lines and rectangles on both sides.

In Fig. 4 and Fig. 5, the mean relative burst levels by loudness judgements and those by noisiness judgements are plotted with burst time fraction (BTF) and repetition rate (RR) on abscissae. Systematic deviations from loudness data to noisiness data are apparently observed. As shall be discussed in the following chapter, the perceived noisiness of periodically intermittent sounds can be systematically expressed by a function of several physical parameters. The loudness data, however, are seen less prominent than noisiness data in a systematic manner. The author holds the view that these differences are brought about by

Table 3. Summary of Analysis of Variance — *Okisa* (loudness) vs. *Yakamashisa* (noisiness) of periodically intermittent sounds.

Time-pattern	Sb	dfb	MSb	Sw	dfw	MSw	F	Prob.
16/250	99.38	1	99.38	60.89	12	5.07	19.58	* *
31/500	50.54	1	50.54	39.88	12	3.32	15.21	* *
63/1.000	11.52	1	11.52	23.21	12	1.93	5.96	*
250/1.000	91.55	1	91.55	21.07	12	1.76	52.13	* *
630/1.000	144.64	1	144.64	22.81	12	1.90	76.09	* *
950/1.000	36.16	1	36.16	28.49	12	2.37	15.23	* *

* * significant by 1% level
* significant by 5% level

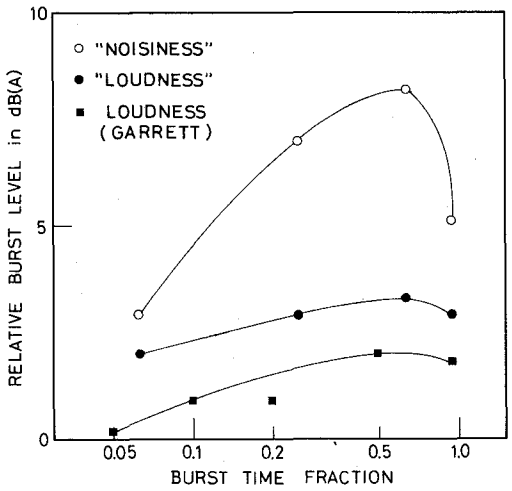


Fig. 4 Comparison of Loudness and Noisiness (1) — *Okisa* (loudness) and *Yakamashisa* (noisiness) data are plotted with loudness data by Garrett for comparison. Repetition rate is 1.0 for all data plotted here.

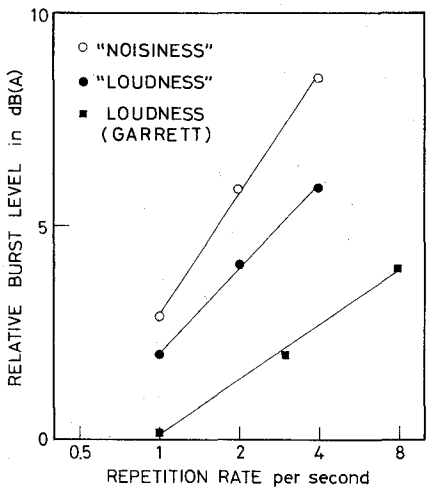


Fig. 5 Comparison of Loudness and Noisiness (2) — *Okisa, Yakamashisa*, and Garrett's loudness data in BTF 0.063.

the difference of contribution of the startle effect of intermittence to loudness and noisiness. More experiments, however, are necessary for full discussion and quantification of these differences.

Summarizing the discussions above, we can conclude that, as far as periodically intermittent sounds are concerned, loudness judgements and noisiness judgements are significantly and systematically different, and so, loudness and noisiness shall be considered as different attributes as to these sounds.

In Fig. 4 and Fig. 5, loudness data by R. M. Garrett are also plotted for comparison. Loudness data of this study and Garrett's data do not show a complete accordance. The difference, however, should be deemed insubstantial when the attention is paid to considerable differences of experimental procedures of these two studies.

3. EXPERIMENT II

Purpose

As aforementioned, the loudness of periodically intermittent sounds was investigated by I. Pollack and R. M. Garrett and the assessment of these sounds in terms of loudness can be made according to their methods. As seen in Experiment I, however, loudness and noisiness of these sounds are significantly different. The purpose of Experiment II, therefore, is to clarify the nature of noisiness responses to these sounds in order to establish an effective assessment method.

At the INTER-NOISE 75, the author presented a perceived noisiness model of perio-

dically intermittent sounds. The experiments supported this model were not sufficient, and so, effective improvements have been tried here in order to realize the pursose of the experiment. Improvements were made in ; 1) the method of stimulus presentation, 2) the acoustical properties of test-room and apparatus, 3) the enrichment of time-patterns of stimuli, and 4) the enlargement of the panel of subjects.

Procedure

The experiment was done by the paired comparison method with the steady-state pink noise of 70 dB(A) as the standard and the intermittent pink noises of 25 time-patterns as the comparisons. For each of 25 time-patterns, two sequences of continuous-intermittent and intermittent-continuous were prepared to eliminate constant time error. For both sequences of 25 time-patterns, each subject repeated four times of the paired comparison judgements. Further details of stimuli and their presentation were as described in Table 4. Test-room and its acoustical properties and the schematic diagram of apparatus were as described in the previous chapters. Other details of procedure were just as in Phase II, noisiness experiment, of Experiment I.

The panel of subjects consisted of seven male college students and a female staff, all in their twenties and well trained for psychoacoustical experiments. Their defectless hearings were also confirmed by the standard audiometric test. No subject was used more than 30 minutes in total per day.

Results

Fig. 6 shows the summarized results of this experiment. It shows the relative burst levels as judged by each subject along with the means and the standard deviations of them.

Table 4. Physical Properties of Stimuli — Experiment II.

Stimuli	Items	Properties
Standard	Type of sound	Constant pink noise
	Level presented	Constant at 70 dB(A)
Comparison	Type of sound	Periodically intermittent pink noise
	Peak level	12 steps at 2 dB(A) intervals
	Burst time fraction	0.016 - 0.950
	Repetition rate	1, 2, & 4 cps.
	Time-pattern	25 patterns as shown in Fig. 6
	Rise-time	1 msec on tape, ca, 10 msec in field
	Decay-time	1 msec on tape, ca. 80 msec in field
	Burst-to-background ratio	30 dB(A) or over

Standard deviations and full ranges of judgement data for each time-patterns are satisfactorily small ; the average of standard deviations and that of full ranges are 1.16 dB(A) and 3.40 dB(A), respectively.

In order to clarify the characteristics of perceived noisiness of periodically intermittent

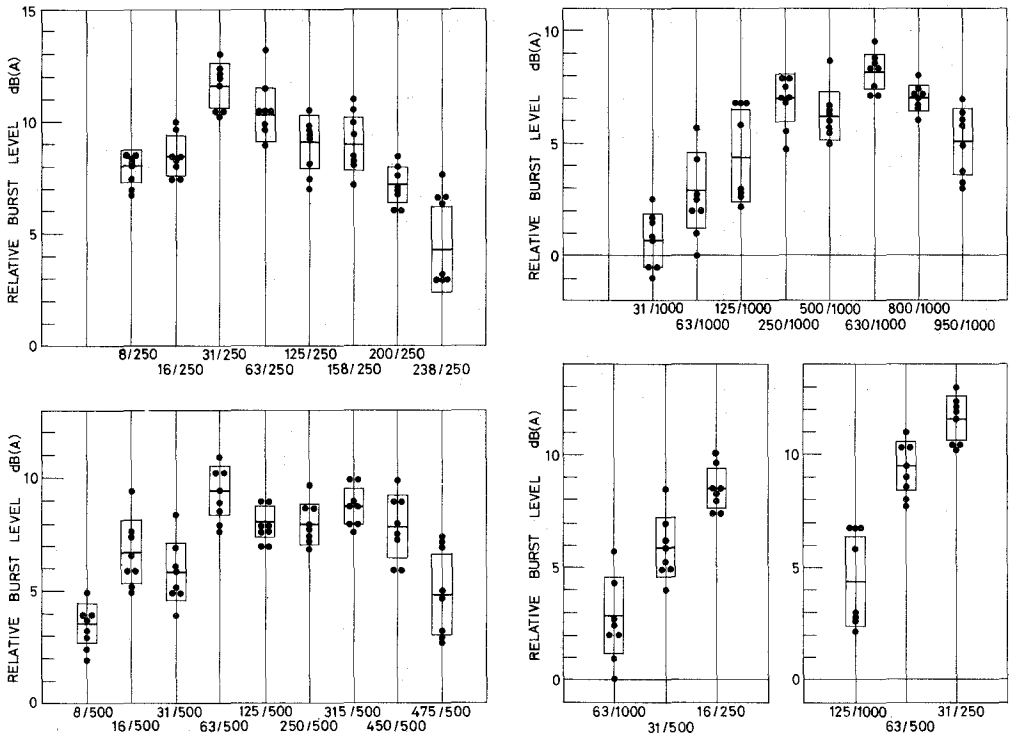


Fig. 6 Results of Experiment II — Filled circles represent mean relative burst levels judged by each subject as to *Yakamashisa* (noisiness) of intermittent sounds. Averages and standard deviations of them are shown by central lines and rectangles on both sides.

Table 5. Regression Lines and Regression Coefficients

Axis		Regression Line	Regression Coefficient
RR	1	$Y = 6.9 \log X + 10.9$	0.83
	2	$Y = 5.7 \log X + 14.1$	0.78
	4	$Y = 6.2 \log X + 16.8$	0.84
BTF	0.031	$Y = 11.7 \log X + 1.5$	0.88
	0.063	$Y = 10.0 \log X + 2.6$	0.88
	0.125	$Y = 11.5 \log X + 5.0$	0.88

sounds, an isometric presentation was devised as shown in Fig. 7. Relative burst levels in dB(A) are plotted along the ordinate, and burst time fraction and repetition rate are plotted on the first and the second abscissae in logarithmic scales. As clearly seen, the judgement data form a complex surface composed of a flat plane in smaller BTF territory and a curved surface in larger BTF territory.

so as to quantify the plane part, regression lines and regression coefficients were calculated as shown in Table 5. The regression coefficient ranges from 0.78 to 0.88, to show a high correlation between the plane and the judgement data. For the curvilinear part, an exponential decrement by off-time from the above-described regression lines was discovered. All of these relationships were finally summarized as in the following formula ;

$$Lrb = 6 \log_{10}BTF + (10 \log_{10}RR + 10)(1 - e^{-15T_{off}})$$

where Lrb = relative burst level in dB(A)

BTF = burst time fraction, or, on-time/on + off-time

RR = repetition rate per second

T_{off} = off-time in second

The author would like to call this formula as "Perceived Noisiness Model of Periodically Intermittent Sounds 75-A".

Deviations of the judgement data from this model were calculated. The mean error for

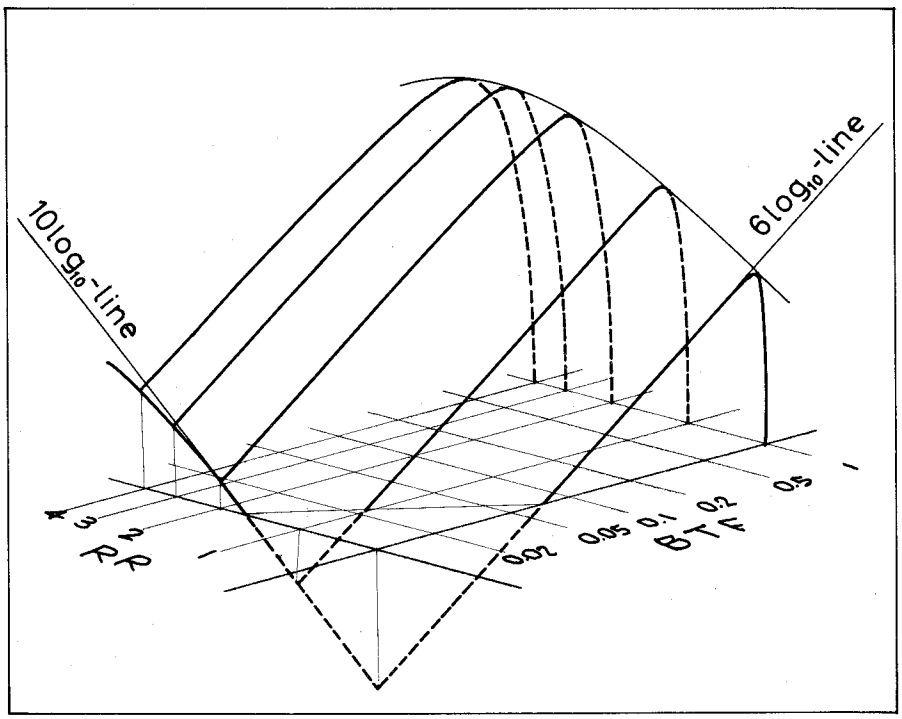


Fig. 7 Isometric Presentation of Relative Burst Levels — Normalized results of Experiment II are laid out with relative burst levels in ordinate, and burst time fraction and repetition rate in abscissae.

each time-pattern ranges from -2.7 to 2.9 dB(A) with the average error of 0.3 dB(A), while the standard deviation of the errors ranges from 0.6 to 2.0 dB(A) with the average of 1.2 dB(A). The result can be considered quite satiscactory.

Discussion

In the previous chapter, a noisiness model of intermittent sounds was presented without much explanation. The author would like to discuss here on the mechanism of responses which substantialized the model as proposed. Discussion shall be made in the following three steps and the outline of discussion is shown in Fig. 8.

1) Energy Effect

It has been frequently pointed out that the perceived magnitude of intermittent noises or repeated pulses can be quantified by the total acoustical energy per unit time. I. Pollack and R. M. Garrett proposed the loudness summation on 10 $\log_{10}$-basis and S. Fidell et al. also insisted the noisiness summation on the same basis. However, their views were all based on the experiments using the stimuli of smaller burst time fractions. Even the published data by Pollack and Garrett revealed considerable deviations from 10 $\log_{10}$-lines in the territory of BTF over 0.01. The author deduced a 6 $\log_{10}$ BTF summation as a fundanental energy effect. Within the extent of this experiment, man does not seem to summate the perceived noisiness of intermittent sounds in a linear manner.

2) Positive Startle Effect

The author believes that the main cause to bring about the difference of loudness and noisiness of intermittent sounds is the different contributions of the startle effect created by intermittence of sound. The startle effect of intermittence is obviously based on the nature of intermittence which is expressed by three physical parameters, namely, repetition rate, rise-time, and burst-to-background ratio.

In this experiment, however, rise-time and burst-to-background ratio were kept constant and repetition rate was treated as the variable. The contribution of repetition rate was quantified and a formula was deduced on 10 $\log_{10}$-basis. Further experiments are necessary to clarify the full extent of this effect, but the present formula can be considered to show the practical maximum of the positive startle effect.

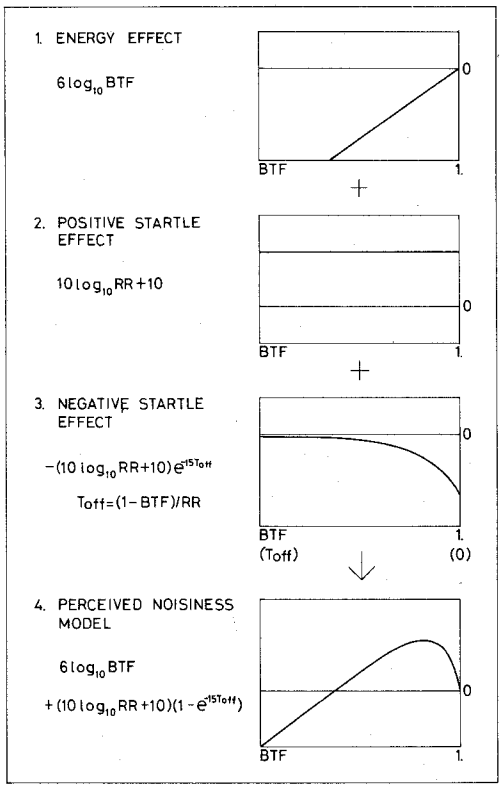


Fig. 8 Concept of Perceived Noisiness Model of Periodically Intermittent Sounds.

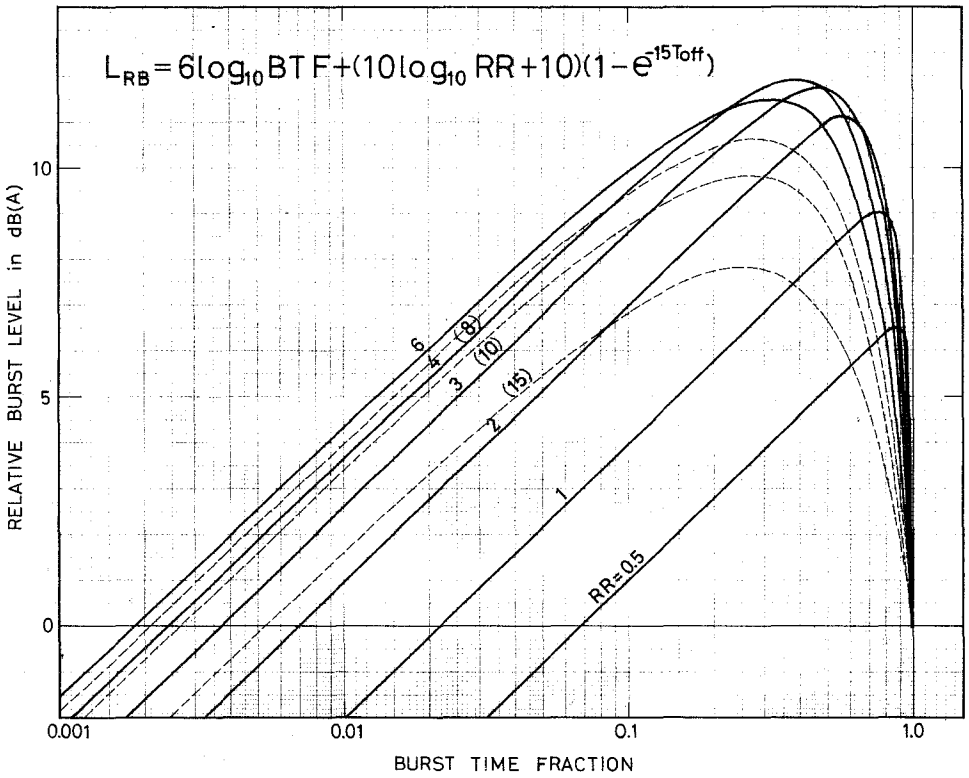


Fig. 9 Perceived Noisiness Model of Periodically Intermittent Sounds 75-A.

3) Negative Startle Effect

As the absolute length of off-time of repeated bursts decreases, the startle effect of a burst of noise in the train is decreased by the psychological residual effect of the burst just prior to it. At the same time, the reverberation of a burst brings about the decrement of burst-to-background ratio of the following burst. Both psychological and physiccl residual effects as described can naturally be explained by the length of off-time (T_{off}). A formula of decrement was thus deduced as shown in Fig. 8 from the results of this experiment.

According to the author, the perceived noisiness of periodically intermittent sounds can be expressed as the final synthesis of the three effects discussed above. The noisiness model presented in the previous chapter is the outcome of the formula thus obtained. Needless to mention, further refinements shall be made to the numerical part of the formula by accumulating theoretical and expermental studies.

Preliminary Validation

Fig. 10 shows the summarized results of a preliminary validation of several assessment methods for the perceived noisiness of intermittent sounds. Predicted values of relative

burst levels for 25 intermittent noises used in Experiment II were calculated by ; 1) Pollack's method, 2) Garrett's method, 3) Peak A : the peak burst level in dB(A), 4) $L_{(a)eq}$: the Equivalent Sound Level in dB(A), 5) NRN : the Noise Rating Number as specified by I. S. O., and 6) the Model 75-A as proposed here. Judgement data of Experiment II were compared to these predicted values and the average errors and their standard deviations were calculated. Seen from these calculations, it is obvious that the Model 75-A is the best predictor among these methods, and that other methods always underestimate the perceived noisiness of intermittent sounds to a considerable extent.

Needless to mention, substantial experiments incorporating a variety of stimuli as well as an enlarged panel of subjects are required for the validation of the method. So the comparison here shall be considered as a preliminary for the proper validation to be carried out.

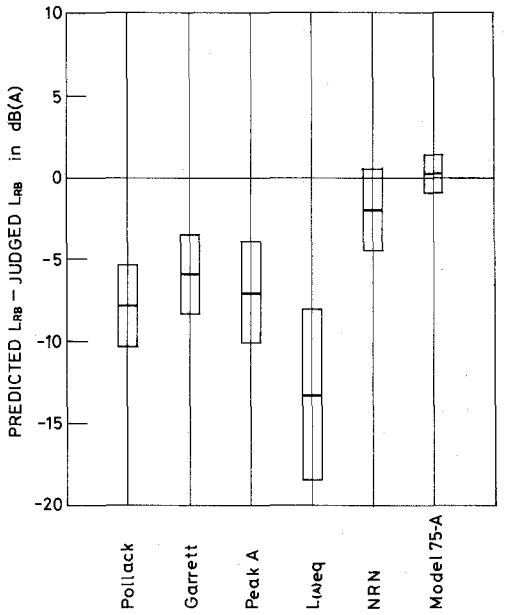


Fig. 10 Preliminary Validation of Assessment Methods—Errors of prediction are calculated as to 25 intermittent noises in Experiment II. Mean errors are shown by central lines with standard deviations by rectangles on both sides.

ACKNOWLEDGEMENTS

Grateful acknowledgement is made here to Professor Goro Horie of Kyoto University for his continued encouragements and many valuable suggestions. The author is grateful to Professor Malcolm J. Crocker for his kind encouragement to prepare this paper. Acknowledgement is also made to Tetsumi Satoh for his assistance in experiments and analyses.

(Received Apr. 22, 1976)

REFERENCES

1. Irwin Pollack, "Loudness of Periodically Interrupted White Noise," *J. Acoust. Soc. Am.*, **30**, 3, 181(1958).
2. R. M. Garrett, "Determination of the Loudness of Repeated Pulses of Noise," *J. Sound Vib.*, **2** (1), 42 (1965).
3. E. Vigran, K. Gjaevenes, and G. Arnesen, "Two Experiments concerning Rise Time and Loudness," *J. Acoust. Soc. Am.*, **36**, 8, 1468 (1964).
4. S. Fidell, K. S. Pearsons, M. Grignetti, and D. M. Green, "The Noisiness of Impulsive Sounds," *J. Acoust. Soc. Am.*, **48**, 6, 1304 (1970).
5. N. L. Carter, "Effect of Repetition Rate on the Loudness of Triangular Transients," *J. Acoust. Soc. Am.*, **37**, 2, 308 (1965).
6. B. Gustafsson, "The Loudness of Transient Sounds as a Function of Some Physical Parameters," *J. Sound*

Vib., **37** (3), 389 (1974).

7. Kiyoto Izumi, "Two Aspects of the Perceived Noisiness of Intermittent Sound," *INTER-NOISE 75 Proceedings*, 453 (1975).
8. Bertram Scharf, "Loudness and Noisiness --- Same or Different?," *INTER-NOISE 74 Proceedings*, 559 (1974).
9. William Burns, *Noise and Man,* William Clowes & Sons, London, 1973, 2nd ed., pp. 115−147.
10. Pearsons and Horonjeff, see K. D. Kryter, *The Effects of Noise on Man,* Academic Press, New York, 1970, p. 274.
11. J. S. Kerrick, D. C. Nagel, and R. L. Bennett, "Multiple Ratings of Sound Stimuli," *J. Acoust. Soc. Am.*, **45**, 4., 1014 (1969).
12. S. Namba, T. Nakamura, S. Kuwano, and T. Kato, "On the Loudness of Traffic Noise," *J. Acoust. Soc. Japan*, **32**, 3, 126 (1976).
13. B. Berglund, U. Berglund, and T. Lindvall, "Scaling Loudness, Noisiness, and Annoyance of Aircraft Noise," *J. Acoust. Soc. Am.*, **57**, 4, 930 (1975).

劇場冷房のための垂直吹き出し気流の基礎的特性

窪　田　英　樹

A Basic Study on Room Air Distribution in Auditoria — Downward Supply System —

Hideki Kubota

Abstract

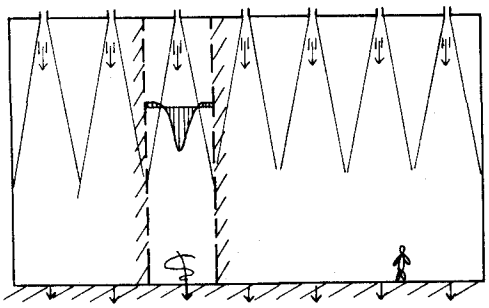
The distribution of conditioned air in an occupied space is a very important but complex problem. The conditioned air must be distributed in such a way that no drafts, minimum thermal gradients, exist throughout the occupied space. Auditoria, such as theaters, multi-purpose halls, etc., have a characteristic feature ; a high population load with sensible and latent heat gain. This will make easy to form excess air movement in summer cooling by a large quantity of air flow rate. This paper will describe the experimental results on the air distribution performance of a downward supply system in auditoria, and demonstrate that the system shall be recommended in order to avoid the excess air movement in summer cooling.

1　緒　　言

劇場・講堂などでは，在席者密度が高く，そのため冷房負荷は通常の事務室などと比較して数倍にも及ぶ。また、座席位置に高低差があり，上下温度分布の影響を受け易いなどの特徴がある。そのため，通常の室内ではあまり問題にならない吹出方式でも、このような室内では、いくつかの問題が生ずる。まず，水平吹出方式の場合には，冷房時には浮力のために冷風が降下して居住域を許容流速以内におさえるのが難しいのと，暖房時には上下方向の攪拌力が少ないので温度成層が生じ易い。同じ水平吹出ではあるが，天井に設けられたディフューザ型吹出口の場合には，冷房時には適しているが，暖房時に温度成層の生じ易いのは，前者と同様である。加えて，表面に表われる吹出口の形状が比較的大きいので，意匠的に問題の生ずる場合があろう。つぎに，天井面に設けられた多数の小形ノズルからの垂直吹出方式[1]は，ヨーロッパで多く用いられているようであるが，少なくとも冷房時に過大流速の生じないことは、実験的にも確められている。しかし、実測例がなく詳細は不明であるが，ノズルが互いに近接し過ぎているために，暖房時の上下攪拌力はあまり期待できないであろう。これに対して，少数ノズルで垂直に吹き出す場合には，上下方向の攪拌効果が大きいので，暖房時には適していると思われるが，冷房時には過大な流速が生ずる。このように，通常用いられている吹出方式では，暖房・冷房共に満足する方式はないように思われる。

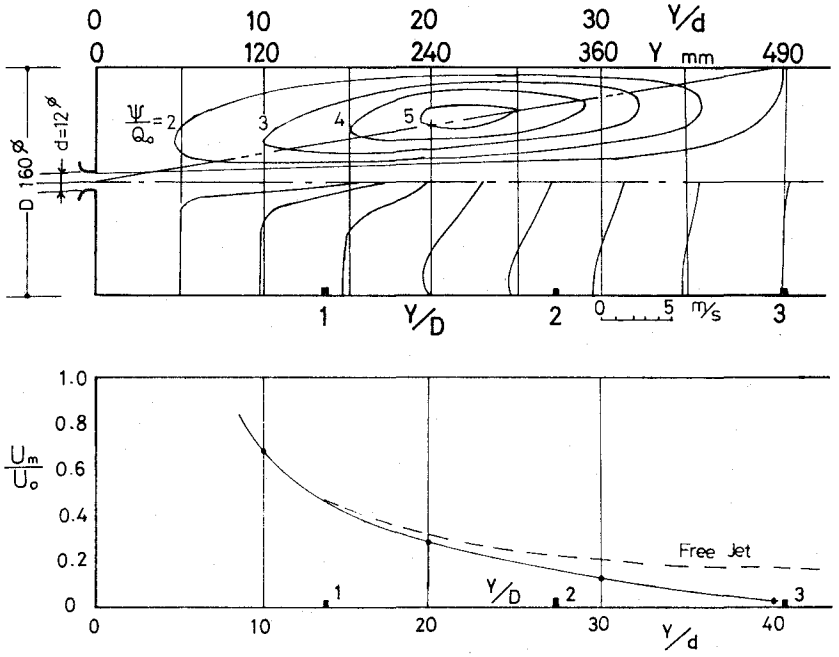
こゝで扱う多数ノズル垂直吹出方式は，ノズル間隔（W）と天井高さ（H）をある値以下にすれば，攪拌効果を生かしつゝ，居住域での過大流速を防ぐ可能性があることに着目したものである。これは，現在知られている自由噴流の特性に基礎を置く方法[2]とは根本的に異なっていて，その考え方はつぎのようである。

まず，この方式による気流パターンは図—1のようになる。1個のノズルからの吹出気流に着目すると，隣接する気流との境界面で囲まれた，一種の閉空間での気流とみなすことができる。従って，この流れはダクト内噴流（例えば管内オリフィス背後の流れ）と類似した特性を有することが充分予想される。Barchilon and Curtet[3]らによってなされた実験によれば，円管内での噴流の特性は図—2のようになる。



図—1　1つの噴流に着目すると，ダクト内の噴流に似ている。

これによれば，中心流速U_mはY／D＜1では自由噴流の特性と一致するが，それ以後はかなり下回る値になる。このことから類推して，もし天井高さがHの室で，ノズル間隔Wを上記のY／D≈H／W＞1の範囲で適当に選べば，居住域での流速を許容最大値以下にし得る可能



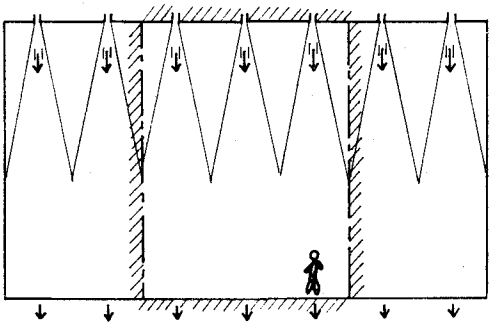
図—2　ダクト内噴流の特性
（by Barchilon et. al. 1964年）

性がある。また，このような流れにおいては，噴流に及ぼす浮力の影響も，自由噴流の場合とかなり異なると思われる。結局，この方式では，前半の噴流域で充分攪拌し上下に温度分布の生ずるのを防ぎ，かつ居住域での過大流速を防ぎ得る可能性がある。

2．模型装置と実験法

模型室は，高さ2m，縦横それぞれ1.5mの直方体で天井面に9個のノズルを対称的に取り付け，床に排気孔を分散して設けてある（図－4）。これは，図—3のような大空間の一部を取り出して模型化したものである。

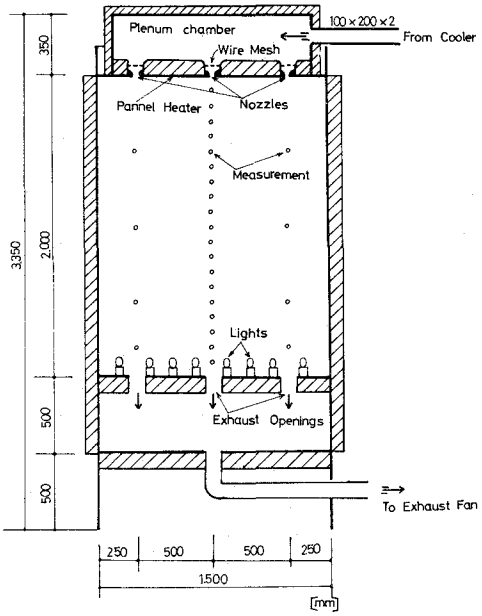
従って，模型の側壁は実際には壁が存在するわけではない。実験に際しては，側壁を通しての熱流が最小になるように，100mmの断熱材を取りつける一方，模型室温が実験室温とほぼ等しくなるように設定した。天井，床それに側壁の二面は12mmのベニヤ板，他の二面はアングルで補強した5mmの透明アクリル板でできている。照明による発熱と屋根からの貫流熱量を模して，電熱板を貼りつけたブリキ板を上部内面に取りつける。



図—3　斜線で囲まれた部分を模型化する

人体からの発熱として72個の電球を床に配置する。側壁の一面に流速計を差し込む測定孔を設けてある。模型室内の気温を測定するために，縦に二ヶ所，水平に二ヶ所にそれぞれ11個の熱電対を取りつけてある。気流の様子は，個々のノズルからの気流をみるためには塩化アンモン，室内全体の流れにはメタアルデヒド，及びバルサンを用いた。使用したノズルは，一辺が2cmの正方形断面を有する石膏でできた角型ノズルである。まず，原型を作り，他の8個を複製したのでノズル間の差異はほとんどない。流速は，市販されているつぎの二種類の熱線流速計を用いて測定した。

〔A．定温度型熱線流速計　熱線直径5μ，B．定温度差型熱線流速計　熱線直径0.5mm〕



図—4　模型の概略

3．実物との相似性について

相似性に関する既存の研究[4]によれば，室内が充分乱れていれば，R_e数が一致しなくてもA_r数（$=g\beta\Delta t_0 d/u_0^2$）が一致していれば，壁面近傍を除く空内のパターン（流速分布，気温分布）は，実物と相似になることが知られている。今回行った実験と実物との対応は，たとえばつぎのようになる。A_r（実物）$=A_r$（模型）即ち

$$\left[(\Delta t_0 d)/u^2_0\right]\text{実物}=\left[(\Delta t_0 d)/u^2_0\right]\text{模型}$$

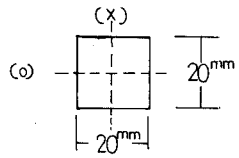
4．実験結果とその考察

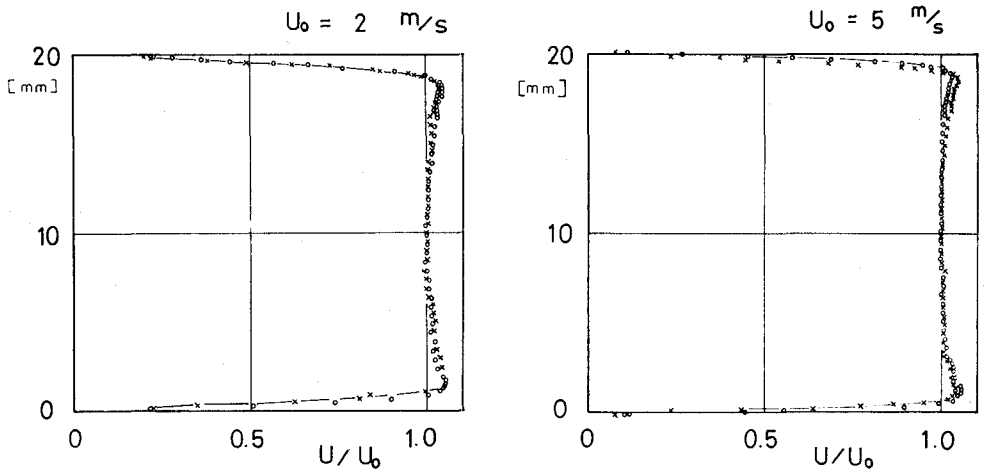
4．1　中央のノズルのみから吹出す場合

本装置における吹出気流の基礎的特性を知る目的で，周囲8個のノズルを塞ぎ，中央のノズル1個のみから吹き出す場合の実験を行った。いずれも，等温吹出である。まず，使用したノズルの出口における流速分布は図—5のようである。これは，直径200 mmの円形ダクト端にノズルを取りつけて測定したもので，実験した状

表—1　実物と模型との対応

Prototype	Model
H=10 [m] w=2.5 [・] d=0.1 [〃] q=200 [kcal/m²h] Δt_0=10 [deg°c] u_0=10.5 [m/s] Re=1.6×10 [・]	H=2 w=0.5 d=0.02 q=124 Δt_0=12 u_0=7.6 Re=1.0×10⁴
H=20 w=5 d=0.2 q=200 Δt_0=10 u_0=12.5 Re=1.7×10⁵	H=2 w=0.5 d=0.02 q=70 Δt_0=12 u_0=4.3 Re=5.8×10²





図—5　ノズル出口流速分布

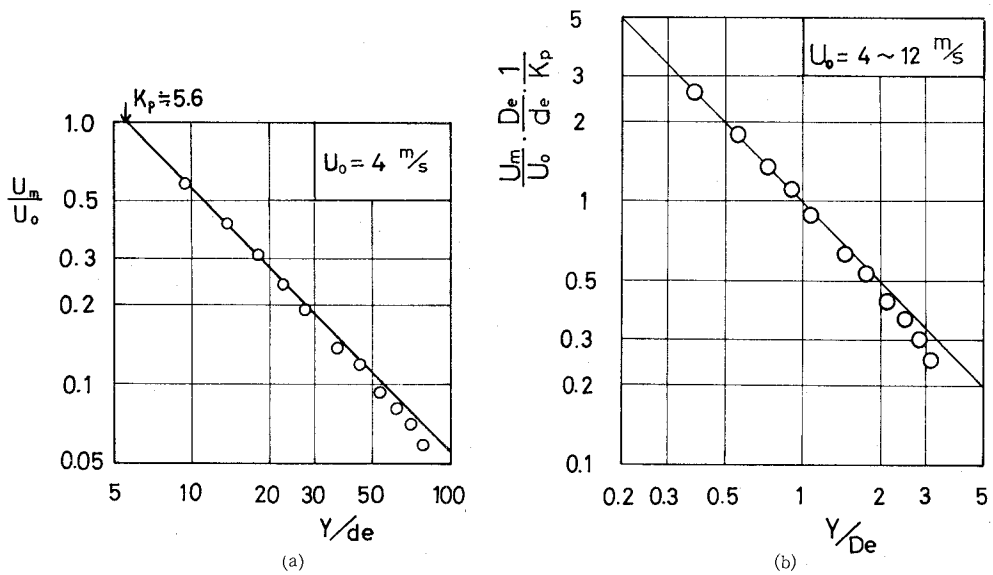
況とは異っているが，大きな差はないであろう。

中心軸上の平均流速U_mの変化を図—6に示す。ほゞY^{-1}に比例している。平均流速と乱れの強さの断面分布を示したのが図—7，8である。いずれも自由噴流の特性に近い。

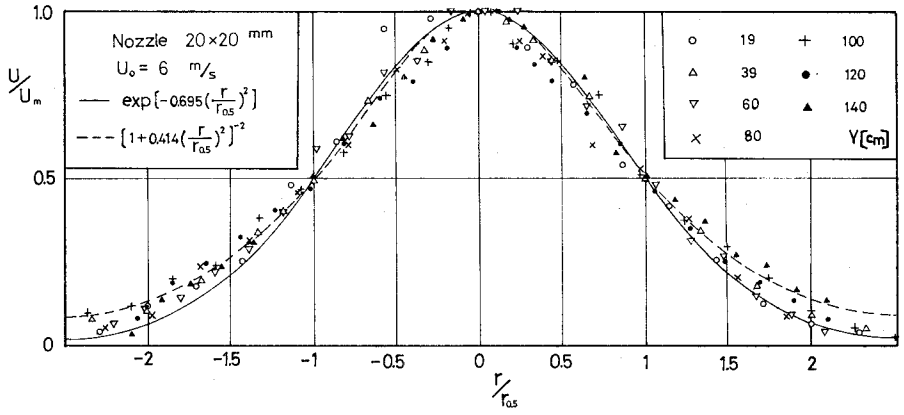
4．2　9個のノズルから吹き出す場合

(a)　等温吹出し

天井面に均等に配置した9個のノズル全部から吹き出す場合，流れが対称になることは，煙による観察と流速分布を測定することにより確めてある。図－9が各断面での流速分布であり，中央の噴流の軸上の軸上流速U_{mc}を基準として表してある。以後，中央ノズルからの噴流につい



図—6　中央のノズル1個のみから吹き出す場合の軸上流速の変化



図—7　平均流速断面分布

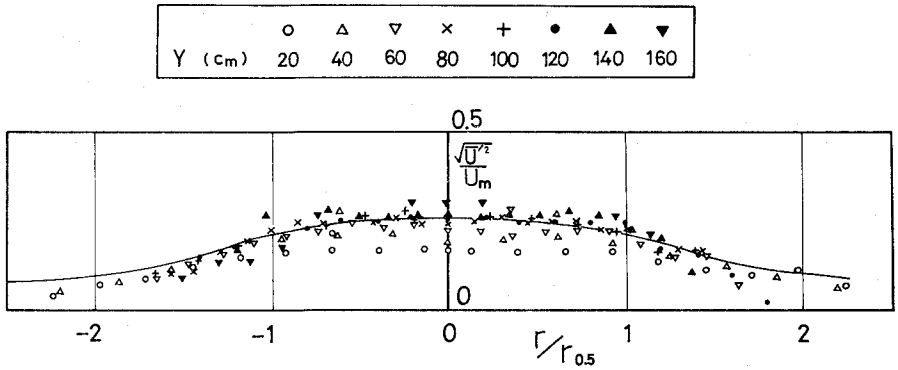
て測定を行う。

中心軸上の平均流速U_mを示したのが図－10である。閉空間での噴流が容器の影響を受けるのは，噴流の断面積（$A_j \sim y^2 / k_p^2$）の容器断器面積（$A_p \sim D^2$）に占める割合に関係すると考えれば

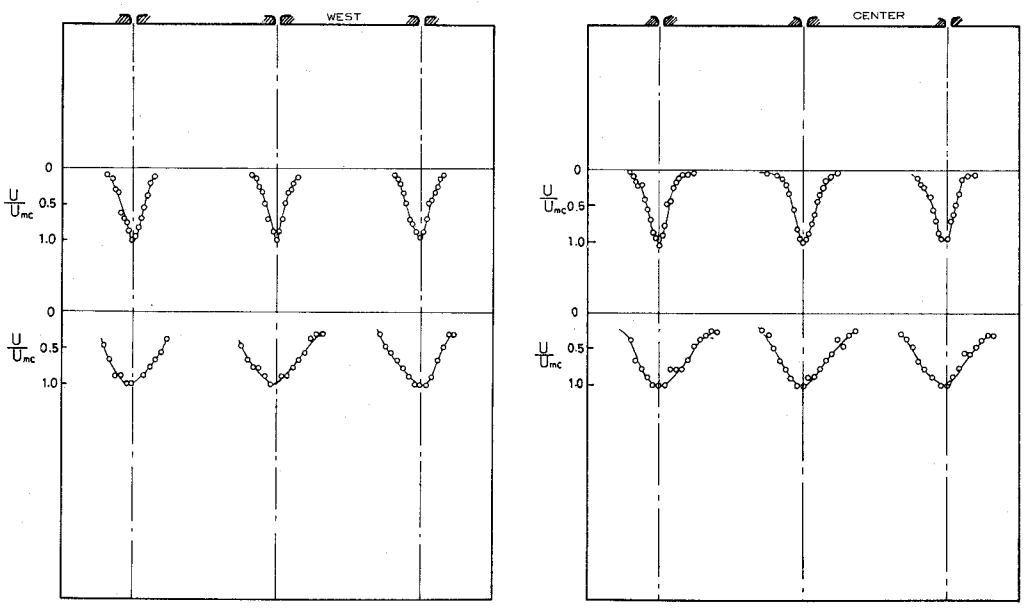
$$\frac{A_j}{A_p} \sim \left(\frac{y/K_p}{D}\right)^2$$

（K_p：吹出口定数，D：容器直径）

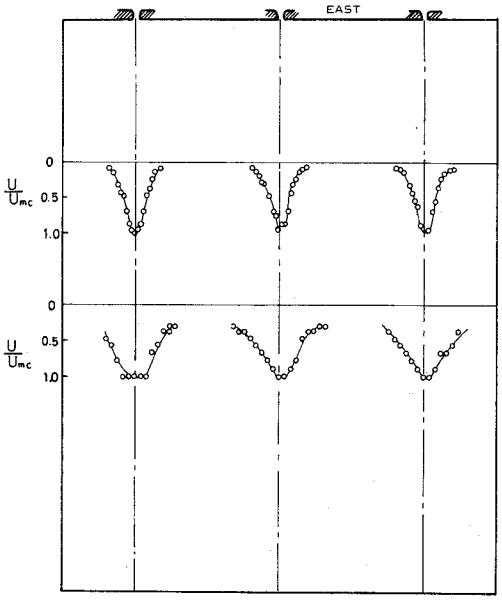
であることから，ノズルからの距離Yを無次元化するときには，y／（K_pD）とするのが適当のように思われる。しかし，試みた結果は図—10(b)に示すように，座標をY／Dとするデータ



図—8　乱れの強さ断面分布



図—9　9個のノズルから吹き出す場合の気流の対称性



図—9　(c)

のまとまりが良い。これは図—11に示すダクト内噴流についても同様である。

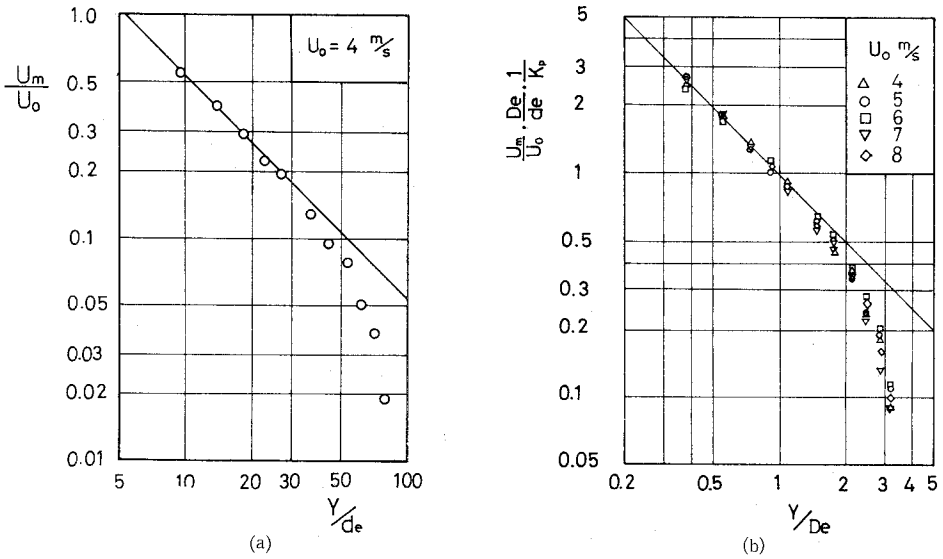
両者の特性はほとんど一致している。これらを通常目盛で表したのが図—12である。

また，軸上の乱れの強さは図—13に示すようである。居住域を想定して，床上20 cmにおける流速を図—14に示す。9個ノズル吹き出しの場合は，単一ノズルのときの約40%程度の値になる。

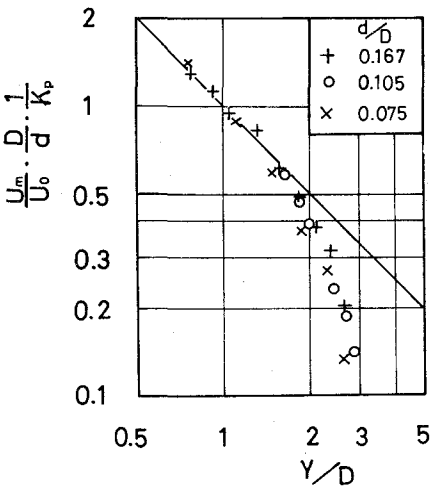
(b)　冷風吹き出し

冷風を吹き出した場合の軸上流速U_mを示したのが図—15である。U_o= 6 m／s の場合は，等温時とほとんど一致している。U_o= 4 m／s については，冷風を吹き下ろした場合の方が等温時よりも低い値を有している。このときの気流を観察すると，噴流の流軸が不規則に揺れているのがみれる。冷風を下向きに吹き出せば，自由噴流の場合には等温時よりも加速されるが，この場合にはそのようなことはない。

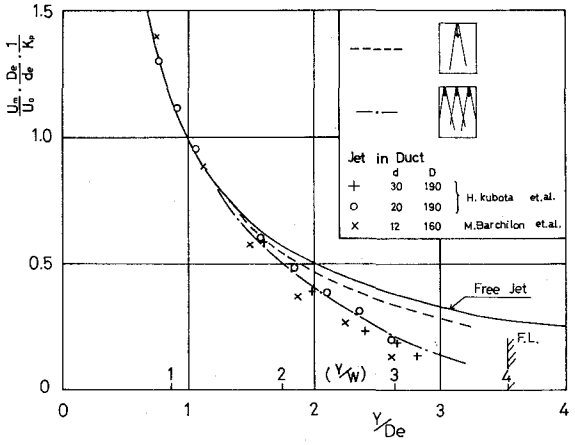
気温分布を図—16に示す。気温は上下，水平ともにほとんど一様になっている。



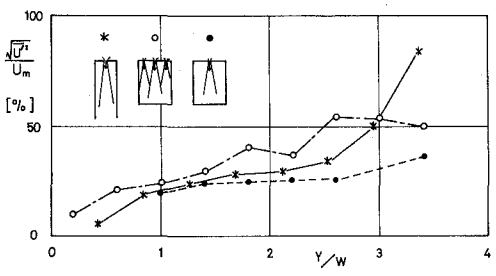
図—10　軸上流速の変化



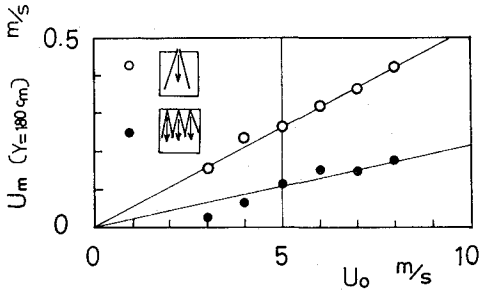
図—11 ダクト内噴流の軸上流速の変化



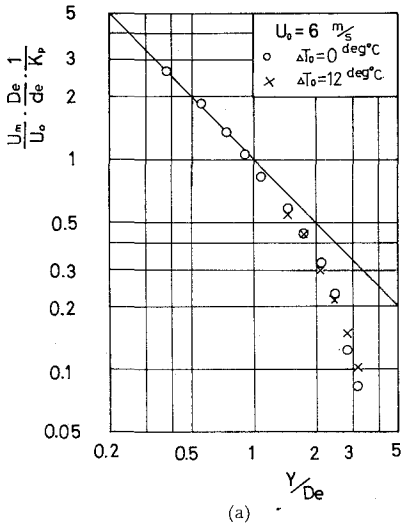
図—12 軸上流速の変化



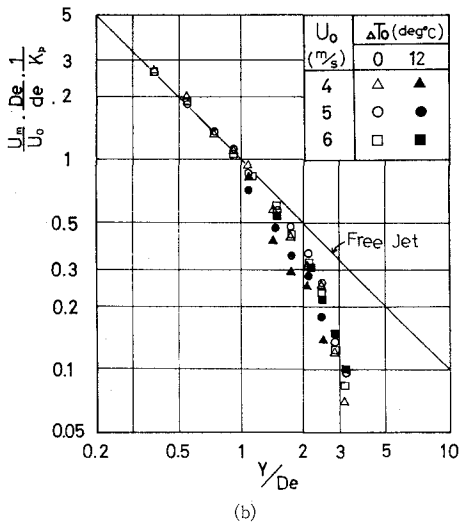
図—13 軸上の乱れの強さ



図—14 1個吹出しと9個吹出しの床上20 cmでの流速の比較

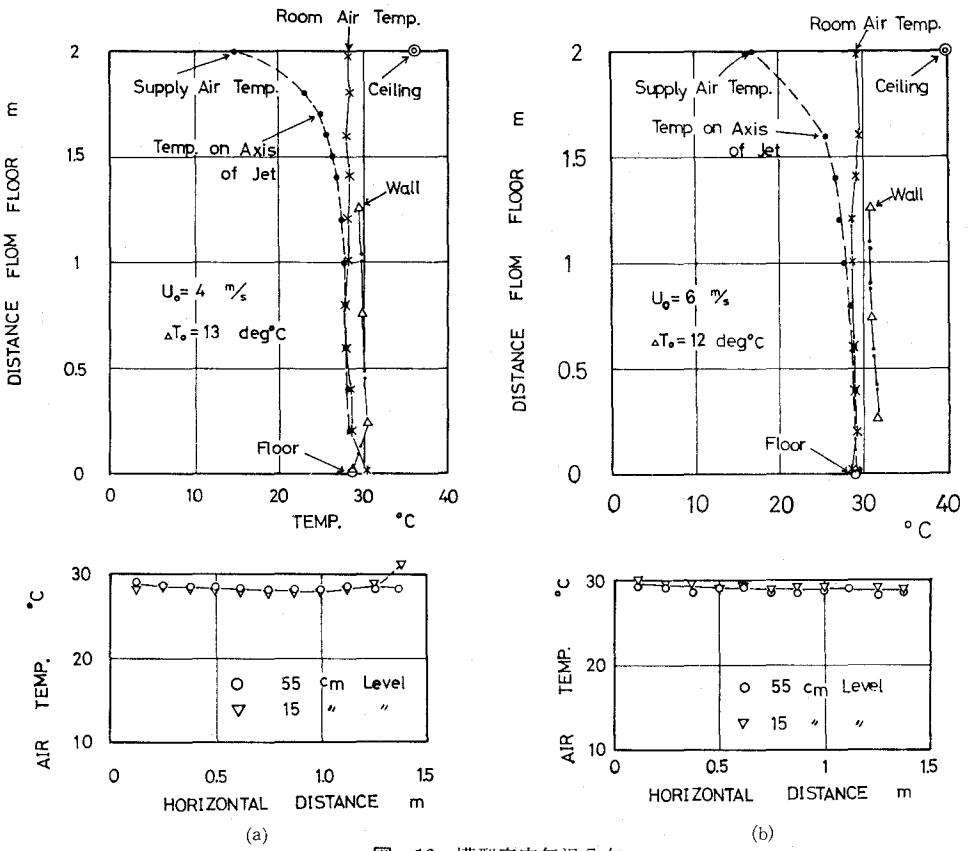


(a)



(b)

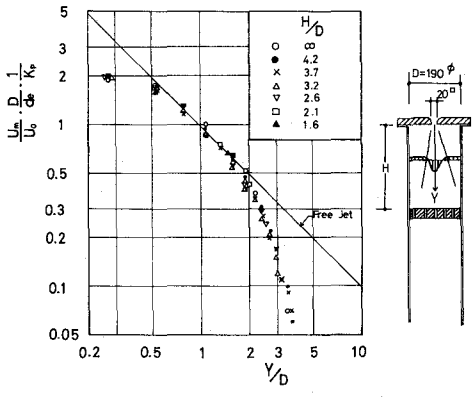
図—15 等温吹出しと冷風吹出しの比較



図—16　模型室内気温分布

5．床面のあるダクト内での噴流の特性

今回の模型実験は，H／W＝4についてのみ行ったが，これ以外の特性をみるために，ダクト内に床面に相当する邪魔板を置いた実験を行った。直径が200 mmのダクト内に，開孔率6％の多孔板をノズルからHの位置におく。図—17は，H＝30～80 cm間隔に移動して測定した中心軸上の平均流速を示したものである。特性は，ほとんど一本の曲線上にある。このことは下流にあるじゃま板が，少なくとも中心流速には影響を与えていないことを示している。このことから類推して，今回の実験で得たH／



図—17　多孔板を置いたダクト内での噴流の流速変化

W＝4のときの特性を，H／W＜4にも適用し得ることが予想される。

6．吹出気流設計への応用

前節で得た実験結果を参考にして，居住域（床上1.5～1.8m以下の領域）全域で，流速・気温ともにほゞ均一であるとみなす。過大な流速は好ましくないので，最大許容流速を設定し設計の目標とする。吹出口は，できるだけ均等に配置する。

まず，1個の吹出口が負担する風量と室内顕熱負荷について，つぎの関係が得られる。

$$3600\frac{\pi}{4}d^2u_0 = v\cdot w^2 \qquad (1)$$

$$3600c\gamma\frac{\pi}{4}d^2u_0\Delta t_0 = q\cdot w^2 \qquad (2)$$

こゝで　v：床面積1m²当りの送風量〔m³／h・m²〕

q：　〃　　〃　　顕熱負荷〔kcal／h・m²〕

w：吹出口間隔　　〔m〕

d：ノズル直径〔m〕，u_o：吹出流速〔m／s〕，Δt_o：吹出温度差〔deg℃〕

式(1)から

$$u_0 = \frac{v}{3600\frac{\pi}{4}}\left(\frac{w}{d}\right)^2 \qquad (3)$$

また，式(1)，(2)両式から

$$\Delta t_0 = \frac{q}{c\gamma v} \qquad \left(\text{or} \quad v = \frac{q}{c\gamma\Delta t_0}\right) \qquad (4)$$

上式から，吹出温度差Δt_oは，負荷密度q，送風量vによって決定される。

さて，前節で得た結果から，軸上流速u_mを

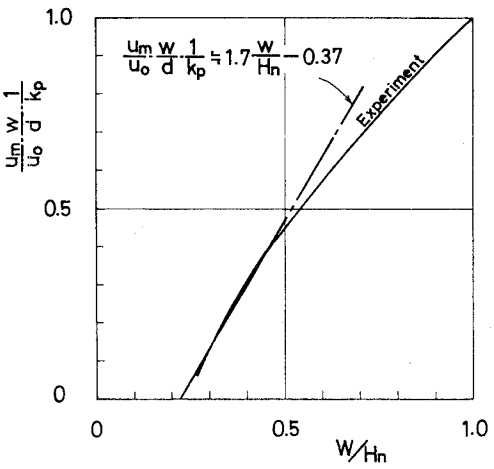
$$\frac{1}{K_p}\ \frac{U_m}{U_0}\ \frac{W}{d}$$

のように表すと，W／H_nに対応して一本の曲線で表現される。これを通常目盛で表せば，図—18のようになり，範囲を限れば次式で近似される。（図—10，図—15参照）

$$\frac{1}{K_p}\ \frac{U_m}{U_0}\ \frac{W}{d} \fallingdotseq 1.7\frac{W}{H_n} - 0.37 \qquad (5)$$

式(3)から

$$\frac{W}{d} = \left(3600\frac{\pi}{4}\frac{U_0}{v}\right)^{1/2} = 53.1\sqrt{\frac{U_0}{v}} \qquad (6)$$



図—18　軸上流速の変化

これを式(5)に代入すると，つぎのようになる。

$$\frac{W}{H_n}=0.22+\frac{31.3}{K_p}\frac{U_m}{\sqrt{v\,U_0}} \tag{7}$$

この式で，送風量については環境基準を満足すべき最少必要送風量があり，吹出流速は騒音の点から上限がある。これらの値を適当に設定すれば，最大許容流速 u_m を満足する吹出口間隔Wが定まる。

〔例　解〕

室の巾，奥行きがいずれも 30 cm で，高さが 10 mの劇場における吹出気流の設計を行なう。式(7)から

$$W=\left(0.22+\frac{31.3}{K_p}\frac{U_m}{\sqrt{v\,U_0}}\right)H_n$$

こゝで　H_n：吹出口から居住域までの垂直距離（＝8.5 m）

v：送風量（＝60 m^3／h・m^2）

u_o：吹出流速（＝10 m／s）

u_m：居住域平均流速＝最大許容流速〔m／s〕

表—2　設計例

Permissible max. air velocity U_m [m/s]	Calculated		Applied			
	w [m]	m [row]	m	w	number of nozzles	Hn/w
0.5	2.77	10.8 →	11	2.73	121	3.1
0.3	2.14	12.4 →	13	2.3	169	3.7

(Kp = 6)

7．結　　言

劇場などで多く用いられている，天井に設けられた比較的多数の吹出口から，垂直下向きに吹き出す方式について実験を行った。その特徴はつぎのようである。

（i）　自由噴流の特性とは非常に異なり，対称面で囲まれた一種の閉空間流れとみなすことができ，円形または角形断面を有するダクト内噴流の特性と極めて似た特性を有する。

（ii）　（吹出口からの垂直距離）／（吹出口設置間隔）＞2の範囲では，自由噴流よりもかなり下回る流速となり，また冷風を吹き出す場合でも，浮力による加速はない。

ついで，これらの結果を適用して，最大許容流速を設計指標とする設計方法について述べた。

この場合，吹出口の取りつけ間隔が求める値となる。

本文は，主に冷房時に関するものであり，暖房時の特性や，対称性の失われる舞台側端に設置した吹出口からの気流の特性などが今後の課題として残されている。

本研究は，文部省国内研究員（昭和48年度）として北海道大学工学部において行ったものであり，御指導頂いた衛生工学科射場本教授，北海道工業大学岡垣教授，北大衛生工学科沢登助教授，落藤助教授に深く謝意を表します。また，国内留学の御便宜をいただいた本学建築工学科各位に謝意を表します。実験を行うにあたり，当時本学学生佐藤博夫，山田則行，金野時見の諸氏の助力を得たことを付記します。

（昭和51年5月21日受理）

参考文献

1）Bouwman H. B., Amersfoort N. V., VAN Gunst E. : Die Luftbewegung in der Grossen Konzerthall "De Doelen" in Rotterdan, kaltetechnik-klimatisierung 19 Heft 8 (1967).

2）平山，野村，落藤：室内空気分布に関する研究（鉛直吹出しの場合），日本建築学会関東支部第27回研究発表会（1960）.

3）Barchilon M., Curtet R. : Some details of the structure of an axisymmetric confined jet with backflow, Journal of Basic Engineering, DEC, 1964.

4）勝田，土屋：室内空気分布の模型実験法について，日本建築学会関東支部第38回研究発表会（1967）.

コンクリート骨材粒度の数値化

後　藤　知　以

Numerical Characterization of Grading of Concrete Aggregate

Tomoyuki Goto

Abstract

A primary condition of developing formula for the relations between the grading of aggregate and workability of concrete is that the grading of concrete aggregate should be characterized numerically by a few factors.

In this paper, it is pointed out that four statistics (mean, standard deviation, skewness and kurtosis) based on the fineness modulus scale of particle size distribution are the most suitable parameters for the grading evaluation of concrete aggregate (fine, coarse and combined aggregate).

1. ま　え　が　き

通商産業大臣の諮問機関である，産業構造審議会　住宅・都市産業部会　骨材小委員会は，昭和41年と47年に答申した「今後の骨材政策のあり方」の中で，骨材需給の実績と見通しを示している。これによると，天然堆積粒度の骨材の割合が減少し，昭和40年度に供給量の8割を超えていた砂と砂利が，昭和50年度には，5割以下になると見通している。急流な河川が多く，四季の変化の大きい日本でも，治水・用水の整備，建設量の増大などのため，破砕・造粒・整粒して採算させる必要のある骨材が，過半を占めるようになってきた。

このように，天然産骨材から加工・人工骨材へと移行が進み，従来「できあい」として対処してきたコンクリート骨材の粒度を，経済的に選択の可能な「あつらえ」特性として認識し，対処すべき状況・条件が整ってきた。しかしながら，コンクリートの軟度などの物性におよぼす骨材粒度の効果が未定量のため，あつらえるべき最適粒度が，いまだ明確に設定されていないのが現状のように思う。

日本建築学会　建築工事標準仕様書　JASS 5　鉄筋コンクリート工事では，プラスチックでワーカブルなコンクリートを経済的に得ることができるとする粒度範囲を，標準粒度と記して，粗骨材と細骨材の粒度を別々に規定している。しかし，これら標準粒度範囲を設定した理論的根拠を明示していないこと，骨材などの生産事情が経済性の評価を変えていること，細粗混合粒度を対象にした標準粒度であるべきこと，標準粒度の範囲の影響が不明確なこと，などの理由により，現行の標準粒度をあつらえるべき最適粒度とするには，なお多くの検討が必要

であると思う。

たとえば，標準粒度範囲を規定してはいるが，その効果が未定量のため，細粗混合割合やコンクリートの軟度は，いまだに「試し練り」，すなわち試行錯誤で決定するのを原則としている。この「試し練り」の義務化と「できあい」としての骨材粒度が，コンクリートの軟度解析の必要性を少なくし，その研究を渋滞させてきた主な要因であると思う。このことは，水セメント比説と粗粒率の提案者である Abrams が 1940 年に，「コンクリートの調合の基本として，試し練りを唱道することは（これは設計ではない），我々が過去の世紀の間，コンクリートに関し，ほとんど何も学んでいないことを認めることになる。」と指摘するところである[1]。セメントの発明以来，理想粒度を目標に多くの提案がなされてきたが[2]，いまだに「試し練り」が励行されるのは，骨材粒度の記述表示の不充分さにも原因があると思う。

上記の骨材生産事情の変化に加えて，産業廃棄物の骨材資源としての活用，ポンプ打設コンクリートの流動性と品質の向上，結合材としてのプラスチックの利用，などの諸問題とも関連させて，コンクリートの軟度におよぼす骨材粒度の効果を定量的に検討して，あつらえるべき粒度を設定すべきであると思う。

プラスチックでワーカブルなコンクリートの骨材体積濃度は，その骨材の実積率と表面積に密接に関連する特定の値を有する[3]。それゆえ，粒度の効果を定量化するためには，骨材粒子の充塡構造および骨材粒子形状の量的把握が必要であるとともに，粗粒率や最大寸法のほかに，粒度そのものの適正な数値化による記述表示が不可欠である。

本報告は，骨材の個数・長さ・面積・体積を基準にした粒子寸法分布の平均・標準偏差・歪度・尖度の 4 個の統計量を粒度パラメーターとして採用して，コンクリート骨材粒度の数値化を試みる。さらに，平均が慣用の粗粒率となるように粒子寸法を対数変換した分布の体積基準の粒度パラメターが，細骨材，粗骨材および細粗混合骨材粒度に共通して有効な数値化法であることを指摘し，提案する。

2．コンクリート骨材粒度

建築学会の仕様書（JASS 5）や土木学会の示方書によると，骨材の粒度とは，「骨材の大小粒の混合割合」とか，「骨材の大小粒が混合している程度をいう」と規定，定義している。骨材の粒度に関連する用語を，JASS 5 規定から抄出して，以下に記す。

細　　骨　　材「5 mm ふるいを重量で 85%以上通る骨材」

粗　　骨　　材「5 mm ふるいに重量で 85%以上とどまる骨材」

粗骨材の最大寸法「骨材が重量で 90%以上通るふるいのうち，ふるい目の開きが最小のものの呼び寸法で示される粗骨材の大きさ」

粗骨材の最小寸法「骨材が重量で少なくとも95%以上とどまるふるいのうち，ふるい目の開きが最大のものの呼び寸法で示される粗骨材の大きさ」

粗　粒　率「40, 20, 10, 5, 2.5, 1.2, 0.6, 0.3, 0.15 mm のそれぞれのふるいにとどまる骨材の，全骨材に対する重量百分率の総和を100で除した値」

土木学会にも，ほぼ同じ内容の用語が定義されている。これらによると，ある特定の通過比を示すふるい目の開きさえ一致すれば，かなり異質な粒度の骨材でも，同じ用語あるいは数値で表示されることがある。しかし，一般には，気象などの堆積地の条件や，対象とするコンクリート性状が異なるためか，各国のコンクリート関係諸団体毎に，独自の粒度範囲を規定している。それらの規定では，あまり極端な粒度は除外している。JASS 5（昭和44年版）に規定する粗骨材と細骨材の標準粒度，および標準調合表の作成に仮定した3種の寸法の砂の粒度を表－1に示す。建築用コンクリートに用いられる粗骨材の最大寸法は，部材断面・鉄筋間隔・かぶり厚さなどの制約から，40 mm 以下に限定される。通常の鉄筋コンクリート建築物には，ほとんど25ないし20 mm の最大寸法が採用されている。

表－1のふるい通過重量百分率は，JIS A 1102「骨材ふるい分け試験方法」により測定される。それには，JIS Z 8801「標準ふるい」から抽出した，特定の目の開きの16個の標準網ふるいが用いられる。寸法の細かい部分は，4番目毎に抽出した標準ふるい目の開きなので，公比1：2の等比数列をなしている。

骨材生産およびコンクリート施工管理上，一般にコンクリート骨材は5 mm 前後を境に，粗

表－1　JASS 5（昭和44年版）標準粒度，および調合表作成に仮定した砂の粒度

ふるい呼び寸法	ふるい目の開き	ふるいを通るものの重量百分率							
		40 mm	30 mm	25 mm	20 mm	砂	5 mm	2.5mm	1.2mm
100 mm	101.6mm	（標準粒度）					（調合表作成砂）		
80 〃	76.2 〃								
60 〃	63.5 〃								
50 〃	50.8 〃	100							
40 〃	38.1 〃	95－100	100						
30 〃	31.7 〃		95－100	100					
25 〃	25.4 〃			90－100	100				
20 〃	19.1 〃	35－70	40－75	60－90	90－100				
15 〃	15.9 〃				(55－80)				
10 〃	9.52 〃	10－30	10－35	20－50	20－55	100	100		
5 〃	4760 μ	0－5	0－10	0－10	0－10	90－100	95	100	
2.5 〃	2380 〃		0－5	0－5	0－5	80－100	80	90	100
1.2 〃	1190 〃					50－90	50	65	90
0.6 〃	590 〃					25－60	30	40	55
0.3 〃	297 〃					10－30	10	20	30
0.15 〃	149 〃					2－10	5	5	6

骨材と細骨材に区分して取り扱われている。それ故をもって，標準粒度などで，粗骨材と細骨材の粒度を個別に規定し固定すると，その制約下における粒度の効果は検討できても，最適の細粗混合粒度が得られるとは限らない。したがって，本来的に標準あるいは最適粒度は，細粗別々ではなく，細粗混合粒度を対象に設定さるべきであると思う。

以上のようなコンクリート骨材粒度，すなわち，寸法範囲が広く，そのわりに細粗混合でも10個程度と数少ない，しかも不等間隔の目の開きのふるいで測定される骨材粒度に，あらかじめ，ある特定の分布関数をあてはめて粒度を記述表示するのは，あまり適当ではないと思う。また，土の粒度の善し悪しの判断に利用される，JIS A 1104「土の粒度試験方法」規定の均等係数と曲率係数による数値化では，まだ不充分のように思う。

3．粒度パラメター

細骨材，粗骨材および細粗混合骨材など，かなり任意な分布を示すコンクリート骨材の粒度を数値化する試みとして，骨材粒子寸法分布の平均・標準偏差・歪度・尖度の4個の統計量を，「粒度パラメター」と名付けて採用する。

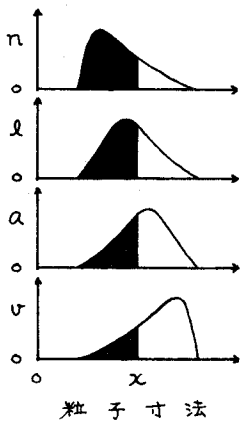
一般に，骨材粒子はふるい分けにより分級されるので，その寸法はふるい目の開きで定義される。ふるい分け試験で，測定の対象とするのは重量である。粒度効果の定量化を意図するコンクリートの物性によっては，重量以外の骨材の量，個数・長さ・面積・体積などを基準とする粒度パラメターによる解析が必要となる。いま，ある骨材試料中の，寸法 x 以下の骨材粒子群の個数 N，長さ L，面積 A，体積 V は，傾向を誇張した図－1の陰影部の面積で示される。ただし，n，l，a，v は，単位粒子寸法あたりの個数，長さ，面積，体積とする。

個数 $N=\int_0^x n\,dx$

長さ $L=\int_0^x l\,dx$

面積 $A=\int_0^x a\,dx$

体積 $V=\int_0^x v\,dx$



図－1 各基準の粒子寸法分布

$$n=\frac{l}{\alpha x}=\frac{a}{\beta x^2}=\frac{v}{\gamma x^3} \qquad \cdots(1)$$

このとき，各基準量の次元から，(1)式が成立する。α，β，γ は，骨材粒子形状に関連する係数とする。形状が相似なら，粒子寸法にかかわらず定数となる。球では，1，π，$\pi/6$，立方体では，1，6，1となる。個数基準では小寸法粒子の，体積基準では大寸法粒子の効果が強調される。

一般に，ふるい目の開き x の通過比，すなわち分布関数 $F(x)$ を(2)式とすると，各基準の粒度パラメターは(3)～(6)式で計算される。ただし，$g(x)$ は，求める粒度パラメターの基準と，密度

関数$f(x)$の基準とを対応させて示した，表－２の関数とする。(7)式は，平均まわりのr次の積率，すなわちモーメントである。

分布関数　$$F(x)=\int_0^x f(x)\,dx \qquad \text{---(2)}$$

平　均　$$M=\int_0^\infty xf(x)\,g(x)\,dx \Big/ \int_0^\infty f(x)g(x)\,dx \qquad \text{---(3)}$$

標準偏差　$$SD=M_2^{0.5} \qquad \text{---(4)}$$

歪　度　$$S=M_3/M_2^{1.5} \qquad \text{---(5)}$$

尖　度　$$K=M_4/M_2^{2.0} \qquad \text{---(6)}$$

積　率　$$Mr=\int_0^\infty (x-M)^r f(x)g(x)dx \Big/ \int_0^\infty f(x)g(x)dx \qquad \text{---(7)}$$

表－２　密度関数$f(x)$の基準と粒度パラメターの基準に対応する関数　$g(x)$

密度関数 $f(x)$	粒度パラメターの基準			
	個数	長さ	面積	体積
個数基準 $n(x)$	1	αx	βx^2	γx^3
長さ基準 $l(x)$	$1/\alpha x$	1	$\beta x/\alpha$	$\gamma x^2/\alpha$
面積基準 $a(x)$	$1/\beta x^2$	$\alpha/\beta x$	1	$\gamma x/\beta$
体積基準 $v(x)$	$1/\gamma x^3$	$\alpha/\gamma x^2$	$\beta/\gamma x$	1

以上により，任意基準の密度関数から，任意基準の粒度パラメターを計算することができる。なお，体積基準の分布関数あるいは密度関数は，粒子比重（密度）を媒介にして，重量から容易に換算される。粒子寸法にかかわらず比重が一定なら，重量基準と体積基準は等しくなる。

前章にも記したが，コンクリート骨材は，数少ない，しかも不等間隔の目の開きのふるいの通過比で表示されるので，階級内分布の計算仮定の如何によっては，結果に大きな差異を生ずる。沓沢は[16]，階級中央に集中する離散的変量を仮定して，粗骨材の粒子寸法分布の標準偏差を計算しているが，使用するふるいの数（階級境界の数）が少なくなると，実際との相違が大きくなる。とくに，一対のふるいで分級された単位としての粒度，単粒の標準偏差は，階級巾にかかわりなく，全てゼロと評価されてしまう。

階級巾の異なる単粒を相応に評価するためにも，できるだけ実際に近い粒子寸法分布を仮定して，連続的な密度関数を精度よく近似することが重要となる。そのための種々の補間近似法が考えられるが，単調非減少の分布関数を確保するため，初歩的ではあるが，１次補間を採用する。そうすると，階級内一様分布となるので，その間の密度関数は定数となる。

たとえば，体積基準の分布関数 $V(x)$ を１次補間したときの，各基準の平均Mと平均まわ

りの r 次の積率 Mr は，(8)，(9)式で計算される。この積率 Mr から，(4)，(5)，(6)式を使って，粒度パラメターが得られる。

$$\text{平　均}\quad M=\sum_{i=1}^{n}\frac{V(x_i)-V(x_{i-1})}{x_i-x_{i-1}}\int_{x_{i-1}}^{x_i}xg(x)dx\Big/\sum_{i=1}^{n}\frac{V(x_i)-V(x_{i-1})}{x_i-x_{i-1}}\int_{x_{i-1}}^{x_i}g(x)dx \qquad \cdots(8)$$

$$\text{積　率}\quad Mr=\sum_{i=1}^{n}\frac{V(x_i)-V(x_{i-1})}{x_i-x_{i-1}}\int_{x_{i-1}}^{x_i}(x-M)^r g(x)dx\Big/\sum_{i=1}^{n}\frac{V(x_i)-V(x_{i-1})}{x_i-x_{i-1}}\int_{x_{i-1}}^{x_i}g(x)dx \qquad \cdots(9)$$

ただし，n：階級数，$i=1\sim n$，$x_{i-1}<x_i$：ふるい目の開き，$V(x_{i-1})\leqq V(x_i)$：通過体積比，$V(x_o)=0$，$V(x_n)=1$，$g(x)$ は表－2の最下行の関数とする。粒子形状が階級内で相似なら，α，β，γ は定数となるので，定積分は容易に求められる。

なお，体積以外の基準の分布関数を1次補間しても，それぞれ各基準の平均と積率は得られるが，その基準毎の補間近似なので，それらは互に一致はしない。

4．粗粒率基準の粒度パラメター

確率的な現象の結果として造粒・堆積した粉粒体の粒子寸法は，一般に左（小寸法）側に偏った分布を示すことが多い。これの分散が大きい場合，ゼロあるいは負の粒子寸法が強制されることがある。このように左側に偏った分布の場合，粒子寸法の対数を採ると，ほぼ左右対称になり，対数正規分布の適用が可能になることもある[4]。

コンクリート骨材でも，ふるい分け試験結果を，粒子寸法の対数を横軸として図示することが慣例になっている。細骨材のふるい分けに用いるふるい目の開きは，等比数列を示すので，その対数は等差数列となる。この公比1：2系列の目の開きのふるい残留比は，細骨材のみにとどまらず，粗粒率の計算に用いられる。

粗骨材に比較して，コンクリートの軟度に大きな影響をおよぼす細骨材は，大寸法粒子の効果が強調される体積基準の粒度パラメターでも，標準粒度範囲内の分布の相違を顕在化させるには，まだ不充分のように思われる。したがって，骨材粒子寸法の対数を採用して，平均が慣用の粗粒率となるような分布の粒度パラメターによる数値化を考察する。

Tyler 社の標準系列のふるいを用いて，Abrams が粗粒率を提案[5]して以来，その概念およびコンクリートの調合軟度設計への応用に関し，種々の検討と評価が続けられてきた[3)6)~13)]。仕様書や示方書では，最も単純で直接的な求値計算法を示して粗粒率を定義している。ＡＳＴＭ Ｃ 125 には，an empirical factor であると用語規定しているが，Abrams は提案時に粗粒率が骨材粒子寸法の対数関数であることを言明して，(10)式を示していた[7]。

$$m = 7.94 + 3.32 \log d \qquad \cdots(10)$$

ただし，m：粗粒率，d：粒子径　in,

これから推論されるように，粗粒率は，粒子寸法の対数分布の平均に比例する値である[10]との観点から，ふるい目の開きの寸法比が1：2の階級巾を1.0とし，ＡＳＴＭと共通なＪＩＳ標準ふるいの目の開きである4.76 mmを通過し，2.38 mmに残留する粒子の粗粒率を5.0とする変換関数を，(11)式に示す。

$$X = \frac{\ln x + 2.25206}{\ln 2} \qquad \cdots(11)$$

ただし，x：ふるい目の開き，あるいは骨材粒子寸法　mm

(11)式のXの分布の平均は粗粒率となる。Tyler とＪＩＳとのふるい目の開きの誤差で(10)式と同等である。このXは，粗粒率そのものではなく，粗粒率（ＦＭ）スケールとでもいうべきもので，Wentworth 提案[14]の堆積岩石粒子の粒度尺度ϕ (phi) スケール[15]と同趣旨のものであると思う。(12)式で示されるϕとは，(13)式の関係がある。

$$\phi = -\frac{\ln x}{\ln 2} \qquad \cdots(12)$$

$$X = 3.249 - \phi \qquad \cdots(13)$$

このXに対応するふるい目の開きの通過体積比を1次補間した分布の平均（粗粒率）と積率は，(14), (15)式で計算される。前章と同様，平均と積率から計算される標準偏差，歪度，尖度を，粗粒率基準の粒度パラメターと名付ける。

$$\text{平　均}\quad M = \sum_{i=1}^{n} \frac{V(X_i) - V(X_{i-1})}{X_i - X_{i-1}} \int_{Xi-1}^{Xi} X dX \qquad \cdots(14)$$

$$\text{積　率}\quad Mr = \sum_{i=1}^{n} \frac{V(X_i) - V(X_{i-1})}{X_i - X_{i-1}} \int_{Xi-1}^{Xi} (X-M)^r dX \qquad \cdots(15)$$

ただし，n：階級数，$i = 1 \sim n$，$x_{i-1} < x_i$：ふるい目の開き　mm，$X = (\ln x + 2.25206 / \ln 2$，$V(X_{i-1}) \leqq V(X_i)$：通過体積比，$V(X_0) = 0$，$V(X_n) = 1$とする。

このように一般的に表示すると，従来粗粒率の算定から除外されていた，公比2の系列以外の，たとえば25や15 mmなど，任意の目の開きのふるいによるデータから，粗粒率が算定される。さらには，寸法範囲の限定も必要なく，たとえばＪＩＳ Ｚ 8901「試験用粉体」の6種，普通ポルトランドセメントの粗粒率は，Walker[7]と略等の−2.24と計算される。

粗粒率基準の粒度パラメターは，慣用の粗粒率が平均として計算されること，コンクリートの軟度に影響の大きい細骨材の粒子寸法分布の記述表示に適していること，などからコンクリート骨材粒度の有効な数値化法と考える。なお，計算式にも示すように，この粗粒率基準の

表－3　JASS 5（昭和44年版）標準粒度の各種基準の粒粒度パラメター

基準	粒度	40 mm			30 mm			25 mm			20 mm			砂			mm	mm	mm
	パラメター	大	中	小	大	中	小	大	中	小	大	中	小	大	中	小	5	2.5	1.2
個数	*M*	9.07	5.78	5.12	9.30	2.48	2.22	8.16	2.71	2.36	8.37	2.74	2.41	0.16	0.14	0.13	0.13	0.14	0.15
	SD	5.63	4.06	3.30	5.43	2.56	1.96	4.11	2.59	2.01	3.83	2.62	2.02	0.14	0.10	0.09	0.11	0.11	0.10
	S	2.46	3.00	2.95	1.93	4.65	4.94	2.18	3.39	3.60	1.44	2.91	3.24	6.55	6.25	4.77	8.02	6.30	4.27
	K	10.10	16.54	17.30	6.73	33.16	38.94	8.25	19.17	21.13	4.46	13.53	16.78	115.84	114.01	45.93	154.87	92.58	37.89
長さ	*M*	12.56	8.64	7.25	12.47	5.12	3.95	10.23	5.19	4.07	10.12	5.25	4.10	0.29	0.21	0.19	0.23	0.22	0.21
	SD	8.24	6.57	5.21	7.26	5.56	4.19	5.58	4.72	3.67	4.61	4.43	3.51	0.35	0.23	0.17	0.30	0.24	0.18
	S	1.44	2.07	2.30	1.06	2.24	2.71	1.37	1.86	2.04	0.80	1.40	1.75	6.30	6.92	3.84	6.41	5.47	3.57
	K	4.55	7.94	10.04	3.23	8.49	12.07	4.23	7.04	8.03	2.67	4.60	6.23	85.30	122.87	26.69	81.63	53.27	22.88
面積	*M*	17.96	13.64	11.00	16.69	11.16	8.39	13.28	9.49	7.38	12.21	8.98	7.10	0.70	0.45	0.34	0.61	0.48	0.37
	SD	10.13	9.29	7.61	8.20	8.36	6.94	6.72	6.45	5.22	4.95	5.37	4.66	0.92	0.61	0.32	0.82	0.57	0.33
	S	0.63	1.10	1.46	0.36	0.83	1.23	0.66	0.95	1.07	0.27	0.54	0.82	4.28	5.83	2.50	3.80	3.14	2.31
	K	2.50	3.51	4.83	2.05	2.79	4.00	2.42	3.32	3.74	2.10	2.42	2.94	29.21	58.29	11.43	25.35	16.13	10.02
体積	*M*	23.67	19.97	16.27	20.72	17.42	14.13	16.68	13.88	11.07	14.23	12.19	10.16	1.92	1.27	0.63	1.71	1.15	0.66
	SD	10.31	10.54	9.41	7.92	8.62	8.00	6.97	7.02	5.85	4.82	5.27	4.91	2.04	1.62	0.50	1.70	1.04	0.50
	S	−0.10	0.37	0.68	−0.15	0.11	0.43	0.11	0.37	0.50	−0.10	0.04	0.25	1.95	2.87	1.41	2.03	1.45	1.31
	K	2.28	2.20	2.43	2.11	2.01	2.25	2.02	2.24	2.40	2.31	2.10	1.93	6.30	11.89	4.76	7.74	4.75	4.53
粗粒率	*M*	7.59	7.27	6.95	7.45	7.08	6.72	7.12	6.77	6.42	6.96	6.65	6.34	3.43	2.76	2.10	3.30	2.80	2.19
	SD	0.76	0.90	0.91	0.68	0.95	1.04	0.71	0.89	0.92	0.58	0.80	0.87	1.47	1.49	1.17	1.48	1.39	1.13
	S	−0.78	−0.57	−0.32	−0.90	−1.13	−0.88	−0.53	−0.82	−0.80	−0.77	−1.09	−0.89	−0.08	0.16	−0.17	−0.31	−0.21	−0.17
	K	2.93	2.61	2.43	3.08	4.29	3.50	2.27	3.76	3.64	2.72	4.42	3.77	2.64	2.72	2.34	2.68	2.26	2.27

粒度パラメターは，骨材の重量ではなく，体積の通過比を対象に算定している。これは，粒子寸法により比重の異なる軽量骨材などの粒度でも，砂や砂利のそれと同様な検討を可能にするためである。現在では，ふるい分け試験法との関連から，重量で粗粒率を定義することが多いが，Abrams は，体積あるいは重量と併記して提案している[5]。

なお，いずれも砂についてではあるが，Fulton[8]は粒度の優劣の表示に，Zeitsman[9]は実積率におよぼす粒度の効果の評価に，粗粒率基準に相当する標準偏差を利用している。しかし，これらは離散的変量を仮定して計算しているので，階級数の少ない場合は，実際の粒子寸法分布を相応に評価しない。

5．JASS 5 標準粒度の粒度パラメター

表－1 の JASS 5（昭和 44 年版）標準粒度について計算した，各基準の粒度パラメターを，表－3 に示す。標準粒度の範囲を規定する通過比の下限，上限，その中央を大，小，中と表記する。粒子の寸法にかかわりなく比重を一定，および粒子形状を相似と仮定している。すなわち，通過重量比と通過体積比を等しく，および形状に関連する係数である α, β, γ を定数と仮定して計算している。なお，最小ふるい目の開きの通過比がゼロでない規定の場合は，その 1/2 のふるい目の開きを x_0 とし，それに全留するとして，粒度パラメターを計算した。

平均と標準偏差が，小寸法粒子の強調される個数基準から，大寸法粒子の強調される体積基準へと，漸増するのは当然であるが，粗骨材の最大寸法間の平均の重複が大きく，最大寸法の相違よりも，通過比の上下限による差異の大きいのが認められる。

左右の偏りの程度を表す歪度は，粗骨材の体積基準ではゼロに，すなわち左右対称に漸近してくるが，細骨材では，まだ相当に左側に偏っている。粗粒率基準では，逆に粗骨材が右側に偏るが，コンクリートに影響の大きい細骨材が左右対称に漸近し，尖度も適度に減少するので，標準粒度範囲内外の粒度の効果の顕在化には，粗粒率基準による粒度パラメターが有効である。さらに，この粗粒率基準の標準偏差が，JASS 5 の標準実積率と，よい対応を示しているのは興味深い。

以上，標準粒度の数値計算結果から，他の粉粒体と同様に粒子寸法の対数関数を採用した，粗粒率基準の粒度パラメター（平均・標準偏差・歪度・尖度）が，コンクリート用細骨材，粗骨材および細粗混合骨材の粒度を，共通に数値化する有効な方法であると判断し，ここに提案する。

6．あ と が き

今後は，これらの粒度パラメターを用いて，モルタルやコンクリートの諸物性，特に軟度におよぼす骨材粒度の効果を定量的に検討して，骨材資源の活用ならびにコンクリートの品質の

向上を図るとともに，試行錯誤による軟度決定の依存度を軽減していきたい。

そのために，骨材の実積率におよぼす粒子寸法分布の影響についての実験的研究を継続中であるが，粗粒率基準による粒度パラメターの有効性が確認されている。これについては，稿を改めて報告する予定でいる。

おわりに，本報告のみならず，日頃から種々のご配慮をいただいております，本学建築工学科 荒川 卓 教授に，心から感謝いたします。

なお，粒度パラメターの計算には，北海道大学大型計算機センターのＦＡＣＯＭ230−60と本学情報処理教育センターのＦＡＣＯＭ230−28を利用しました。

（本報告の要旨は，昭和49年3月，日本建築学会北海道支部 第41回研究発表会で発表しました。）

（昭和51年5月22日受理）

参 考 文 献

1) Abrams, D. A. : J. ACI **36** (9), 400−5 (1940)
2) Price, W. H. : ASTM STP **169−A**, 404 (166)
3) Kennedy, C. T. : J. ACI **36** (2), 373 (1940)
4) 三輪茂雄：粉粒体工学 朝倉書店，85（1972）
5) Abrams, D. A. : SMRL Bull. **1**, 1 (1918)
6) Swayze, M. A. and Gruenwald, E. : J. ACI **43** (3), 829 (1947)
7) Walker, S. and Bartel, F. F. : J. ACI **43** (12), 844−1 (1947)
8) Fulton, F. S. : J. C and CE **51** (3), 313 (1956)
9) Zeitsman, C. F. : J. ACI **53** (5), 1041 (1957)
10) Popovics, S. : RILEM Bull. **16**, 19 (1962)
11) Popovics, S. : MCR **18** (56), 131 (1966)
12) Lecompte, P. : J. ACI **66** (6), 474 (1969)
13) Howard, E. L. : J. ACI **66** (12), 1023 (1969)
14) Wentworth, C. K. : J. Geol. **30**, (1922)
15) 庄司力偉：堆積岩石学 朝倉書店，5（1972）
16) 沓沢 新：セメント・コンクリート **179**，3（1962），**180**，8（1962）

都市レベルにおける住宅需給構造研究方法試論

眞　嶋　二　郎*

A Study on the Method to Analyze the Housing Circumstances and Housing Demands on the City-wide

Jiro Majima

Abstract

In this paper, the author tries to consider about the method to analyze the housing circumstances and housing demands as the foundation for the study of the city-wide planning for housing supply. This paper contains following two parts, namely, 1) the orientation of the method of research and the fundamental concepts of the study, and 2) the framework and the preliminary of this study.

The main viewpoints of the author discussed in this paper are as follows ;

1) Different developments shall be made between the housing supply on city-wide and that on national-wide.

2) There are various developments by the locality in many aspects of the housing.

3) The city-wide planning for housing supply shall be well oriented as an important part of the comprehensive planning of the city. The former shall be methodologically related to other parts of the comprehensive planning. Therefore, the comprehensive recognition of the housing environment shall be a prerequisite for the analyses of the housing circumstances and housing demands.

4) The accumulation of research data on the city-wide is insufficient, and also the organizations of research activities are weak presently. Therefore, the comprehensive approach of research is widely required with fully recognizing the above circumstances and viewpoints.

1．諸　　言

この研究は，都市レベルにおける住宅供給計画にかかわる基本認識についての方法的考察の１つの試みを行なったものである。これは筆者らがこれまでに行なってきた「地方都市の住宅事情に関する分析的研究」[注1)]の方法的意味と枠組について，改めて吟味するとともに，都市レベルにおける住宅計画研究方法の中での位置づけと方法論の一応のまとめを行なおうとするものである。

本研究の問題認識の出発点は，1)都市レベルにおいては，国土レベルとは異なる住宅供給計画・住環境整備計画の計画展開が存在する。2)従来，多くが認識していた，「日本の住宅問題」＝

＊建築工学科

「大都市の住宅問題」は誤りであり，〝大都市〟と〝地方都市〟の住宅事情の実態の相異，さらに住宅事情の地方的多様性の存在が予想される。これの実態認識は〝地方（都市）〟の良さを守る論理，〝地方（都市）〟を発展させる論理の必要条件である。3)従来，住宅供給計画は都市計画において明確な位置づけが欠けていた[注2]。これは上記1)2)を前提とした場合，当然必要な方法概念であり，「都市基本計画」はまさにこの点で，「市民の日常生活の場をつくり，なおし，守る」という意味での基本的な総合計画としての役割が求められ，その中で都市住宅供給計画はそれとの位置づけと方法的な結び目をもたなければならない。4)最近，「地方都市の見直し」[注3]が取り上げられつつあるが，現実には，一般的認識として〝地方〟の軽視[注4]が残存し，さらに〝地方〟における研究上の制約[注5]も大きな壁として存在する。

本報告は以上を出発点とした，都市レベルにおける住宅需給構造研究の方法論の概念構成とその意味，およびこれにもとづく現実的に妥当な分析方法に関する考察を行なったものである。

注1） 文－1，文－2，文－3参照。

注2） 従来の住宅供給計画は，基本的には公共住宅の地方配分計画でしかなく，都市計画との方法上の明確な結節点を持ち得なかった。また，都市計画の場合も，日本のそれの性格は，松下圭一（文－16），川上秀光（文－15），五十嵐冨英（文－6）などの説をもとにまとめると，1)国土計画の一環としての役割をもち，2)産業・軍事のための基幹施設整備が中心で，3)開発主義・建設主義にもとづくやり方がなされ，4)都市の自治性および公共性・計画性の伝統が欠如している。従って，「市民の日常生活の場」，特に住環境に対する軽視があり，この面からも住宅供給計画との結び目が欠けていたといえる。この点の計画論的な意味については2－2節で検討を行なう。

注3） 例えば，新全国総合開発計画（1969）の理論的後だてといわれる「新国土計画論」（文－18，関連して文19）などでとりあげられはじめ，大都市対策と裏腹の関係において，政府・政党・その他による議論が多く出はじめる。

注4） これは，例えば，住宅供給における全国一律基準の押しつけが〝地方〟での矛盾を激化させ，地方におけるよさを減殺し，〝中央〟（大都市）の悪い状態へ同化させようとする動きがみられること，そしてその前提として住宅事情分析研究の面で〝地方（都市）〟の住宅事情をよく理解していない面が多くみられることとして把握されよう。分野は異なるが，五十嵐冨英（文－6）は中央による地方支配・地方自治の圧殺過程として同様の問題提起をしており，坂井正義（文－7）も同様の問題認識を出発点として，〝地方〟の立場から「地方学」の提唱をしている。北海道においては，河野広道（文－8）は，北海道文化の伝統的日本文化との異質性と政府の「植民地化」によるみかけの（日本）文化の普遍化の進行，一方で北海道の気候・風土に適した生活文化の確立との2面的発展過程を明らかにしている。

注5） 特に注4)で触れた住宅事情の分析的研究に関し，〝地方〟における研究条件の面で資料蓄積および研究方法論上多くの問題をもっている。

往々にして〝地方〟におけるこの種の研究では，住宅需給の構造的把握が不充分の場合が多かった。住調・国調等の地域を大きく扱う大数調査の分析だけでは具体性に欠け，また典型調査がなされても典型の位置づけを欠くため，住宅事情全体の中での意味が不明となるのである。

2．本研究の方法論の研究的位置づけと基本概念

2－1．本研究方法論の立場

本研究は，基本的には「住宅階層論」のアプローチをとりつつ，都市レベルの方法に着目し，

「地方」の位置づけへの１つの段階を求め（「地方性」），都市レベルとしての総合的アプローチ（住宅需給論から都市基本計画論への結節点を求める）をとろうとするものである。これに関して最近，都市の住宅需給構造解析および都市住宅供給計画に関する研究方法論の大系化の端緒を求める重要な研究論文 — 三宅醇・「大都市住宅需給構造論」[注6]および延藤安弘・「ハウジング論」[注7] — が提出されている。これらとの共通関心・方法比較を通じて，筆者の研究方法論の立場を明らかにしたい。

三宅醇の「大都市住宅需給構造論」は大都市問題としての先鋭された部分の階層論研究としての１つの集大成をなすもので，その特色は，1)西山卯三「住宅階層論」[注8]の発展的把握である。2)住宅階層を，住宅の型・需要者層・供給者の３者全体の階層構造として把え，これを型区分とし，型の位置づけ・型の運動の法則をあわせて住宅の階層構造の全体構成としてとられようとしている。3)さらに，都市（大都市圏）の住宅需給構造把握の方法として，「住宅の供給型」のみならず，「地域」要素をも具体的に取扱う端緒を見出している[注9]。ここでは「住宅地型」あるいは「小住宅市場」としての型構成を求め，その集積として都市全体の需給構造を求めようとし，その把握の１つの実験を行なっている[注10]。

延藤安弘・「ハウジング論」は都市住宅供給計画方法と実態分析との結び目を概念的に明らかにしようとするもので，その特色は，1)住宅の需要・供給・生産・環境形成の全過程にわたる構造を把握し，その解析結果から引出される住宅供給の計画化の基本方向を広義の住宅供給としてのハウジング概念の定立の必要性のもとに，都市レベルの住宅供給の計画的研究の方法的側面についての基本的認識について論じている。2)ハウジングの論理を規定するポイントを住空間のシステム性と住宅供給プロセスの一貫性とからシステムとしてとらえようとしている。3)このうちの住宅需給構造解析に関しては，住宅供給計画の前提としての住宅需要把握の方法として，需要 — 供給の連関関係を動的にとらえる方法として，「住宅選択行動」・「住みかえ」[注11]から住宅需給の階層構造の運動法則の発見を目指している。

筆者は，住宅階層論の本質として「住宅需給関係を需要者（居住者）と住宅および地域（居住地）と供給者のかかわりの中で発生するそれぞれ固有の需給タイプを抽出し，それらの成層過程と，将来への発展方向を解明」[注12]しようとする点で前２者と共通の問題意識と基本見解をもつものであるが，「地方都市住宅需給構造論」としての研究方法論の立場を以下のように考えている。

それは，都市レベルにおける計画を前提とした住宅需給構造分析として；

1）住宅階層の全体構造（各階層間の位置づけ）に地方的特色が存在する[注13]。筆者はこれを「地方性」として，全国的な視点からみた住宅事情の発展段階における位置づけと地方的な独自性との複合体として把えられるものと考えている。

2）階層構造における階層間関係に相対性があり，常に全体把握または他階層に対する位置づ

けが住宅階層分析の前提となり，その方法論が常に求められる。

3)需要側からみても供給側からみても，環境要素認識の総合性が求められ，これを計画的見地からみた場合，都市住宅供給計画の「都市基本計画」における位置づけが必要となる。分析における総合性の前提概念がこの点から求められる。

以上が，国土レベルとは異なった次元である都市レベルにおける方法として基本的に求められる要件である。この計画的な意味と関連する基本概念について以下に検討を加えよう。

2－2．都市住宅供給計画方法論の課題と住環境要素の総合的概念

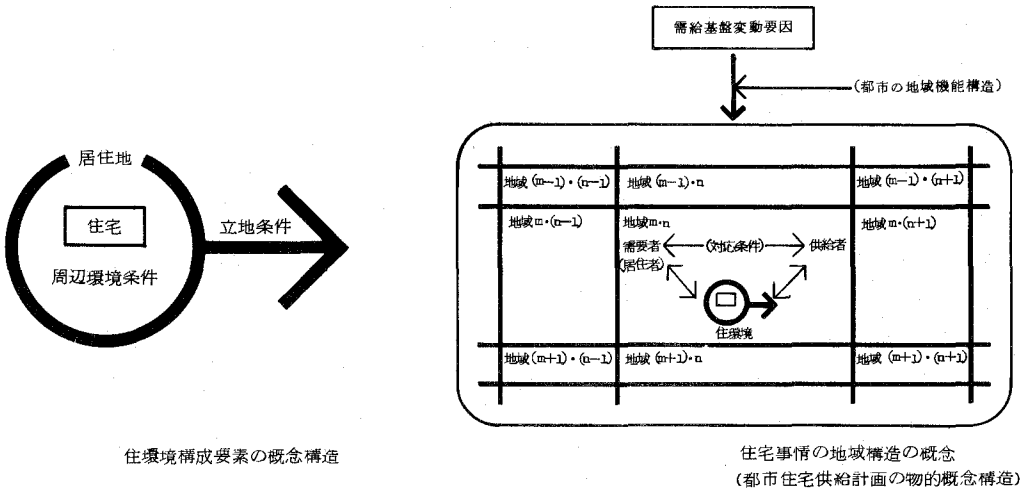
我国の国土レベルの住宅供給計画に関しては1966年の住宅建設計画法制定によりあらたに住宅建設5箇年計画として再編成され，1971年の第2期地方住宅建設5箇年計画において地方の住宅事情・地方生活圏内の住宅の地域的事情に対する配慮[注14)]が出始め，1976年開始予定の第3期住宅建設5箇年計画の前提となる，住宅宅地審議会の「今後の住宅政策の基本的体系についての答申」において「居住水準」規定に関する考え方の積極性[注15)]がみとめられ，この居住水準確保における，「もの」の質，「人」「もの」の対応，負担の3側面を相補的一体的に把握した施策に関する一定程度の前進[注16)]がみられるとはいえ，1)従来のいわゆる〝戸数主義〟計画論の域を出ておらず，2)「居住水準」の目標基準が全国一律で地方の特性が滅殺され，3)自治体施策としての立地・周辺環境との関連づけが欠如し[注17)]，都市レベルの住宅供給計画の方法論として適用するには多くの問題をはらんでいる。つまり1)の問題の場合，現在，住宅供給に関しては公共・民間ベースで多様に行われているが，特に政府の住宅建設計画においては，過半を占める民間建設はその質を問わず（「居住水準」規制または水準向上への確かなコントロール施策の欠除）予想建設戸数として見積っているだけであり，例えば狭小過密居住という住宅難の再生産を行っている場合が極めて多く，公共ベースにおいても建設必要数の算定にあらわれた住宅難要因に対して本質的にその解決としての方法として供給が行われないわけで，建設された戸数は戸数消化にはなっても計画の実現にはならず，今までの結果論的定量的統計処理に立脚した計画論の限界をみせている[注18)]。これは2)3)の問題展開のための基本領域の問題である。

2)の問題は　大都市地域における居住水準の先鋭化した問題があるとはいえ，それをもとにした「最低居住水準」・「平均居住水準」の考え方を全国にあてはめることは，それが住環境の部分にすぎない側面の基準であるが故に，部分的な低すぎる基準となる可能性があり，全体の見地からは地方のよさを守るという点で問題がある。また、地方によってはその風土・生活伝統等に大都市にはない独自の特色あるいは問題をかかえているため，この基準のみの適用はそれらの特色・問題への不適応をおこしかねず，さらに大都市的悪化状態への同化作用へ向けての大きな引金となる危険がある。この「地方性」に関する概念構造とその意味については次項2－3で触れる。

3)の問題は上記1)2)をふまえた都市住宅供給計画方法論の基本的課題である。都市住宅供給

計画は，住環境の要素間の総合的バランスを地域的な全体的均衡のもとに現実的に求める段階の計画システムの１部を形成する。都市レベルの自治体の住宅供給施策は，このように，立地・環境との関連づけが必要となる[注19)]。現実の住宅政策にはこの面が大きく欠け，一方他の都市公共施設計画・都市供給処理施設計画・土地利用計画・交通施設計画等住環境整備とかかわる計画及び事業は住宅建設とは特に脈絡もなく個別の根拠法にもとづき国の個々のセクションと結びついてなされ，バランスのとれた本質的な住環境の向上へはつながりにくくなっている。

以上の論点から，都市住宅供給計画の課題を検討すると，1)住環境の総合的な概念構造の把握とこれをもとにした居住環境水準の設定―〔住環境の目標水準〕，2)これを実現するための計画の方法的関連の把握―〔都市住宅供給計画と都市基本計画〕：地方的特色をふまえた住宅階層構造把握にもとづく供給方式・供給主体・供給内容の具体的な組織と地域配分としての都市住宅供給計画と，これを含む都市計画関連部門計画の連結概念としての「都市基本計画」のありよう[注20)]，3)目標実現のための自治体が主役となる公共的住宅市場制御手法―〔都市レベルの住宅市場制御手法〕，の諸問題がある[注21)]。都市住宅供給計画における総合性を必要とする基本的要因は，物的サイドの計画の面からみると，住環境要素を総合的に把握することにあり（図－１），従って総合的計画としての「都市基本計画」の一環として都市住宅供給計画を位置づけるところにある[注22)]。住環境を，利用主体の側，つまり、住宅の需給関係を需要者の供給への対応行動としてみた場合，現実には，彼にとっては軽重の差こそあれ，住環境の全要素（住宅条件・周辺環境条件・立地条件，図－１参照）に対する要求をもち，何らかのきっかけにより彼の供給との対応能力（家賃負担能力等）と住宅市場に関する情報認識の限界内で供給と対応する。これが，上記の考え方を出す基本的な立場である。都市住宅供給計画策定に先立ち，その都市の地方的特色をふまえた住宅階層構造の全体像の把握を行なう場合でも，この住環境要素



住環境構成要素の概念構造

住宅事情の地域構造の概念
（都市住宅供給計画の物的概念構造）

図－１　住環境要素の概念構造およびこれを基とした住宅事情の地域構造の概念

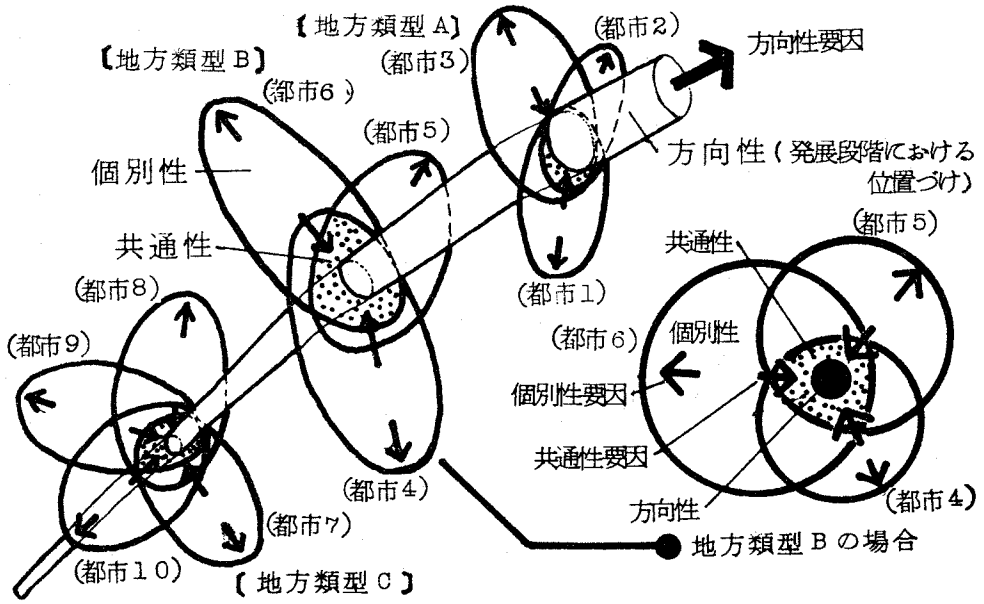
の構造的把握を前提としなければならない。このことは，都市住宅供給計画が都市レベルの住環境整備のための部分計画として他の部分計画との明確な結節点を見つける，つまり「都市基本計画」の一環としての位置づけを行なう点からも重要な考えである。

2－3．住宅事情の「地方性」の概念構造

2－3－1．「地方性」の概念構造

住宅事情の「地方性」把握とは，「国土レベルにおける住宅事情の全体像に対し，地域的な部分から問題を展開する次元のアプローチ」である。ここでは，今のところ，筆者はこの住宅事情の「地方性」の概念構造を，a)国土レベル全体の流れ・方向（発展段階）における位置づけ—方向性，b)流れ・方向の1時点における断面（個々の時間状況における要素・要因の構造的位置関係)における共通部分— 共通性，およびc)その断面における共通でない部分— 個別性，の複合体として考えている（図－2)。

a)の方向性は，その地域社会全体がおかれている政治・経済体制とその発展の段階により規定される。b)の共通性はa)によって規定される面もあるが，さらに気候風土・生活伝統等の共通要因等によって規定される，ある時間状況における，住宅事情の全国または幾つかの地方類型にみられる共通な現象構造としてとられ，c)の個別性はその地方独自の気候風土・生活伝統等の条件によって規定される共通でない現象構造として，その地方の個別な姿を示している。しかしb)の共通性とc)の個別性との関係の多くのものは時間とともに変化する相対的なものであり，それを左右する大きな動きはa)の方向性によって方向づけられるものと考えられる。



図－2 「地方性」の概念構造

筆者はこれらの３側面の関連において住宅事情の「地方性」の具体像を明らかにしようとしているのである。しかしこの概念構造は現段階の仮説であり，今後さらにつめてゆくべきものであり，同時にその具体像も今後の研究に待たれるものである。

２－３－２．住宅事情の「地方性」把握の意味と必要性

２－１節で述べた如く，住宅事情の「地方性」を言う意味あいは都市レベルにおける方法論に立脚している。この「地方性」把握の意味・必要性は，1)都市レベルでは国土レベルとは異なった要素の扱いが必要であること，従って，2)このレベルにあった認識の方法論―地方的特色を具体的にとらえてゆく方法が必要であること，3)この全体に対する部分の積上げにより，国土レベル全体の住宅事情の具体像を真に明らかにし得ること，にあると考えられる。

1)空間レベルの違い（国土レベルと都市レベル）による要素の質的差：２－２節で明らかにしたように，都市レベルの住宅事情を論ずる場合，ａ)日常生活により密着した次元の問題として具体的な住生活環境形成とのかかわりあいをもつため，環境要素としては「住戸条件」ばかりではなく，「周辺環境条件」・「立地条件」をもふまえて検討することが求められる。また，ｂ)これらの構造的関係は時間的流れの中でとらえてゆかなければならない[注23]。このａ)ｂ)の２要素をふまえて，需要と供給との関係をとらえることが，住宅需給構造を総合的に明らかにすることにつながる。

2)地方的特色を具体的にとらえてゆく方法の必要性：上記1)をふまえ，次にこの都市レベルにあった認識の方法論が求められる。この立場の基盤をなすのが，「〝地方〟には地方独自の問題展開がある[注24]」ことの認識である。つまり，〝大都市（中央）〟の住宅問題は必ずしも〝日本全体〟のそれではないはずであり[注25]，〝地方〟の主体性をどう生かすかという発想が，「地方の良さを守る論理」・「地方を発展させる論理」の基礎となるのである。しかし，この〝地方〟の独自の姿の追求は偏狭なものであってはならない。前項で述べた「発展段階における位置づけと〝地方〟の個別性との複合体としてとらえる」ことは現実的に必要な，意味のあるアプローチとなろう。

3)国土全体における本質的な住宅需給構造解明への道程：上記をふまえた「地方」における住宅事情研究の集積が全国の住宅事情の具体像を明らかにすることになると考えられる。この意味において「地方」間の研究の補完関係が不可欠のものとなる[注26]。また，このアプローチは日本全体の住宅事情の発展方向を見通す現実的なアプローチとしても意味をもとう。つまり，現実に存在しうる発展段階の幾つかの次元を幾つかの「地方」において見ることにより，発展過程の概要を見通し得るわけである。またこれは〝地方〟が〝大都市〟のテツを踏まないための有効なアプローチとしてもとられ得よう。このことが，上記2)で触れた「地方」の主体性をより確固たるものとすることになろう。

注6） 文－9参照。

注7） 文－10参照。

注8） 三宅醇（文－9）は，西山卯三の「住宅階層論」を以下のように要約して把えている。

① 居住者の階層分化と住宅の公化の相互関係の中で生れたところの，客観的に相異なるタイプの住宅が現存している。

② この結果生じる居住状態の階層性の，住宅への投影として住宅階層が把えられる。

③ 各住宅階層の位置関係や，相互規定の法則性によって，全体的相互関連としての階層構成が形成される。

④ 住宅経済の特殊性に基づいて，常に住宅需給の不均衡がある。

⑤ この住宅需給それ自体に内在する均衡を破る要因（アブレと改善要求）により，常に新しい均衡を求める運動が続く。これは，ある1つの住宅階層の運動であっても全体の階層構成を動かす結果をもたらす。

三宅醇はこの考えをもとに，住宅の全体構成を考える際に，①型区分（階層区分），②型の位置づけ・全体構造，③型の運動法則，の把握が重要課題となり，これが明らかになれば，④将来予測，⑤その対策の検討，⑥効果の測定，が型の目標ないしは改善の方策と全体バランスの問題として把握されるとして，構造分析と計画論との方法的結節点発見への展開を行なっている。

注9） この考えは，2－2節で触れているように，住環境の総合的把握という点で，従来の住宅階層論のアプローチが，後述の絹谷裕規および牛見章の例外を除き，ほとんどの場合，住宅条件とそれにかかわる住宅需給関係に終始していた段階から，大きく1歩を踏出したものである。延藤安弘（文－10）も指摘するように，住宅階層論の本質は「住宅需給関係を，住宅と居住者と地域と供給者のかかわりの中で発生する固有の需給タイプを抽出し，それの成層過程と，将来への発展方向を解明することに意味がある」。なお，「地域」への着目に関しては，文献的にみると絹谷裕規（文－11）が最初であるようだ。また観点は異るが「居住立地限定階層論」（牛見章，文－28）というとらえ方もある。これは，特に再開発における住宅サイドのアプローチの理論的根拠として（文－25）使われたところから出ている。

注10） 計画的アプローチとして，石原舜介らの「住宅立地予測シミュレーションモデル」の試作（文－29），岡山市住宅立地計画研究会の「ＨＤマトリックスによる住宅立地計画」の試論（文－30）などがあるが，これらは「地域」の概念を入れた住宅需給構造の解明がなされないならば，その根拠は極めて弱いものとなる。この点から考えると，三宅醇の「住宅地型」の分析実験は評価されるべきものである。

注11） 文献上，これに関する研究としては，「住居経歴」という視点で宮崎元夫・服部千之らが住居取得行動の分析を手がけ(文－31，文－32)，筆者は「居住地選択行動」として住みかえおよび住宅・居住地の探索・選択行動分析（文－34，文－35）を試みている。

注12） 延藤安弘（文－10）による。なお，下線は筆者の観点から組みかえを行なっている。これに関しては，住宅事情の地域構造の概念として図－1に示している。

注13） 住宅事情の「地方性」についての指摘は，恐らく1956年の西山卯三の所見（文－4）が初めてであろう。彼は1957年の日本建築学会大会で論の展開を試みている（文－5）が，住宅需給構造全体に関して包括的に理論化したまとめは，氏自身の指摘（文－4）があるように，まだできたものがない。

注14） 小泉重信（文－22）は，これに関する詳しい検討を行なっている。

注15） 三宅醇（文－23）は，この規定の積極面と問題点について詳しい考察を行なっている。

注16） 日本建築学会近畿支部住宅研究委員会のシンポジウム（文－24）でこの評価がなされている。

注17） この点に関しては，上記シンポジウムにおいて，注16と同時にとりあげられている。

注18） 戸谷英世（文－26）によると，これを都市レベルにおける近代経済学的大数観察に基づく統計処理および将来予測方法適用の限界と規定している。

注19） 住宅と環境形成との関連，つまり住環境の総合性に関しては，筆者は（文－13）で明らかにしているが，同様の考え方について延藤安弘（文－20）は住宅供給の側から，川上秀光（文－21）は都市計画の側から指摘している。また，住宅政策の立場から「住宅立地論」の展開を戸谷英世（文－26）・蓑原敬（文－27）らが行なっており，この考え方の理論的基盤を牛見章が「居住立地限定階層論」（文－28）として展開している。

注20） これに対し，延藤安弘は「住宅基本計画」を提唱している（文－14）。それが都市レベルにおける都市計

画の主軸に住環境整備をすえるという考え方に全く異論はないのだが，そのこと自体がまさに都市レベルにおける計画の中心課題であるという意味で，「都市基本計画」そのものである。また一方，住宅計画はその主軸ではあってもそのすべてとはなり得ず部分機能を果すのみであるという点で，むしろ「都市基本計画」を確立し，その中における「都市住宅供給計画」の位置づけを明確にするのがより効果的であろう。この点に関しては注22を参照されたい。

注21）同様の課題に対して，延藤安弘（文－10）は，都市住宅供給の計画化の側面として，1)空間制御：住宅―居住環境形成の計画化（住宅―居住環境形成面の計画化），2)経済制御：住宅市場への公共介入（住宅経済面の計画化），3)技術制御：生産・供給技術とその担い手の基準化（生産技術・主体面の計画化），をあげ，これらのトータルな包括概念を説いている。筆者の考え方との関連を求めると，筆者は1)を基点として，自治体における実践的な施策方法論とそのための基本概念としての論の展開を求め，その中の実現手段の1形態として2)を含めている。筆者の論展開の性質上，3)は触れていない。

注22）筆者は，「都市住宅供給計画」が「都市基本計画」の中で位置づけられる前提として，「都市基本計画」の考え方を，現在，以下のように考えている。

「都市基本計画」とは，「都市レベルの自治体が責任をもつべき，その市民の日常生活の場をつくり，なおし，まもるための基本的かつ総合的な〝処方箋〟」として位置づけられるが，都市基本計画の要件を，計画のスティタスを定める諸元（文－17）にてらして整理すると，1)日常生活圏としての都市とその市民全体を基本設定として（対象），2)その日常生活のすべてにかかわる物的計画分野のすべてにわたって（総合性―検討分野），3)その日常生活環境を守り，向上させてゆく方向性と可能性の道筋を具体的に示すものとして（目標），4)実現可能性とそのための手立てを含めて（実現性），5)計画期間毎のありようを明確にし（計画期間），6)その日常生活圏としての都市とその市民全体に直接的に責任をもつべき地方自治体の責任において市民の参加，および承認のもとに作られるべき基本政策（計画次元・使用目的）を示すものとなろう。

この考えのもとに，その内容の1つの考え方を，川上秀光らの考え等（文－15）をもとに，それを，住環境の重視，目標像の具体的イメージ，そのための基本構成と実施すべき施設環境水準のありよう及びその実現への方策等の諸点に関して再整理・修正したかたちで以下に試案の概要の形で示す。

「都市基本計画」

0．基　礎　資　料

a．計画の対象範囲と責任主体／b．問題の所在と程度／c．将来状況の推定とその方法／d．計画目標（期間を含む）の設定方法及びそのための説明資料／e．計画成立の前提と修正・廃棄の条件。

1．計 画 の 目 標

保証すべき市民生活・住環境の水準(シビル・ミニマム)，そのための都市生活環境の形態・規模水準，生活環境発展の方向；解決すべき問題点と計画達成の程度(段階計画)を明確にわかりやすく示したもの。

2．生活空間構成の基本的考え方

a．基本説明：目的とする日常生活環境の具体像―計画の目標を具体的な施設環境水準として物的に表現したもので，都市内各地区の主要機能・空間構成の整備水準・規模密度，基本的施設の配置と地区空間の組立てを概念図・ダイヤグラム・説明で表現。

b．総合基本図―a．を具体的に図面で総合的に表現した基本図で下記内容を含む。土地利用計画／交通計画／主要公共施設のネットワーク／典型地区の空間構成：施設水準モデル

3．各種施設の内容水準・空間配置の詳細水準

上記1，2，を具体的に実現するための各種施設等の内容整備・空間配置の詳細水準および環境維持のための整備管理水準ならびにその段階計画（計画達成の年次計画）を施設系統別に示すもの。都市住宅供給計画／都市公共施設計画／生産施設計画／交通施設計画／都市供給処理施設計画／その他の環境規準等

4．基本計画にもとづく事業実施への指針

基本計画の勧告的役割を効果的に果し，上記1．2．3．の内容を具体的に実現するために各事業計

画への明確な指針を提示するもので，以下の内容を含む。
段階計画（プログラム）／実施計画の種類と適用の仕方（a）規制―地域地区制，b）誘導および補助，c）施設系統別整備プロジェクト，c）各種開発の地区プロジェクト，e）その他環境管理手法とその適用）／事業量算定と資金計画／実施計画への組織化の展望。

なお，「都市住宅供給計画」の物的概念構造は図－1参照のこと。

注23） これに関しては需要者の居住地移動・階層間移動をみるアプローチとして「住みかえ研究」などがあげられるが，これに関しては注11を参照のこと。

注24） 注13参照のこと。

注25） 「〝地方〟の軽視」に関しては注4参照。筆者の観点にたてば，従来〝中央〟として位置づけられてきた東京・大阪等の〝大都市〟は，実は，発展段階における位置づけの異った「地方」の1部分となる。

注26） しかしながら，現在のところ各「地方」における住宅事情に関する分析的研究は，同一の方法で行なう必要はないと考えられる。研究方法自体が試行錯誤の段階であること，「地方」の「個別性」に立脚したアプローチがあり得るからである。だが、この場合も，当然ながら，「地方」間の研究交流は必要不可欠なものである。

3．都市レベルにおける住宅需給構造解析研究方法試論

3－1．研究の枠組

前項の基本的問題をふまえ，都市レベルにおける住宅需給構造解析研究の枠組についての試論をまとめよう。

都市レベル，特に〝地方〟の都市を対象とする住宅需給構造・住宅事情分析に関する調査を行なう場合，資料蓄積の乏しさと調査組織の弱体さから，多くの困難が存在する。このため，筆者は，下記の方法により，対象都市の住宅事情全体の構造分析を行なうのが現実的に可能であり，妥当であると考えた。これを概念的に示すと図－3のようになる。

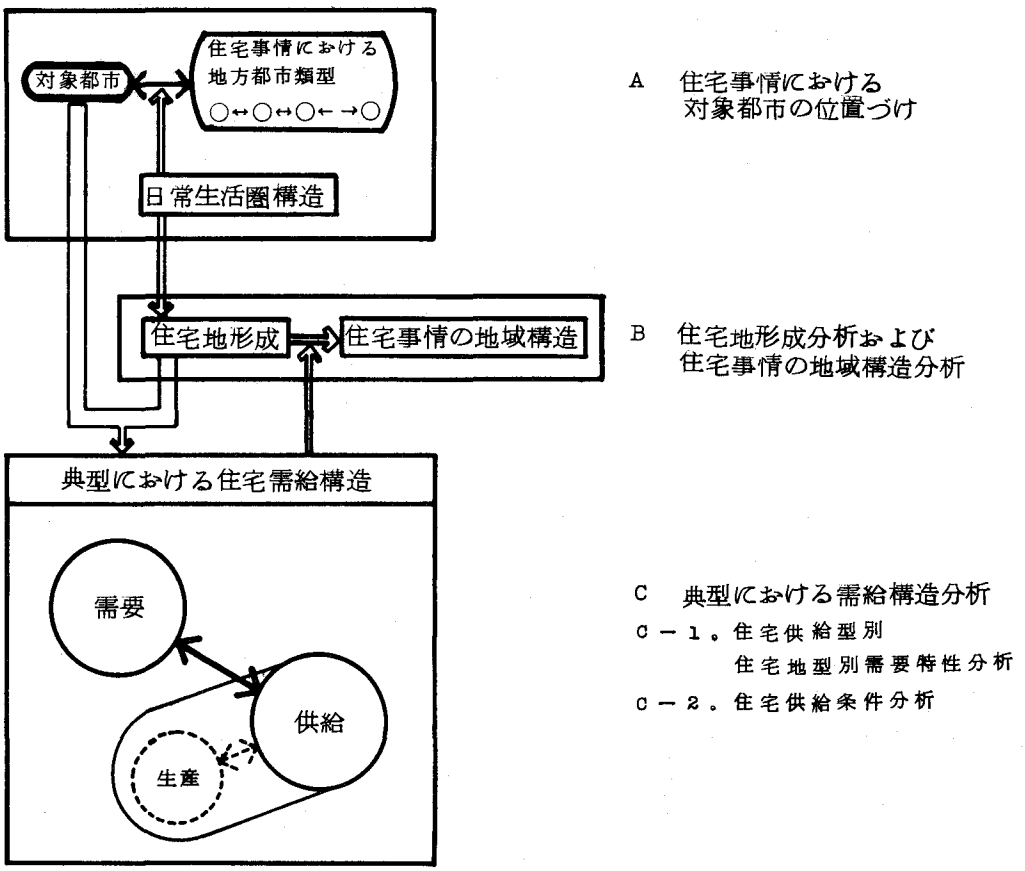
A．住宅事情における対象都市の位置づけ

この段階では，対象都市が全国的視野から見た場合，住宅事情の発展段階においてどのような位置にあり（方向性），他のどのような地域と共通の要素をもち（共通性），どのような独自の問題をかかえているか（個別性），についての概要を，既存統計資料をもとに，類型化を行ないながら位置づけを行なう。また，ここでは，次のB段階とのかかわりをもつが，対象都市が広大な日常生活圏の一部をなす場合，どの都市のどのような影響をうけるかを日常生活圏構造分析より明らかにする。

この段階における主要な分析要素は，資料などの関係から，1)住宅需給基盤の特性，2)所有関係を軸とする住宅供給型を対象とする需給関係の変動と，3)その居住水準の分析にある。以上により，対象都市全体の需給基盤の特性を明らかにするとともに，C段階の住宅供給型における典型の抽出を行なうことができる。

B．住宅地形成分析および住宅事情の地域構造分析

この段階の前段は，対象都市内における住宅供給型毎の住宅立地に主視点をあてた，住宅地の形成過程の実態を明らかにし，C段階の住宅地型・立地型における典型の抽出を行なう。



図－3　地方都市の住宅需給構造解析研究の枠組

この段階の後段は（C段階の分析をふまえた方がよいと思われるが），住宅需給基盤の地域的特性・住宅供給型別の立地条件・住宅地周辺環境条件の全体的側面から，地域的な住宅地型の型分解のありようと全体的な住宅事情の地域構造の実態を明らかにする。これは，究極的には，住宅条件・周辺環境条件・立地条件を包括した住環境概念をもとに，住宅需要と供給，および他の住環境形成条件の地域的な関係として把えられるものである（図－1）。このことによって，この分析は，積極的に，他の都市計画の分野，特に土地利用計画との共通の基礎認識を明らかにすることができる。

C．典型的な住宅供給型・立地型における需要者特性分析，および供給条件分析

上記A・B段階により位置づけを明らかにした供給型・立地型の典型について，標本抽出した主要な対象の実態調査によって（需要側および供給側の両者について），全体の詳細な需給構造分析を行なう。この場合，需要者側については，主要な供給型・立地型を網羅し，相互の比較検討・階層間の関連性についての分析が必要である。また，供給側の場合も，多様な供給型・

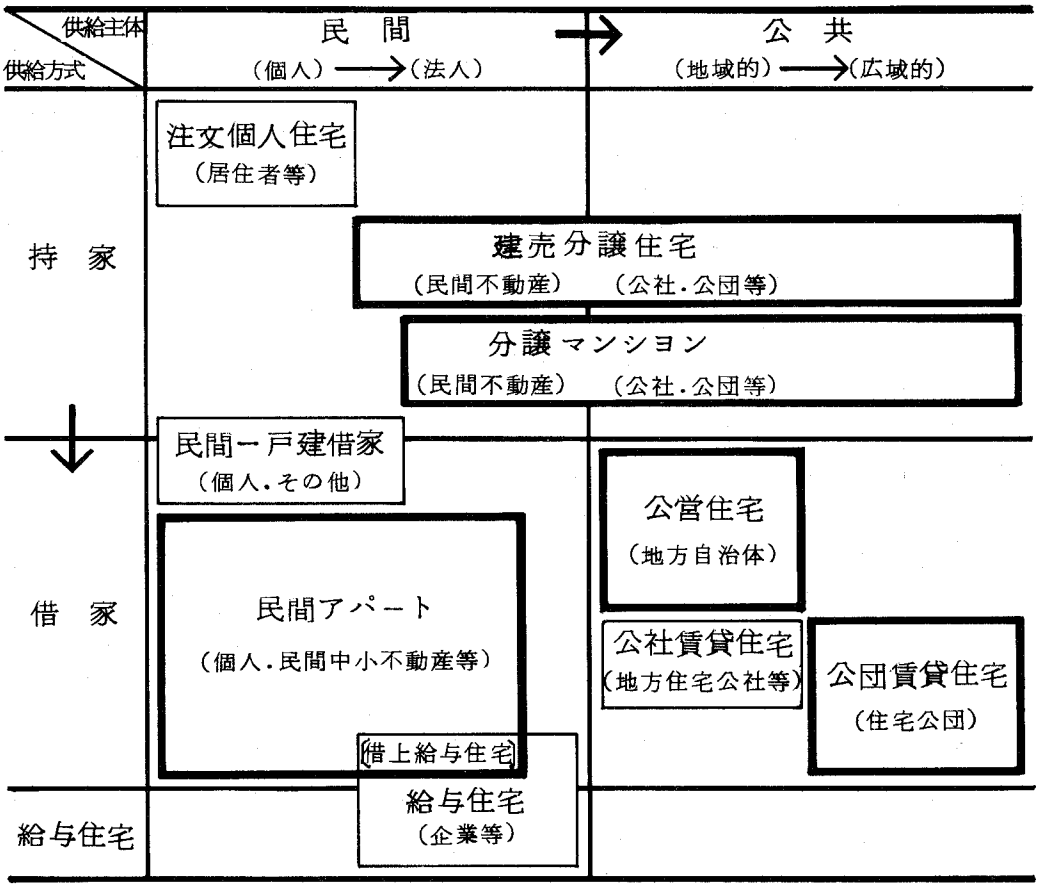
階層間の競合関係・補完関係を明らかにしなければならない。

この分析により，対象都市における住宅供給の全体構造を特徴的に理解できる。

上記の研究の枠組の意味について，さらに検討を加えよう。

a．大数調査と典型調査の結合による総合的把握：地方都市における住宅事情に関する従来の調査分析は資料蓄積の乏しさから大きな壁にはばまれ，住宅需給の構造的把握が不充分な場合が多かった。その場合，住宅統計調査・国勢調査等の既存統計結果（大数調査）の分析だけでは具体性に欠け，また典型調査がなされたとしても典型の位置づけを欠くため住宅事情全体の中での意味が不明となるのである。この研究の枠組ではこの両者を結びつけて全体的に総合的にみわたそうとしている。

b．都市住宅供給計画を前提とした需給構造の総合的把握 — 住宅型（住宅供給型・立地型）の多様化と多様な住宅型の同時・同次把握：住宅需給・住宅事情の構造的把握とは，階層的・



図－4　住宅供給型の基本型

地域的実態とその時間的変化を明らかにすることである。階層的実態とは需要側だでなく供給主体の階層分化，従って住宅供給型の多様な分解，さらにそれらの相互の構造的関連を含む。地域的実態はこの階層的実態の立地の相違による地域（住宅地）の多様な型分解と，他の都市機能とのかかわりにおけるそれらの地域構造として把えられる。住宅需給の面から見た場合，２－２節に示す住環境要素の総合的把握は，この地域要素として住宅地型の把握により，大きく前進する[注27]。そしてこれらの関係の現状に至る筋道を正確に把えれば，将来への変化発展の状況をもかなり正しく予測することが可能となるはずである。この場合，ある時点での住宅市場の全体像を見ようとする時，多様な住宅供給型・立地型について同時に把握することはその相互の構造的関係を明らかにする上で重要な前提条件となる。この住宅型の同時・同次的把握については後述（ｄ）する。

さて，ここで住宅型の多様化についてさらに検討を加えよう。

住宅型は住戸プラン等の住戸の物理的条件だけでは判断できず，常に住宅供給型・立地型との対応で認定される必要がある。例えば，公営住宅と公団住宅，あるいは公団住宅と分譲マンションにおいて仮りに同一の住戸型であっても，それらの価格（家賃）・立地・周辺環境等に違いがあり，従って入居階層もかなりの相違を示すことになる。住宅供給型の多様化は，社会の分化・生活形態の高度化と相まって，供給が個人の自力建設から供給サイド主導の社会的性格の強い住宅供給へ転換するなかで進行する（図－４）。この過程で民間に対する公共，持家に対する借家，持家のなかでも個人住宅から建売分譲住宅・分譲マンションへと，供給サイドが需要サイドの経済的能力等に合せて一定の住要求の先取りをする形態が一般化して行くのである。この変化の過程は都市化―住宅需給基盤の変化―とのかかわりをもつ。需要側から見ると，特に都市地域では人口の集中と階層格差によって，住宅取得能力においても，住宅に関する要求においても多様な階層分解をしているし，それがさらに進行する。住宅に関する要求もライフサイクルの過程によって，また，生活様式の大幅な変更によって，さらに，個人の嗜好性などの多様化や居住者の将来の見通し（定着性）などによって多様な分解をとげている。このため，住宅供給側も需要側の経済能力によって，一定の枠をはめつつも多様な住要求を先取りしていくことが要求されることになる。住宅供給型の面から見ても，多様化しつつある供給が住宅市場においてそれぞれの住宅型として設定されていく必然性が存在する。対象都市総体におけるこの側面の分析が枠組Ａ段階の主要な課題となるのである。

立地型の多様化の側面は，次項ｃで改めて展開する。

ｃ.立地とその条件変化による住宅型の複雑化―住宅事情の都市構造的把握：住宅は長期の耐久財であり，時間の経過と共に新しい多様な型の住宅市場が形成される。フローとしての新しい住宅供給は常にストックとしての全住宅市場から規定され，同時にストックのバランスを動かす役割をもっている。この場合，都市の発展に伴う市街地の変遷・広がりにつれて同一地

区も歴史的に異った意味をもつに至り，住宅が土地に固定したものである点から考えると，住宅供給型が同じであっても立地の相違によって全く異った居住者階層の住居となることもあり得る。このことは住宅型をさらに複雑化することになる。この意味で住宅立地条件のチェックは極めて重要な課題であり，研究の枠組Bの前段の住宅地形成分析はこの意味からも重要な要素となる。

このような地域の違いを前提としてみると，都市圏全体の住宅市場における需給の均衡は，性格の異なる小地域の住宅市場の均衡の上に成立している。従って個々の住宅建設は大市場・小市場の双方の均衡の上に成立し，または，その均衡をゆり動かす作用をもっている。さらに，この地域の住宅市場（住宅地型）は，各種の都市機能の地域的配置・環境水準の地域的相異とのかかわりのなかで，住宅事情の面から見た都市構造として把えられる（図－1参照）。これは，従来の住宅供給計画が都市段階において具体的な住環境形成の方法として他の都市計画分野との具体的な結び目をもたなかったことに対する重要な補完作用をなすものである。2－2節で触れているように，これにより都市レベルの土地利用計画・交通計画・都市諸施設配置計画・地区環境基準設定等との共通な認識基盤が可能になるのである。住宅サイドからのこのアプローチは，枠組におけるC段階のある程度の深まりをもとに，B段階の研究の発展系—「住宅事情の地域構造」として位置づけられる。

d．典型調査の方法的意味：aで明らかにしたように，都市レベル特に〝地方都市〟においては，現実には全数または大量調査による詳細分析は不可能に近い[注28)]。このため，時間的・組織的・経済的に限られた力の中で調査研究に最大の有効性をもたせるため，本論では典型住宅供給型・典型住宅地を抽出する試案を提出しているが，その意味は以下のごときものである。1)住宅の型分解については先に触れたが，この住宅型を区分する指標を一般的社会的属性よりも，ある住宅供給型を入手するような人々という階層で取出す方が住宅事情の解明に有効である。ある住宅供給型についてそれへの需要層を1つの成層とみることは可能であり，そうしたいくつかの層の全体構成を把えるには一般的にサンプルをとるより典型住宅型に限定した方が構造的把握に有効である。2)住宅地についても，住宅型について全市的にばらまかれたサンプルを取るよりも住宅地を典型化する方がよいと考えた。つまり住居の選択要因の最重要項目の1つに「立地」があるが，これは都心から何kmとか何分といった一般的指標が同一ならどこでも同じ条件というわけではなく，もっと様々な個別の要因を含んでいるはずである。この点具体的イメージの可能な具体的立地である方がよいと考えたのである。大量調査による詳細分析が可能な場合とは異り，先に述べた限られた限界の中では住宅供給型・住宅地とも典型化した方が有効となると考えられる。しかし単に達観的な選択では恣意的なものになってしまい，典型たり得ない場合がある。このため常に典型を典型たらしめるバックデータが必要となる。研究の枠組におけるA段階は主として所有関係を軸とする住宅供給型の変動とその居住水準の分析

によって，B段階は住宅供給型毎の住宅立地と市街地形成分析にもとづく住宅地型の把握によって，C－1（需要者階層），C－2（供給者階層）の典型抽出に根拠を提供するものである。

3－2．研究の枠組における各段階の具体的調査分析方法と資料の検討

以下に，前項の研究の枠組の各段階に応じて，具体的な調査分析方法と資料の検討を試みよう。

3－2－1．住宅事情における対象都市の位置づけ

国勢調査・住宅統計調査・建築統計年報（住宅着工統計）・住民基本台帳人口移動報告・家計調査年報・所得隔差年報等の既存統計結果を用い，対象都市の住宅事情の位置づけを行なう。ここで，住宅事情とは，1)住宅需給基盤，2)住宅需給関係，3)居住水準の3側面によって把えられる。住宅需給基盤とは，a)需要の量的な変化過程・階層的構造とその変質過程，b)供給の経済的背景と市街地形成上の条件，c)対象都市の日常生活圏構造における地域機能上の位置の総体を言う。ここにおける分析手法は，類型化分析によるが，現在のところ，都市化類型 ― 全国的な経済・社会条件の発展過程における住宅事情の発展段階における位置づけ ― と地域類型 ― 国土・歴史的な生活様式の伝播過程と地方的独自性を交えた同質性の地域的広がり ― の2側面から明らかにできるものと考えられる。筆者の以前経験した研究[注29)]とそのフォローとして現在進めている研究から，この段階の研究に可能な資料と分析指標をまとめると表－1および表－2の如くなる。

日常生活圏構造分析は，市民の日常生活の一体的に考察すべき地域の広がり（より大きな都市圏では複数の都市に及ぶ）と，その中における対象都市の地域機能（主として通勤流動など）上の位置づけを行なうものである。これは，対象都市の住宅事情の一体的に考察すべき地域全体の共通な特性と地域的分担の位置づけを明らかにするもので，次のB段階の分析ともかかわりをもつ。都市単位におけるこの点での分析は，主として通勤流動の面から明らかにし得る。ここでは上記の「位置づけ」分析における「需給基盤分析」における「地域機能分化」の分析に始点がある（表－2参照）。

3－2－2．住宅地形成分析および住宅事情の地域構造分析

この段階の分析は，対象都市内における住宅地形成・住宅事情を地域構造として明らかにするものである。分析手法はメッシュ・アナリシス[注30)]，ゾーン・セクター分析などの地域構造分析を用いるとよい。この場合，最初の分析単位は小さい方がよく，分析が進んだ段階で大きな地域構造のパターンとして求めていく方法が妥当である。しかし，現在のところ，これを可能にする既存資料は極めて限られている。大都市においては地域資料としてこれらの資料整備が進行しつつあるが，〝地方〟の中小都市においては極めて遅れている。筆者の経験した研究[注31)]に

もとづき資料の検討を行なった結果が表－3である。このうち一般に公刊または閲覧可能なものは，国勢調査統計区編（1970より），国勢調査区別人口・世帯資料のみである。住宅統計調査の調査区単位の集計結果，もしくは個票分析が可能であれば[注32)]，この段階の分析は大きく進行

表－1　都市段階における住宅事情関係資料一覧

資料名	調査目的	調査主体	調査期日	調査対象および標本抽出方法	結果の公刊状況
A．国勢調査	国政一般（指定統計）	総理府統計局	昭和25年以降は5年毎の10月1日	常住人口・全数調査	公刊（基本集計） 公刊（通勤・通学）
B．住宅統計調査	住宅事情（指定統計）	総理府統計局	昭和23年以降5年毎	住宅および居住世帯，調査区抽出による標本調査（平均1／7）	公刊（都道府県編） 閲覧（統計局／都道府県）
C．建築統計年報	建築物着工状況等（建築基準法）	建設省計画局	昭和25年以降毎年	建築工事届出分全数（建築着工統計） 建築物除去工事届出全数（建築物除去統計）	公刊（年報）
D．住宅需要実態調査	住宅建設計画基礎資料	建設省住宅局	昭和35・41・44 48年	2段階標本抽出調査 1）国調一般調査区の1／70抽出 2）抽出調査区内常住世帯の1／5抽出	公刊（結果概要）
E．住民基本台帳人口移動報告	人口移動状況（住民基本台帳）	総理府統計局	昭和22年以降毎年	転入届提出者全数	公刊（季報・年報） 閲覧（都道府県）
F．家計調査	国民生活（家計収支）の実態（指定統計）	総理府統計局	昭和21年以降毎年	消費者世帯，層化3段抽出法 1）層別市町村抽出 2）調査単位区抽出 3）調査世帯抽出	公刊（年報）
G．所得隔差年報	所得とそれに関する地方自治体の基本データー〔加工計算〕	市町村税務研究会	昭和46年以降毎年	「市町村税課税状況等の調」の加工計算	公刊（年報）

注）　この他，例えば「地域経済総覧」（東洋経済新報社）などの，市町村の成長力・民力度等をまとめた資料が近年出ている。

するであろう。筆者らが行なった札幌市を対象とした分析研究では，「札幌市地域統計報告書」と「国勢調査・国勢統計区編」，および「建築確認申請個票」と「各種都市計画現況図」を利用して（表－３）ゾーン分析を行ない，室蘭圏の場合は「各種都市現況図」と経年的な「建築確

集計単位					経年変化市町村組替え	集計項目（最近の調査における最小集計単位の場合）
全国	県別	（主要都市）	市	町村		
○	○		○	○	○	人口総数，配偶関係別・年令別人口，入居時期別・前住地別人口，産業別就業者数，年令別就業者数，職業別就業者数，社会経済分類別人口，世帯の種類別世帯数および世帯人員，世帯人員別世帯数，世帯主産業別世帯数，入居時期・住宅所有関係別世帯数および居住水準
○	○	50万以上	×	×	×	住宅所有関係別・室数および畳/人別世帯数
○	○		○	○	○	常住地における従業地別就業人口，従業地における常住地別就業人口，常住地・従業地における産業別就業人口
○	○	10万以上	×	×	×	住宅の種類・所有関係別住宅数，世帯種類別世帯数
○	○		×	×	×	（住宅の種類，建て方，構造，階数，建築時期）*，（腐朽破損の程度），（住宅の設備）*，（住宅の規模）*，（居住室の使用状況）*，（居住形態）*，（世帯の主な働き手と住居）*，（世帯の住居移動）*（持家の新築と増築）*，（借家の家賃・間代）*，（１戸建・長屋建住宅の敷地）*，（住宅のむね統計）*，（一時現在者のみ・空屋），（住宅の環境，日照・排水・道路）
○	○	10万以上	×	×	×	昭48の場合，上記のうち　＊印のついた項目の１部（但し，昭43の場合は都道府県編に載っているものがある）
○	○		○	×	×	着工建築物構造別床面積・工事予定額，着工建築物用途別床面積，着工新設住宅利用関係別戸数，着工新設住宅種類別数
○	×	大都市圏	×	×	×	（現在の居住状況意識）（今後の居住状況改善計画），（最近６箇年の居住状況変化），（住環境），（その他―収入・通勤時間・通勤方法等）
○	○	（10大市）	×	×	×	転入人口総数，自府県内移動数，府県間移動数
			○注	△注		注）各府県において各市・町村別の移動数が判る場合がある
○		（地方別）	×	×	×	収入階級別世帯分布および平均収入・支出額
○			△注	△注	×	１世帯当り・１ヵ月平均収入および支出額 注）　抽出された調査対象市町村
○	○		○	○	○	所得隔差，１人当り所得，世帯当り所得，課税対象所得額，小売業年間販売額

これらは，主として上記既存統計等をまとめたものである。

表－2　都市別住宅事情分析指標一覧(〝住宅事情の「地方性」に関する類型的研究〞の場合)

観点	判定要素	指標名	集計単位(注1)	年次	資料(注2)	備考
住宅需給基盤	需要圧・集中性・変動性	人口規模	○	1950,55,60,65,70,(75)	A	
		人口増加率	○	1950-55,55-60,60-65,65-70、	A	
		入居時期別人口構成比	○	1970	A	
		人口移動率	県(○)	1955以降各年次	E	
		入居時期別・前住地別人口構成比	○	1970	A	
		対府県別人口移動率	県	1955以降各年次	E	
		対府県別人口吸着率	県	1955以降各年次	E	
	需要の階層性	平均世帯人員	○	1960,65,70	A	
		世帯人員別世帯構成比(単者率等)	○	1960,65,70	A	
		男女別・年令別人口構成比(若年者率，老令化率等)	○	1960,65,70	A	
		就業率	○	1960,65,70	A	
		就業人口産業別構成比(非1次率，3次率等)	○	1960,65,70	A	
		収入別世帯構成比	県	1963,68,73	F	
		世帯当り平均収入(全収入)	県，特殊市町村	1960以降各年次	F	
		世帯当り平均収入(課税対象収入)	○	1971以降各年次	G	
		所得隔差	○	1971以降各年次	G	
	地域構造	滞流就業人口率	○	(1960),65,70	A	
	(日常生活圏構造)	通勤流出入差率	○	(1960),65,70	A	
		対地別通勤密与率	○	(1960),65,70	A	
	(市街地形成)	DID率(人口，面積)	○	1960,65,70	A	
		DID増加率(人口，面積)	○	1960-65,65-70	A	
		非DID人口増加率	○	1960-65,65-70	A	
		着工建物用途別面積構成比	市	1968以降各年次	C	
住宅需給関係	需給のストック変動	所有関係住宅構成比	○	1960,65,70	A	
		所有関係別住宅増加率	○	19-65,65-70	A	
	供給のフロー変動	新築住宅供給型別構成比	市	1967以降各年次	C	
		新築住宅資金別・供給型別構成比	県	1967以降各年次	C	
	住みかえ(居住変動)	所有関係別・入居時期別世帯構成比	○	1970	A	
	需給の経済的関係	所有関係別・収入世帯数比	県	1963,68,73	B	
		借家における平均家賃	県，10万以上市	1963,68,70	B	
		家賃別借家構成比	県，10万以上市	1963,68,73	B	
居住水準	非住宅居住	同居・非住宅居住世帯率	○	1960,65,70	A	
	居住規模水準	所有関係別1人当り平均畳数	○	1960,65,70	A	
		所有関係別1世帯当り平均畳数	○	1960,65,70	A	
		所有関係別1室当り平均居住人員	○	1960,65,70	A	
		所有関係別1世帯当り平均室数	○	1960,65,70	A	
		所有関係別1室当り平均畳数	○	1960,65,70	A	
		所有関係別・室数別住宅別住宅構成比	県，50万以上市	1970	A	
		所有関係別・畳／人別住宅構成比	県，50万以上市	1970	A	
	設備水準	流し・給水設備専有率	県，10万以上市	1963,68,73	B	
		便所専有率	県，10万以上市	1963,68,73	B	
		水洗化率	県，10万以上市	1963,68,73	B	
		浴室所有率	県，10万以上市	1963,68,73	B	
	住宅の老朽度	所有関係別・建築時期別・老朽度別住戸数比	県	1963,68,73	B	

(注1)　集計単位において　○―県，市町村単位
　　市―県，市
　　県―県のみ

(注2)　表－1による。但し，A－国調・市町村単位集計(○印)以外の市町村単位の結果は，市町村合併がある場合，経年変化の分析は不可能である。

表－3　住宅地形成および住宅事情の地域構造分析に関する資料一覧

資料名	調査主体	調査期日	結果の公状況	調査対象，集計単位，その他資料状況	使用可能査項目
国勢調査・調査区別人口・世帯資料	総理府統計局	昭和25年以降5年毎	閲覧（総理府／都道府県／市町村）	常住人口全数調査，国調調査区単位の集計結果。各市町村毎に存在	人口総数，男女別人口，年令別人口，就業人口，従業上の地位別就業人口，産業別就業人口，職業別就業人口，世帯種類別世帯数，世帯主産業別世帯数
国勢調査・国勢統計区編	総理府統計局	昭和45年	公刊	常住人口全数調査，人口5千人～2万人程度の国勢統計区単位の集計結果（人口20万以上市又は県庁所在市分のみ）	人口，面積，配偶関係別，年令別人口，入居時期・前住地別人口，産業分類・従業上の地位別就業人口，世帯種類・世帯人員・家族型別世帯数，経済構成，世帯主産業別世帯数，住居の種類・所有関係別世帯数および世帯人員
札幌市地域統計報告書(注1)	札幌市企画調整局	1972年 （1975年）	限定配布 （未公刊）	国調統計区(105)をやや小割にした172の統計区を設定し，既存統計の個票・調査区別集計，その他の資料をまとめたもの。	面積，人口，世帯構成、産業・職業別就業者数，年令別人口，住宅の所関係別世帯数および平均居住水準，産業別事業所数および従業員数，商業概況，業種別小売店数，工業概況，学校種別生徒数，公園概況，保育所概況，病院・診療所数
建築確認申請	各県または各市建築指導課	隋時	台帳在（建築指導行政）	建築確認申請を台帳に一覧表として整理，これにより個票の状況が比較的容易に判る	申請人（建築主）およびその住所，建築場所，建物用途（住宅種別），工事種別，棟別・階別面積，構造，建築面積，敷地面積，棟数および戸数 注）この時同時に提出される「建築工事届」(建築着工統計調査集計原票）は上記の他，建築主種類，工事予定額，住宅の資金，住宅の利用関係，住宅の種類，住宅部分の面積が判る（指定統計のため非公開）
家屋台帳	各市町村税務事務所固定資産税課	隋時	台帳在	個票	家屋所在，家屋（用途）と種類，建築時期，構造，床面積および1階床面積（建築面積），所有者および住所，評価額
土地台帳	同上	同上	同上	同上	土地所在，地番，土地面積，所有者およぢ住所，等級・単価，評価額
住民基本台帳	各市町村住民課	隋時	台帳在	個票	人口・年令・世帯状況，転出入移動状況 注）近年，自治体において町字別人口・常数を集計している場合がある。
各種都市計画現況図	各市町村等	不定	公刊・閲覧・その他（図面作成）	図面（都市計画関係調査として作成する場合が多い）	人口等密度線図，市街化状況図，土地利用現況図，各種都市施設等分布図，土地所有関係図，地価分布図，交通時間帯図，その他

注1）　近年，このような統計資料を整備しはじめた都市が増えつつある。
注2）　なお，住宅統計調査個査（調査区抽出）が分析できる場合，住宅事情の地域構造に関しかなりの分析が可能となる（註32　参照のこと）

認申請個票」によるメッシュ・アナリシスおよびゾーン分析とによって，住宅地形成分析を行なった。なお，この段階の後段の具体的方法については多くの困難な問題をかかえており，ここでは，概念を示すに止めたい。(3－1節における研究の枠組のB段階の説明を参照のこと)。

3－2－3．典型対象における詳細な分析

これは需要側と供給側から，相互の関連を求めつつ，その構造的関連と変動のパターンを明らかにしようとするものである。この場合，需要側に関しては多様な階層を同時・同次的にとらえることが好ましい。供給側からの分析は，需要側の場合のような対象の網羅性は総てにおいて必要とせず，またそれが困難な要因もあるので，全体の構造の変化過程と主要なもののより詳細な分析から手掛けることが望ましい。

a）住宅供給型・立地型別需要特性分析：この場合，住宅統計調査個票の分析が可能であれば[注33)]，かなりの階層構造分析ができる。しかし，これは現実味が薄いので，ここでは筆者らが行なった典型調査[注34)]に即して試論を展開しよう。

分析の主観点は，①需要者の階層構造上の特性，②現住宅および居住状況の実態，③住みかえの実態，④住宅・居住地の選好性と取得の実態による供給への対応過程，⑤現住宅評価と将来の需給関係変動への起動要因等の分析にある[注35)]。これらを，下記項目[注36)]について自計式アンケート調査として実施した。

- ●現住宅および前住宅条件
  住宅の所有関係・住宅の規模および設備・住所（前住宅のみ）・1ヶ月平均住宅費（家賃）
- ●居住歴および転居動機
  室蘭圏（または札幌圏）における居住年数・転居回数・結婚経過年数・転居時期・転居契機・前住宅不満点
- ●住宅・居住地の探索選定
  住宅供給型の検討範囲・情報入手方法・現住宅供給型の決定理由・居住地探索範囲・現住地選択理由
- ●現住宅評価
  住みかえによる住宅条件，環境条件および立地条件の変化・現住宅諸条件の評価・住宅費による家計への影響
- ●将来計画と定着性等
  将来の定着意志・当面の住宅改善要求・改善実現のめど・公的住宅評価
- ●居住者の階層性

家族構成・年令・世帯収入・世帯主の職業条件（職業種別・通勤先・通勤時間・通勤方法）

調査対象は，札幌市の場合，「給与住宅」を除く，「注文個人住宅」・「建売分譲住宅」・「分譲マンション」・「公団賃貸住宅」・「公営住宅」・「民間木賃アパート」・「民間一戸建借家」の主要な7住宅供給型[注37)]にわたり，B段階の「住宅地形成分析」と観察調査をふまえた，15の調査地区を抽出して分析を進めた（調査期日 1972・11，および 1973・11。調査状況は図－5，表－4）。室蘭圏の場合，1971年に建築確認申請を提出した新築住宅のうち，建築場所が確認でき，かつ調査開始時点（1972・11）に入居者があった，地域的にまとまっているもので，給与住宅を除くほとんどすべての住宅供給型の住宅の居住世帯を対象とした（図－6，表－5）[注38)]。

表－4　札幌市における居住者調査状況

調査期日：1972．11および1973．11
調査地区は図－5参照

アンケート対象 住宅供給型			対象地域	住宅地型(注1)	配布数	有効回収数	有効回収率
注文個人住宅			A 新札幌	④	240	186	77.5
			B 西野	③	283	107	78.5
建売分譲住宅	民間		C 西野	③		115	
	労住協		D 篠路	④	224	207	92.4
	公社		E 北野	④	286	269	94.1
分譲マンション			F* －	①，②，③	299	188	62.9
公団賃貸住宅	団地	3DK	G 真駒内	③	278	70	80.6
		2DK	H 真駒内	③		174	
		2DK	I* 大麻園町	④	151	144	95.3
	市街地	2DK	J* 北24条	①	128	109	85.1
		2DK	K 琴似第1	①	88	76	86.4
公営住宅	市営	3DK，2DK	L* 下野幌	④	155	142	91.6
		2DK	M* 山口東	④	170	150	88.2
	改良住宅		N* 光星	①	99	60	60.6
民間木賃アパート			O 北栄	③	269	183	68.0
			P* 琴似八軒	③	120	80	66.6
			Q* 山鼻	①	150	102	68.0
			R* 澄川	②	120	95	79.1
一戸建借家			S－(注2)	③，④	－	86	－
* 印：昭和48．11調査分				計	3,060	2,543	83.1

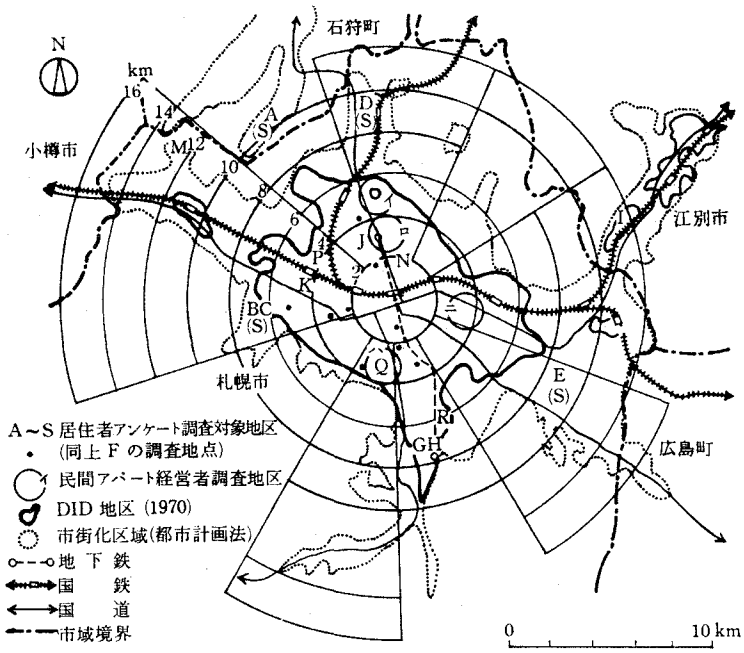
（注1　住宅地型の記号は下記の通りである。これはB：住宅地形成分析にもとづく。
① 市街地中心住宅地型
② 内部住宅地型
③ 周辺住宅地型
④ 郊外住宅地型

（注2）　一戸建借家は注文個人住宅・建売住宅の地区に混在していた。

表－5　室蘭圏における居住者調査状況

調査期日：1972．11～1973．3
調査対象地区図は図－6参照のこと

アンケート対象地区	対象地区所在ブロック新築数(注)	アンケート対象地区対象予定数	未建築給与確認戸数	A アンケート対象確定数	B 有効回収数	回収率 B／A (%)	有効回収票 持家 注文個人住宅	分譲住宅 民間建売	分譲住宅 公社建売	分譲住宅 分譲マンション
11 室蘭市・港南	170	79	12	67	46	68.7	33	0	0	0
12 母恋	209	139	28	111	75	67.6	40	8	0	0
13 蘭東	619	403	81	322	194	60.2	108	17	0	0
14 港北	220	184	29	155	90	58.1	53	16	0	0
15 白鳥台	457	185	4	181	85	47.0	31	0	13	0
(室蘭市全体)	(1675)	(990)	(154)	(836)	(490)	(58.6)	265	41	13	0
21 登別市・鷲別	156	129	7	122	79	64.8	63	6	0	0
22 幌別	229	170	14	156	68	43.6	27	3	0	0
(登別市全体)	(385)	(299)	(21)	(278)	(147)	(52.9)	90	9	0	0
31 伊達市・山下	191	95	2	93	58	62.4	51	0	0	0
32 南稀府	35	35	2	33	28	84.8	28	0	0	0
33 舟岡	92	92	9	83	47	56.6	27	0	1	0
(伊達市全体)	(318)	(222)	(13)	(209)	(133)	(63.6)	106	0	1	0
(室蘭圏全体)	(2378)	1511	188	1323	770	58.2	461	50	14	0



図－5　札幌市における居住者調査および民間アパート経営者対象地区図　(1972－73)

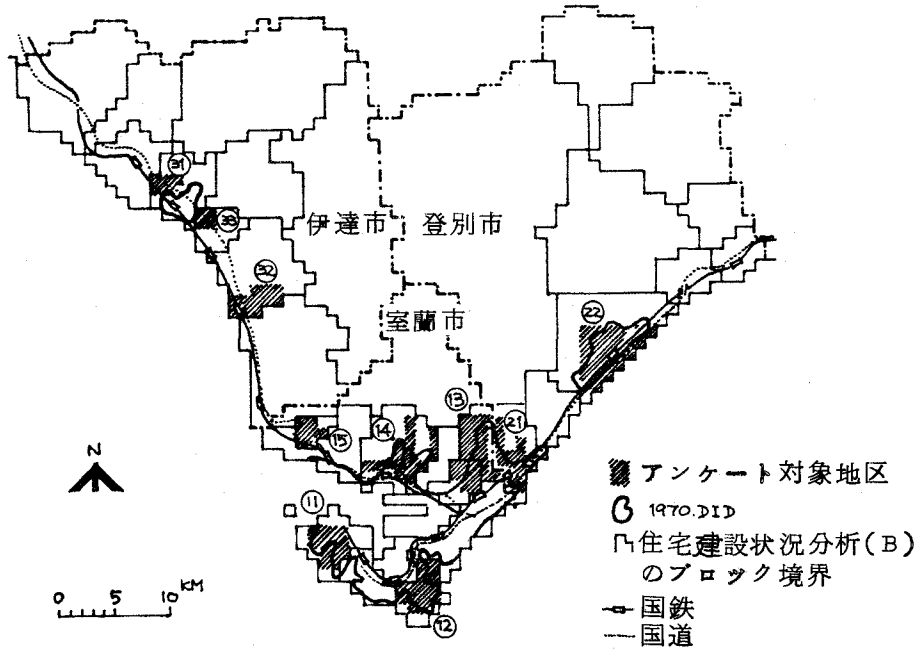
b）住宅供給条件分析：この段階では，①住宅供給の全体構造の歴史的変遷過程の概要を明らかにする，②これにもとづく主要な供給型について，その階層性・住宅条件・経営条件・需要階層との関連・他の供給型との関連・将来展望等についての詳細な調査分析を行なう，手順で分析を進めていくのが妥当であろう。

①住宅供給の歴史的変遷過程の概要：既存の文献・資料および関係者に対する予備的な面接調査をもとに，対象都市における主要な住宅供給型の発生・展開の歴史的変遷過程を考察する[注39)]。

②主要な住宅供給型の供給条件分析：公的住宅供給（公営住宅・公団住宅・公社住宅）の場合は既存資料もかなり存在し，かつ組織主体も少数かつ明確なため調査は容易である。ここで

における住宅供給型

借家				
公的借家		民間借家		
公営住宅	その他の公的借家	戸建借家	民間アパート	借上給与(民間アパート)
0	0	3	10	0
0	0	0	26	1
0	0	4	53	12
0	0	5	13	3
40	0	0	0	1
40	0	12	102	17
0	0	2	8	0
33	0	0	4	1
33	0	2	12	1
0	0	5	2	0
0	0	0	0	0
16	0	2	0	1
16	0	7	2	1
89	0	21	116	19



図－6　室蘭圏における居住者調査対象地区図　（1971－72）

は民間ベースに重点をおいてみると，調査対象の階層構造上の位置づけ，特に経営の組織程度および経営規模に応じて多様な方法がある。筆者らが短時間に妥当性を持ちうる方法として行なった例をあげると下記の通りとなる。

○民間建売住宅，および分譲マンション：この供給業者数は比較的少ない。従って，すべての対象を詳細に補足できる場合はアンケート調査方式もよいが，それの準備作業として，また主要な条件把握のためには代表的な少数の対象についての詳細な面接調査がその階層の構造的実態を把握する上ですぐれている方法である。札幌で実施した例をあげると，対象抽出方法は，上記①の分析をふまえ，建売分譲住宅供給業者は1971年の建築確認申請台帳より1年間に20戸以上の建築確認申請を出している業者（19業者）のうち経営規模別に標本（5業者）を抽出し，分譲マンション業者は，経営規模・経営主体の経営系列別[注40)]に標本を抽出した。調査項目は以下の通りである。

- ●業者の属性・沿革・組織・経営動機
  会社名および経営組織・経営の沿革・資本金・従業員構成・業者登録・所属（企業）組合・住宅経営の開始時期・経営の出身母体・経営の動機・経営内容の変遷状況
- ●経営内容
  供給内容と供給の実積・需要層・宣伝方法・販売状況・販売方法・セールスポイント
- ●土地入手
  土地入手の時期・相手・入手単位（規模）・価格・経営上の入手条件・土地入手の外部条件の把握
- ●設計・施工・管理の方法および住宅条件
  設計組織・設計方針および設計上の留意点・間取りとその変遷・施工組織・施工方法および施工期間
- ●他の供給型との競合関係
  他の民間建売住宅，公的建売住宅，分譲マンション，公団住宅等との競合および影響の程度・他の供給型の評価・他の供給型と比較した場合の特徴およびセールスポイント
- ●将来展望
  経営の拡大縮小の見通し・拡大する場合の方向性・現在の問題点・行政への要望等

○民間木賃アパート：この供給者は，札幌・室蘭等の地方都市の場合，多数の零細・小規模な非専業の経営によるものが多い。従って，過去にこの供給型に対する調査例[注41)]もあることから，面接調査よりも定式化した自計方式のアンケート調査の方が合理的である。この対象の抽出方法は，札幌市の場合，1971年の建築確認申請より抽出した木造共同住宅の全数のうち，建築場所・建築主住所の集積の多い地区（図－5参照）を選び，その地区内にある新築アパート

表－6　札幌市における民間アパート経営者調査状況

調査期日：1974.1
調査対象地区図は図－5参照のこと

調査地区	対象数	配布数	有効回収数	回収率
イ．北　栄	50	39	25	64.1
ロ．幌　北	50	45	23	51.1
ハ．山　鼻	100	81	37	45.7
二．白石・豊平	50	45	16	35.6
計	250	210	101	48.1

表－7　室蘭圏における民間アパート経営者調査状況

調査期日：1974.1
調査対象地区は室蘭圏全体にわたるが，民間アパートの多い地区は室蘭市内と隣接の登別市・鷲別地区にほぼ限定される。（表－5参照）

確認申請による個人名義の木造共同建住宅全数			配布不能（注）	配布数（A）	有効回収数（B）	回収率 B/A(%)
1971年	89	193	45	148	64	43.2
1972年	109					

（注）　配布不能は未建築および建築場所の確認できなかったもの，又は建主が室蘭圏外居住のもの。

の経営者を任意に抽出した。室蘭圏の場合は1971～72年の建築確認申請の木造共同住宅のうち，建築場所および建築主（＝供給者）住所の確認できたものの全数を対象とした（表－7）。調査項目は以下の通りである。

- ●アパートの建築的特性

  アパートの所在・住戸型別戸数・アパート規模・設備・間取り

- ●入居者の募集方法・入居条件

  募集方法・募集時期・入居者決定時期・入居条件・現在入居者の構成

- ●土地取得・建設経過

  アパートの企画，着工，完成の時期・土地の所有関係・土地の取得時期・土地取得先・アパート建設前の土地利用状況・アパートの設計施工・建設費(土地費および建築費)・建設資金の調達方法

- ●家賃

  家賃・一時金・入居契約期間・家賃決定方法・家賃による建設費償還と経営採算

- ●アパートの経営・管理

  調査対象（新築）以外のアパート経営の数と所在・管理方法・管理経費

- ●経営の現状評価・将来計画

経営の現状評価・経営上のポイントおよびアパート経営のコツ・改善すべき点・将来のアパート経営計画・資金等融資制度の利用と評価

●経営主の属性および経営の動機・目的

アパート経営開始時期・経営開始の動機および目的・経営組織・経営主年令・経営主の室蘭圏（または札幌圏）における居住年数・経営主住宅の所有関係・経営主の収入

○注文個人住宅：この場合は，供給者＝需要者であるので，需要者調査（a.住宅供給型・立地型別需要特性分析における自計式アンケート調査）に，持家居住者に対する土地取得および住宅建設取得経過，建設資金およびその取得・返済，現住宅評価と将来改善等の展望等を加えて同時に調査した。（調査例の調査状況は図－5，表－4，図－6，表－5を参照のこと）。

注27） 注9を参照のこと。しかし，住宅需要の側からは，周辺環境条件を実態として明確に型わけする方法は困難であるので，次項のcの認識をふまえて，dで触れているように，「立地条件」と合わせて「住宅地型」として実態的に扱う方法がある。これは単に交通時間等の位置条件ではなく，その場の居住者の階層構成・住宅地変遷の歴史等々による住宅地の風格などをも含んだ総合的な把え方である。これに関する住宅サイドからの端緒は研究の枠組のB段階とC段階の分析の一定程度の進展に委ねられよう。

注28） 現在これを可能にする条件をもち得ているのは，住宅統計調査・国勢調査の個票分析であるが，「指定統計」のため，一般には不可能である。また，住宅に関しては前者が重要な調査であるが，調査区抽出による標本調査であり，またその抽出率も平均1/4で地方の小都市ほど低率となる。従って，全体の正確な構造把握の上で難がある。このことについては3－2－2項および注32を参照のこと。

注29） 文－2を参照のこと。

注30） この手法については文－38に詳しい。

注31） 文－1，文－2および文－3を参照のこと。

注32） 現在これを可能にするのは，1)地方自治体の行政目的にあって，2)総理府統計局の承認が得られ，3)自治体内部での計算処理が可能（個票データが生のまま外に出ないため）な場合に限られている。なお，この分析の端緒を開いたのが絹谷裕規（文－11）であり，この分析とその意味づけが，注9で触れた彼の「地域概念」の方法的背景となっている。

注33） 注28参照

注34） 文－1，文－2のこと。

注35） この分析の前提として，調査対象に関する住宅供給型・住宅地型による型区分がある。2－2節で触れた総合性認識の課題は，3－1節の研究の枠組の意味づけbにもあるように，この型区分により，かつその型の主要なものを網羅することにより基本的に主要部分が満たされよう。

過去の筆者らの調査例（文－34，文－35）にもあるように，需要者の住宅・居住地の選択過程において，現実には，情報の限定性および供給の地域的限定性から住宅条件・立地条件の選択の幅にかなりの限定をせざるを得ない状況にある。注27で触れているように，周辺環境条件を型として，立地条件と明確に区分した明確な把握は，現実には困難であるので，ここでは居住地選択の幅と，現住地環境の評価（前住地との比較評価を含めて）によって，需要者側からのそれらの認識の程度をみきわめるという方法で，分析の端緒を見出そうとしている。

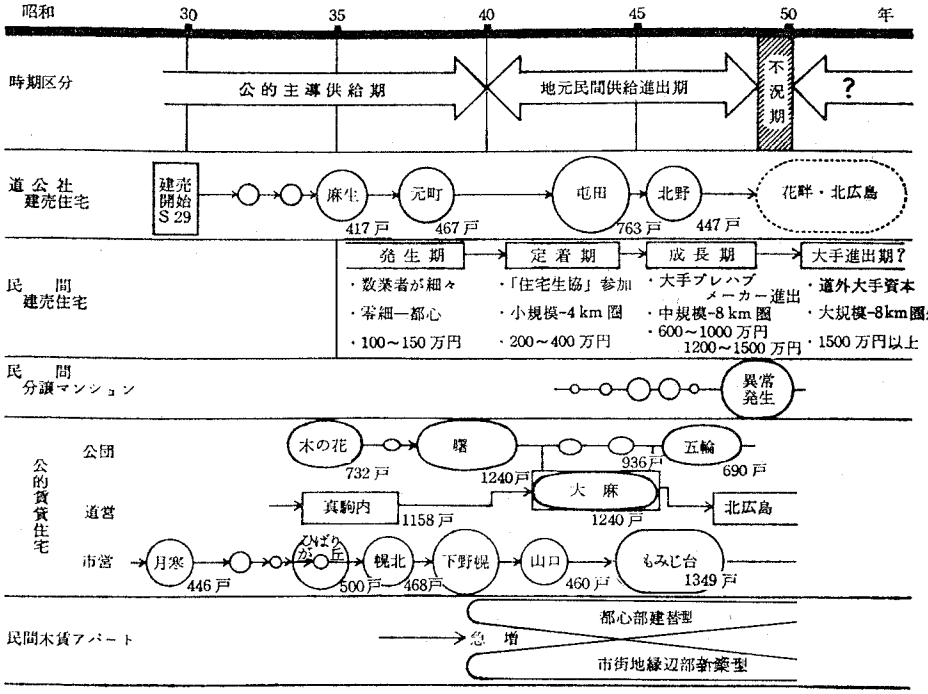
注36） 一般に社会調査の方法としては，自計調査の場合，回答に要する時間は30分以上は禁物とされている（文－37）。この点からみると，このアンケート票はかなり過大なものであるが，サンプルの少なさもあることから，配票・回収作業手順の綿密な計画・調査票の明瞭さを可能な限り検討した。回収の状況は，表－4，

表－5のように，かなり高い。

注37）次項b)住宅条件分析における，注39に示した様に，この7つの供給型は，主要な社会的性格の強い供給型になっていることが判明しよう。

注38）室蘭圏の場合の対象抽出方法が，札幌市の場合と異なるのは，B段階の有力な分析資料が，ほぼ「建築確認申請個票」に限定されていたこと（3－2－2項参照）と，対象地域範囲と全体数の小ささによる。

注39）札幌市の場合，主要な社会的性格の強い住宅供給型の展開は下図のようになっている。



付図　札幌圏における住宅供給プロセス概略図

注40）①の住宅供給の歴史的変遷の概要分析と観察調査等を通じて，地元資本と本州の大手資本とに大きな差があることが予想された。

注41）文－33，文－34，および文－36を参照のこと。

4．結　　言

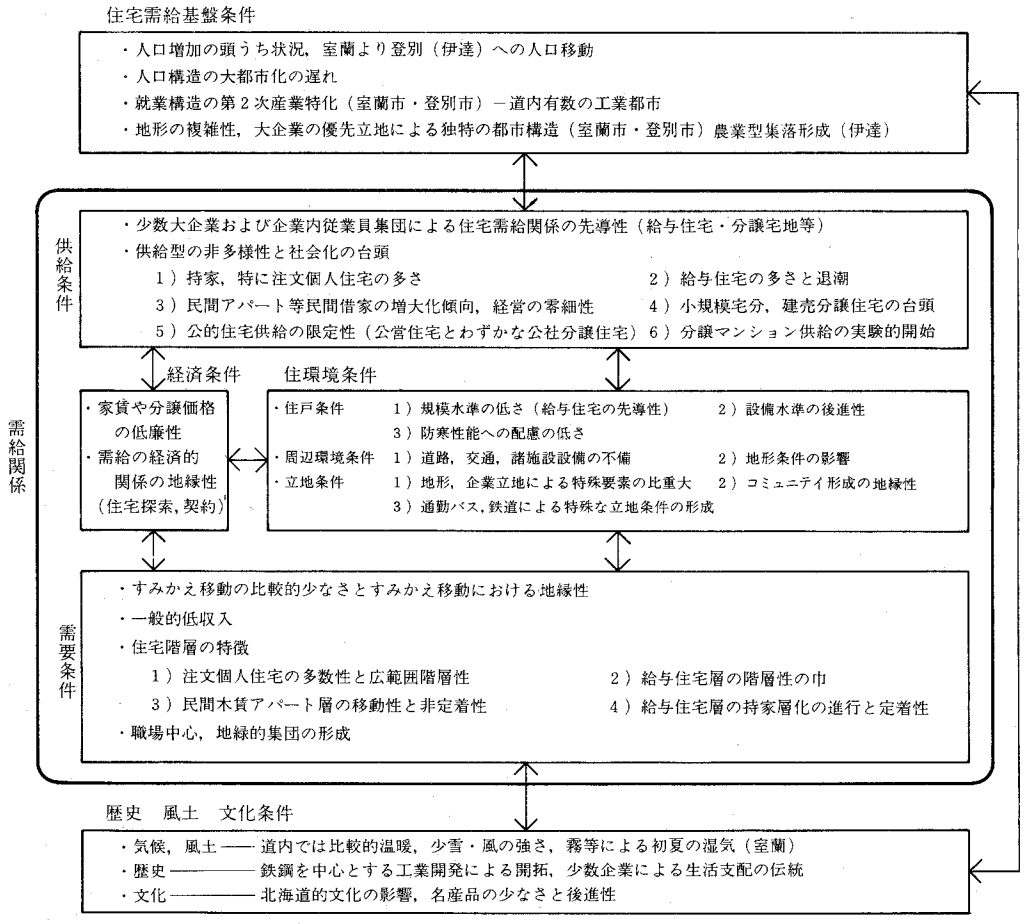
以上の研究方法の試論にもとづき，現在までに実施してきた実態把握の要点に関し，室蘭圏と札幌市とを事例としたものについてまとめたものが図－7である。これによると，1)大都市圏の場合[注42)]とは異なり，北海道的特色として把えうる共通要素が何える。2)しかし両者の間には住宅需給基盤条件・歴史生活条件の違いによる住宅事情・住宅需給構造全体の差異も厳然として存在している。3)これらは札幌市の人口構造・都市構造の高度化・階層構造の多様化の一層の進展による住宅事情の大都市化傾向の強まりにより，また室蘭圏における居住者階層構造およびその他の住宅需給基盤条件の変動の遅延性により，より明確な差異として先鋭化しつつ

ある。4)これらが住宅需給構造の〝室蘭的特性〟および〝札幌的特性〟としてその「地方性」をつくり出している，等のことがわかる[注43)]。

上記のように，本研究における研究の枠組にもとづく総合的考察により，対象都市の住宅事情・住宅需給構造の全体構造がかなりな程度把握できる。しかし，この構造的実態は近年の，地価・建築費の高騰，技術的生産的環境条件変化，需要者階層の構造的多様化と変動性等々といった，急激な条件変化に伴い大きく変動しつつある。従って，今後これを確実にフォローしていく調査の組織的確立が必要となる。また，このことは，全国の，ひいてはそれぞれの地方都市の住宅事情・住宅需給構造を明確に把握する前提として，全国的な研究の組織化・研究交流の活発化という点から見ても重要な課題となる。

もう1つの重要な研究課題は，計画と実態分析との結節性に関する方法論研究の展開の問題

室蘭圏における住宅需給構造の概要



図－7　札幌圏，室蘭圏(室蘭市・登別市・伊達市)における住宅需給構造の概要（1971－73）

である。この点で，その過程の１課題として，研究の枠組のＢ段階の発展系として位置づけた「住宅事情の地域構造分析」が「都市住宅供給計画」の方法展開の基盤として重要な意味をもつものと考えられる。

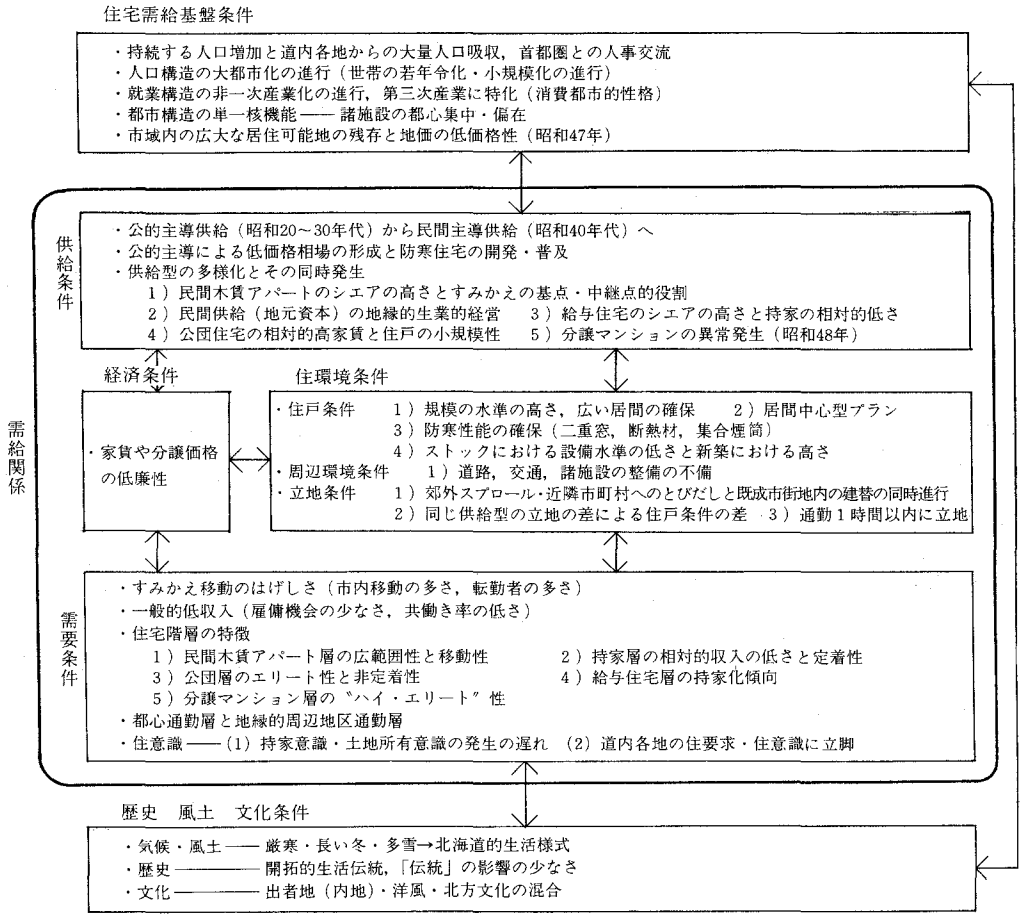
本研究の方法論は大垣直明氏（北海道工業大学）との議論と１部の共同研究に追うところが多い。また，三宅醇博士（建設省建築研究所）にも貴重な示唆をいただいた。そして，この研究展開にあたってはここ数年来の研究室の修士・卒論生諸氏との共同作業に基づくものである。記して謝意を表する次第である。（1976．４）

（昭和51年５月22日受理）

注42）　文－９を参照のこと。

注43）　室蘭圏の場合の詳細分析は文－１，札幌市の場合は文－２を参照のこと。

札幌市の住宅需給構造の概要（昭和46～48年）



注１）個々のファクター間の相互関係は図には表現できないので省略してある。

参 考 文 献

文－1）真嶋二郎，本間良二，「室蘭圏における住宅建設および住宅需給構造に関する調査研究」（一連）（その1）～（その5），日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 40（1973．9），No. 42（1975．3），No. 43（1975．9）。

文－2）真嶋二郎，大垣直明・他「札幌市における住宅需給構造に関する調査研究」（一連），日本建築学会大会 1973，1974。日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 41（1974．3），No. 42（1974．9），「住宅」1974．1および2。

文－3）真嶋二郎，佐々木隆志，〝地方都市における住宅地形成について―札幌市の場合―〟，日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 45，1976．3。

文－4）西山卯三，〝地方的伝統〟，「住居論」（西山卯三著作集・2）第18章，勁草書房，1965。

文－5）西山卯三，〝住宅需要の地方性〟，日本建築学会論文報告集 No. 57，1957．7。

文－6）五十嵐富英，「立ちあがる地方」，日本経済新聞社，1971。

文－7）坂井正義，「地方を見る眼」，東洋経済新報社，1975。

文－8）河野広道，〝北海道文化について〟，「続・北方文化論」（河野広道著作集II），北海道出版企画センター，1972。

文－9）三宅醇，「住宅需給構造に関する研究」（博士論文），1973。

文－10）延藤安弘，「都市住宅供給の計画的研究」（博士論文），1975。

文－11）絹谷裕規，〝大阪市における住宅事情の地域構造〟，〝大都市圏内の典型地域における居住者の住要求〟，〝京阪神地方圏における人口移動〟，「生活・住宅・地域計画」第2編より，勁草書房，1965。

文－12）西山卯三，〝住宅階層論〟，〝住宅階層と住居水準〟，〝公団住宅の需要〟，〝関西の分譲住宅〟，〝住宅の階層と機能〟，〝小住宅における住空間の型〟，「住居論」（西山卯三著作集・2）所載，勁草書房，1965。

文－13）真嶋二郎，〝都市基本計画における住宅供給計画の方法展開にかかわる計画家の基本認識のありかに関する一考察〟，日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 38，1972．9。

文－14）延藤安弘，〝「住宅基本計画」の意義と必要性〟，「建築雑誌」No. 1064（建築年報 1972），1972。

文－15）川上秀光，〝地方中心都市の開発・整備基本計画論〟，「都市開発の展望」（都市開発講座・3）第Ⅳ章，鹿島出版会，1967。

文－16）松下圭一，〝都市をどうとらえるか〟，「都市政策の基礎」（岩波講座・現代都市政策・I）序章，岩波書店，1972。

文－17）渡辺俊一，〝計画方法論の科学的根拠に関する若干の考察〟，「日本都市計画学会学術講演会論文報告集」No. 3，1968。

文－18）宮沢弘，「新国土計画論」，有斐閣，1968。

文－19）宮沢弘，「地方都市の魅力」（日経新書 119），日本経済新聞社，1970。

文－20）延藤安弘，〝住宅供給の現代的課題〟，「建築雑誌」No. 1039，1971．6。

文－21）川上秀光，〝住宅政策と都市計画の接点〟，「住宅」Vol. 16－9，1967。

文－22）小泉重信・他，〝第2期地方住宅建設5ヶ年計画について〟，「住宅」Vol. 20－8，1971。

文－23）三宅醇，〝住宅事情の改革と基本的体系〟，「住宅」Vol. 20－8，1976。

文－24）日本建築学会近畿支部住宅研究委員会，〝「今後の住宅改策の基本体系についての答申」を検討する〟，「住宅」Vol. 25－3，1976。

文－25）日本住宅協会再開発研究会資料部会，「都市再開発関係資料」，日本住宅協会，1967。

文－26）戸谷英世，〝労働事情と住宅立地の問題〟，住宅 Vol. 16－5，1967。

文－27）蓑原敬，〝住宅立地論の展望〟，「住宅」Vol. 18－11，1969。

文－28）牛見章，「大都市地域における住宅立地計画に関する基礎的研究（居住立地限定階層論）」（博士論文），1971。

文－29）石原舜介，熊田禎宜，〝名古屋大都市圏住宅立地予測に関するシミュレーションモデル〟，日本都市計画

学会学術講演会論文集 No. 1，1966。
文－30）岡山市住宅立地計画研究会，〝住宅立地計画の新しい試み〟，「住宅」Vol. 18－11，1969。
文－31）宮崎元夫，服部千之・他，〝住居経歴の形態〟，日本建築学会論文報告意 No. 76，1962。
文－32）宮崎元夫，服部千之・他，〝住居経歴の型〟，日本建築学会論文報告集 No. 89，1963。
文－33）千葉純，横山尊雄，〝民間木造アパートについての一考—札幌市の場合〟，日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 29，1967．8。
文－34）真嶋二郎・他，〝最近の民間木造アパート供給に対する対応世帯の居住地選択要因に関する調査研究〟，日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 30，1968。
文－35）真嶋二郎，〝民間木造アパート供給に対する対応世帯の居住地選択行動分析〟，室蘭工業大学研究報告 Vol. 17－1，1970。
文－36）建設省建築研究所住宅計画研究室，日本住宅公団，「民間木造アパートの居住・経営実態調査（東京都における２室木造アパートの場合）」，日本住宅公団，1970．10。
文－37）福武直，松原治郎（編），「社会調査法」，有斐閣，1967。
文－38）ＵＧ都市設計（編），「メッシュ・データシステム」，日本住宅協会，1972。

鉄筋コンクリート部材のせん断補強法の実態とその改善に関する研究

荒　川　　卓・米　沢　俊　広

A Study on the Actual Conditions of Shear Reinforcement Practice in Reinforced Concrete Members and Their Improvements

Takashi Arakawa and Toshihiro Yonezawa

Abstract

To insure the high ductility in reinforced concrete structural members subjected to alternate cyclic earthquake forces, it is necessary to provide the special shear reinforcement. However, the reinforcing method stipulated in the current Japanese Structural Standard for RC Structures (1971) dose not seem to be strictly followed in the field construction. The principal objective of this investigation is to point out the many problems awaiting by recognizing the actual conditions of field works for shear reinforcing method and to study experimentally the effects of the shape of rectangular hoops on deformation, strength, stiffness and ductility of RC columns. In this report are presented the results of the field survey for shear reinforcement and discussed the results of the tests which were carried out on 28 RC column specimens subjected to many alternate cyclic loadings. These results are compared with the AIJ code and some problems on ductility of RC columns are pointed out.

I　概　　説

鉄筋コンクリート（以下RCと略記する）部材の耐震性能の向上を図る上で，せん断補強筋の量と形状の果たす役割が極めて大きいことから，昭和46年には，従来よりも多量の補強筋を有効に配置するように日本建築学会のRC構造計算規準は改訂された。この規準では，補強筋の効果を十分発揮させるために、特に補強筋末端の定着強度を確保することが重要で，末端のフックを135°以上に曲げて内部コンクリートに十分定着するか，末端同士を溶接するか，あるいは，エンドレスのらせん筋形式とすることを推奨している。

しかし，上記のような補強形式は，従来からの慣習による90°フック形式に比較して，現場施工がやり難く作業能率も低下すること等の理由から，実際に採用されている例は少なく，RC構造物の耐震安全性が確保されているか否か憂慮されている。また，慣習法と学会推奨法による補強形式間の耐震性能の差異を実験により直接対比した例は少ない。

本報では，せん断補強法の実情とその問題点を把握するため，これに関する施工の実態を調査すると同時に，慣用の90°フック付き帯筋柱と学会推奨法による帯筋柱との，耐力と変形能に

及ぼす差異を実大 1/2～1/3 の RC 柱部材模型実験により比較検討する。

II　調　　査[15)]

1　調査建物の概要

北海道内の主要都市において，昭和 49 年の 6 月に着工された RC 建物 110 棟* のうち，同年の 8 月中にコンクリート打設が行なわれた 51 棟**（各市約 10 棟宛）を本調査の対象建物として選定した。この調査建物の用途別内訳は，表－1 に示すように，床面積別・棟数別ともに全体の約 75%は学校・事務所・宿舎等であり，階数別では全数の 3/4 が 4 階建て以下の低層建物である。

表－1　調査建物の内訳

市別＼建物種別		学校（棟数）/ m²	事務所（棟数）/ m²	宿舎関係（棟数）/ m²	病院（棟数）/ m²	工場他（棟数）/ m²	計（棟数）/ m²
札幌		－	(4)*	(4)	(1)	(2)	(11)
		－	5813	10503	5337	7764	29417
函館		(3)	(3)*	(3)	(1)	－	(10)
		2370	4252	21358	1250	－	29230
釧路		(2)	(3)	(2)	(2)	(2)	(11)
		8011	1613	5413	4967	7431	27435
旭川		(4)	(3)	－	(1)	(1)	(9)
		16744	3686	－	2574	864	23868
室蘭及び苫小牧		(4)	(2)	(2)	(1)	(1)	(11)
		6424	2175	4386	690	694	14369
計		(13)	(15)	(11)	(6)	(6)	(51)
		33549	17539	41660	14818	16753	124319
階数別棟数内訳	2 階	(2)	(7)	(2)	(1)	(1)	(13)
	3	(10)	(2)	(1)	(2)	(2)	(17)
	4	(1)	(2)	(1)	(1)	(3)	(8)
	5		(1)	(2)	(1)		(4)
	6		(3)	(2)	(1)		(6)
	7			(3)			(3)

＊宿舎併用 1 棟を含む。工場他には教会，倉庫併用各 1 棟を含む。

2　調査方法

調査に際しては，施工中のせん断補強筋の形状と配筋状況の観察に主眼を置いた他，鉄筋種別と設計用のコンクリート強度（Fc）を調査し，併せて当該建物 1 階における代表的な内柱と外柱各 1 本と，この柱に接続する 2 階大ばりについての断面と配筋とを記録し，構造諸因子分析の基礎資料とした。

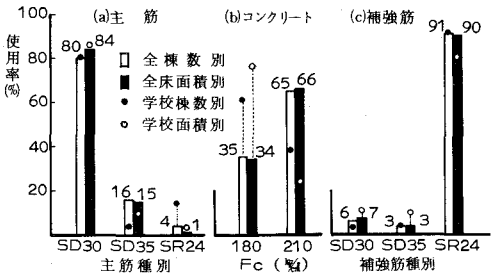
また，実態調査時に入手した 36 棟分の設計図書に基づき，1 階全柱を対象に，補強筋の径・間隔・量（Pw），引張鉄筋比（P_t），シヤスパン比（$ho/2D$），軸方向応力度（σ_o）等の諸因子についての頻度分布を調べ，これらの結果を既住の調査結果[1)]と比較した。

3　調査結果と考察

A　主筋の使用種別。　図－1(a)に示すように，異形鉄筋の使用率は極めて高く，全体の約 95%（このうち SD30 は約 80%）を占めている。この傾向は，素木博士が関東地区において RC 建物を対象に行なった調査結果[2)]と類似している。

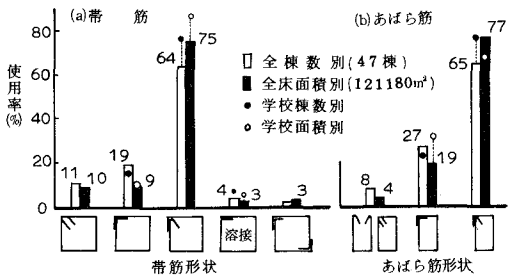
B　コンクリートの設計強度。

図 1(b)に示すように，180 と 210kg/cm^2 の 2 種に限られ，前者が全体の約 35%，後者が約 65%となった。なお，学校建物 13 棟については，図

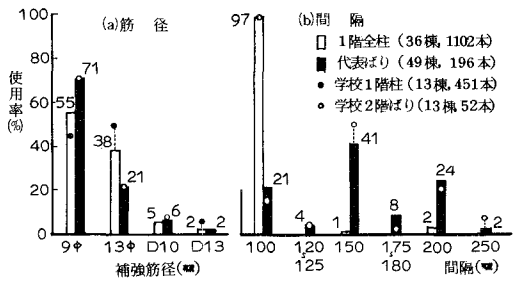


図－1　材料別による使用状況

＊：札幌 39 棟，函館 27 棟，釧路 12 棟，旭川 13 棟，室蘭 14 棟，苫小牧 5 棟，合計 110 棟。
＊＊：各市における年間の建築工事量の統計値に比例するものではない。



図—2　補強筋形状の使用状況



図—3　補強筋の径と間隔

中丸印の如く上記の比率が逆転し，180kg/cm^2 の採用率の方が高く現われている。

C　せん断補強筋。

(1)　補強筋の使用種別。　図－1(c)に示すように，全体の約90%はSR24の丸鋼である。

(2)　補強筋の形状。　図－2のように，補強筋末端の片方が135°以下，他方が90°のフック形式としたものが最も多く，次いで両端90°フック形式となっている。これら両形式の占める割合は，帯筋では83～84%，あばら筋では95%前後であり，学会規準推奨の両端135°または溶接形式の使用率は約15%以下で非常に低い。

なお，フック余長の実測結果によれば，3d～11dの範囲内にあり平均で6.5dとなったが，調査建物のうち約7%に相当する現場で4d以下のものが認められた。

(3)　補強筋の径と間隔。　筋径の使用状況については図－3(a)に示すように，帯筋・あばら筋ともに9mm筋の使用率が高く，全体の過半数を占めている。

間隔については図－3(b)に示す如く，帯筋の場合には殆んどが柱全長にわたり10cmの等間隔に（図－4参照），また，あばら筋の場合には全体の90%以上は10～20cmの間隔に配置されている。

(4)　はり・柱接合部の補強状況。　調査建物のうち約85%（面積別では約90%）に相当する現場において，端部帯筋の1.5～2.0倍程度の間隔で補強筋が配置されていた。

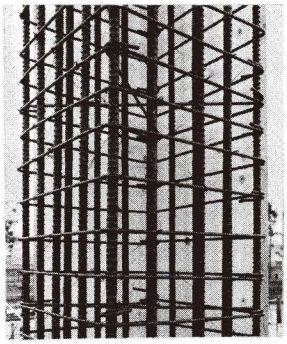
(5)　配筋の実態と問題点。　上記のように，補強筋間隔については，計算規準並びに建築基準法の規定が守られていると見てよいが，規準推奨形式の普及率は極めて低い。

この推奨形式が採用されている場合には，閉鎖形式の使用を設計図書に明記し，施工管理を特に厳しく行なっている現場に限られている。この場合，柱主筋と帯筋とを組立てるのに，下記に示す方法が採用されている。

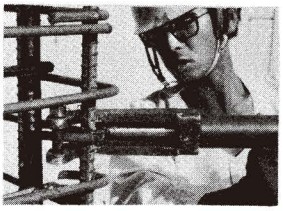
a．主筋組立て後に，あらかじめ閉鎖形に加工された帯筋を主筋上部より落し込む方法。

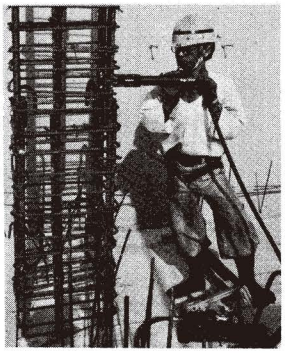
b．従来からの慣習の工法によって□形または⊏形の帯筋を主筋に組込んだ後に，閉鎖形帯筋に再加工する方法。

前者では，足場の設置が新たに必要となる他，特に異形鉄筋を多量に使用する場合には，鉄

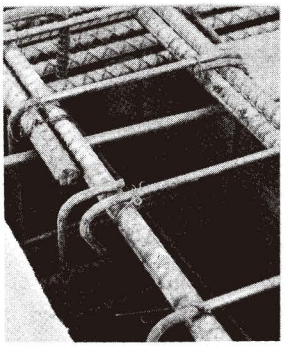


図—4　帯筋の配置状況





図—5　フックの折曲げ状況



図—6　あばら筋と主筋継手

筋のフシまたは帯筋のフック余長が邪魔になり，落し込む帯筋を所定位置に配筋するのに手間がかゝりすぎる。一方，後者の方法では，特に主筋量が多い場合には帯筋の余長部が主筋につかえて折曲げ加工ができないこと，また，主筋の継手部分とか筋径 13mm 以上の太径の帯筋を使用した場合には，通常のハッカーでは折曲げ加工が困難であると言う。太径の帯筋末端を折曲げるには例えば図－5に示すように，隅主筋を折曲げ軸に利用した油圧ハッカーを用いるのも一つの方法であるが，このハッカーの重量が作業能率を左右する点は注意を要する。

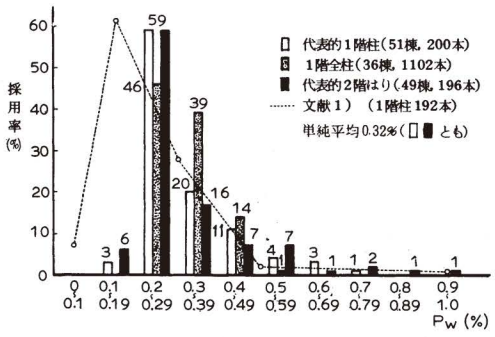
図－6は，はり主筋の継手部における補強筋の配置状況の一例を示すものである。このような状況は柱の場合にも見られるが，補強筋の効果を十分発揮させるためには，少くとも四隅の主筋継手はガス圧接によって正しい位置に配置される必要がある。

上記のように，閉鎖形帯筋を使用する場合には，従来からの慣習の工法に比較して，作業能率の低下・工期延長・工費増となる点で多少の問題はあるが，実施例の如く施工技術的には可能である。

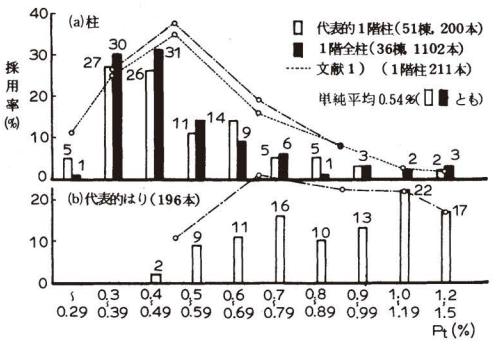
正しい配筋が確実に行なわれるためには，伊藤元氏[3]が指摘しているように，設計施工両面にわたる慣習法が改善される必要がある。今回改訂された JASS 5[4] では，鉄筋の加工・組立について従来よりも厳しい制限が設けられているが，より健全な RC 構造物の生産を図る上で，この種の規定が設計・施工・管理の面で十分守られることが必要であろう。

D　構造諸因子

(1)　補強量 Pw。　図－7に示すように，各資料毎に Pw の採用率は幾分異なっているが，はり・柱ともに採用されている Pw 量は比較的小さく，全体の約 75%は 0.2～0.4%の範囲にあ



図—7　補強筋比の分布状況



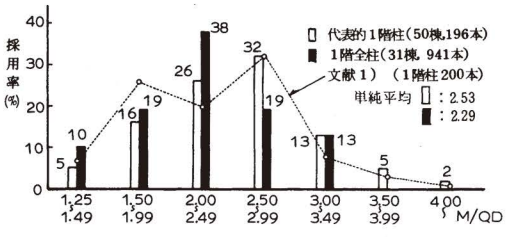
図—8　引張鉄筋比の分布状況

る。なお，本調査結果（現行規準による設計建物）は既往の分析結果[1]（図中の破線：資料のうち約80%は旧規準による）よりも図の右側にずれた分布となり，計算規準の違いによる Pw 採用率の差が明瞭に現われた事を示唆している。

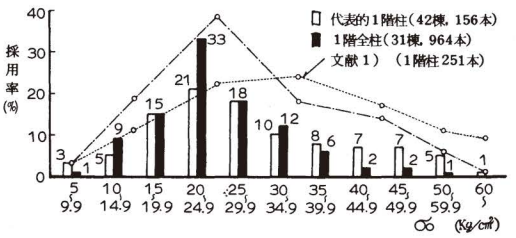
(2)　引張鉄筋比 P_t。　柱については図－8(a)に示すように，P_t ($= a_t/BD$) が0.3～0.49%のものが全体の過半数を，0.5～0.89%の範囲のものが全体の約30%を占めている。既往の資料によれば，図中の破線のように $P_t \fallingdotseq 0.5\%$ で最大となっているが，本資料をこれと同一 P_t 区分に採ると一点鎖線のようになり，両者がほゞ一致した分布となる。しかし，はりの材端上端の P_t ($= a_t/bd$) については，(b)図のように柱の場合よりも P_t の高い範囲に広く分布する結果となった。

(3)　柱のシヤスパン比 $ho/2D$。　腰壁・たれ壁を考慮するが，袖壁及び耐震壁の存在を無視した場合の $ho/2D$ (ho：柱内のり高さ)は，図－9のように1.5～2.99の範囲のものが全体の約75%を占め，既往の分析結果とほゞ類似している。

(4)　軸圧縮応力度 σ_o ($=N/BD$)。　各柱のX・Y両方向の σ_o（最大最小値を含む）の分布は図－10のようになった。図中の一点鎖線は，本資料を既往の資料（破線）と同一 σ_o 区分に採ったものであるが，図示のように，調査建物は4階以下の低層建物が主体であるために，1階における σ_o は比較的小さい範囲に分布し平均 $25 kg/cm^2$ 程度となった。



図—9　柱のシヤスパン比の分布状況



図—10　軸圧縮応力度の分布状況

III　実験1　　フック形状の違いによる比較実験[16)]

1　実験目的

前述の調査結果のように，閉鎖形帯筋の採用率が低いことから，慣用の90°フック付き帯筋柱と135°フック付き帯筋柱との耐力・変形性能に及ぼす差異を模型実験により比較検討し，補強法改善に関する資料を得ることを目的とする。

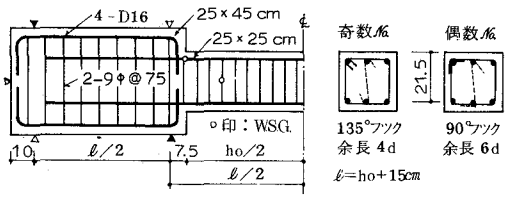
2　実験計画

A　試験体。　9種18体の概要を表－2及び図－11に示した。供試体諸元の選定に際しては，前述の調査結果を考慮して通常の1階内柱を対象に $ho/2D(=M/Q\cdot D)$ を2，2.5，3の3種，軸圧縮応力度 σ_o を20，35，50kg/cm^2の3種とし，帯筋量 Pw をおおむね0.2～0.6%の範囲とした。柱断面(25 cm角)及び引張鉄筋比 $P_t(=a_t/BD$ は0.34，0.61，0.96%）については，現在，日本建築センターの短柱委員会で実施中の総合プロジェクト[5)]に合わせた。なお，Pw 量の決定には既往の研究成果[6)]を参考に，曲げ降伏をせん断破壊に先行させるよう，曲げ耐力略算値 cQ_{Bu} に対するせん断耐力下限値 $Qumin$ の比が0.9となるような幾分少な目の値を採用した。

表－2　試験体の種別

M/QD	Pt（%）（本数－径）	軸圧縮応力度 $\sigma_o=N/BD(kg/cm^2)$ 20 No. 帯筋(Pw%)	35 No. 帯筋(Pw%)	50 No. 帯筋(Pw%)
2	0.61（3－D13）		1, 2　3－6φ@54 (0.50)	
	0.34（3－D10）		3, 4　2－6φ@100 (0.18)	
2.5	0.61（3－D13）	5, 6　2－6φ@100 (0.18)	7, 8　2－6φ@57 (0.32)	9, 10　3－6φ@54 (0.50)
	0.96（3－D16）	11, 12　2－6φ@50 (0.36) 13, 14　3－6φ@75 (0.36)	15, 16　3－6φ@45 (0.61)	
3	0.61（3－D13）		17, 18　2－6φ@84 (0.22)	

注）No. 13，14（3本1組の帯筋）は，No. 11，12（2本1組の帯筋）と同一Pw量で，帯筋形状の比較用に製作したもの。



図－11　試験体概要

B　材料及び製作。　使用材料の試験成績を表－3に示した。

コンクリートは重量調合比C：S：G＝1：3.21：3.67，W/C=65%（実際60%，AE剤使用，スランプ18cm）とした。柱試験体の製作（容量0.12m^3のドラム形ミキサー使用）には，鋼製型枠を用いて水平打ち込みとした。コンクリート強度用試験体は10$cm\phi$×20cmのシリンダーで，柱1体当り6本（圧縮・引張各3本宛）製作した。

各試験体ともに，コンクリート打設後2日又は3日目に脱型し，約3週間ポリエチレンシートで密封養生を行なった後，試験時（材令5～6週間）まで実験室内に放置した。試験時の Fc

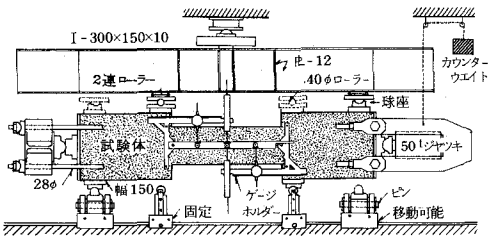
表－3　材料の性質

骨材	産地	比重	単容重 (kg/ℓ)	*f. m.*
砂　(5㎜以下)	富岸 (海砂)	2.59	1.82	3.55
砂利　(15㎜以下)	鵡川砂利	2.62	1.73	6.40
セメント	強度＼材令	3日	7日	28日
新日鉄・普通ポルト	曲げ (kg/cm²)	34.2	45.0	62.3
ラント	圧縮 (〃)	150	217	369
鉄筋	断面＊(cm²)	降伏点(kg/mm²)	強度(kg/mm²)	伸び率 (%)
6φ　(5♯鉄線)	0.227	28.9	46.1	31.4
9φ	0.628	37.5	52.1	30.5
D10	(0.71)	42.2	59.2	27.4
D13	(1.27)	40.2	56.9	27.8
D16	(1.99)	36.6	52.6	24.8

＊断面：(　) は公称，その他は3本の平均。

は，209～246 平均 231kg/cm^2 であった。

C　加力方法。　図－12 に示すように，径 28mm の鋼棒4本を反力材として，50 ton 電動式油圧ジャッキにより あらかじめ所定の軸方向力を加えた柱試験体を，200 ton アムスラー型試験機上に水平にセットし，大野式逆対称加力法により載荷した。

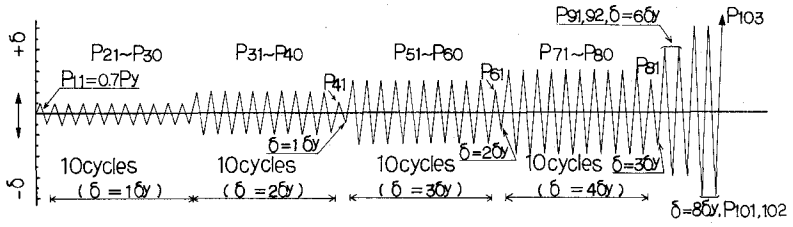


図—12　加力法と計測装置

正負の繰返し加力は，各支点の2連ローラを着脱することにより行なった。

繰返し方法＊については，前述の短柱委員会で実施中の方法にならい，図－13 に示すように曲げ降伏変形 δ_y の3～4倍の変形を中心に，正負 48 回の多数回の繰返しを標準とした。

D　計測方法。　変形の計測には，図－12 に示したように柱上下端にゲージホルダーを固定し，これの半分（柱内のり高さの 1/4 に相当する）の位置に精度 1/100 検長 50mm のダイヤル



図—13　繰返し方法

＊：次の考えに基づく。(1)激震に対して得られる応答塑性率は大きくとも3～4程度である。(2)最大応答加速度の80%程度以上の応答回数は10回程度である。(3)一定変形での繰返し加力下における部材の構造性能の変化は，10サイクル位の繰返しの範囲内で明らかになることが多い。なお，$P_{41,\ 61,\ 81}$ は，大変形後の変化における減衰性に，P_{91} 以後は過大な大変形下における崩壊の安全性に関する資料を得るためのものである。

ゲージを取付け，左右2個の和の2倍の値を柱上下端間の相対変位δと見做した。また，ゲージホルダーの先端（柱内のり高さhoの1/2位置）には抵抗線式変位変換器2個を取付け，これらの和をデジタル指示器で読み取ると同時にＸＹレコーダーに自記させ，定変位繰返し時のモニター用とした。なお，柱両端の主筋及び材端より約Ｄ/2離れた位置の帯筋（図－11中○印）には，検長2mmのストレインゲージを貼付し，ひずみ度の測定を行なって鉄筋降伏の判定用に供した。

3 実験結果

A 実験結果の一覧。 諸きれつ荷重，降伏荷重，最大荷重，塑性率及び破壊モード等の実験結果を，計算値との比較を含め一括して表－4に示した。また，荷重・変形曲線（正負繰返し回数中1，2，10回目以外を省略），きれつの進展並びに破壊状況，主筋及び帯筋のひずみ度等の代表例を夫々図－14，15，16に示した。

B 諸きれつの定義。 表－4に記した諸きれつは，下記の定義に基づくものである。

(1) 曲げ初きれつ。載荷初期に柱上下端の付根部分（隅角部）に発生する曲げきれつ。

(2) 曲げせん断きれつ。材端より柱幅Ｄの約1/2の位置に生ずる曲げきれつが斜めに進展し，材軸と交わる角度が60°以下になった時の斜めきれつ（荷重：曲り始めの値を採る）。

(3) せん断きれつ。部材端の約Ｄ/2付近から単独に発生する斜めきれつ，または，上記の曲げせん断きれつ発生後，曲り始めの位置付近で，きれつの伸展方向とは逆向きに斜めきれつとして分岐を始めた時のせん断きれつ。なお，このせん断きれつ近傍で，主筋沿い（引張）に生ずる斜め小きれつを付着割裂と呼ぶ。

C 破壊状況。 全試験体とも先ず柱付根部に曲げ初きれつを発生し，次いで曲げせん断とせん断きれつが材端よりＤ～1.5Ｄの範囲内に生じ主筋降伏に至る。その後の繰返しにより上記の諸きれつは徐々に伸展し，その幅を拡大すると同時に材端の圧縮域が圧潰し始め，最終時にはNo. 3と4の2体が曲げ圧縮破壊，他の16体にはせん断圧縮型の破壊を生じた。せん断破壊となったもののうち，No. 11の試験体にあっては，$4\delta_y$の繰返し中に材端におけるせん断きれつ幅が拡大すると同時に，付着割裂が主筋沿い全長にわたり貫通して破壊に至った。このNo. 11以外の試験体（15体）には，材端よりほゞＤ/2の位置における帯筋が降伏ひずみに達するとあい前後して，コンクリートの圧潰と主筋の座屈とを伴ない保持力を失った。なお，終局時にはフック形状の差異にかゝわらず，両形式のフックとも片方のフックが加力方向に伸びて主筋より外れる状態となった。しかし，破壊モードについては，135°フック形式のNo. 11と90°フック形式のNo. 12とが幾分異なる以外は，帯筋形状による破壊状況の明確な差異は認められなかった。

表—4　実験結果の一覧

No.	M/QD	P_t (%)	σ_o (kg/cm²)	Pw (%)	Fc (kg/cm²)	曲げき裂 実験 Q_{BC} (t)	曲げき裂 実/計	曲げせん断 実験 Q_{BSC} (t)	曲げせん断 実/計	せん断き裂 実験 Q_{SC} (t)	せん断き裂 実/計	降伏荷重 実験 Q_Y (t)	降伏荷重 実/e法	降伏時剛性 実験 K_y (t/cm)	降伏時剛性 実/計	最大荷重 実験 $Qmax$ (t)	最大荷重 実/e法	最大荷重 実/略	最大荷重 実/$Qumin$	最大荷重 実/Q_{SU}	変位と塑性率 δ_y (cm)	変位と塑性率 δ_{ou} (cm)	変位と塑性率 μ	等級	破壊モード
1	2	0.61	35	0.50	245	3.50	0.98	6.85	1.01	7.50	0.96	10.00	1.04	18.69	1.09	10.85	1.06	1.00	1.08	0.92	0.54	3.23	> 6.0	A	F・LSC・Bu
2					234	3.75	1.06	7.00	1.05	7.75	1.00	10.19	1.07	18.56	1.09	11.05	1.09	1.02	1.11	0.95	0.55	4.39	8.0	A	F・LSC・Bu
3	2.5	0.34	35	0.18	231	2.89	1.05	5.25	0.96	6.68	0.98	6.34	1.07	11.34	1.40	6.70	1.06	1.01	—	—	0.56	4.50	8.0	A	F・C・Bu
4					242	2.90	1.05	5.50	0.99	6.39	0.91	6.20	1.04	11.36	1.39	6.54	1.03	0.98	—	—	0.55	4.43	8.1	A	F・C・Bu
5	2.5	0.61	20	0.18	236	2.35	1.07	4.70	0.97	6.00	0.96	6.67	1.03	10.44	1.12	7.25	1.08	1.01	1.03	0.92	0.64	2.57	4.0	B	F・LSC・Bu
6					232	2.10	0.96	4.70	0.98	5.85	1.04	6.65	1.03	10.34	1.11	7.10	1.06	0.99	1.01	0.90	0.64	1.93	> 3.0	C	F・SC・Bu
7	2.5	0.61	35	0.32	226	2.70	0.96	5.50	0.99	7.25	1.05	8.08	1.06	11.10	1.11	8.48	1.05	0.98	1.07	0.92	0.73	4.42	> 6.1	A	F・LSC・Bu
8					236	2.50	0.88	5.50	0.98	7.00	1.00	8.05	1.05	11.00	1.10	8.50	1.05	0.98	1.06	0.91	0.73	4.43	> 6.0	A	F・LSC・Bu
9	2.5	0.61	50	0.50	246	3.35	0.96	6.25	0.97	7.75	1.00	9.20	1.05	10.99	1.03	9.82	1.05	0.99	1.08	0.88	0.84	5.04	6.0	B	F・LSC・Bu
10					241	3.40	0.98	6.50	1.01	7.50	0.97	9.43	1.07	12.06	1.13	9.70	1.04	0.98	1.07	0.87	0.78	4.70	6.0	A	F・LSC・Bu
11	2.5	0.96	20	0.36	237	2.25	0.97	5.00	1.00	6.00	0.96	8.45	1.02	12.04	1.00	8.72	1.02	0.94	1.00	0.90	0.70	2.80	4.0	B	F・LSC(Bo)
12					237	2.20	0.95	5.00	1.00	6.00	0.96	8.30	0.99	11.61	0.96	8.72	1.02	0.94	1.00	0.89	0.72	2.14	3.0	C	F・SC・Bu
13	2.5	0.96	20	0.36	232	2.00	0.87	5.00	1.01	6.00	0.96	8.22	0.99	11.56	0.96	8.72	1.02	0.94	1.01	0.91	0.71	2.81	4.0	B	F・LSC・Bu
14					242	2.00	0.86	5.00	0.99	6.25	0.99	8.30	1.02	11.79	0.98	8.75	1.02	0.94	1.00	0.90	0.70	2.80	4.0	B	F・LSC・Bu
15	2.5	0.96	35	0.61	210	2.55	0.89	5.50	0.99	6.75	0.99	9.45	1.01	12.62	0.99	9.95	1.00	0.93	1.04	0.90	0.75	3.00	> 4.0	B	F・LSC・Bu
16					209	2.80	0.97	5.50	0.99	7.00	1.03	9.57	1.02	12.88	1.01	9.93	1.00	0.93	1.04	0.89	0.74	3.00	> 4.0	B	F・LSC・Bu
17	3	0.61	35	0.22	210	1.95	0.85	4.70	0.99	6.00	0.97	6.60	1.05	7.10	1.11	7.07	1.06	0.99	1.10	0.94	0.93	3.72	4.0	B	F・LSC・Bu
18					222	2.25	0.97	4.70	0.97	6.00	0.95	6.68	1.05	7.06	1.11	6.99	1.04	0.97	1.07	0.91	0.95	3.72	3.9	B	F・LSC・Bu
平均					231		0.96		0.99		0.98		1.04				1.04	0.97	1.05	0.91					

注）

曲げきれつ荷重：$Q_{BC} = M_{BC}/0.5ho$, $M_{BC} = 1.8\,Fc \cdot Ze + ND/6$，$ho$：柱のり高さ

曲げせん断きれつ荷重：$Q_{BSC} = 0.265bd\sqrt{Fc} + M_{BC}/(M/Q - d/2)$

せん断きれつ荷重：$Qsc = \{0.085kc\,(Fc+500)/(M/Qd+1.7) + 0.1\sigma_o\}\,bj$

降伏荷重実験値（Qy）は，引張主筋降伏時の荷重。計算値は e 関数法による値。

降伏時剛性：$Ky = \alpha_y Ke$，$\alpha_y = (0.043+1.64np_t+0.043a/D+0.33\sigma_o/Fc)\cdot(d/D)^2$，$Ke$：弾性剛性計算値

最大荷重実験値：$Qmax$。計算値は e 関数法による値。略算値は $M_{BU} = 0.8a_t\sigma_y D + 0.5\sigma_o bD^2\,(1-\sigma_o/Fc)$

せん断耐力（下限値）：$Qumin = \{0.092ku \cdot kp\,(180+Fc)/(M/Qd+0.12) + 2.7\sqrt{Pw \cdot {}_s\sigma_y}\}\,bj$。

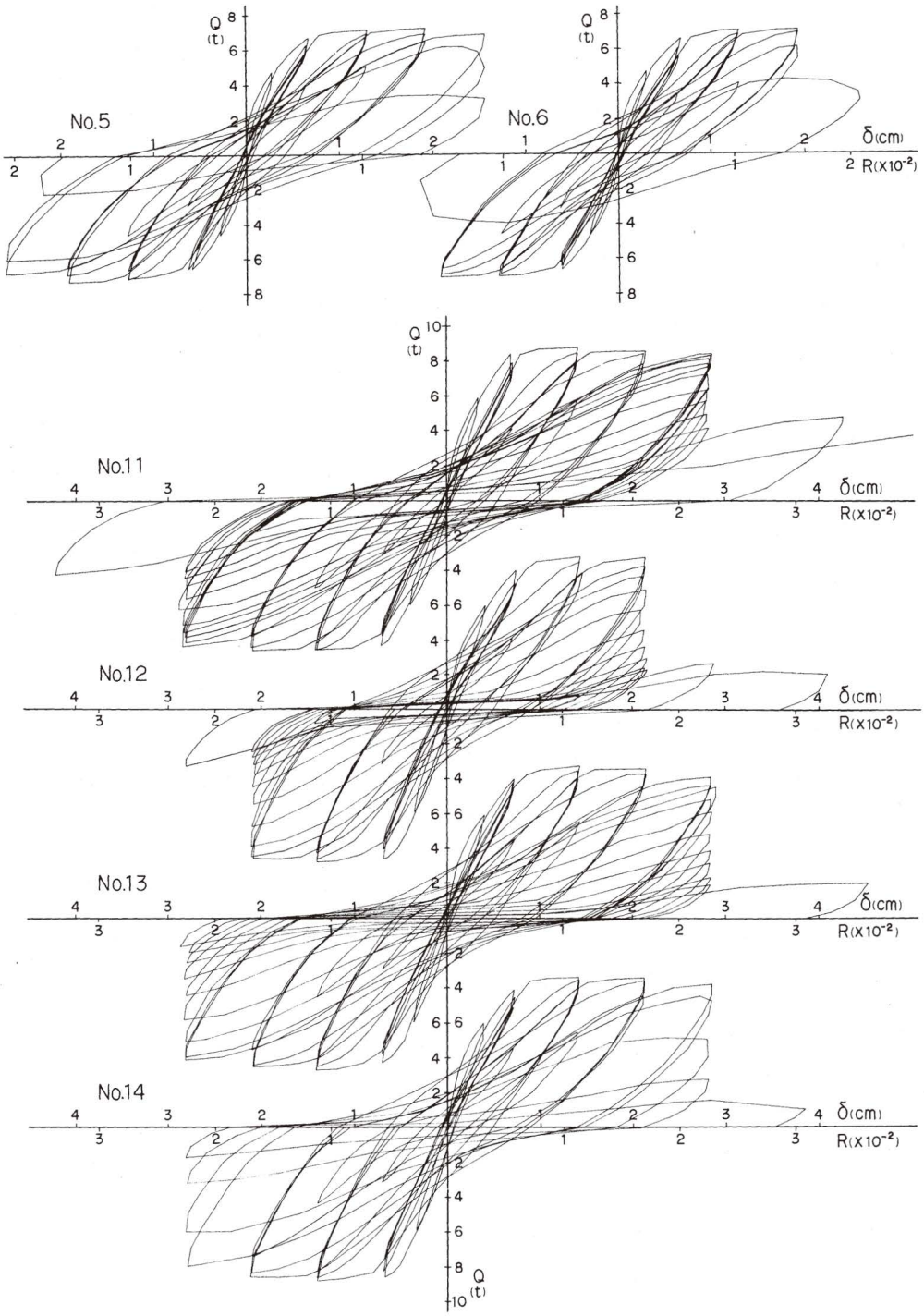
せん断耐力（柱）[7]：$Q_{SU} = (0.9+\sigma_o/250) \cdot \{0.23ku \cdot kp\,(180+Fc)/(ho/d+0.23) + 2.7\sqrt{p_w \cdot {}_s\sigma_y}\}\,bj$。

δ_y：降伏時の変位。δ_{ou}：限界変位で，一定変位での第1荷重が cQ_{BU} の80%以下，又は，繰返し第10回目の荷重が $Qmax$ の50%以下に低下するときの変位。

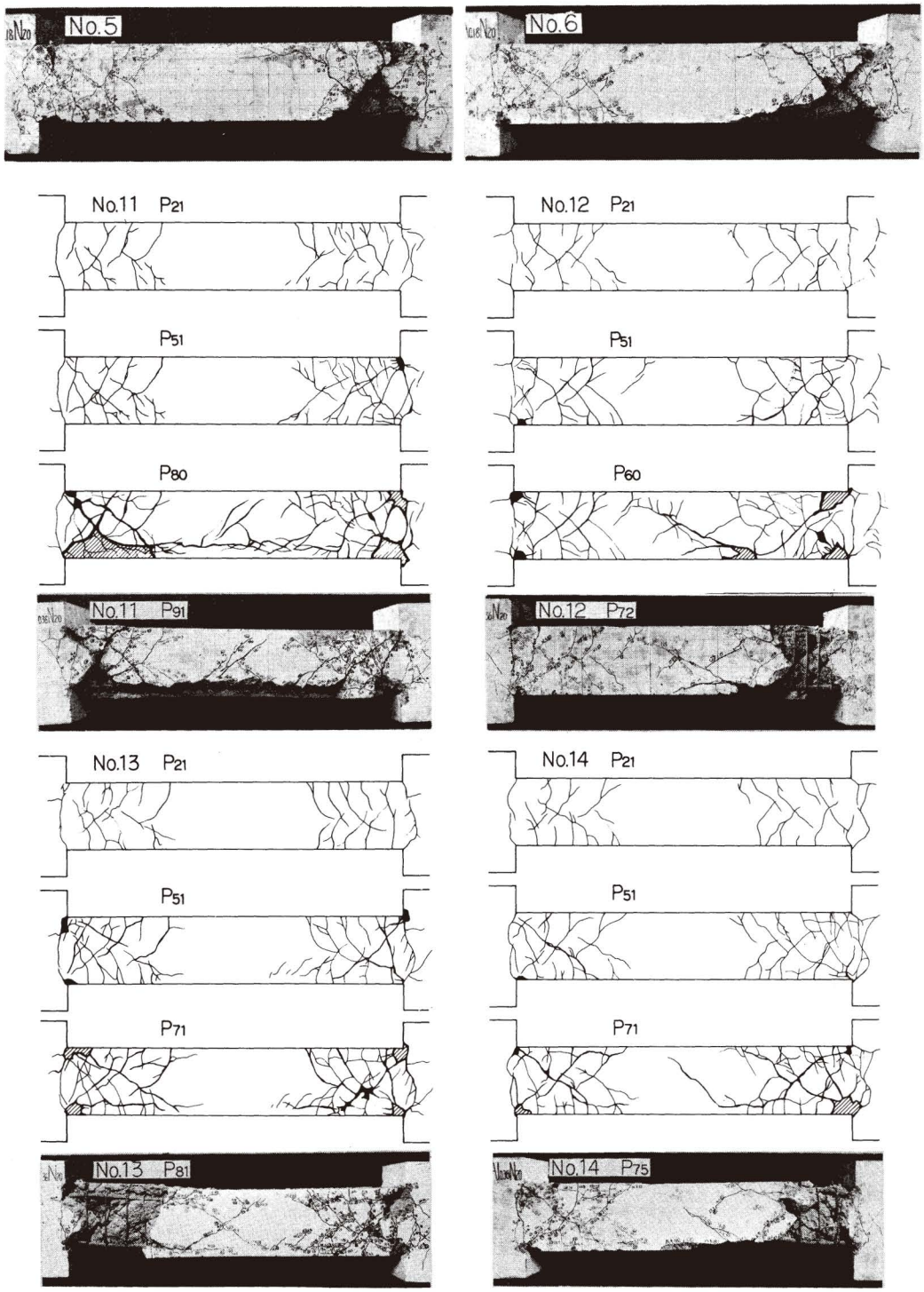
塑性率：$\mu = \delta_{ou}/\delta_y$。じん性等級　A：$P_{21} \sim P_{91} \geqq 0.8\,cQ_{BU}$　B：$P_{21} \sim P_{71} \geqq 0.75\,cQ_{BU}$

C：$P_{21} \sim P_{51} \geqq 0.75cQ_{BU}$　たゞし，$cQ_{BU} = M_{BU}/0.5ho$。

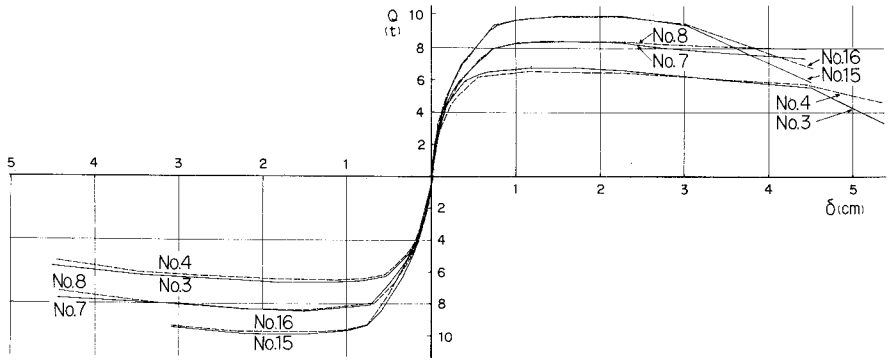
破壊モード記号は，強度・じん性・鋼材変化の3種を表わす。F：曲げ降伏，C：曲げ圧縮破壊，SC：せん断圧縮破壊，L：$P_{71} \geqq 0.75cQ_{BU}$ のような大変形時にSCとなるもの。Bu：主筋座屈。Bo：付着割裂破壊。



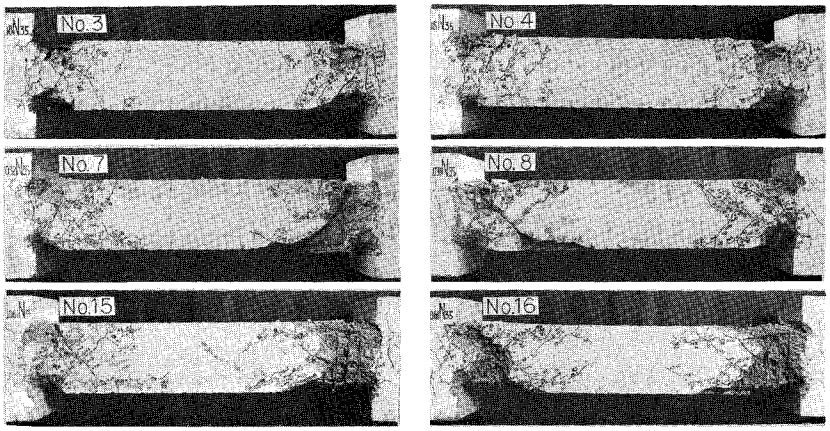
図—14(1)　荷重・変形曲線


No.5
No.6
No.11 P21
P51
P80
No.11 P91
No.12 P21
P51
P60
No.12 P72
No.13 P21
P51
P71
No.13 P81
No.14 P21
P51
P71
No.14 P75

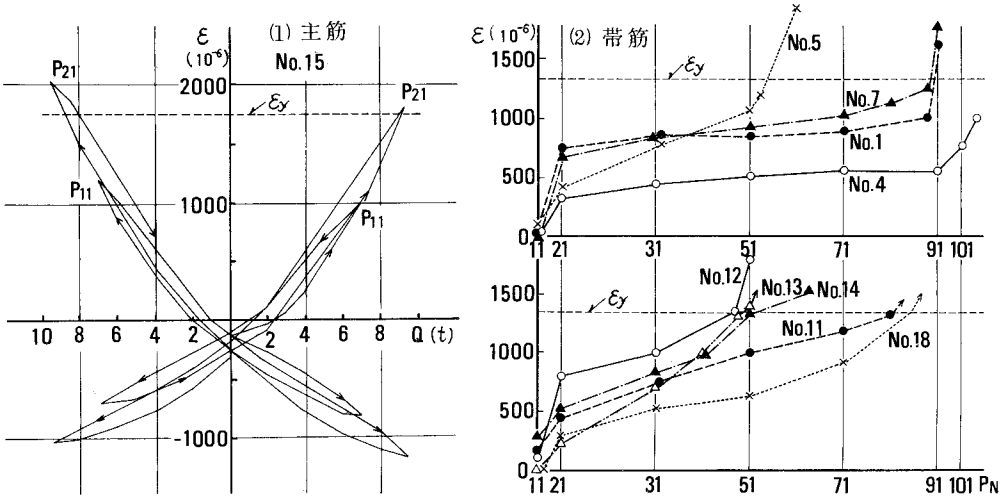
図—15(1)　破壊状況



図—14(2)　荷重・変形曲線（包絡線）



図—15(2)　破壊状況



図—16　鉄筋のひずみ度

4　実験結果の検討

A　実験値と計算値の比較。　諸荷重の実験値には，表－4に示したようにフック形状の違いによる差は認められず，各2種の試験体毎に類似した値となった。これら実験値の計算値に対する比率は，下記の各項に示すように比較的良い一致を示した。

(1)　諸きれつ発生荷重。　曲げきれつ荷重：0.85～1.06 平均 0.96。曲げせん断きれつ荷重：0.96～1.05 平均 0.99。せん断きれつ荷重：0.94～1.05 平均 0.98。

(2)　降伏荷重。　実験値とe関数法計算値との比率は，0.99～1.07 で平均 1.04 となった。また，実験値の略算値に対する比率は 0.95～1.01 で平均 0.98 となり，e関数法計算値に対する比率よりも6％程度低い値となった。

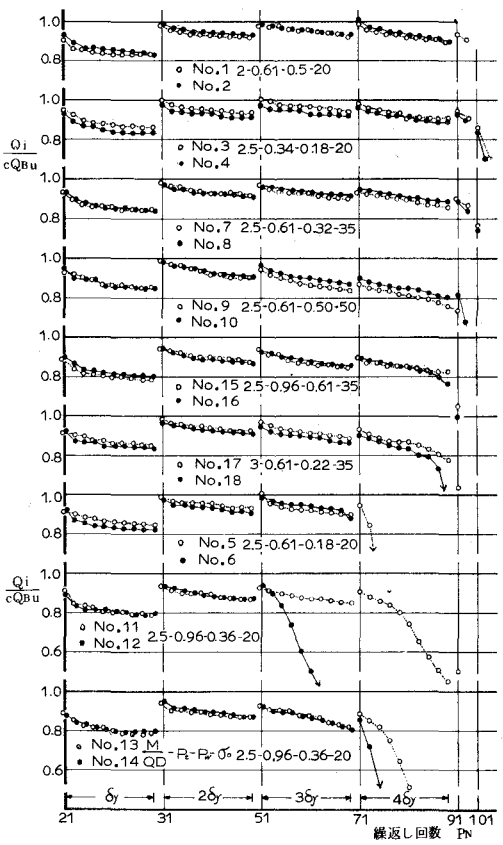
(3)　曲げ耐力。　e関数法計算値に対しては 1.00～1.09 で平均 1.04，学会略算値に対しては 0.93～1.02 平均 0.97 となって前者より約7％低い値となった。

(4)　せん断耐力。　既往のせん断強度に関する実験式は，曲げ破壊前にせん断で破壊する場合を対象に誘導されたものであるから，この式の計算値と本実験最大値 $Qmax$ とを直接対比することは妥当ではない。しかし，曲げ降伏後の急激な破壊を防止し，十分なじん性の確保に必要な補強量の推算には，両者の比率が参考になるのでその結果を記す。

はりの下限値を与える $Qumin$ 式計算値に対する実験値の比率は 1.00～1.11 で平均 1.05，軸圧を考慮した大野博士等[7]の計算値に対しては，0.87～0.95 で平均 0.91 となった。

(5)　降伏時剛性。　実験値と剛性低下率 α_y を考慮した計算値との比率についても，フック形状の違いによる差は認められず，0.96～1.40 の範囲で平均 1.09 となり，実験値が計算値を幾分上回る結果となった。各々の比率を主筋比の同一のもの同士について比較すると，P_t=0.34％の場合には平均で 1.40，P_t=0.61％の場合には 1.10，P_t=0.96％では 0.98 となって，P_t の少ないものほど実験値が計算値を大きく上回った。

B　繰返しによる耐力低下と変形能。　図－17 には，塑性域における繰返しによる耐力低下の度合いを知るために，縦軸には曲げ耐力略算



図—17　繰返しによる耐力低下

値に対する保持力の比を，横軸には繰返し回数を採って各試験体毎に図示した。

図示のように，No. 1と2，3と4，7と8の6体は8δ_yの繰返し中に，No. 9と10，15と16及び17の5体は6δ_yの繰返し中に，主筋の座屈により耐力の低下を生じたが，フック形状の違いによる差は殆んど認められない。しかし，No. 5と6，13と14，11と18の6体は4δ_yで，No. 12のみは3δ_yの繰返し中に夫々急激な耐力低下となり，135°フック形状（図中○印）のものより90°フック形式（図中●印）の方が，幾分早めに耐力低下を生ずる傾向を示した。

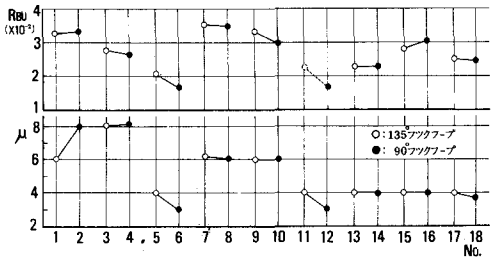
C　主筋の座屈　図－18は，名試験体の座屈発生時の部材角 R_{BU} と限界変形時の塑性率 μ とを示したものである。90°フックの方が135°フックのものより両数値とも小さく表われているのは，No. 6と12の試験体のみで，他の試験体には明確な差は認められない。

座屈を生じた主筋96本について，座屈長さを l_k，帯筋間隔を S，主筋径を ϕ とした時の細長比 λ ($=l_k/i=4\,l_k/\phi$) と l_k/S の関係を図－19に示した。

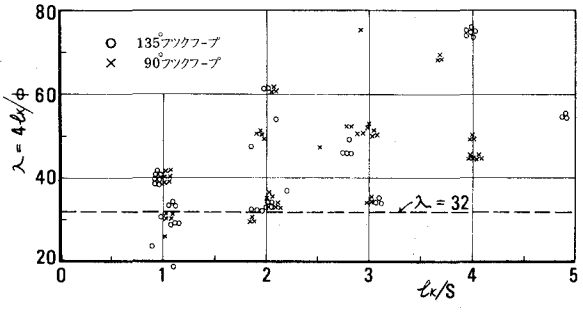
既往の研究[8]によれば，$S\geqq 10$cm の場合には $l_k \fallingdotseq S$ となるが，$S<10$cm の場合には l_k/S は1以上の値となる事が指摘されている。図示のように本実験値についても，フック形状の違いにかゝわりなく，この関係はほゞ成立すると見て良い。

一方，主筋の早期座屈を防止するには，$\lambda \leqq 32$ ($l_k=S$ のとき $S\leqq 8\phi$) とする事が有効であると指摘[8]されているが，図中の破線で示したように，約14%の実験資料がこの限界値を下回る結果となった。しかし，これらの資料についてもフック形状の違いによる λ の差は認められない。

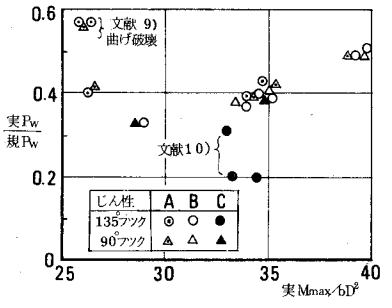
本実験による細長比の最小値は $l_k/S=1$ の時 $\lambda=18$ で $S=4.5\phi$ と計算されることになり，また $l_k/S=2$ の場合には $\lambda \fallingdotseq 30$ で $S \fallingdotseq 3.8\phi$ となって，いずれの場合にも主筋の座屈防止には，



図—18　座屈発生時の部材角と塑性率



図—19　細長比 λ と l_k/S



図—20　規準 P_w 量と実験 P_w 量の比較

帯筋をかなり密間隔に配置する必要のあることがわかる。

D　規準式の補強量と実験値との比較　図－20は，曲げ耐力時のせん断力に対して学会規準式で求まる帯筋量（規 Pw，ただし $f_t=2400kg/cm^2$）と実験補強量（実 Pw）との比を，曲げモーメント係数（実 $Mmax/bD^2$）別に示したもので，図中には既往の資料[9)10)]を参考値として併記した。図示のように，実験 Pw 量は規 Pw に対して0.33～0.5倍の比較的少ない範囲にあるが，このうちフック形状の違いによってじん性上若干の差が認められた実験値は，縦軸の値が0.4以下にプロットされている。この事は，帯筋量が規 Pw の約40%以下のように比較的少なく，繰返しによってコンクリートの圧潰を伴うような場合には，90°フック付きフープでは十分の定着強度が確保されないために，コアコンクリートの拘束や主筋の座屈防止に対する効果が期待でき難い事を示唆したものである。

Ⅳ　実験2　フック形式の帯筋柱と閉鎖形帯筋柱の比較実験

1　実験目的　RC柱のじん性を確保する上で，主筋やコアコンクリートを拘束する連続したスパイラルフープは，フックフープよりも有効である事が指摘[11)~13)]されているが，帯筋の拘束効果は，帯筋の形状や配置法等によっても幾分異なるために，適切な補強量を定量的に定め得るまでには至っていない。前章のフックフープの実験において，特に帯筋量が比較的少ない場合には帯筋末端のフックの良否によって，じん性上若干の違いを生ずる可能性があったので，本章では前回と同様の試験体に対して，フック無しの角形スパイラルフープと溶接フープ等の閉鎖形を採用し，帯筋フックの有無による差異を比較検討する。

2　実験概要

A　試験体　帯筋を，柱全長にわたり等間隔に配置したもの（SWシリーズ，6体）と，ひび割れが顕著となる材端部では密間隔に，材中央部では粗間隔に配置したもの（Aシリーズ，4体）の2系列を計画した。

(1) SWシリーズ：前回の実験で，フック形状の違いによって若干の差が認められたNo. 5と6，11と12，17と18の3種の試験体を比較の対象に選ぶが，帯筋に角形スパイラルフープと溶接フープとを採用した以外は，断面形状や補強量等の諸元は前回の試験体と同一である（表－5参照）。

(2) Aシリーズ：材端部の帯筋量が適切で，付着割裂によるひび割れの進展が顕著とならない限り，材中央部の帯筋量低減は可能であり，その方法*が試みられている[14)]。本シリーズではこ

*(1)材端（1.5 Dの範囲）及び材中央（材端1.5 D以外）のせん断強度は，夫々次式で表わされる。

端 $Qsu=\{0.076kukp\,(Fc+180)/(M/QD)+2.7\sqrt{Pw\cdot{}_s\sigma_{wy}}\}\,bj$，中 $Qsu=\{0.073kc\,(Fc+500)/(M/QD+1.5)+2.7\sqrt{\alpha\cdot Pw\cdot{}_s\sigma_{wy}}\}\,bj$

(2)材端の補強量 Pw は，端 $Qsu=cQ_{BU}$ より求める。(3)中 $Qsu\geqq$ 端 Qsu が成立し，中央部では $\alpha\cdot Pw$（$\alpha<1$ で帯筋の低減係数）が用いられる。

の方法を準用して，表－5 並びに図－21に示すように，柱両端 1.5 D 部分の帯筋形状を 90° と 135° のフック形，角スパイラル形及び溶接形の4種に変化させ，これらの差異を比較検討する。柱断面は 25*cm* 角，柱内法高 125*cm* ($M/QD=2.5$)，引張鉄筋比 $P_t=0.61\%$，軸方向圧縮応力度 $\sigma_0=25kg/cm^2$，材端の帯筋 6ϕ－@62.5 ($Pw=0.32\%$)，材中央帯筋は 90° フック形 6ϕ－@125 ($Pw=0.16\%$)で，全て同一である。

表－6には使用材料の性質を示した。なお試験時における Fc は，SW シリーズでは 203～222 平均 213*kg/cm²*，A シリーズでは，198～216 平均 207*kg/cm²* であった。

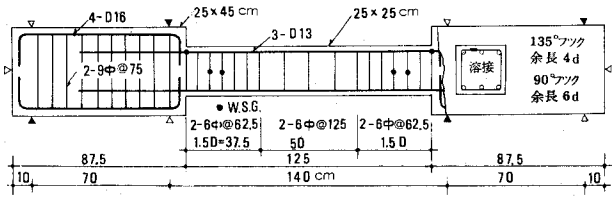
B　実験方法　　加力法，計測法及び繰返し方法等は，上記実験1と同様とした。

3　実験結果とその検討

A　実験結果の一覧　　諸荷重の実験値と計算値の比較，塑性率及び破壊モード等を一括して表－7に示す。表中の記入事項等については前回の実験と同様である。又，図－22に破壊状況を，図－23には荷重・変形曲線を示した。

表－5　試験体の種類

シリーズ	No.	M/QD	σ_0 (kg/cm²)	P_t (%) (本数一径)	帯筋 形状	帯筋 サイズ－間隔 (mm)	Pw(%)	P_w 規 Pw
SW	S 5	2.5	20	0.61 (3－D 13)	角スパイラル	2－6ϕ－@110	0.18	0.30
	W 5				溶接			
	S 11	2.5	20	0.96 (3－D 16)	角スパイラル	2－6ϕ－@ 55	0.36	0.38
	W11				溶接			
	S 17	3.0	35	0.61 (3－D 13)	角スパイラル	2－6ϕ－@ 90	0.22	0.38
	W17				溶接			
A	A 1	2.5	25	0.61 (3－D 13)	90° フック	材端 2－6ϕ－@62.5 中央はすべて90° フックとし，2-6ϕ-@125	0.32	0.47
	A 2				153° フック			
	A 3				角スパイラル			
	A 4				溶接	Pw=0.16%		



図—21　A シリーズの試験体

表6表　材料の性質

骨材	産地	比重	単容重(kg/ℓ)	f.m.
砂 (5mm以下)	富岸 (海砂)	2.63	1.84	3.02
砂利 (15mm以下)	鶴川 砂利	2.64	1.74	6.35

セメント	材令	3 日	7 日	28 日
新日鉄・普通ポルトランド	強度 曲げ(kg/cm²)	33.1	46.2	70.3
	圧縮(kg/cm²)	130	216	402

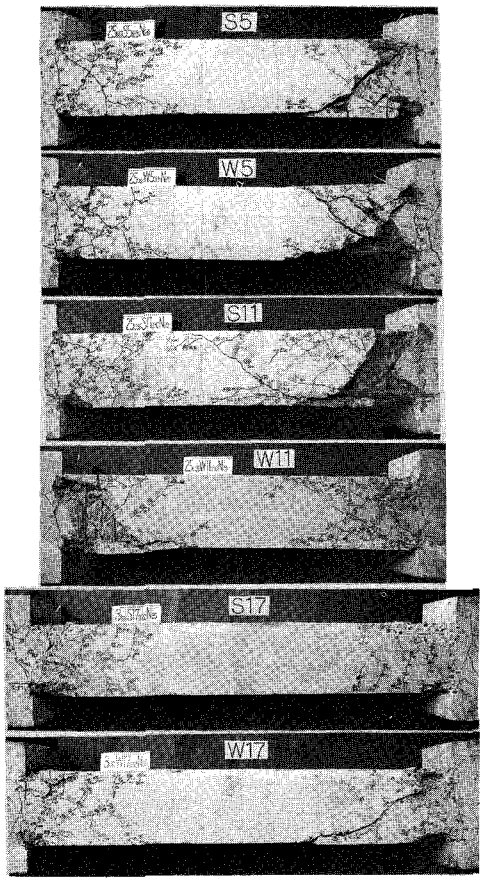
コンクリート調合　C：S：G＝1：3.42：3.89，W/C＝65%，sl＝18cm

鉄筋	断面*(cm²)	降伏点(kg/mm²)	強度(kg/mm²)	伸び率(%)
6ϕ (5# 鉄線)	0.249	28.2	40.0	29.6
9ϕ	0.631	36.9	50.5	30.8
D13	(1.27)	40.2	56.9	28.2
D16	(1.99)	36.6	52.6	24.8

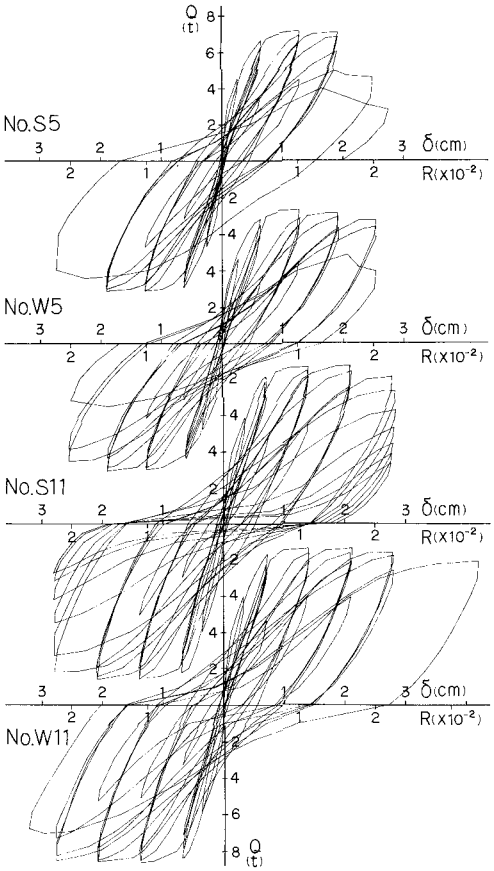
*：(　) は公称断面積

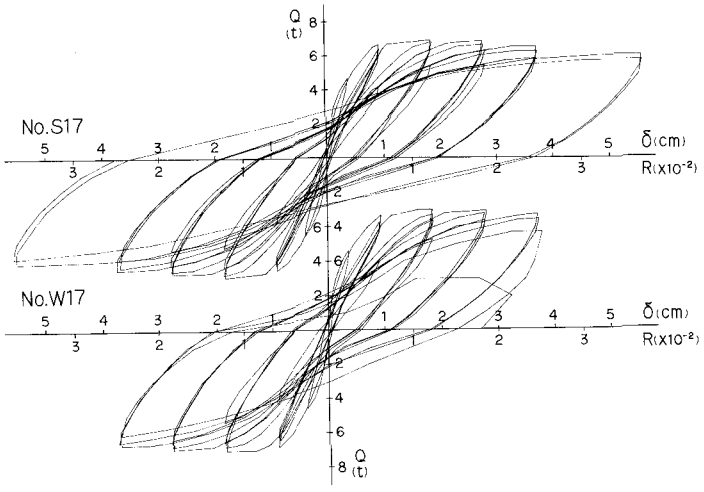
B　破壊状況

(1) SW シリーズ：主筋が曲げ降伏に達するまでの諸きれつの発生と伸展の状況については，前回のフックフープの場合と同様である。破壊状況については図－22(1)に示したように，角形スパイラルフープ使用の試験体S 17 のみは，材端約D/2 位置における帯筋が降伏に達する以前に曲げ圧潰して主筋は座屈した。他の試験体にあってはS 5 が4δ_y の初回に，W 5，S 11，

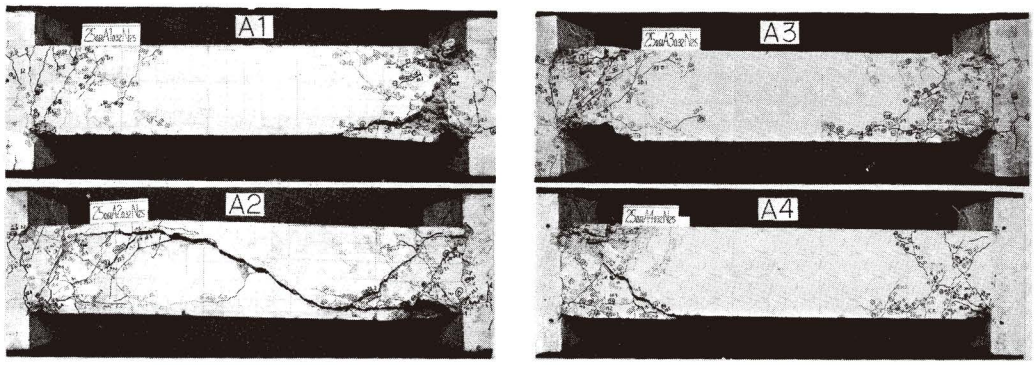


図—22(1)　破壊状況（SW シリーズ）

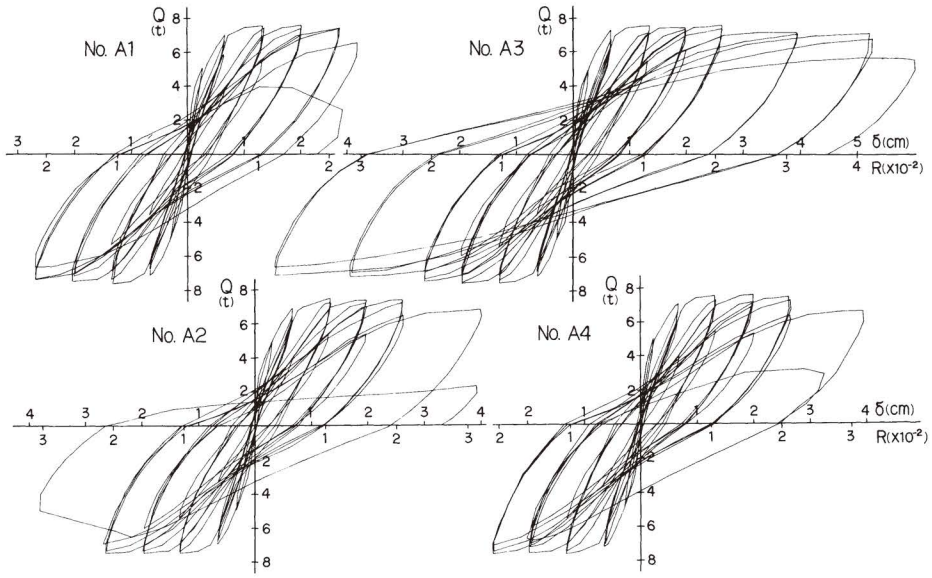




図—23(1)　荷重・変形曲線（SW シリーズ）



図—22(2)　破壊状況（Aシリーズ）



図—23(2)　荷重・変形曲線（Aシリーズ）

W 17 は 4 δ_y の繰返し中に，W 11 は 6 δ_y の初回に夫々の帯筋が降伏してせん断圧縮形の破壊となり，S 11 以外の試験体には主筋座屈を伴なった。

(2)　Aシリーズ：本シリーズの試験体についても，きれつの発生並びに伸展の状況はこれまで行なってきたものと変りはないが，破壊状況については図—22(2)に示したように若干異なる。即ち，90° フック形の試験体A 1 は 4δ_y の繰返し中に，コンクリートの圧潰部において帯筋降伏前にフックが伸び，斜きれつ幅の拡大と主筋座屈とを伴ない急激なせん断圧縮破壊を起した。一方，135° フック形のA 2 は 6δ_y 初回の負加力時に，材中央部に発生した斜張力きれつが急激にその幅を拡大して破壊に至った。これに対し，角スパイラルのA 3 は 6δ_y の繰返し時に主筋が座屈し始めたが，その後の繰返しに対しても良く耐え，曲げ圧縮破壊となった。また溶接

フープのA4はA3と同様に$6\delta_y$初回正側の繰返し時に座屈を開始したが，コンクリートの圧潰部に片寄りを示したために柱材に捩れを生じ，計測不能の状態となったので途中で除荷した。なお，本シリーズ4体のうち，A1以外の試験体はすべて$4\delta_y$の繰返し時に帯筋は降伏ひずみに達した。

C　実験値と計算値の比較。　諸きれつ発生荷重，降伏荷重及び曲げ耐力等の実験値に対する計算値の比率については，表－7に記したように両シリーズとも比較的良い一致を示した。また，降伏荷重，耐力等の略算値及び剛性に関しても，前回の実験1の場合と同様であり，帯筋のフックの有無並びに形状の違いによる差異は認められない。

D　繰返しによる耐力低下

(1)　SWシリーズ。　図－24には繰返しによる耐力低下（正負平均）の関係を示すが，図中には比較のため前回の実験値を破線で併記した。図示のように$3\delta_y$の繰返しまでは角スパイラルフープ・溶接フープともに耐力低下の度合は少ない。しかし，$4\delta_y$の繰返し中にはW11とS17の試験体以外は，せん断圧縮と主筋座屈とを伴なったために急激な耐力低下を生じ，前回の135°フックフープと大差ない傾向を示した。S17のみは$6\delta_y$においても著しい耐力低下とならずに優れたじん性を示したことは特筆すべき事であるが，同じ角スパイラル形でも，補強間隔が大きくてPw量の少ないS5及びP_tの大きいS11は，$4\delta_y$の初回より耐力低下が著しい点は注意を要する。

(2)　Aシリーズ　　図示のように90°フッ

表－7　試験成績一覧

No.	M/QD	P_t (%)	σ_0 (kg/cm²)	P_w (%)	Fc (kg/cm²)	曲げきれつ 実験 Q_{bc} (t)	曲げきれつ 実/計	曲げせん断 実験 Q_{bsc} (t)	曲げせん断 実/計	せん断 実験 Q_{sc} (t)	せん断 実/計	降伏荷重 実験 Qy (t)	降伏荷重 実/e法	降伏剛性 実験 Ky (t/cm)	降伏剛性 実/計	最大荷重 実験 $Qmax$ (t)	最大荷重 実/e法	最大荷重 実/略	最大荷重 実/$Qmin$	最大荷重 実/Q_{su}	変位と靭性率 δ_y (cm)	δ_{ou} (cm)	μ	等級	破壊モード
S5	2.5	0.61	20	0.18	213	2.25	1.05	4.67	1.00	6.00	0.98	6.82	1.05	10.59	1.10	7.18	1.07	1.00	1.06	0.94	0.64	1.93	>3.0	C	F・SC・Bu
W5					216	2.45	1.14	4.67	0.99	6.00	0.98	6.65	1.02	10.41	1.09	7.18	1.07	1.00	1.06	0.94	0.64	2.57	4.0	B	F・LSC・Bu
S11	2.5	0.96	20	0.36	203	2.10	0.95	5.00	1.06	6.00	0.99	8.20	0.99	11.53	0.95	8.65	1.01	0.93	1.05	0.95	0.71	2.80	4.0	B	F・LSC
W11					207	2.23	1.00	5.20	1.10	6.00	0.99	8.33	1.00	11.80	0.97	8.67	1.01	0.94	1.04	0.94	0.71	2.80	>4.0	B	F・LSC・Bu
S17	3.0	0.61	35	0.22	222	2.30	0.99	4.70	0.97	6.00	0.95	6.62	1.05	7.13	1.07	6.90	1.00	0.96	–	–	0.93	5.57	6.0	A	F・C・Bu
W17					215	2.25	0.98	4.80	1.00	6.25	1.00	6.72	1.07	7.33	1.10	7.00	1.04	0.98	1.08	0.92	0.92	3.72	4.0	B	F・LSC・Bu*
平均*					213		1.02		1.02		0.98		1.03		1.05		1.03	0.97	1.06	0.94					
							(0.96)		(0.99)		(0.96)		(1.03)		(1.07)		(1.05)	(0.97)	(1.04)	(0.91)					
A1	2.5	0.61	25	0.32	216	2.40	1.02	4.75	0.96	6.00	0.94	7.00	1.02	10.36	1.06	7.55	1.05	0.98	0.97	0.86	0.68	2.71	4.0	B	F・LSC・Bu
A2					208	2.40	1.03	4.85	0.99	6.35	0.99	6.97	1.04	10.51	1.09	7.52	1.05	0.98	0.98	0.87	0.66	2.64	>4.0	B	F・LDT
A3					198	2.40	1.03	4.90	1.01	6.10	0.97	7.27	1.06	11.08	1.14	7.62	1.06	0.99	–	–	0.66	5.29	>8.0	A	F・C・Bu
A4					204	2.40	1.02	5.00	1.02	6.45	1.02	7.08	1.02	10.55	1.08	7.57	1.05	0.98	0.98	0.87	0.67	2.65	>4.0	B	F・LSC（捩れ）
平均					207		1.03		1.00		0.98		1.04		1.09		1.05	0.98	0.98	0.87					

* （　）内は前回のNo.5と6，11と12，17と18の6試験体の平均値。その他の記入事項は表－4に同じ。

ク形のＡ１は，$4\delta_y$の繰返し中に急激な耐力低下を起したが(じん性等級Ｂ)，角スパイラル形のＡ３は$8\delta_y$においても顕著な耐力低下とならず，極めてじん性に富んだ性状(等級Ａ)を示した。これに対し，135°フック形のＡ２と溶接形のＡ４はほゞ同様の変形性能を示し，じん性等級はＢとなった。

Ｅ　帯筋形状の影響　以上のように，曲げ降伏に至るまでの諸きれつの発生や伸展状況並びに諸限界荷重の力学的性状には，フックの有無は殆んど影響を及ぼさないと見て良いが，耐力以後の大変形時には若干の差が現われるようである。表－８は，本報の実験１と２における各試験体の破壊モード，限界変形時の繰返し回数とじん性率及び座屈発生時の部材角等をフック形状別に示したものである。表示のように，破壊モードについては殆んどの場合，曲げ降伏後の強制変形時に主筋座屈を伴なうせん断圧縮形の破壊となっているが，角形フープを使用した４体のうち２体がじん性に富む曲げ圧潰を生じた事は，主筋やコアコンクリートを拘束するスパイラルフープが，柱の破壊形式を変える上で多少とも効果的である事を示唆したものと考えられる。

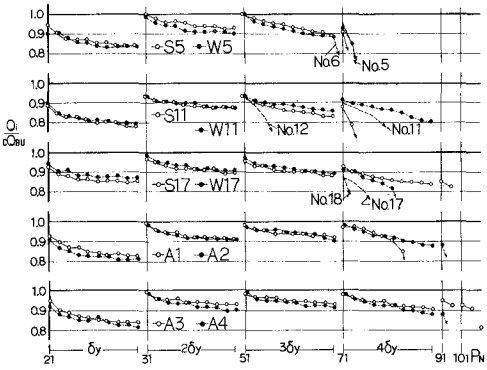
次に，本実験では大部分の試験体に主筋座屈を伴なっている事から，この時の部材角R_{Bu}の帯筋形状による違いを比較すると次のようになる。

90°フックの場合には平均で2.04×10^{-2}(≒2.0/100)，135°フックでは2.25×10^{-2}(≒2.3/100)，角スパイラルが2.81×10^{-2}(≒2.8/100)，溶接フープは2.77×10^{-2}(≒2.8/100)となって，フック形帯筋柱の方が閉鎖形帯筋柱よりも小さい部材角で早期に主筋座屈を起し易く，これがじん性の大小にも影響を与えている事が判る。主筋の早期座屈を防止するには，前述のように帯筋を密間隔に配置することが必要である。図－25は主筋座屈を生じた本実験値を縦軸には座屈長l_kの代りに帯筋間隔Sを用いて$4S/\phi$の値を採り，横軸には前回同様l_k/ϕを採って図

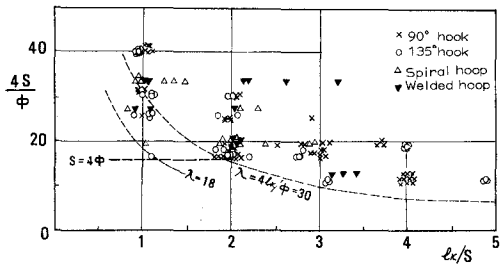
表－８　帯筋形状別破壊状況一覧

$\frac{M}{QD}$	P_t (%)	σ_o (kg/cm²)	90°フック No.	破壊モード R_{Bu} P_N ($\times10^{-2}$)	135°フック No.	破壊モード R_{Bu} P_N ($\times10^{-2}$)	角形スパイラル No.	破壊モード R_{Bu} P_N ($\times10^{-2}$)	溶接フープ No.	破壊モード R_{Bu} P_N ($\times10^{-2}$)
2.5	0.61	20	6	F.SC.B_u 1.65 60 (>3.0−C)	5	F.LSC.B_u 2.05 71 (4.0−B)	S 5	F.SC.B_u 1.53 51 (>3.0−C)	W 5	F.LSC.B_u 2.05 71 (4.0−B)
2.5	0.96	20	12	F.SC.B_u 1.65 54 (3.0−C)	11	F.LSC(B_o) − 80 (4.0−B)	S 11	F.LSC − 71 (4.0−B)	W11	F.LSC.B_u 3.38 71 (>4.0−B)
3	0.61	35	18	F.LSC.B_u 2.45 78 (3.9−B)	17	F.LSC.B_u 2.50 80 (4.0−B)	S 17	F.C.B_u 3.72 91 (6.0−A)	W17	F.LSC.B_u 2.50 71 (4.0−B)
2.5	0.61	25	A 1	F.LSC.B_u 2.42 71 (4.0−B)	A 2	F.LDT − 71 (>4.0−B)	A 3	F.C.B_u 3.17 101 (>8.0−A)	A 4	F.LSC.(捩) 3.16 71 (>4.0−B)

注）R_{Bu}：座屈発生時の部材角。P_N：限界変形時の繰返し回数。(　)はμとじん性等級。



図—24　繰返しによる耐力低下



図—25　帯筋間隔と座屈長さ

示したもので，図中の曲線は実験1で求めた細長比 $\lambda=4$ l_k/ϕ が18と30の値を示すものである。図示のように，l_k/S が2以下の場合には，縦軸の値で16，即ち，帯筋間隔は少くとも主筋径の4倍以下におさえておくことが，座屈防止上必要のようである。

V　要　　約

1　せん断補強法の実験調査結果

道内における補強法の実情とその問題点を把握するため，51棟の現場において施工の実態を調査したが，その結果は次のように要約される。

(1)　せん断補強筋の間隔及び量については，現行のRC構造計算規準及び基準法の規定がほゞ守られていると見て良い。また，補強量については0.2～0.4%の範囲のものが全体の約75%を占めている。補強筋種別による使用率はSR24の9 mm か13mm 筋が全体の約90%であった。

(2)　補強筋の形状については，「」形あるいは「」形のフック付き帯筋が大部分を占め，規準推奨の閉鎖形の採用率は15%程度以下で極めて低い。

(3)　閉鎖形のような効果的補強法は，上記のような慣習法に比較して施工しにくい点はあるが，技術的には施工可能である。

(4)　正しい配筋が確実に行なわれるためには，設計・施工両面にわたる慣習法の改善と管理体制の強化が必要のようである。

2　実験結果

柱の曲げ耐力（cQ_{BU}）に対して，現行規準式で要求される帯筋量の0.3～0.5倍の補強量を有する断面25cm 角のRC柱模型28体を製作し，帯筋形状の違いによる耐力と変形能に及ぼす差異を比較検討した結果は，次のように要約される。

(1)　ひび割れの発生や伸展状況及び諸きれつ荷重や最大荷重等の力学的性状には，フック形

状の違いやフックの有無による帯筋形状の差は現われない。

(2) 曲げ降伏以後の大変形時において，柱が曲げ圧潰またはせん断圧縮形となり同時に主筋座屈を伴う場合には，帯筋形状による影響が現われ，一般にはフック形帯筋柱の方がフック無しの閉鎖形（スパイラル，溶接など）帯筋柱より幾分早期に耐力低下を生じ易い。

(3) 上記(2)で特に帯筋量が規準量の約40%以下のように少量の場合には，90°フック形帯筋柱は135°フック形帯筋柱よりも，じん性に乏しい傾向がある。

(4) 早期における主筋座屈を防止するには，帯筋間隔を密にする必要があり，少くとも主筋径の4倍以下とすることが好ましい。

(5) 十分なじん性（等級でAまたはB以上）を確保する上で，帯筋を材端部密間隔，材中央粗間隔に配置することは可能である。

Ⅵ 結　　語

以上のように，せん断補強法に関する施工の実態とRC柱の耐震性能に及ぼす帯筋形状の影響とを把握することができた。しかし，90°フックタイプ（慣用法）で帯筋量が特に少ない場合には，じん性上好ましくない実験結果を示したことは，旧規準による既存RC柱の安全性に疑問を抱かせるものであり，既存RC建物の耐震性能の実態調査とその補強対策を早急に検討する必要性を痛感する。また，じん性を確保するのに必要な帯筋量は，$Qumin \geqq cQ_{Bu}$ 式より求まる Pw 量が一つの目安になることは確認できたが，この値が必要かつ十分な条件であるか否か，あるいは，付着割裂破壊時に対する主筋及びコアコンクリートを拘束する閉鎖形帯筋の効果，補強法改善策の一つとして試みた中央帯筋量低減時の帯筋最小間隔制限等については不明の点が残るので，この点に関し今後更に検討したい。

本研究は昭和49年度本部省科学研究費補助金によるものである。調査に際しては，本学建築工学科助教授後藤知以，北海道工業大学建築工学科講師武田寛の両氏，各市建築指導課の職員並びに現場担当員にご協力をいたゞいた。また，実験に際しては新日鉄セメント社から資材のご提供を得た他，本学建築工学科技官吉本康文，昭和49年度卒業論文生，佐々木滋，真柄祥吾，小川修也，鉾井諭，昭和50年度卒業論文生，相馬秀樹，高橋勝美の諸君にご協力をいただいた。こゝに記して深甚の謝意を表します。

（昭和51年5月22日受理）

参 考 文 献

1）広沢雅也，柳沢延房：日本建築学会大会学術講演梗概集（東北），pp. 1417～1418（1973）
2）素木三郎：日本建築学会大会学術講演梗概集（九州，東北，北陸）3報（1972～1974）

3）伊藤元：建築雑誌 Vol. 89, No. 1082, pp. 611～614（1974. 7）
4）日本建築学会：建築工事標準仕様書・同解説，JASS 5　鉄筋コンクリート工事，(1975)
5）東洋一：日本建築学会大会学術講演梗概集（東北）pp. 1413～1414,（1973）及び，コンクリート工学 Vol. 13, No. 1（1975）pp. 2～18。
5）東洋一：日本建築学会大会学術講演梗概集（東北）pp. 1413～1414,（1973）
6）西垣太郎・東洋一・広沢雅也：日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸）pp. 1327～1328,、1974）
7）大野和男・柴田拓二・服部高重：日本建築学会論文報告集第 200 号，pp. 35～44（1972. 10）
8）高橋正利・広沢雅也・柳沢延房：日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸）pp. 1329～1330,（1974）
9）建設省建築研究所：日本建築センター RC 短柱委員会資料 No. 187（1974）
10）大井恭二・山口育雄・菅野俊介・東端泰夫・星野信夫：日本建築学会大会（東北）pp. 1389～1390,（1973）
11）別所佐登志・岡本公夫・吉田新太郎：日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿）pp. 785～786,（1971）
12）中山達雄・吉岡研三・武田寿一・小池健仁：日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸）pp. 1307～1308,（1974）
13）高橋敏夫・大森信次・石井考二・渡辺茂雄：同上（北陸）pp. 1313～1314,（1974）
14）荒川卓・真柄祥吾：日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）pp. 1117～1118,（1975）
15）荒川卓・後藤知以・武田寛・米沢俊広：日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）pp. 1109～1110,（1975. 10）。日本建築学会北海道支部研究報告集 No. 43, pp. 61～64,（1975. 10）
16）荒川卓・米沢俊広：同上（関東），pp. 1111～1112,（1975. 10）。同上 No. 43, pp. 65～68,（1975. 10）

有限要素法による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析

大　築　和　夫

Nonlinear Analysis of Reinforced concrete members by the Finite Element Method

Kazuo Ohtsuki

Abstract

The purpose of this paper is to find an appropriate analytical model for nonlinear finite element analysis of reinforced concrete members and to clarify an elasto-plastic behavior of reinforced concrete frames subjected to horizontal load by applying the analytical model to them.

A computer program was developed and used to analyze the complete behavior, from zero load until failure, of six reinforced concrete beams with varied stress- strain relationships and failure criteria for concrete, bond-slip relationships between concrete and steel and the finite element layout.

Computed deflections, crack patterns and cracking and ultimate loads were compared with experimental data and with the values calculated by the Ohno-Arakawa's formula or those calculated by the bending theory.

I　緒　　言

有限要素法を用いて，これまで理論解析が不可能であった現象をシュミレーションしょうとする試みが工学の広い分野の問題についてなされていて，本論文において対象とした鉄筋コンクリート部材についても種々検討されている。

先ず，1967年，D. Ngo, A. C. Scordelis[1]はせん断亀裂を前もって仮定した鉄筋コンクリート梁の弾性解析を行ない，その後，多くの研究者[2)~20)]により有限要素法による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析が試みられている。しかし，未だ解析結果が全ての点について実験結果に充分対応するような有限要素解析モデルを得るまで至っていなく，多くの検討すべき問題が残されている。

そこで，本論文では必ず，鉄筋コンクリート部材の適切な有限要素解析モデルを得ることを目的として，既に北大大野研究室において実験された肋筋のない鉄筋コンクリート梁について，二次元有限要素法を用いて弾塑性解析を用ない，a）分割数，b）コンクリートの応力度一歪度関係，c）コンクリートの破壊条件，d）鉄筋とコンクリート間の付着の解析結果に及ぼす影響について検討する。

次に，実験が困難な鉄筋コンクリート造の不静定構造物の諸性状を理論的に解明する第一歩として，上記の鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析結果をふまえ，有限要素法を用いて無限均等ラー

メンの弾塑性解析を行ない，その弾塑性々状を明らかにすることを目的とする。

解析したラーメンは，従来の曲げ終局強度式及びせん断耐力式（大野・荒川式）によって，梁主筋の引張降状により耐力に達すると計算される比較的せん断スパンの長い梁（せん断スパン比a/d＝5.0）を有するラーメン及びせん断破壊によって耐力に達すると計算されるせん断スパンの短い梁（せん断スパン比a/d＝1.67）を有するラーメンの2系列で，夫々について，無限均等ラーメンの条件に合せて接合部中心点間距離が変らないとしたものと軸方向変位についての条件を緩和して，中心点間距離が変るとしたもの，更に柱に0.3Fc，0.6Fc，0.9Fcの軸方向圧縮力を作用させたものを組合せた12種である。

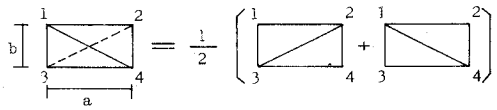
II 解 析 方 法

1 弾性解析法について

低荷重では，コンクリート，鉄筋は全て弾性状態を保つ。この弾性域では，要素は等質等方性と考えて，通常の有限要素法の手法に基づいて剛性マトリックスを導いた。

A コンクリートの剛性マトリックス

コンクリート部は三角形要素によって分割した。三角形要素の面内剛性マトリックスについては既に多くの文献に詳細に述べられているので，その誘導については省略する。



図—1 単位要素

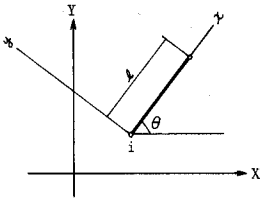
本論文では要素に等方性を与えるため，要素内で応力度及び歪度が一様な三角形要素を4ヶ組合せて図—1の四辺形要素を単位要素として用いた。その剛性マトリックス〔K〕は次のようである。

$$[K]^e=\frac{E\cdot t}{2ab(1-\nu^2)}\times$$

$$\begin{bmatrix}
\frac{(1-\nu)}{2}a^2+b^2 & & & & & & & \\
-b^2 & \frac{(1-\nu)}{2}a^2+b^2 & & & \text{Sym.} & & & \\
-\frac{(1-\nu)}{2}a^2 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2}a^2+b^2 & & & & & \\
0 & -\frac{(1-\nu)}{2}a^2 & -b^2 & \frac{(1-\nu)}{2}a^2+b^2 & & & & \\
-\frac{(1+\nu)}{4}ab & -\frac{(1-3\nu)}{4}ab & \frac{(1-3\nu)}{4}ab & \frac{(1+\nu)}{4}ab & a^2+\frac{(1-\nu)}{2}b^2 & & & \\
\frac{(1-3\nu)}{4}ab & \frac{(1+\nu)}{4}ab & -\frac{(1+\nu)}{4}ab & -\frac{(1-3\nu)}{4}ab & -\frac{(1-\nu)}{2}b^2 & a^2+\frac{(1-\nu)}{2}b^2 & & \\
-\frac{(1-3\nu)}{4}ab & -\frac{(1+\nu)}{4}ab & \frac{(1+\nu)}{4}ab & \frac{(1-3\nu)}{4}ab & -a^2 & 0 & a^2+\frac{(1-\nu)}{2}b^2 & \\
\frac{(1+\nu)}{4}ab & \frac{(1-3\nu)}{4}ab & -\frac{(1-3\nu)}{4}ab & -\frac{(1+\nu)}{4}ab & 0 & -a^2 & -\frac{(1-\nu)}{2}b^2 & a^2+\frac{(1-\nu)}{2}b^2
\end{bmatrix}$$

B　鉄筋の剛性マトリックス

鉄筋は線材要素で分割した。この場合の局部座標系（$x-y$）に関する剛性マトリックス〔k〕は次のようになる。（図—2参照）



図—2　鉄筋要素

$$[k]=\frac{E_s\cdot A_s}{l_s}\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

ここに　E_s‥鉄筋のヤング係数

A_s：断面積　　l_s：要素長さ

全体座標系（X—Y）に関する剛性マトリックス〔K_s〕は座標変換マトリックスを〔T〕とすると次のようになる。

$$[K_s]=[T]^{-1}[k][T]=\frac{E_s\cdot A_s}{l_s}\begin{bmatrix}\cos^2\theta & & & \text{Sym.}\\ -\cos^2\theta & \cos^2\theta & & \\ \cos\theta\sin\theta & -\cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta & \\ -\cos\theta\sin\theta & \cos\theta\sin\theta & -\sin^2\theta & \sin^2\theta\end{bmatrix}$$

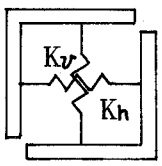
C　付着剛性マトリックス

D. Ngo, A. C. Scordelis は鉄筋とコンクリート間の付着—すべり関係を解析に取り入れるため，物理的には大きさを有せず，剛性のみを有する図—3のような付着連結要素を提案した。Kh は鉄筋軸方向の付着剛性を表わし，Kv は鉄筋軸と直角方向の剛性を示す。本解析ではこの連結要素を取り入れる。但し Kv は無限大とし Kh のみを考慮する。付着剛性 Kh は厳密には要素節点間のすべりについての変位関数を定め，付着応力度—すべり関係に基づいて算出されるべきであるが，問題が複雑となるので，本論文では図—4のh—i部材の中央点aからi—j部材の中央点までの鉄筋とコンクリート間の相対すべり量は，節点iのすべり量に等しいものと仮定する。この仮定により局部座標系（$x-y$）に関する付着剛性マトリックス〔k_b〕は次のようになる。

$$[k_b]=\frac{k\cdot\Psi\cdot(x_j+x_h)}{2}\times\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

ここに　k ：付着係数（τ_b/s）

Ψ：鉄筋周長



図—3　連結要素

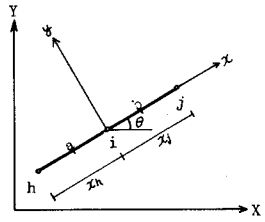
これを全体座標系（X—Y）に変換して次の剛性マトリックスが得られる。

$$[K_b] = \frac{k \cdot \Psi \cdot (x_j + x_h)}{2} \times \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta \sin\theta \\ \cos\theta \sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

以上の剛性マトリックスを構造物全体について Assemble して解けば，弾性体としての節点変位が求まり，以下順次歪度，応力度が求められる。

2 亀裂発生及び塑性々状を考慮した解析法について

荷重が大になるに従い，コンクリート要素の一部には亀裂発生，圧縮降伏そして破壊が生ずる。



図—4 付着モデル

以上の判定は本論文では，全て要素の主応力度について行ない，主応力度が引張強度或いは圧縮強度に達すると亀裂が発生或いは降伏し，主応力度方向の歪が圧縮破壊歪度に達すると要素全体が破壊してしまうと仮定した。なお，一旦発生した亀裂の方向は，その後の応力再配分によって変らないが，主応力度が引張から圧縮に変るときには亀裂発生前の状態に戻るとした。また，亀裂又は圧縮降伏が一方向に生じても，それと直交する方向の主応力度が引張又は圧縮強度に達していない間は弾性状態を保ち，要素は直交異方性になると仮定した。

以上のような仮定で計算する場合のコンクリート要素の取り扱いについて述べると次のようになる。

等質等方性弾性体についての単位要素内の応力度 $\{\sigma\}$ と歪度 $\{\varepsilon\}$ 及び節点変位ベクトル $\{\delta_i\}$ の関係は次の通りとする。

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{\delta_i\}$$

ただし $[D]$ ：等質等方性弾性体についての２次元弾性係数マトリックス

故に，主応力度 $\{\sigma_\theta\}$ は変換マトリックス $[T_\sigma]$ を用いれば次のように求められる。

$$\{\sigma_\theta\} = [T_\sigma]\{\sigma\} = [T_\sigma][D][B]\{\delta_i\}$$

以上の式から主応力度方向の有効歪度を求れると

$$\{\varepsilon_\theta\} = [D]^{-1}\{\sigma_\theta\}$$

ここで得られた $\{\sigma_\theta\}$ の一部又は全部が仮定した引張又は圧縮強度に達するか，又は超えたとすると要素は上記の仮定に従い直交異方性となり，要素の主応力度は次のように変る。

$$\{\sigma_\theta'\} = [D_p]\{\varepsilon_\theta\}$$

ただし

$$[D_p]=\frac{1}{A}\begin{bmatrix} E_1 & \nu_{21}E_1 & 0 \\ \nu_{12}E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & AG_{12} \end{bmatrix}$$

$$A=1-\nu_{12}\cdot\nu_{21}$$

磯畑氏[12]と同様に

$$\nu_{12}=\nu\sqrt{E_1/E_2} \qquad \nu_{21}=\nu_{21}=\nu\sqrt{E_2/E_1}$$

$$G_{12}=\frac{\sqrt{E_1E_2}}{2(1+\sqrt{\nu_{12}\,\nu_{21}})}$$

とおいて上式に代入すると

$$[D_p]=\frac{1}{A}\begin{bmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{A\sqrt{E_1E_2}}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

$$A=1-\nu^2$$

となる。

亀裂が一方向に生じた場合は　$E_1=0$，$E_2=E$

亀裂が二方向に生じた場合は　$E_1=E_2=0$

また，σ_2が圧縮降伏した場合は

$$F_c=\frac{1}{1-\nu^2}(\nu\sqrt{EE_2}\,\varepsilon_1+E_2\varepsilon_2)$$

を解いてE_2を求める。

σ_1，σ_2が共に圧縮降伏した場合は

$$F_c=\frac{1}{1-\nu^2}(E_1\varepsilon_1+\nu\sqrt{E_1E_2}\,\varepsilon_2)$$

$$F_c=\frac{1}{1-\nu^2}(\nu\sqrt{E_1E_2}\,\varepsilon_1+E_2\varepsilon_2)$$

を解いてE_1，E_2を求める。

以上によって要素の状態に応じて$[D_p]$が定まる。

$\{\sigma_\theta'\}$は又，次のように表わされる。

$$\{\sigma_\theta'\} = [D_p]\{\varepsilon_\theta\} = [D_p][D]^{-1}\{\sigma_\theta\}$$
$$= ([I] - [I'])\{\sigma_\theta\}$$

ただし $[I'] = [I] - [D_p][D]^{-1}$

$[I]$：3×3 の単位マトリックス

故に，直交異方性になった後の X, Y, Z 方向要素内応力度 $\{\sigma'\}$ は次のようになる。

$$\{\sigma'\} = [T_\sigma]^{-1}\{\sigma_\theta'\} = [T_\sigma]^{-1}([I] - [I'])[T]\{\sigma\}$$
$$= [T_\sigma]^{-1}([I] - [I'])[T][D][B]\{\delta_i\}$$
$$= [D][B]\{\delta_i\} - [T_\sigma]^{-1}[I'][T][D][B]\{\delta_i\}$$

したがって，直交異方性要素の節点力は次式で求められる。

$$\{F_i\}^e = \int_V [B]^T([D][B] - [T_\sigma]^{-1}[I'][T][D][B])dv\{\delta_i\}$$
$$= [K]\{\delta_i\} - [\Delta K]\{\delta_i\} = [K_p]\{\delta_i\}$$

ただし $[K_p] = [K] - [\Delta K]$

$[K]$ は等質等方性要素の剛性マトリックスに等しい。

なお節点力は次のようにも求められる。すなわち

$$\{\sigma'\} = [T_\sigma]^{-1}\{\sigma_\theta'\} = [T_\sigma]^{-1}[D_p][D]^{-1}[T_\sigma][D][B]\{\delta_i\}$$

故に

$$\{F_i\}^e = \int_V [B]^T\{\sigma'\}dV$$
$$= \int_V [B]^T[T_\sigma]^{-1}[D_p][D]^{-1}[T_\sigma][D][B]dV\{\delta_i\}$$
$$= [K_p]\{\delta_i\}$$

以上で得られる $[K_p]$ は次頁の通りである。

ただし
$$D_{11} = (\eta_x^{1/2}\cos^2\theta + \eta_y^{1/2}\sin^2\theta)^2 \qquad D_{12} = \nu_p\eta_x^{1/2}\eta_y^{1/2}$$
$$D_{13} = (\eta_x^{1/2} - \eta_y^{1/2})(\eta_x^{1/2}\cos^2\theta + \eta_y^{1/2}\sin^2\theta)\sin\theta\cos\theta$$
$$D_{22} = (\eta_x^{1/2}\sin^2\theta + \eta_y^{1/2}\cos^2\theta)$$
$$D_{23} = (\eta_x^{1/2} - \eta_y^{1/2})(\eta_x^{1/2}\sin^2\theta + \eta_y^{1/2}\cos^2\theta)\sin\theta\cos\theta$$
$$D_{33} = 0.5(1-\nu_p)\eta_x^{1/2}\eta_y^{1/2} + (\eta_x^{1/2} - \eta_y^{1/2})^2\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$\eta_x = \frac{E_x}{E}, \quad \eta_y = \frac{E_y}{E}, \quad \nu_p = \xi_{xy}\cdot\nu, \quad \xi_{xy} = \xi_x^{1/2}\cdot\xi_y^{1/2}$$

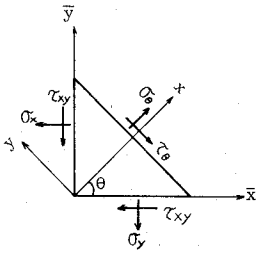
$$\xi_x = \nu_x/\nu, \quad \xi_y = \nu_y/\nu$$

x, y：図－5に示す主応力方向

E, ν：等方弾性体のヤング係数及びポアソン比

E_x，E_y，ν_x，ν_y：塑性化した場合の添字方向のヤング係数及びポアソン比

θ：主応力方向と全体座標系とのなす角



図－5　主応力方向

以上得られた剛性マトリックスを用いてAssembleとすると構造物全体として次の釣合式が得られる。

$$[K_p]\{\delta\}=\{R\}$$

上式の計算法として次の二通りが考えられる。

第1は上式をそのまゝ解いて

$$\{\delta\}=[K_p]^{-1}\{R\}$$

から求めらる方法である。

第2は$[K_p]=[K]-[\Delta K]$として

$$[K_p]=\frac{E\cdot t}{2ab(1-\nu_p^2)}\times$$

$$\begin{bmatrix}
a^2D_{33}+b^2D_{11} & & & & & & & \\
-abD_{13} & & & & & & & \\
-b^2D_{11} & a^2D_{33}+b^2D_{11} & & & \text{Sym.} & & & \\
 & +abD_{13} & & & & & & \\
-a^2D_{33} & -abD_{13} & a^2D_{33}+b^2D_{11} & & & & & \\
 & & +abD_{13} & & & & & \\
abD_{13} & -a^2D_{33} & -b^2D_{11} & a^2D_{33}+b^2D_{11} & & & & \\
 & & & -abD_{13} & & & & \\
a^2D_{23}+b^2D_{13} & -b^2D_{13} & -a^2D_{23} & \frac{ab}{2}(D_{33}+D_{12}) & a^2D_{22}+b^2D_{33} & & & \\
-\frac{ab}{2}(D_{12}+D_{33}) & -\frac{ab}{2}(D_{33}-D_{12}) & -\frac{ab}{2}(D_{12}-D_{33}) & & -abD_{23} & & & \\
-b^2D_{13} & a^2D_{32}+b^2D_{13} & -\frac{ab}{2}(D_{33}+D_{12}) & -a^2D_{32} & -b^2D_{33} & a^2D_{22}+b^2D_{33} & & \\
-\frac{ab}{2}(D_{12}-D_{33}) & +\frac{ab}{2}(D_{12}+D_{33}) & & -\frac{ab}{2}(D_{33}-D_{12}) & & +abD_{23} & & \\
-a^2D_{32} & & a^2D_{32}+b^2D_{13} & -b^2D_{13} & & & a^2D_{22}+b^2D_{33} & \\
-\frac{ab}{2}(D_{33}-D_{12}) & -\frac{ab}{2}(D_{12}+D_{33}) & +\frac{ab}{2}(D_{12}+D_{33}) & -\frac{ab}{2}(D_{12}-D_{33}) & -a^2D_{22} & -abD_{23} & +abD_{23} & \\
\frac{ab}{2}(D_{12}+D_{33}) & -a^2D_{32} & -b^2D_{13} & a^2D_{32}+b^2D_{13} & abD_{23} & -a^2D_{22} & -b^2D_{33} & a^2D_{22}+b^2D_{33} \\
 & -\frac{ab}{2}(D_{12}-D_{33}) & -\frac{ab}{2}(D_{33}-D_{12}) & -\frac{ab}{2}(D_{12}+D_{33}) & & & & -abD_{23}
\end{bmatrix}$$

$[K]\{\delta\} = \{R\} + \{\Delta K\}\{\delta\}$ とおき

$\{\delta\} = [K]^{-1}(\{R\} + [\Delta K]\{\delta\})$

として求める方法である。

第2の方法では $\{\delta\}$ が両辺に含まれているので繰返し計算法によらなければならないが $[K]^{-1}$ は弾性状態において求めてあるので，逆マトリックスの計算は最初に行うだけで，後は右辺の（ ）内の列ベクトルを計算すれば $\{\delta\}$ を求めることが出来る。一方，第1の方法によれば亀裂等の発生によって要素の力学性状が変る度にマトリックスを作り直し，逆マトリックス計算をしなければならない。

両者の計算時間に対する優劣については方程式の元数や亀裂の発生状況等が関係し，現在のところ明確な基準は無いが，一般に $[\Delta K]$ が大きくなるに従い，第2の方法の収束が悪くなるので $[K_p]$ の逆マトリックスを求めた方がよいようである。ただし，本論文では両者を比較する意味を含めて，梁の解析は第2の方法，ラーメンの解析は第1の方法によって行なった。

なお第2の方法において

$\{\Delta\sigma_\theta\} = \{\sigma_\theta\} - \{\sigma'_\theta\}$，$\{\Delta\sigma\} = \{\sigma\} - \{\sigma'\} = [T_\sigma]^{-1}\{\Delta\sigma_\theta\}$

とおけば

$$[\Delta K] = \int_V [B]^T [T_\sigma]^{-1} \{\Delta\sigma_\theta\} dV$$

となり，三角形要素の場合は要素内で歪及び応力度は一定なので次のように極めて簡単に求められる。

$$[\Delta K] = t \times A \times [B]^T [T_\sigma]^{-1} \{\Delta\sigma_\theta\}$$

以上の第2の方法は O. C. Zienkiewiz, S. Valliapan, I. P. King が亀裂，降伏等の非線形問題の解法として提案[4]した初期歪問題を解く方法と全く同じである。

以上によって計算を行ない，$\{\delta\}$ が著しく増大して，荷重が増大しなくなったとき，梁又はラーメンが耐力に達したとして計算を打切った。

III 鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析

本章では，前章に述べた弾塑性解析法を用いて，既に北大大野研究室で実験された，図—6に示す肋筋のない梁を，先ず，分割数を変えて解析し，次いでコンクリートの応力度—歪度関係，コンクリートの破壊条件，鉄筋とコンクリートの付着力—すべり関係の仮定を変えて解析した。

1 分割数の解析結果に及ぼす影響について

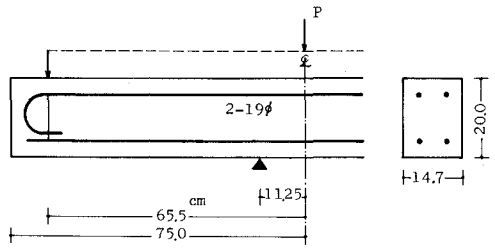
A 解析モデル及び計算仮定

解析した梁の有限要素分割は図—7（a）（b）（c）の3種で，梁端では鉄筋はスリップしないように拘束されていると仮定した。

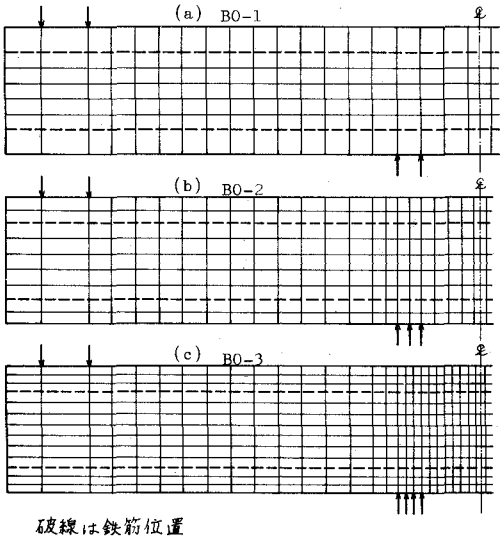
コンクリートの破壊条件は図—8（a）の Johansen 型とし，応力度—歪関係は実験結果に基

づいて図—9（b）のバイリニアで，引張強度はFc/10とした。

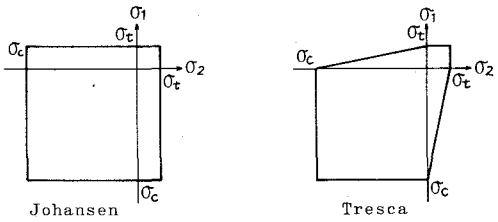
鉄筋の応力度—歪関係は完全弾塑性，鉄筋とコンクリートの付着応力—すべり関係は文献[24]を参考に図—9（a）のバイリニアを仮定した。



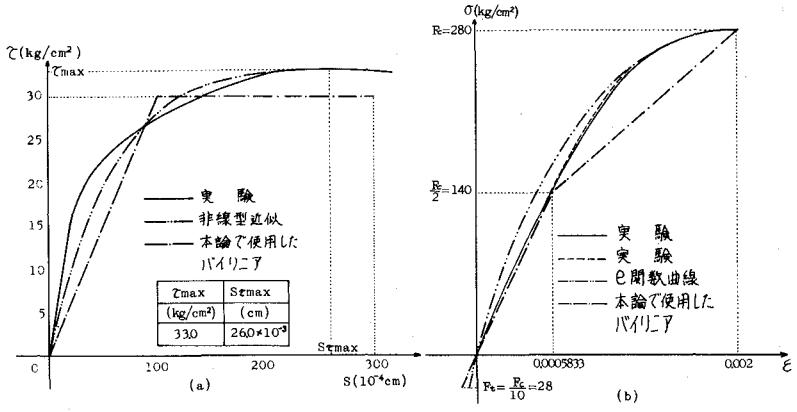
図—6　試験体



図—7　要素分割



図—8　コンクリートの破壊条件



図—9　材料の力学モデル

B　解析結果及び考察

i　初亀裂荷重及び耐力

計算で得られた初亀裂荷重及び耐力を実験値及び大野・荒川式による値と共に表—1に示す。表中材力解1）は鉄筋断面を考慮した断面二次モーメントを用いて，有限要素法（以下FEMとする）による亀裂発生要素の中心点の応力度がコンクリートの引張強度となるときの荷重であり，2）は亀裂発生要素の上縁の応力度が引張強度となるときの値である。せん断初亀裂荷重は斜め亀裂がせん断スパン中央の材軸に生じたことが認められた荷重である。

これによると曲げ初亀裂荷重は分割が細い程低い。これは亀裂判定応力度が要素の平均値となっているため，当然分割の細い方が縁に近い位置の応力度を取ることになるためである。

せん断初亀裂荷重は分割の粗いBO—1が最も大きく，BO—2，3は同じ値となったが，実験値並びに大野・荒川式の値に比較し相当大きい。

耐力はいずれも亀裂図（図—10）の斜線を施した要素の圧縮破壊によって得られ，分割の細いもの程低くなり，BO—2，3が比較的実験値に一致していると云える。また，BO—2の値が最も大野・荒川式の値に近い。

表—1 初亀裂荷重及び耐力

	曲げ初亀荷重（ton）			せん断初亀裂荷重（ton）			耐 力（ton）		
	FEM	実 験	材力解	FEM	実 験	大野荒川式	FEM	実 験	大野荒川式
BO－1	5.91	7.0	6.13[1)] 4.90[2)]	12.2	8.0	8.01	22.2	16.7	19.37
BO－2	4.73	6.5	5.55[1)] 5.00[2)]	11.0	7.0		17.4	16.0	
BO－3	4.42		5.31[1)] 5.00	11.0			15.8		

ii 亀裂分布

図－10に一例としてBO—1，2の亀裂分布を示す。

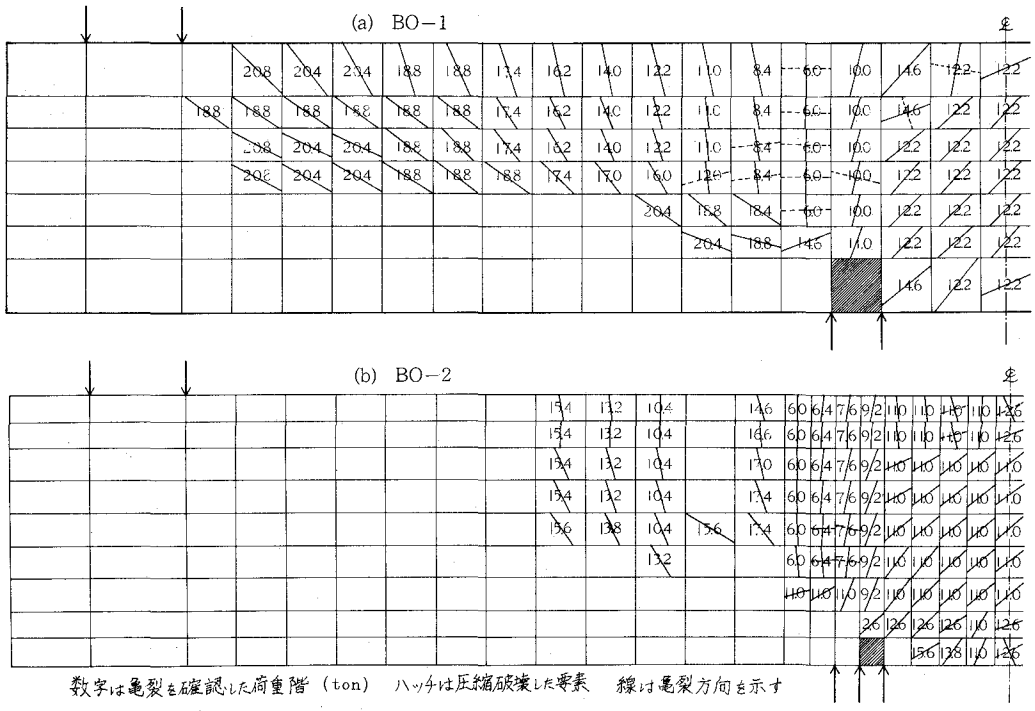
せん断スパン内にはいずれの場合もほぼ全域に亘って亀裂が発生することになり，分割数の違いによる差は認められない。端部スパン内の曲げ亀裂分布について見ると分割の精粗により曲げ亀裂発生荷重，発生位置に相違が見られ，分割の細い方が幾分亀裂の発生が早くなる傾向が見られるが，耐力も低かったため亀裂発生範囲は狭くなり，実験で見られる傾向に近い。

iii 荷重—撓み曲線

図—11に荷重—撓み関係を示す。尚比較のため実験結果を併記した。これによると，撓みは曲げ初亀裂が入るまでは分割数に拘らず殆んど同じであるが，その後，次第に分割の細い方の撓みが大きくなり，せん断スパンに斜め亀裂発生後一層差が現われる。これは前述の様に分割を細くしたもの程亀裂発生荷重が低かったためと考えられる。

実験結果と比較すると，耐力，変形の両面から見た場合BO—2が最も実験結果に近いと云える。

以上，分割の精粗による差異を耐力，変形，亀裂について見たが，弾塑性解析を行う際，そ

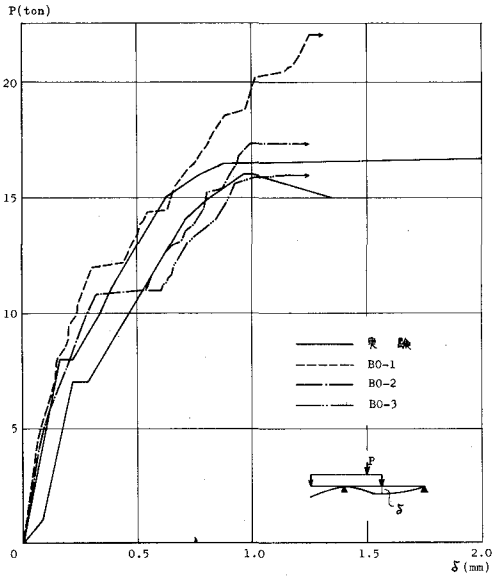


図—10　亀裂分布

れらの精度と同様に計算時間が大きな問題となる。そこでこれらの計算時間について見るとBO—1は331秒，BO—2は424秒，BO—3は945秒を要した。

一般に有限要素法によって解析する場合，分割の精粗による全内部仕事量の差は大きくなく，したがって荷重位置の変位の差も比較的小さいことが予想される。又，余り差のない応力度が生じている要素のいずれかに亀裂が生じても，内部仕事量に大きな差が生じないのでこの場合も荷重位置の変位には大きな影響が現われないと思われる。

以上のようなことから変位については最も良好な結果が得られる。これに対して耐力は終局時に圧縮破壊する要素の応力度の大きさが，その部分の応力勾配にもよるが，多くの場合要素



図—11　荷重—撓み曲線

の大きさに影響され易く，亀裂分布は上記の変位について述べた事柄及び局部応力の問題でもあるので分割方式の影響を最も大きく受けると考えられる。

しかし，鉄筋コンクリートの場合，前記の計算時間の問題と共に細くみれば等質等方性体とは考え難いので，いたずらに分割を細くすることについては問題が残り，計算と実験結果を更に対応させるためには使用要素や力学性状の判定法にさかのぼって検討の要があると考えられる。しかし以上で検討したBO—2程度の分割によっても，かなりの荷重範囲について鉄筋コンクリート部材の挙動を検討し得るものと考える。

2　計算仮定の解析結果に及ぼす影響について

A　解析モデル及び計算仮定

解析した梁の有限要素分割は前節のBO—2と同じである。

コンクリートの破壊条件は図—8のJohansen型，応力度—歪度関係は圧縮側は図—9に示すe関数式とする。ただし，引張側はe関数式の$\sigma=0$における接線と一致する線形とする。尚，圧縮側の応力度は下記の（A）式によって求めた有効歪度を用いて（B）式により求めた。

$$\varepsilon_1^* = (\varepsilon_1 + \nu\cdot\varepsilon_2)/(1-\nu^2) \qquad \varepsilon_2^* = (\varepsilon_2 + \nu\cdot\varepsilon_1)/(1-\nu^2) \qquad \cdots(A)$$

$$\sigma_i = 6.75\,(e^{-0.812\varepsilon_i^*/\varepsilon_B} - e^{-1.218\varepsilon_i^*/\varepsilon_B})Fc \qquad \cdots(B)$$

ここに　ε_1^*, ε_2^*：有効歪度　　ε_1, ε_2：主歪度　　ν：ポアソン比

ε_B：圧縮強度時の歪度　　F_c：コンクリート強度

鉄筋とコンクリートの付着—すべり関係は図—9（a）のバイリニアと非線形の2種尚，この非線形曲線は文献24）によるもので次式で表わされる。

$$\tau_{x1} = e\cdot\frac{\log[(e-1)S_{x1}+1]}{(e-1)S_{x1}+1}$$

ここに　$\tau_{x1} = \tau_x/\tau_{max}$

$S_{x1} = S_x/S\tau = \tau_{max}$

以上の力学仮定を組合せた表—2の3種について解析し，前節のBO—2も含めて比較する。コンクリートの応力度—歪度関係をe関数と仮定した場合，圧縮歪度が0.05を越えたとき破壊と做して計算を打切った。

表—2　材料の力学モデルの組合せ

記	破壊条件	τ_b—S関係	$\sigma-\varepsilon$関係
(BO—2)	Johansen	Bilinear	Bilinear
BO—4	Johansen	Bilnear	e-Function
BO—5	Johansen	Non-linear	e-Function
BO—6	Tresca	Bilinear	e-Function

B　解析結果及び考察

計算で得られた初亀裂荷重及び耐力を表—3に，荷重—撓み曲線を図—12に，亀裂分布を図—13に示す。

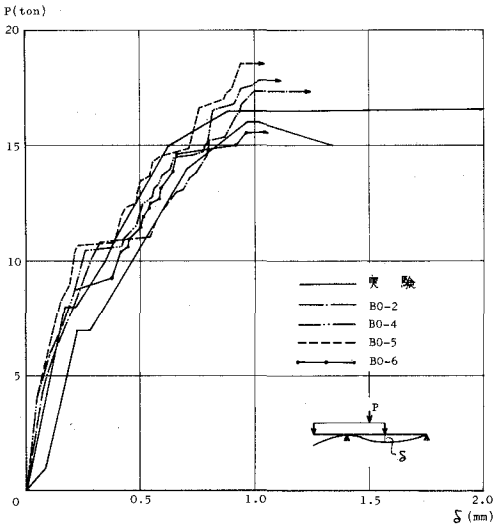
i　コンクリートの応力度—歪度関係の解析結果に及ぼす影響

第－3　初亀裂荷重及び耐力

記　号	曲げ初亀裂荷重（ton）			せん断初亀裂荷重（ton）			耐　力（ton）		
	FEM	実験値	材力解	FEM	実験値	大野荒川式	FEM	実験値	大野荒川式
BO－2	4.73			11.0			17.4		
BO－4	4.52	7.0	5.23[1]	10.6	8.0	8.01	17.6	16.0	19.37
BO－5	4.63	6.5	4.71[2]	10.8	7.0		18.6	16.7	
BO－6	4.51			9.2			15.0		

コンクリートの応力度—歪関係をバイリニアとしたBO－2とe関数としたBO—4を比較すると，曲げ初亀裂荷重，せん断初亀裂荷重はe関数としたBO—4の方が若干低いが耐力は殆んど同じ値となった。

亀裂分布についてみると，e関数を用いた方が全体として亀裂の進展が早く，特に端部スパンにおいて著しく亀裂発生範囲が増大し斜め方向亀裂も発生している。これはコンクリートの応力度—歪度関係としてe関数を用いた場合，引張側のヤング係数がバイリニアの場合より大きくなったため，鉄筋とコンクリートのヤング係数比が変り，コンクリートの負担する応力が大きくなって亀裂が入り易くなったものと考えられる。



図—12　荷重—撓関係

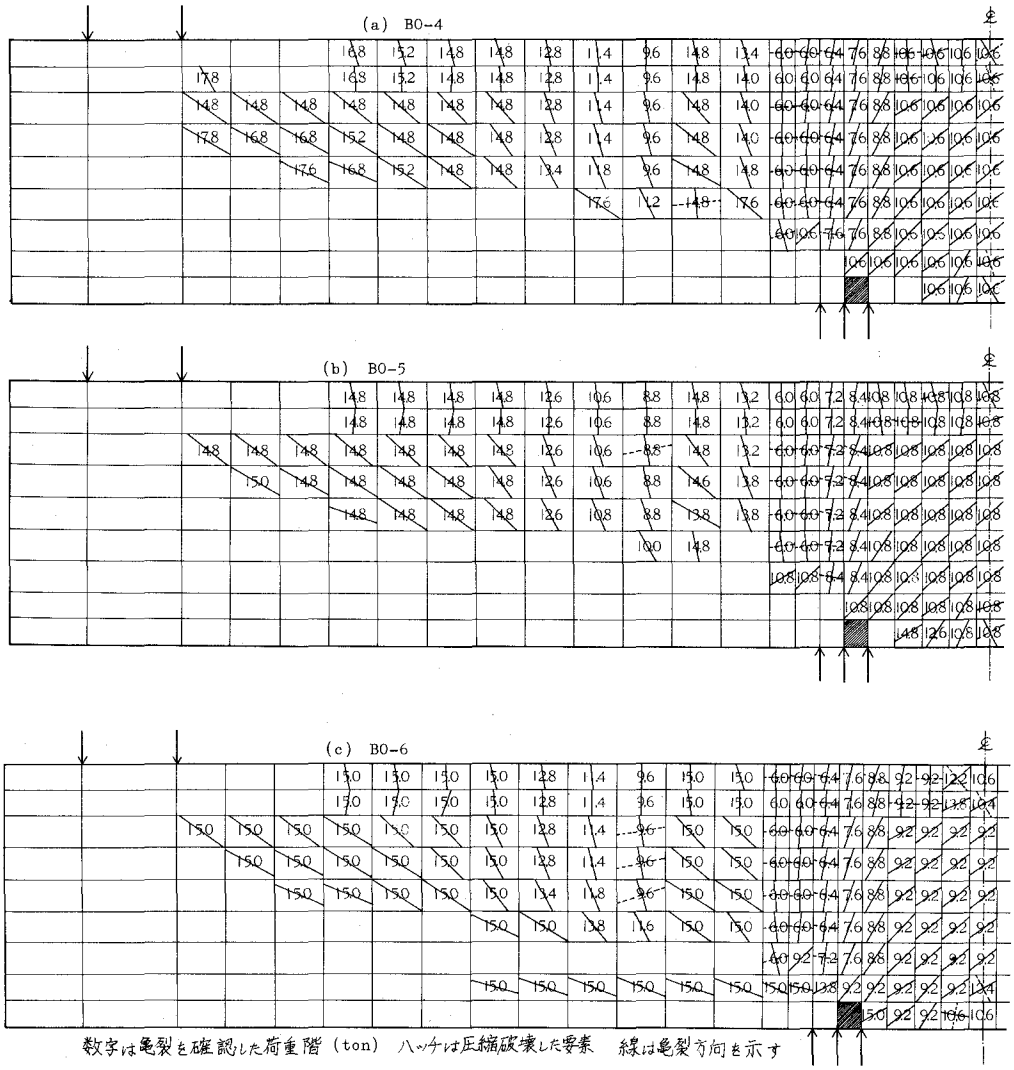
撓みはe関数を用いた方が載荷の初期段階から耐力に至るまで若干小さい。一般に亀裂の発生によって撓みも大きくなると考えられるが，e関数を用いた場合，亀裂発生荷重が小さく，亀裂進展も早いにも拘らず撓みは小さくなっている。これは亀裂のない要素の剛性がバイリニアのものより大きいため，亀裂が入った後でも梁全体の剛性が大きくなっていることによるものと考えられる。図—12に実験結果を併記したが，本解析値は両者共よく実験結果に一致していると云える。

以上の結果より，本解析モデルのように，せん断亀裂発生後に圧縮破壊によって耐力に達する，所謂，せん断圧縮破壊形式のものでは，特に耐力に関しては，本解析で使用した程度のコンクリートの応力度—歪度関係の違いは差程解析結果に影響しないと云える。尚，両者の計算

時間を比較すると BO—2 は 414 秒，e関数を用いた BO—4 は載荷の初期段階から圧縮部分に節点力が出るため，751 秒を要し，バイリニアの場合の約 1.8 倍となった。

ii コンクリートの破壊条件の計算結果に及ぼす影響

コンクリートの破壊条件を異にする BO—4（Johansen 型）と BO—6（Tresca 型）を比較すると，曲げ初亀裂荷重の差異は認められない。せん断初亀裂荷重は破壊条件の違いによる差がみられ，Tresca 型の BO—6 の方が実験値並びに大野・荒川式の値にかなり近くなっている。耐力には破壊条件の影響が最も顕著に現われ，Tresca 型の BO—6 は実験値よりも低い値となった。これは後述する亀裂性状が大きく影響しているものと思われる。



図—13 亀裂分布

亀裂分布について見ると，せん断スパン内の亀裂の進展はTresca型のBO—6の方が早く，逆に端部スパンでは若干遅くなる傾向が見られる。破壊条件の違いによる顕著な差は高荷重段階における圧縮側に見られ，BO—6では圧縮側の鉄筋に沿った亀裂が顕著に現われ，この亀裂が前述の耐力に大きく影響しているものと思われる。

撓みは，せん断初亀裂荷重が異なる10 ton前後及び耐力近くの荷重時を除けば，破壊条件の違いによる差は小さい。

以上の結果，本解析の範囲では耐力，亀裂の点から考えて破壊条件としてJohansen型を用いた方がより実験に近い結果が得られると云える。

iii　付着力—すべり関係の計算結果に及ぼす影響

付着力—すべり関係を異にするBO—4とBO—5を比較すると曲げ初亀裂荷重，せん断初亀裂荷重については殆んど差が見られない。耐力については若干差があり，非線形としたBO—5の方が大きい。

せん断スパン内の亀裂については付着力—すべり関係の違いによる差は見られない。端部スパンでは非線形としたBO—5の方が亀裂の発生が早くなる傾向が見られるが顕著ではない。

撓みはBO—5の方が付着剛性が大きいため同一荷重において幾分小さくなっている。

以上のように本解析で仮定した付着力—すべり関係は比較的近似していたこともあって耐力に若干の差が見られた他は差がなかった。

尚，付着力の影響については著者等が別途行なった結果[19)~21)]では，亀裂の発生は付着係数の小さい程遅くなる傾向があり，せん断初亀裂荷重は高くなり，逆に耐力は低くなる傾向が見られた。

Ⅳ　無限均等ラーメンの弾塑性解析

前章において有限要素法による鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析を行ない，静定梁の実験結果とかなり良い一致を示す解析モデルが得られたので，本章ではこれを実験の困難な水平力を受ける不静定ラーメンに適用し，不静定ラーメンの弾塑性々状について検討する。

1　解析モデル及び計算仮定

解析したラーメンは図—14（a）に示す無限均等ラーメンの斜線部分を同図（b）のように取り出し，各切断面に次のような不静定ラーメンの条件を与えた。

i）　接合部中心点間距離が変らない場合

変形に関する条件

（a）梁，柱接合部中心点0に関して点対称

（b）階高中央切断面Ⓑ—Ⓑの中央点Bに対する断面内各点の変形と断面Ⓒ—Ⓒの中央点Cに対するそれは等しい

（c）梁スパン中央点Aに関して点対称

（d）階高中央切断面の中央点B，Cに関して，夫々点対称

節点方程式に関する条件

（a）梁・柱接合部中心点0に関して点対称

（b）b—b断面とc—c断面とは連続である

ii）　接合部中心点間距離が変る場合

上記i）の諸条件のうち変形に関する条件（c），（d）が下記の（c′），（d′）に変り，節点方程式に関する条件として下記の（c），（d）が加わる。

変形に関する条件

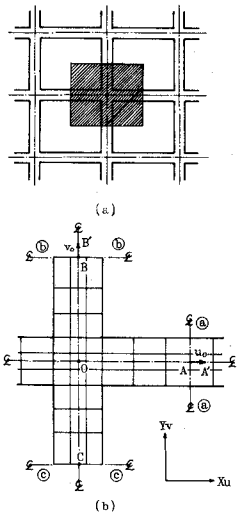
（c′）梁スパン中央点Aの変形後の点A′に関して点対称

（d′）階高中央切断面の中央点Bの変形後の点B′に関して点対称

節点方程式に関する条件

（c）ⓐ—ⓐ断面のX方向節点力の和は零

（d）ⓑ—ⓑ断面のY方向節点力の和は零

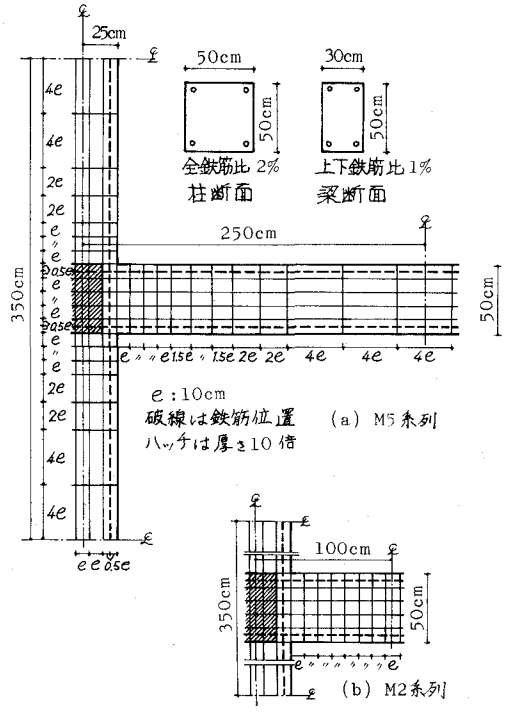


図—14　ラーメン

解析したラーメンの種別は，従来の曲げ強度式によれば梁主筋の引張降伏により耐力に達することになる梁スパン5mのものと，梁のせん断破壊により耐力に達することになる梁スパン2mの2系列で，夫々について柱梁接合部中心

表－4　解析モデルの種別

記　　号	接合部中心点間距離	柱軸方向力 N/Ac =
M5	不　変	0
M5－03	〃	0.3Fc
M5－06	〃	0.6Fc
M5－09	〃	0.9Fc
MM5	変　化	0
MM5－06	〃	0.6Fc
M2	不　変	0
M2－03	〃	0.3Fc
M2－06	〃	0.6Fc
M2－09	〃	0.9Fc
MM2	変　化	0
MM2－06	〃	0.6Fc



図—15　有限要素分割

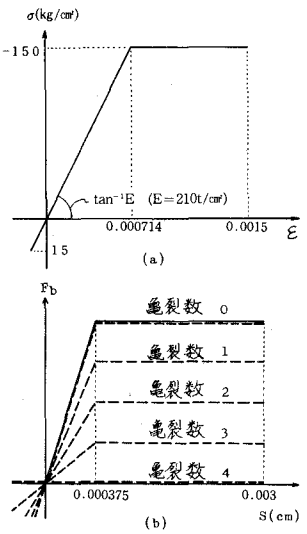
点間距離が拘束を受けて変らないとした条件と，柱並びに梁に亀裂発生に伴なう軸方向力が生じないように接合部中心点間距離が変るとした両極端の条件を与え，接合部中心点距離の移動についての仮定によって生ずる軸方向とは無関係に柱に常に一定の軸方向圧縮力$N/A_c=0$ $3F_c, 0.6F_c$, $0.9F_c$を加えたものを，夫々組合せた表－4の12種である。

有限要素分割を図—15に示す。

計算に際して設けた材料の力学仮定は，前章の結果を参照して，コンクリートの破壊条件はJohansen型で応力度—歪度関係は図16(a)のように引張側は線形，圧縮側は完全弾塑性型，鉄筋の応力度—歪度関係も完全弾塑性型，鉄筋とコンクリート間の付着力—すべり関係については図—16(b)のように完全弾塑性型を仮定した。更に著者等が先に発表[19)~21)]した結果を参照し，鉄筋とコンクリートの節点まわりのコンクリート要素に亀裂が生ずると，そのコンクリート要素と鉄筋間の付着力は零になるとした。亀裂発生後要素は直交異方性になるものとして剛性ストリックスを作り直し，鉄筋とリートの降伏及び付着降伏は応力伝達法によった。

水平荷重は柱の上下の切断面の層間変位で与え，柱軸方向圧縮力は実力として柱の切断面に加え，いずれか一個のコンクリート要素の主歪度が0.0015に達するか，又は等価節点力が収斂しなくなったとき破壊したものとして計算を打切った。

計算に使用した材料の諸係数等は表—5に示す通りである。



図—16　材料の力学モデル

2　計算結果及び考察

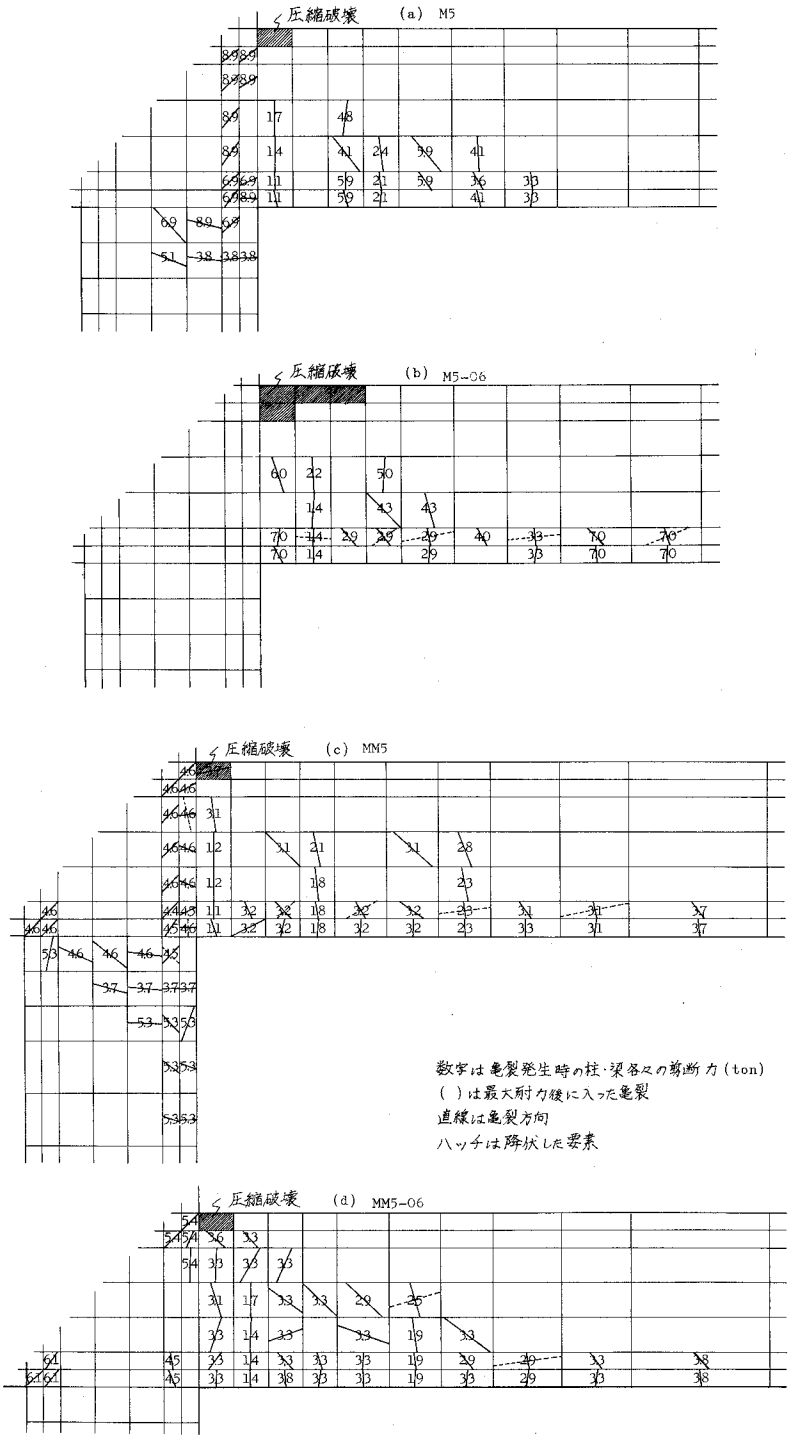
A　せん断スパン比 a/b=5 の梁を有するラーメン

図－17(a)~(d)に亀裂分布の一例を示す。

同図に見られるように接合部中心点間距離が変らないとしたものでは，柱に軸方向圧縮力が加わると柱及び接合部内の亀裂発生域は狭くなる。又柱軸方向圧縮力が大きくなるにつれ，梁内の曲げ初亀裂発生位置は柱梁接合端から遠ざかる傾向が見られる。これは柱軸方向圧縮力の影響によって柱軸方向圧縮力の

表－5　材料の係数等

コンクリートのヤング係数	210 ton/cm²	鉄筋の降伏点応力度	2400kg/cm²
コンクリートのポアソン比	1/6	付着係数	8000kg/cm³
コンクリートの圧縮強度	150kg/cm²	降伏スリップ量	0.00375cm
コンクリートの引張強度	15kg/cm²	梁軸鉄筋周長	14.2cm
鉄筋のヤング係数	2100 ton/cm²	柱軸鉄筋周長	20.0cm


圧縮破壊　(a) M5
圧縮破壊　(b) M5-06
圧縮破壊　(c) MM5
圧縮破壊　(d) MM5-06
数字は亀裂発生時の柱・梁各々の剪断力(ton)
( )は最大耐力後に入った亀裂
直線は亀裂方向
ハッチは降伏した要素

図—17　亀裂分布

大きなもの程，梁端の隅角部に大きな軸方向圧縮力が生ずるためである。

一方，接合部中心点間距離が変るとした場合の梁内の亀裂は図—17(c), (d)に見られるように，柱軸方向圧縮力の有無に拘らず広範囲に生ずる。尚柱軸方向圧縮力の有無による差異は，上記の接合部中心点間距離が変らないとしたときと同様である。

従来の曲げ並びにせん断強度式によれば，前述のように本解析モデルはいずれも梁の引張鉄筋の降伏により耐力に達することになるが，本解析では亀裂図に示した柱梁隅角部の梁上端のコンクリート要素の圧縮破壊により耐力に達し，両者の破壊様式は著しく異った。このときの梁せん断力と梁主筋の最大応力度並びに従来の曲げ強度式により求めた耐力を表—6に示す。これによれば接合部中心点間距離が変らないとしたM5系列の耐力は，いずれも曲げ強度式による値よりも大きくなっているにも拘らず鉄筋応力度は1/2以下の値となっている。これに対して，接合部中心点間距離が変るとしたMM5系列の耐力は，いずれの曲げ強度式による値よりも小さく，又鉄筋の応力度も降伏点応力度よりも小さいが，常用設計式でMM5の耐力時の鉄筋応力度を逆算すると1843 kg/cm² となり，FEMで得られた値に比較的近く，先の接合部中心点間距離が変らないとしたものより従来の曲げ強張度式による値に近い。

このように，接合部中心点間距離の変化の有無によって耐力並びに鉄筋応力度に大きな差が現われた原因は，接合部中心点間距離が変らないとしたものには，亀裂の発生に伴って図—18に示すような梁せん断力の増加と共に漸増する材軸方向圧縮力が生じたためと考えられる。因に，M5の耐力時の軸方向圧縮力42.5tonが作用した場合の梁の曲げ耐力を学会規準解説の終局強度略算式によって求めると梁せん断力は9.59 tonとなり，本解析値よりも大きくなる。

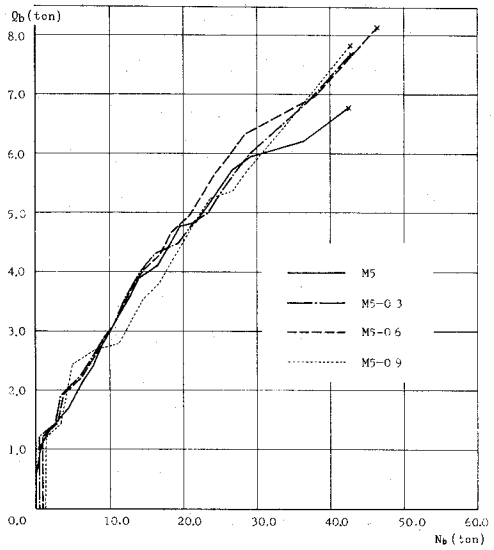
次に柱に軸方向圧縮力を加えた場合について見ると，接合部中心点間距離が変らないとしたものでは，M5—09を除き柱軸方向圧縮力の大きいもの程耐力は大きい。これは柱軸方向圧縮力が加わると柱及び接合部の亀裂が減少し，その結果骨組全体の変形が小さくなって耐力が増加したものと思われる。M5—09は柱軸方向圧縮力が非常に大きいため，隅角部に大きな圧縮力を生ずる結果となり，これが圧縮破壊を早めたものと考えられる。

図—19は剛性低下率αと層間変位δの関係を示したものである。尚，剛性低下率αは柱せん断力—層間変位曲線より図中に示すように初期剛性K_oと割線剛性K_iとの比$\alpha=K_i/K_o$として求めた。これによるといずれの場合も亀裂発生後急激な剛性の低下が見られる。接合部中心点間距離の条件を異にするM5とMM5を比べると，接合部中心点間距離が変るとしたMM5の方が亀裂発生後の剛性低下は大きく，層間変位δが大きい。これは接合部中心点間距離が変らないとしたものでは亀裂の発生に伴って前述のような軸方向圧縮力が生じ，これが以後の亀裂進展を遅らせ，また亀裂の発生を阻止するため剛性の低下も小さくなり，同一の層間変位に対する梁の抵抗力が大きく，耐力に達し易くなったためと考えられる。

一方柱軸方向圧縮力の影響についてみると，接合部中心点間距離が変らないとした場合，水平

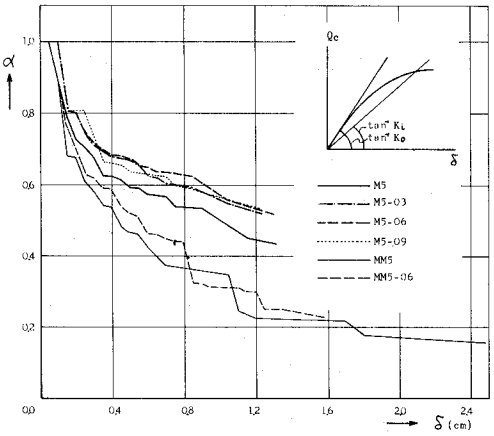
表—6 せん断力及び主筋応力度

記　　号	耐力時梁せん断力 ton	耐力時梁主筋応力kg/cm²
M5	6.79	1025
M5－03	7.68	1084
M5－06	8.16	1042
M5－09	7.84	1155
MM5	4.55	1626
MM5－06	4.34	1478
常用設計式	5.79	2400
終局略算式	5.83	2400
e 関数法	5.68	2400



図—18 梁せん断力—軸方向力関係

力のみが加わったM5に比べ，柱軸方向圧縮力も加わったM5—03, 06, 09の方が，柱の亀裂が激減しているためラーメンの剛性低下は小さいが，耐力時の層間変位には大きな差は見られない。これに対し，接合部中心点間距離が変るとしたMM5系列では，部分的には逆の場合もあるが，全体として柱軸方向圧縮力の加わったMM5—06の方が剛性低下は小さく，耐力時の変形も小さくなっている。これも先に述べた柱内の亀裂分布が大きく影響していると思われる。



図—19 剛性低下率—層間変位関係

B せん断スパン比 a/b=1.67 の梁を有するラーメン

亀裂分布の一例を図－20に示す。

本解析モデルはいずれも梁主筋に沿ったコンクリート要素内に斜め方向亀裂の発生が見られ，実験で見られるような梁材軸を横切る斜め亀裂の発生は認められなかった。また梁スパン5mの場合に比べ梁内の曲げ亀裂発生範囲は狭くなっている。その他については，梁スパン5mのものと同様である。

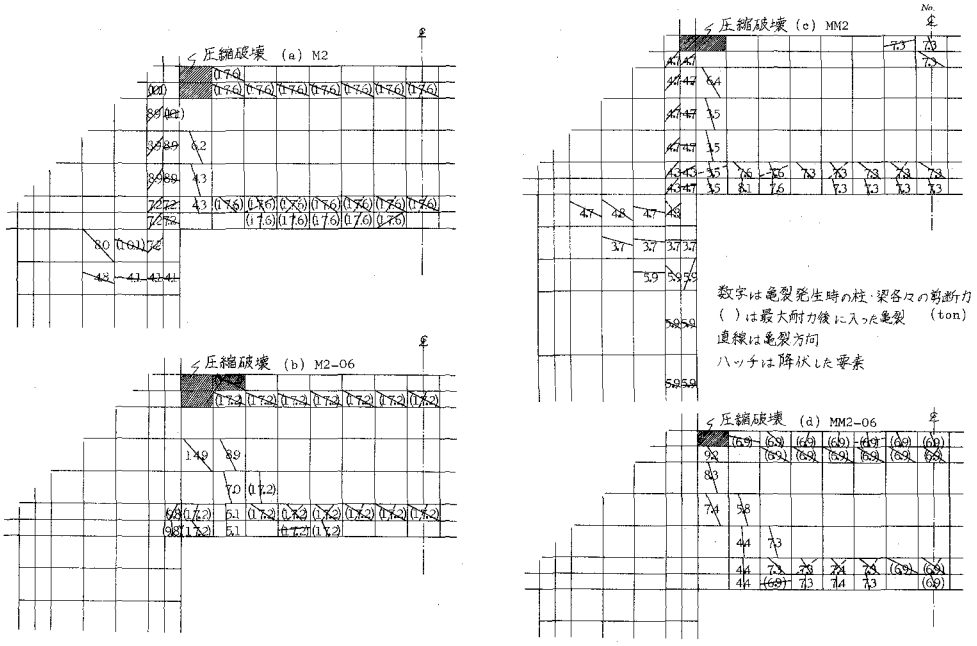
図－21は柱せん断力（または梁せん断力）と層間変位の関係を示す。これによれば接合部中心点間距離が変らないとし，柱に一定の軸方向圧縮力を加えた場合の柱せん断力は層間変位の増

加と共にほぼ直線的に増しているが，梁主筋に沿った斜め方向亀裂が入るとせん断力は急激に減少し，その後層間変位の増加と共に再び増加しているが，斜め亀裂発生前のせん断力に達する以前に圧縮破壊を起している。柱に軸方向圧縮力を加えなかったM２では，柱及び接合部内に多数の亀裂が発生したため，せん断力―変位関係の勾配は上記のものより緩やかとなり，梁主筋に沿って斜め亀裂が入った後は前述のものと同様となった。

一方接合部中心点間距離が変るとし，水平力だけを加えたMM２では，柱及び梁主筋に沿って斜め方向亀裂が入った後，柱せん断力は急激に低下するが，その後層間変位の増加と共にせん断力も増加して圧縮破壊を起し，耐力に達する。MM２―06もMM２と同様，梁主筋に沿って斜め亀裂が生じた後，せん断力が急激に低下し，その後層間変位の増加に伴って若干せん断力が増したところで圧縮破壊を起している。この両者の差は亀裂図に見られる様に梁端引張側の亀裂並びに梁主筋に沿った亀裂発生の違いによるものと考えられる。

以上のように接合部中心点間距離の変化の有無，柱軸方向圧縮力の有無によって柱又は梁せん断力と層間変位の関係は著しく異なったものとなる。

図―22は梁スパン５ｍの場合と同様にして求めた剛性低下率αと層間変位δの関係を示す。図中○印は最大荷重時を示す。先ず，接合部中心点間距離が変るとしたMM２と変らないとしたM２について見ると梁スパン５ｍの場合と同様MM２の方が剛性低下が大きく，又圧縮破壊時までの変形の伸びも大きい。



図―20　亀裂分布

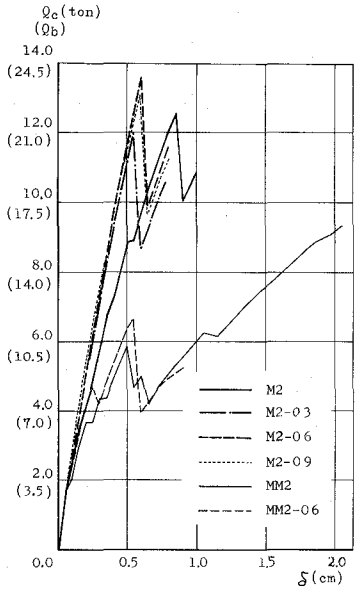
接合部中心点間距離が変らないとしたものについて見ると，最大荷重時までは水平力だけを加えたM2に比べ柱軸方向圧縮力も加えたM2—03, 06, 09の剛性低下は小さく，両者の差は梁スパン5mの曲げ破壊する場合よりも大きい。最大荷重を示した後，剛性は急激に低下しているが，その後の変形の伸びは柱軸方向圧縮力の有無に拘らず小さい。また接合部中心点間距離が変るとした場合についてもMM2に比べ柱軸方向圧縮力を加えたMM2—06の方が剛性低下は小さいが，その差は接合部中心点間距離が変らないとした場合より小さい。

以上のように接合部中心点間距離の変化の有無及び柱軸方向力の有無によってラーメンの剛性は大きく変る。

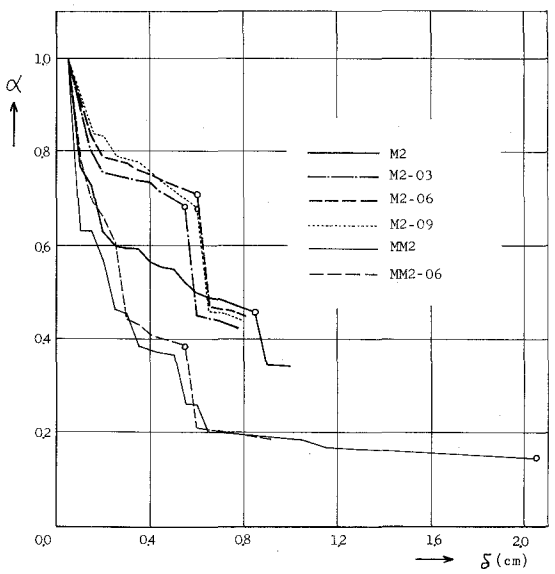
表—7に最大荷重時の梁せん断力及び梁主筋応力度を示す。尚，MM2を除き梁主筋に沿って斜め方向亀裂が入る直前に最大荷重に達し，MM2は柱梁隅角部の梁上端のコンクリート要素の圧縮破壊により最大荷重に達した。表中の値は圧縮破壊又は梁主筋沿いに斜め亀裂が生ずる1ステップ前の値である。これによると接合部中心点間距離が変らないとし，水平力のみを加えたM2の梁せん断力は大野・荒川式の15.

表—7　梁せん断力及び主筋応力度

記　　号	最大荷重時 梁せん断力	最大荷重時 主筋応力度
M2	22.0 ton	930 kg/cm²
M2—03	21.0	942
M2—06	23.8	1165
M2—09	22.9	1093
MM2	16.4	1891
MM2—06	11.9	1253
大野荒川式	15.5	2134
曲げ略算式	17.5	2400

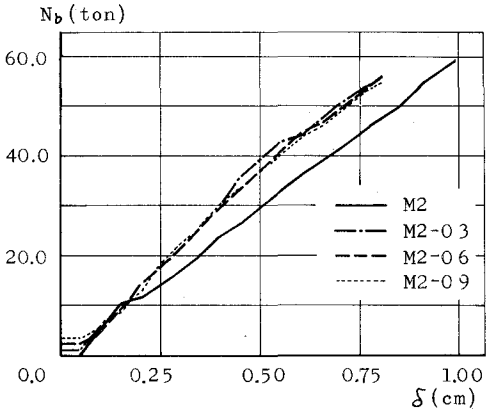


図—21　せん断力—層間変位関係



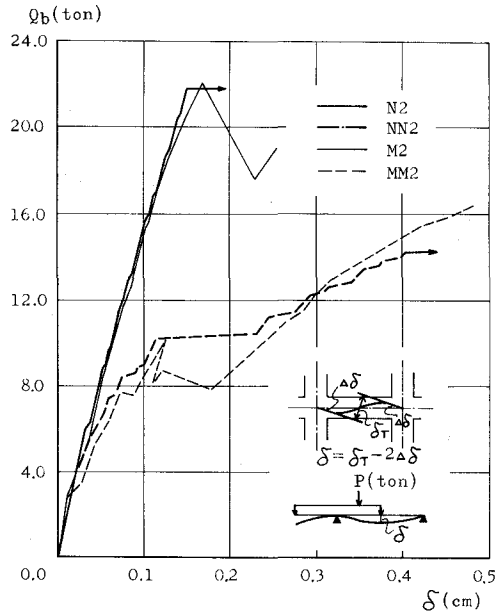
図—22　剛性低下率—層間変位関係

5ton,学会規準の曲げ終局強度略算式の17.5tonよりも大きくなったにも拘らず鉄筋応力度は大野・荒川式の値を用いて常用設計式で逆算すると2134kg/cm²となるのに対して本解析結果では凡そ1/2程度の値となっている。これも梁スパン5mの場合と同様に亀裂発生に伴って生じた軸方向圧縮力が大きく影響しているものと思われる。因に，耐力時の梁軸方向圧縮力50 tonが作用したときの梁せん断耐力を修正大野・荒川式[23]によって求めると16.0 tonとなり，学会規準の軸力のある場合の曲げ終局強度式で求めると30.2 tonとなり，本解析値は両者の中間となる。



図—23　梁軸力—層間変位関係

次に接合部中心点間距離が変るとし，水平力のみを加えたMM2は前述のようにコンクリートの圧縮破壊により最大荷重を示したが，このときの梁せん断力は16.4tonで，大野・荒川式並びに学会規準の曲げ終局強度略算式の値の中間となり，どちらの値にも近いが，このときの梁主筋の応力度は1891kg/cm²で，先の大野・荒川式の耐力時の鉄筋応力度により近い。これに対して柱に軸方向圧縮力を加えたMM2—06の最大梁せん断力は11.9tonと大野・荒川式の値よりも相当低く，鉄筋応力度も低い。これは亀裂図に見られるようにMM2に比べ梁端引張部分の亀裂が多く，更に梁主筋沿いの亀裂の発生が顕著であるため付着力が著しく低下して耐力が極度に低くなったものと思われる。



図—24　荷重—撓み関係

以上のように接合部中心点間距離の変化の有無によって最大荷重に大きな違いが生じたのは先にも述べたように亀裂発生後に生ずる軸方向圧縮力によるものであると考えられる。

この亀裂発生後に生じた梁軸方向圧縮力と層間変位の関係を図—23に示す。梁の軸方向圧縮力は層間変位の増加と共に概ね直線的に増大し，柱に軸方向圧縮力を加えたものでは殆んど差が見られない。これは軸方向圧縮力は亀裂によって大きく左右されるが，柱に軸方向圧縮力を加えたものでは梁内の亀裂分布に差がなかったためと思われる。柱に軸方向圧縮力を加えな

かったM2の梁軸方向圧縮力は同一層間変位について見ると他のものより小さいが，これは柱及び接合部内の亀裂が影響しているものと考えられる。

図—24は本解析のラーメン梁内法スパンと同じせん断スパンを有する静定梁を大野式加力法により解析した結果の梁材軸位置の荷重—撓み関係を示したものである。N2はM2とほぼ同じ軸方向圧縮力が作用した場合であり，NN2は軸力のない場合である。尚，同図のラーメン梁の変形は柱及び接合部の亀裂によって大きく影響を受け，せん断スパンのみの変形を取り出すことは困難である。そこで，こゝでは同図に示す様に接点回転角から求めた。

これによれば，軸方向力のあるものでは最大荷重以後に，軸力のないものでは10ton前後において差が見られるが，これは荷重として変形を与えたものと力を与えたものとの違いであることを考えれば，梁の変形を全体的に見た場合本解析の範囲では，ラーメン梁も静定梁も殆んど差がないと云える。したがって，静定梁の実験結果からラーメン梁の性状を予測し得るものと考えられるが，その場合，前述のようにラーメン梁では亀裂の発生によって軸方向力が生じたことから，むしろ柱の実験結果を用いた方が実状に近いのではないかと考えられる。

V 結　　語

以上，有限要素法による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析を行って得られた結果を要約すると次のようである。

静定梁の解析結果より

i） 有限要素分割の精粗は弾塑性解析結果の耐力に大きな影響を及ぼし，分割の細いもの程耐力は低い。

iii） コンクリートの応力度—歪関係に極端な差がない限り弾塑性解析結果はあまり変らない。したがって計算時間をも含めて考えると応力度—歪度関係を非線形とするより折線で近似した方が有利である。

iii） コンクリートの圧縮—引張域における破壊条件の違いは耐力，亀裂性状に大きく影響する。

iv） 付着力—すべり関係は比較的近似していたため耐力に若干差が出た程度である。

ラーメンの解析結果より

i） 従来の静定梁についての強度算定式から予測される破壊様式と本解析結果の破壊様式は著く異る。

ii） 柱及び梁の伸縮が拘束されていると，亀裂発生に伴って柱及び梁に軸方向圧縮力が生じ，耐力，変形，亀裂性状に大きな影響を及ぼす。

iii） 上記ii）の軸方向圧縮力は耐力を増す結果となるが，逆に変形能力が小さくなり，靱性の点で問題がある。

終りに，本論文は修士及び卒業研究で得られた結果を取纏めたものであり，その間ご助言を頂いた小幡守教授，並びにご助力頂いた加藤信夫，福島泰明，工藤仁司，後藤順，松原浩司，真柄祥吾の諸氏に深く感謝の意を表します。

（昭和51年5月22日受理）

参考文献

1）D. Nago and A. C. Scordelis "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams" A. C. I. Journal Mar. 1967

2）D. Ngo, A. C. Scordelis and H. A. Franklin "Finite Element Study of Reinforced Concrete Beams with Diagonal Tension Crack" UCSESM Report No. 70−19 Univ. of California, Berkeley, Dec. 1970

3）A. H. Nilson "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method" A. C. I. Journal Sept. 1968

4）O. C. Zeinckiewiz, S. Valliappan and I. P. King "Stress Analysis of Rock as a 'No Tension' Material" Geotechnique Mar. 1968

5）S. Valliappan and P. Nath "Tensile Crack Propagation in Reinforced Concrete Beams Finite Techniqued" International Conference on Shear, Torsion and Bond in Reinforced and Prestressed Concrete Jan. 1969

6）S. Valliappan "Nonlinear Stress Analysis of Reinforced Concrete" ASCE, St. Division Apr. 1972

7）K. F. Faberty "An Analysis of a Reinforced and a Prestressed Concrete Beam by Finite Element Method" Ph. D. Thesis The Univ. of Iowa 1972

8）M. Suidam and W. C. Schnobrich "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete" ASCE St. Division Oct. 1973

9）Chung-Hyun Nam and Charles G. Salmon "Finite Element Analysis of Concrete Beam" ASCE St. Division Dec. 1974

10）M. S. Mirza and A. A. Mufti "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concret Structures" Proc. of the 1974 International Conference on Fimite Element Method in Engineering. The Univ. of New South Wales, Australia 1974

11）岩下"鉄筋コンクリート造構造物の弾塑性解析及び耐震壁に関する研究" 東工大・博士論文　1967.12

12）磯畑"有限要素法によるコンクリート構造物の2次元弾塑性解析" 建築学会論文報告集　第189号　1971.11

13）黒正，滝口"有限要素法による鉄筋コンクリート部材の2次元非線形解析" その1，2　建築学会論文報告集　第189号，第200号　1971.11，1972.10

14）武藤，津川他　"F. E.M.による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析" 建築学会大会梗概集　1971.11，1972.10

15）加藤，福島，小幡，大築"有限要素法によるせん断スパンの小さい梁の弾塑性解析 I，II" 建築学会大会梗概集　1972.10

16）小幡，大築他"有限要素法による無限均等ラーメンの亀裂を考慮した解析"　建築学会道支部第40回　1973.9

17）大築，小幡，工藤"有限要素法による鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析法の検討その1，2" 建築学会道支部　1975.3

18）大野，小幡，大築"有限要素法による鉄筋コンクリート梁の弾塑解析結果に及ぼす計算仮定及び分割方式の影響"　複合材料シンポジューム　1975.6

19）大築，小幡，工藤"有限要素法による鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析結果に及ぼす付着力の影響について" 建築学会大会梗概集　1975.10

20）大築，小幡，木村"有限要素法による無限均等ラーメンの弾塑性解析　その1，2，3" 建築学会大会梗

概集，建築学会道支部 1975.10，1976.3
21) 大野他“新載荷法による鉄筋コンクリート梁のせん断抵抗について”日本建築学会研究報告30号 1954
22) 荒川 “鉄筋コンクリート梁のせん断抵抗に関する研究”北大工学部研究報告集 第25号 1961.3
23) 服部，柴田，大野 “鉄筋コンクリート部材の剪断耐力機構に関する考察”建築学会論文集 第200号 1972
24) 六車，森田，富田“鋼とコンクリートの付着に関する基礎的研究 I，II”建築学会論文集 第131号，第132号，1967.1，1967.2
25) O.C.ツィエンキー ヴィッツ，Y.K.チェーン共著 吉識雅夫監訳 “マトリックス有限要素法” 培風館

鉛直荷重を受ける正方形フーチング基礎の応力に関する理論的研究

小　幡　　守

Analytical Study on Stress of Square Column Footings under Vertical Load

Mamoru Obata

Abstract

The purpose of this paper is to establish the design method for square column footing.

Some square column footings under vertical load are analyzed by three dimensional finite element method. The results are discussed and compared with the values calculated by the design methods for column footing defined in the Standard of Archtectural Institute of Japan and the Code of American Concrete Institute.

As the results, it is pointed out that those design methods must be improved.

1　概　説

フーチング基礎構造の基礎板自体の力学的諸性状についての研究は主として実験的に行われ[1)2)3)4)]，理論的な研究は簡単な条件について解析された例がみられるだけで非常に少い（例えば文献[5)6)7)]）。このため我が国及びアメリカにおける基礎板の設計規準は，上記の実験的研究[1)2)]及びその考察[8)]に基づいて設けられているが，之について理論的に検討した例はない。

そこで本論文では，近年構造物の近似解法として広く利用されるようになった有限要素法によって，鉛直荷重を受けるフーチング基礎を，柱，基礎梁断面，基礎板上面の傾斜を考慮しながら3次元弾性解析して変位及び応力性状について検討し，更に亀裂の発生及びコンクリートの弾塑性々状を考慮した解析を行い，その結果とF. E. Richart[2)3)]の実験結果並びに上記の弾性解析値とを比較し，規準で求められる基礎板の設計用応力を検討することにした。

2　予算計算

解析を容易にするための地盤のモデル化，柱断面の有無，分割方式等の解析結果に及ぼす影響を予備計算を行って検討した。

2・1　地盤のモデル化について

2・1・1　概要：基礎板と地盤を同時に要素で分割して解析した方が，より良好な結果が得られるが，3次元有限要素法による解析の場合は未知数が極めて多くなって計算機容量，計算

表２－１

辺　長	板　厚	$E_A[E_C \times 10^{-2}]$
5・Bo	4/6・Bo	20/21
		15/21
		10/21
		5/21
		1/21
5・Bo	3/6・Bo	15/21
	5/6・Bo	
	6/6・Bo	
3・Bo 7・Bo	4/6・Bo	10/21
		15/21
		10/21
		5/21

E_A：地盤のヤング係数
E_C：コンクリートのヤング係数
B_0：柱幅

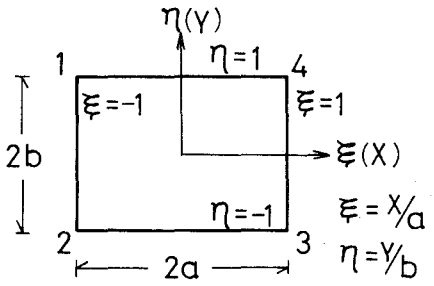


図２－２

表２－２

-0.42	-1.06	-2.17	-0.93	-0.24		σx
(-0.40)	(-1.05)	(-2.16)	(-0.93)	(-0.24)		
0.40	-0.58	-0.72	0.10	-0.06		σy [P/Bo]
(0.41)	(-0.58)	(-0.74)	(0.10)	(-0.06)		
2.77	3.22	1.73	0.59	0.01		
(2.81)	(3.28)	(1.78)	(0.63)	(0.04)		( )外 LA=6Bo
-0.01	-0.23	-0.37	-0.11	-0.18		( )内 LA=18Bo
(-0.01)	(-0.23)	(-0.37)	(-0.10)	(-0.18)		
-0.05	-0.04	-0.05	-0.05	-0.06	-0.08	-0.01
(-0.05)	(-0.04)	(-0.05)	(-0.05)	(-0.05)	(-0.08)	(-0.00)
-0.21	-0.21	-0.19	-0.16	-0.14	-0.07	0.01
(-0.21)	(-0.21)	(-0.19)	(-0.16)	(-0.14)	(-0.07)	(0.01)

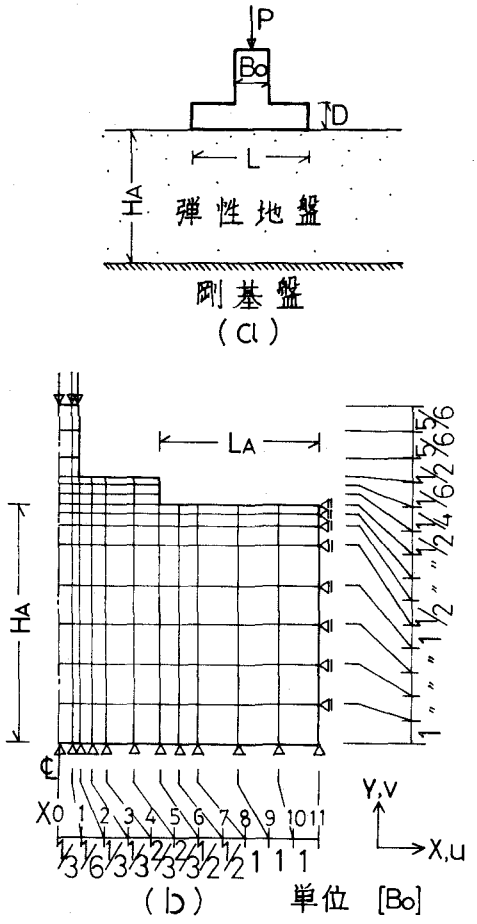


図２－１

費用等の点で困難な問題が生ずることが予想されるため，地盤係数理論に従って地盤をモデル化することにした。このため地盤を要素に分割して解析した場合と，地盤係数を用いて解析した場合についての比較を２次元的に行いモデル化に際しての問題点を検討した。

２・１・２　解析法について：解析は，図２－１(a)に示す弾性地盤上の布基礎を想定し，平面ひずみ問題として，図２－１(b)のように分割し，表２－１の諸値について行った。

使用要素は，図２－２の長方形要素であって，要素内任意点の変位は下式の変位関数及び節点変位で表されるものとした。

$$\{f\}=\begin{bmatrix}N & O\\ O & N\end{bmatrix}\{\delta\}$$

たゞし$N=[N_1N_2N_3N_4]$, $N_i=(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)/4$, $\{\delta\}=\{u_1\ u_2\ u_3\ u_4\ \ v_1\ v_2\ v_3\ v_4\}^T$

$\{f\}=\{u\ v\}$　$\xi=x/a$　$\xi_i=x_i/a$　$\eta=y/b$　$\eta_i=y_i/b$

またコンクリートのヤング係数 E_c を単位として取り扱い，ポアソン比は 1/6，地盤のポアソン比は 0.3，鉛直荷重はフーチングの柱頭に一様な鉛直変位を生じさせるように加え，地盤とフーチングの底面は，要素節点で結びついていて水平方向の変位のずれは生じないものとして計算した。

分割方式は，基礎板については後述の３次元解析，地盤については基礎板の分割との関係並びに従来本研究室で行ってきた梁の有限要素法による解析結果を参照して図２－１(b)のようにした。

なお結果に大きな影響を与える地盤の範囲は，表２－１の基礎板の辺長５Bo，板厚 4 Bo/6，地盤のヤング係数 (15/21) $E_c\times10^{-2}$ の場合について，図２－１(b)の L_A，H_A を変化させて検討した結果，$H_A=6$ Bo として $L_A=4$ Bo 及び $L_A=18$Bo に変えた場合の応力度は表２－２のようになって差は比較的小さいので，図２－１(a)に記したように $H_A=6$ Bo の位置に剛な基盤がある場合を想定し $L_A=4$ Bo として計算することにした。たゞし $L_A=4$ Bo として H_A を変化させた場合の図２－１右端のローラー部の鉛直位置は，表２－３のようになって H_A と共に鉛直変位は増大するので，地盤を半無限弾性体と考える場合には，更に H_A を大きくすると同時に L_A も大きくしなければならない。地盤のヤング係数，板厚，板の辺長を変えた場合についても検討した結果，与える条件によって H_A，L_A を変える必要があることがわかったが，$H_A=6$ Bo，$L_A=4$ Bo として計算しても，地盤係数理論によった場合との比較が可能と考えて以下のように考察した。

２・１・３　考察：表２－４は単位幅当りの基礎板中央 (X_0 断面) と縁 (X_6 断面) の接地圧 R，基礎板中央に生ずる基礎底面に対する力のモーメントの最大値 M_{max} 及び X_2 位置右側断面に生ずるせん断力の最大値 Q_{max} である。なお接地圧は，板底面の節点に働く鉛直方向節点力を隣接する節点間距離の½で割った値，モーメントとせん断力は断面に働く節点力から求めた値である。又表の K_r は下式で求められる基礎板と地盤の相対剛性である。

$K_r=E_c/E_A\,(D/L)^3$,

表によれば板の辺長，板厚が違う場合でも，ヤング係数 E_A が小さくなると共に，Rは板中

表２－３

[$\times10^{-2}$Bo]

H_A	4 Bo	5 Bo	6 Bo	12Bo
基礎中央	−1.323	−1.515	−1.778	−2.492
右端ローラー部	0.048	−0.013	−0.060	−0.773

表２－４

辺長 [Bo]	板厚 [Bo]	E_A [$\times 10^{-2}$Ec]	Kr	板中央R [P/Bo]	板縁R [P/Bo]	M_{max} [PBo]	Q_{max} [P]
3	3/6	20/21	0.0960	0.241	0.374	0.342	0.359
		15/21	0.1280	0.234	0.384	0.347	0.362
		10/21	0.1920	0.227	0.395	0.353	0.366
		5/21	0.3841	0.219	0.406	0.359	0.371
5	3/6	20/21	0.0088	0.237	0.119	0.452	0.334
		15/21	0.0117	0.220	0.144	0.485	0.351
		10/21	0.0175	0.200	0.177	0.527	0.365
		5/21	0.0350	0.173	0.221	0.584	0.383
	4/6	20/21	0.0207	0.205	0.178	0.527	0.364
		15/21	0.0277	0.191	0.198	0.553	0.372
		10/21	0.0415	0.176	0.221	0.584	0.383
		5/21	0.0830	0.157	0.251	0.620	0.395
		1/21	0.4148	0.140	0.278	0.655	0.406
	5/6	20/21	0.0405	0.183	0.215	0.573	0.379
		15/21	0.0540	0.173	0.230	0.592	0.385
		10/21	0.0810	0.162	0.246	0.614	0.392
		5/21	0.1620	0.149	0.265	0.638	0.400
	6/6	20/21	0.0700	0.168	0.238	0.606	0.389
		15/21	0.0933	0.161	0.249	0.619	0.393
		10/21	0.1400	0.153	0.260	0.633	0.398
		5/21	0.2800	0.144	0.273	0.649	0.404
7	4/6	20/21	0.0076	0.200	0.066	0.604	0.350
		15/21	0.0101	0.185	0.086	0.533	0.362
		10/21	0.0151	0.166	0.114	0.719	0.376
		5/21	0.0302	0.140	0.152	0.812	0.395

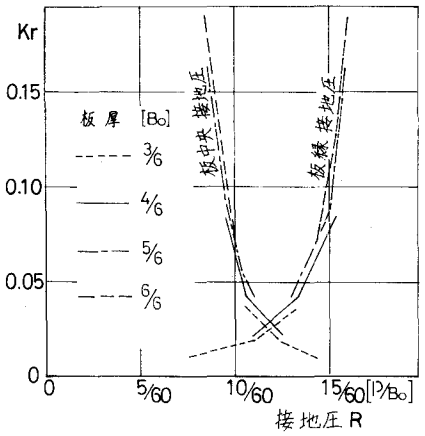


図２－３

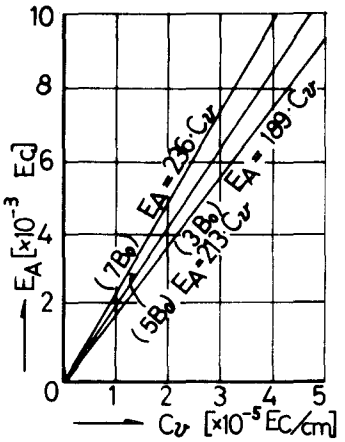


図２－４

央で減少すると共に板縁で増大し，M_{max}，Q_{max} は大になる。更に辺長５Bo の場合について Kr とＲの関係を図にすると図２－３のようになり，従来云われているように[9]接地圧分布は，Kr によって支配され，したがってモーメントやせん断力も Kr によって整理されることがわかる。ただし辺長によって違った傾向を示したが，この原因として本論文では板の辺長が大になるにしたがい影響を受ける地盤内深さ H_A が大きくなるのに対し H_A を一定にしたこと、，Kr の式に含まれていない柱幅の影響が考えられる。

次に以上で得られた接地圧を夫々の位置における節点の鉛直変位で割って地盤係数 Cv を求めたところ，条件が同じでも板縁付近で値はや、変動したが，各点における値を平均してその地盤係数として整理した結果，板厚の違いによる差は非常に小さく，図２－４のように板辺長によって勾配の違う Cv と E_A の関係が得られた。板辺長によって勾配が違うのは，H_A を一定に

したためと考えられ，今後検討しなければならないが，こゝで目的とする地盤係数理論によって求めた結果との比較に，図２－４を利用しても差支えないと考え次によって解析し検討した。

(A)　$Ec=210\,t/cm^2$ のとき　$Cv=5, 10, 15, 20\,kg/cm^3$ となる E_A を図２－４から逆算し，板厚，板の辺長を表２－１のように変化させ，図２－１について解析した場合。

(B)　上記の Cv について解析したが，(A)で得られた基礎底面の板縁における変位と接地圧Rの関係を同じにするために，図２－５(a)に示すように基礎板外のBLの影響範囲を考えた場合。

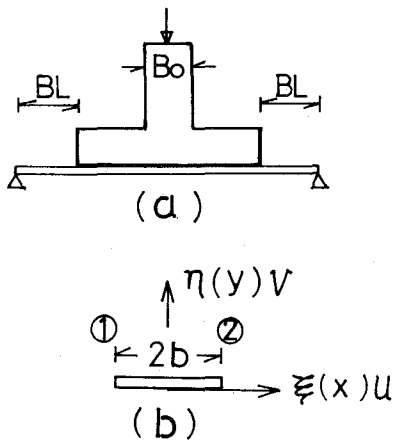


図２－５

(C)　(B)と同様に Cv を用いて解析したが，板外の地盤影響範囲BLを，(A)の結果とは無関係に柱幅Boと同じにした場合。

なお(B)及び(C)の計算に際し，地盤を図２－５(b)のような要素で分割し，要素内任意点の変位が下式で表されるとして得られる剛性マトリックスを用いた。

$$w=\{N_1\ N_2\}\begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix}$$

たゞし $N_i=(1+\xi\xi_i)/2$，$\xi=x/a$，$\xi_i=x_i/a$

$w_1 w_2$：節点①②のｙ方向変位

表２－５は以上で求めた図２－１に示す $X_0 \sim X_6$ 位置の基礎底面の鉛直方向節点力と，(B)で求めた板外の地盤影響範囲BLを示す。表からBLは，Cv が大，板厚が小，そして板の辺長が大きい場合，したがって先に述べた相対剛性 Kr が小さくなるほど小さい値になることがわかる。また，(A)及び(B)の条件で求められる鉛直方向節点力は位置によって若干異なる。(C)で求めた結果は，$Cv=(10/21)\times10^{-4}\cdot Ec\,[1/cm]$，板の辺長５Bo，板厚４Bo/６の場合の(B)で求めたBLが大凡Boに等しいので各節点位置での鉛直方向節点力も比較的似た値になるが，その他の場合では Kr が小さくなると(C)で求めた値は(A) (B)よりも板中央部で小さく，板縁部で大きくなる傾向がみられる。以上のような地反力分布の違いは応力分布に影響を与えるが，地反力分布の影響がより大きく現れる基礎板と柱接合部断面の M_{max} について，(A)で求めた値に対する(B)及び(C)の値の比を求めると表２－６のようになり，(B)については±５％，(C)については±10％の範囲の誤差が生ずる。

以上のように弾性地盤を地盤係数に置き換えて解析すると誤差を生ずること，そして地盤をモデル化して解析する場合は諸条件に応じた基礎板外の地盤BLを考慮する必要があることが明らかになったが，以下では基準とした $Cv=(10/21)\times Ec\cdot10^{-4}\,[1/cm]$，辺長５Bo，板厚４Bo/６

の場合に得られたBL＝Boを，他の全ての条件の場合にも用いて計算を簡単化することにした。

2・2 分割方式及び鉄筋の影響について

2・2・1 概要：要素及び分割方式が解析結果に影響を与えることは良く知られている通りである。そこで本論文で主として用いた図2－6(a)の直交6面体要素を用いて図2－7(a)の基礎梁付フーチング基礎を，同図(b)及び(c)のように分割して解析した。なお柱型を無視する代りに平面板中央に鉛直方向変位が同一になるような荷重域を設けた場合について，別に分割方式を変えて検討した結果[10]によると，Z方向の分割数は解析結果に余り大きな影響は与えない

表2－5

辺長 [Bo]	板厚 [Bo]	C_v [10^{-4}Ec /cm]	TYPE	BL [Bo]	基礎底面に働く鉛直方向節点力 [× 10^{-3}P]						
					X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
3	4/6	10/21	(A)	−	39.86	60.21	40.66	41.14	63.82	97.46	156.81
			(B)	1.32	44.41	66.40	43.88	43.67	64.76	84.62	150.25
			(C)	1	46.63	69.81	46.16	45.98	68.19	89.37	131.56
5	4/6	20/21	(A)	−	41.47	62.42	61.11	75.17	93.32	97.51	69.02
			(B)	0.53	39.83	59.43	57.86	73.61	98.08	106.81	63.75
			(C)	1	39.23	58.51	56.90	72.18	95.38	101.96	75.23
		15/21	(A)	−	38.44	57.92	57.04	71.16	91.19	101.67	82.60
			(B)	0.78	37.52	56.09	54.82	70.18	95.27	107.54	77.83
			(C)	1	37.16	55.56	54.28	69.43	93.86	105.15	83.81
		10/21	(A)	−	34.64	52.24	51.78	65.76	87.90	106.66	101.02
			(B)	1.07	34.75	52.01	51.09	66.05	91.69	107.91	95.66
			(C)	1	34.86	52.17	51.29	66.30	92.16	108.69	93.56
		5/21	(A)	−	29.64	44.69	44.05	58.14	82.70	112.95	127.22
			(B)	1.45	31.07	46.68	46.16	60.31	86.44	107.19	120.47
			(C)	1	32.22	48.51	47.71	62.72	90.22	112.79	104.66
	3/6	10/21	(A)	−	40.15	61.43	61.71	76.95	95.25	98.18	66.35
			(B)	0.48	39.48	59.21	57.84	73.61	98.48	107.69	62.60
			(C)	1	38.78	58.19	56.68	72.00	95.47	102.17	75.56
	5/6		(A)	−	30.89	46.31	45.77	58.99	83.10	111.75	123.20
			(B)	1.38	31.89	47.79	47.13	61.38	87.54	107.67	116.28
			(C)	1	32.78	49.19	48.57	63.30	90.66	112.26	103.03
	6/6		(A)	−	28.27	42.33	41.95	54.81	80.13	115.05	137.46
			(B)	1.55	30.00	45.08	44.71	58.52	84.83	107.34	128.41
			(C)	1	31.51	47.29	46.91	61.56	89.50	113.94	108.22
7	4/6	10/21	(A)	−	34.95	52.75	68.70	93.23	109.12	99.83	41.42
			(B)	0.10	32.90	49.27	63.70	89.98	113.79	110.35	39.90
			(C)	1	32.63	48.85	63.08	88.85	111.12	104.63	50.40

表２－６

辺長 [Bo]	板厚 [Bo]	C_v	B/A	C/A
3	4／6	10／21	0.95	0.90
5	3／6	10／21	1.01	1.05
	4／6	20／21	1.01	1.04
		15／21	1.00	1.02
		11／21	0.99	0.99
		5／21	0.97	0.93
	5／6	10／21	0.97	0.94
	6／6	10／21	0.96	0.91
7	4／6	10／21	1.03	1.06

C_vの単位：10^{-5}Ec[Vcm]

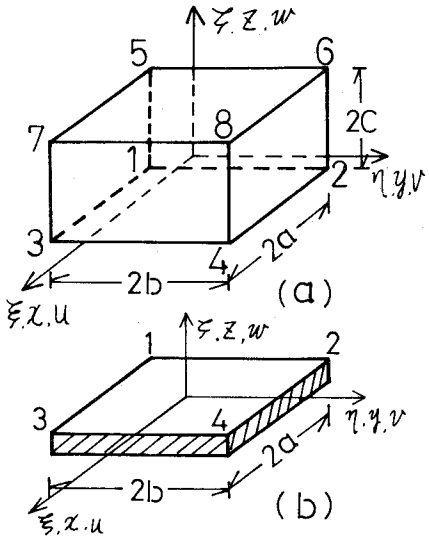


図２－６

が，X,Y方向の分割数が変わると解析結果も大きく変わる。

図２－７(b)の分割方式は上記を参照し，計算時間の点も考慮して採用したものであり，同図(c)は使用した電子計算機の容量を最大限に使用するように分割した場合である。

２・２・２　解析法について：コンクリート部は，図２－６(a)の直交６面体要素で分割し，次の変位関数を用いて通常の有限要素法の手順に従い剛性マトリックスを求めた。

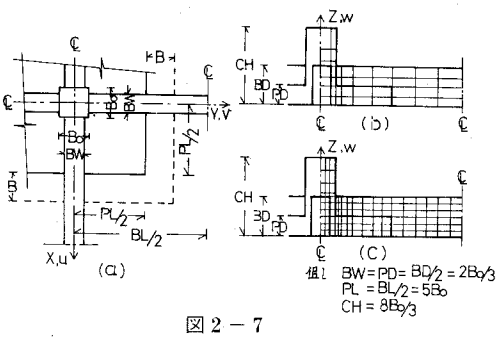


図２－７

$$\{f\} = [N]^e \{\delta\}^e$$

ただし $\{f\} = \{u\ v\ w\}^T$

$$[N]^e = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & N \end{bmatrix}$$

$$[N] = [N_1 N_2 \cdots\cdots N_8]$$

$$N_i = (1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)(1+\zeta_i\zeta)/8$$

$$\xi_i = x_i/a,\ \eta_i = y_i/b,\ \zeta_i = z_i/c$$

$$\xi = x/a,\ \eta = y/b,\ \zeta = z/c$$

$$\{\delta\}^e = \{u_1 u_2 \cdots\cdots u_8 \quad v_1 v_2 \cdots\cdots v_8 \quad w_1 w_2 \cdots\cdots w_8\}^T$$

$$i = 1,\ 2,\ \cdots\cdots 8$$

また前項の結果を参照して，地盤は図２－６(b)の要素で分割し，上記のwについての変位関数を用いて節点１～４に関する剛性マトリックスを導いた。

鉄筋を考慮する場合は，図２－８に示す材軸方向の力のみを負担する線要素で分割し，要素

節点でコンクリートと鉄筋は付着しているものとして解析した。変位関数は線要素についての次式を用いた。

$$\{f\} = [N_1 N_2] \quad \{\delta\}^e$$

たゞし　$\{f\} = u$ 又は v

$\{\delta\}^e = \{u_1 u_2\}^T$ 又は $\{v_1 v_2\}^T$

$N_i = (1 + \xi\xi_i)/2$ 又は $(1 + \eta\eta_i)/2$

$\xi\xi_i$, $\eta\eta_i$ は前記に同じ

また本項の解析には関係しないが基礎板上面に傾斜がある場合の解析は，図２－９(a)の任意形６面体要素の特別な場合として，同図(b)(c)の剛性マトリックスを Gauß の求積法で求め，基礎板上面の直交６面体要素を用い得ない部分に用いた。

その他コンクリートのヤング係数は単位とし，ポアソン比 $\nu = 1/6$　鉄筋とコンクリートのヤング係数比は 10 とした。また特に断らない限り応力は各断面の節点力から算出し，せん断力はＺ方向節点力，モーメントはＸ又はＹ方向節点力の基礎板底面に対する力のモーメント，軸方向力はＸ又はＹ方向節点力の和として算出した値であり，応力度は基礎底面における縁応力度を除き要素中央点において求めた値である。

２・２・３　解析結果及び考察

Ａ）分割方式について：図２－10 は単位幅当りモーメントとせん断力である。せん断力は断面右側の節点力の和を示し，左側断面の節点力との間に，その断面位置に働く反力の大きさに等しい差がある。図によると，応力変化の著しい柱断面付近及び基礎板と基礎梁の接合部付近では幾分異った値を示すが，応力が最大になる柱表面付近における両者の違いはモーメントで３％，せん断力で１％程度である。また応力分布の傾向についても顕著な差はみられない。図２－11 は基礎底面におけるＹ方向縁応力度 σ_y と，板厚方向について平均した各位置における平均せん断応力度 τ_{yz} である。σ_y は板縁の一部を除いて FBfine が大きな値を示すが，τ_{yz} については，全般的に概ね近似している。

表２－７は柱表面に接するＹ$_2$断面における日本建築学会計算規準に規定されている基礎有効幅及び全板幅に分布しているモーメントとせん断力の和 M_y，　$Q_{y右}$ 並びにＹ$_1$～Ｙ$_2$ 列間の基

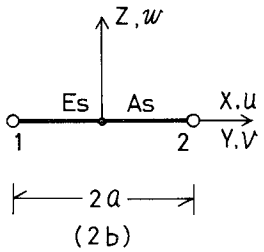
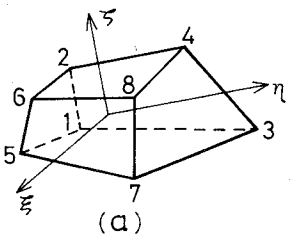


図２－８



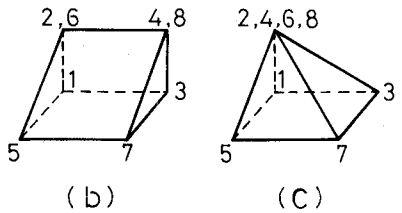


図２－９

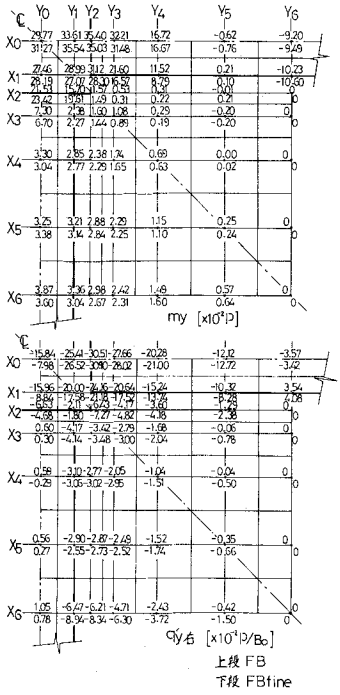


図 2 −10

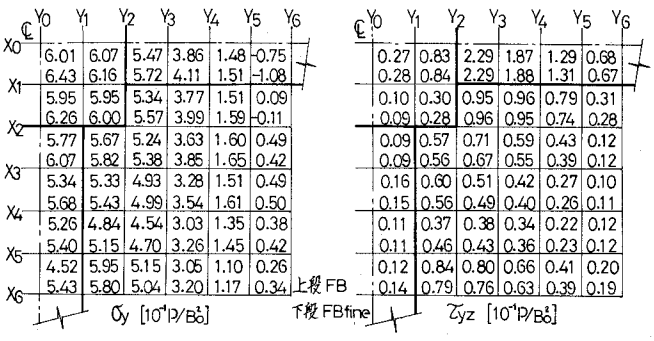


図 2 −11

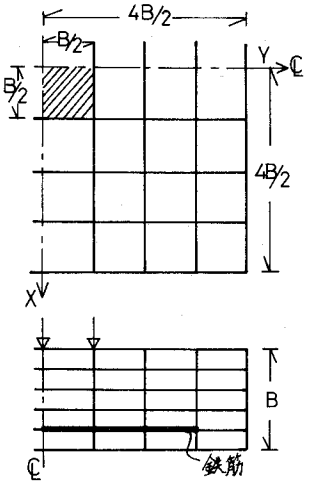


図 2 −12

礎底面縁応力度の平均値，Y_2～Y_3 列間要素のせん断応力度の平均値を示したものである。同表から応力度についても或る範囲内の平均値を求めると近似の度合が良くなることがわかる。以上より局部的な集中応力或いは応力度の大きさを問題にする場合を除けば，図 2 − 7(b)の FB

表 2 − 7

記　号	M_y [P・Bo]		Q_{y4i} [P]		$\sigma_{y\ mean}$ [P/Bo²]		$\tau_{yz\ mean}$ [P/Bo²]	
	有効幅	全板幅	有効幅	全板幅	有効幅	全板幅	有効幅	全板幅
FB	0.303	0.375	0.286	0.381	0.569	0.553	0.138	0.101
FBfine	0.301	0.372	0.288	0.391	0.580	0.563	0.137	0.100

程度の分割でも，全体の応力の傾向及び性状を充分に把握することが出来ると考えるので，以下ではFBの分割方式に準じて分割し解析を進めていくことにした。

B）鉄筋の影響について：図2－12の柱断面を無視し，基礎底面でC_v×（節点の支配面積）を常数とするばねで支持されている場合について鉄筋比を変えて解析した。鉄筋比p_tは有効幅＝B＋2D 有効せい＝4Bo/5について求められる断面積に対する比である。たゞし計算はポアソン比$\nu=0$，$C_v=(10/21)\times10^{-4}E_c$〔1/cm〕鉄筋とコンクリートはスリップしないとして行った。表2－8は基礎中央点の上及び下面の鉛直変位と，同じく中央要素の最上段及び最下段要素の中央点における垂直応力度σ_yである。表から鉄筋に接する最下段要素のσ_yの変化がやゝ大きいが，鉄筋比による計算値の変化は小さいと云える。

表2－8

p_t	[%]	0	0.1	0.2	0.4
変位 [P/EBo]	上面	1.468	1.468	1.464	1.456
	底面	1.416	1.412	1.408	1.400
σ_y [P/Bo²]	最上段	-0.482	-0.482	-0.482	-0.480
	最下段	0.419	0.416	0.411	0.405

以上及びはりを2次元解析した結果，或いは後述の亀裂及びコンクリートの弾塑性々状を考慮した解析の弾性範囲における結果でも，弾性域では鉄筋の影響は少いことから，鉄筋を無視した弾性解析結果によって，弾性域における鉄筋コンクリート造フーチング基礎の挙動を検討する事が可能と考える。

3　弾性解析結果及び考察

前節の予備計算結果及び考察を参照しながら鉛直荷重を受ける正方形フーチング基礎を，基礎板の諸元，基礎板上面の傾斜，基礎梁の有無，基礎梁位置等の条件を変えて弾性解析し，結果について考察した。

3・1　等厚独立フーチング基礎

図3－1に示した断面を有する正方形フーチング基礎の諸元を，表3－1のように変えて解

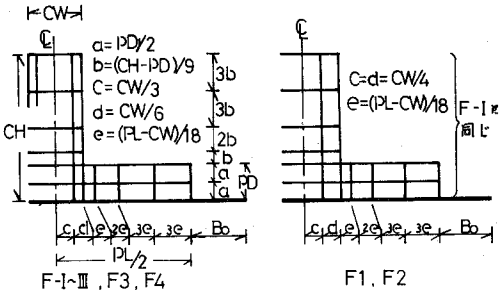


図3－1

表3－1　[単位：Bo＝F－Ⅰ～Ⅲの柱巾CW]

記号	CW	CH	PL	PD
F－Ⅰ	1	8／3	3	2／3
F－Ⅱ	1	〃	5	〃
F－Ⅲ	1	〃	7	〃
F1	2／3	〃	5	〃
F2	4／3	〃	〃	2／3
F3	1	〃	〃	1／2
F4	1	8／3	5	5／6

析した。分割方式は図３－１に示す通りである。

解析結果のうち基準としたC$_v$＝(1/21)×10^{-3}・E$_C$〔1/cm〕のときのF－IIの単位幅当り基礎板底面に対するモーメント及びせん断力，基礎底面の縁応力度σ_y及び要素中央点のτ_{yz}を板厚方向に平均した値を図３－２に掲げた。なお同図m_yの（　）内の値は，板厚方向中央面に対する曲げモーメントである。各部には軸方向応力が存在するので両モーメントの値は異なり，板中央部では底面に対するモーメントが大きく，板縁のX$_6$断面に近づくと逆に小さくなって，分布の傾向が若干違う。しかしその差は比較的小さいので，以下では計算がより容易な板底面に対するモーメントを求めることにした。なお板幅全体についての軸方向力の和は零なので，板底面に対するモーメントと板厚中央面に対するモーメントとは等しくなる。

図によると柱断面の影響と厚板であることによって，板内の板厚方向応力度分布が材料力学でみられる分布と違うために，モーメント及びせん断力が最大の位置と，板底面の縁応力度及び平均せん断力度の最大値が生ずる位置とが対応していない。

表３－２は図３－２の単位幅当りモーメント及びせん断力の全板幅並びに学会規準に示されている基礎設計用有効幅内に分布する値の和，また表３－３は図３－２のσ_y，τ_{yz}の全板幅及び

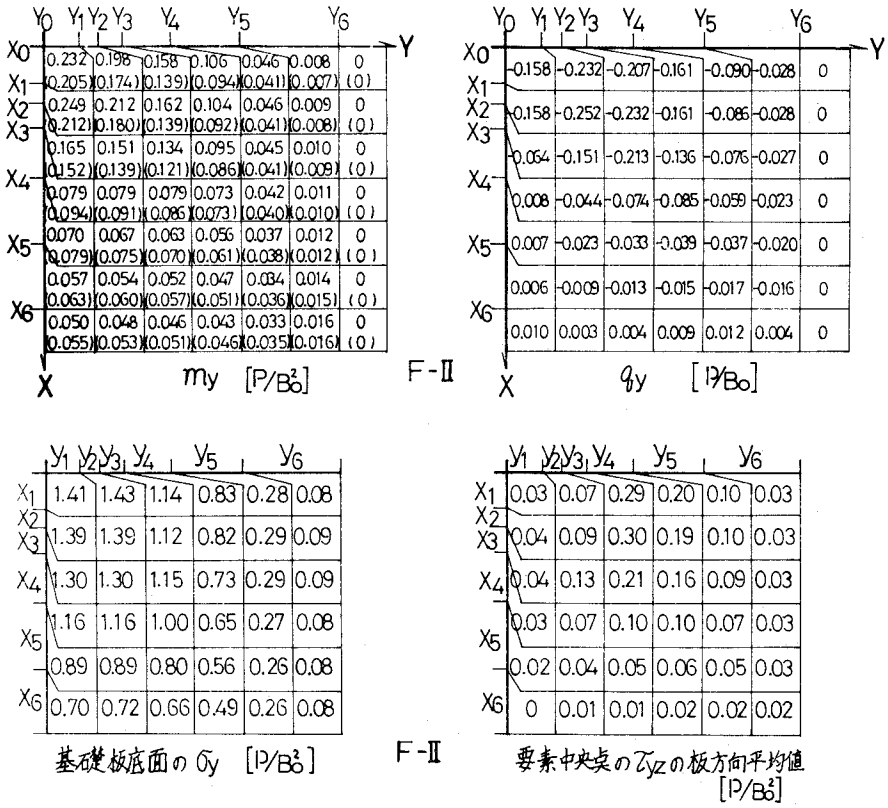


図３－２

有効幅についての平均値を，基礎板中央部について示したものである。M_y は Y_0 断面，Q_y は柱表面に接する Y_2 断面で最大であるのに対し $\sigma_{y\ mean}$ は $Y_1 \sim Y_2$ 列間要素で僅かではあるが大きく，$\tau_{yz\ mean}$ は $Y_2 \sim Y_3$ 列間の柱に接する板側の要素に最大値が生じ特に有効幅内についての平均値が大きく，せん断応力度は基礎板中央部に大きな値が集中して生じていることがわかる。

以上のような応力及び応力度が，フーチングの諸元及び地盤係数 C_v によってどのように変

表３－２

断面位置		Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
M_y	全板巾	0.505	0.462	0.407	0.325
[PBo]	有効巾	0.357	0.320	0.273	0.204
Q_y	全板巾	0.130	0.326	0.369	0.301
[P]	有効巾	0.148	0.304	0.335	0.266

表３－３

要素位置		$Y_0 \sim Y_1$	$Y_1 \sim Y_2$	$Y_2 \sim Y_3$
σ_y	全板巾	1.027	1.036	0.896
[P/Bo²]	有効巾	1.293	1.297	1.086
τ_{yz}	全板巾	0.019	0.051	0.111
[P/Bo²]	有効巾	0.031	0.086	0.205

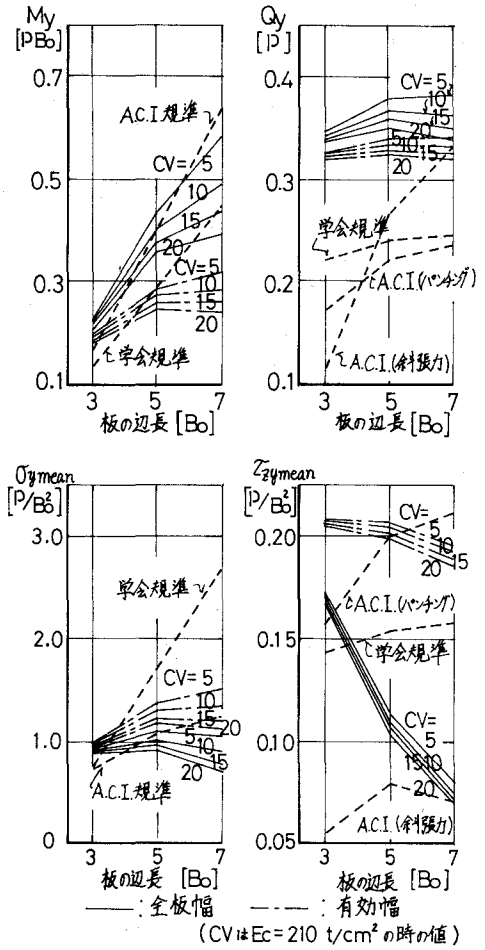


図３－３

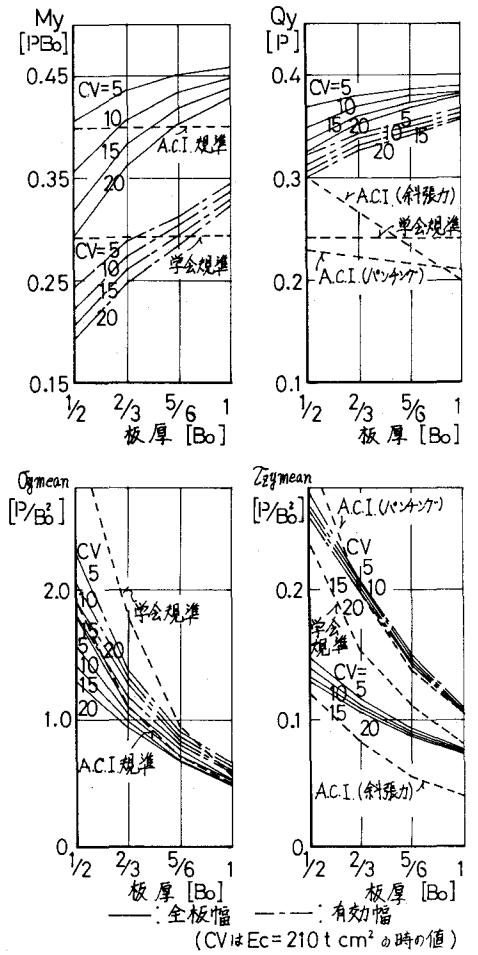


図３－４

るかを，表３－２のY_2断面のM_y，Y_2断面のQ_y，表３－３の$Y_1 \sim Y_2$要素の$\sigma_{y\ mean}$，$Y_2 \sim Y_3$要素の$\tau_{yz\ mean}$を例としてみると次のようになった。

A）板の辺長変化の影響：図３－３は，板の辺長を柱幅Boの３，５，７倍に変えたときの変化である。いずれも辺長が7Boになると値が減少するか，又は増加の割合が小さくなっている。この原因は予備計算の項で述べたように，板の辺長が大きくなって剛性が低下すると，地反力が板の中央部に集中するようになって，モーメントとせん断力の増え方が減り，その一方で辺長が大きくなって断面が増加するためである。

Cvが大きくなると応力及び応力度が小さくなるのも，地反力の基礎板中央に集まることによるが，Cv変化の影響は，辺長が大きい場合により強く現われる。

図には比較のために日本建築学会及びA．C．I．の規準式で求めた設計用応力及び設計用応力を全板幅及び有効幅と，全板厚よりなる断面の断面係数Z又は断面積Aで除して求めた縁応力度並びに平均せん断応力度を記した。

図によると有効幅内モーメント及び縁応力度の解析値と，日本建築学会の値とを比較すると，学会値は辺長３Boで小さく，辺長７Boでは著しく大きい。学会規準の設計用モーメントは，周知のように地反力を等分布と仮定し，台形の平面形を有する片持ばりの柱表面位置に対する固定端モーメントとして求められるが，柱幅を一定にしたまゝ板の辺長を大にすると，台形部に等分布している地反力の合力の作用点と柱表面間の距離が，辺長の増加の仕方よりも大きくなる。このため上に述べた本報の解析結果の傾向と逆になって，辺長が大になると共に大きな差が生じたものと考える。全板幅についてのモーメント及び平均縁応力度と，A．C．I．Codeに準じて求めた値との間にも同様の傾向がみられるが，学会規準よりも差は小さい。一方学会及びA．C．I．Code式で求めた設計用せん断力は，おゝむね本報の全板幅及び有効幅間のせん断力を下まわり，平均せん断応力度は，本報の全板幅についての値が辺長7Boで各規準値よりも小さくなるが辺長３Boでは大きく，有効幅については辺長７BoにおけるA．C．I．Codeのパンチング用せん断力から求めた値を除けば，本報の値はいずれの場合よりも大きい。

B）板厚変化の影響：図３－４は，板厚変化による応力及び応力度の変化を示したものである。図から本報で求めたモーメント及びせん断力は，板厚が厚くなって板剛性が高まると，板の辺長が大きくなった場合とは逆の理由で大きくなるが，応力の増加が板厚の増加の割合よりも小さいので，縁応力度及びせん断応力度の平均値は，板厚が増すと共に減少する。また規準値と比較すると，本報の有効幅内モーメントは学会規準値よりも板厚が薄い場合に小さく，板厚が厚い場合は大きい。全板幅についてのモーメントとA．C．I．Codeで求めた値との間にもほゞ同様の傾向がみられる。一方せん断力については，本報の解析結果はいずれも規準値よりも大きく，板厚変化によるせん断力の変化の仕方も本報の解析結果が板厚が増すと共に増大しているのに対し，規準値は一定か又は減少して変化の傾向が違う。

縁応力度の平均値についてみると，学会規準に従って求めた値は，板厚が大きい場合に本報の結果と近似するが，板厚が薄くなるほど本報の解析結果よりも著しく大になる。これに対しA．C．I．Codeによって求めた値は，同様の傾向があるもの、本報の解析結果に比較的良く近似している。せん断応力度については，本報の有効幅内平均せん断応力度と，A．C．I．Codeのパンチング用設計せん断力から求めた平均せん断応力度とが良く近似したが，学会規準値は，全板幅と有効幅についての本報の値の中間値を示し，A．C．I．Codeの斜張力用せん断力から求めた値は，本報の解析値よりも小さい。

表3－4　　[単位 Bo]

記　号	CW	CH	PL	PD_1	PD_2
FT-I	1	8／3	3	1	1／2
FT-II	〃	〃	5	〃	〃
FT-III	〃	〃	7	1	1／2
FT 1	〃	〃	5	5／6	0.5741
FT 2	〃	〃	〃	1	0.4815
FT 3	〃	〃	〃	7／6	0.3889
FT 4	1	8／3	5	4／3	0.2963

3・2　基礎板上面に傾斜がある独立フーチング基礎

基礎板上面に傾斜を設けたフーチング基礎は実際によく用いられている。このようなフーチング基礎の応力及び応力度分布を明らかにするため，表3－4に示した各基礎を図3－5のように分割して解析した。FT－I～IIIは，基礎板と柱表面とが接する部分の板厚PD_1と縁部の板厚PD_2を変えないで板の辺長を変化させた場合，その他は板部のコンクリートの容積を一定にしたまゝPD_1とPD_2を変えた場合である。以下$Cv=(1/21)\times10^{-3}\cdot Ec$〔1/cm〕について計算した結果について述べると，図3－6は基準にしたFT－IIの単位幅当りの基礎板底面に対するモーメントm_yとせん断力$q_{y有}$及び基礎底面の縁応力度σ_yと要素中央点のせん断応力度τ_{yz}を板厚方向に平均した値である。

図3－2のF－IIの解析結果とくらべると，FT－IIのモーメントとせん断力は基礎板中央部で大きく，周辺部で小さいのに対し，縁応力度と平均せん断応力度は，板周辺部は勿論，中央部においても小さく，基礎板上面の傾斜は応力度の減少に関しては有効であると云える。なお応力と応力度の最大値を生ずる位置は，等厚の場合と同様に対応していない。

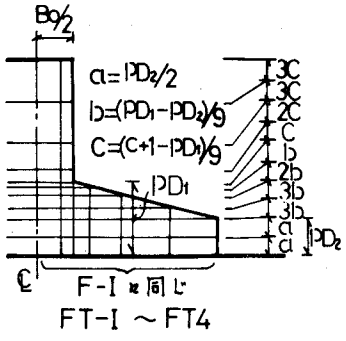


図3－5

表3－5はY_2断面の全板幅及び有効幅内モーメントとせん断力，Y_1～Y_2断面間要素の縁応力度，Y_2～Y_3間要素のせん断応力度の平均値である。表によれば，辺長のみ変化させたFT－I～IIIでは，等厚の場合にくらべてモーメント及びせん断力の変化が大きく，辺長が大きくなるにしたがい等厚の場合との差が大になる。たゞし応

力度の変化は表の範囲ではいずれも等厚の場合よりも小さい。

また板の容積を同じにしたまゝ傾斜の勾配を変えた場合も，勾配が大きくなるとモーメントとせん断力は増加するが応力度は小さくなり，基礎中央部と板縁間の差が小さくなる。

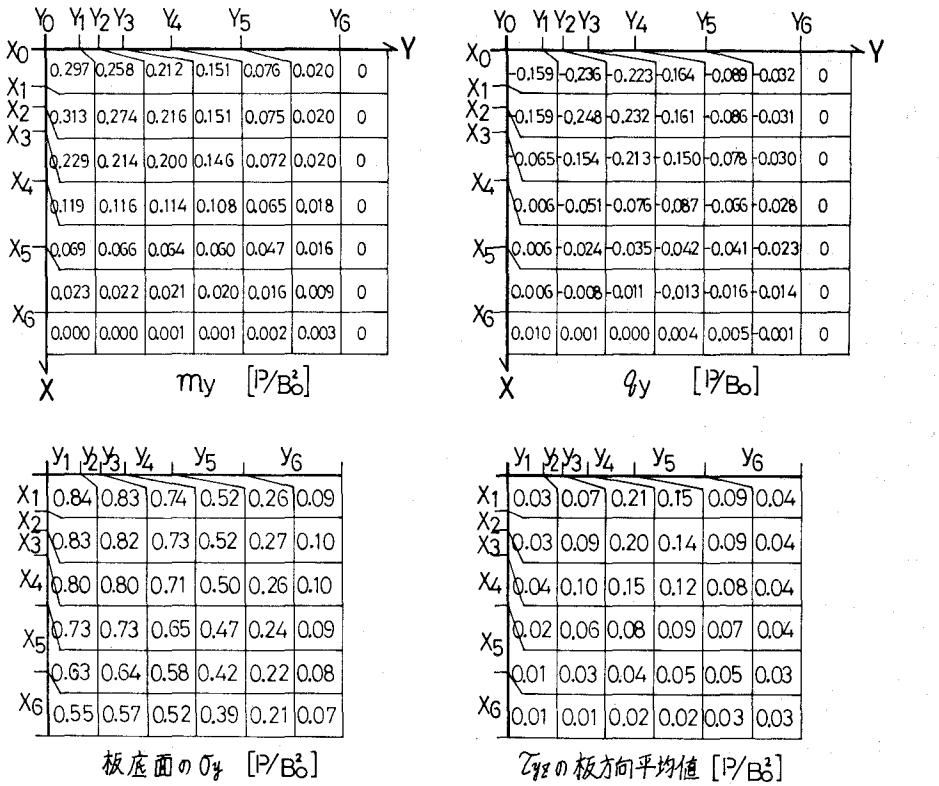


図3－6

表3－5　　単位 M [P/Bo], Q [P], σ,τ [P/Bo²]

記号	有限要素解								学会規準				A. C. I. Code					
	有効幅				全板幅													
	M_y	σ_y	Q_y	τ_{yz}	M_y	σ_y	Qy	τ_{yz}	M_F	σ	Q_F	τ	M_F	σ	Q_D	τ_D	Q_p	τ_p
FT-I	0.223	0.587	0.345	0.140	0.223	0.587	0.345	0.140	0.130	0.260	0.222	0.074	0.167	0.334	−	−	0.139	0.093
-II	0.403	0.753	0.363	0.128	0.432	0.688	0.378	0.095	0.293	0.586	0.240	0.080	0.400	0.480	0.200	0.053	0.210	0.120
-III	0.473	0.816	0.362	0.123	0.568	0.650	0.381	0.070	0.459	0.918	0.245	0.082	0.643	0.551	0.286	0.049	0.230	0.125
FT I	0.348	0.980	0.349	0.157	0.420	0.852	0.374	0.103	0.293	0.949	0.240	0.108	0.400	0.691	0.233	0.064	0.216	0.152
2	0.405	0.758	0.363	0.128	0.431	0.694	0.378	0.096	〃	0.586	〃	0.080	〃	0.480	0.200	0.054	0.210	0.121
3	0.431	0.606	0.370	0.109	0.438	0.574	0.381	0.089	〃	0.387	〃	0.062	〃	0.353	0.167	0.047	0.203	0.100
4	0.445	0.499	0.377	0.095	0.444	0.482	0.383	0.084	〃	0.270	〃	0.049	〃	0.270	0.133	0.041	0.196	0.085

規準値とくらべると，応力についてはA．C．I．Code式によって求めた設計用モーメントが比較的似た値を示す外は，いずれも本報の値よりも小さく，応力度は，A．C．I．Codeのτ_pを除けば規準値はいずれも小さく本報の解析結果と余り良く対応しない。

C_vを変えた場合については，等厚の場合と同様の傾向がみられる。

3・3　等厚の基礎梁付フーチング基礎

建築のフーチング基礎は，以上に述べたような独立フーチング基礎は少なく基礎梁が付いていることが多い。このような基礎梁付フーチング基礎の設計法については明らかでなく，基礎梁を無視して独立フーチング基礎の設計法を準用しているのが普通である。

此の項では基礎梁付フーチング基礎の性状を明らかにするために計算した表3－6についての解析結果ならびに結果の考察について述べる。夫々の分割方式は図3－7に示す通りである。なお与えた周辺条件は，無限均等ラーメンの正方形基礎が，鉛直荷重を受ける場合に等しい。

表において FB－I～FB10 までは，基礎底面と基礎梁底面とが同一面上にある場合について，柱幅，板の辺長，板厚，基礎梁断面を変えたとき，その他は基礎と基礎梁の底面が同一面上に無い場合である。そのうち FB13′, 14′, 15′ は基礎梁と基礎板が分離しているが，その他は全て一体である。

以下 $C_v=(1/21)\times10^{-3}\cdot E_c$〔1/cm〕について計算した結果について記すと次のようになる。

図3－8は，FB－IIの単位幅当りモーメント及びせん断力，基礎底面の縁応力度，要素中央点のせん断応力度の板厚方向平均値である。FB－IIは基礎梁の有無を除けば図3－2に計算結果を示したF－IIと同一の諸元を持つが，図によると柱断面内の応力の一部と，基礎板縁の X_6 断面に生じた $q_{y右}$ を除けば，基礎梁の無いF－IIの応力よりも，基礎梁部分で大きく板部分で小さい。又F－IIでは柱断面内に最大

表3－6 [単位 FB－I の CW＝Bo]

記　号	CW	CH	PL	PD	BL	BW	BD	BZ
FB-I	1	8/3	3	2/3	10	2/3	4/3	0
FB-II	〃	〃	5	〃	〃	〃	〃	〃
FB-III	1	〃	7	〃	〃	〃	〃	〃
FB 1	2/3	〃	5	〃	〃	〃	〃	〃
FB 2	4/3	〃	〃	2/3	〃	〃	〃	〃
FB 3	1	〃	〃	1/2	〃	〃	〃	〃
FB 4	〃	〃	〃	5/6	10	〃	〃	〃
FB 5	〃	〃	〃	2/3	20/3	〃	〃	〃
FB 6	〃	〃	〃	〃	40/3	2/3	〃	〃
FB 7	〃	〃	〃	〃	10	1/2	〃	〃
FB 8	〃	〃	〃	〃	〃	1	4/3	〃
FB 9	〃	〃	〃	〃	〃	2/3	1	〃
FB10	〃	〃	〃	〃	〃	〃	5/3	0
FB11	〃	〃	〃	〃	〃	〃	4/3	1/3
FB12	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	2/3
FB13	〃	8/3	5	〃	〃	〃	〃	1
FB14-I	〃	3	3	〃	〃	〃	〃	4/3
FB14-II	〃	〃	5	〃	〃	〃	〃	〃
FB14-III	〃	3	7	〃	〃	〃	〃	4/3
FB15	〃	10/3	5	〃	〃	〃	4/3	5/3
FB16-I	〃	8/3	3	〃	〃	〃	1	1/3
FB16-II	〃	〃	5	〃	〃	〃	〃	〃
FB16-III	〃	〃	7	〃	〃	〃	1	1/3
FB17	〃	〃	5	〃	〃	〃	2/3	2/3
FB13′	〃	8/3	5	〃	〃	〃	4/3	1
FB14′-I	〃	3	3	〃	〃	〃	〃	4/3
FB14′-II	〃	〃	5	〃	〃	〃	〃	〃
FB14′-III	〃	3	7	〃	〃	〃	〃	4/3
FB15′	1	10/3	5	2/3	10	2/3	4/3	5/3

値が生じているのに対し，FB－IIではモーメント及びせん断力の最大値は，共に柱表面に接する断面に生じ，値はF－IIよりも大きい。同様の傾向は，基礎板と基礎梁が一体の他の場合についてもみられた。一方縁応力度はモーメントが小さくなった板部分は勿論，基礎梁部分においても断面のせいが大きくなった結果小さくなり，平均せん断応力度は柱表面に接するY_2断面の基礎梁にやゝ大きい値がみられるが，X_0とX_6位置間での差はF－IIよりも小さい。又基礎中央のX_0断面付近の板のせん断応力度は，F－IIよりも小さいが板縁のX_5～X_6断面間のせん断応力度は大きく，基礎梁のない場合に応力度が基礎中央に集中する傾向があるのに対し，基礎梁付の場合は応力度が一様化していることがわかる。

以上のように基礎梁付フーチング基礎の応力及び応力度は，基礎梁の無い場合と異なることがわかるが，更に基礎梁の位置や諸元によってどのような影響を受けるかについて検討してみると次のようになる。

A）基礎梁の位置の影響：図3－9は，辺長5Bo，板厚4Bo/6で基礎梁の位置及び断面のみが異なる基礎梁付フーチング基礎の，基礎板と基礎梁とが接するY_1断面と，基礎板の自由辺X_6断面におけるm_y分布を示したものである。図から基礎板と基礎梁が離れているFB13′，FB14′－II，FB15′と，その他のm_y分布との間に明らかな差異がみられ，FB13′～FB15′は基礎梁の無い独立フーチング基礎F－IIとほゞ同じ分布を示すのに対し，FB11～FB17，FB－IIはむしろ2隣辺固定，他の2隣辺自由板を薄板理論で解いた結果に近似している。そしてスパン中

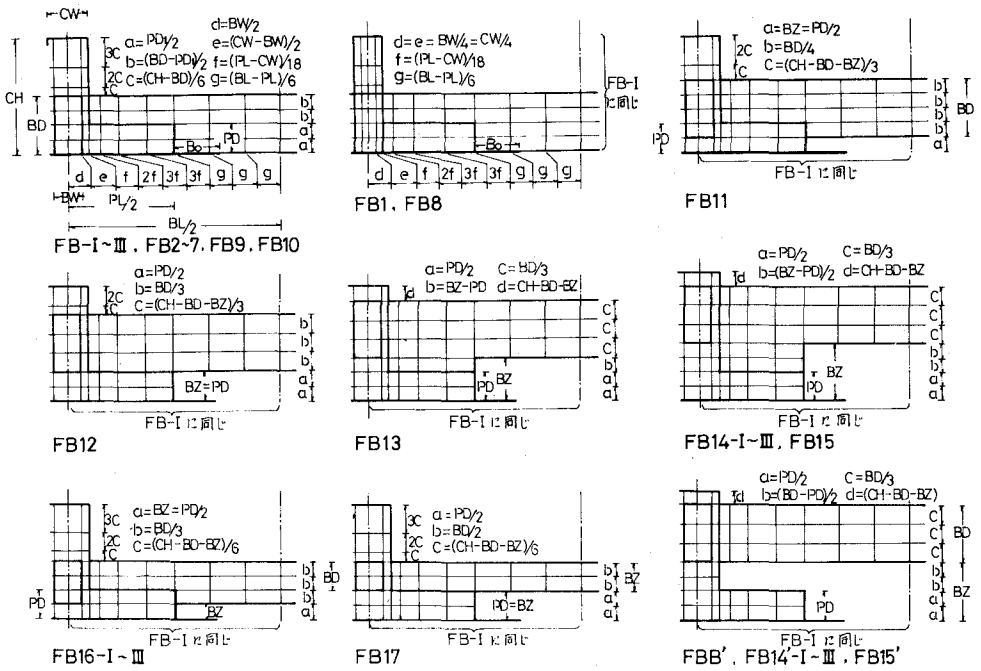


図3－7

央の基礎梁自体の断面の如何によらず，板と基礎梁が一体になっている部分の底面からのせいが大きい程，２隣辺固定，他の２隣辺自由板の分布に近づくことがわかる。なお基礎底面とスパン中央部の基礎梁下縁間距離 BZ が板厚 PD 以下の FB11, 12, 16, 17 の Y_1 断面に働くモーメントは，X_6 位置で減少して他の場合と違った傾向を示すが，FB16, FB17 については X_6 位置以外の基礎中央部において，板と一体になった部分の基礎梁せいが同一の FB－II に近似している事から，基礎板中央部の応力分布は板部分の基礎梁せいが同じならば，スパン中央部の基礎

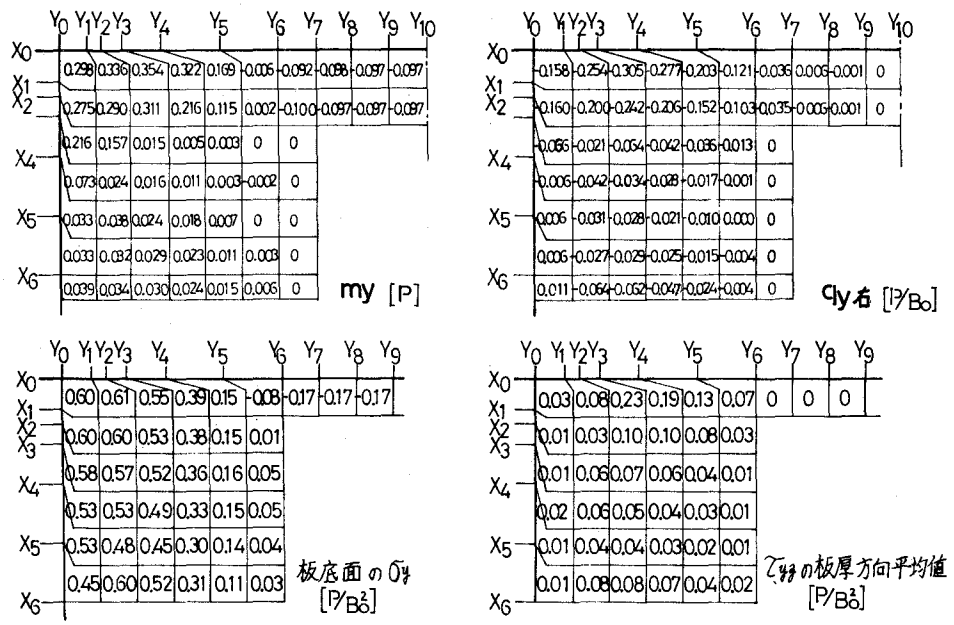


図３－８

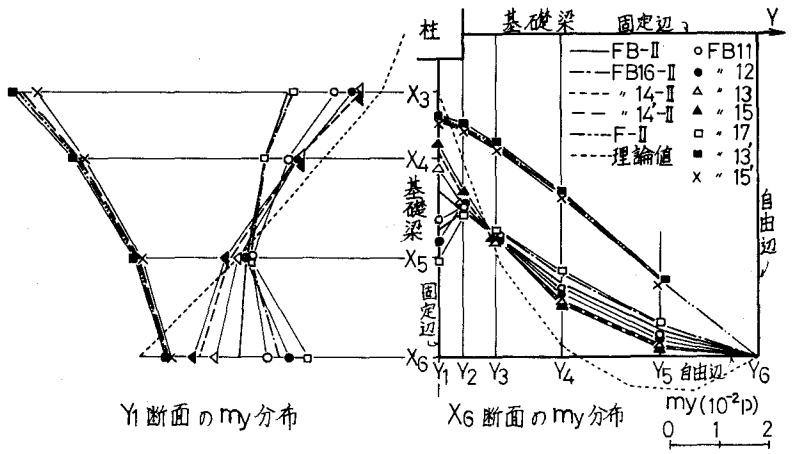


図３－９

梁断面及び位置によらず，ほゞ同じになると云えよう。なおスパン中央の曲げモーメントは，板と基礎梁が一体でない場合は零，一体の場合は板部分の基礎梁断面が大きい程，そして板部分とスパン中央の基礎梁断面の差異が大きい程小さくなる傾向がみられる。

表３－７は，柱表面に接する Y_2 断面のＹ方向モーメントとせん断力の有効幅及び全板幅についての和，$Y_1 \sim Y_2$ 断面間要素の底面における縁応力度の平均値，$Y_2 \sim Y_3$ 断面間要素中央点のせん断応力度の全平均値である。また表の規準値の有効幅についての値は，学会規準式による設計用応力及び先に記したと同様にして求めた応力度，全板幅についての値は，Ａ．Ｃ．Ｉ Code によって求めた値，そして板縁における σ_y は，２隣辺固定，他の２隣辺自由板の自由辺と固定辺が直交する位置のモーメントと板厚について求められる断面係数Ｚを用いて計算した値である。

表３　－７

記号	有効幅				全板幅				板縁
	M_y [PBo]	σ_y [P/Bo²]	Q_y [P]	τ_{yz} [P/Bo²]	M_y [PBo]	σ_y [P/Bo²]	Q_y [P]	τ_{yz} [P/Bo²]	σ_y [P/Bo²]
FB-II	0.303	0.583	0.286	0.138	0.375	0.591	0.381	0.101	0.748
FB11	0.313	0.447	0.274	0.119	0.378	0.500	0.382	0.095	0.655
FB12	0.318	0.364	0.267	0.106	0.383	0.453	0.383	0.091	0.655
FB13	0.325	0.309	0.263	0.096	0.391	0.418	0.384	0.086	0.637
FB14 ←II	0.331	0.275	0.260	0.088	0.399	0.395	0.384	0.082	0.633
FB15	0.337	0.251	0.259	0.081	0.407	0.381	0.384	0.079	0.622
FB16 －II	0.303	0.604	0.289	0.138	0.372	0.606	0.380	0.101	0.659
FB17	0.303	0.609	0.286	0.138	0.372	0.610	0.380	0.101	0.660
FB13′	0.205	1.357	0.335	0.205	0.407	1.068	0.369	0.111	0.625
FB14′ －II	0.205	1.342	0.335	0.205	0.407	1.060	0.369	0.111	0.623
FB15′	0.204	1.329	0.336	0.205	0.408	1.053	0.371	0.111	0.622
F-II	0.273	1.279	0.335	0.205	0.407	1.018	0.369	0.111	0.624
規準値	0.293	1.697	0.240	0.154	0.400	1.080	0.267 0.222	0.080 0.200	0.728

全板幅の規準値 Q_y, $\tau_{yz\ mean}$　の上段は斜張力用下段はパンチング用

表によると，有効幅内の $\sigma_{y\ mean}$ 及び $\tau_{yz\ mean}$ は，FB11～17 については FB－II と同様に学会規準値よりも小さく，FB13′～15′についてはＦ－II と同様に大きくなっている。なお FB11～15 の $\sigma_{y\ mean}$, $\tau_{yz\ mean}$ は，板部分の基礎梁せいが大きくなる程小さくなり，学会規準値との差も大きくなっている。また板部分の基礎梁せいが同一の FB－II，FB 16，17 の $\tau_{yz\ mean}$ の値は同じであり $\sigma_{y\ mean}$ も余り差が無い。FB13′～15′ の $\tau_{yz\ mean}$ はＦ－II に同じになり，$\sigma_{y\ mean}$ は基礎梁と板が離れるにしたがいＦ－II に近づく傾向がみられる。全板幅についても同様の傾向がみられるが，全ての $\sigma_{y\ mean}$ はＡ．Ｃ．Ｉ．Code 値の方が大きく，$\tau_{yz\ mean}$ は FB15 を除いてＡ．Ｃ．Ｉ．Code 値の斜張力用の値よりも大きく，パンチング用の値よりも全てが小さい。板縁の縁応力度 σ_y の有限要素法で求めた値は，FB-II を除き理論値よりも小さいが，FB－II～FB 17 の有限要素解と理論値との差は，学会規準やＡ．Ｃ．Ｉ．Code にしたがって求めた $\sigma_{y\ mean}$ との差よりも小さい。なお基礎板と基礎梁とが一体でないときも，板縁部に２隣辺固定，他の２隣辺自由板の値に近い応力度が生じているが，現行の学会規準ではこの応力度に特別な注意を払わなくてもよい事になっているので，今後何等かの配慮が必要と考える。

B）柱幅，基礎板厚及び基礎梁諸元の影響：既にスパン中央の基礎梁断面が，基礎梁底面が上方へ移動するに従って小さくなったFB16－II，FB17について検討したが，こゝでは柱幅，基礎板の厚さを変えたFB１～４と共に，基礎板と基礎梁の底面が同一平面上にあって，基礎梁の長さ，幅，せいの異なるFB５～10について比較する。

表３－８は，m_y と $q_{y右}$ の最大値である。FB１～４と先に検討した基礎梁の無い独立フーチング基礎のうち，基礎梁を除いた諸元が同じＦ１～４と比較すると，基礎梁付の方の最大値はいずれも大きくなったが，その増加の割合は柱幅が大きくなると m_y については小さく，$q_{y右}$ については大きくなり，板厚が薄くなると共に大になる。又FB５～10についてみると，FB５とFB６の $q_{y右}$ が等しいことを除けば，基礎梁の長さ及びせいが大きいとき，そして幅が狭いときに値が大きくなっている。以上のFB３，４，９，10の関係から，板厚に比し基礎梁せいが大きい場合，m_y 及び $q_{y右}$ は大きくなると云える。一方基礎梁長さが変化したFB５，６，基礎梁幅が異なるFB７，８では基礎梁剛性が小さい方の値が大きい。したがって m_y 及び $q_{y右}$ に影響を与えるのは，単に基礎板と基礎梁間の相対剛性のみで無く，例えばスパン中央における基礎梁モーメントの大小が応力に影響を及ぼすと考えられる。

表３－８

記　号	m_y[P]	$q_{y右}$[P/Bo]
FB１	0.444	0.406
FB２	0.292	0.251
FB３	0.370	0.315
FB４	0.320	0.293
FB５	0.317	0.305
FB６	0.367	0.305
FB７	0.428	0.350
FB８	0.401	0.262
FB９	0.287	0.285
FB10	0.384	0.315

表３－９　　単位 M_y[PBo], Q_y[P], σ_y, τ_{yz}, τ_D, τ_p[P/Bo^2]

記号	有限要素法								学会規準				A. C. I. Code					
	有効幅				全板幅													
	M_y	σ_y	Q_y	τ_{yz}	M_y	σ_y	Q_y	τ_{yz}	M_y	σ_y	Q_y	τ_{yz}	M_y	σ_y	Q_D	τ_D	Q_p	τ_P
FB１	0.348	0.613	0.307	0.166	0.433	0.591	0.410	0.109	0.334	2.255	0.246	0.185	0.469	1.169	0.300	0.090	0.232	0.261
FB２	0.266	0.477	0.266	0.118	0.321	0.499	0.351	0.093	0.254	1.286	0.232	0.131	0.336	0.991	0.233	0.070	0.210	0.158
FB３	0.290	0.636	0.257	0.163	0.356	0.762	0.375	0.123	0.293	3.516	0.240	0.240	0.400	1.920	0.300	0.120	0.228	0.303
FB４	0.312	0.514	0.312	0.118	0.393	0.507	0.384	0.085	0.293	0.949	0.240	0.108	0.400	0.691	0.233	0.056	0.216	0.142
FB５	0.270	0.545	0.231	0.137	0.344	0.558	0.381	0.101	0.293	1.695	0.240	0.154	0.400	1.080	0.267	0.080	0.222	0.200
FB６	0.312	0.589	0.283	0.138	0.387	0.598	0.381	0.101	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
FB７	0.297	0.638	0.285	0.147	0.375	0.623	0.379	0.103	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
FB８	0.307	0.438	0.284	0.124	0.379	0.463	0.383	0.096	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
FB９	0.282	0.850	0.303	0.167	0.377	0.755	0.377	0.106	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
FB10	0.311	0.433	0.272	0.120	0.380	0.496	0.383	0.096	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃

なお基礎梁のスパン中央断面に生じたモーメントの最大値は，表３－８の範囲ではFB５の−9.78〔10^{-2}PBo〕であって，P＝100^{ton} Bo＝60^{cm}とすると−5.9^{tm}の曲げモーメントが生ずることになる。

先に求めたと同様にして有限要素法による全板幅及び有効幅間のモーメント，せん断力，縁応力度，平均せん断応力度の平均値を，学会規準並びにA．C．I．Codeに従って求めた値と比較した表３－９によると，既に述べたと同様の傾向の外にFB3～10についての結果から，板に対する基礎梁の剛性が大きくなると，規準値との差が大きくなる傾向がみられる。

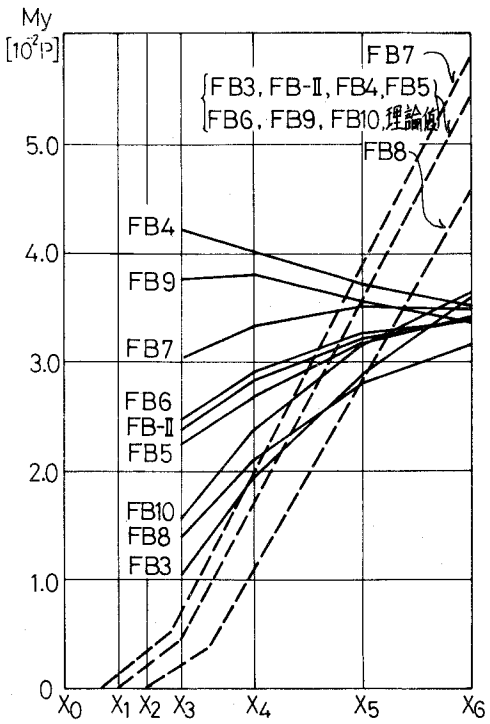


図３－10

図３－10は，FB３～10，FB－IIのY_1断面における単位幅当りモーメントm_yの分布と，２隣辺固定，他の２隣辺自由板の薄板理論解とを比較したものである。図から既に述べたと同様の傾向，すなわち基礎梁長さが違う場合を除き，基礎梁断面が同じならば板厚が小さい程，板厚が同じときは基礎梁の幅及びせいが大きい程，したがって板厚に対する基礎梁の剛性が大きい程薄板理論値に近づく傾向がある。しかし分布の位方にはなお差があり，板縁のX_6断面における有限要素法で求めたm_yと，薄板理論値との間にはかなりの違いが認められる。たゞし板縁と基礎梁が交わる位置の基礎板底面における縁応力度σ_yと，薄板理論で求めたm_yを全板厚について得られる断面係数Zで割って計算したσ_yとを比較した表３－10によると，m_yにみられるような差は無くなって比較的よく近似している。

表３－10

板縁の縁応力度σ_y[P/Bo²]

記　号	有限要素法	薄板理論値
FB１	0.666	0.728
FB２	0.603	0.728
FB３	1.167	1.294
FB４	0.469	0.466
FB５	0.660	0.728
FB６	0.736	0.728
FB７	0.694	0.784
FB８	0.596	0.620
FB９	0.700	0.728
FB10	0.708	0.728

C）板の辺長変化の影響：図３－11は，基礎梁付のFB，FB14，16，14′及び基礎梁の無いF系列の辺長を３Bo，５Bo，７Boと変えたとき，柱表面に接する断面の板底面における$\sigma_{y\ mean}$及び$\tau_{yz\ mean}$がどのように変化するかを示したものである。同図の規準値のうち有効幅については学会規準，全板幅については，A．C．I．Codeにしたがって，既に求めたと同様にして計算した値である。図によると辺長が変化したときの応力度変化の傾向は，FとFB14′，FBとFB16とは特に

全板幅間においてよく近似し，FB14はFBよりも小さい。FBとFB16とは板と一体になった部分の基礎梁せいが同じであるのに対し，FB14ではせいが大きい。したがって柱表面に接する断面の大小によって図のような差が生じたと考えられる。有効幅間については，FとFB14は全板幅についてと同程度の近似を示すが，基礎梁付の場合は近似度が悪くなり，スパン中央の基礎梁断面は基礎中央部の応力分布に影響を与えることがわかる。規準値と比較すると，基礎梁付フーチング基礎の $\sigma_{y\ mean}$ は，学会規準及びA．C．I．Codeによって求めた σ_y よりも小さく，辺長が大きい場合及び板と一体になっている部分の基礎梁せいが大きい程，規準値との差も大になる。$\tau_{yz\ mean}$ は，基礎梁付フーチング基礎の値が有効幅についての学会規準値以下になり，辺長が大きくなるにしたがい差が大になって，辺長変化に対する平均せん断応力度の変化の傾向が違う。

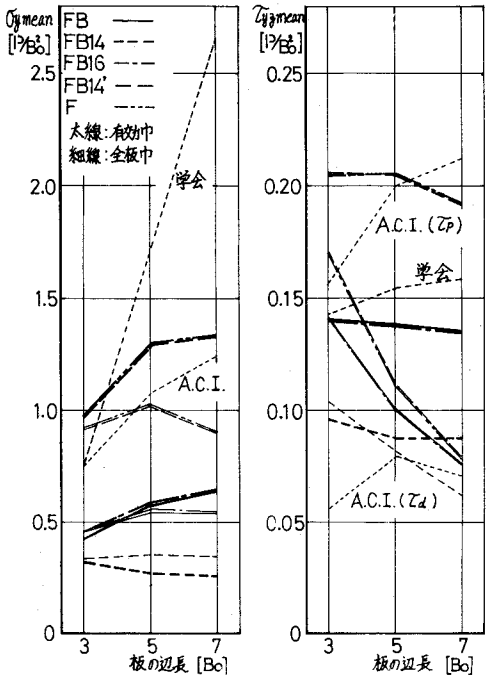


図3－11

表3－11

板縁の縁応力度[P/Bo²]

記　号	有限要素法	薄板理論値
FB-I	0.750	0.586
FB-II	0.748	0.728
FB-III	0.617	0.793
FB14-I	0.404	0.586
FB14-II	0.543	0.728
FE14-III	0.553	0.793
FB16-I	0.457	0.586
FB16-II	0.590	0.728
FB16-III	0.539	0.793

表3－11は，表3－10と同様にして求めた基礎板と基礎梁とが直交する板縁における板底面の縁応力度であるが，板部分の基礎梁せいや板と基礎梁の結合の仕方によって，辺長の変化による縁応力度の変り方が異り，又薄板理論値の変化の傾向とも違う。これは板部分の基礎梁剛性と共に，スパン中央部の基礎梁の応力及び変形が，板縁部の応力度分布に影響を及ぼすためと考えられるが，こゝで計算した範囲ではFB－Ⅰ及びⅡを除き，薄板理論値は有限要素法で求められた値を上まわっている。

3・4　基礎板上面に傾斜がある基礎梁付フーチング基礎

表3－12に示す基礎板上面に傾斜を有する基礎梁付フーチング基礎を図3－12の分割で解析した。

解析結果のうち標準としたFBT－Ⅱの応力及び応力度分布の傾向について略述すると，応力

は図３－６に示した基礎梁の無いFT－IIよりも大きくなるが，図３－８の基礎梁付等厚フーチング基礎FB－IIよりも小さい。また応力度については，等厚の場合にみられる基礎梁の有無による応力度の違いと同様の傾向がみられ，更にFB－IIにくらべ，板底面の縁応力度は全体的に小さくなるが平均せん断応力度は基礎中央でやゝ大きく，板縁部では逆に小さくなった。

基礎板上面の傾斜の勾配が増すにつれて，２隣辺固定，他の２隣辺自由板の固定辺における板の応力度分布とは異なり基礎板中央と板縁間のモーメントの差が少くなったが，同一断面に

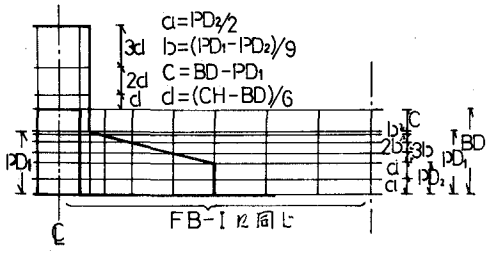


図３－12

表３－12

記　号	CW	CH	PL	PD_1	PD_2	BL	BW	BD
FBT-I	1	8/3	3	1	2/2	10	2/3	4/3
FBT-II	〃	〃	5	〃	〃	〃	〃	〃
FBT-III	〃	〃	7	1	1/2	〃	〃	〃
FBT 1	〃	〃	5	5/6	0.5741	〃	〃	〃
FBT 2	〃	〃	〃	1	0.4815	〃	〃	〃
FBT 3	〃	〃	〃	7/6	0.3889	〃	〃	〃
FBT 4	1	8/3	5	4/3	0.2963	10	2/3	4/3

表３－13

M_y[PBo], Q_y, Q_D, Q_P [P], σ_y, τ_{yz}, τ_D, τ_p[P/Bo²]

記号	有限要素法								学会規準				A. C. I. Code					
	有効幅				全板幅													
	M_y	σ_y	Q_y	τ_{yz}	M_y	σ_y	Q_y	τ_{yz}	M_y	τ_y	Q_y	τ_{yz}	M_y	σ_y	Q_D	τ_D	Q_P	τ_P
FBT-I	0.210	0.426	0.346	0.128	0.210	0.426	0.346	0.128	0.130	0.260	0.222	0.074	0.167	0.334	—	—	0.139	0.093
FBT-II	0.366	0.512	0.327	0.105	0.391	0.518	0.380	0.089	0.293	0.586	0.240	0.080	0.400	0.480	0.200	0.053	0.210	0.120
FBT-III	0.443	0.569	0.331	0.103	0.514	0.509	0.390	0.068	0.459	0.918	0.245	0.082	0.643	0.551	0.286	0.049	0.230	0.125
FBT 1	0.333	0.552	0.305	0.120	0.381	0.533	0.381	0.096	0.293	0.949	0.240	0.108	0.400	0.691	0.233	0.064	0.216	0.152
FBT 2	0.367	0.515	0.327	0.108	0.391	0.525	0.382	0.091	〃	0.586	〃	0.080	〃	0.480	0.200	0.054	0.210	0.121
FBT 3	0.393	0.476	0.346	0.095	0.401	0.489	0.883	0.085	〃	0.387	〃	0.062	〃	0.353	0.167	0.047	0.203	0.109
FBT 4	0.411	0.432	0.360	0.091	0.411	0.446	0.384	0.085	〃	0.270	〃	0.049	〃	0.270	0.133	0.041	0.196	0.085

生じた板底面の縁応力度は小さくなるだけで分布の傾向は変わらない。なお柱表面に接する断面の板厚方向平均せん断応力度の分布は，一様化の傾向を示した。

基礎板の辺長を変えた場合は，単位幅当り応力の最大値が等厚の場合と同様に辺長が増加すると共に大きくなる。ただし変化の割合はモーメントについては等厚のときよりも大きくせん断力については逆に小さい等の傾向がみられた。

表３－13は，既に記したと同様にして，学会並びにA．C．I．規準値と比較したものである。表から板の辺長変化に伴う応力及び応力度の変化の傾向が，本報で求めた値と規準値とでは違って対応していないこと，また基礎板上面の勾配が変った場合についても，勾配が大きく

なると有限要素法によって求められた応力は大きくなるのに対し，規準値は一定又は減少し，応力度も有限要素法による値が漸減するのに対して規準値は著しく小さくなる等傾向が違う。

以上弾性解析した結果について検討してきたが，地盤係数，基礎梁の有無，位置，基礎板上面の勾配等によって応力性状が変わり，規準にしたがって求めた応力或いは応力度と対応しないこと，特に基礎梁付の場合は異なることが明らかになった。

4 解析結果と実験結果との比較

4・1 概要

本節ではF. E. Richartが組織的に行った実験結果と解析結果とを比較するため，先ず実験された試験体のうちから，図4－1の大きさ及び形状を有し，鉄筋比のみ異なる2種のフーチング基礎を選び，亀裂及び弾塑性々状を考慮しながら3次元有限要素法によって解析した。Richartの論文[2]によると，鉄筋比の小さい103aは鉄筋の引張降伏，鉄筋比の大きい111aはコンクリートの斜張力破壊で耐力に達している。使用材料の力学性状として上記論文に示されている諸値は表4－1の通りであるが，解析に際しては以上のほかに，コンクリートの引張強度は圧縮強度の1/10，ヤング係数はA．C．I．Codeに示されている式に，表4－1の圧縮強度を代入して求めた値，そしてポアソン比$\nu=1/6$を用いた。

なおRichartの論文には，図4－1の柱型の高さや基礎板を支持するために用いたコイルスプリングのばね常数及び使用個数についての記述が無いので，柱型の高さは図4－3に示すように仮定し，基礎板は地盤係数$Cv=10kg/cm^3$の地盤に支持されているものとして計算した。

4・2 亀裂及び弾塑性々状を考慮した解析法

本節の解析法は，基本的には磯畑氏が発表した方法[11)12)]と同じであって，亀裂の発生又は塑性化によって，弾性状態において等質等方性であった要素が直交異方性に変るとするものであるが，軸対称ＰＣＰＶを例として解析した磯畑氏の論文の要素と，本節で用いた要素とは異なり，計算仮定も違うので以下に簡単に記すことにする。

先ずコンクリートと鉄筋の応力度－ひずみ度関係は，図4－2(a)及び(b)のように仮定した。またコンクリート要素の力学性状の判定は，要素中央点における主応力度について行い，主応力度がコンクリートの引張強度ftを越えると，その主応力度に直交する方向に亀裂が生じ，亀裂面に直交する垂直応力度並びに亀裂面に沿って働くせん断応力度は，その要素全体にわたって零になるとした。圧縮側についても計算の容易さを考えて，引張側と同様に圧縮側主応力度がコンクリートの圧縮強度fcに達すると圧縮降伏して要素全体が直交異方性体になり，更にひずみ度がコンクリートの圧縮破壊ひずみ度ε_uに達すると破壊して，要素の全ての方向に対する剛性が失われて零になると仮定した。鉄筋とコンクリートの付着性状についての仮定は，実験の使用鉄筋が異形筋であったのですべりは生じないとし，鉄筋とコンクリートの要素は節点において剛に付着しているものとした。

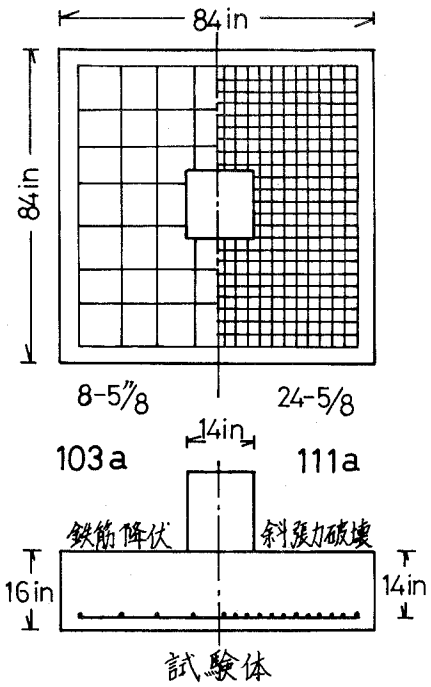


図4－1

表4－1

モデル名		103 a	111 a
コンクリート強度 psi		3165	3010
鉄筋	降伏点 psi	61600	
	ヤング係数 psi	29×10^6	
	鉄筋比 %	0.21	0.63

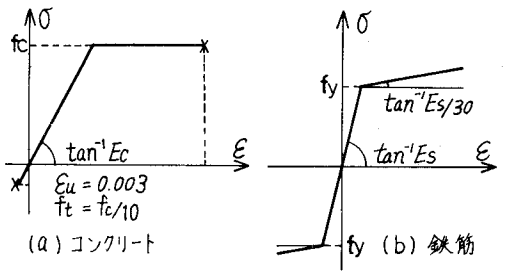
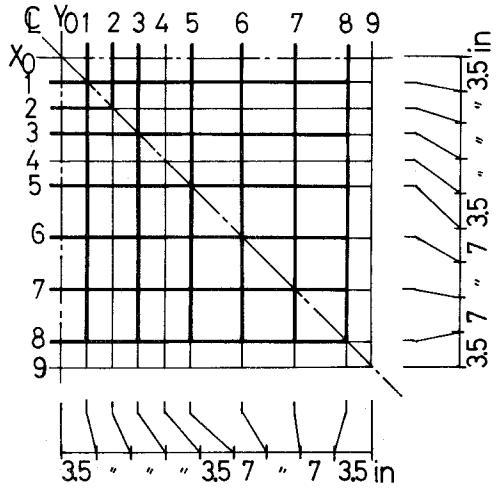


図4－2



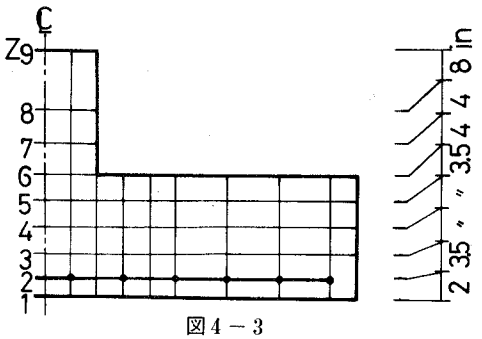


図4－3

使用した要素は，前節で弾性解析した際に用いた要素と同じであって，コンクリートは直交6面体要素，鉄筋は線要素，地盤は板要素で分割した。分割方式は，図4－3の通りであって変位関数も既に用いてきたと同型のものを用い，通常の有限要素法の手順にしたがい剛性マトリックスを導き計算した。

なお図4－1によれば，鉄筋比によって鉄筋間隔が異なるが，両試験体とも分割方式は図4－3の通りとし，実際の鉄筋間隔とは無関係に両者とも節点を結ぶ位置に鉄筋が配置されているものと仮定し，鉄筋比に応じて鉄筋の断面積を変えることにした。

こゝで等質等方性弾性体についての単位要素内任意点のX Y Z軸方向に関する応力度 $\{\sigma\}$ と，ひずみ度 $\{\varepsilon\}$ 及び節点変位との関係を次の

通りとする。

$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{\delta_i\}$

たゞし〔D〕：等質等方性弾性体についての3次元弾性係数マトリックス

〔B〕：$\{\varepsilon\}$ と $\{\delta_i\}$ の関係を表わす関数マトリックス

要素中央点の応力度を $\{{}_o\delta\}$，ひずみ度を $\{{}_o\varepsilon\}$ とすれば，

$\{{}_o\delta\} = [D]\{{}_o\varepsilon\}$

故に要素中央点における主応力度 $\{{}_o\sigma_\theta\}$ は，変換マトリックス〔T〕を用いて次のように求められる。

$\{{}_o\sigma_\theta\} = [T]\{{}_o\sigma\}$

一方要素中央点の主応力度と同一方向の要素内任意点の応力度を $\{\sigma_\theta\}$ とすれば，

$\{\sigma_\theta\} = [T]\{\sigma\}$

以上の2式から要素中央点及び任意点の主応力度方向有効ひずみ度を求めると次のようになる。

$\{{}_o\varepsilon_\theta\} = [D]^{-1}\{{}_o\sigma_\theta\}$, $\{\varepsilon_\theta\} = [D]^{-1}\{\sigma_\theta\}$

求められた $\{{}_o\sigma_\theta\}$ の一部又は全部が，仮定した引張又は圧縮強度に達するか，又は越えたとすると，先に記した仮定にしたがい直交異方性要素に変って，要素中央点の主応力度は次の $\{{}_o\sigma_\theta\}$ に変る。

$\{{}_o\sigma_\theta'\} = [D']\{{}_o\varepsilon_\theta\}$

$$[D'] = \frac{1}{A}\begin{bmatrix} (1-\nu_{23}\nu_{32})\cdot E_1 & (\nu_{21}+\nu_{23}\nu_{31})\cdot E_1 & (\nu_{31}+\nu_{32}\nu_{21})\cdot E_1 & 0 & 0 & 0 \\ (\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{32})\cdot E_2 & (1-\nu_{31}\nu_{13})\cdot E_2 & (\nu_{32}+\nu_{31}\nu_{12})\cdot E_2 & 0 & 0 & 0 \\ (\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23})\cdot E_3 & (\nu_{23}+\nu_{21}\nu_{13})\cdot E_3 & (1-\nu_{12}\nu_{21})\cdot E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A\cdot G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A\cdot G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A\cdot G_{31} \end{bmatrix}$$

$A = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}$

E_i：主応力度 σ_i 方向のヤング係数

ν_{ij}：主応力度 σ_i による i 軸と j 軸方向ひずみ度間のポアソン比

磯畑氏は，$\nu_{ij} = \nu\sqrt{E_i/E_j}$，$G_{ij} = \sqrt{E_iE_j}\,/\{2(1+\sqrt{\nu_{ij}\nu_{ji}})\}$ とおいて式を展開している。この関係を代入すると〔D'〕は次のようになる。　　とおいて

$$\begin{bmatrix} (1-\nu^2)\cdot E_1 & \nu(1+\nu)\cdot\sqrt{E_1E_2} & \nu(1+\nu)\cdot\sqrt{E_1E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \nu(1+\nu)\cdot\sqrt{E_1E_2} & (1-\nu^2)\cdot E_2 & \nu(1+\nu)\cdot\sqrt{E_2E_3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[D'] = \frac{1}{A}\begin{bmatrix} \nu(1+\nu)\cdot\sqrt{E_1E_3} & \nu(1+\nu)\cdot\sqrt{E_2E_3} & (1-\nu^2)\cdot E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A\sqrt{E_1E_2}}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A\sqrt{E_2E_3}}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A\sqrt{E_3E_1}}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

$A = (1+\nu)^2(1-2\nu)$

亀裂が生じた場合は，仮定に応じて E_1 E_2 E_3 を次のように置く。

亀裂が1方向に生じた場合：$E_1 = 0$，$E_2 = E_3 = E$

亀裂が2方向に生じた場合：$E_1 = E_2 = 0$，$E_3 = E$

亀裂が3方向に生じた場合：$E_1 = E_2 = E_3 = 0$

また圧縮降伏した場合は，例えば $|\sigma_3| > |fc| > |\sigma_1, \sigma_2|$ とすると，

$$fc = \nu(1+\nu)\sqrt{EE_3} \times {}_0\varepsilon_1 + \nu(1+\nu)\sqrt{EE_3} \times {}_0\varepsilon_2 + (1-\nu^2)\,E_3 \times {}_0\varepsilon_3$$

を解いて E_3 を求める。ただし ${}_0\varepsilon_1$, ${}_0\varepsilon_2$, ${}_0\varepsilon_3$ は要素中央点の主応力度方向有効ひずみ度，Eは弾性状態におけるヤング係数である。以上で主応力度方向の E_i が求まれば $[D']$ が定まるので，直交異方性体になった要素内任意点の応力度 $\{\sigma_\theta'\}$ は次のように求められる。

$$\{\sigma_\theta'\} = [D']\{\varepsilon_\theta\} = [D'][D]^{-1}\{\sigma_\theta\} = ([I] - [I'])\{\sigma_\theta\}$$

ただし $[I'] = [I] - [D'][D]^{-1}$，$[I]$ ：6×6の単位マトリックス

故に直交異方性要素内の任意点におけるXYZ軸方向に関する応力度 $\{\sigma'\}$ は，下式で求められるようになる。

$$\{\sigma'\} = [T]^{-1}\{\sigma_\theta'\} = [T]^{-1}([I] - [I'])[T]\{\sigma\}$$
$$= [T]^{-1}([I] - [I'])[T][D][B]\{\delta_i\}$$

したがって，直交異方性要素の節点力は，

$$\{F_i\} = \int_V [B]^T[D][B]\,dv\,\{\delta_i\} - \int_V [B]^T[T]^{-1}[I'][T][D][B]\,dv\,\{\delta_i\}$$
$$= [K]\{\delta_i\} - [\Delta K]\{\delta_i\} = [K']\{\delta_i\}$$

$[K]$ は等質等方性要素の剛性マトリックスに等しい。

数値計算については，若干の検討を行い，その結果として計算機使用時間の制約によって一連の連続計算を数回繰り返す必要があったので，あらためて継続計算を開始する度ごとに $[K']$ を求め直し，一定時間内の連続した計算中は，$[K]\cdot\{\delta_i\} = \{F_i\} + [\Delta K]\{\delta_i\} = \{F_i'\}$ とおいてくり返し計算することにした。なおくり返し計算は，要素内各応力度の変動が，1 kg/cm² 以下になったときに収束したとみなすことにした。

4・3　弾塑性解析結果及び考察

図４－４は，柱表面に接する断面に直交する鉄筋のひずみ度について，実験値と解析植とを比較したものである。実験は夫々ａ，ｂ２体の試験体について行われ，更に基礎中央の軸を中心に対称位置においてひずみ度が計測されているが，図にはそれらの全てを中央軸と板縁間に記し，平均値もａ，ｂ及び左右の合計４個の値を算術平均して求めた。

図によると，亀裂発生前の荷重 100 kips の場合を除き，実験値はａ，ｂ２体の試験体については勿論，同一の試験体でも左右の値が異なる。また実験値の平均と解析値とを比較すると，亀裂発生前の荷重では比較的近似しているが，亀裂発生後は対応していない。この原因は，鉄筋の応力に大きな影響を与える亀裂の発生位置が，実験では一定していないためと考える。このため柱表面に接する断面内の全鉄筋ひずみ度の平均値について実験値と解析値とを比較することにした結果，得られたのが図４－５である。図から亀裂発生前の解析値と実験値は非常に

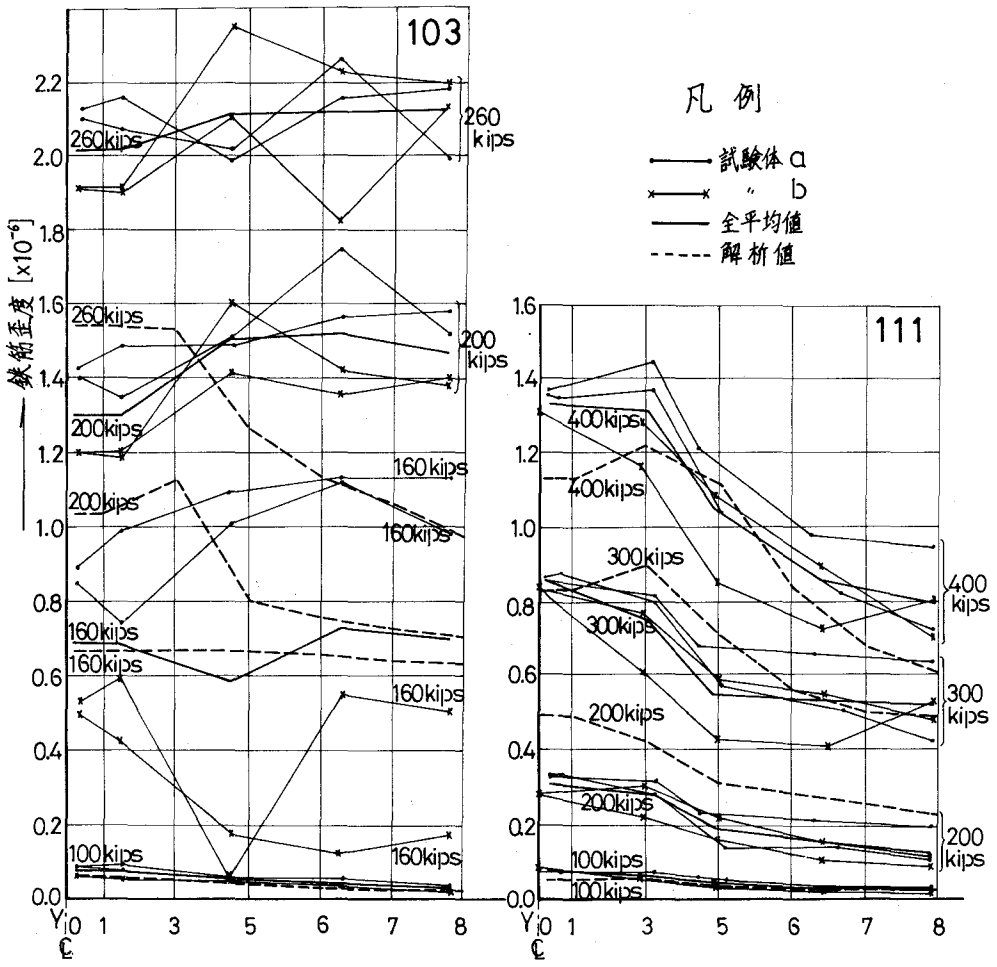


図４－４

良く近似すること，また亀裂発生後においては，鉄筋比の大きい 111a の荷重Pと平均ひずみ度 ε の関係は比較的近似しているが，鉄筋比の小さい 103a の実験と解析のP－$\bar{\varepsilon}$関係は，荷重が大きくなるにしたがい一致しなくなる等の傾向がみられる。これに対し，モーメントと $\bar{\varepsilon}$ の関係を解析結果について求めたところ，図4－5に点線で示したようになって，103a についてはP－$\bar{\varepsilon}$関係よりも実験値に近似するようになり，111a についても終局状態で実験値に近づく傾向を示した。実験値のモーメントは，基礎底面に地反力が均等分布していると仮定して求めた値なので，実験のM－$\bar{\varepsilon}$関係も図とは若干変る可能性もあるが，同様にしてモーメントを求め，$\bar{\varepsilon}=M/As\cdot j$（As：鉄筋全断面積，j＝7 d/8，d：有効せい）によって $\bar{\varepsilon}$ を求めた結果，P－$\bar{\varepsilon}$関係は耐力付近で良く近似することが明らかにされていることから，モーメントの変化は少いと思われる。

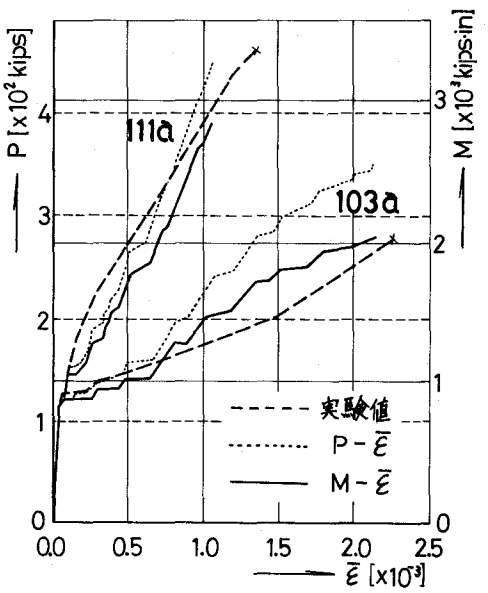


図4－5

なお耐力付近に達すると鉄筋ひずみ度の解析値が増大し難くなり，また図4－5によると 103a の最終計算荷重が実験で得られた耐力以上に達し，モーメントも耐力時のモーメントにほゞ等しいにも拘わらず，計算値の収束状況からみて更に荷重及びモーメントの増大が予想された。このため本報では計算を途中で打ち切ることにしたが，この原因として亀裂が圧縮側の1要素だけを残す状態まで進展すると，その要素内には圧縮と引張の応力度の両方が生じるために，要素中央点の応力度は比較的小さくなる。したがって要素中央点の応力度で要素の力学性状を判定する限り亀裂の進展は止まり，鉄筋の引張降伏そしてコンクリートの圧縮破壊に達し難くなって，耐力が実験結果よりも大きくなると思われる。故に耐力付近における諸性状を詳細に検討したい場合は，圧縮側の分割を更に細かくする必要があろう。

亀裂については，Richart の論文には記述が無いので，Talbot の論文[1]に示されている同種の基礎板についての亀裂分布とくらべたが，2次元的に鉄筋コンクリート部材を解析した場合[13]と同様に，多数の亀裂が広い範囲に生じると計算された。このため1要素には同一方向に亀裂は一本しか生じないものとして，要素中央における等質等方性弾性体としてのひずみ度 $\{_o\varepsilon_\theta\}$ と，亀裂に直交する方向の応力度が零であるとして求められる直交異方性体としてのひずみ度 $\{_o\varepsilon_\theta\}=[D]^{-1}\{_o\sigma_\theta'\}$ との差が，亀裂による見かけのひずみ度であるとして亀裂幅を略算し，幅 0.1 mm 以下の亀裂は視認出来ないものとして整理した結果，やや実験の傾向に近づいた

が，此の点については今後更に検討する余地があることが認められた。

変形については論文に記述が無いので比較し得なかった。

以上より亀裂や部分的な応力度分布については，本解析値は充分な結果を与えていないが，全板幅について平均した鉄筋ひずみ度或いは断面に働いているモーメントやせん断力等の分布については充分な結果が得られたものと考える。

表４－２は，柱表面に接する断面全体に働くモーメントとせん断力の弾性及び弾塑性計算値である。なお（ ）内の値は弾性解と弾塑性解との比であるが，亀裂発生に伴なう板剛性の低下により地反力分布が変化したゝめに，鉄筋比の少い 103a のモーメントは，荷重 350 kips において約 20%減少している。たゞしせん断力の変化は余り大きくなく，又鉄筋比の多い 111a についてはモーメントの変化も比較的小さい。図４－６は柱表面に接する断面内に働く単位幅当りのモーメント m_y とせん断力 q_y の分布を，荷重 200 kips において比較したものであるが，弾性解と弾塑性解の応力分布は全体として非常に良く近似した傾向を示している。

本節で行った弾塑性解析は，現在のところ多くの労力と時間，そして経費を必要とするので，種々のフーチング基礎を解析することは極めて困難であるが，以上の結果から弾性解析結果を参照しながら検討を進めても，フーチング基礎の全般的性状を大きな誤りを犯さないで把握することが出来ると考える。なお，より容易な材料力学的仮定によって応力を求めることについては，既に前節で行った規準値との比較から適切な結果が得られ難いことが明らかになっており，特に実験において柱周辺に生ずることが明らかにされている斜張力破壊に対しては，せん断力分布の傾向が重要になるが，図４－６にみられるような柱周辺におけるせん断力の集中は，材料力学によっては得られないので，弾性解析結果について検討した方が，材料力学解によるよりも妥当な結果が得られるものと考える。

４・４ 弾性解析値と実験結果との比較

前項の考察に基づき弾性解析結果と実験結果とを比較し，特に弾性解析で得られた結果をどのように設計に結びつけるかについて検討する。このため Richart が実験したシリーズのうち正方形独立フーチング基礎に関する4シリーズの各試験体について得られた耐力 Ptest と，弾性解析結果から逆算した荷重 Pcalc とを比較すると表４－３及び４のようになった。

表４－３の計算荷重 Pcalc は，学会並びにA．C．I．規準及び本論の

表４－２

荷重 [kips]	モーメント [kips-in]				せん断力 [kips]			
	103 a		111 a		103 a		111 a	
	弾性	弾塑性	弾性	弾塑性	弾性	弾塑性	弾性	弾塑性
100	709.7	709.7 (1.00)	709.9	709.9 (1.00)	39.2	39.2 (1.00)	39.2	39.2 (1.00)
200	1419.4	1263.8 (0.89)	1419.8	1395.7 (0.92)	78.4	74.8 (0.95)	78.4	77.0 (0.98)
350	2484.0	2032.7 (0.82)	2484.7	2436.7 (0.93)	137.2	127.0 (0.95)	137.2	132.8 (0.97)
450			3194.6	2927.0 (0.92)			176.4	170.3 (0.97)

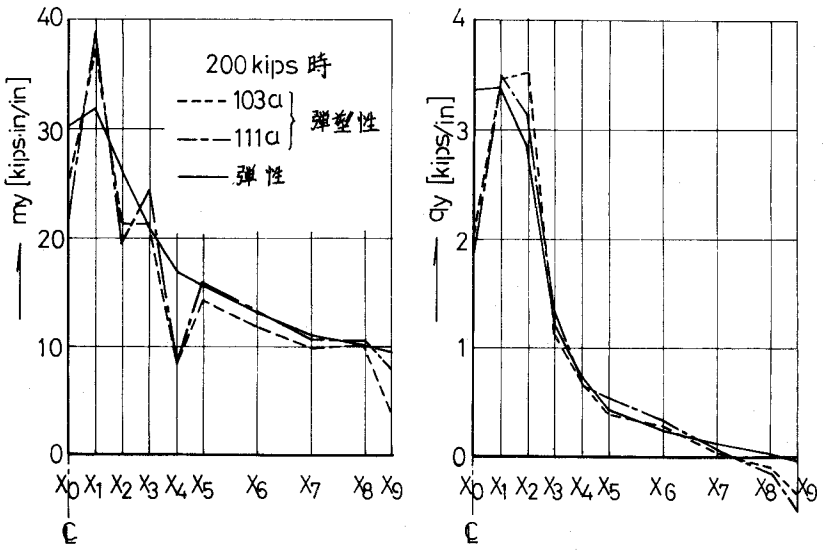


図4－6

弾性計算結果から得られるモーメントが，As・fy・j（As：全鉄筋断面積，fy：降伏点応力度）に等しくなるときの荷重であって，弾性解析値の（i）～（iv）は夫々次によってモーメントを算出した場合である。

（i）Y_2 断面全板幅間に働いている基礎板底面に対するモーメント

（ii）Y_1～Y_2 断面間要素の板底面における縁引張応力度 σ_y の全板幅についての平均値に，全板幅及び全板厚から求められる断面係数Zを乗じて求めたモーメント

（iii）Y_2～Y_3 断面間要素の板底面における σ_y の平均値について，上と同様にして求めたモーメント

（iv）上記（ii）及び（iii）の値を用い，直線補間によって求めた Y_2 断面のモーメント。

また学会規準の全板幅の欄は，規準式によって求められるモーメントが有効幅内に働き，有効幅外には有効幅内のモーメントの½のモーメントが働くとしたときの値である。

一方表4－4の弾性解析値（v）～（viii）は，次によって得られるせん断力が，大野・荒川式で求められる終局せん断強度 τ_u にb及びj（b＝柱幅＋2×d）を乗じた値に等しくなるときの荷重である。

（v）Y_2～Y_3 断面間の幅b内の要素中央点のせん断応力度の平均値 $\tau_{yz\ mean}$ に，板の断面積 A＝b×D（D：全板厚）を乗じた値，たゞし τ_u をM/Qd＝1として求めた場合。

（vi）Y_4 断面の幅b内のせん断力，たゞし τ_u をM/Qd＝(PL－Bo)/4d（PL：基礎板の辺長，Bo：柱幅）として求めた場合

表 4 − 3 鉄筋が引張降伏した場合

試験体 No.	鉄筋降伏点 [×10³ psi]	鉄筋断面積 [in²]	実験値 Ptest [kips]	計算荷重 Pcalc [kips] 弾性解析値 (i)	(ii)	(iii)	(iv)	学会規準 有効幅	全板幅	A.C.I. 規準
101 a	76.9	2.31	380	307	318	362	339	413	276	298
〃 b	76.9	2.31	370	307	318	362	339	413	276	298
102 a	60.9	2.36	320	248	257	293	274	334	223	241
〃 b	82.9	2.36	340	338	350	398	378	455	303	329
103 a	61.6	2.47	340	263	272	310	290	354	236	256
〃 b	61.6	2.47	363	263	272	310	290	354	236	256
104 a	74.0	3.11	400	397	412	469	439	535	357	387
〃 b	74.0	3.11	360	397	412	469	439	535	357	387
105 a	66.8	4.62	524	553	552	629	588	718	479	518
106 a	69.5	4.53	525	543	563	642	600	732	488	529
〃 b	69.8	4.53	474	546	566	645	603	736	490	531
107 a	55.8	4.63	474	446	462	527	493	601	401	434
108 a	52.7	4.45	475	405	420	478	447	546	364	394
〃 b	52.7	4.45	450	405	420	478	447	546	364	394
シリーズ1	Ptest/Pcalc 平均値			1.107	1.068	0.938	1.001	0.822	1.202	1.137
	標準偏差			0.153	0.149	0.130	0.140	0.199	0.293	0.158

表 4 − 4 斜張力破壊した場合

試験体 No.	コンクリート強度 [psi]	鉄筋比 [%]	実験値 Ptest [kips]	計算荷重 Pcalc [kips] 弾性解析値 (v)	(vi)	(vii)	(viii)	学会規準 せん断	実験式*
105 b	2390	0.393	404	378	413	387	415	506	407
107 b	3410	0.395	475	455	498	466	500	722	469
109 a	2965	0.561	538	458	501	469	503	628	534
〃 b	3080	0.561	460	468	512	479	514	652	545
110 a	3210	0.561	500	478	523	490	526	680	541
〃 b	2700	0.561	520	436	477	447	479	572	496
111 a	3010	0.632	480	474	519	486	521	637	520
〃 b	3400	0.632	573	508	556	520	558	720	554
112 a	3470	0.748	480	535	585	548	558	735	634
〃 b	2815	0.748	520	477	522	488	524	596	567
109Ra	4070	0.561	575	550	601	563	604	862	598
〃 b	4180	0.561	550	559	611	572	614	885	606
110Ra	3160	0.561	508	474	519	486	521	669	547
〃 b	3500	0.561	593	503	550	515	552	741	577
シリーズ1	Ptest/Pcalc 平均値			1.058	0.967	1.033	0.963	0.751	0.941
(14体)	標準偏差			0.088	0.080	0.085	0.080	0.087	0.077
シリーズ2	Ptest/Pcalc 平均値			0.987	1.082	1.007	1.007	0.842	1.007
(36体)	標準偏差			0.099	0.135	0.093	0.092	0.139	0.086
シリーズ3	Ptest/Pcalc 平均値			1.043	0.951	1.018	0.949	0.653	0.996
(34体)	標準偏差			0.101	0.093	0.099	0.092	0.079	0.083

* Hognestadt の式

(vii) Y_2 断面の幅b内のせん断力，たゞし τ_u をM/Qd =(b内最大モーメント)/(b内最大せん断力) ×dとして求めた場合

(viii)(v)と同様にしてせん断力を求め，M=(b内 σ_y の平均値×Z)の最大値，Q=(b内 $\tau_{yz\ mean}$ ×A)の最大値についてM/Qdを求め τ_u を算出した場合

また学会規準は，規準式で求められるせん断力が，fs・b・j (fs：学会規準の長期許容せん断応力度の3倍)に等しくなるときの荷重,Hognestadt の欄は,Richart の実験について考察した文献[8]に記載されている計算荷重 Pcalc である。更に表4－3の下の欄及び表4－4の下の欄のうちのシリーズ1は，夫々その上の欄に記入されている Ptest と Pcalc の比の平均と標準偏差値である。表4－4の下のその他の欄も同様にして他のシリーズについて求めた結果である。なお弾性解析値は，その他の条件についても求めたがそれらのうちで比較的実験値に良く一致し，しかも検討する断面の位置等の点で学会規準又はA．C．I．Code と多小とも関連があるもの、みを掲げたものである。

表において平均値が1以上の場合は安全側の誤差を生じていることになるが，表4－3より学会規準で求めたモーメントによって全板幅断面の鉄筋量を決めようとすると危険側になり，有効幅内鉄筋量を規準に従って決め，有効幅外にその½を配筋すると安全側に大きな誤差が生じ，A．C．I．Code による方が実験値により近似していることがわかる。また本論の弾性解析値のうちでは(iv)によって求めた結果が実験値に良く一致した。既に検討した結果から弾性解析結果に誤差が含まれていること，そして弾性解析結果と弾塑性解析結果との間にも差があることから，実験値との差が小さ過ぎる嫌いがあるが(iv)に基づいて設計用モーメントを求めてよいと考える。

一方表4－4によると，現行のA．C．I．Code のせん断に関する規定の基礎となっている Hognestadt の論文の値が最も良く実験値に近似し，学会規準によって求めたせん断力は過小である。弾性解析値のうちでは(viii)の条件で求めた結果が，Hognestadt と同程度の近似度を示している。たゞし(viii)の場合はモーメントを板の諸元に応じて計算し，M/Qd を求め直す必要があるので実用的にはや、面倒である。このため実験値に対する近似度はや、悪いが誤差が全般的に安全側であることから，せん断力の求め方が(viii)と同じでM/Qd＝1とした(v)によっても良いのではないかと考える。

5　むすび

以上で考察した結果をとりまとめると次のようになる。先ず4節より，

(1) 本報の亀裂及び弾塑性々状を考慮して解析した結果は，亀裂分布や局部の応力度分布については今後検討しなければならない点が多いが，鉄筋の平均ひずみ等の全体的な性状を良く表していると思われる。

(2) 亀裂及び弾塑性々状を考慮して解析した結果と弾性解析結果との比較によると，亀裂の

発生等による応力分布の変化は基礎板の諸元や地盤剛性の変化による弾性計算値の変化よりも少いので，弾性解析値をもって亀裂及び弾塑性々状を考慮した解析結果の代りとして用いることが出来る。

(3) 耐力について実験結果と比較した結果によると，現行の日本建築学会基礎構造計算規準によって求めた値は最も実験結果に一致せず，A．C．I．Codeにしたがって求めた結果の方がより近似する。また弾性解析結果に基づいて逆算した最大荷重と実験の耐力は，A．C．I．Codeと同程度又はそれ以上の近似を示す。

一方3節の結果によると，

(4) 4節の結果は鉄筋比を除く他の諸元が同一の独立フーチング基礎についてであるが，学会規準及びA．C．I．Codeによって求めた応力及び応力度と，4節において検討したと同一の応力及び応力度について板の辺長，板厚そして地盤剛性を変えて得られた弾性解析結果とを比較した結果，それらの変化に伴う応力及び応力度の変化の傾向が違ったが，弾性解析結果はA．C．I．Codeの結果の方により近似した。

(5) 基礎梁付フーチング基礎の場合，基礎梁と基礎板が分離しているときは独立フーチング基礎と同じ性状を示す。基礎梁と基礎板とが一体の場合の応力度は全般的に均一化する傾向を示し，板の応力は2隣辺固定，他の2隣辺自由板の応力状態に近づく。

(6) 板の応力は，基礎板と一体の基礎梁剛性に支配される。

(7) 基礎梁付フーチング基礎の応力及び応力度は，学会規準及びA．C．I．Codeによって求めた値よりも小さい。

(8) 基礎板上面に傾斜がある場合は，等厚の場合よりも応力は基礎板中央部で大になるが応力度は小さくなる。

以上より現行の日本建築学会の規準は，少くともA．C．I．Codeに準じた方式に改訂する必要があり，更に4節の考察にもとづき，本報の弾性解析値から求められる設計用モーメント及びせん断力を用いた設計法による方がより妥当な結果が得られると考える。なお上記の設計用応力略算法についても検討したが，紙数の関係で割愛する。

終りに本論文は，伊藤博夫，張民栄両氏の北海道大学修士論文，土屋勉，佐藤勝次両氏の室蘭工業大学修士論文，松川文博氏の室蘭工業大学卒業論文に依るところが多い。また本論文の作成に当り，本研究室の助手佐々木秀明氏，事務官冨士川富士子氏並びに大学院学生松原浩司氏の御助力を得た。記して心からの感謝に代える次第です。

（昭和51年5月22日受理）

参 考 文 献

1) N. Talbot, "Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings", Univ. Illinoi's Engineering Experiment Station, Mar., 1913.
2) F. E. Richart, "Reinforced Concrete Wall and Column Footings", Part 1, Journal of A. C. I., Oct., 1948.
3) 同上, Part 2, Journal of A. C. I., Nov., 1948.
4) 坪井善勝 "鉄筋コンクリート厚板せん断耐力に関する実験の概要" 学会論文報告集　第65号, 1961.
5) F. Kögler und A. Scheidig, "Baugrund und Bauwerk", Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin, 1948. (大崎順彦 "基礎構造" コロナ社, 1968による)
6) 能町純雄 "弾性基礎上にある4辺, 4隅自由な矩形板の曲げについて" 土木学会論文集　第32号, 1956, 3.
7) G. Meyerhof and K. S. Subba Rao, "Collapse Load of Reinforced Concrete Footings", Journal of A. S. C. E., Structural Division, May, 1974.
8) E. Hognestadt, "Shearing Strength of Reinforced Concrete Column Footings", Journal of A. C. I., Nov., 1953.
9) 赤井浩一 "土質力学" 朝倉土木工学講座
10) 伊藤博夫, 小幡　守 "長方形独立基礎板の応力と変形について" 学会大会学術講演梗概集, 1971, 10.
11) 磯畑　脩 "有限要素法によるコンクリート構造物の2次元弾塑性解析" 学会論文報告集, No. 189, 1971, 11.
12) 磯畑　脩 "有限要素法による3次元コンクリート構造物の弾塑性解析" 学会論文報告集, No. 211, 1973, 9.
13) 大野和男, 小幡　守, 大築和夫 "有限要素法による鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析結果に及ぼす計算仮定及び分割方式の影響" 複合材料シンポジウム論文集, 1975, 6.

Towards a Statistical Approach of Identifying Hazardous Highway Locations

Kazuo Saito

Abstract

In the presented paper, the writer will try (1) to suggest a scientific approach for identifying hazardous locations of highway systematically and objectively, (2) to develop an analytical procedure designated to facilitate its use by highway and traffic engineers, (3) to show a illustrative example of its application. The overall approach followed in this paper is to apply a statistical test for determination whether or not the accident rate is significantly abnormal as related to a pre-determined average. This approach is just the same as the statistical quality-control concept wihch product quality during the course of manufacture.

1. Introduction

The amazing development of the motor vehicle and adaption of it to move people and goods has made it a very important method of transportation. Thus the national economy and our general way of life has highly become dependent upon motor vehicle transportation. From the opposite viewpoint, there are losses to society from the large-scale use of motor vehicle. Air pollution problems have been noted recently and represent a separate field. But over the years a great deal of loss from traffic accidents both in monetary value and in loss of life and injury have been widely recognized as one of the most urgent social problems in our country. A somewhat similar situations exist in other countries of the world as well.

An increasing losses from the growing magnitude of traffic accident has intensified more pressure on highway and traffic engineers to create safer highway and traffic environments through engineering improvements. Ouite obviously, highway safety imporovement cannot eliminate all accidents because many other factors are involved in the traffic accident causation. But the fact remains that considerable accident reduction can be achieved by correcting accident prone locations of highway.

The philosophy of a highway safety improvement must be the treatment program of locations wherein specific situations are contributing to an accident hazard. More specifically, the highway safety improvement program is based on the theory that the most economical expenditure of fund, which may be measured by accident reduction, can be brought about by identifying locations where meet pre-determined criteria of "hazardous", and then directing efforts of improvement toward these situations. Therefore, identification of hazardous locations is an essential preliminary to the planning of highway safety improvement program.

The basic criteria that utilized to establish a hazardous locations can better be determined by measure of accident experience rather than public complaint or engineering judgement. However, the traditional methods to justify the term "hazardous" with a number

of accidents or an accident rate have obvious deficiency. That is to say, the methods lack consideration of chance variation of accident occurrence.

In the presented paper, the writer will try to apply a statistical concept for the purpose of improving such deficiency, to provide a scientific approach for identifying hazardous locations and to present a procedural steps designated to facilitate their use by highway and traffic engineers. The overall approach followed in this study is to apply a statistical test for determination whether or not the accident rate is significantly abnormal as related to a pre-determined average accident rate for location of like characteristics. This is just the same as the statistical quality-control technique which have been employed in maintaining the quality of product during the course of manufacture.

2. Some Problems for Identifying Hazardous Locations

(1) Definition of Hazard

The definition of hazard is implicit in all operational decision toward safety improvement problem. The term "hazard" is abstract and relative, and it may be determined either by intuitional judgement or by measures of accident experience. Using intuitional judgement has demonstrable limitation. Furthermore, without predictions supported by accident data there are no measures of reduction to be obtained from particular improvement.

The use of past accident experience as a predictor of accident expectation, and therefore as an indicator of necessary remedial action, is an accepted approach in highway safety field. Underlying usage of them for operational decision-making is the assumption that these data reflect the accident causation and suggest some necessary remedial countermeasures in some manner.

It is, therefore, concluded that the definition of hazard for identifying hazardous locations should be based on the accident experience.

(2) Method in Use and its Deficiency

Several methods have been developed to identify hazardous location based on accident experience.[1] Among them, the most commonly used methods today are based on the number of accidents (called the Number Method) and accident rate (called the Accident Rate Method). Such methods are based on the assumption that safety improvement will be the most productive in reducing hazard if improvement is directed toward the locations where high-accident frequency will be expected. Thus, locations having more than a defined minimum are classified as hazardous for purpose of detail investigation and improvement program planning.

Although the methods mentioned above are useful, they have obvious disadvantage which limits their effectiveness.[2] The Number Methhod is prone to identify locations as hazardous even though they may not be so in relation to traffic served. Conversely, the Accident Rate Method is apt to be classified as hazardous the locations where have experienced few accident in low volume. These are due to the fact that accident or accident rate by itself do not reflect the chance variation of accident occurrence. The lacking consideration of variability by chance is the prime deficiency of the traditional methods.

(3) Need for Statistical Concept

The important aspect to be recognized in determination of hazardous locations based on accident experience is chance variation of accident occurrence. Even when all factors which conceively could related to accident occurrence remain unchanged, accident experience will nonetheless vary. Therefore, any observed deviation in accident experience from expected one might be reflecting nothing more than the inherent variability of accident by chance. On the other hand, an observed deviation might be suggesting some accident prone situations. Considering these situations, it is very easy to draw errorneous conclusions from accident data.

Another important aspect to be considered is the magnitude of minimum criteria. If defined criteria are too high, many hazardous locations will not be identify for investigation and analysis. Conversely, if criteria are too low, many locations may be identified that are not truely hazardous. In order to prevent such errorneous conclusions it is necessary to give an answer to such questions as, "How much variation in the accident experience should be expected as the result of normal chance variation?" or "How high the minimum criteria that could be concluded it definitively to exceed an established tolerable limit?".[3)4)] To make it possible to give the answer explicitly, it is necessary to express quantitatively the inherent variability of accident occurrence. The proper application of statistical concepts could make it possible and the statistical quality-control concept is one statistical method for doing so.

An attempt is made in the rest of this paper to apply quality-control concept for identification of hazardous location of highway.

3. Probability Distribution of Accident Occurrence

The most commonly recognized basic assumption about accident occurrence today is that they happen at random and independently, and their distribution is according to the probability distribution.[5)] In this paper, such assumption is employed and is assumed the binomial distribution. The binomial distribution is a descrete probability distribution of which outcomes consist of only two mutually exclusive events and its probability remains the same throughout the trials. An accident either occurs or it does not occur, two events being mutually exclusive. Therefore, the binomial distribution is a natural selection for an accident study.[6)]

In addition to the above assumption, it is assumed that an accident is a chance occurrence during vehicular trip to which a certain probability can be assigned, and also is assumed that the probability is same for each vehicular trip and vehicular trip is statistically independent.

Starting with these assumption, then it is well known that

$$P(x) = {}_mC_xP^x(1-p)^{m-x} = \frac{m!}{(m-x)!\,x!}p^x(1-p)^{m-x} \qquad \cdots(1)$$

where : x=number of accident observed.

m=number of vehicular trip observed.

p=probability of accident in a vehicular trip.

$P(x)$=probability of exactly "x" accidents occurring in m vehicular trips.

Traffic accident is scarce event. Therefore, the probability of accident in a vehicular trip is very small and the number of vehicular trips observed is extremely large. It is also known that, when p is small and m is large so that the prduct pm is in between, a good approximation to $P(x)$ in Eq. (1) is

$$P(x) = \frac{(pm)^x}{x!} e^{-(pm)} \qquad \cdots(2)$$

Note that all that enters in Eq. (2) is the number of accident x and the product pm. Now pm can be interpreted as the expected number of accidents in m vehicular trips. Then assuming that $a=\lambda_0 m$, where λ_0 is average accident rate, Eq. (2) can be rewritten as follows :

$$P(x) = \frac{a^x}{x!} e^{-a} \qquad \cdots(3)$$

This is commonly called "Poisson probability distribution", and frequently appears in traffic study. The Eq. (3) means that under preveiling conditions the probability which any given number of accident will occur is described by the Poisson distribution with the expected number of accidents (mean) of a.

4. The Statistical Control Limit on Accident Expectation

To express quantitatively the inherent variability of accident experience, it is necessary to determine the range of frequency that could be.expected to result from chance occurrence. In order to make it possible,the procedure requires to set up of an interval that has a defined probability of bracketing the observed numaer of accidents. Defining this probability as P or $(1-\alpha)$, and denoting the bracketing values as N_1, for lower limit and N_2 for upper limit, it can be described as follows :

$$P_r[N_1 < x < N_2] = P = 1 - \alpha \qquad \cdots(4)$$

where : α=probability of false detection.

For the Poisson distribution expressed in Eq. (3), N_1 and N_2 are the solution of the largest and the smallest integers, respectively, which have a probability, $\alpha = 1-P$, of being exceeded by chance. That is,

$$\left\{ \sum_{x=0}^{N_1} \frac{a^x}{x!} e^{-a} < \frac{\alpha}{2}, \sum_{x=N_2}^{\infty} \frac{a^x}{x!} e^{-a} < \frac{\alpha}{2} \right\} \qquad \cdots(5)$$

or

$$\sum_{x=N_1}^{N_2} \frac{a^x}{x!} e^{-a} \leqq P \qquad \cdots(6),$$

Depending upon P or α, broader or narrower control limits may be specified. A 90% interval will be narrower than a 95% interval for the same expectation ; a 99% interval will be broader. We can compute N_1 and N_2 in number of ways. Among them, an excellent approximation to the resulting limits which is simpler to apply for practical purpose is obtained by approximation of Poisson distribution to the normal distribution as follows[7] :

$$P=\sum_{N_1}^{N_2}\frac{a^x}{x!}e^{-a}\cong\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{(N_1+a+1/2)/\sqrt{a}}^{(N_2-a-1/2)/\sqrt{a}}e^{-1/2y^2}dy \qquad \cdots(7)$$

Thus, the two-sided P % control limits on "x" accidents are approximately equal to

$$\left.\begin{aligned}&\text{Upper Control Limit (UCL); } N_2=a+k\sqrt{a}+1/2\\&\text{Lower Control Limit (LCL); } N_1=a-k\sqrt{a}-1/2\end{aligned}\right\} \qquad \cdots(8)$$

where : k=constant and is defined according to the probability P or $\alpha=1-P$

In the Eq. (8), the first two terms are what is obtained by approximating the Poisson distribution to the normal one ; the third term arises because we can only observe integer number of accident. Then, dividing Eq. (8) by m, we get the corresponding control limits on an accident rate as follows :

$$\left.\begin{aligned}UCL&=\frac{a}{m}+k\sqrt{\frac{a}{m}\cdot\frac{1}{m}}+\frac{1}{2m}=\lambda_0+k\sqrt{\frac{\lambda_o}{m}}+\frac{1}{2m}\\LCL&=\frac{a}{m}-k\sqrt{\frac{a}{m}\cdot\frac{1}{m}}-\frac{1}{2m}=\lambda_o-k\sqrt{\frac{\lambda_o}{m}}-\frac{1}{2m}\end{aligned}\right\} \qquad \cdots(9)$$

where : λ_0=average accident rate (is expressed in accidents per vehicles for spot and accidents per vehicle-kilometer of travel for section).
m=average traffic exposure(is expressed in million vehicle kilometers of travel, MVK).

With reference to above theoretical consideration, the probability of accident occurrence on any given location varies with the traffic exposure, but the limit of the varition are stable. That is, as long as basic factors affecting accident probability incur only minor changes, the accident rate will continue to fluctuate within certain limits defined by Eq. (9). In other words, when the rate fluctuates beyond the upper control limit, it is considered that there would be some significant factors affecting an accident occurrence.[1)]

5. Decision Rules for Operational Decision-Making

Bearing in mind that the purpose in constructing control limit is to determine the range of frequency that could be expected to result from chance occurrence of accident, and thereby to distinguish between the chance events required attention, conclusions are drawn according to the following basic set of rules.[8)]

Rule I : If actual accident rate at a given location falls out of control regions, it is concluded that the location has experienced abnormal accident rate. When actual accident rate falls outside the *UCL*, the rate is abnormally high and such location is defined as "Hazardous". When actual accident rate falls outside the *LCL*, the rate is abnormally low and such location is defined as "Unhazardous".

Rule II : If actual accident rate falls in control region, it is concluded that the location has experienced normal accident rate and there are no special situations which contribute to realize abnormal rate. Such location is defined as "Normal".

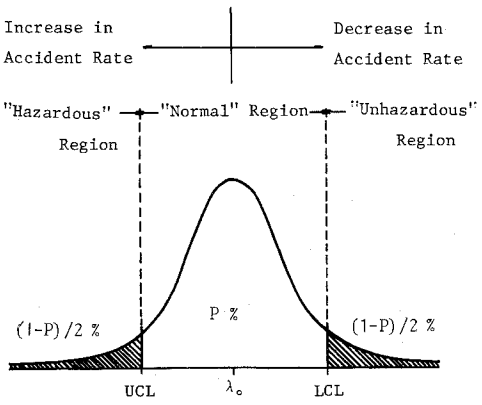


Fig. 1 Normal Probability Distribution for Defining the Regions of "Hazardous", "Normal", and "Unhazardous" by Decision Rules.

Fig. 1 describes these regions of **"Hazardous"**, **"Normal"**, and **"Unhazardous"** as defihed by decision rules. It is important to note that even though the location which will be in control or out of LCL, is defined as "Normal" or "Unhazardous", respectively, this does not necessary imply that there are no assignable situations which contribute to accidents on these locations.

6. Procedural Steps of Application for Identifying Hazardous Locations of Highway

The rationale behind the application of statistical quality-control concept to identify hazardous locations of highway is that by eliminating high accident rate locations which could easily have occurred by chance only, it makes possible to obtain a truely abnomal locations. The accident rate at a given location is compared with the control limit (critical rate). Then, the locations beyond the Upper Control Limit are defined as "Hazardous" according to the decision rules.

The inputs required for identification of hazardous location (location here implies section of highway) by the method suggested in this paper are the followings.

(1) Accident rates.
  1) Average accident rate of entire highway system being tested.
  2) Accident rates of each section of that highway system.
(2) Time period (presumably increments of one year).
(3) Section length (measured in kilometer).
(4) Annual average daily traffic (ADT) at each section.
(5) Number of accidents occurred on each section during the time period.
(6) Level of statistical significance.

The procedural steps of application in planning of highway safety improvement program is taken in the following sequences.

Step 1 : Determination of highway categories.

Accident rate varies with the nature of highway and its environments. Each section must be assigned a highway category designation defined by highway function and/ or by roadway type. These designations are needed so that average accident rate can be developed for highway of like characteristics. Breaking down the highway must be made to

general categories. Otherwise, number of accidents may become too small to calculate the accident rates.

Step 2 : Determination of Accident Rates.

When highway categories are determined, average accident rate of entire highway system to be tested and accident rates of each section are computed by using the following equations.

$$\lambda_o = \frac{\sum A_i \times 10^6}{365 \cdot T \cdot \sum (ADT_i \cdot L_i)} \quad \cdots(10)$$

$$\lambda_i = \frac{A_i \times 10^6}{365 \cdot T \cdot ADT_i \cdot L_i} \quad \cdots(11)$$

where : λ_0 =average accident rate of entrire highway.
λ_i =accident rate of i-th section.
A^i =number of accidents occurred of i-th section during time period T.
L_i =length of i-th section (in kilometer).
ADT_i =ADT for i-th section.

Step 3 : Determination of Criteria.

The criteria used for testing highway sections by the suggested method is the control limits defined by Eq. (9). It is a function of time period, section legth, traffic volume and system average accident rate being tested for accident experience abnormality. The expression of criteria for i-th section is used the following equation instead of Eq. (9)

$$\left.\begin{aligned} UCL_i &= \lambda_o + k\sqrt{\frac{\lambda_o}{m_i}} + \frac{1}{2\,m_i} \\ LCL_i &= \lambda_o - k\sqrt{\frac{\lambda_o}{m_i}} - \frac{1}{2\,m_i} \end{aligned}\right\} \quad \cdots(12)$$

where : UCL_i =upper control limit (upper critical rate) for i-th section.
LCL_i =lower control limit (lower critical rate) for i-th section.
m_i =traffic exposure (measured in million vehicle-kilos of travel : MVK) for i-th section.

The magnitude of k determine the level of statistical significance and consequently the final length of the hazardous section list. Therefore, the selection of the value k should be tempered by user's desire regarding the number of sections to be identified as hazardous.

Some sample values of k for various levels of the probability P, with which accident rate out of control is abnormal, are given below :

When P =99.0% (1% false detection), k=2.576
P =95.0% (5% false detection), k=1.960
P =90.0%(10% false detection), k=1.645
P =85.0% (15% false detection), k=1.440

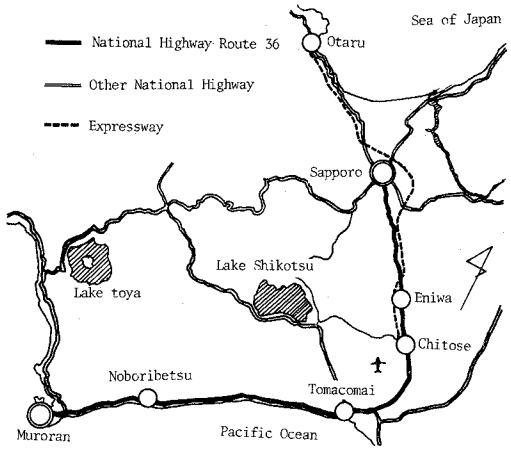


Fig. 3 The Map of National Highway Route-36 and its Surrounding Area.

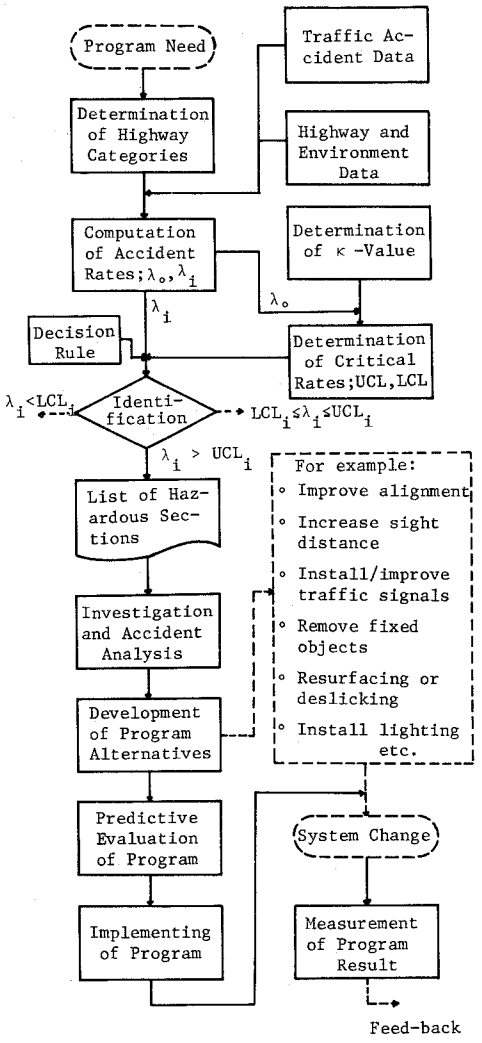


Fig. 2 The Flow-Diagram of Implementation of Highway Safety Improvement Program.

Step 4 : Determination of hazardous locations.

The procedure for determination of hazardous location is outlined as follows :

(1) Compute the average accident rate for entire highway and the average accident rates for all sections under study by using Eq. (10) and Eq. (11), respectively.

(2) Compute the critical rates, UCL_i and LCL_i, by using Eq. (12), and evaluate the actual accident rates for each section against them. If the section's actual accident rate is greater than UCL_i, the section is defined as "Hazardous" and should be selected for detail investigations and analysis.

(3) The hazardous sections are listed.

(4) The section having actual accident rate lower than LCL_i should be selected to investigate the causes of its abnormally low accident rate.

Step 5 : Determination of program and action.

To insure full utilization of hazardous location identification, highway agency should establish the policy which sets objectives, assigns responsibility, and provides procedures to be developed for

(1) accident analysis and field investigation of identified locations,

(2) selection of possible hazard-reducing alternatives,

(3) cost-effectiveness analysis for developing priorities of these alternatives in implementation, and

(4) measurement of system changes at some time after the program in operation.

The flow-diagram of these analytical procedures is shown in **Fig. 2.**

7. Illustrative Example-Trial Application to National Highway Route 36 in Hokkaido.

The highway system selected for trial application of the approach suggested in this paper was the National Highway Route 36 in Hokkaido. This highway is an important artery running from the center of Sapporo City to the center of Muroran City, and passes through the urban areas of Eniwa, Chitoshe, Tomakomai and Noboribetsu (see **Fig. 3**). The highway section used in this study was the control sections of "National Highway Traffic Census of 1971". This route was comprised of twenty-six sections of varying lengths which were divided according to geometrical and enviromental conditions, and handled from about 9,000 to about 60,000 vehicles per day. The input data required were assembled for the period of the year of 1971. The method was applied in the following sequences.

(1) Determination of accident rates.

The input data required and result of compution of accident rates for each section are shown in **Table 1.** The average accident rate is computed by dividing the total number of accidents of this route by the total amount of exposure, that is

$$\lambda_0 = 1.541/888.870 = 1.788 \text{ accidents/MVK}$$

(2) Determination of criteria.

To facilitate computation of critical rate, the family of curves was obtained by

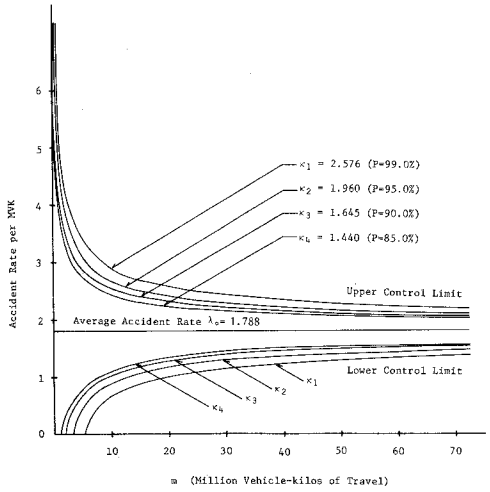


Fig. 4 Trial Control Limit Curves vs Traffic Exposure for the Average Rate of $\lambda_0 = 1.788$, and for Various Levels of Significance.

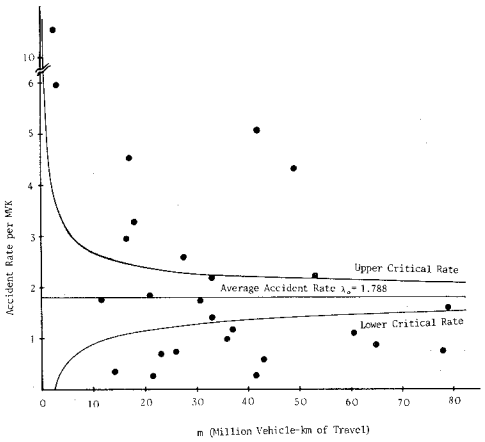


Fig. 5 Comparision of Actual Accident Rate to the Critical Accident Rate for Each Section of National Highway Route-36.

Table 1 Input Data and Accident Rate for Each Section of National Highway Route 36

No. of control section	Frequency of all accidents	Section length (km)	A D T (vehicles per day)	Traffic exposure (MVK)	Accident rate per MVK
i	A_i	L_i	ADT_i	m_i	λ_i
1	54	0.7	19 814	5.122	10.543
2	213	2.2	59 884	49.173	4.332
3	213	3.3	34 450	42.004	5.071
4	53	2.4	34 565	30.673	1.728
5	56	6.4	27 595	65.139	0.860
6	58	12.0	17 745	78.216	0.742
7	124	10.0	21 469	78.945	1.571
8	59	2.2	22 135	18.011	3.276
9	5	2.1	18 459	14.225	0.352
10	16	4.8	13 200	23.236	0.689
11	26	10.4	11 357	43.360	0.600
12	6	3.3	17 744	21.535	0.279
13	20	3.9	18 459	26.707	0.749
14	78	2.3	31 755	27.471	2.839
15	77	2.1	21 651	17.002	4.529
16	43	7.2	13 694	36.710	1.171
17	11	11.6	9 710	41.530	0.265
18	20	2.5	12 416	11.485	1.741
19	66	17.4	9 420	60.382	1.093
20	46	7.7	11 571	32.971	1.395
21	35	5.8	16 596	35.978	0.973
22	39	2.5	22 124	20.738	1.881
23	48	2.1	20 814	16.379	2.931
24	72	2.2	39 641	33.031	2.180
25	118	4.6	30 572	53.321	2.213
26	33	1.1	13 179	5.536	5.961
Total	1 589	132.8	-	888.870	$\lambda_o = 1.788$

Table 2 Computed Critical Rate for Each Section of National Highway Route-36

No. of section	Upper critical rate	Actual accident rate	Lower critical rate
i	UCL_i	λ_i	LCL_i
1	3.043	10.543$^{\uparrow}$	0.532
2	2.172	4.332$^{\uparrow}$	1.404
3	2.204	5.071$^{\uparrow}$	1.371
4	2.277	1.728^{+}	1.298
5	2.120	0.860$^{\downarrow}$	1.455
6	2.090	0.742$^{\downarrow}$	1.485
7	2.089	1.571^{+}	1.486
8	2.433	3.278$^{\uparrow}$	1.142
9	2.518	0.352$^{\downarrow}$	1.058
10	2.353	0.689$^{\downarrow}$	1.223
11	2.197	0.600$^{\downarrow}$	1.378
12	2.376	0.279$^{\downarrow}$	1.200
13	2.314	0.749$^{\downarrow}$	1.262
14	2.306	2.839$^{\uparrow}$	1.270
15	2.453	4.529$^{\uparrow}$	1.123
16	2.234	1.171$^{\downarrow}$	1.342
17	2.206	0.265$^{\downarrow}$	1.369
18	2.605	1.741^{+}	0.971
19	2.133	1.093$^{\downarrow}$	1.442
20	2.259	1.395^{+}	1.316
21	2.239	0.973$^{\downarrow}$	1.337
22	2.387	1.881^{+}	1.188
23	2.466	2.931$^{\uparrow}$	1.110
24	2.259	2.180^{+}	1.317
25	2.156	2.213$^{\uparrow}$	1.419
26	2.992	5.961$^{\uparrow}$	0.584

Remarks ↑ : outof upper critical rate
\+ : in critical rates
↓ : out of lower critical rate

computing the values of UCL and LCL vs m for the average accident rate of $\lambda_0=1.788$, and for various levels of significance by using Eq. (9). The results are shown in **Fig. 4.** In this figure, some difference is noted between k_1-curve and k_2-curve, but the difference between k_2-curve and k_3-curve is small. Therefore, the value of $k=1.960$ ($P=95\%$ or $\alpha=5\%$) is employed in this case.

Substituting these values of λ_0 and k in Eq. (12), the following equation is obtained

$$\left.\begin{aligned} UCL_i &= 1.788 + 1.960\sqrt{\frac{1.788}{m_i}} + \frac{1}{2m_i} \\ LCL_i &= 1.788 - 1.960\sqrt{\frac{1.788}{m_i}} - \frac{1}{2m_i} \end{aligned}\right\} \quad \cdots(13)$$

by which the critical rates for each section can be established. The computed critical rates for each section by Eq. (13) are shown in **Table 2.**

(3) Identification of hazardous sections.

A comparison of actual accident rates of each section to critical rates can be made from the **Table 2**, or **Fig. 5** which is plotted the actual accident rates against the traffic exposure of each section. Looking at this table or figure, it is clear that twenty of 26 sections are out of control. Also, it can be seen that nine sections are experienced abnormally high accident rate in excess of upper critical rate, and these sections are defied as "hazardous" sections and should be selected for detailed investigations and for safety improvement program planning. **Fig. 6** shows these result in a control-chart style for a series of sections along the studied route.

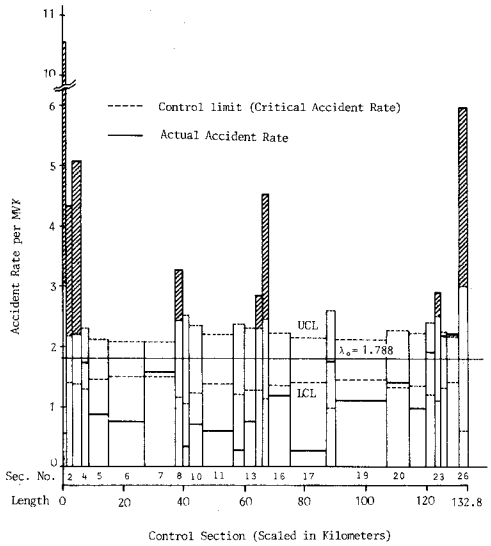


Fig. 6 Control Chart-Actual Accident Rate vs Critical Accident Rate for Each Section along the National Highway Route-36.

8. Concluding Remarks

Implementation of highway safety improvement program is based on four elements. Firstly, highway and traffic engineer must identify abnormal high-accident rate locations. Secondly, he must determine what enineering changes can be made to reduce these accidents. Thirdly, he must develop priorities for these expenditures. Fourthly, he must evaluate their actual effectiveness after implementation for further program planning.

Recognizing the importance of the first element which is an essential preliminary to the planning of hazard-reducing improvement program, the writer has devoted a great deal of attention to the establishment of scientific approach which might overcome the deficiency in

traditional methods for identifying hazardous locations of highway, and development of an analytical procedures for using it by highway and traffic engineer.

The approach suggested in this paper is an application of statistical quality-control concept which applies a statistical test to determine whether or not the accident rate is significantly abnormal as related to an average accident rate. The statistical test applied is based on the commonly accepted assumption that accident event happens at random and independently, and that their distribution fits the Poisson distribution.

The use of this approach for operational decision-making would enable an engineer to determine the amount of variation inherent in accident rate and thereby minimize the possibility of errorneous conclusions in determination of "hazardous" locations. For maximum use of this method, it is essential to establish an accident record systems which provide complete data on the accident and the exact location where accident occurred togather with associated data on traffic and enviroment.

Finally, it should be noted that even though many locations will in control, this does not necessarily imply that there are not present on these locations assignable situations which contribute to an accident.

Acknowledgements

The writer would like to greatfully acknowledge encouragement and important suggestions of Professor Terutoshi Kaku, Faculty Engineering, Hokkaido University, throught this research. The writer also wishes to express his grantitude to Kenichi Ishi, Assistant of Department of Civil Engineering, Muroran Institute of Technology, for his helpful supports.

Dept. of Civil Engineering, Muroran Inst. Tech., Hokkaido, Japan

(Received April 15, 1976)

References

1) Itakura, C., Kaku, T. and Saito, K. : A Method to Evaluate Accident Prone Locations of Highway and its Application, Traffic Engineering, Vol. 3, No. 2, 1968. (in Japanese).

2) Jorgensen, R. E. and Laughland, J. C. : Evaluation of Criteria for Safety Improvements on the Highway, Traffic Engineering, August, 1967.

3) Morin, D. A. : Application of Statistical Concepts to Accident Data, Public Roads, Vol. 34, No. 7, April, 1967.

4) Morin, D. A. : Application of Statistical Concepts to Accident Data, HRR No. 188, 1971.

5) Zahavi, Y. : The Problem of Accident Distribution, Traffic Ouaterly, Vol. 21, No. 3, July, 1967.

6) William, L. S. : Probability Study of High Accident Locations in Kansas City, Traffic Engineering, April, 1970.

7) Parzen, E. : Modern Probability Theory and its Application, John Wiley & Sons, Inc., 1960.

8) Saito, K. : Application of Statistical Concept to Identify Hazardous Locations as a Basis for Planning of Highway Safety Improvements, Region and Traffic, the Celebration 61st Birthday for Professor Ogawa, H., Gihodo Bookstore Co., Ltd., 1973.

部分分布荷重を受ける有限円柱の3次元応力解析について

松岡健一・能町純雄*

On a Three Dimensional Stress Analysis of a Finite Cylinder Subjected to Partially Distributed Loads

Kenichi Matsuoka and Sumio Nomachi*

Abstract

The three dimensional nonaxisymmetrical stress problems concerning a finite cylinder are solved treating the equations of equilibrium of forces in cylindrical co-ordinates, by means of finite Fourier-Hankel transforms.

The numerical calculation was performed for the case when the cylinder is submitted to a pair of tractions with rectangular distribution on both ends of a diameter. The results are compared with those in case of infinitlly long cylider carring the same loads and the results corresponding to a similar loading condition of two dimensional stress are also show in the figures for reference sake.

1. まえがき

円柱座標で表わされる次元応力問題の一種として円柱の問題がある。円柱の軸対称問題はI. N. Sneddonが軸対称側圧が作用する場合の無限円柱の解析をFourier変換を用いて行なっている[1]。また有限円柱の軸対称問題としてはL. N. G. Filonの研究があり[2]，その後今井，斉藤が行なっているが，特に斉藤は側圧および端面に部分的圧力が作用する場合の解析を行なっている[3]。非軸対称問題は現在でもあまり多く研究されてはいないが，無限円柱に対してはG. Mathewが側面に任意の外力が作用する場合の理論を発表しているが数値計算は行なっていない[2]。この数値計算は吉野・宇津木によって部分的な側圧をうける問題として行なわれている[4]。さらに非軸対称変形をする有限円柱の解は秦によって導かれ[5]，これを発展させた奥村の研究があり数値計算も行なわれている[6]。

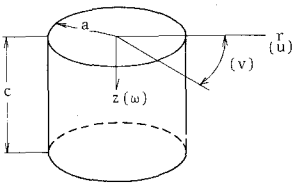
一方能町は，有限Fourier-Hankel交換による円柱座標の3次元応力問題の解法を示し[7]，著者等はこれを有限円筒の非軸対称問題にまで拡張し，若干の解析例も示した[8]。ここではこれを有限円柱に適用し，部分分布荷重を受ける場合の解析を行なった。数値計算は荷重の位置を2種変え，無限円柱とした場合の結果および非軸対称2次元応力問題としてえられる結果と比較検討した。

＊北海道大学工学部教授　工博

2，有限円柱の Fourier-Hankel 変換による解

円柱座標で表わされる3次元応力問題の有限 Fowier-Hankel 変換による解法にすでに発表している[8]のでここではその結果のみを示す。

図－1のように円柱の半径を a，長さ c，半径方向，円周方向，軸方向の座標を r,θ,z とし，各方向の変位をそれぞれ u, v,w とすれば，



図－1

$$u=\frac{1}{2\pi}(\boldsymbol{A}_{orz}+\boldsymbol{B}_{orz})+\frac{1}{\pi}\sum_m(\boldsymbol{A}_{mrz}+\boldsymbol{B}_{mrz})\cos m\theta \quad (1)$$

$$v=\frac{1}{\pi}\sum_m(\boldsymbol{A}_{mrz}-\boldsymbol{B}_{mrz})\sin m\theta \quad (2)$$

$$w=\frac{1}{2\pi}\boldsymbol{W}_{orz}+\frac{1}{\pi}\sum_m\boldsymbol{W}_{mrz}\cos m\theta \quad (3)$$

ここで

$$\boldsymbol{A}_{mrz}=\frac{1}{c}f_{mp}(r)\left\{\frac{1}{2\pi}\alpha_{mo}+\frac{1}{2(2\mu+\lambda)}\beta_{mo}+\frac{m+1}{a}\frac{3\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}A_{mo}\right.$$

$$\left.+\frac{m-1}{a}\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}B_{mo}-\frac{1}{2(2\mu+\lambda)}(\boldsymbol{w}_{mc}-\boldsymbol{w}_{mo})\right\}$$

$$+\frac{2}{c}\sum_n\cos Nz\left[\frac{1}{N}X_{mp}(Nr)\left\{\frac{1}{2\mu}\alpha_{mn}+\frac{\mu+\lambda}{2\mu\lambda}\beta_{mn}+\frac{3}{2}\frac{m+1}{a}A_{mn}\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\frac{m-1}{a}B_{mn}-\frac{2\mu+\lambda}{2\lambda}C_{mn}\right\}-\frac{\mu+\lambda}{2\lambda}\frac{1}{N}\omega_{mp}(Nr)\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{mn}-C_{mn}\right\}\Bigg]$$

$$+\frac{2}{a^2}\sum_i\frac{J_{m+1}(\xi_i r)}{\{J_{m+1}(\xi_i a)\}^2\xi_i}\sum_{k=1}^{2}\left[\phi^{(k)}(\xi_i z)\left\{\frac{\lambda}{2\mu+\lambda}D_{mik}-\frac{\mu+\lambda}{2\mu(2\mu+\lambda)}(3\gamma_{mik}+\delta_{mik})\right\}\right.$$

$$\left.-\frac{\mu+\lambda}{3\mu+\lambda}\left\{\phi^{(k)}(\xi_i z)-\Psi^{(k)}(\xi_i z)\right\}\left\{D_{mik}-\frac{1}{4\mu}(3\gamma_{mik}+\delta_{mik})\right\}\right] \quad (4)$$

$$\boldsymbol{B}_{mrz}=\frac{a}{c}\left(\frac{r}{a}\right)^{m-1}\left[\frac{1}{2(3\mu+\lambda)}(\alpha_{mo}-\beta_{mo})+\frac{\mu+\lambda}{3\mu+\lambda}\frac{1}{a}A_{mo}+\frac{2m\mu+\mu+\lambda}{3\mu+\lambda}\frac{1}{a}B_{mo}\right.$$

$$\left.+\frac{\lambda}{3\mu+\lambda}(E'_{mo1}-E'_{mo2})-\frac{\mu+\lambda}{\mu(3\mu+\lambda)}(\delta'_{mo1}-\delta'_{mo2})+\frac{\lambda}{2(3\mu+\lambda)}(\boldsymbol{w}_{mc}-\boldsymbol{w}_{mo})\right]$$

$$-\frac{1}{c}f_{ms}(r)\left\{\frac{1}{2\mu}\alpha_{mo}-\frac{1}{2(2\mu+\lambda)}\beta_{mo}+\frac{m+1}{a}\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}A_{mo}+\frac{m-1}{a}\frac{3\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}B_{mo}\right.$$

$$\left.+\frac{\lambda}{2(2\mu+\lambda)}(\boldsymbol{w}_{mc}-\boldsymbol{w}_{mo})\right\}$$

$$+\frac{2}{c}\sum_n \cos Nz\left[\frac{1}{N}\chi_{ms}(Nr)\left\{-\frac{1}{2\mu}\alpha_{mn}+\frac{\mu+\lambda}{2\mu\lambda}\beta_{mn}-\frac{1}{2}\frac{m+1}{a}A_{mn}-\frac{3}{2}\frac{m-1}{a}B_{mn}\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{2\mu+\lambda}{2\lambda}C_{mn}\right\}-\frac{\mu+\lambda}{2\lambda}\omega_{ms}(Nr)\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{mn}-C_{mn}\right\}\right]$$

$$+\frac{2}{a^2}\sum_i \frac{J_{m-1}(\xi_i r)}{\{J_{m+1}(\xi_i a)\}^2\xi_i}\sum_{k=1}^{2}\left[\phi^{(k)}(\xi_i z)\left\{\frac{\lambda}{2\mu+\lambda}E_{mik}-\frac{\mu+\lambda}{2\mu(2\mu+\lambda)}(\gamma_{mik}+3\delta_{mik})\right\}\right.$$

$$\left.-\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}\left\{\phi^{(k)}(\xi_i z)\right\}\left\{E_{mik}-\frac{1}{4\mu}(\gamma_{mik}+3\delta_{mik})\right\}\right]$$

$$+m\left(\frac{r}{a}\right)^{m-1}\frac{1}{a}\left\{h_2(z)(\boldsymbol{w}_{mo}-2\delta_{mc2})-h_2(c-z)(\boldsymbol{w}_{mc}-2\delta_{mo1})\right\} \qquad (5)$$

$$\boldsymbol{W}_{mrz}=h_1(z)g_m(r)\boldsymbol{w}_{mc}+h(c-z)\boldsymbol{w}_{mo}$$

$$+\frac{2}{c}\sum_n \sin Nz\left[\frac{1}{N}G_m(Nr)\left\{\frac{1}{\lambda}\beta_{mn}-\frac{m+1}{a}A_{mn}+\frac{m-1}{a}B_{mn}-\frac{2\mu+\lambda}{\lambda}C_{mn}\right\}\right.$$

$$\left.+\frac{\mu+\lambda}{\lambda}F_m(Nr)\left\{\frac{1}{2\mu}\beta_{mn}-C_{mn}\right\}\right]$$

$$+\frac{2}{a^2}\sum_i \frac{J_m(\xi_i r)}{\{J_{m+1}(\xi_i a)\}^2\xi_i}\sum_{k=1}^{i}\left[\left\{Q^{(k)}(\xi_i z)+\frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda}p^{(k)}(\xi_i z)\right\}(D_{mik}-E_{mik})\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\mu}\left\{Q^{(k)}(\xi_i z)+\frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)}p^{(k)}(\xi_i z)\right\}(\gamma_{mik}-\delta_{mik})\right] \qquad (6)$$

ここで，μ, λ は Lame′ の弾性定数であり，$N=n\pi/c(n=1,2,\cdots\cdots)$，$J_m(\xi_i r)$ は m 次の第1種 Bessel 関数である。$\xi_i(i=1,2,\cdots\cdots)$ は $J_m(\xi_i a)=0$ の根を小さいものから順に並べたものである。また式中の関数は，

$$G_m(Nr)=\frac{I_m(Nr)}{I_m(Na)},\ \chi_{mp}(Nr)=\frac{I_{m+1}(Nr)}{I_m(Na)},\ \chi_{ms}(Nr)=\frac{I_{m-1}(Nr)}{I_m(Na)}$$

$$F_m(Nr)=Nr\,\chi_{ms}(Nr)-Na\,\chi_{ms}(Na)G_m(Nr)$$

$$\omega_{mp}(Nr)=Nr\,G_m(Nr)-Na\,\chi_{ms}(Na)\,\chi_{mp}(Nr)$$

$$\omega_{ms}(Nr)=Nr\,G_m(Nr)-Na\,\chi_{mp}(Na)\chi_{ms}(Nr)$$

$$g_m(r)=\left(\frac{r}{a}\right)^m,\ f_{mp}(r)=\frac{a}{2(m+1)}\left(\frac{r}{a}\right)^{m+1},\ f_{ms}(r)=\frac{a}{2}\left(\frac{r}{a}\right)^{m+1}$$

$$-\frac{a}{2(m+1)}\left(\frac{r}{a}\right)^{m-1}$$

$$\left.\begin{matrix}\phi^{(1)}(\xi_i z)\\ \phi^{(2)}\xi_i z)\end{matrix}\right\} = \frac{\sinh\xi_i(c-z)\mp\sinh\xi_i z}{\cosh\xi_i c\pm 1} \quad , \quad \left.\begin{matrix}Q^{(1)}(\xi_i z)\\ Q^{(2)}(\xi_i z)\end{matrix}\right\} \frac{\cosh\xi_i(c-z)\pm\cosh\xi_i z}{\cosh\xi_i\, c\pm 1}$$

$$\left.\begin{matrix}\psi^{(2)}(\xi_i z)\\ \psi^{(2)}(\xi_i z)\end{matrix}\right\} = \frac{\xi_i z\cosh\xi_i(c-z)\mp\xi_i(c-z)\cosh\xi_i z}{\cosh\xi_i\, c\pm 1} \quad ,$$

$$\left.\begin{matrix}p^{(1)}(\xi_i z)\\ p^{(2)}(\xi_i z)\end{matrix}\right\} = \frac{\xi_i z\sinh\xi_i(c-z)\pm\xi_i(c-z)\sinh\xi_i z}{\cosh\xi_i\, c\pm 1} \quad ,$$

$$h_1(z)=\frac{z}{c}\ , \quad h_2(z)=\frac{z^2}{2c}-\frac{c}{6}$$

これらの関数の主なものの導関数は

$$\frac{\partial}{\partial r}G_m(Nr)=N\chi_{ms}(Nr)-\frac{m}{r}G_m(Nr)=N\chi_{mp}(Nr)+\frac{m}{r}G_m(N\gamma),$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\chi_{mp}(Nr)=NG_m(Nr)-\frac{m+1}{r}\chi_{mp}(Nr),\ \frac{\partial}{\partial r}\chi_{ms}(Nr)=NG_m(Nr)+\frac{m-1}{r}\chi_{ms}(Nr),$$

$$\frac{\partial}{\partial r}F_m(Nr)=N\omega_{ms}(Nr)-\frac{m}{r}F_m(Nr)=N\omega_{mp}(Nr)+\frac{m}{r}F_m(Nr),$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\omega_{mp}(Nr)=NF_m(Nr)-\frac{m+1}{r}\omega_{mp}(Nr)+2NG_m(Nr),$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\omega_{ms}(Nr)=NF_m(Nr)+\frac{m+1}{r}\omega_{ms}(Nr)+2NG_m(Nr),$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\phi(\xi_i z)=-\xi_i Q(\xi_i z),\quad \frac{\partial}{\partial z}Q(\xi_i z)=-\xi_i\phi(\xi_i z),$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\psi(\xi_i z)=\xi_i\{Q(\xi_i z)-P(\xi_i z)\},\quad \frac{\partial}{\partial z}P(\xi_i z)=\xi_i\{\phi(\xi_i z)-\psi(\xi_i z)\},$$

式中の係数 α_{mn}, β_{mn}, A_{mn}…… 等は各境界の変位および応力で与えられる積分定数であり，これらは境界条件から決定される。

従って各応力成分は，σ_r, σ_θ, σ_z をそれぞれ r, θ, z 方向の直応力，$\tau_{r\theta}$, $\tau_{\theta z}$, τ_{zr} をせん断応力とすれば，Hooke の法則を用いて

$$\sigma_r=\frac{1}{2\pi}\left[2\mu\left(\frac{\partial}{\partial r}\boldsymbol{A}_{orz}+\frac{\partial}{\partial r}\boldsymbol{B}_{orz}\right)+\lambda\Delta_o\right]$$

$$+\frac{1}{\pi}\sum_m\cos m\theta\left[2\mu\left(\frac{\partial}{\partial r}\boldsymbol{A}_{mrz}+\frac{\partial}{\partial r}\boldsymbol{B}_{mrz}\right)+\lambda\Delta_m\right] \qquad (7)$$

$$\sigma_\theta=\frac{1}{2\pi}\left[2\mu\frac{1}{r}(\boldsymbol{A}_{orz}+\boldsymbol{B}_{orz})+\lambda\Delta_o\right]+\frac{1}{\pi}\sum_m\cos m\theta\left[2\mu\left(\frac{m+1}{r}\boldsymbol{A}_{mrz}\right.\right.$$

$$-\frac{m-1}{r}\boldsymbol{B}_{mrz}\Big)+\lambda\Delta_m\Big] \tag{8}$$

$$\sigma_z=\frac{1}{2\pi}\Big[2\mu\frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{W}_{orz}+\lambda\Delta_o\Big]+\frac{1}{\pi}\sum_m\cos m\theta\Big[2\mu\frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{W}_{mrz}+\lambda\Delta_m\Big] \tag{9}$$

$$\tau_{r\theta}=\frac{1}{\pi}\sum_m\mu\sin m\theta\Big[\Big(\frac{\partial}{\partial r}-\frac{m+1}{r}\Big)\boldsymbol{A}_{mrz}-\Big(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{m-1}{r}\Big)\boldsymbol{B}_{mrz}\Big] \tag{10}$$

$$\tau_{\theta z}=\frac{1}{\pi}\sum_m\mu\sin m\theta\Big[\frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{A}_{mrz}-\boldsymbol{B}_{mrz})-\frac{m}{r}\boldsymbol{W}_{mrz}\Big]=\frac{1}{\pi}\sum_m\boldsymbol{T}'_{mrz}\sin m\theta \tag{11}$$

$$\tau_{zr}=\frac{1}{2\pi}\mu\Big[\frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{A}_{orz}+\boldsymbol{B}_{orz})+\frac{\partial}{\partial r}\boldsymbol{W}_{orz}\Big]+\frac{1}{\pi}\sum_m\mu\cos m\theta\Big[\frac{\partial}{\partial z}(\boldsymbol{A}_{mrz}+\boldsymbol{B}_{mrz})$$

$$+\frac{\partial}{\partial r}\boldsymbol{W}_{mrz}\Big]=\frac{1}{\pi}\sum_m\boldsymbol{T}_{mrz}\cos m\theta \tag{12}$$

$$\Delta_m=\Big(\frac{\partial}{\partial r}+\frac{m+1}{r}\Big)\boldsymbol{A}_{mrz}+\Big(\frac{\partial}{\partial r}-\frac{m-1}{r}\Big)\boldsymbol{B}_{mrz}+\frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{W}_{mrz} \tag{13}$$

3，境界条件

各境界に任意の外力が作用する場合の一般的な境界条件は

i）$z=0$ または $z=c$ において

$$\sigma_z=q_1(r,\theta)=\frac{2}{\pi a^2}\sum_i\frac{J_m(\xi_i r)}{\{J_{m+1}(\xi_i a)\}^2}\Big[\frac{1}{2}\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{C}_o[q_1]+\sum_m\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{C}_m[q_1]\cos m\theta\Big] \tag{14}$$

ただし $\boldsymbol{J}_m\boldsymbol{C}_m[q_1]=\int_0^a\int_o^{2\pi}q_1(r,\theta)rJ_m(\xi_i r)\cos m\theta\,drd\theta$

$$\tau_{rz}=q_2(r,\theta),\quad \tau_{\theta z}=q_3(r,\theta) \tag{15}$$

式（15）は

$$\boldsymbol{J}_{m+1}[q_2+q_3]=\int_o^a\int_o^{2\pi}\{q_2(r,\theta)\cos m\theta+q_3(r,\theta)\sin m\theta\}rJ_{m+1}(\xi_i r)dr$$

$$\boldsymbol{J}_{m-1}[q_2-q_3]=\int_o^a\int_o^{2\pi}\{q_2(r,\theta)\cos m\theta-q_3(r,\theta)\sin m\theta\}rJ_{m-1}(\xi_i r)dr$$

とすれば

$$\boldsymbol{T}_{mrz}+\boldsymbol{T}'_{mrz}=\frac{1}{a^2}\sum_m\frac{J_{m+1}(\xi_i r)}{\{J_{m+1}(\xi_i a)\}^2}\boldsymbol{J}_{m+1}[q_2+q_3] \tag{16}$$

$$\boldsymbol{T}_{mrz}-\boldsymbol{T}'_{mrz}=\frac{2m}{a^{m+1}}\Big(\frac{r}{a}\Big)^{m-1}\int_o^a\int_o^{2\pi}\{q_2\cos m\theta-q_3\sin m\theta\}r^m d\theta dr$$

$$+\frac{1}{a^2}\sum_m \frac{J_{m-1}(\xi_i r)}{\{J_{m+1}(\xi_i a)\}^2}\boldsymbol{J}_{m-1}[q_2-q_3] \tag{17}$$

また式の誘導過程からの条件として

$$D_{mik}+E_{mik}=\gamma_{mik}+\delta_{mik} \tag{18}$$

を満足しなければならない。

ii)　$r=a$ において

$$\sigma_r=q_4(\theta,z)=\frac{1}{2\pi c}\boldsymbol{C}_o\boldsymbol{C}_o[q_4]+\frac{1}{\pi}\sum_m\cos m\theta\left\{\frac{1}{c}\boldsymbol{C}_m C_o[q_4]\right.$$

$$\left.+\frac{2}{c}\sum_m\cos Nz\,\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{C}_n[q_4]\right\} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{C}_n[q_4]=\int_o^c\int_o^{2\pi}q_4(\theta,z)\cos m\theta\cos Nz d\theta dz$$

$$\tau_{r\theta}=q_5(\theta,z)=\frac{1}{\pi}\sum_m\sin m\theta\left\{\frac{1}{c}\boldsymbol{S}_m\boldsymbol{C}_o[q_5]+\frac{2}{c}\sum_n\cos Nz\boldsymbol{S}_m\boldsymbol{C}_n[q_5]\right\} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{S}_m\boldsymbol{C}_n[q_5]=\int_o^{2\pi}\int_o^{2\pi}q_5(\theta,z)\sin m\theta\cos Nz d\theta dz$$

$$\tau_{rz}=q_6(\theta,z)=\frac{2}{c}\sum_n\sin Nz\left\{\frac{1}{2\pi}\boldsymbol{C}_o\boldsymbol{S}_n[q_6]+\frac{1}{\pi}\sum_m\cos m\theta\,\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{S}_n[q_6]\right\} \tag{21}$$

またここでも式の誘導過程から

$$\boldsymbol{A}_{mrz})_{r=a}=\frac{1}{c}A_{mo}+\frac{2}{c}\sum_n A_{mn}\cos Nz \tag{22}$$

$$\boldsymbol{B}_{mrz})_{r=a}=\frac{1}{c}B_{mo}+\frac{2}{c}\sum_n B_{mn}\cos Nz \tag{23}$$

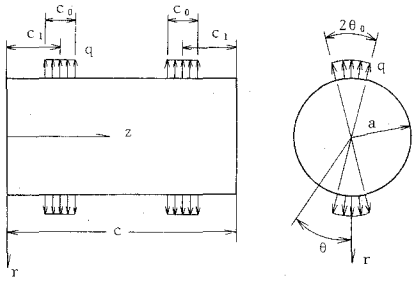
を満足しなければならない。

以上の条件より q_1～q_6 が与えられれば積分定数を全て決定することができる。

4，数値解析

有限円柱の数値解析例として図－2に示すような部分分布荷重を側面に受ける場合を考える。このときは式(14)，(16)，(17)，(19)～(21)において

$$q_1=q_2=q_3=q_5=q_6=0$$



図－2

であるから，式(16)，(17)から

$$\gamma_{mik} = \delta_{mik} = 0 \qquad (24)$$

$$\therefore\ D_{mik} = -E_{mik} \qquad (25)$$

また式(20)から　　$\alpha_{mn} = 0$　　(26)

式から(19)から

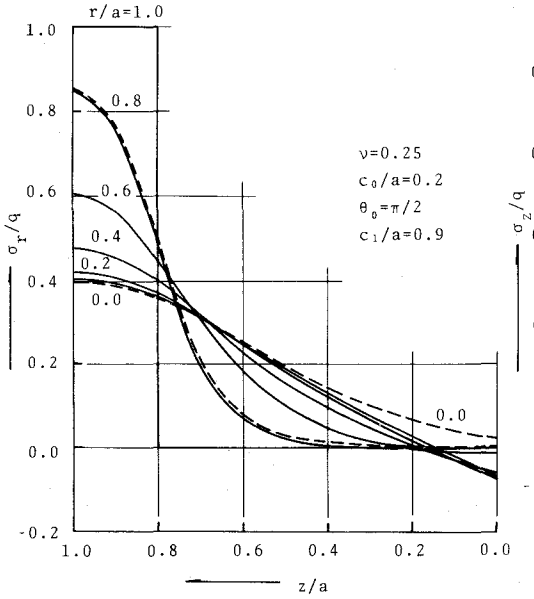
$$\beta_{mn} = \int_o^c \int_o^{2\pi} q_4(r,\theta)\cos m\theta \cos Nz\, d\theta dz$$

$$= 4\{1-(-1)^n\}\{1-(-1)^m\}\frac{1}{mN}\sin m\theta_o \cos NC_1 \sin\frac{NC_o}{2} \qquad (27)$$

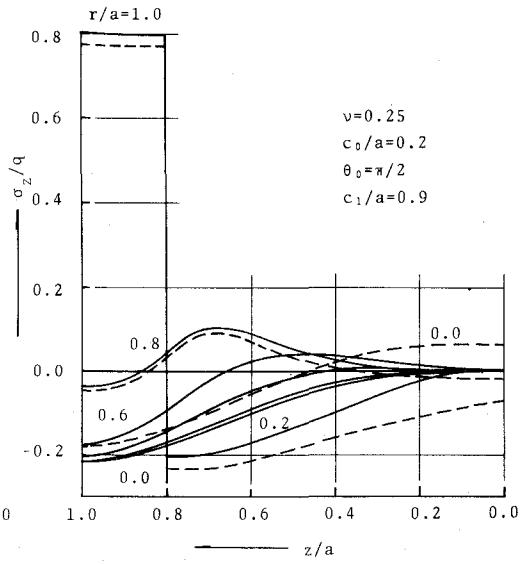
残った積分定数，A_{mn}，B_{mn}，C_{mn}，D_{mik} 等は式(14)，(21)～(23)から決定する。

数値計算で得られた結果を図—3～11に示す。計算は全てポアソン比 $\nu=0.25$，$c_o/a=0.2$ の場合で，級数項は $n=64$，$i=32$，$m=40$ としたものである。

図—3，4は軸対称荷重で $c_1/a=0.9$ すなわち円柱の中央部に荷重が作用する場合の σ_r，σ_z の z 方向の分布を r の各断面ごとに示したものである。図—2は σ_r の分布であるが図中に同じ条件で無限円柱とした場合の値を r＝0.8 a と r＝0 のものについて破線で示した。この計算は既に斉藤によって計算されていてほぼ同様の結果がえられているが，著者等の値は多少大きくなっている。これは級数項のとり方による差と思われる。無限円柱との比較では r／a の

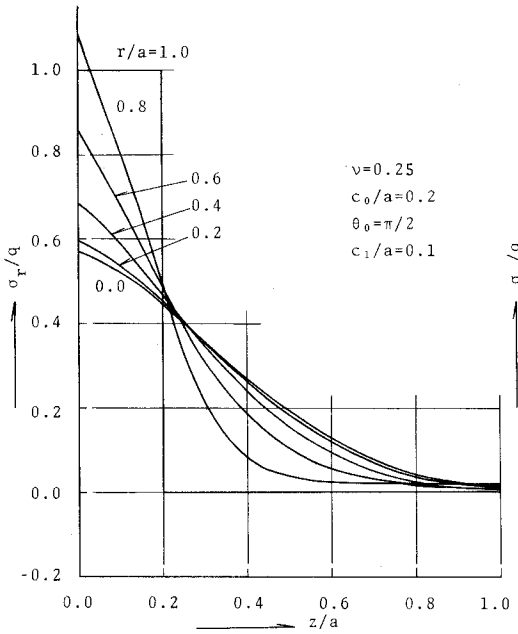


図—3

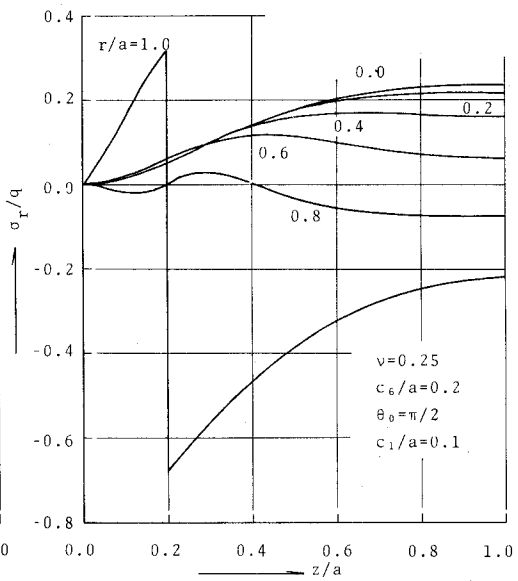


図—4

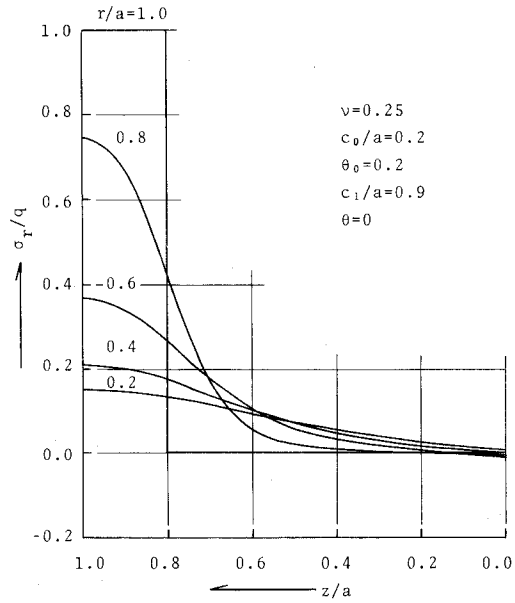
大きなところではほとんど差はなく，また荷形に近いところではｒ／ａが小さくなってもほぼ等しい分布をしている。



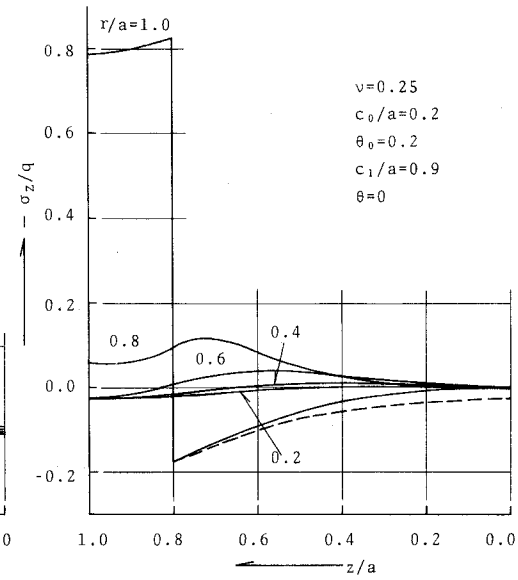
図－5



図－6



図－7



図－8

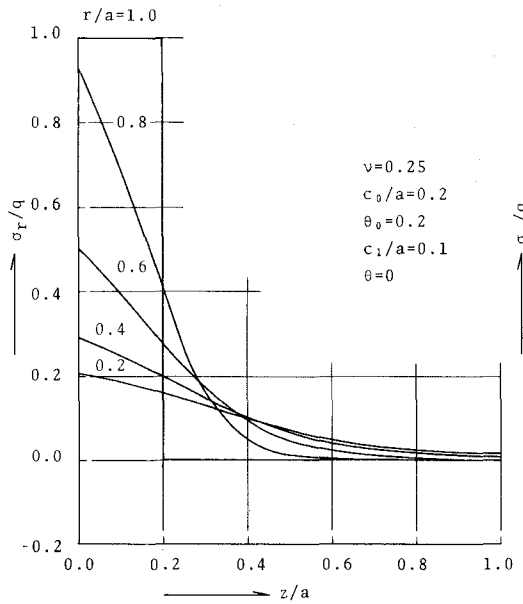
図—4はσ_zの分布を示した。これも図—3と同様破線で無限円柱の結果も示した。σ_zはrが小さくなるに従い急激に減少し，$r=0.8a$では$r=a$の分布と比較し，ほぼ全体的に符号が逆転している。$r=0$では荷重とは逆符号の割合大きな応力を生じている。無限円柱の結果はσ_rほど一致せず，当然のことながら$z/a=0$ではかなり差がある。

図—5，6は同様に軸対称荷重が作用した場合であるが$c_1/a=0.1$，すなわち円柱の両端部に部分荷重が作用するときの結果である。σ_rは$z=0$ではrが小さくなってもそれほど減少せず，特に$r=0.8a$では逆に荷重強度より大きくなっている。zが大きくなると図—3の相当位置の値と近くなっている。

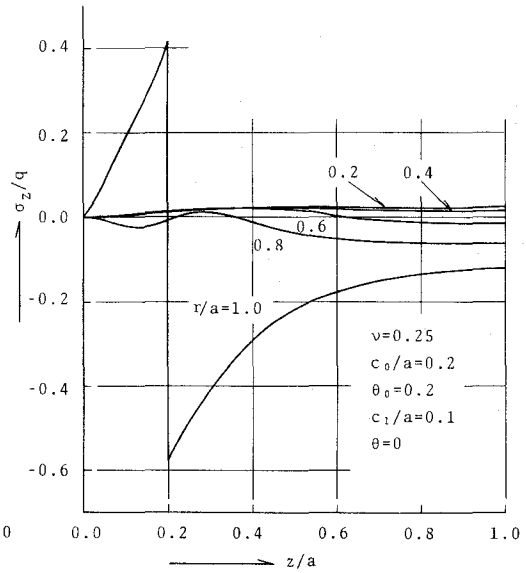
図—6のσ_zの分布はやはり図—4の分布とは全体としてかなり異なっている。$z/a=0.2$で応力は不連続となるが，この場合は$z/a>0.2$において荷重とは逆符号に大きな応力を生じており，$z/a<0.2$では境界の条件を満足させるように応力が減少している。ここでは無限円柱との比較は行なっていない。

図—7，8は非軸対称荷重（$\theta_0=0.2$）が$c_1/a=0.9$すなわち円柱中央部に作用した場合のσ_r，σ_zの分布を示した。図—7はσ_rの分布であるが合力の大きさが小さいため特にr方向への減少が大きく中心部では1/5以下になっている。図—7には同じ条件の無限円柱の値も示しているがほとんど一致しているため図にはその差が表われていない。

σ_zは$r=a$ではかなり大きい値であるがr方向にもz方向にも急激に減少しているがその減少の程度は軸対称の場合よりかなり著しい。この場合も無限円柱の値を破線で示したが，ほと



図—9



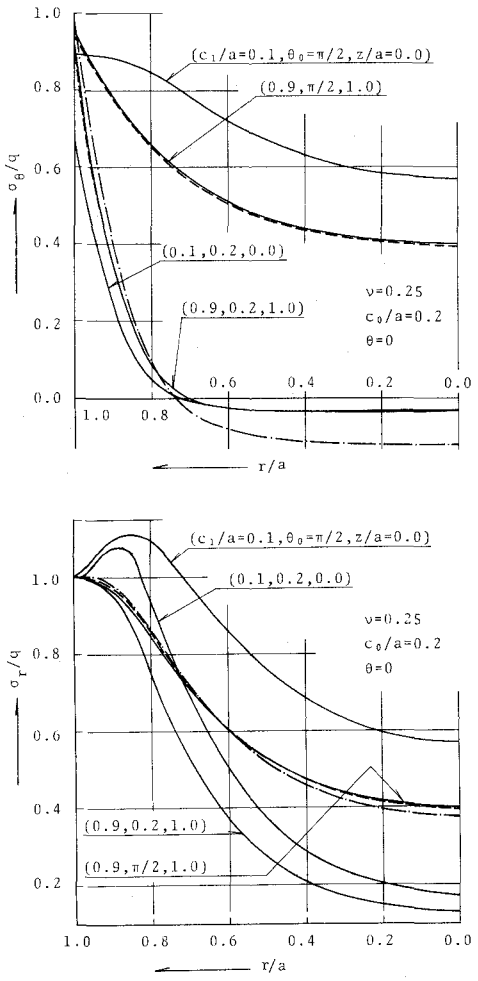
図—10

んど一致しており $r=a$ でもそれ程大きな差ではない。

図—9，10は同じ非軸対称荷重で $c_1/a=0.1$ すなわち円柱端部に作用する場合である。σ_r の分布は $z=0$ ではそれ程急激には減少しない。従って図—7とはかなり異なり大きな値であるが，z の大きなところでは図—7と一致してくる。

σ_z はやはりかなり特徴的な分布をしている。$r=a$ では $z=0$ からほぼ直線的に増加し $z/a=0.2$ で $\sigma_z \fallingdotseq 0.42q$ となり $z/a>0.2$ では $z/a=0.2$ の $\sigma_z \fallingdotseq -0.58q$ からかなり急に減少する。$r=a$ より小さな r では σ_z は急に減少し，減少の程度は軸対称の場合より大きい。

図—11には，以上で計算したいろいろの場合から σ_r と σ_θ について $\theta=0$ における荷重直下の値，$c_1/a=0.1$ に対しては $z=0$，$c_1/a=0.9$ に対しては $z=a$ の値の r 方向の変化を示した。図には無限円柱の値も示しているが σ_r，σ_θ とも $c_1/a=0.9$, $\theta_0=\pi/2$，$z/a=1.0$ の線に添っている破線と $c_1/a=0.9$, $\theta_0=0.2$, $z/a=1.0$ の線に添っている破線がそれぞれ軸対称および非軸対称荷重に対する値である。また，それぞれの図に2次元非軸対称問題の値[9]を合せて一点鎖線で示した。



図—11

σ_r の分布ではすでに示したように，軸対称，非軸対称とも $c_1/a=0.9$ の場合には無限円柱の値とほとんど一致しており，2次元問題として $\theta_0=0.2$ で計算した値も3次元問題では軸対称とした場合とほぼ等しくなっている。$c_1/a=0.1$ の場合には軸対称，非軸対称とも $0.8<r/a<0.9$ で最大値をとり荷重強度より大きくなる。特に軸対称では $r/a \fallingdotseq 0.85$ で $\sigma_r \fallingdotseq 1.11q$ 位とかなり大きく r 方向にゆるやかに減少する。

σ_θ の分布は図から明らかに $\theta_0=0.2$ の場合は r が小さくなるに従い急激に減少している。また $c_1/a=0.1$ の方が $c_1/a=0.9$ の場合より小さくなっているのは σ_r の分布とは逆である。無限円柱としての値はやはり破線で示したが $\theta_0=\pi/2$ で多少差があるが $\theta_0=0.2$ ではほ

とんど一致している。また2次元問題としての解は σ_θ の場合は $\theta_0=0.2$ の場合に近いが全体としてはあまり一致しない。

数値計算は先に記したように $i=32$, $n=64$, $m=40$ として級数和を求めた結果であるが精度を検討するため種々の項数の和をとり精度を検討した。結果は記さないが，上の項数で十分であることは確認している。

5. むすび

Fourier-Hauhel 変換による有限円柱の解を用いて若干の数値計算を行ない，無限円柱としての解，2次元非軸対称問題における解と比較も行なった。計算例は多くないが，$c/a=2.0$ の場合でも長さが載荷巾の5倍もあれが無限円柱としてもそれ程の差を生じない（中央載荷の場合）。2次元問題としての解は単純には有限円柱には適用出来ないが，σ_θ についてはある程度適用出来ることがわかった。

以上の計算は北海道大学大型電子計算機センターの FACOM-230／75 で行なったものである。

（昭和51年5月22日受理）

参考文献

1）Sneddon I. N. : Fourier Transforms, lst, Ed. pp. 504—510, 1951.
2）宮本　博：3次元弾性論，第4章，1967.
3）斉藤秀雄：機械学会論文集，第18巻68号 pp. 21－28, 1952.
4）吉野利男，宇津木諭：第23回応用力学連合講演会講演論文抄録集，pp. 303—304, 1973.
5）秦　謹一：北海道大学工学部研究報告，第13号，pp. 13—44, 1955.
6）奥村　勇：第24回応用力学連合講演会講演論文抄録集，pp. 183—184, 1953.
7）Nomachi S. G. : the Mem. Muroran Ins. Tech., Vol. 3,No.3, pp.477—501, 1960.
8）Matsuoka K. G. and S. G. Nomachi : THEORETICAL AND DPPLIED MECHANICS, Vol.22, sp. 199—209, 1974.

橋梁の歴史的変遷とその発達動向について (2)

—欧米における近世および現代の橋梁—

中　村　作太郎

On the Histrical Changes of Bridges and the Tendency of Their Progress (2)
The Bridges of Recent Times and Present Age in Europe and America

Sakutaro Nakamura

Abstract

The present writer made the thorough invetigations on the bridges of Recent Times and Present in Europe and America , and he discussed and stated in full on their historical materials.

Ⅰ．近世の橋梁

1．概　説

近世すなわち，18世紀および19世紀における橋梁の目覚ましち発達は，橋梁用材ならびに橋梁理論の革命的な躍進を背景としている。中世末までの橋梁はいずれも石材あるいは木材によって造られ，構造も旧態依然たるものであったが，18世紀に至り，鉄材の進出が遂に橋梁の面目を一新したといっても過言ではあるまいと思う。

世界最初の鉄橋は，英国コールブルックデールにおける支間32 mの鋳鉄製拱橋（1,776）であり，続いて同様の橋が各地に架けられた。しかし鋳鉄が張力に対し弱い関係上，これらの橋は殆んど従来の石造拱橋の手法を真似たものであり，構造的には左程の進歩は見られなかった。次いで，錬鉄が出現し，圧延した型鉄の製作が可能となり，橋梁は初めて張力に強い材料を獲得し，その形式および構造に画期的な進歩を示した。

その代表的なものは，英国コーンウェイのメナイ峡に架けられたブリタニヤ函橋（1,845～1,850）とテルフォードの設計による大吊橋（1,826）とであろう。前者はステフェンソンの設計による鉄道橋で，最大支間72 mを有し，鈑と山形鋼とによって造られ，全体が函状を呈している。また，後者は錬鉄製鎖を用いた吊橋で，中央支間約170 mを有し，錬鉄時代初期の作品としては実に驚異的な大構造といえよう。

このようにして1,880年頃までは錬鉄の全盛時代が続き，以後鋼の時代に移って今日に及んでいる。この間における鉄橋各形式の変遷について一瞥するならば，ブリタニヤ橋のような充腹の函橋はその後殆んど使用せられず，その代りとして目の細かい格構桁が現われ，これが進化し

て複雑な多叉構となり，力学理論の発達と共に再転して今日のような簡単な構桁形式へと移行したものと考えられる。

なお，今日あるような鈑桁構造は，ブリタニヤ橋とは関係なく，むしろ構桁よりも遅れて発達した形式といえる。一方において，吊橋は錬鉄製鎖から鋼製眼鈑となり，更に米国においては多数の鋼線を撚り合わせた鋼索に代えられ，益々その支間を増大するに至ったのである。今日，世界的大橋梁工事の第一線に活躍しているものは実にこの吊橋の形式である。

2．石造アーチ橋

ローマ時代および中世紀，文芸復興時代の石造アーチについては，すでに研究報告第8巻第3号において論述した通りであり，その架橋も軍事払術者の手から僧呂，石工職，建築家の手に移り，その末期においては芸術家が橋梁の意匠に心血を注ぐようにさえなった。しかし近世においては，科学的な研究と改良が従来の経験に併行して蓄積せられ，従来なかった科学的架橋技術が生れるに至った。

すなわち，この時代には技術者なる新しい職名を持った専門家が現われることとなり，橋梁はこの技術者によって計画設計ならびに工事監督せられ，建築家がその意匠を分担し，石工職はその畳築工事を担当するようになり，仕事の分業が起ったのである。

人智が啓発せられ，自由討究の思想とともに観察実験の研究方法が世に起り，自然科学およびその応用が世に拡がるに従って益々発達して行ったが，この時代における最初の中核をなすものは何んといってもフランスの技術といえよう。

この時代における初期のものとしては，ロアル河のブロア橋や水利技師シエジイの手にかかったテレリルポオルの橋などがあるが，ペロオネこそは臣匠ともいうべき代表的技術者であって，彼は従前の石造アーチの橋脚が巨大に失することを指摘し，径間長と橋脚幅との比を5：1とするような慣習を改め，左右アーチの推力がほぼ同じである限りにおいては，10：1の割合でよいことをパリ郊外に架設されたヌイリイ橋（1,768）において実証したのであった。

この橋は37 mのアーチを5径間有し，橋脚幅は上述の比で示されるようにきわめて小さいから，従前の石造アーチのように1径間毎に架設することは不可能であり，5径間を同時に施工する工法をとった。アーチの支保工を撤去するに際して，ルイ15世が親しく来駕してこれを見物したと伝えられている。

ペロネオの更に思い切った改良は扁平なるアーチを架けること，すなわち径間長に比して拱矢を小さくすることであった。1,771年彼が架設した聖マクザンスの橋では，22 mの径間長に対して1.8 mの拱矢，すなわち12：1の比を有する扁平なるアーチとなっている。なお，ペロオネの著名な代表作品は，何んといってもパリのコンコルド広場におけるセイヌ河橋であろう。この橋は，1,786年すなわちフランス革命の直前に起工され，いわゆる「恐嚇政治時代」を経て，1,791年に竣功した扁平なる欠円のアーチ橋で，5径間よりなり，中央径間31.2 m，拱矢4 m，す

なわち約８：１の扁平度を有する当時としてはかなり大胆な設計作品であった。

イギリスにおいては，ジョン・レニイが最も傑出していたと思われる。レニイの設計したアーチは，ペロネオの欠円を用いたのに対し常に楕円の半分を使用することを特徴としており，それは明らかに文芸復興期におけるイタリーの橋の影響を受けているものと考えられる。その楕円は半径一定なる欠円の単調さに比べれば，はるかに変化に富み，曲線としては優美な感じを与えるところに特徴がある。

レニイが1,817年にテームズ河にワオータールウ橋を架設し，1,831年ロンドン橋を建造したことは有名であるが，この二つの橋は単にレニイの傑作であるのみならず，19世紀における石造アーチの典型を示すものといえると思う。

また，燈台工事で著名なスミイトンも幾つかの橋を架けたが，彼は「天然セメント」の製法を1,756年に発明し，石造アーチ橋に貢献するところきわめて大きかった。現在使用されているセメントすなわち，「ポートランド・セメント」の発明は1,824年であって，強力なセメントが製造されて以来，セメント・モルタルは石造構造に多大の影響を与え，アーチは必ずしも正しく仕上げられた切石でなくとも，例えば荒く割った程度の切石を使用しても，モルタルで結合すれば畳築することが可能となったのである。

19世紀の欧州は，政治的には曲折多端をきわめたが，機械文明は進歩発達し，いままで強度と耐久性の点で橋梁の王座を占めていた石造アーチも，鉄橋の抬頭によりその位置を逆転する破目に立ったのである。しかし，石造橋はその荘重なる外観に親しみを感ずるという理由で，この19世紀においてもしばしば愛用された。また石材の乏しい地方では煉瓦にて切石に代えたアーチ，すなわち煉瓦をセメント・モルタルで畳築した煉瓦アーチ橋も盛んに架設された。パリのような都会においては，洗練されない鉄橋よりも人心に親和感を与える石造アーチ橋が好んで架設されたのである。

パリはナポレオン三世により大規模の市区改正が行われ今日のような美しい市街となったのであるが，シュンジュの橋（1,860），アルマ橋（1,860），ドウトイユ橋（1,865）などはその代表的橋梁であり，径間はいずれも約30ｍで，ペロネオの用いた手法に倣い，ナポレオンを象徴したＮの頭文字が入れられている。

これらの橋は美しい都会の橋として重要ではあるろうが，橋梁技術の面からいえば，もっと規模の大なるものや新しい構法をとったものの方が大切と考えられ，その点ではドイツにおけるザクゼン州ゲルチタアルの低地を横切る鉄道橋などは，2,000年の昔ローマ人がガアルの谷に架けた水道橋をも凌駕した注目すべき大構造である。その全長579ｍ，最高部の高さ80ｍで三層より成り，中央部だけ二層から出来ており，この部分の径間は30ｍとなっている。

また，スイスの鉄道の多くは山岳鉄道で，到るところに渓谷があり，しかも石材が豊富にあるから，ここに架けられる鉄道橋の多くは石積のアーチ橋であって，イタリー国境に近いアルブラ

線，すなわちダボス付近には有名なものが少なくない。ジロス橋は野面の粗石を積みあげた巨橋であり，ランドワッサァ橋は6連のアーチから成し，平面的に見て多角形を描いており，橋脚の高さは60 mにも及んでいてきわめて不安定な形状を有している。

19世紀後半の石造アーチ橋の特質は支間の拡大であり，これに伴って側面に空洞を造ったことであろう。また，20世紀に入る前後，コンクリートが新しい構造材料として橋梁界に登場したため，石造アーチ橋の架設が減少するようになった。殊に鉄筋コンクリートの出現があってからは，耐荷力において優れ，しかも弾性理論によって計算することの出来る鉄筋コンクリート・アーチ橋の架設に代ることとなった。

石造アーチの最後を飾る巨橋には，1,903年ルウクサンブウル国のアドルフ橋（径間84.5 m，セジュルネ設計），フランスのラボウル橋（1,884年架設，径間61.5 m），ドイツのプラウエンのフリィドリッヒ・アウギュスト橋（1.905年架設，径間90 m）などが挙げられる。ここに示す径間長を見ても，従前のものに比べ著しく増加しており，プラウエンのアーチ橋は石造アーチとしての最大記録を保持している。

3．木造橋

文芸復興時代イタリーの建築家アンドレア・パラディオ（1,518～1,580）は，木材の柱を格子状に組み合わせてトラスを造り，これを屋根組みあるいは橋桁に用いたと記録せられている。その記録には図面まで残っているにもかかわらず，この卓越した工法は継承せられずに終り，それより2世紀半を経過した後に，スイスに別個なる新しい木橋術が興ったのである。すなわち，18世紀の中頃アッペンツェル州トイフェン村に住む大工のグルウベンマン兄弟（兄：ウルリック，弟：ヨハネス）は，木造の大橋梁の架設を日頃から考究していたが，兄のウルリックは1,758年シャッフハウゼンのライン河に支間52～59 mの2径間よりなる木橋を架け，弟のヨハネスもその上流ライヘナウに支間73 mよりなる木橋を架設し，お互いに気を吐いた。

また更に，この二人の兄弟は合作して1,758年に支間119 mに達する一大木橋をチュウリッヒ市の西方ウェッティンにおいて架設したのである。支間100 mを超えるような木造の橋桁は全く古今未曽有のものであろう。現在，このグルウベンマン兄弟が近代木橋の始祖と伝えられているのは上述の大きな業績によるものと思われる。

このような木橋術の構法については，それより以前すでにスイスやドイツに普遍しているが，ドイツには卓越した技術者が出て1,600年の末頃から構法の発達を見せている。すなわち大工が木造の渡り廊下を作り出したのもこの時代であり，ウィルヘルやフォーゲルのような技術者が出て木橋の架設を行なっている。土台木をならべ束柱を立て，貫を通し上に桁を渡し，上部に屋根を作るのが渡り廊下であり，更に側面に板壁を張ればそれだけ丈夫になるが，これを両端だけで支える橋桁とするためには，それ以上の補強が必要である。橋脚から方杖すなわち突っかい棒を斜めに出して支える工法も行なわれたが，その典型的な橋として著名なのは1,718年架設

のグリムマのムルデ橋である。

こうした橋は現在でもスイスに多く，橋に屋根を付けることは風雨による腐朽を防止する意味からいっても得策である。

19世紀の初め，ナポレオンの制覇によって混乱した欧州に比べ，南北アメリカがスペインの勢力を排しながら新しい世界を築いて行った頃，西部に向って未開の地を開拓する者達にとって橋の架設は一つの大きな仕事であった。北米には樹木が多く，欧州の諸民族が入り混んでいたので，屋根のある橋すなわち，カバァド・ブリッジはその人達によって移入されたものと考えられ，スイスの北境から移入された木橋の発達が米国において進歩を遂げたと見ることが出来る。

米国では，柱を組み合わせて橋桁を作る技術，すなわちトラス構法なる技術が，樹木の多いことに影響され，当時の先進国の何れよりも早く発達を遂げているという事実は注目に価するものと思う。

初期における木造橋の権威としては，パルマア，ウェルンワアグ，セオドア・バアなどを挙げることが出来ると思うが，パルマアの傑作とされているフィラデルフィアのパアマネント・ブリッジ（永久橋）は特に優れたものとして著名である。被覆された木橋ではあるが，その主骨は後年のハウ・トラスのような簡単な斜材を持った洗練された構造のトラスであって，中央径間59 m，側径間46 mあり，1,798年に建設されたものである。これと接近して同じくシュルキイル河に架けられたファアマウントのコロッサス橋はウェルンワアグの傑作であり，その支間105 mにも達している。また，バアが1,815年にマクコオルの渡船場に架けた木造アーチ橋は支間110 mにも及び更に大型のものであった。

これらの木造橋の主骨は柱を組み合わせて造ったトラスではあったが，厳密にいえば全体としては桁ではなくアーチ的な構造であり，支点には斜め方向の作用力を与えるような構造であった。それを根本的に改良し，支点に対しては桁と同様の力学的作用をするトラスを考案したのは，ニュウヘブンの工学者イシエル・タウンであって，彼はこの研究の結果1,820年に自分の名を冠してタウン・トラスと名付け，その特許をとった。

タウン・トラスは綾状に組んだ桁すなわち，ラテイス・ガアダアの初めであって，腹材に板が用いられるところに特徴があり，後年鉄トラス橋が発達するようになってもこの形式は広く愛用せられたのである。すなわち，タウンの綾構こそはトラス入門への第一段階と見られ，桁の力学的作用と全く異なるトラスの特性を的確に応用した点に大きな価値が認められたのである。

次に，米国の陸軍中佐ロングは，タウンの発明した綾構の複雑さを解決してこれの簡易化に成功し，1,830年に特許をとったが，それは横腹の部分に単一なる襷状の斜材と柱材のあるトラスであった。当時米国においても鉄道が開通し，このトラスは早速鉄道橋として用いられるようになった。

こうした単純なトラスでは，斜材には主として圧縮力を受けさせる方が好都合であるところ

から，ウィリアム・ハウは1,840年柱材には引張力のみを作用させる目的で錬鉄棒を用いた。すなわち，考案者の名を冠したこのハウ・トラスは正確にいえば木鉄混合のトラスであり，その後世界各国に広く用いられるようになり，木造トラスの繁栄に大いに貢献した。

4．鉄　橋

主要材料に鉄を使用した橋の初めは，17世紀中国に架けられた吊橋であるという記録が1,667年刊行されたアムステルダム版の書に記載されている。鉄棒の両端を丸めて鎖とし，これを連ねて吊橋のケーブルとしたことはわかっているが，詳細については全く不明である。

鉄の歴史は人類の発達史とともにきわめて古いにも関わらず，加熱に木炭を使うようにな手工業の範囲で作られる鉄では，構造物を築造するほどの大量にはならず，1,755年フランス人の一人が鉄橋の架設を計画し工事を始めたけれども，中止の止むなきに至り失敗に終ってしまった。

しかし，1,779年英国人エブラム・ダービーは遂にこの困難を克服し，石炭コークスを用いる製鉄法に成功し，世界最初の全鉄製アーチ橋をコールブルックデエルのセバーン河上に架設した。支間30 m，拱矢15 mの鋳鉄部材を組み合わせたアーチであるが，構造力学的にはきわめて曖昧な構造であった。しかしその耐荷力の点では見るべきものがあり，現在もなお残っているし，また総鉄量378.5 tという大規模の鉄橋工事は当時としては驚歎のほかなく，すでに鉄は手工業の範囲を脱して近代重工業の領域に入って来ていると見ることが出来るのである。そして鋼橋という言葉がここに生れるようになったと記録されている。

いままで橋は木や石で造られていたのに反し，ここに金属の橋が出来たということから金属橋（Metallic bridge）の名称さえ現われたが，この橋に用いられたような鋳鉄は全く不適当なものであり，炭素含有量が多くて硬いけれどもその欠点は脆いところにあった。圧縮強度がきわめて高いので，例えば後年パリに架設されたアレキサンダー三世橋のようにアーチ形に造るのも一方法ではあったが，根本的解決にはなっていないのである。

鋳鉄に続いて大量に製造されるようになったのは錬鉄であり，これは鋳鉄よりも靱性があり鍛錬することが可能であって，英国人ヘンリイ・コオトが1,783年これの圧延加工法を発明したので，錬鉄による橋の鉄橋化が各地に興り，鋳鉄よりもはるかに引張力に強い鉄橋が架けられるようになった。

橋梁の鉄橋化は，技術に産業に経済に当時の首位を占めていた英国において最も盛んであったから，引張力に強い錬鉄棒を吊橋のケーブル材料として用いた当時としては大支間の吊橋がこの国に出現したのである。ウェールスの北西端に孤立したアングルシイと本島とを結ぶメナイの吊橋が1,825年トーマス・テルフォードの設計によって架設された。

この橋の支間は177 m，橋床は水面から30 mの高さにあり，両岸に石造のアーチと巨大な石塔が立っており，この石塔から左右に各8本の錬鉄棒の鎖がケーブルとして張り渡されたもの

である。開通後十数年過ぎた時，突風によってこの橋は激しく動揺し各所に故障を生じたが，各鎖の連結を強めて動揺を防止し，また床の死荷重を増加することにより，風害を防ぐことが出来た。

当時の英国において特筆すべきことは，鉄道の異常な発達であり，この鉄道の発達にともない，各所に大橋梁が架設されるようになった。すなわち，1,825年ジョージ・ステフェンソンがダアリントン鉄道に最初の鉄橋を架設したのを初めとし，19世紀の中頃にはローマ時代以来の第二の大橋梁架設時代が展開した。その中で最も特筆すべきものは，メナイ海峡を跨ぐブリタニアのチュウビュラア・ブリッジであり，これは函桁橋として著名である。1,843年英国議会はメナイ海峡を越えてホリイヘッドに至る鉄道の敷設を可決し，蒸気機関車「ロケット」号を最初に走らせたジョージ・ステフェンソンの息子ロバート・ステフェンソンが主任技師としてこれの計画設計に当った。

彼はすでに架けられているテルフォードの吊橋の西方で海面から「ブリタニヤ」の岩礁が露出している地点を選び，アーチ橋，吊橋などの比較設計の結果，構造力学の研究者ホツジキンソンなどの協力を得て，吊橋とせずに函形桁橋で足りるという結論に到達した。すなわち，1/6の縮尺よりなる模型により実験した結果，円形・楕円などの断面に比べ，函状の矩形断面の最良なることが確認されたのである。鉄道は複線で，橋脚は豪壮なる石造塔状の構造からなり，橋桁は4径間，並列する橋桁断面は函形で，錬鉄板にてその壁が造られ，上下にはI桁が並んでいるのである。最長の支間は140 mあり，1,850年に開通し，100年後の現在においてもそのまま残っているが，このような巨大な函桁橋が，その当時すでに架けられたという点で注目に価するものと思う。

この架橋に成功したスエフェンソンは，その付近ならびに海を越えたカナダのモントリオールにこれと同じような函桁橋を架設したほか，ニュウキャッスルに二階からなる有名なハイレベル橋を架設した。また，1,859年にブルネルがサルタッシュに支間75 mの鉄道橋を架設したが，この橋は吊橋とアーチ橋とを組み合わせたようなレンティキュラア・トラスであって，横から見ると魚形を呈している点が大変変っている。また，この形式に似ているが，腹部に斜材のないローゼ桁橋が，後年ドイツのハンブルグにおいて架設された。

ジョン・レニイ架設のロンドンにおけるサウスワアクス橋は鋳鉄ブロックによって造られたアーチ橋であり，支間73 mよりなり，1,872年に開通した。また，鈑桁すなわち，プレート・ガーターの構法は，ロンドンの造船所主であったウィリアム・フェアバンの考案により始められたもので，彼は1,846年この構法により支間18 mの鉄道橋をリバプウル運河に架け鈑桁の特許をとった。

現代の鈑桁支間は100 mといえども実用的に可能であるのに対し，100年近く前の錬鉄時代では，ブリタニアの函橋は別として，支間30 m程度がその実用の限度であり，鉄橋のトラス化が

重要問題として考えられるようになった。

錬鉄トラスは，構造力学の未発達の創始期にあっては簡単に解決されず，先駆の技術者達は実験や試作により幾多の苦難を重ねて未解の問題と取組んで行ったのである。トラスの進歩発達は，鈑桁よりトラス，ロング・トラス，ハウ・トラス，プラット・トラス，ワーレン・トラス，補助材付ワーレン・トラスというように移変して行ったのである。ハウ・トラスの考案は実に偉大なる発明であり，上弦材には圧縮力，下弦材には引張力，柱材には主として引張力，斜材には主として圧縮力がそれぞれ起り，柱材の引張力を処理するため錬鉄棒を使用したのがハウ独特の構法であった。

また，錬鉄のみでトラスを造る場合には，圧縮部材の長さをなるべく短くした方が良く，そこに着眼したのは米国のカレブ・プラットおよびトオマス・プラットの父子であって，1,844年に特許を獲得したのである。斜材はハウ・トラスとは反対の方向に入れるのをその特質とし，柱材は圧縮力を受ける部材としたものである。

次に，ワーレン・トラスが英国に起り，道路橋や鉄道橋に盛んに用いられたほか，桁の補強からトラスに進化したと考えられる系統のもの，すなわちキング・トラス，フィンク・トラス，ボールマン・トラス，ホイップル・トラス，プラット・トラス，フィーレンデール・トラスなどが出現した。

ボールマンは米国のボルティモア・オハイオ鉄道会社の技師であったが，1,852年ハアパア渡船場にボールマン・トラスを架設し，ホイップルはトラスの応力解法を理論的に案出した第一人者であり，1,847年にトラスの理論を発表した。

ワーレン・トラスは1,846年ベルギーにおいてヌウビイユによって架設せられ，また英国においては1,848年ジェームス・ワーレンおよびウィルビル・モンツアニがワーレン・トラス構法の特許を獲得し，ウィルドは応力計算を行なってニュワアクのダイク鉄道橋（支間79 m）を設計架設した。次に二重ワーレン・トラスが英国を初め，ドイツにおいても研究せられ，種々検討されるに至ったのである。

このように，19世紀は橋梁の形式において著しい進歩をみた時代であり，連続桁の特性もその前半において力学的には明らかにされ，後半において橋として応用架設されているし，またドイツのゲルバーによって発表されたいわゆるゲルバー桁の構造も応用されるようになったが，その構想は突桁橋または片持梁から起ったものである。

米国では，1,811年トオマス・ポープがその「橋梁築造階梯」の中で，ゲルバー桁のことを「空中差し掛けの橋」としてこれを述べているが，これを近代化して実際に架設したのは，1,867年ドイツ人のハインリッヒ・ゲルバーがバイエルン州のハスフルトのマイン河に架けた道路橋をもってその最初とする。この3径間ゲルバー桁の基本は，3径間連続桁の中央径間に二つのヒンジを置き，これによって桁の連続性を中断しながら橋脚上ではなお連続桁的特質を残すのであ

る。1,877年米国においては，早くもケンタッキイのデイクスビールにゲルバー桁よりなる大鉄道橋が架設されたが，その数年後英国においてもフオース湾の橋梁の計画に対し，この形式が応用された。

このように，鋳鉄橋から錬鉄橋への移行によって益々長大径間の橋梁が架設せられるようになるのである。

5．鋼　橋

鋼それ自身は何等新しい材料ではないにしても，これを多量に必要とする橋桁を組み立てることは，「手工業」による鋼では到底経済的に望み得るものではなく，18世紀以前には鋼橋と名付けられ得るものはなかったのである。

1,828年ウィーンの吊橋では鋼でアイ・バアを作り，これをケーブルとして強力な吊橋を架けることに成功した。しかし鋼が余りに高価であるためその後数十年に渡りこの種橋梁の架設は跡を絶った。

その後1,855年ベッセマアの製鋼法が発明されて，鉄から炭素と珪素の含有量を減らし，靱性および延性ともに優秀なる鋼を製造出来るようになり，鋼は新しく構造用鋼として出現するに至ったのである。しかし，錬鉄に比べまだ高価に過ぎたため錬鉄との競争が繰り返されたが，1,880年にかけ，漸く鋼が商業界に市場を独占するようになり，錬鉄橋に代り鋼橋時代が出現したのである。

いま，初期の鋼橋の中大かるものを挙げれば，米国のイーズ橋，グラスゴウ橋，ブルックリン吊橋，英国のフォース橋などを列記することが出来る。

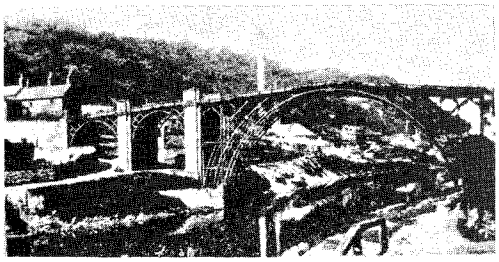
1,874年イーズ大佐により，ミシシッピイ河に臨むセントルイス市に3径間の大鋼橋が架設せられた。この橋は全鋼製ではなくしても，鋼の普及に先立ちクロム鋼を用い，ミシシッピイ河底に強固なる基礎を造るために圧搾空気送入の潜函工事を初めて大規模に施工した。中央径間158 mの固定拱で床は二階から成り，上段には公道，下段には鉄道を通じている。1,869年起工して以来，技術上の困難のほか洪水あるいは暴風に見舞われて工事の進捗を阻止されたが，6星霜に渡る障害を乗り越えて，1,874年遂に成功を収めて完成したのである。

イーズ橋は近代鋼橋の元祖とはいえるとしても，全鋼製ではなく錬鉄を混用しており，全鋼橋の橋の第一番目のものは米国ミズリイ河グラスゴウの鉄道橋を挙げることが出来ると思う。

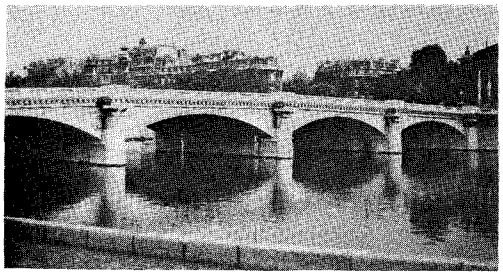
その当時，バアリントンのヘイという技術者が製鋼に成功し，自分の名を付けた「ヘイ鋼」を市場に売り出していたが，その価格の低廉なのにもかかわらず，多くの技術者達がこれの良さに気付かずにいたところ，優れた技術者のスミス将軍がこの「ヘイ鋼」に着目して実験研究を行ない，錬鉄に勝る特性のあることを知り，世間の非難を浴びながらもグラスゴウ鉄道橋の架設にこれを採用した。この橋は支間約96 mの鋼トラス5径間よりなり，1,879年見事成功裡に架設を終った。その後大型機関車の使用に伴い，1,903年架け換えがあった時，解体して調べ

たところ,「ヘイ綱」の強度は意外に大きく，スミスとヘイの両氏の業績の偉大さが改めて裏書きされる結果となった。

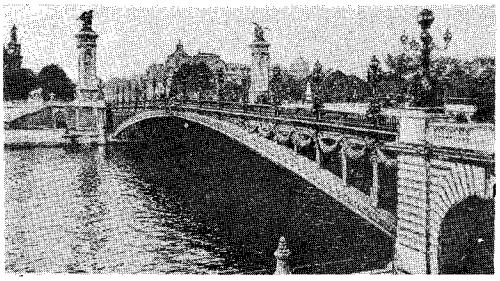
英国スコットランドの東海岸には，二つの入江があり,その一つにはフォースの入江といい，1,890年に前後7ケ年の歳月を費いして架設に成功したあの有名なフォース橋が跨ぎ架けられているし，もう一つの入江はテイの入江と呼ばれ，彼の著名な墜落事件を起したテイ橋がここに架け渡されたのである。テイ橋は支間60mの錬鉄製ラテイス桁よりなり,これが85径間蜿蜒として続き，橋脚は基礎を海底岩盤において煉瓦および切石で畳築した上に6本の鋳鉄管柱を高く樹てたものであって，各柱は錬鉄棒で筋違をなし，橋桁は海面から約27mの高さにあった。この橋は1,877年に竣工したが，それから2ケ年を過ぎた1,879年，橋脚をなしている錬鉄管柱および耐風構として付けられたその筋違の不備により，橋脚が風下に傾斜倒壊し，これに伴って上部構造の橋桁は完全に墜落した。この橋は列車の垂直荷重に対しては充分安全であったが横方向の耐荷力の不足から強風のため脆くも海底の藻屑と消えたものと推定される。



(a) イギリスのコールブルックデール橋（1,776）



(b) フランス，パリのコンコルド橋（1,791）



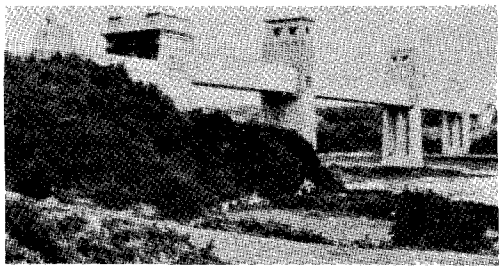
(c) フランス，パリのアレキサンダー三世橋（1,900）

図－1 近世におけるアーチ橋

これに対し，フォース橋は幅員約1,000mに達する入江を横断するのに，岩礁に高さ105mの大鋼塔三基を樹てることに始まり，521mという大径間からなる二連のゲルバー式構法のトラスを採用した。トラスの組み方は二重ワーレン型とし，鋼材には平炉法すなわち，1,860年代にフランス人ピエル・マルタンおよびドイツ生れのチャーレス・シイメンスの発明したいわゆるシイメンス・マルチン法と称する今日構造用鋼製造に用いられる製鋼法によって造られた鋼を採用した。

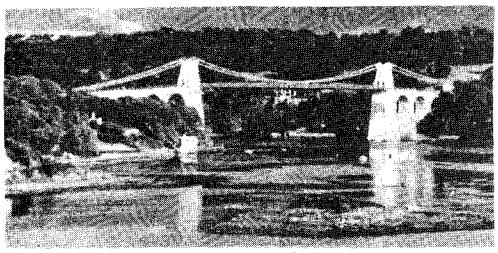
フォース橋を架設する計画は,エディンバラから東北に通う鉄道敷設のために起ったもので,19世紀末期における大英国の一大計画でもあり，主任技師として内定したのはテイ橋を架設したトーマス・ブーチであったが，テイ橋の墜落事件によって後退せしめられ，ジョン・ハウラアおよびベンジャミン・ベーカーの両氏が計画を担当させられた。

フォース橋は，鋼材を用いて成功した橋の著名な例であり，テイ橋の設計と構造工学上より

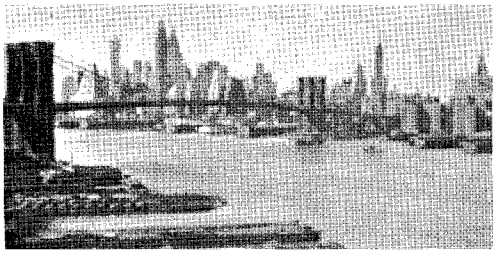


イギリスのブリタニヤ函橋（1,850）

図－2　近世の初期箱桁橋

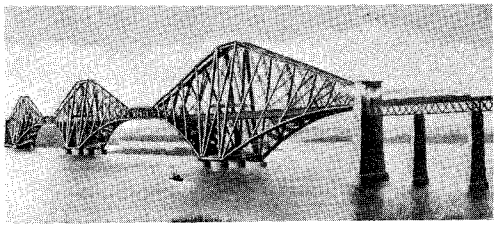


(a)　イギリスのメナイ吊橋（1,826）



(b)　アメリカのブルックリン吊橋（1,883）

図－3　近世における吊橋



イギリス，スコットランドのフォース橋（1,889）

図－4　近世のゲルバートラス橋

比較して見れば非常に有益な資料が得られるところである。

フォース橋は1,883年に起工され，基礎には箱枠および圧搾空気潜函が用いられ，いずれも下層の硬質岩盤まで達するのであるが，潜函は錬鉄製で円形断面を有し，最も深く沈めたものは30 mであった。

フォース橋におけるトラスの主要抗圧材には円形断面の柱すなわちパイプ状の柱を用いているが，このことは力学的に見て最も合理的と考えられ，最小の材料で最大の効果を発揮することの出来る事実を当時の人々達はすでに知っていたものと考えられ，英国人は好んでこのパイプ状の柱を使っている。

図－1は，近世におけるアーチ橋で，(a)は鋳鉄製アーチ橋としてイギリスに架けられたコールブルックデール橋（最初の鉄橋，支間32 m），(b)はフランスの石造アーチで有名なコンコルド橋(支間31.2 m),(c)はフランスの鋳鉄を用いたアーチのアレキサンダー三世橋(橋長107 m)である。図－2は，近世の箱桁橋として有名なイギリスのブリタニヤ函橋（支間140 m），図－3は，近世における吊橋の例で，(a)はイギリスのメナイ峡に架けられた吊橋（支間177 m），(b)はアメリカのブルックリン吊橋（支間486 m）である。また図－4は，イギリスのスコットランドに架けられた近世後期のゲルバートラス橋として有名なフォース橋（支間518.2 m，世界第2位）である。

II. 現代の橋梁

1. 概 説

すでに述べた通り，1,880 年頃までは錬鉄を用いた橋の全盛時代が続き，それ以後鋼の誕生にともない鋼橋時代に移り今日に及んでいる。すなわち，ブリタニア橋のような充腹の函橋はその後殆んど用いられず，その代りとして目の細かい格構桁が現われ，これが進化して複雑な多叉構となり，力学理論の発達と共に再転して今日のような簡単な構桁形式へと移行したものである。また，世界大戦の終結後すなわち，1,945 年以後には函桁橋が横捩り剛性の優れていることと合理的経済設計の観点より種々研究され，再び用いられるようになって来たことは大いに注目に価するところであろう。

一方吊橋は，鋼鉄製鎖から鋼鉄眼鈑となり，更に米国において多数の鋼線を撚り合わせた鋼索に代えられ，益々その支間を増大するに至ったのである。

今日，世界的大橋梁工事の主役を演ずるのは実にこの形式であり，1,931 年竣工のニューヨークにおけるハドソン河橋は支間約 1,067 mを有し，人類の到達し得る最大支間と思われたのであるが，数年ならずしてサンフランシスコのゴールデンゲート橋が 1,937 年に架設せられ，この記録をはるかに破る実に約 1,280 mの支間を誇示し続けて来たのである。しかし，その後 1,964 年 11 月に 70 ケ月の工期で完成したニューヨークのベラザノ・ナロウズ橋は，全長 4,175,76 m，中央支間 1,298 m，側径間 370.33 mで，中間支間の比較では現在世界第一となったのである。

最近の橋梁技術界において見過し得ないことは，高価鋼が橋梁の分野に進出して大支間の征服を可能ならしめたことおよび電弧溶接法が漸次完成の域に近付いて橋梁の工費および材料の節約に新しい希望を与えたことであり，今後の鋼橋構造はこの二つを中心として第二の革命に入りつつあるのである。また，橋梁用材の革新に対し，鉄材に劣らぬ寄与をなしたものにコンクリートがある。

1,855 年，ポルトランド・セメントが創製されて以来，従来石材を用いたところに盛んにコンクリートが使用されたが，単純なコンクリートは張力に弱い欠点を免れなかった。この欠点が鉄筋コンクリートの発明により除去されることとなり，コンクリートが一躍して橋梁用材界の寵児となったのは当然のことであろう。

いまやこの新用材は従来の重苦しい石拱を一変して軽快斬新な拱様式を生み，更に桁構造あるいはラーメン構造として中小支間に広く賞用されたのみならず，各種橋梁の下部構造には絶対欠くことの出来ない主要材料となったのである。

木橋について述べるならば，19 世紀前半においてタウン，ハウ，パラットなどの新形式が続々考案され，その最盛期に達したが，鉄および鋼の一般化につれて，抗張材は鉄および鋼を用い

るようになり，最近においては，コンクリートおよび鋼の進出によって，遂にその影を潜め，僅かに仮橋，簡易橋または応急橋として架設せられるに過ぎない。

中世以前の橋梁は，全く過去の経験の蓄積によって営まれ，何等力学的理論の背景を持たなかったが，17世紀頃から抬頭して来た力学理論は，材料および構造の力学的性質を究明することに努め，橋梁を構造工学的見地より理論的に取扱う端緒をひらいたのである。

その後，構造理論は他の自然科学の発達と相俟って華かな展開を示し，特に19世紀中葉以後における幾多の業績は誠に絢爛きわまりないものであって，遂に20世紀初頭には理論的橋梁工学の体系を築きあげるに至ったのである。

1,937年，中央支間1,280 mで世界最大支間を長い間保持し，現在第二位となっている吊橋，金門橋（Golden Gate Bridge）が架設されて以来，続々と長径間の吊橋が架けられ，1,954年頃に全長では世界最大とされるマキナック橋（Mackinac Bridge）に関する実験がWashington大学において実施され，更に1,954～1,957年間に架設されている。また，現在世界第一の最大支間を誇るベラザノ・ナロウズ橋は，1,960～1,964年間に架設され，その近代的巨大橋の雄姿をニューヨークのスターテン島海上に横たえている。

次に，1,950～1,964年間には，P・Sコンクリート橋，合成桁橋，合成トラス橋，合成箱桁橋などが続々と出現し，一昔前に用いられたような単純な形式の鈑桁橋やトラス橋はそのままの構造では用いられなくなって来た。また，格子桁橋や格子合成桁橋が盛んに用いられるようになったほか，斜橋，曲線橋もその応力解析の研究と相俟って発達したし，曲面板の解析理論の発達，鋼床板箱桁橋，鋼管桁橋・鋼管拱橋・鋼管トラス橋などの設計理論の進歩も見逃すことが出来ないと思う。

更に，半剛節静定多角形トラスの考案，立体トラスの理論解析，曲線トラスの解法などの面で急速なる進歩が見られたほか，プレストレス鋼橋の架設に関する研究やアルミニウム合金橋の架設研究の面でも著しい発達が見られた。

一方，鋼の金属学的研究が進み，高張力鋼の出現にともない，高張力鋼で造られた橋梁の架設も盛んになり，また溶接技術の進歩・発達によって溶接橋梁が盛んに架設せられるようになり，殆んどの鋼橋は溶接化される時代に突入し，溶接トラス橋の架設も見られるようになった。

橋梁の難解なる応力解析やその計算も，電子計算機の進歩・発達により容易に解決されるようになり，その手法が設計計算に盛んに用いられるほか，最適設計に関する研究の面で著しい進歩が見られた。また，塑性理論を考慮に入れた極限設計も段々と行われるようになり，力学的経済性において優れた橋梁が架設されるようになって来た。

それから，橋梁の模型実験，実物橋梁の載荷試験などにおける応力測定・ひずみ測定に関する技術の急速な進歩により，工学におけるあらゆる計測器機を酷使した「橋梁診断学」なる新分野が現われるような時代となって来た。そしてこの分野に関連して，光弾性模型実験，X線

応力測定，電磁波および超音波による応力測定などの非破壊試験による各種測定法も盛んに用いられるようになった。

吊橋を初めとする各種橋梁の振動問題は，旧タコマ橋の崩壊事件などの影響を受けて種々研究されるようになったほか，橋梁構造の地震動に関する研究も高層建築における耐震的研究に啓蒙されて注目されるようになって来た。

このように，現代橋梁の欧米における発達振りには著しいものがあるが，しかしまだまだ未完成の問題が多く，今後に課せられた研究課題を数えて見ても切りがないほどである。

2．鉄筋コンクリート橋

(1) 緒　言

フランス人 Joseph Monier が初めて鉄筋コンクリートの特許をとったのは 1,867 年といわれ，彼は翌年に鉄筋コンクリート製の管と貯水槽を製造し，その翌年には床板を作り，更に 1,873 年に至って鉄筋コンクリート橋を架設したのである。また，1,875 年に Charellet の城前公園に支間 16.5 m，幅員 4 m の Dorf 橋が架設されたのを見れば，鉄筋コンクリート橋はすでに約 100 年の歴史を有している。この間における鉄筋コンクリート技術の進歩は実に目覚しいものがあり，石工橋や無筋コンクリート橋に代って益々支間の大なる鉄筋コンクリート橋が架設されるようになった。

20 世紀に入り，現在までにほとんどすべての様式の鉄筋コンクリート橋が施工されており，その支間長の最大記録も年々増大し，現在 304.8 m の鉄筋コンクリートアーチ橋が 1,962 年にオーストラリヤに完成しており，今後支間 1,000 m の鉄筋コンクリートアーチ橋も施工可能であるとさえいわれている。

フランスは，鉄筋コンクリートの起源地であるだけに，その発達振りは群を抜いており，現在世界における各様式の最も優秀な実例はほとんどフランスにあるか，またはこれにならったものである。

ドイツは，フランスに次いで鉄筋コンクリート橋の発達を見ており，特に 1,934 年頃より延長 10,000 km に達する国有自動車道路の建設事業が着手されてからは，多数の鉄筋コンクリート橋の架設を見るようになり，その設計および施工上の発達も著しいものがあった。西欧における鉄筋コンクリート橋に関する技術と理論の発達は，実にこのドイツおよびフランスの両国を中心として行なわれたといってもよいと思う。

第二次世界大戦までの長径間コンクリート橋としては，アーチ橋が最も多く用いられ，その支保工，コンクリート打設，内部応力調節などの施工法に関し多くの新工法が研究され，その実用化が開発された。そして，フランスの Freyssinet，ドイツの Dischinger，ウイーンの Baravelle などは，上路式開側固定アーチ橋を鉄筋コンクリートによって，支間 1,000 m のものまで建設可能であると発表している。

(2) 鉄筋コンクリート板橋

斜板橋の研究がVogt, Nielsen, Olsen, Rüsch, Hommberg, Marxなどにより行なわれ，それぞれ1,940, 1,944, 1,951, 1,956, 1,958年に発表されたほか，プレキャスト・コンクリート板橋，中空板橋，連続板橋などが次々に研究，架設されるようになった。

1,950年，ドイツのWeikersheim近傍でTauber河に架設されたWeikersheim Tauber橋は，中実断面の3径間連続板橋で，支間は15.20 m＋21.10 m＋15.20 mである。また中空板構造の例としては，ドイツのPforzheim市でNagold河に架設されたHindneburg橋があり，これは2径間の連続板で，支間21.60 m＋44.40 mであることが1,931年のBeton und Eisenに発表されている。

(3) 鉄筋コンクリート桁橋

支間15 m以上の鉄筋コンクリート桁橋としては，T形桁がよく用いられるが，この形式は負の曲げモーメントに対して不利であるから，30 m以上のゲルバー桁や連続桁では，橋脚付近に下方床板を設けて，この部分だけを箱形断面とすることが多いが，これもやはりT形桁の一種と見なされるのである。

支間40 m以上の鉄筋コンクリート桁橋は，1,962年の調査によれば，世界において27橋架設されている中，26橋までは欧米において架けられている。この中でゲルバー桁橋が最も多く15橋となっている。横断面はT形断面が圧倒的に多いが，この他箱桁断面のものが数橋交っている。

しかし，鉄筋コンクリート桁橋として世界最長記録78 mを有するVilleneuve-Saint George橋は箱形断面のゲルバー桁形式であり，フランスのセイヌ河に架設されている。連続桁としての最長支間はNew Waterloo橋の77.20 mで，イギリスのロンドンに架設されているし，突桁橋では，ブラジルのSanta Katharina橋の68 mが最長支間となっている。

支間50 m以上の鉄筋コンクリート桁橋を列記して見ると，1.924年アメリカRosedaleに架設された突桁形式のGoverner橋（支間長14 m＋64 m＋14 mの3径間），1,927年フランスNantes Loire河に架設された突桁形式のMadeleine橋（支間長44.8 m＋67 m＋44.8 mの3径間），1,930年ブラジルのRio Parahyhaに架設された突桁形式のRio de Janeiro橋（支間長12 m＋51 m＋62.5 m＋51 m＋12 mの5径間），同じく1,930年ブラジルのRio de Peixeに架けられたやはり突桁形式のSanta Katharina橋（支間長23.67 m＋68 m＋23.67 mの3径間），同じく1,930年ドイツに架けられたゲルバー形式のDonau Groβmehring橋（支間長42 m＋61.5 m＋42 mの3径間），1,935年ドイツのBernbugに架けられたゲルバー桁形式のSaale橋（支間長17 m＋61.78 m＋16 mの3径間），1,937年イタリーのPisaに架設されたゲルバー桁橋のArno河橋（支間長34 m＋52 m＋34 mの3径間），同じく1,937年アメリカのPuget Sound, Wash. に架けられたゲルバー桁橋のPurdy Spit橋〔支間長（12.3 m）＋42.7 m＋58 m＋42.7 m＋（12.3 m）の5径間，（　）内は突桁部〕，1,938年ソ連のPalmburgに架設された突桁橋

の Pregel 橋（支間長 15×23.8 m＋36.4 m＋65 m＋36.4 m＋65 m＋36.4 m），同じく 1,938 年フランスの Marne 河に架けられた突桁橋の Bry 橋（支間長 20.475 m＋70.75 m＋20.475 mの3径間），1,939 年フランスの Seine 河に架設された突桁橋の Villeneuve-St. Georges 橋（支間長 40.9 m＋78 m＋40.9 mの3径間），1,940 年イギリスの London, Thames 河に架けられた連続桁橋の New Waterloo 橋（去間長 27.73 m＋73.82 m＋3×73.02 m＋73.82 m＋27.73 m），1,949 年スイスの Aproz に架けられた連続桁橋の Rhône 橋（支間長 23.5 m＋52 m＋23.5 mの3径間）などがある。

(4) 鉄筋コンクリートアーチ橋

鉄筋コンクリートアーチ橋の支間または径間の長さにおける世界記録の変遷を調べて見ると，次の通りである。

1,900 年にフランス人の Hennebique がフランスの Vienn 河上に径間 50 m 3連の固定アーチである Chattelleraulf 橋を架設したが，1,904 年に至り，ドイツの Clsar 河に径間 72.25 m 2連の3ヒンジ開側アーチである Grünwald 橋が架けられて世界最長となった。次に，その4年後の 1,908 年には径間 79 mの陸橋，Gmündertober 橋がスイスに架けられ，その記録は 1,910 年ニュージーランドの Auckland に架けられた径間 97.54 mの3ヒンジ開側アーチの Grafton 橋により破られた。しかしまたその翌年の 1,911 年には，イタリーの Tibre 河上に架設された径間 100 mの Rome 橋によりその記録は更新され，その後 12 年間に渡り世界最長記録は保持された。この間スイスの Plessur 河上にも鉄道橋の固定アーチ橋である支間 100 mの Langwies Tal 橋が架設されたがこれを凌ぐに至らなかった。

1,923 年に至り，アメリカの Mississippi 河上に径間 121.92 mを有する開側固定アーチ橋の Minneapolis 橋が架設されて初めて世界記録はアメリカに移ったが，同じ年にフランスの Seine 河に支間 131.8 mの下路式固定アーチである St-Pierre-du-Vaurray 橋が架設され，再び記録は欧州の保有するところとなった。この橋は下路式の固定アーチ橋で，フランス人技師の Freyssinet の独得の設計および施工法によったものである。

その5年後 1,928 年には，フランスの Crusilles 付近に支間 139.8 mの Caille 橋，1,930 年には，やはり Crusilles 付近の Elorn 河上に支間 186.4 mの Plougatel 橋が架設され，フランスの王座はゆるぎないものに思われたが，1,940 年に至りスペインに支間 210 mの Esla 橋が出現し，更に 1,943 年スェーデンに支間 264 mという驚異的記録の Sandö 橋が架設され今日に及んでいる。しかし，この最後の2橋もフランス人の手によって設計されたものであり，またいずれもフランス人技師のフレシネの工法を採用したものであるから鉄筋コンクリートアーチ橋における技術の王座はやはり依然としてフランスの保有するものといっても間違いではないと思う。

なお，これらの長径間鉄筋コンクリート橋の断面には，箱型断面のものが圧倒的に多いが，

その次の断面形では方形断面となっている。

3．プレストレスト・コンクリート橋

プレストレスト・コンクリートの考えは，相当古くからあったが，初めて実際的な成果として現われたのは，1,886年P. H. Jackson（アメリカ）および1,888年W. Doehring（ドイツ）がほとんど同じ時代におのおの別個にPCに関する特許をとったのが最初である。その後J. Mandl（1,896，オーストリア），M. Koenen（1,907，ドイツ），J. G. F. Lund（1,907，ノールウエイ），G. R. Steiner（1,908，アメリカ）等の研究があったが，いずれも普通強度の鋼を使用したのでコンクリートのクリープなどによるプレストレスの損失のため失敗に終った。1,923年にF. V. Emperger（ウイーン），R. H. Dill（アメリカ）等が初めて高強度鋼を使用したがまだ実用化には至らなかった。しかし1,928年には，Dischinger（ドイツ）が付着のない方式で，またFreyssinet（フランス）が付着を有する方式でいずれも高強度鋼を使用して成功し，これより1,940年までの間にHoyer（ドイツ），Magnel（ベルギー），Abeles（イギリス），M. Schorer（アメリカ）等の研究があって，プレストレスト・コンクリートは急速に発展するようになった。しかしこれも世界大戦争により一時停止の状態となったが，戦争終了後は復興事業や新規建設事業の開始とともに再び急激な発展を見せ，世界各国における今日のような著しい普及発達を見るようになったのである。

世界における長径間プレストレスト・コンクリート橋としては，戦前の1,937年すでにドイツにDischinger工法により架設された3径間ゲルバー式PC橋のAue橋があるが，最も著しい発展を見せたのは終戦後のことである。

戦後の最長支間の記録はデビダーク工法によるドイツのKoblenz橋の122.85 mであって，これは戦前の鉄筋コンクリート桁橋の最長支間78 mを有するVilleneuve-Saint-Gerges橋に比べて約1.6倍となっており，支間40 m以上の長径間PC橋の36橋中，70 m以上のものだけで13橋にも達している。また，長支間桁橋の形式としては，戦前ではゲルバー桁橋が多かったが，戦後では連続桁やラーメン橋などの不静定構造が多く用いられている。

前述のKoblenz橋は1,954年に架設されたもので3径間連続桁形式よりなり，第2位の長支間114.2 mを有するドイツのRhein河に架けられたNiebelungen橋もやはりデビダーク工法でFrevorbau方式で架けられた連続桁橋である。第3位は1,950年ドイツのNecker Kanal（Heilbronn）に架設されたBöckinger橋で，その中央径間96 mの連続桁橋であり，レオンハルト工法を用いた3径間（19 m＋96 m＋19 m）の橋である。

第4位は1,956年ドイツのBerlinにおけるHavel河に架設された1ヒンジ連続桁形式のDischinger橋〔支間長（13 m）＋92 m＋（13 m），（　）内は突桁部〕である。

支間80 m代では，1,950年ドイツのDonau河にデビダーク工法で架設された自定式ラーメン形式のUlm Gänstor橋〔支間長（6.85 m）＋82.4 m＋（6.85 m），（　）内は突桁部〕のほ

か，1,956年イギリスのNottinghamにおいて，Trent河にマニエル工法のFreivorbau方式で架けられたゲルバー形式のClifton橋（支間長38.1 m＋83.8 m＋38.1 m）がある。

それから，70 m代のものを列記して見ると，次の通りである。

フランスEsblyのMarne河橋（1,950，フレシネ工法，2ヒンジアーチ，支間74 m），フランスTrillbardouのMarne河橋（1,950，フレシネ工法，2ヒンジアーチ，支間74 m），フランスUssyのMarne河橋（1,950，フレシネ工法，2ヒンジアーチ，支間74 m），フランスChangis-Saint-Jeauの Marne河橋（1,950，フレシネ工法，2ヒンジアーチ，支間74 m），フランスAnnetのMarne河橋（1,950，フレシネ工法，2ヒンジアーチ，支間74 m），オーストリーEbenseeのTraun河橋(1,955，BBRV工法，ゲルバー形式，支間72 m），ドイツUlm-Riedingen間のDonautal橋（1,953，レオンハルト工法，連続桁形式，支間62 m＋70 m＋70 m＋70 m＋62 m），ドイツAbusburg−Lahn間のLech橋（1,952，デビダーク工法，自定式ラーメン形式，支間71 m），ドイツBerlinのRohrdamm橋（1,953，デビダーク工法，Freivorbau方式，自定式ラーメン型式，支間72.8 m）。

上述の記録を見ればわかる通り，長大支間のプレストレスト・コンクリート橋には，デビダーク工法，Freivorbau方式のものが多く，しかも1ヒンジ連続桁形式のKoblenz橋（支間101.47 m＋113.9 m＋122.85 m）およびNiebelungen橋（支間101.7 m＋114.2 m＋104.2 m）が世界で第1，第2位を競っていることは注目に価するものと思う。また，プレキャスト・コンクリート工法も戦後盛んに用いられるようになった。

このように，プレストレスト・コンクリート橋は，欧州特にフランス，ドイツ，イギリスなどに著しい発達振りが見られた。

4．鋼　橋

(1) 鋼桁橋

鋼製の桁橋では，支間が10 mに満たないように小さい場合には，製鋼所で圧延したままのI形鋼をもってその主桁とし，この上に床を設けるのが普通である。断面がI字形をしているこの鋼材は，曲げ作用に対し強い形に作られているから，殆んど加工をしないでも桁の材料として適当している。

支間が鉄道橋で6.7 m以上，道路橋で約10 m以上の長さになると，鈑と山形鋼を集めて断面がI字形になるように組み合わせて造った鈑桁（Plate Girder）を用い，支間長10 m～40 m程度までが標準の長さとされている。

単径間の場合にはこの鈑桁を単純に支持すればよいが，数径間に渡って架設される鈑桁は，各径間毎に独立した単純桁とせずに，連続桁として両隣接径間に渡って直結したものとすることが出来る。このようにすれば，同支間の単純桁に比べて曲げモーメントが減少するから，桁高を低くすることが出来て鋼重も減少し，同じ断面の鈑桁にて支間を10～40%増大することが

出来るのである。連続桁の欠点は，支点の不等沈下によって生ずる危険な応力の発生であり，地盤の軟弱なところでは，中間にヒンジを挿入したゲルバー桁工法（突桁式）を採用するようになった。世界大戦前までは，上述のような鈑桁が単純桁，連続桁，ゲルバー桁のそれぞれの形式で橋梁界に君臨して来たのであるが，戦後においては鋼材の節約を主体とした新しい合理的設計・施工の発達に見覚ましいものがある。

終戦後，諸外国の橋梁設計方針の中，第一にあげなければならないことは，橋梁を構成する各部材が協力して荷重を支持するように設計し，この意味において綿密な計算の労を厭わないことである。この一つの現われが合成桁工法で，この考え方は必ずしも新しいものではなく昔からあったけれども，これが広く実施されるようになったのは，世界戦争後のドイツにおいてである。

ドイツでは，現在支間約 30 m以下の上路道路橋では，この合成桁の採用が常識とさえなっており，道床敷きの上路鉄道橋にも広く利用されているが，この影響を受け，米国その他の国々においても，最近の道路橋には当然のことのように合成桁工法が広く用いられるようになった。

終戦後，ドイツの Düsseldorf, Bonn. Köln などでライン河上に，支間がいずれも 200 m前後，中央の桁高が支間の 1/60 程度という従来の常識に外れたような長径間のプレート・ガーダーの道路橋が完成されたのである。

すなわち，1,951 年ドイツの Düsseldorf－Neuss　Brücke（支間 103 m＋206 m＋103 m），Bonn－Beul Brücke（支間 99 m＋196 m＋99 m），1,948 年ドイツの Köln－Deutz Brücke（支間 132 m＋184.5 m＋132 m）などが 3 径間連続桁として架設されたほか，ドイツの Bremen に 4 径間の Bürgermeister－Smidt 橋（支間 15 m＋112 m＋30.6 m＋63.2 m）も架設され，下路ブレースト・タイドアーチの旧橋に比べ，その単位鋼重が約半分で足りたと報告されている。

上述の 4 橋ばかりでなく，欧州の各国および米国においても同様の苦心が払われ，米国では主として，エキスパンデツドメタル式の網目状鋼床（Grid floor, Metal grating）が使われ，1,951 年に完成したニューヨークのハーレム河上に架けられた世界最長の昇開橋（人道橋，中央支間 95 m，桁高 3.0 m），シカゴで最も新しい二葉跳開橋の Bataan-Corregidor 記念橋（純径間 64 m）その他多くの橋に，このグリッド鋼床が用いられている。

最近の米国にも長大支間の上路プレートガーダーの道路橋が多く，ペンスルベニア有料道路中の Passaic 河および Hackensack 河に架けられた橋は，いずれも中央支間 114 m，桁高 4 mの 3 径間連続プレートガーダー橋である。

1,940 年アメリカに架設せられた Dirschau Bridge はその最大支間 142.3 m，1,850 年イギリスにおいて架設された Britannia Bridge はその最大支間 140.2 mで，これらはドイツのものよりは小さいがかなりの長さとなっている。

また，鋼床板は世界大戦後ドイツにおいて急速な進歩発達を遂げたが，その最も大きい特長

は自重が非常に軽く，橋梁の死荷重を大幅に軽減出来るということである。鋼床板では鉄筋コンクリート床版の重量の 1/3～1/7 の自重なので，戦争によって破壊されたドイツの橋梁を最小の材料にて復旧しようとした強い要望に基づいて研究開発されたもので，すでに 1,934 年以前から試作研究が行われていたものである。

1,934 年に Jungingen のアウトバーン上の Feldweg－brücke（支間 8.0 m＋12.5 m＋12.5 m＋8.0 mの連続桁）に初めて鋼床板が用いられたが，それ以前に Stuttgart 工科大学において，各種の実験研究が行なわれている。その後，1,936 年に Kirchheira. a. Teck のアウトバーン橋（支間 17.5 m＋17.5 m，幅員 24.4 m）がやはり鋼床板を用いて架設されている。そのほか，世界大戦で爆破された Meppen の Haase 昇降橋（支間 38 m）が 1,945 年鋼床板を用いて架け換えられたし，1,950 年に中央支間と桁高との比が 1/59 という実現不可能と思われるようなスレンダーな連続桁橋の Mannheim における Kurpfalz 橋（支間 56.1 m＋74.8 m＋56.1 m）が主桁作用をも考慮した本格的鋼床板橋として架設されている。

1,950 年以降欧州において架設された鋼床板橋を列記すると次の通りである。

Kurpfalz 橋（支間 56.1 m＋74.8 m＋56.1 m），Köln －Mülheim（支間 85 m＋315 m＋85 m），Hedemünden Autobahn 橋（支間 80.06 m＋95.86 m＋96 m＋80 m＋63.96 m），Fried－Ebert 橋（支間 128.4 m＋285.22 m＋128.4 m），St. Alban 橋（支間 57.5 m＋ 135 m＋57.5 m），Save橋（支間 75 m＋261 m＋75 m），Nord 橋（支間 108 m＋260 m＋108 m），Norderelb 橋（支間 101.35 m＋102.00 m＋101.35 m），Saverin 橋（支間 49.11 m＋89.13 m＋47.81 m＋301.674 m＋150.68 m＋52.456 m），Düsseldorf － Neuss 橋（支間 103 m＋ 206 m ＋ 103 m），Bürgermeister Schmidt 橋（支間 63.24 m＋30.56 m＋112.00 m＋15.00 m），Porta 橋（支間 63.72 m＋77.88 m＋106.20 m），Speyer 橋（支間 52 m＋163.45 m＋106.95 m），Manheim－Ludwigshafen（支間 913 m＋91.3 m＋91.3 m），Kehl－Strassburg Rhein 橋（支間 122.7 m＋122.7 m）。

この中で Düsseldorf に架けられた Nord 橋以下の橋梁は，箱桁と鋼床板の併用形式を採用したもので，単位鋼重の少ないことからもわかるように，非常に合理的で経済性に富む構造形式であるといえる。

すでに述べたようにドイツにおいては，Köln Deutz，Düsseldolf －Neuss，Bürgermeister-Smidt の諸橋のように，支間 100 m～200 mの長大連続桁橋に合成箱桁橋が用いられ，効果を収めているほか，Schöntal 橋（支間 36 m）のように上路鉄道箱桁橋としても使用されたのである。アメリカにおいては，North Bend，Portage Canal の 2 橋に見られるように，コンクリート床板を 2 個の鋼箱桁に連結した合成箱桁により，支間 40 m前後の単純桁橋に新しい経済的構造を生み出している。

また，床組構造も主桁と横桁とを一体の格子構造と考えたり，縦桁と横桁は橋床により協同

して支えられると考えて，厳密解析により設計計算を行なうようになって来たのである。

(2) 鋼トラス橋

現代におけるトラス橋の殆んどすべては構造用鋼により作られており，その支間は40 mより200 mの長きに及び，単純トラス，連続トラス，ゲルバー・トラスなどの諸形式をもって架設されるようになった。19世紀後半の錬鉄トラス時代には，トラスの格点はピン結合により製作されるのが常であったが，ピン結合の欠陥が明らかになるに及び，最初にこれを廃して組合わせ部材のみを用い，格点には鈑を当てて各部材を固結したのはドイツの技術者達であった。格点の剛結化が叫ばれていた当時，1,877年南ドイツのミュンヘン工科大学では，「トラス部材の三角形が荷重のために角変化を生ずる時，如何なる応力が生ずるか」の懸賞問題を世に提出したところ，1,880年マンデルラが提出した論文「剛結合に基づいて生ずる単純トラスの二次応力計算」が当選し，現在における剛節トラスの二次応力理論の端緒を開いた。その後，ミュウラア・ブレスラウ，モール等はこれの近似計算法を新たに提案し，この方面の研究が進められた。

元来ドイツでは，ワーレンを幾重にも重ねた綾構（ラティス・ガーダー）を好んで用いたが，その記録的な代表作としてライン河のワイヒゼル鉄橋を挙げることが出来よう。その後，イギリスでも函橋をやめ，1,869年にランコルンの綾構を架設している。

1,927年ドイツのウェーゼル河鉄道橋（支間104 m）が架設された際，剛結合としての精密計算が行われ，格点をヒンジと仮定して行なうことの欠点を是正出来，一時とりやめの傾向にあった菱形トラスに再興の端緒を与え，その後続々とトラス橋が架設されるようになった。

なお，ドイツにおいては，1,926年エルベ河に架けられた鉄道橋のヘムメルテン橋（中央支間106 m），1,932年ライン河に架設された3径間連続トラスのルウドウイッヒスハーフェン橋（支間91.3 m）のほか，幾つかの形式のトラス橋が現存している。

また，アメリカやカナダなどにおいてもトラス橋は続々と架設され，その長大支間を誇っている。

いま，単純鋼トラス橋で長大支間のものを列記して見れば，次の通りである。

アメリカのMetropolis Bridge（1.917，支間219.5 m），アメリカのPaducah Bridge（1,929，支間218.2 m），アラスカのTanana River Bridge（1.922，支間213.4 m），アメリカのMac Arthur Bridge（1,911，支間203.6 m），アメリカのHenderson Bridge（1,933，支間202.7 m）。

更に大径間のトラス橋としては，当然連続トラス橋，ゲルバートラス橋の形式を用いなければならない。ゲルバートラス橋は連続トラス橋の欠点，すなわち支点の不同沈下の悪影響，応力計算の煩雑なこと，温度応力の危険な影響などをなくするため考案されたものであり，普通の連続トラス形式は一時用いられなくなったが，その後施工法の改良などによりその長所が見直されるようになり，最近では続々架設されるようになった。

長大支間のゲルバートラス橋を列記すれば，次の通りである。

カナダのQuebec Bridge (1,917, 中央支間548.6 m), イギリスのFirth of Forth Bridge (1,889, 中央支間518.2 m), アメリカのNew Orleans Bridge (1,958, 中央支間480.0 m), アメリカのSan Francisco−Oakland Bay Bridge(1,936, 中央支間426.7 m), アメリカのLongview Bridge (1,930, 中央支間365.8 m), アメリカのQueensboro Bridge (1,909, 中央支間360.3 m), カナダのSecond Narrows Bridge (1,960, 中央支間353.3 m), アメリカのCarquinez Straits Bridge (1,927, 中央支間335.3 m)。

また, 連続トラス橋の中, 長大支間のものを選んで見ると, 下記の通りとなる。

アメリカのDubuque Bridge (1,943, 最大支間257 m), アメリカのEarle C. Clement Bridge (1,944, 最大支間252 m), アメリカのSt. Louis Country Bridge (1,956, 最大支間246 m), アメリカのKingstone Rheine Cliff Bridge (1,957, 最大支間244 m), アメリカのSciottoville Bridge (1,917, 最大支間236 m), アメリカのChain of Rocks Bridge (1,927, 最大支間213 m), アメリカのNew Jersey Turnpipe Bridge (1,956, 最大支間208 m)。

このように長大支間の連続トラス橋は殆んどアメリカに架設されているが, 最近我国に架設された世界最長支間を誇る天草1号橋 (天門橋) を初めとする連続トラス橋ブームはこのアメリカの影響を受けたものと思われる。

(3) 鋼アーチ橋

アーチは上方に反れる曲桁または曲構であって, 支点は特別の場合を除いては水平移動を起こさず, そのために垂直荷重によっても傾斜した反力を生ずる。

アーチをヒンジの有無および数によって分ければ, 無鉸拱または固定拱, 1ヒンジ拱, 2ヒンジ拱, 3ヒンジ拱となり, またアーチを構造上より区別すれば, 肋拱または鈑拱, トラス化された拱すなわち, 腔構拱, 構肋拱のほか, 繋材を用いて不静定水平力を吸収するようにした繋拱, 最近盛んに架設されるランガー桁またはランガー構, ローゼ桁またはその応用形式, 突桁拱すなわち, カンチレバーアーチおよびバランストアーチ連続拱などとなる。

1,900年以降に架設された現代の橋梁中, 鈑桁断面を持つアーチ橋としては, アメリカのニューヨークにおけるハアレム河橋 (支間244 m), スウェーデンのストックホルムにおけるメラルゼー橋 (支間204 m) などは規模の大なるものといえる。

アーチ橋の支間が大きくなると, 鋼重を軽くするために骨組をトラス化する必要があり, トラス化されたアーチはドイツに多く, 場合によっては繋拱とするものも少くない。いま, ここに長大支間を有するアーチ橋を列記すれば, 次の通りである。

アメリカのBayonne Bridge (1,931, 支間503.1 m), オーストラリヤのSydney Harbour Bridge (1,932, 支間502.9 m), カナダのPortman Bridge (1,964, 支間366.0 m), チェッコスロバキヤのMoldau River Bridge (1,965, 支間330 m), アメリカのBirchenough Bridge (1,935, 支間329.2 m), アメリカのMercy Bridge (1,961, 支間325.0 m) アメリカのNiagara

Bridge（1,962，支間304.8 m），アメリカのHell Gate Bridge（1,917，支間298.9 m），アメリカのRainbow Bridge（1,941，支間289.6 m），スウェーデンのTjörn Bridge（1,960，支間278.0 m）。

ランガー桁は1,881年頃Langerの考案により，オーストリヤのグラース付近においてムール河上に架設され，主として橋桁の補強に用いられたが，その後新形式として採用されるようになり，1,929年ドイツのウェーゼル河に中央支間119.61 mの複線鉄道橋が架設された。最近の例では，1,950年ドイツに架けられた支間250 mのDuisburg-Rheinhausen橋がある。

また，ローゼ桁は19世紀の末ドイツのエルベ河に支間96.35 m 10径間のレンズ形の弦材を有する鉄道橋が架設されたことに始まるが，この形式の橋はLohseの考案したものと伝えられている。20世紀に入ってからの例としては，Fr. Bleichの設計により1,915年ウィーンのDonaukanalに架けられたWien Aspern橋（支間12.74 m＋59.15 m＋12.74 m）を代表作とし，そのほかにも沢山ある。

(4) 鋼ラーメン橋

ラーメン橋の中，普通用いられる門框は1本の上梁の両端または間に2本の脚を剛結したものであり，脚は垂直のものも傾斜したものもある。脚底の支承はヒンジまたは剛結とするが，脚は鋼構造であるから石工の橋脚に比べ相当に空間の節約が出来る。

門框の特色の一つは上梁の高さが単桁に比べ低くてすむことであり，単桁では径間の1/10～1/12とするのに対し，門框では1/15またはそれ以下とすることが出来，甚だしいものは1/35にした例もある。それから，径間は20 m～30 m程度の例が多いが，特別の例として，ドイツのNeckar河に架けられた支間約70 mのWilhelm Brückeがある。

ラーメン橋の一種として，1,911年ベリギーのVierendeel教授の考案したフィレンデール桁（Vierendeel girder）と称し，上弦材および下弦材のほかには腹材として垂直材のみ使用し，その格点を剛節としたものがある。実物大の実験の結果，理論値とほぼ合致することが確められて実施に移されたものであるが，ベルギーおよびその付近に架設の実例が多い。なお，拱橋や繋拱橋に応用された例や，門構，屋根，信号塔などに用いられた例もかなりある。

曲弦のフィレンデール橋の例としてはMalines鉄道橋，平行弦フィレンデール橋の例には第一ポン・ダベルゲム橋（支間42 m）があり，門框橋としてはSchönfliesser橋，曲弦構フィレンデール橋の例にはポン・ルート橋（支間36 m）などがある。

(5) 吊　　橋

吊橋設計の実用的理論は，19世紀の後半アメリカおよびドイツにおいて普遍化され，剛性ある橋桁，ラーメン，アーチなどに用いる弾性理論がそのまま近似解法として吊橋に適用されたが，幾つかの仮定を含んでおり，支間が300 m，400 mと巨大化して来ると，その変形が著しく大きくなって来るので，その変形の影響を考慮に入れたいわゆる撓度理論が登場するように

なって来た。中部ヨーロッパにおける橋梁工学の大家であるヨセフ・メランが若かりし頃，1，888年に，精密理論としての撓度理論を発表し一躍有名になったのである。メランの名声はアメリカにまで伝わり，この撓度理論は巨大な吊橋を架設するアメリカにおいて整理され，ニューヨークのマンハッタン橋（1,910）にモイセイフ等により実用に供された。この橋は同じイースト河にすでに架けられてあったブルックリンやウィリアムスブルクの吊橋とは異なり，補剛桁の高さが著しく低く，軽快なことである。

この橋が完成してから間もなく，ドイツではこのアメリカ風の吊橋とは全く違った形式の吊橋すなわち自碇式吊橋を考案し，1,914年に中央支間184 mのものがケルンにおいて，ライン河を横断して架設された。この新形式の吊橋は，後年アメリカのピッツバアグ橋やドイツのドナウ河橋として実用に供された。

1,924年アメリカのニューヨークにおけるハドソン河の上流であるベア・マウンテン公園前に，支間497 mの吊橋が架設され，また1,926年にアメリカのヒラデルヒヤに支間533 mのデラウエア河吊橋が架設された。また，1,929年アメリカとカナダとの国境水路を結ぶデトロイト吊橋（支間564 m）が架けられ，1,932年には，ニューヨークのハドソン河上に中央支間1,067 mのジョージ・ワシントン橋が架設され，1,936年には，サンフランシスコとオークランドを結ぶ中央支間704 mのトランスベイ橋，1,937年には，サンフランシスコにおける湾口を結ぶ中央支間1,280 mのゴールデンゲート橋が架設され，その後続々と長大吊橋がアメリカおよびヨーロッパにも架けられるようになった。世界第一の最大支間を誇る吊橋は，1,964年アメリカのニューヨークにおけるベラザノ・ナロウス橋で，その中央支間長1,298.5 mである。

次に，現代における欧米に架設された長大吊橋を列記すれば，下記の通りである。

アメリカのVerrazano-Narrows Bridge（1,964，中央支間1,298 m），アメリカのGolden Gate Bridge（1,937，中央支間1,280 m），アメリカのMackinac Straits Bridge（1,957，中央支間1,158 m），アメリカのGeorge Washington Bridge（1,931，中央支間1,067 m），ポルトガルのTagus River Bridge（1,966，中央支間1,013 m），イギリスのForth Road Bridge（1,964，中央支間1,006 m），イギリスのSevern Bridge（1,966，中央支間988 m），アメリカのTacoma Narrows Bridge（1,949，中央支間853 m），ベネズエラのAngostura橋（1,967，中央支間712 m），アメリカのSan Francisco-Oakland Bay Bridge（1,936，中央支間704 m），アメリカのBronx-Whitestone Bridge（1,939，中央支間701 m），カナダのQuebec Road Bridge（1,969，中央支間668 m）。

それから，最近西ドイツを主体としてヨーロッパに斜張橋といわれる構造形式の吊橋が盛んに架設されるようになった。ドイツのKölnにおけるSeverin Brücke（1,959）がその一つであり，全長691 mの中の主径間（302.00 m＋150.70 m）が斜張橋構造である。その他，ドイツのDüsseldolfにおけるNordbrücke Düsseldolf, Oberkassel, Knieの三つの道路橋はいずれも斜張

橋構造である。

最近，欧米に架設された斜張橋は多いので，長大支間のものを列記すると，次の通りである。

ドイツにおけるKnie橋（1,969，最大支間320 m），Severin橋（1,959，最大支間302 m），Rhine River橋（1,965，最大支間280 m），Bonn-Nord橋（1,967，最大支間280 m），Theodor Heuss橋（1,957，最大支間260 m），Rhine River橋（1,957，最大支間260 m），Rees橋（1,967，最大支間255 m）。

また，最近ベルギーのジェーンの近くマリアケルクの運河に架設された自碇式吊橋構造は，珍らしいことに補強桁にプレストレスト・コンクリートを用いたところに特徴があり，プレストレスト・コンクリート橋の歴史にも関連がある。

(6) 可動橋

普通の橋は橋台や橋脚の上に固定して架けられるが，可動橋というのは橋桁が上方に上ったり左右に開いたりすることの出来る種類のものである。

可動橋の欧州における歴史はかなり古く，中世紀の頃から架けられているが，現代における可動橋の形式は19世紀の末から30世紀にかけて目覚ましい発達を遂げた結果用いられるようになったものである。現代における可動橋の種類には，旋開橋，跳開橋，昇開橋，退開橋，渡し船，浮橋などがあり，世界中で代表形式として広く用いられているものは跳開橋と昇開橋を挙げることが出来ると思う。

旋開橋の例としては，カンタラにおけるスエズ運河の可動橋，Raritan Riverに架けられた可動橋（1,908）があり，跳開橋の例としては，ロンドンのタワア・ブリッジ（1,894），北米のコーニー・アイランド・ブリッジ，バファロにおけるミシガン・アブニュー可動橋，米国シカゴにおけるバスキュール・ブリッジ，アムステルダム可動橋，オランダのエダム可動橋，ブエノス・アイレス可動橋などがある。

昇開橋の例としては，1,892年アメリカのシカゴでワッデルが初めて考案架設して以来，各地に広く架けられ，KansasのMissouri河に架けられたFratt River橋，Portlandの Williamette River橋などの例がある。

渡し橋は，輸送橋とも称され，スペインのBilbaoに架けられたのを初めとし，マルセイユ旧港の入口にある橋，スペインのビルバオにおけるボルチュガレイテイ橋（1,893），イギリスのマンチェスタアの輸送橋（1,905），ルーアン運搬吊橋（1,899），ミッドルスブルグ運搬橋（1,911），ボルドウ運搬吊橋，ニューポート運搬吊橋，アメリカのDuluthの避難港口の渡し橋（径間120 m），フランスのBordeaux橋（支間400 mで最長）などがある。また，舟橋の長大な例としては，ライン河に架けられた舟橋に，全長362 mのものと402.6 mのものがあり，退開橋は大きな動力を要し，場所塞ぎともなるので仮橋のほかは余り用いられない。

5．高張力鋼橋

現在，長大径間の橋や特種の用途に用いられる橋には，普通の軟鋼よりも強度の大きい鋼材すなわち，高張力鋼を使用し，部材の所要断面の縮少により自重の軽減，運搬および架設費用の軽減などを計るようになって来た。

高張力鋼は材料力学上，まだ多くの問題を残しているが，その研究とは平行して実際の橋梁架設に年々用いられるようになりつつある。

橋梁技術に一つの革新をもたらしたドイツにおけるライン河の橋梁が，溶接性良好な引張強さ 50kg/mm² 級の生産に負うところ大であった事実に刺激を受け，世界各国において溶接性の良好な構造用高張力鋼の研究とその応用が盛んに行われるようになり，M_n－S_i 系の高張力鋼に対する焼入れ，焼戻しの熱処理による調質鋼がアメリカの US スチールのＴ－１鋼の影響を受けて生産され，より引張強度または降伏点の高い溶接構造用鋼材が生産されるようになった。

しかし，高張力鋼の種々の問題，例えば疲労・圧縮応力に対する取扱い，安全率などに関する問題はあるけれども，すでに高張力ボルトの使用を初め，部分的には殆んどお蔭を蒙らない長大径間の橋はなくなって来つつある現状である。

合金鋼として優秀なのはニッケル鋼であり，アメリカ，ドイツなどには多少用いられたが，価格が高いので現在は余り用いられず，比較的安価な珪素鋼が用いられるようになり，1,915 年 Ohio 河に架けられた Metoropolis 橋（径間 219.5 m）に使用された。

それから，1,932 年架設された長径間のアーチ橋である Killvan Kull 橋には，普通の炭素鋼のほかに，珪素鋼およびマンガン鋼が用いられている。

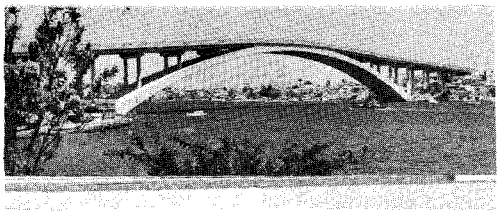
第二次世界大戦後に高張力鋼を用いた吊橋の例だけでも可なりあり，アメリカでは，マキナック橋（1,957），新タコマ橋（1,950），デラウエア・メモリアル橋（1,951），ウォルト・ホイットマン橋（1,957）などあり，ドイツでは，ローデンキルヘン橋（1,941），ケルン・ミュルハイム橋（1,929）などがある。

そのほか，戦前のものでは，アメリカのゴールデン・ゲイト橋（1,937），サンフランシスコ・オークランド・ベイ橋（1,936），アムバサダ橋（1,930），ブロンクス・ホワイトストーン橋（1,939），トリボロー橋（1,936）などがある。

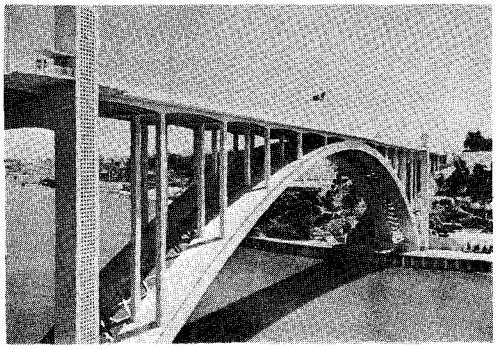
これらの橋には，Si 鋼，C 鋼，St 52 などが用いられているが，吊橋以外のトラス，プレートガーダー，鋼床板などにも各種の高張力鋼が盛んに用いられて来ていることがアメリカなどの資料により明らかなところである。

6．アルミニウム合金橋

橋梁に用いられる高力アルミニウム合金としては，殆んどすべて 14 S 合金が使われるが，その理由は製造過程において冶金学的の困難が比較的少ないこと，価格が割合に安いこと，強度が大なること，熱間加工性が比較的良好なること，切欠き衝撃値が大なることなどによるものである。Reynolds Metals Company の R 301，ＡＣ 26 S，イギリスのＡＷ 15，フランスのＡ－

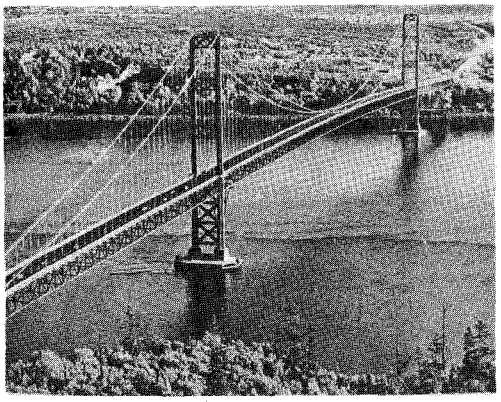


(a)　オーストラリアのグレイデスビル橋（1,964）

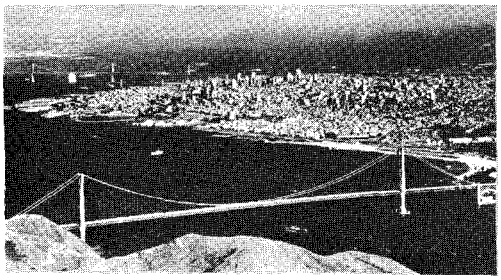


(b)　ポルトガルのアラビダ橋（1,963）

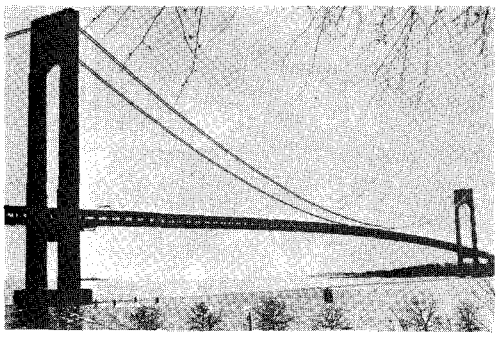
図－5　現代の鉄筋コンクリートアーチ橋



(a)　アメリカの新タコマ橋（1,950）



(b)　アメリカのゴールデンゲート橋（1,937）



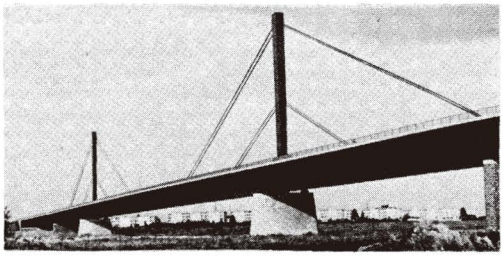
(c)　アメリカのベラザノ・ナロウズ橋（1,964）

図－6　現代における吊橋

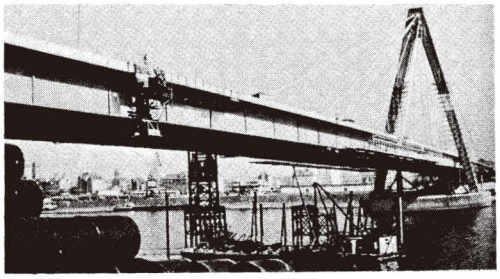
U４Gなどは14Sと同等の合金であり，橋梁に用い1,500kg/cm²程度の応力を許し得るものとしては，14S－T6，AC26S－T，AW15Bなどを挙げることが出来る。

アルミニウム合金を橋梁に用いた例は，1,933年に実施されたアメリカのPittsburghにあるSmithfield Street橋の橋床改築工事であり，その後1,946年にアメリカのMassenaにおいてGrasse河に支間28.5mの全アルミニウム合金のプレート・ガーダー鉄道橋が架設されたほか，1,948年にはイギリスのSunderlandの港に全アルミニウム合金の跳開橋であるSunderland Bridge（支間37m）が架けられ，1,950年にはカナダのArvidaにあるAlcanの大工場に近いSagueney河にArvida道路橋（幅員8.5m，中央支間88.4m）が架設された。このArvida道路橋は世界最初の全アルミニウム合金アーチ橋で世人の注目を集めたが，同じ1,950年に，イギリスのスコットランドにおけるCluneのTummel河上に，全長94.64mの全アルミニウム合金よりなる3径間連続トラス橋が架設され，アルミニウム合金橋の前途に光明が与えられた。

その後アルミニウム合金橋が世界各地に架設されたものの，弾性係数の小さいこと，衝撃の



(a)　西ドイツのレバクーゼン橋（1,965）



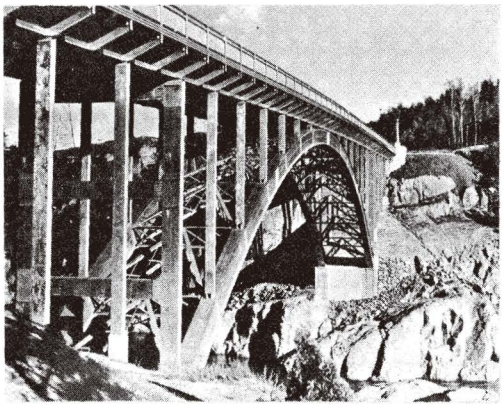
(b)　西ドイツのセベエリン橋（1,960）

図－7　現代の斜張橋



イギリス，コンドンのタワァ・ブリッジ（跳開橋，1,894）

図－8　現代初期における可動橋



カナダのアルビダ道路橋（1,950）

図－9　現代のアルミニウム合金橋

影響，座屈や疲労の問題，熱膨張問題，降伏強度の高いことその他のため，発達が中絶のままの状態にあり，その架設も歩道橋のような軽量荷重の橋に限定される傾向にある。アルミニウム合金の一大欠点である変形量の著しく大きい性質を改善出来ないものであろうか，これは非常に問題であるが，その設計・施工の面でも研究の余地はあると思う。

図－5は，現代の鉄筋コンクリートアーチ橋で，(a)はオーストラリアのシドニーにおけるグレイデスビル橋（支間304.8 m，世界第1位），(b)はポルトガルのアラビダ橋（支間269.8 m，美観で傑出）である。図－6は，現代における吊橋の例で，(a)は，アメリカの新タコマ橋（支間853 m），(b)はアメリカの有名なゴールデンゲート橋（支間1,280 m），(c)はアメリカのニューヨークに架設されたベラザノ・ナロウズ橋（支間1,298 m，世界第1位）であり，図－7は，現代の斜張橋で，(a)は西ドイツのライン河に架けられたレバクーゼン橋（中央支間280 m），(b)は西ドイツのケルンに架設されたセベエリン橋（最大支間302 m，世界第2位）を示す。図－8は，現代初期における可動橋として有名なイギリス，ロンドンのタワア・ブリッジ（可動径間60.96 m）であり，図－9は，現代のアルミニウム合金橋の一例で，カナダのケベック州に架設されたアルビダ道路橋（中央支間88.4 m）である。

（注）

近世および現代における欧米の橋梁で，その他の各種形式のものの写真については，研究報告の続編において掲載する予定であり，参考文献については，研究報告(1)参照のこと。

（昭和51年５月22日受理）

複層透過性防波堤の伝達率・反射率の一推定法

近藤俶郎・藤間　聡・葛西勝栄*

An Analytical Approach to Wave Transmission through and Reflection from Layered Porous Breakwaters

Hideo Kondo, Satoshi Toma and Katsue Kasai

Abstract

An analytical approach is proposed to estimate coefficients of wave transmission through and reflection from breakwaters composed of pervious layers. In the present method, the approach to single layer porous breakwaters, disclosed by the writers in 1972, is repeatedly applied to each layer of breakwater.

The approach originally based on long wave assumption is revised to be applicable for waves other than long waves.

The calculated coefficients agree satisfactory with the experimental ones for three layer breakwaters of trapezoidal cross section.

1. ま　え　が　き

多孔質で透水性の材料から構成される防波堤に波浪が作用することによって発生する伝達波や反射波の研究は，広く普及している異形ブロックあるいは石積の傾斜式防波堤の機能を適正に評価するため，あるいはまたよりすぐれた消波性能をもつ新型式の防波堤の開発のためにも重要である。

それゆえに近年多くの研究者がこの種の問題に取組み，均質な材料からなる防波堤については相当に精しくその特性が調べられ，実用に供することができる理論的解法が得られている。しかしながら，防波堤表面の形状の影響とか，実例の多い複数の層で形成される防波堤の特性などについては未だ不明な点が多い。

筆者らは透水性コアをもつ三層透過性防波堤の伝達波・反射波・内部波などの特性を実験によって調べて，コア位置の効果などに関して興味ある結果を得ている[1)]。

本論文はこれまでの研究に引き続いて複層透過性防波堤の波高伝達率・反射率を理論的に推定する方法について述べているものである。透過性の構造物による波の変形に関する理論は，層流を対象とした線形理論を基礎にして乱流状態に拡張する手法で展開されるのが通例である。このために実流速が急変するような境界面で生ずるエネルギー損失の見積もりやその変形

*現　北海道小樽土木現業所

に対する影響などに不確かな点があり，境界面が多い複層防波堤について精度の良い理論解を得ることは困難であると考えられる。

筆者らは先に長波近似ができる場合について，単層防波堤の伝達率・反射率を求める推定理論を得ているが[2)~6)]，こゝではこの推定法を応用して複層の場合は単層の重ね合せとする取扱いをすることで近似的な推定をおこなう方法を得ることにする。

また長波近似に基づく筆者らの方法は相対水深が大きいような短周期性の波に関しては精度が悪いので，その計算方法の一部を改良して非長波の場合にも適用できるようにする。以上の推定法の適用性を実験値によって検討するものである。

2．単層防波堤の推定法の要約

筆者らの単層についての理論的推定は，長波性の波を対象に境界面における質量とエネルギーの保存の条件を用いて伝達率・反射率を求めているもので，その際境界面におけるエネルギー損失を考慮しているところに特徴がある[2)~6)]。以下にその要約を示す。

1）透水層内の進行波

(1) 波形

$$\eta = \frac{H}{2}\sin(\sigma t - mx) = \frac{H_o}{2}e^{-nx}\cdot\sin(\sigma t - mx) \qquad \cdots(2.1)$$

たゞし，tは時間を表わしx軸は静水面上で波の進行方向を正としてとっており，HはxにおけるまたH_oは$x=0$における波高，$\sigma = 2\pi/T$でTは周期である。またm，nは次式で与えられる。

$$m = \sqrt{\frac{\tau\sigma^2}{2gh}\left[\sqrt{1+F^2}+1\right]} \qquad \cdots(2.2)$$

$$n = \sqrt{\frac{\tau\sigma^2}{2gh}\left[\sqrt{1+F^2}-1\right]} \qquad \cdots(2.3)$$

こゝでgは重力加速度，hは水深，τは慣性力の増加の度合を表わす係数でλを空隙率とするとき，$1 \leqq \tau \leqq 1+\lambda$，である[7),8)]。また$F$は$k$を透水係数として次式で表わされる無次元数である。

$$F = \lambda g/\tau k\sigma \qquad \cdots(2.4)$$

(2) 水粒子速度

$$u = \frac{\lambda\sigma H_o e^{-nx}}{2h\sqrt{m^2+n^2}}\cdot\sin(\sigma t - mx + \delta) \qquad \cdots(2.5)$$

ここで，

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{n}{m}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+F^2}-1}{\sqrt{1+F^2}+1}\right] \quad \cdots(2.6)$$

(3) 単時間に単位時間に単位幅を横切る平均エネルギー量：

$$W = \frac{w_o \lambda \sigma m H^2}{8(m^2+n^2)} \quad \cdots(2.7)$$

2）異なる透水層の鉛直境界面での伝達率・反射率

入射波，反射波，伝達波の波形をそれぞれ次のようにおく。

$$\eta_i = \frac{H_i}{2}\sin(\sigma t - m_i x) \quad \cdots(2.8)$$

$$\eta_r = \frac{H_r}{2}\sin(\sigma t + m_r x + \alpha_r) \quad \cdots(2.9)$$

$$\eta_t = \frac{H_t}{2}\sin(\sigma t - m_t x + \alpha_t) \quad \cdots(2.10)$$

こゝで伝達率，反射率をそれぞれ $H_t/H_i = K_t$，$H_r/H_i = K_r$ として定義し，境界面における質量，エネルギーの保存の条件を用い，かつ圧力強度の連続性を仮定すると K_t，K_r は次のように得られる。

$$K_t = \left[\frac{(M_r+C_r)(1+C_r)}{C_t^2 M_r + M_t(1+j)C_r(1+C_r)+M_r C_r}\right]^{1/2} \quad \cdots(2.11)$$

$$K_r = \left[\frac{C_t^2 - M_t(1+j)(1+C_r)+C_r}{C_t^2 M_r + M_t(1+j)C_r(1+C_r)+M_r C_r}\right]^{1/2} \quad \cdots(2.12)$$

ここで $M_r = [m_r(m_i^2+n_i^2)/m_i(m_r^2+n_r^2)]$ …(2.13)

$M_t = [\lambda_2 m_t(m_i^2+n_i^2)/\lambda_1 m_i(m_t^2+n_t^2)]$ …(2.14)

$C_r = [\sqrt{m_i^2+n_i^2}\ /\ \sqrt{m_r^2+n_r^2}\ ]$ …(2.15)

$C_t = [\lambda_2\sqrt{m_i^2+n_i^2}\ /\ \lambda_1\sqrt{m_t^2+n_t^2}\ ]$ …(2.16)

上の四式中の m，n について下付 i，r，t はそれぞれ入射，反射，伝達の各波についてのものであることを示している。λ_1，λ_2 はそれぞれ入射側，伝達側の材料の空隙率である。また j は下式で与えられる境界面におけるエネルギー損失係数である。伝達波を基準とすると，f を定常流の損失係数として

$$j = \frac{8 f \sigma^2 H_t}{3\pi g h^2 \sqrt{m_t^2+n_t^2}\cdot m_t} \quad \cdots(2.17)$$

で表現される。

位相差 α_r，α_t は次式で与える。

$$\alpha_r = \cos^{-1}[\{K_t^2-(1+K_r^2)\}/2K_t] \quad \cdots(2.18)$$

$$\alpha_t = \cos^{-1}[\{(1+K_t^2)-K_r^2\}/2K_t] \quad \cdots(2.19)$$

3）直立透過性防波堤の伝達率・反射率

単層の直立防波堤は，前後の水域との間に二つの境界面をもつ透水層であるから，透水性物質の無い水域では，$\lambda=1.0$, $m=\sigma/\sqrt{gh}$, $n=0$, $\tau=1.0$ であることを考慮して次のように構造物としての伝達率 K_T, 反射率 K_R が得られる。なお傾斜堤（台形断面）の場合は，水中部分を同面積の直方体断面に仮定して計算する方法がとられている。

$$K_T = K_{tf}\cdot e^{-nB}\cdot K_{tb} \qquad \cdots(2.20)$$

$$K_R = \{K_{rf}^2+K_{tf}^2K_{rb}^2\overline{K}_{tf}^2e^{-2(n_i+n_r)B}+2K_{rf}\cdot K_{tf}\cdot K_{rb}\cdot\overline{K}_{tf}\cdot e^{-(n_i+n_r)B}$$

$$\cdot\cos(-2m_iB+\bar{\alpha}_{tf}+\alpha_{rb}+\alpha_{tf}-\alpha_{rf})\}^{1/2} \qquad \cdots(2.21)$$

こゝでBは堤体幅員，また K_t, K_r, α_t, α_r についての下付き f, b はそれぞれ堤体の前後の表面での値を，また－は後退波に関するものを示す記号として用いられている。

4） 乱流の場合えの拡張

2),3) で示した伝達率・反射率の解は，堤体内の流れが層流である限りは，陽に求められる。しかし工学的に大切な波高の大きな波による堤体内の流れは乱流であるので，乱流状態にも解が得られるものでなくてはならない。水粒子速度が単調和波のものであるときには，透水係数 k に代って次式で定義した仮想的な等価透水係数 k_t を用いることで，乱流にも適用することができる。

$$k_t = k/\{1+\frac{8}{3\pi}\cdot\varepsilon\cdot U^*\} \qquad \cdots(2.22)$$

こゝで U^* は堤体の代表的な流速振幅である。筆者らは U^* を堤体中央の水粒子速度 u の振幅として採用している。ε は透水層の材質によって定まる係数である。k_t を求めるにはあらかじめ U^* を仮定し，k_t を求めそれによって計算した堤体内の流速から U^* を得て，最初に仮定した U^* と一致することを確かめることによっておこなわれる。

以上述べた推定法によって計算した結果は K_t は $h/L<0.1$ の範囲で実験値と良く近似しているが，K_R は充分な精度をもってはいない[5),6)]。

3．複層透過性防波堤の伝達率・反射率

複層の透過性防波堤は，Fig. 1のようにそれがいくつかの直方体の透過層の集合であるときには次のようにして推定できる。

(1) 伝達波は入射波が次々に各層を透過した後で，岸側水域に出現する一成分波として近似させる。すなわち一回でも反射した後に岸側に伝

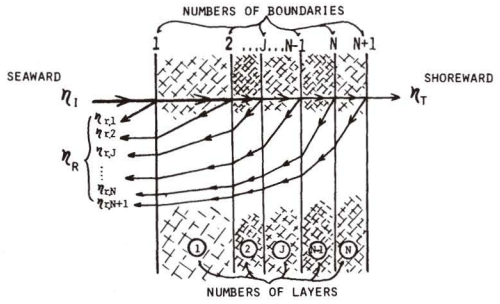


Fig.1 Sketch of Transmitted and Reflected Waves by Layered Porous Breakwater.

達する波は無視する。この方法は各層がある程度の厚さをもつときには妥当性がある。N層からなる防波堤のK_Tは，次のようになる。

$$K_T = K_{t,1} \cdot K_{t,2} \cdots\cdots K_{t,J} \cdots\cdots K_{t,N} \cdot K_{t,N+1} \cdot exp\{-(n_1B_1 + n_2B_2 + \cdots\cdots + n_JB_J + \cdots\cdots + n_NB_N)\} \quad \cdots(3.1)$$

(2) 次に反射波は(1)の伝達波が各境界面でもたらす各反射波成分が海側水域に出現したものの和とする。すなわち合成反射波の波形を次式であたえる。

$$\eta_R = \eta_{r,1} + \eta_{r,2} + \cdots\cdots + \eta_{r,J} + \cdots\cdots + \eta_{r,N} + \eta_{r,N+1} \quad \cdots(3.2)$$

ここで,

$$\eta_{r,1} = \frac{H_I}{2} K_{r,1} \cdot \sin(\sigma t + m_o x + \alpha_{r,1}), \quad m_o = 2\pi/L,$$

$$\vdots$$

$$\eta_{r,J} = \frac{H_I}{2} \cdot K_{t,1} \cdot K_{t,2} \cdots\cdots K_{t,J-1} \cdot K_{r,J} \cdot K_{tb,J-1} \cdots\cdots K_{tb,1} \cdot exp[-\{(n_{i,1} + n_{r,1})B_1 + (n_{i,2} + n_{r,2})B_2 + \cdots + (n_{i,J-1} + n_{r,J-1})B_{J-1}\} \cdot \sin\{\sigma t + m_o x - (m_{i,1} + m_{r,1})B_1 - \cdots\cdots - (m_{i,J-1} + m_{r,J-1})B_{J-1} + \alpha_{t,1} \cdots\cdots + \alpha_{t,i-1} + \alpha_{r,J} + \alpha_{tb,J-1} + \cdots\cdots + \alpha_{tb,1}\},$$

$$\vdots$$

$$\eta_{r,N+1} = \frac{H_I}{2} K_{t,1} \cdot K_{t,2} \cdots\cdots K_{t,J-1} \cdots\cdots K_{t,N} \cdot K_{r,N+1} \cdot K_{tb,N} \cdots\cdots K_{tb,1} \cdot exp\left[-\sum_1^N (n_{i,J} + n_{r,J})B_J\right] \cdot \sin\left\{\sigma t + m_o x - \sum_1^N (m_{i,J} + m_{r,J})B_J + \sum_1^N \alpha_{t,J} + \alpha_{r,N} + \sum_1^N \alpha_{tb,J}\right\}.$$

したがって

$$K_R = \left|\frac{H_R}{H_I}\right| = \left[A_1^2 + A_2^2 + \cdots\cdots A_{N+1}^2 + 2\{A_1A_2\cos(\beta_1 - \beta_2) + A_1A_3\cos(\beta_1 - \beta_3) \cdots\cdots + A_JA_N\cos(\beta_J - \beta_N) \cdots\cdots + A_NA_{N+1}\cos(\beta_N - \beta_{N+1})\}\right]^{1/2} \quad \cdots(3.3)$$

ここで $A_1 = K_{r,1}$,

$$A_2 = K_{t,1} \cdot K_{tb,1} \cdot exp[-(n_{i,1} + n_{r,1})B_1],$$

$$\vdots$$

$$A_J = K_{t,1} \cdot K_{t,2} \cdots\cdots K_{t,J-1} \cdot K_{r,J} \cdot K_{tb,J-1} \cdots\cdots K_{tb,1} \cdot exp\left[-\sum_1^J (n_{i,J} + n_{r,J})B_J\right].$$

$$\vdots$$

$$A_{N+1} = K_{t,1} \cdot K_{t,2} \cdots K_{t,J} \cdots K_{t,N} \cdot K_{r,N+1} \cdot exp\left[-\sum_1^N (n_{i,J} + n_{r,J})B_J\right],$$

また $\beta_1 = \alpha_{r,1}$

$$\beta_2 = -(m_{i,1} + m_{r,1})B_1 + \alpha_{t,1} + \alpha_{r,2} + \alpha_{tb,1},$$

$$\vdots$$

$$\beta_J = [-\{(m_{i,1} + m_{r,1})B_1 + (m_{i,2} + m_{r,2})B_2 \cdots\cdots + (m_{i,J} + m_{r,J})B_J\} + \alpha_{t,1} + \alpha_{t,2} + \cdots\cdots + \alpha_{t,J-1} + \alpha_{r,J} + \alpha_{tb,J-1} + \cdots\cdots + \alpha_{tb,1}],$$

$$\vdots$$

$$\beta_N = \left[-\sum_1^N (m_{i,J} + m_{r,J})B_J + \sum_1^N \alpha_{t,J} + \alpha_{r,N+1} + \sum_N^1 \alpha_{tb,J}\right].$$

内部に透水性コアをもつ三層透過性防波堤を対象にした計算プログラムを付録に示してある。

4．非長波えの近似推定法

2，**3**章で述べた理論は入射波を長波として，K_TとK_Rを求めているものであり，この理論の適用範囲はh/Lの小さい領域に限定される。この理論の適用範囲を拡張することを次のように試みる。式（2.2，3）のm,nに関する式中の共通項を取り出してそれを次のように書き改める。

$$\sqrt{\frac{\tau\sigma^2}{2gh}}=\frac{2\pi}{T\sqrt{gh}}\cdot\sqrt{\frac{\tau}{2}}$$

$T\sqrt{gh}$は長波の波長であるから，これに代って通常の微小振幅波の波長，

$$L=\frac{gT^2}{2\pi}tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right). \qquad \cdots(4.1)$$

を用いることにするならば，非長波の場合のm，nの近似値が得られるはずである。すなわち式（2.2，3）のm，nに代って下のように定義されるm^*，n^*を用いる。

$$m^*=\frac{2\pi}{L}\sqrt{\frac{\tau}{2}(\sqrt{1+F^2}+1)}\ , \qquad \cdots(4.2)$$

$$n^*=\frac{2\pi}{L}\sqrt{\frac{\tau}{2}(\sqrt{1+F^2}-1)}. \qquad \cdots(4.3)$$

非層流の場合の計算の時には，m，nで収れん計算を終えた後にK_T，K_Rを計算する段階でm^*，n^*を使用する。

5．実験値との比較

こゝでは内部に透水性コアをもつ三層透過性防波堤のモデルに関する実験値[1]に関して**4**の理論による計算を行ない両者の比較をする。

実験は長さ18.5，幅0.4，深さ1.0 mの二次元規則波波動水路を用いて，水深$h=50\ cm$として行なわれた。モデル防波堤はFig. 2に示す傾斜堤を主体としたが，直立堤に関しても実験している。防波堤構成材料は表層にϕ34 mmの立体格子を用い，コア材料としては砕石（中央粒圣2.9 cm，$\lambda=0.43$）あるいはϕ11mmの立体格子を用いた。立体格子はビニールパイプを

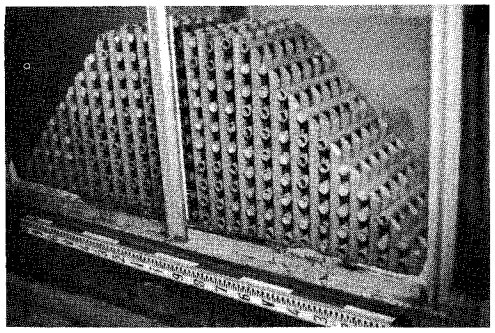


Photo.-1 Model Breakwater Made of Lattice (Trapezoidal Cross Section)

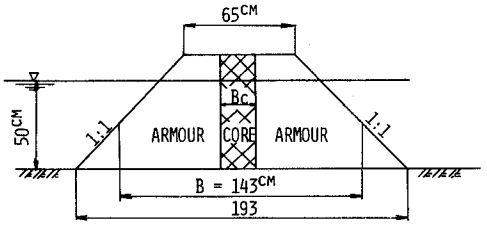


Fig. 2 Cross Section of Model Breakwaters.

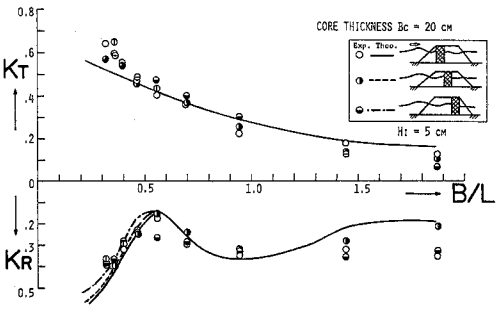


Fig. 3 Transmission and Reflection Coefficients versus Relative Width for Different Core Locations (Lattice core).

鉛直と水平に並べて接着して作製されたが，パイプ間の間隙はパイプ外圣と同じにしており，パイプを円柱とみなすときの立体格子の空隙率は $\lambda=0.607$ である[3),7)]。

立体格子を用いた防波堤モデルの例を写真で示す（Photo.－1）。

コアが砕石の場合のモデル防波堤の表層とコアの乱流抵抗係数の比は，通常の実物防波堤において表層に異形ブロック，コア材に石を用いた場合に近似した値をとっている。

理論計算に際しては **3** で記したように長方形断面におき代えている。

一般に K_T は単層，複層をとはず相対幅員 B/L の増大にともなって指数関数的に減少し，また比波高 H_I/h の増加とともに直線的に減少する傾向が明らかにされている。また K_R は単層の場合 B/L の値によって振動し，B/L^*（L^* は防波堤内部の平均波長）≒0.25 付近で最大値をとり，0.5 付近で極小値をとる。K_R は H_I/h の増加にともなってわずかに減少する。しかし複層の場合，隣り合う各層の境界面で反射波が出現するので，コアの厚さ，透水係数などによって，K_R の B/L による変化は複雑に変化することが予想される。

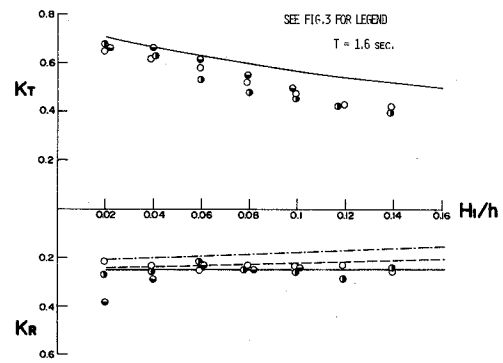


Fig. 4 Effect of Relative Wave Height on Transmission and Reflection Cofficients (Lattice Core).

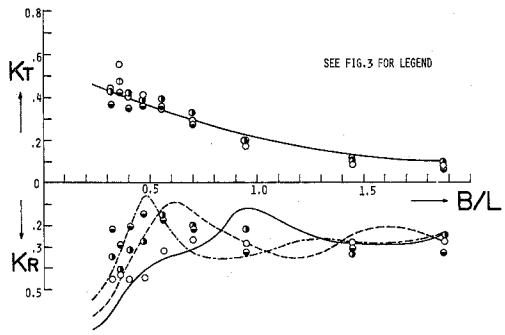


Fig. 5 Transmission and Reflection Coeffcients versus Relative Width for Different Core Locations (Rubble Core).

Fig. 3，4 は立体格子コアの傾斜堤の K_T，K_R をそれぞれ B/L および H_I/h を横軸にとり，

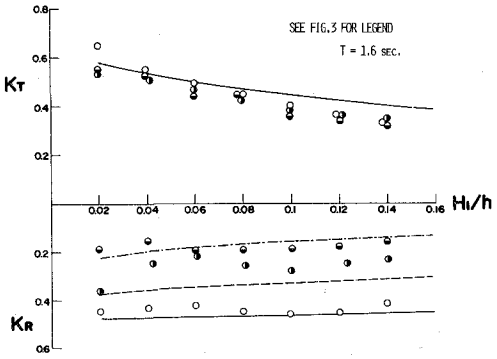


Fig. 6 Effect of Relative Wave Height on Transmission and Reflection Coefficients.

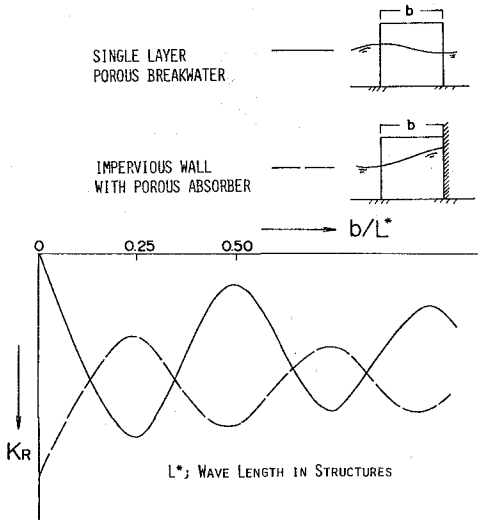


Fig. 7 Character of Reflection Coefficients Caused by Pervious Structures.

コア位置をほゞ20 cm ずつ変化させた場合について示してある。B/L による実験値の変化は前述の単層の場合の傾向が現われているが，これはコアと表層の透水性が大きく違わないので似た結果となってでているものである。たゞし，K_R の極小値の位置が少しずれて $B/L \fallingdotseq 0.55$ に出現している。理論値の K_T は，コア位置に無関係にほとんど同じ値を与えるので実線のみで描いているが，実験値についてもほゞ同様なことが言え，$B/L > 0.4$ では実験値と合っている。K_R の理論値は $B/L < 1.4$ では良く一致している。H_I/h による理論値の傾向は，一般に H_I/h が増大するにつれて実験値に対して過大となる。これは H_I/h が大きい波は鉛直方向の速度成分によるエネルギー損失が無視できないことを意味している。K_R は H_I/h によってあまり変化しないが，コア位置による変化が実験値よりもけん著に現われている。

砕石コアの場合は，K_T については上記と同様な傾向であるが，K_R は極小値の出現位置が単層の場合と相当に異なっている (Fig. 5,6)。これはコアの透水性が表層に比べてきわめて低いので，あたかも不透水壁であるかのような K_T の特性が現われているからである (Fig.7 参照)。K_T の理論値は実験値と良好な一致を示している。K_R はコア位置によって $B/L < 1.0$ の範囲でけん著に変動し，コア位置が後方になるほど低い K_R を与えていることが認められるが，理論値はその傾向を良く把らえている。

以上，傾斜堤で内部に透水性コアをもつ三層透過性防波堤のモデル堤についての実験値についての理論値の傾向について述べたが，理論値は全般的に実験値とかなり良く近似していると認められる。

なお直立堤の場合の実験値の傾向は，直立堤の幅員が傾斜堤の水中平均幅員と同じ場合には，K_T は前者の方が若干小さくなる。K_R は極小値の出現する B/L の値が傾斜堤の場合よりもか

なり小さくなる。この原因は透水性の大きい直立構造物では，内部での境界面の間の振動が外力によって強く誘起されやすいことにあると考えられる。この結果，直立堤の方が傾斜堤よりも，理論 K_R の適合度が低いという興味のある結果がでている。

6．むすび

複層の透過性防波堤の伝達率と反射率を，単層の場合の重ね合せによって推定する理論を導びき，実験値と比較して傾斜堤のモデル関してはほぼ満足できる結果が得られた。直立堤で表層の抵抗が小さいと，境界条件が明確化するため境界面間の固有振動が励起され易く，それにともなって全体としての合成反射波の性質が変化する。このような場合は，本方法による推定は精度が低くなるが，ブロックあるいは石積の防波堤は実物ではほとんどが傾斜堤である。また，たとえ直立堤でも表層前面からの反射成分の割合がその他の境界面からの成分よりも相当に大きいから，本推定法は有効に使用されると思われる。

本論文は文部省科学研究費，自然災害特別研究(1)「海岸における波の制御に関する研究」（代表　京都大学工学部　岩垣雄一教授）の分担研究の成果の一部であることを付記する。また実験には 49 年度土木工学科卒業生，相馬英敏（現苫小牧高専），山田悦郎（現北海道函館土木現業所）の両君の協力を得ていることを記し，感謝の意を表する。

（昭和 51 年 5 月 22 日受理）

参考文献

(1) 近藤・藤間・葛西：海岸工学論文集，**22**，495（1975）.
(2) Kondo, H. : **Coastal Engrg.in Japan, 13**,32 (1970).
(3) 近藤・藤間：海岸工学論文集，**17**，155（1970）.
(4) 近藤・藤間：海岸工学論文集，**18**，133（1971）.
(5) 近藤・藤間・浅野・海岸工学論文集，**19**，193（1972）.
(6) Kondo, H. and S. Toma : **Proc of Coastal Engrg. Conf.**, **13**, (III),ASCE, 1847 (1972).
(7) Madsen, O. S. : Jr. of Wats., Habs. and Coastal Eng. Div., Proc. ASCE, **100** (WW3), 169 (1974).
(8) Kondo, H : Jr. of Wats., Habs. and Coastal Eng. Div., Proc. ASCE, **101** (WW3), 300 (1975).

主要記号

B：防波堤の幅員，傾斜堤の場合は静水面下の部分の平均幅員

H_I, H_R, H_T：防波堤に関する入射波高，反射波高，伝達波高

H_i, H_r, H_t：境界面における入射波高，反射波高，伝達波高

h：水　深

K_R, K_T：防波堤全体としての反射率（$=H_R/H_I$），伝達率（$=H_T/H_I$）

K_r, K_t：境界面における反射率（$=H_r/H_i$），伝達率（$=H_t/H_i$）

k：透水係数

k_t：乱流状態に対する仮想透水係数

L：波　長

m：透水層内の波の波数

T：周　期

u：水平方向水粒子速度

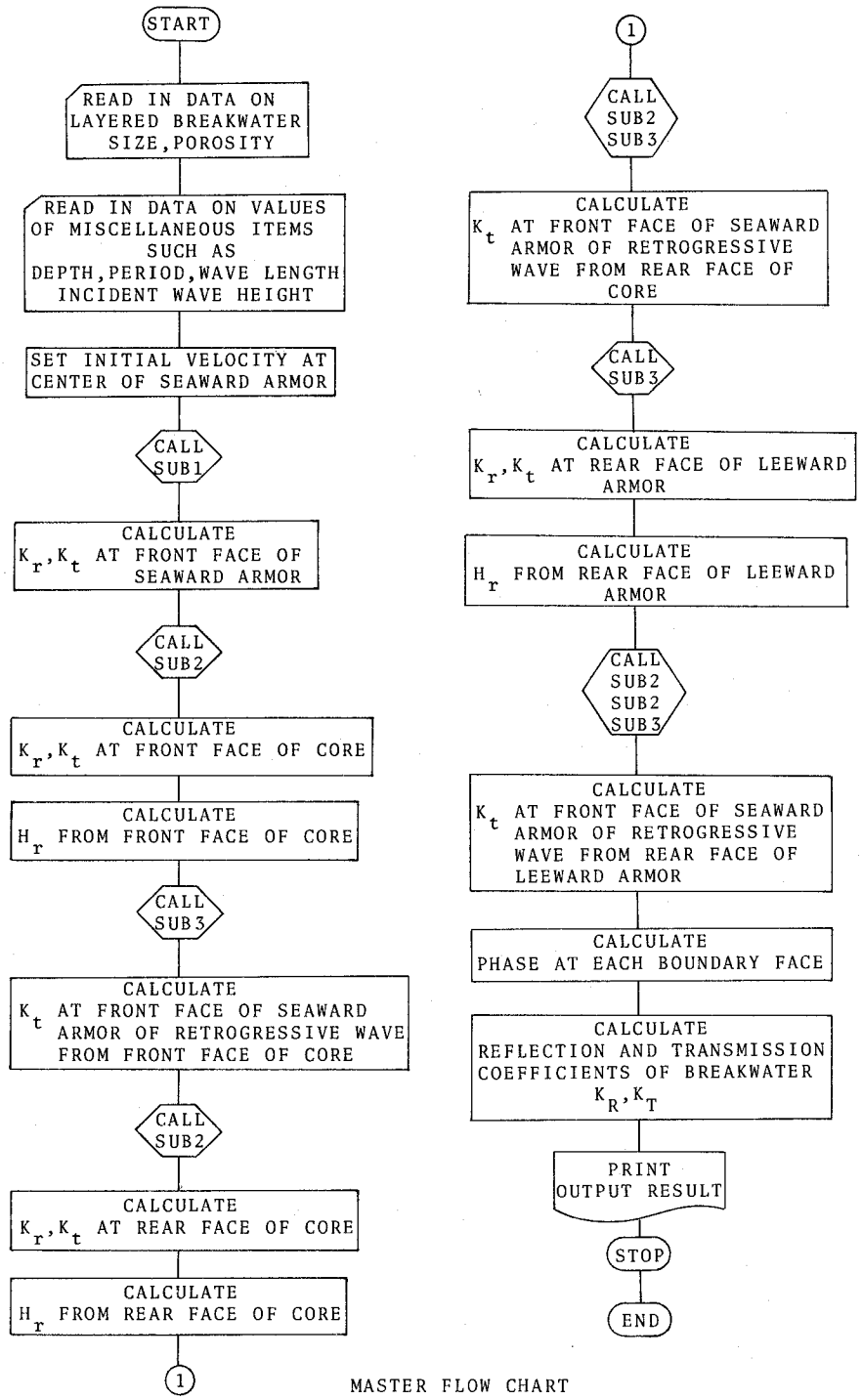
α_r，α_t：入射波に対する反射波，伝達波の位相

η：静水面からの水位

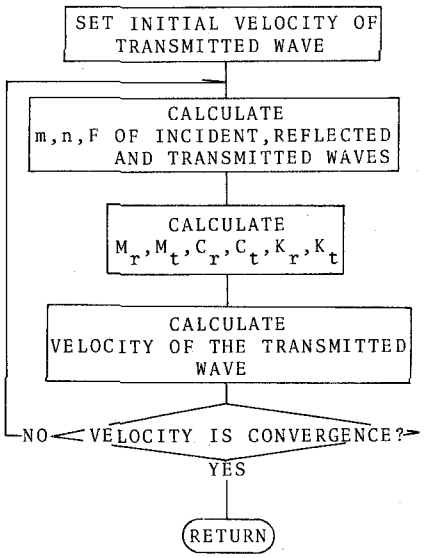
δ：透水層内の波の波形と水平水粒子速度の位相

λ：空隙率

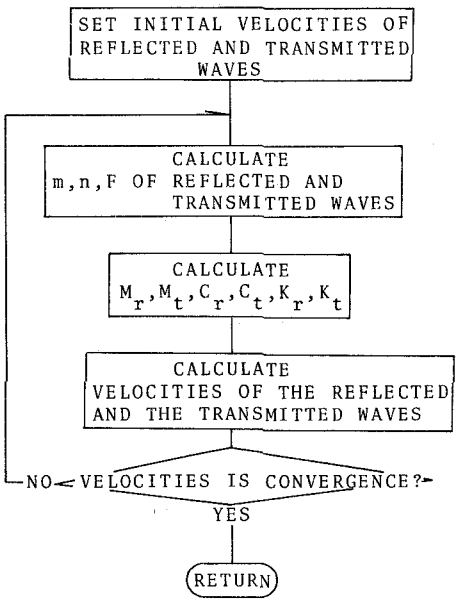
τ：慣性の増加を示す係数



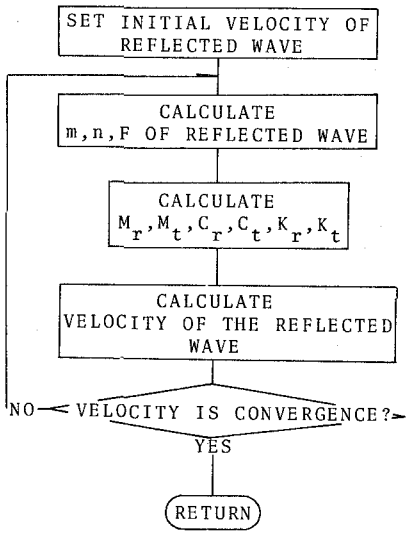
MASTER FLOW CHART



FLOW CHART - SUB1



FLOW CHART - SUB2



FLOW CHART - SUB3

臨海工業地帯（室蘭）の工場排水，海水，底質および貝類の化学組成の関連

石丸幸造・田中裕敏・下田信男*

The Relation between the Chemical Component of the Waste Water, the Sea Water, the Bottom Sediments and the Flesh of Shell Fish in the Coastal industrial Zone along the Port of Muroran

Kozo Ishimaru, Hirotoshi Tanaka and Nobuo Shimoda

Abstract

It is not too much to say that most of the waste water poured into the port of Muroran comes from the ironworks on the coast. This waste water contains some metallic componenents— Zn, Pb, Cr, Mn etc.— which can co-precipitated by the ferric hydroxide from the solution which contains them. These metallic components were distributed to the sea water and the bottom sediments according to their chemical properties after flowing into the sea water. Two parts where the bottom sediments are rich in their metallic components are found in the port of Muroran.

Taking notice of the comparison of concentration(indicated as C_M, M; metal) of the Cu, Pb and Zn, we can get such formulas as Cpb>Czn>Ccu in the waste water from the ironworks, Czn≫Ccu ≒ Cpb in the sea water, Czn>Cpb>Ccu in the bottom sediments in the port of Muroran, and Czn>Cpb>Ccu in the flesh of the scallop living in the port of Muroran.

It has been found that the Cu and Zn content of the flesh of the scallop living in the contaminated area of the port of Muroran is almost the same as that of the one in the other area of the bay of Funka and the lake of Saroma which is non-contaminated and the former contains more Pb than the latter. The Cu and Zu content of the flesh of the scallop is nearly the same as that of the human internal organ and of the flesh of fish. This fact suggests that the Pb tends to concentrate in the organ.

緒　　言

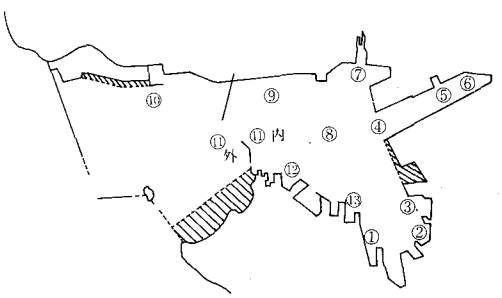
文部省特定研究“人類活動による水質変化に関する研究”ならびに“水質源と水質変化に関する基礎的研究”において，自然水の水質変化—特に工業活動による水質変化**—を社会科学的用語と自然科学的用語であらわそうとして，室蘭港内外海域の海水の水質の工業活動による変化を海水の過マンガン酸カリウム消費量（COD）や銅，鉛，亜鉛含量[1)2)3)]との関連などを調べた。本報告では，工場排水中の化学成分と港内の海水，底質の化学組成や港内で採取された貝類中の重金属含量[4)]との関連を考察するのが目的である。

なお，工業活動，水質汚染機構，汚染の害作用については，文献[5)]に述べた。

*日本医科大学教授（神奈川県川崎市中原区小杉２－297）**班長　都立大教授　半谷高久

実　　験

工場排水および鉄鋼石の化学組成は会社側の提供した資料により，港内海水の化学組成は前報[1)2)3)]から引用し，貝類の微量成分含量については前報[4)]のデーターに若干の未報告分を加えた。底質の化学組成のうち，ヒ素，カドミウム，クロムおよび鉛については前報[6)]から引用し，銅，亜鉛，マンガンおよびチタニウム含量は追加分析した。(第5表) 銅，亜鉛については乾燥した底質を繰返し過塩素酸で処理したのち残渣を塩酸で溶解し，不溶物はろ別して原子吸光法により定量した。マンガンは底質を硫硝酸で繰返し処理し，残渣を溶解し，不溶物をろ別してろ液を過ヨウ素酸塩法によって定量した。チタニウムはマンガンの定量と同様に底質を分解，処理し，得られた溶液をタイロンによる光度定量法によって分析した。



第1図　室蘭港内底質採取点

なお，底質採取点は第1図に示す。

分析結果および考察

港内の海水の水質に影響を与える流入水について

室蘭港内の海水の水質におよぼす流入水は都市排水と工場排水が主なるものである。港に流

第1表　室蘭市における汚水排水量　(室蘭市港湾部)　1972年

種　　別	汚　水　排　水　量　トン/日	
都市排水量	36,000	(港内　24,000)
新日本製鉄(株)	1,100,000	約 120万トン
日本製鋼所	73,000	
日本石油精製(株)	7,300	
日鉄セメント(株)	4,200	
鉄源コークス工場	1,500	
函館ドック(株)	170	

第2表　新日本製鉄室蘭製鉄所の排水の組成

(新日本製鉄室蘭製鉄所提供) 単位　ppm

PH	COD	懸濁質	油　分	フェノール	銅	亜　鉛	可溶性鉄	可溶性マンガン	クロム
7.1~8.4	3.0~4.1	6.1~6.3	0.8~0.9	<0.01	0.04~0.10	0.16~0.27	<0.2	0.10~0.12	<0.06
フッ素	カドミウム	シアン	有機リン	鉛	クロム(6価)	ヒ　素	全水銀	有機水銀	
0.03~0.4	0.05~0.07	0.01~0.09	—	0.25~0.67	<0.02	0.008	<0.02	—	

入する室蘭市の汚水排水量はつぎのようである。

したがって，室蘭港内の海水および底質の化学組成に影響をおよぼすのは，新日本製鉄の排水の量と質であろう。日本製鋼所の排水は0.1ppm程度のNiを含む程度という。つぎに，新日本製鉄の排水（第2表）と鉄鋼石の品位（第3表）および日本石油精製の排水（第4表）の化学組成を示し，第5表には室蘭港内の底質の化学組成を示す。

このような工場排水—製鉄所の排水量が90%をしめる—は，溶液から水酸化鉄によって共沈されるとおもわれる種々の成分—Cd, Cr, Mn, Pb, Zn—のほか，化工排水の有機物をむくんでいる。これらの成分が海水に流入して海水と底質とに分配されて室蘭港内の海水と底質の化学成分含量に変化を与えた。

第3表　新日本製鉄室蘭製鉄所使用の鉱石の品位
（新日本製鉄室蘭製鉄所提供）単位　%

全鉄分	FeO	SiO_2	Al_2O_3	CaO	MgO
59.47	7.83	5.33	1.70	6.20	0.56
Mn	P	S	Cu	TiO_2	Moist
0.32	0.069	0.007	0.012	0.34	0.7

第4表　日本石油精製の排水の水質
単位　ppm

ノルマルヘキサン抽出物	懸　濁　質	鉛
4.3	1～6	0.08～0.25

第5表　室蘭港内の底質の化学組成[6)]

採泥点	含水量	灼熱減量	As	Cd	Cr	Cu	Fe	Mn	Pb	Ti	Zn
	%	%	ppm	ppm	ppm	ppm	%	ppm	ppm	%	ppm
1	39.4	8.9	0.052	4	34	6.2	3.55	830	280	0.13	750
2	55.2	11.9	0.154	5	23	9.7	4.71	900	430	0.15	1430
3	45.7	10.4	0.072	5	19	9.2	5.07	1000	480	0.16	2580
4	47.7	10.8	0.066	3	25	5.3	4.52	2800	280	0.16	1800
5	38.4	15.2	0.120	11	76	9.4	9.48	580	1330	0.16	3500
6	45.9	13.9	0.220	14	84	11.8	12.80	1200	1730	0.17	3100
7	36.5	6.5	0.112	tr	36	5.0	3.30	700	380	0.18	815
8	41.1	7.2	0.0156	3	36	5.3	3.73	730	380	0.17	410
9	33.0	5.5	0.0244	6	21	4.3	3.76	1200	330	0.19	535
10	57.1	13.7	0.0328	tr	49	5.5	4.58	570	80	0.20	174
11内	54.0	9.2	0.020	〃	31	5.2	3.07	740	80	0.16	164
11外	37.3	7.8	0.123	〃	23	4.4	3.12	800	130	0.12	420
12	42.4	11.3	0.220	4	6	11.8	5.10	840	460	0.23	1100
13	46.5	10.1	0.332	tr	15	7.0	3.62	750	280	0.12	905

常温乾燥し，さらに105℃で乾燥したもの。　　tr：1ppm以下

第6表 貝類の金属含有量と濃縮係数

水域	種類	鉛				銅				亜鉛			
		海水 (ppm)	乾燥体 (ppm)	生肉 (ppm)	濃縮係数	海水 (ppm)	乾燥体 (ppm)	生生肉 (pmm)	濃縮係数	海水 (ppm)	乾燥体 (ppm)	生肉 (ppm)	濃縮係数
室蘭	ホタテ	0.007	10.0	1.7	2.4×10^2	0.0053	5.6	0.9	2×10^2	0.030	193	32	1.0×10^3
〃	エゾイガイ	0.005	28.8	7.0	14.0×10^2	0.0020	5.2	1.3	6×10^2	0.013	237	57	4.4×10^3
〃	巻貝		9.2	1.6	3.2×10^2	〃	4.8	1.5	8×10^2	〃	1870	570	43.8×10^3
伊達	ホタテ		1.1	0.2		0.0034	5.7	1.1	3×10^2	0.024	121	22	0.9×10^3
虻田	〃		0.5	0.1		0.0025	6.1	1.2	4×10^2	0.009	77	16	1.8×10^3
有珠	〃		0.7	0.1			5.7	1.2			133	28	
礼文	〃		0.7	0.1		0.0020	5.6	1.2	6×10^2	0.019	85	19	1.0×10^3
八雲	〃		0.8	0.2		0.0015	5.8	1.2	7×10^2	0.006	111	23	3.8×10^3
落部	〃		0.4	0.1		0.0010	4.3	0.9	9×10^2	0.005	117	24	4.8×10^3
森	〃		0.7	0.1		0.0010	5.1	1.1	10×10^2	0.012	158	34	2.8×10^3
砂原	〃		0.8	0.2		0.0010	4.7	1.0	10×10^2	0.006	136	28	4.6×10^3
鹿部	〃		0.6	0.1		0.0025	4.2	0.9	9×10^2	0.007	126	27	3.9×10^3
サロマ湖*	〃		0.4				5.0				161		

＊は前報[4]より再掲

海水の組成は前報[1)2)3)]で示した。海水の過マンガン酸カリウム消費量は臨海工業地帯の発展とともに増加し，銅，鉛，亜鉛含量に関しては採水点によって相違はあるが―製鉄所埠頭付近の海水の含量は大きい―全体としては，亜鉛＞鉛≒銅の関係にある。港内海水の亜鉛濃度は製鉄所の排水中のそれよりも大きく亜鉛が他の源からも流入していることを示す。

港内の底質は第5表のとおりであり，底質中の重金属含量の大きい個所は5，6および12付近にある。これは港内沿岸の工場の業種を反映していると思われる。

つぎに，このような各種の重金属に富む底質の海底にすむ貝の化学組成に影響があると思われたので，室蘭港周辺にすむ種々の貝の生肉の分析をおこなった。なお，この海域にすむ貝の生肉の化学成分含量が非汚染海域でとれたもののそれらはどのようにことなるかを知るために室蘭以外の噴火湾沿岸海域にすむ生肉の分析もあこなった。

第6表に，貝類の金属含量と濃縮係数を示めす。前報[4]と追加分析値（第6表）から

1．汚染水域（室蘭）でとれたホタテの肉（乾燥体）の銅，亜鉛含量は非汚染海域のものとあまりかわりないが鉛含量に関しては明瞭な差がみとめられた。前者は10ppm前後，後者は1ppm前後である。

2．有色貝の生肉中の金属（銅，鉛，亜鉛とも）含量は，そうでない貝の生肉中の金属含量よりずっと大きい。

つぎに，新日本製鉄室蘭製鉄所の排水，港内海水，底質および貝類中の銅，鉛，亜鉛含量（C_M：Cは濃度，Mは金属）を比較すると，

新日本製鉄室蘭製鉄所の排水　　$Cpb > Czn > Ccu$

港内海水　　$Czn \gg Cpb \fallingdotseq Ccu$

港内底質（全体として）	Czn＞Cpb＞Ccu
貝類（ホタテ）	Czn＞Cpb＞Ccu
一般海水	Czn＞Cpb≒Ccu

しかし，港内海水の亜鉛濃度は工場排水のそれより高く，亜鉛が他の源からも多量に流入していることを示していみる。

つぎに，汚染水域（室蘭港）でとれたホタテ中の金属の含量を非汚染水域（噴火湾の室蘭をのぞく水域とサロマ湖（北海道北部））のそれと比較すると（〔M〕はホタテ生肉中の金属含量）

	Cu	Pb	Zn
$\frac{〔M〕\text{汚染水域}}{〔M〕\text{非汚染水域}}$	約1	約20	約1

となり，ホタテ貝の生肉への鉛の濃縮は大きい。

非汚染水域でとれたホタテ生肉中の銅，鉛，亜鉛含量は魚類の筋肉や人の筋肉について報告[7]されている値によく類似しているので，上記データーから，鉛は銅，亜鉛よりも生体に濃縮されやすい元素であると思われる。

室蘭港でとれたホタテと非汚染水域サロマでとれたホタテの生肉中の酸化物(アルミニウム，鉄）カルシウム含量を調べたがほとんど変らず，鉱物中でよく知られた Pb^{2+} と Ca^{2+} の置換と同様の事実をみとめることは出来なかった。

結　び

製鉄所の排水には，コークス製造にともなう成分のほか，鉄鉱石の生成のさい，鉄化合物と共沈した銅，鉛，亜鉛，クロム，マンガン，カドミウムなどの成分をふくんでいる。比較的多く含まれている鉛は銅と同様に底層中に入り，海水中の溶存量は少ない。亜鉛は海水，底質の両方に含まれる。底層中に蓄積された鉛は同程度に存在する亜鉛よりも優先してホタテ貝に入る。

（昭和51年5月21日受理）

文　献

1），2）下田信男・石丸幸造：室工大研報，7（1），102（1970），7（1），117（1970）.
3）下田信男・石丸幸造・田中裕敏：室工大研報，7（1），125（1970）.
4）田中裕敏・下田信男：室工大研報，7（2）a 125（1971）.
5）半谷高久編下田信男著：汚染水質機構－室蘭港，p．117（1973），共立出版.
6）北海道開発局港湾部：海水汚濁対策調査（室蘭港），（1971）.
7）太田直一：化学教育，20，188（1972）.

プロピレンの接触酸化
第2報　ハロゲン化ナトリウム添加による銀触媒の修飾

山本哲夫・菖蒲明己・加納久雄

The Catalytic Oxidation of Propylene
Part 2　The Modification of Silver Catalyst by the Addition of Sodium Halides

Tetsuó Yamamoto, Akimi Ayame and Hisao Kano

Propylene undergoes deep oxidation over metallic silver. When silver was modified by the addition of sodium halides such as chloride or bromide, it was found that the conversion was lowered and the selectivity for propylene oxide formation was increased. When sodium carbonate, one of the constituents of these catalysts, was removed from them, the original activity and selectivity varied in different manner depending upon the kind of halide contained in the original catalyst. The order of activition energies for both partial and complete oxidation reactions were interpreted in terms of the heat of formation of silver halides, which is assumed to be a measure of the stability of halide, and consequently of the interaction of that halide ion with metallic silver.

概　　要

金属銀の上でプロピレンは完全酸化反応を起こす。銀に対して塩化物や臭化物などのハロゲン化ナトリウムを添加して、これを修飾すると変化率が低下する一方，プロピレンオキシド生成選択率の上昇が見られた。このような方法で調製した触媒から構成成分のひとつであるところの炭酸ナトリウムを除去すると，活性及び選択性は除去前とは変わり，その変化の程度は元の触媒に含れていたハロゲン化物の種類に依存した。部分酸化反応および完全酸化反応に対する活性化エネルギーの順位をハロゲン化物の安定性の尺度，したがってハロゲンイオンと金属銀との間の相互作用の尺度と見なすことのできるハロゲン化銀の生成熱と関連づけて説明した。

I．緒　　言

プロピレンの部分酸化生成物として重要な用途を有する物質のひとつにプロピレンオキシドがある。これまでプロピレンオキシドはクロルヒドリン法によって工業的生産が行われてきたが，最近 Escambia 法[1]，Monsanto 法[2]，液相接触酸化法[3)4)]，共酸化法[5)6)]，過酸酸化法など，液相における直接酸化法の発表があり，特にエチルベンゼン，クメン，t－ペンチル等のハイドロパーオキサイドを使用する液相酸化によるいわゆる Halcon 法[7]は液相直接酸化法の工業化を大きく進展させた。

しかし気相法は，エチレンの酸化によるエチレンオキシド合成触媒として顕著な効力を示す銀上でも，一般的には数パーセントの選択率が得られるにすぎず，プロピレンの変化率を極めて低くした場合でも 10 パーセント程度にすぎない[8]。プロピレンオキシドが生成し難い理由と

して，銀上におけるエポキシドの生成に必要な酸素種と考えられるO_2^-がプロピレンの2重結合と反応するよりも陽性基である$-CH_3$と反応しやすいためと考えられる[9]。また銀以外の金属および金属酸化物上でプロピレンオキシドは生成しない。これは銀以外の金属の超酸化物が反応温度で適度の安定性を有しないためと説明されている[10]。

われわれは前報[11]で，酸化銀（Ag_2O）に$NaCl+Na_2SO_4$の水溶液を加えて得られる反応生成物を乾燥後，円柱状に成型した固体混合物を触媒として，最高20パーセントの選択率を得，反応速度の解析を行なった。前述のように銀単独ではプロピレンオキシドの生成が極めて僅かであり，われわれの結果では240～300℃における選択率0～3％にすぎず，残りはすべて二酸化炭素と水に変化した。NaClの添加によって選択性が銀のみでは達し得ない程度の値まで上昇したのである（無論，実用の域には遠い値ではあるが）。Na_2SO_4は触媒活性の安定化，すなわち長時間反応を続けても活性を低下させないという効果をもつ。種々の塩類の添加によって生ずる銀のプロピレン酸化活性および選択性への影響を比較研究することは，プロピレン酸化の触媒作用の解明上はなはだ興味深いと同時に，触媒探索の点からも必要なこと、考えられる。本研究はハロゲン化ナトリウムで修飾した触媒上でプロピレンの空気酸化を行なう場合，ハロゲンの種類によって触媒性能にどのような変化が顕われるかについて比較考究する目的で実施したものである。

II. 実 験 方 法

1．触媒調製

$AgNO_3$とKOH（いずれも市販特級試薬）から前報[11]の方法でAg_2Oを調製し，Ag_2Oの1/5当量に相当するハロゲン化ナトリウム（NaX)の水溶液（Ag_2Oの約7倍量の水に溶解したもの）に投入，水溶上でかきまぜながら蒸発乾固した後，更に110℃で乾燥した。これを$Ag_2O-NaX-a$と記すことにする。

次に$Ag_2O-NaX-a$を純水で洗滌して可溶性物質を溶出させ，不溶解残渣を沾別し乾燥した。これを$Ag_2O-NaX-b$と記すことにする。

以上の2系別の試料を触媒として用いた。

2．プロピレンの酸化反応

固定床流通反応法を用いた。反応管は内径15 mmのパイレックスガラス管で，中心軸上に設けた外径4 mmのガラス管に熱電対を挿入して触媒層温度を測定した。

各触媒はその約1.7gを反応管に充填し，プロピレン2.0％を含む空気との混合ガスを2.0 ℓ/hの流速で，300℃の触媒層に通じて約10 h反応を続け反応率が定常値に達した後，反応温度を変えて変化率を測定した。

3．反応ガスの分析

ガスクロマトグラフィーにより，反応ガス成分の定量を行なった。プロピレンおよび二酸化炭素はポラパックQ（3m），プロピレンオキシドはD. O. P.（2m）によって分離した。カラム温度は80℃，キャリヤーガスに水素（18.3 ml/min）を使用した。

III. 結果および考察

Ag_2OにNaX（X：F, Cl, Br, I)を添加したa系列の触媒による反応の結果をTable 1に示した。

記号を下記のように定義する。

W：触媒量（g）

F：単位時間あたりのプロピレン送入量（mol h^{-1}）

x：プロピレン変化率，xに下つきの添字POまたはCO_2を附したものをそれぞれプロピレンオキシドおよびCO_2への変化率，また$x_T = x_{po} + x_{co2}$とする。

r：反応速度（mol h^{-1} g-cat^{-1}）

E：活性化エネルギー（kcal mol^{-1}），下つきの添字についてはxの場合と同様である。

S：選択率

反応速度rは

$$r = dx/d(W/F) = kf(x) \tag{1}$$

$$k = A\,exp(-E/RT) \tag{2}$$

であるが，今

$$R = x/(W/F) \tag{3}$$

によってRを定義し，かつ次のように仮定することができるものとする。

(1) Rは変化率xにおける反応速度に比例する。すなわち

$$R = c\,r, \qquad c：定数 \tag{4}$$

(2) f(x)は温度および触媒の種類に関係なく関数形が等しく，かつほぼ等しい数値をもつ。すなわち，温度および触媒の種類の効果はf(x)に対するよりもkに対して大きい。

きわめてあらい近似であるが，以上のように仮定すると(1)から

$$\ln r = \ln k + \ln f(x) \tag{5}$$

(4), (5)および(2)から

$$d\ln R/dT = d\ln r/dT \approx d\ln k/dT = E/RT^2$$

$$d\ln R/d(1/T) = -E/R$$

$$d\log R/d(1/T) = -E/2.3R \tag{6}$$

Table 1の結果から$\log R$を算出して1/Tに対して点綴したところ，Fig. 1および2に示すようにいずれもほぼ直線となった。式(6)によってEを求めた結果をTable 1に示した。

Table 1 Experimental Results

Catalyst	W/F g-catal. h mol $C_3H_6^{-1}$	Reaction Temperature °C	$x_{po}\cdot10^2$	$x_{co_2}\cdot10^2$	$x_T\cdot10^2$	$S\cdot10^2$	$R_{po}\cdot10^5$	$R_{co_2}\cdot10^5$	$R_T\cdot10^5$	E_{po} kcal mol^{-1}	E_{co_2} kcal mol^{-1}	E_T kcal mol^{-1}
	1184	280	1.86	58.78	60.64	3.07	1.57	49.65	51.22			
Ag_2O–NaF–a	1184	300	2.03	67.86	69.89	2.90	1.72	57.31	59.03	3.63	3.57	5.13
	1184	320	2.40	80.56	82.96	2.89	2.03	68.04	70.06			
	1089	280	2.23	69.07	71.30	3.63	2.05	63.43	65.47			
Ag_2O–NaF–b	1089	300	2.44	82.29	84.73	2.88	2.24	75.57	77.81	2.98	4.05	4.11
	1089	320	2.65	88.62	91.27	2.90	2.43	81.38	83.81			
	1117	280	5.99	30.44	36.43	16.44	5.36	27.25	32.61			
Ag_2O–NaCl–a	1117	300	8.24	42.59	50.83	16.21	7.38	38.13	45.51	7.05	10.60	10.14
	1117	320	9.28	58.04	67.32	13.78	8.31	51.96	60.27			
	1041	280	2.48	12.50	14.98	16.56	2.38	12.01	14.39			
Ag_2O–NaCl–b	1041	300	4.22	19.24	22.46	17.99	4.05	18.48	21.58	12.60	13.56	13.54
	1041	320	5.43	28.67	34.10	15.62	5.22	27.54	32.76			
	916	280	0.74	3.56	4.30	17.21	0.81	3.89	4.69			
Ag_2O–NaBr–a	916	300	1.48	7.27	8.75	16.91	1.62	7.94	9.55	18.68	22.14	21.59
	916	320	2.25	13.84	16.09	13.98	2.46	15.11	17.57			
	877	280	0.69	1.05	1.74	39.66	0.79	1.20	1.98			
Ag_2O–NaBr–b	877	300	0.45	2.33	2.78	16.19	0.51	2.66	3.17	13.80	25.82	22.03
	877	320	1.68	5.09	6.77	24.82	1.92	5.80	7.72			
	1241	280	0.00	0.55	0.55	0.00	0.00	0.44	0.44			
Ag_2O–NaI–a	1241	300	0.00	1.42	1.42	0.00	0.00	1.14	1.14	∞	25.62	25.62
	1241	320	0.00	2.31	2.31	0.00	0.00	1.86	1.86			
	1158	280	0.00	0.00	0.00	−	0.00	0.00	0.00			
Ag_2O–NaI–b	1158	300	0.00	0.04	0.04	0.00	0.00	0.04	0.04	∞	∞	∞
	1158	320	0.00	0.09	0.09	0.00	0.00	0.08	0.08			

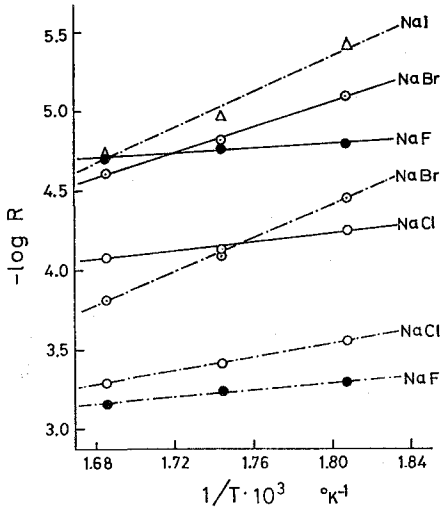


Fig. 1 Log R vs 1/T plots for propylene oxidation over Ag_2O–NaX–a catalysts
——— PO — · — · — CO_2

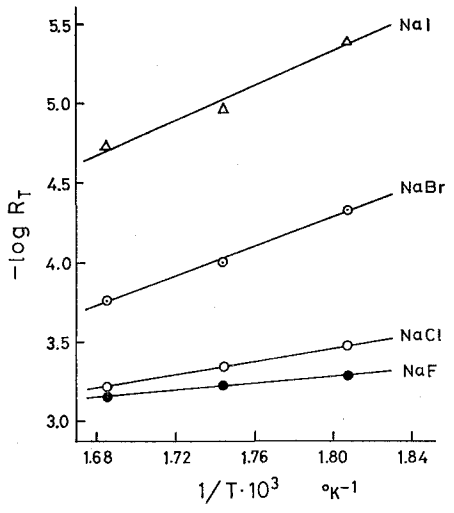


Fig. 2 Log R_T vs 1/T plots for propylene oxidation over Ag_2O–NaX–a catalysts

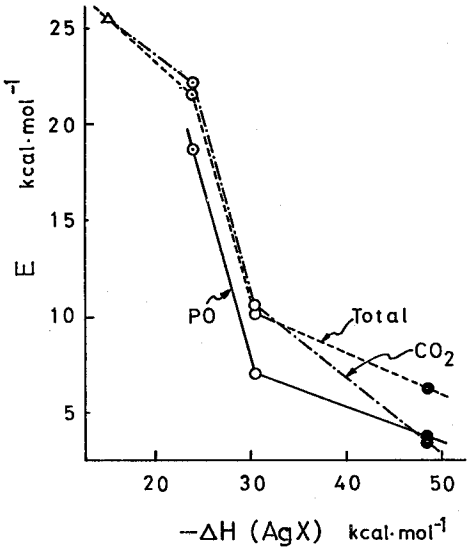


Fig. 3 The relation between activation energy of propylene oxidation over $Ag_2O-NaX-a$ and heat of formation of AgX
● NaF　○NaCl　⊙ NaBr　△ NaI

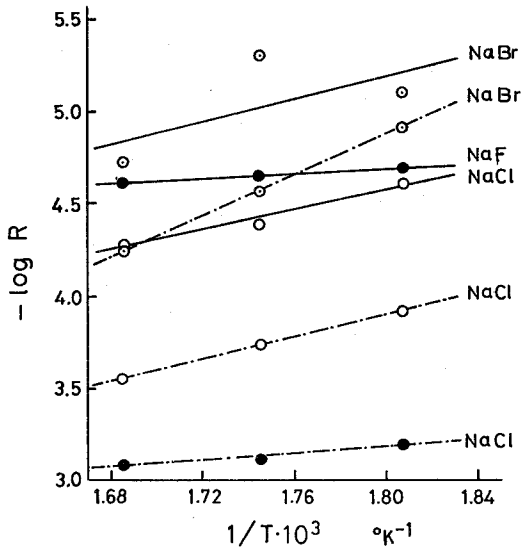


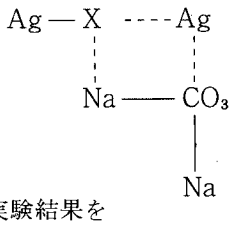
Fig. 4 Log R vs 1/T plots for propylene oxidation over $Ag_2O-NaX-b$ catalysts
——— PO　— · — · — CO_2

a 系列の触媒活性（x_T または R_T）は銀よりも低く，その順位は NaF＞NaCl＞NaBr＞NaI で，NaI 添加の場合の活性はほとんど皆無に近い。選択率の序列は活性と逆の順である。

触媒調製時の反応は

$$1/2\,Ag_2O+NaX+1/2H_2O\rightarrow AgX+NaOH \overset{1/2CO_2}{\rightarrow} AgX+1/2\,Na_2CO_3+1/2\,H_2O$$

である。化合物 AgX を形成している X が遊離の活性金属銀と弱く結合することによって，銀上で酸素の吸着に始まるプロピレン酸化活性を低下させ，かつ 2 重結合への酸素附加を増加させるものと考えられる。この場合，AgX の安定性の大きいものほど金属銀の活性に対する影響が小さいことが予期される。安定度の尺度として AgX の生成熱（ΔH）を用い，活性化エネルギーとの関係を点綴すると Fig. 3 が得られ，予期したように両者の対応が見られた。たゞし前述の触媒調製法では AgF は生成しないから AgF の代りに NaF の生成熱（−136.0 kcal. mol^{-1}）を用いるべきであろう。



さて，a 系列の触媒は調製時に生成する Na_2CO_3 を含んでいるので，AgX の影響のほかに Na_2CO_3 の効果も加わる可能性がある（右図）。先に触媒調製の項で述べた b 系列の触媒は，Na_2CO_3 を溶出して AgX の効果だけを比較する目的で調製したものであって，この系列の触媒による実験結果を Table 1 に示してある。1/T に対する log R の関係を Fig. 4 および 5 に示した。また活性化エネルギーと AgX の生成熱の関係を点綴し，Fig. 6 を得た。

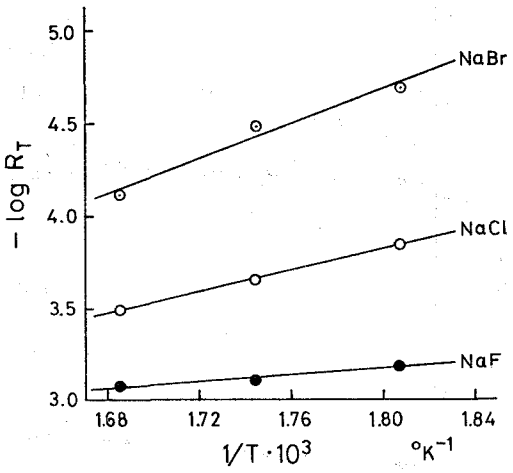


Fig. 5 Log R_T vs 1/T plots for propylene oxidation over $Ag_2O-NaX-b$ catalysts

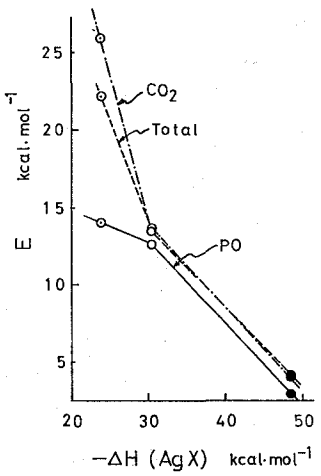


Fig. 6 The relation between activation energy of propylene oxidation over $Ag_2O-NaX-b$ and heat of formation of AgX
● NaF ○ NaCl ⊙ NaBr

Fig. 3 とFig. 6 とを比較すると，$Ag_2O-NaCl-a$ および $Ag_2O-NaBr-a$ はそれぞれ対応するb系列の触媒に比較して，明らかに活性化エネルギーが低いから，前二者においてAgの活性に対するClの抑制作用が共存するNaによって弱められていることがわかる。$Ag_2O-NaI-b$ では測定温度の範囲で反応は全く起きなかった（$E=\infty$）。しかるに $Ag_2O-NaF-b$ は $Ag_2O-NaF-a$ よりもEが低い。その理由は水洗によってNaFが溶出し，触媒が単独のAgに近い状態で存在するために他の3種類のb系列の試料と異なる挙動を示したものと考えられる。

（1975年7月，日本化学会・日本分析化学会・窯業協会・触媒学会北海道支部研究発表会にて講演）

（昭和51年5月20日受理）

文　献

1）Escambia : U. S. 2,780,634 ; 2,780,635 ; 2,784,202 (1957)
2）Monsanto : 日特公　昭39−17,908 ; 19,144 ; 27,229
3）今村寿一，平田道正，河瀬巌，太田鴨人：有合化誌，**25**，421（1967）
4）Rouchaud, J., de Pauw, M. : J. Catal., **14**, 114 (1969) ; ibid., **19**, 172 (1970) ; Rouchaud, J., Makawa, J. : Bull. Soc. Chim. France, 85 (1969) ; ibid., 2294 (1969) ; ibid.,2905, 2909, 2912, 2914 (1970)
5）例えば日東化学：日特公　昭39−12,912
6）今村寿一，太田鴨人，永戸伸幸，佐藤章八：東工試報告，**65**，291（1970）；今村寿一，太田鴨人，永戸伸幸，佐藤幸八：同，**65**，301（1970）；今村寿一，太田鴨人，平田道正，河瀬巌：同，**65**，309（1970）
7）Landau, R., 7th World Petroleum Congress, P. D. No. 18, (8), (1967) Mexico ; Hydrocarbon Processing, **46**, 141 (1967)
8）Vaabel, A. S., Kuvakina, P. R., Kaliberdo, L. M. : Kinetics and Catalysis, **8**, 463 (1967) ; ibid., **9**, 1053 (1968)

9）諸岡良彦：触媒，**11**，131（1969）
10）清山哲郎：化学と工業，**21**，1004（1968）
11）加納久雄，杉岡正敏：室工大研報，**6**，555（1968）

室蘭地域の大気汚染濃度の予測

佐　藤　伸　一，金　木　則　明
原　　弘，城　本　義　光

Air Pollution Forecasting to the Near Distance from a Source Area in Muroran

Shinich Sato, Noriaki Kaneki
Hiroshi Hara and Yoshiteru Jounoto

Abstract

So_2 concentration of pollution to the near distance from a source area in Muroran was propotional relation to air flow in a direction, and the air pollution forecasting was offered.

緒　　言

近年，大気汚染が問題となっているが，防止手段として，汚染濃度推定によって汚染源からの排出濃度を基準値以上に排出させぬよう制御することも１方法である。

その推定法に対する一般論[1,4,5]あるいは実用例[9,3]は数多くなされているが，既知の方法による汚染予測手段を汚染の形態および状況がことなる地域環境にそのまま適用させることは困難である。

本報は特に冬期において，汚染濃度が風速の増加とともに増す，いわゆる他の工業地域とはことなる面源近距離による汚染形態を示す地域の大気汚染濃度予測手段の確立を目的としている。

本報は大気汚染の拡散式としてPasquill式を用い，式の適用方法と予測手段について検討を行ない，予測実証としてSO_2ガス実測値と比較した。

１．面源近距離からの拡散式

１．１　室蘭地域の冬期成層状態

成層状態の検討には気温の鉛直分布のデータがえられていないため，Pasquill[10]およびCramer[3]の安定度分類に従った。すなわち，前者では室蘭の冬期の風速はFig。１に示すように６～11 mの風が最も出現頻度が高く，冬期の日射は弱い事から，安定度としてC～Dがえられる。また，後者の分類も室蘭気象台の11月の観測日原簿より水平方向の10分間風向変動標

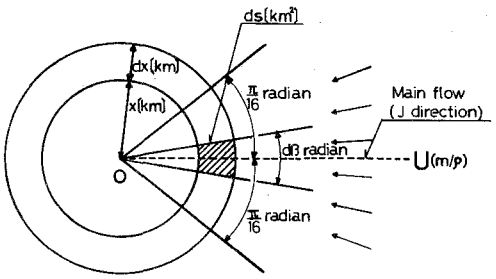


Fig. 2　The model of contaminamination

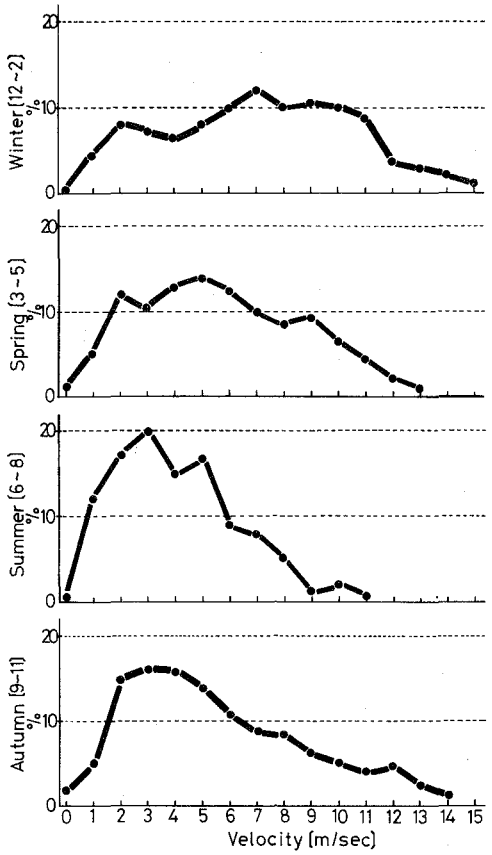


Fig. 1　The monsoon in Muroran

準偏差 σe として 6°～10°が 80%以上と計算され，安定度はDである。したがって以下の室蘭の大気成層安定度をDとした。

1．2　拡散式

大気汚染拡散式には，理論あるいは実験的に導入される拡散係数を直接代入して拡散方程式を解く方法と，煙の幅を乱流理論と結びつけて表現する方法がある。前者として，Robert[11]. Bosanquet[7]. 坂上[12] 等の式があり，後者には，Sutton[14]. Cramer[3], Pasquill[10] の式等がある。いずれにしても汚染質拡散は大気の乱流の場によって起き，乱流状態は大気成層状態に応じて変化するため，上述の拡散式はそれぞれの状態に応じたパラメータの設定が必要になる。そこで，拡散式の選択には式の表現が簡単で，高さおよび横方向の拡散を理論的に定められ，大気安定度に対し実験的に豊富な線図が示され，かつ日野等[7] の実証結果からも，Bosanquet-Person 式で約 0.65, Pasquill（英国方式）式で約 0.83 の一致度があると報告されている Pasquill 式を採用した。

1．3　室蘭地域における汚染質拡散式

Pasquill の拡散式は次式であらわされるが

$$C_J = \frac{2.79 \times 10^{-3} Q_p}{Ux\theta h} \exp\{-2.3(\frac{H}{h})^2\} \qquad \cdots(1)$$

室蘭地域では，汚染源は工業地区で高さ 50 m，住宅地区で 5 mの面的に均一に分布していると仮定した。その場合の汚染モデルを Fig. 2 に示した。主風向はJで，1時間のJ方向の風向頻度を 100%とし，方位を気象学的に 16 に分け，汚染は次のような仮定で行なわれるものとする。

1）風はJ位を中心に両側に $\pi/16$ radian 内の角度で均等に吹く。

2）風速Uによる有効煙突高さの変動を考慮しない。

3）汚染には $\pi/8$ radian 内の汚染源が寄与する。

4）点Oは面源の風下主軸濃度によって汚染される。

また，室蘭地域の11～2月の成層安定度は前述のようにDであるので，Eq。(1)中の θ, hは次式で示され

$$\theta = 16x^{-0.1} \qquad \cdots(2)$$

$$h = 70x^{0.86} \qquad \cdots(3)$$

$X_2 \sim X_1$ 間の面排出源による点Oの汚染濃度は上記仮定より次式となる。

$$C_J = \int_{x_1}^{x_2} \frac{9.78\times10^{-3}q_p}{Ux^{0.76}} \exp\left\{-2.3\left(\frac{H}{70x^{0.86}}\right)^2\right\}dx \qquad \cdots(4)$$

しかし，上述のEq。(4)は $\pi/8$ 内の汚染源によって一度に均等に汚染される事を示しているが，風向は常に標準偏差内の角度で変動しているため，$\pi/8$ 内の面源の主軸濃度によって点Oが汚染されるのではなく，面源の各々の部分が同時に点Oを汚染するので，平均汚染濃度は汚染源の角度を考慮しなければならない。また，Pasquill式は30分間値を表わしているので，1時間に対しては，さらにRice[6]の雑音理論より約 $2^{-1/2}$ に低減するため，1時間当りのJ方位の面源による汚染濃度はEq。(4)に1/20を乗じて表わされなければならない。上述の結果を考慮したJ方位の拡散係数はEq。(5)で表わされる。

$$f_f(x_1-x_2) = \frac{UC_J}{q_{pJ}} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{4.89\times10^{-4}}{x^{0.76}} \exp\left\{-2.3\left(\frac{H_J}{70x^{0.86}}\right)^2\right\}dx \qquad \cdots(5)$$

2．室蘭地域の汚染濃度

2．1　風向別による汚染濃度と風速について

室蘭地域の各観測点における汚染濃度の1例をFig．3に示した。図示したように SO_2 ガス濃度は風速に比例する傾向を示しているが，さらに各方位別による詳細な汚染濃度と風速の関係について検討し，その結果例をFigs．4，5に示した。図はJ方位の出現頻度が80％で，風向がJ＋1，J－1方位にのみ変動する点をとりプロットした。それぞれの相関関係のt一分布検定はS～E，N～ENE，W方位で95％，NNW，NW，WSW～SSW方位で99％以上の相関を示し，えられた相関結果をTable Ⅰに示した。WNW方位以外の汚染濃度と風速との間には正の相関関係がある。このことは汚染濃度と風速は逆比例関係にあるという理論結果（Eq(4)）および通常の経験とはことなる。

本報のように汚染濃度と風速が比例関係を示すのは次のような条件の時に発生するものと考えられる。すなわち，Bosanquet式より，煙突高さ△hを求め，また，単位排出強度での風速と最大地表濃度地点の関係をPasquill式より求め，その関係をFigs．6および7に示した。図中

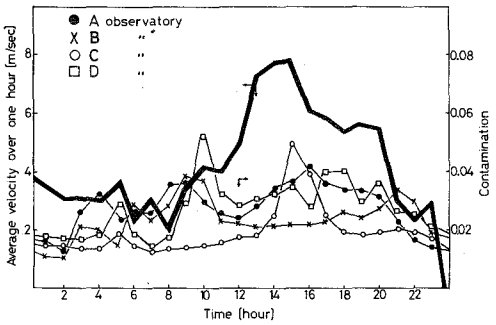


Fig. 3　Relation ebtween average velocity and contamination in process of time

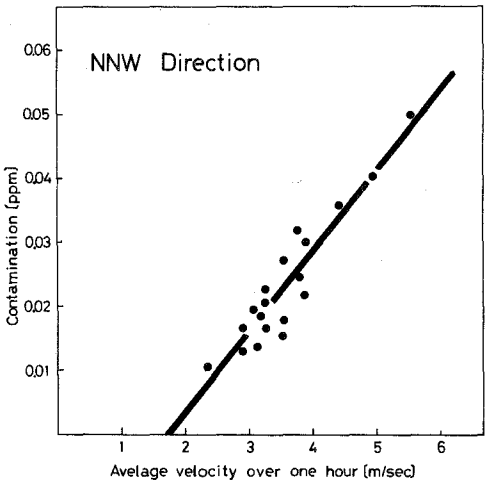


Fig. 4　Correlation between contamination and average velocity in NNW direction

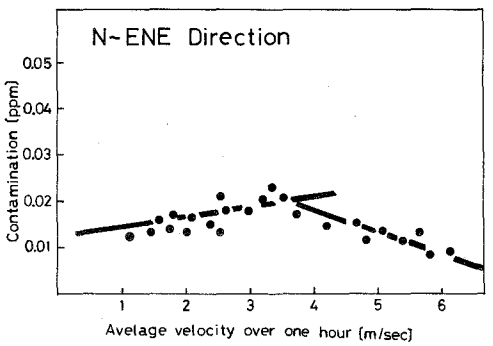


Fig. 5　Correlation between contamination and average velocity in N~ENE direction

Table 1　Correlation in each direction

Direction	Correlation
S ~ E	$C_{S\text{-}E}=\begin{cases}(2.8U+6.7)\times10^{-9} & (3.6\text{m/sec}\geqq U)\\(-3.4U+29.0)\times10^{-9} & (3.6<U)\end{cases}$
N ~ ENE	$C_{N\sim ENE}=\begin{cases}(2.1U+12.0)\times10^{-9} & (3.6\geqq U)\\(-3.4U+31.8)\times10^{-9} & (3.6<U)\end{cases}$
NNW	$C_{NNW}=\begin{cases}(1.25U-2.1)\times10^{-8} & (6.5\geqq U\geqq 1.76)\\(-4.3U+88.2)\times10^{-9}\end{cases}$
NW	$C_{NW}=\begin{cases}(6.2U+9.1)\times10^{-9} & (6.5\geqq U)\\(-4.3U+77.4)\times10^{-9} & (6.5<U)\end{cases}$
WNW	—
W	$C_{W}=\begin{cases}(7.85U-4.98)\times10^{-9} & (6.5\geqq U\geqq 0.64)\\(-4.3U+74.0)\times10^{-9} & (6.5<U)\end{cases}$
WSW ~ SSW	$C_{WSW\sim SSW}=\begin{cases}(6.4U+3.5)\times10^{-9} & (5.0\geqq U)\\(-4.3U+57.0)\times10^{-9} & (5.0<U)\end{cases}$

の点線部分は煙排出速 30 m/s で，0.75～2.25 km に均一に面源汚染されている部分である。図より，風速が 3～7.5 m/s の範囲では，観測地点が面源による最大濃度地点となり，そのような条件では最大濃度が風速とともに増加することを示している。しかし Fig. 5 に示したように N～ENE 方位の汚染濃度のように風速 3.5 m/s 以上でも濃度は減少する場合がある。排出源が住宅地域で，煙排出速度 30 m/s 以下と煙突高さが 5 m程度の低い条件では，図から明らかなように観測地点が最大濃度地点からずれてしまうためである。したがって Fig. 6 に示した条件よりも極端に小さな条件すなわち，観測地点が最大濃度地点からずれてしまう条件では，汚染濃度は風速に比例しなくなるが，上述のように汚染源と観測地点とが近距離であって，煙突高さが極端に小さくなければ汚染濃度は風速

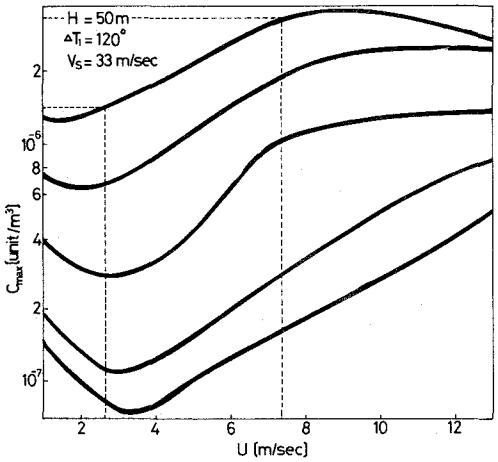


Fig. 6 Relation between maximum concetration site of pollution and fluid velocity

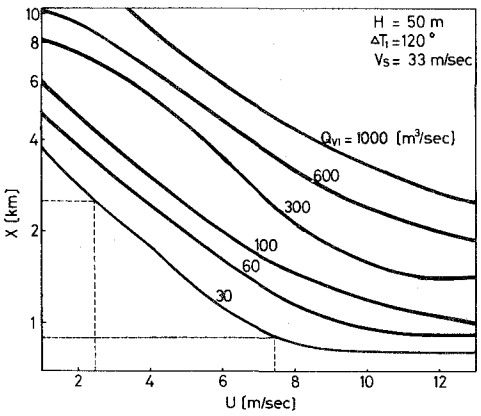


Fig. 7 Relation between maximum ground concentration of pollution and fluid velocity

に比例するものと思われる。

2．2　風速および面排出源—観測点間の立体関係によるパラメータX（U）の導入

前述したように有効煙突高さ△Hが汚染濃度に寄与する度合は距離および排出源と観測点との立体関係によっても相違するため，汚染質拡散式として△Hの変動を考慮しなければならないが，本報のように，濃度と風速が比例関係にある場合は，濃度C_Jは次式のようなパラメータを考慮して求めた方が容易である。

$$C_J = \frac{q_{pJ} f_f(x_1 - x_2)}{U} \cdot \alpha_J(U) \equiv q_{pJ}(A_J U + B_J) \qquad \cdots(6)$$

$$\alpha_J = \frac{A_J U^2 + B_J U}{f_f(x_1 - x_2)}$$

この場合のα_Jは面源，近距離汚染の立体関係を示すパラメータである。上式中予めq_{pJ}の詳しいデータがえられないため実測値C_JからEq. (6)を用いて推定した。その結果は，市の調査による報告値とEq. (6)の計算でえられた濃度排出量はほぼ一致した。したがって，Eq. (6)は排出量推定の計算にも利用できるのでEq. (6)の計算結果をTable 2に示した。

3．汚染濃度予測

現在までに汚染濃度予測として2通りの方法があり，1つは東京都[8]に代表される気象学的要素のパターン分類による汚染濃度予測と，大阪府のような大気の流れを完全混合モデルと仮定し，カルマンフィルターを適用する手段である。

本報の場合は他地域とことなり，汚染濃度に時間遅れがなく最大濃度地点が被汚染地点に近接している場合の予測法である。その予測方法を以下に述べる。すなわち，風速および風向頻

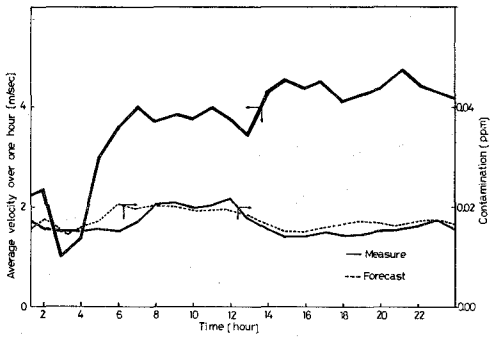


Fig. 8　Comparison with measure and forecast

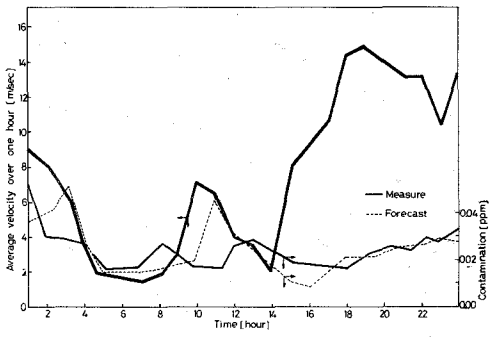


Fig. 9　Comparison with measure and forecast

Table 2　Values calculated by Eq. (6)

N_j	$x_1 \sim x_2$ (Km)	$f(x_1 \sim x_2)$ (100 min/s)	Q_{+pj} (Nm^3SO_2/min·100m^2)	A_j (100 min·s/m^2)	B_j (100 min/m)	$\alpha_j(U)$ [−]
S−W	0.35−0.75	3.055×10^{-3}	1.97×10^{-5}	1.42×10^{-4}	3.40×10^{-4}	$(4.65U+11.13U)\times10^{-2}$
				-1.73×10^{-4}	14.68×10^{-4}	$(-5.66U+4.800U)\times10^{-2}$
N − ENE	0.35−3.55	1.160×10^{-2}	6.07×10^{-6}	3.46×10^{-4}	19.79×10^{-4}	$(2.98U+17.06U)\times10^{-2}$
				-5.60×10^{-4}	52.40×10^{-4}	$(-4.83U+45.17U)\times10^{-2}$
NNW	0.75−2.25	2.738×10^{-4}	1.43×10^{-3}	8.74×10^{-6}	1.47×10^{-5}	$(3.19U+5.37U)\times10^{-2}$
				-3.01×10^{-6}	61.68×10^{-6}	$(-2.00U+22.53U)\times10^{-2}$
NW	0.75−2.25	2.738×10^{-4}	1.63×10^{-3}	3.80×10^{-6}	5.58×10^{-6}	$(1.39U+2.04U)\times10^{-2}$
				-2.64×10^{-6}	47.48×10^{-6}	$(-0.96U+17.34U)\times10^{-2}$
WNW	0.75−2.25	2.738×10^{-4}	1.29×10^{-3}	6.09×10^{-6}	-3.86×10^{-6}	$(2.22U+1.41U)\times10^{-2}$
				-3.33×10^{-6}	57.42×10^{-6}	$((1.22U+20.97U)\times10^{-2}$
W	0.75−2.25	2.738×10^{-4}	1.09×10^{-3}	7.20×10^{-6}	-4.57×10^{-6}	$(2.63U+1.67U)\times10^{-2}$
				-3.94×10^{-6}	67.89×10^{-6}	$(-1.44U+24.80U)\times10^{-2}$
WSW − SSW	1.25−2.25	2.004×10^{-4}	8.86×10^{-4}	7.22×10^{-6}	3.95×10^{-6}	$(3.60U+1.97U)\times10^{-2}$
				-4.85×10^{-6}	64.33×10^{-6}	$(-2.42U+32.10U)\times10^{-2}$

度が正しく予測され，各面源の排出強度が1日続くと仮定して，排出強度はTable 2に示した値を用いて計算した。また，1時間汚染濃度の推定値は各方位別風向頻度を考慮して次式で計算した。

$$C_e = \sum_{J=1}^{16} C_J\left(\frac{\Delta\tau_J}{\tau}\right) \qquad \cdots(7)$$

SO_2 ガスによる予測例と実測値の結果例をFigs. 8および9に示した。実際は20例を計算予測したが，いずれもほぼ20%以内で予測値と実測は一致したが，それ以上のずれのある場合には，原因として排出強度に不連続な変化があったためと考えられ，特にWNW方位の汚染に不連続な場合が多く，その方位の面源から時折かなりの SO_2 排出があったものと推定される。

以上の結果より，Eq. (6)の関係よりえられる排出強度を使用しても風速，風向の頻度が正しく予測されるならば，本報による推定法はかなりの一致度を示した。

結　　言

近距離，面源による汚染濃度は各方位別風速と比例関係にあることを示し，その汚染濃度推定法を示した。

（昭和51年5月10日受理）

Literature Cited

1) Ben, : J. of the Air Poll. Cont. Assoc.,**17**, 154 (1967)
2) Bosanquet,C.H. and T.L.,Person : Trans. Farady SoC.,**32**, 1294 (1936)
3) Cramer,H.E. : Paper presented at First National Conference on Applied Met., (1957)
4) Francis,P.J. : Int. J. Air and Water Poll., Pergamon Press, **4**, 199 (1961)
5) George,C.H. : J. of Applied Met., **6**, 1039 (1967)
6) Hino,M. : Karyoku,**63**, 012 (1961)
7) Itou,K. : Air Pollutants Handbook, **3**, 207 (1970)
8) Kitabayashi,K. : Instu. and Control,**10**, 20 (1972)
9) Osaka Koogai Kansi Center, No. 2, 3か 1968, 1969)
10) Pasquill,F. : Meteorol. Mag.,**90**, 1063 (1961)
11) Roberts,O.F.T. : Proc. Roy.Soc. London, A104, 640 (1923)
12) Sakagami,J. : Natural Science Report ort of the Ochanomizu Univ.,**11**, 2 (1960)
13) Savas,E.S. : Water and Air Resource Mang., IBM, White Planes, New York (1968)
14) Sutton,D,G. : Micrometerlogy, Mcgraw-Hill, New York (1953)

多段翼を有する横型攪拌槽内液の混合時間

福田隆至*・三浦正勝*・橋本清信・安藤公二

Mixing Time of Liquid in Horzontal Stirred Vessel with Multi-Impellers

Takashi Fukuda, Masakatu Miura,
Kiyonobu Hashimoto and Koji Ando

Abstract

The mixing model of liquid in the horizontal stirred vessel with single-impeller was expanded for case of multi-impellers. The mixing time for multi-impellers was estimated from that for single-impeller by applying the presented mixing model.

I 緒　　言

筆者らは，同軸上1ヶの攪拌翼を有する横型攪拌槽内液の混合特性について検討し，流通系における混合特性は，回分槽の混合時間を介して推定可能であることを示した[1]。また同軸上2ヶの攪拌翼を有する横型攪拌槽の所要動力，ガス吸収速度を測定し，容積当りの気液接触能力の増大に多段操作がきわめて有効であることを示した[2]。

本報は，前報で明らかとなった単段翼槽についての混合モデルを多段翼を有する邪摩板つき横型攪拌槽に拡張して適用し，単段翼槽の混合時間と多段翼槽の混合時間との関係を解析的に求めた。本研究の結果は，実験的には確認されていないが，交換流量におよぼす翼相互の影響が無視しうる操作条件下では充分適用できるものと考える。

II 液体の混合モデルと混合過程の表現

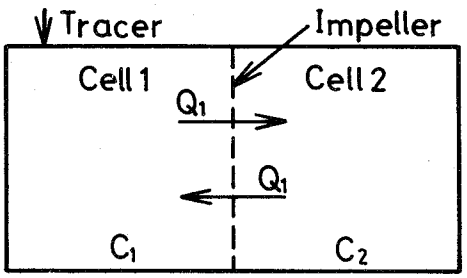
II－1 混合モデル

前報[1,3]で詳述した単段翼槽の混合モデルの説明図を図－1に示した。すなわち，A_1 状態[4]においては，図示のごとく，攪拌羽根によって区分された左右2つの完全混合Cell間の液の交換流量Qが全体の混合を支配すると仮定している。

多段翼槽の場合（翼数$N_i=i$）にも，上述の単段翼槽（$N_i=1$）の場合の混合モデルが適用

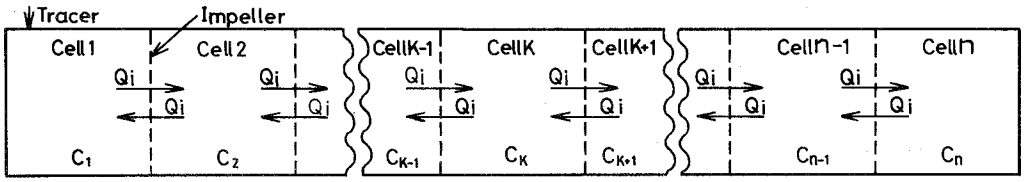
＊北海道工業開発試験所
＊Goverment Industrial Development Laboratory, Hokkaido, Sapporo, Japan.

出来るものとし，図－２のモデルによって検討を行なった。すなわち，槽内の液を撹拌羽根を過る垂直面で $N_s=n(=N_i+1)$ ヶに等分し，分割された各Cellでは循環流による混合が完全混合として近似出来るものと仮定し，隣接する各Cell間の液の交換の流量 Q_i が全体の混合を規定すると仮定した。ここでは，２翼に囲まれたCellと，翼と槽端壁とによって囲まれたCellとを同等としている。



number of Cell : $N_s=2$
number of impeller : $N_i=1$

図－１　単段翼槽の混合モデル



number of Cell : $N_s=n\ (=N_i+1)$
number of impeller : $N_i=i$

図－２　多段翼槽の混合モデル

II－１　単段翼槽（$N_i=1$）の混合時間[1,3]

槽端に加えられたトレーサーの移動過程は，図－１に示した単段翼槽の場合には，Cell 1, 2のトレーサー濃度の差（C_1-C_2）と操作時間 θ との関係として次式で表わされた。

$$c_1-c_2=\exp\left(-\frac{\theta}{\tau}\right), \qquad \tau=\frac{V_l}{4\,Q_1} \tag{1}$$

ここで，V_l は槽内の全液量，Q_1 はCell 1, 2間の交換流量である。上式より，単段翼槽の混合時間 θ_{M_1} を次式で定義した。

$$\theta_{M_1}\equiv 4\,\tau=\frac{V_l}{Q_1} \tag{2}$$

すなわち，98%新平衡値に至るに要する時間を混合時間 θ_{M_1} と定義している。なお，(１)式の関係は，実験的に確認され，各種の操作条件と混合時間 θ_{M_1}，あるいは交換流量 Q_1 との関係が実験的にも求められている。[1]

II－３　多段翼槽の混合時間と移動過程

多段翼槽の場合のトレーサーの移動過程を，図－２の混合モデルにもとづいて物質収支から

求めると次式のようになる。

$$\text{Cell } 1: \frac{V_l}{n}\cdot\frac{d\,c_1}{d\,\theta}=Q_i(c_2-c_1) \tag{3}$$

$$\text{Cell } K: \frac{V_l}{n}\cdot\frac{d\,c_K}{d\,\theta}=Q_i(c_{K-1}-2c_K+c_{K+1}),\quad 2\leqq K\leqq n \tag{4}$$

$$\text{Cell } n: \frac{V_l}{n}\cdot\frac{d\,c_n}{d\,\theta}=Q_i(c_{n-1}-c_n) \tag{5}$$

初期条件：$\theta=0,\ c_1=1,\ c_K=c_n=0$ (6)

多段翼槽（翼数 $N_i=i$）の混合時間 θ_{Mi} を，単段翼の場合[1,3]と同様に，槽端のトレーサー濃度差（c_1-c_n）の緩和時間 τ の4倍あるいは，98%新平衡値に至るに要する時間として定義する。上記（3）～（6）式より，（c_1-c_n）と θ との関係を求め，単段槽の混合過程を示す（1）式と比較し，θ_{Mi} と θ_{M1} との操作条件を含まぬ関係の解析的導出を試みる。

別報によれば，多段翼槽のガス吸収速度および動力がそれぞれ単段における値の加算された量として現われるためには，翼間隔が槽経 D_t の $\frac{1}{2}$ 以上を必要とする。したがって，実用の多段翼槽は，数ヶ以内と考えられるので，本報では翼数 $N_i=2\sim5$ について検討を行った。

III　多段翼槽の混合時間と単段翼槽の混合時間との関係

III－1　2段翼槽($N_i=2, N_s=3$)の場合

III－1－1　トレーサー濃度差 (c_1-c_3) と θ との関係の導出

物質収支，初期条件は（3）～（6）式より次式となる。

$$\text{Cell } 1: \frac{V_l}{3}\cdot\frac{d\,c_1}{d\,\theta}=Q_2(c_2-c_1) \tag{7}$$

$$\text{Cell } 2: \frac{V_l}{3}\cdot\frac{d\,c_2}{d\,\theta}=Q_2(c_1-2c_2+c_3) \tag{8}$$

$$\text{Cell } 3: \frac{V_l}{3}\cdot\frac{d\,c_3}{d\,\theta}=Q_2(c_2-c_3) \tag{9}$$

$$\theta=0,\quad c_1=1,\quad c_2=c_3=0 \tag{10}$$

$3\,Q_2/V_l\equiv A$ と置き換え，（7）～（9）式をラプラス交換する。

$$sc_1(s)-1=A[c_2(s)-c_1(s)] \tag{11}$$

$$sc_2(s)=A[c_1(s)-2c_2(s)+c_3(s)] \tag{12}$$

$$sc_3(s)=A[c_2(s)-c_3(s)] \tag{13}$$

(11)～(13) 式の連立方程式より，$c_1(s)$，$c_2(s)$，$c_3(s)$ を求める。

$$c_1(s)=\frac{s^2+3As+A^2}{s(s+A)(s+3A)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{s}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s+A}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{s+3A} \tag{14}$$

$$c_2(s)=\frac{A}{s(s+3A)}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+3A}\right) \tag{15}$$

$$c_3(s)=\frac{A^2}{s(s+A)(s+3A)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{s}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s+A}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{s+3A} \tag{16}$$

(14), (15), (16) 式を逆交換する。

$$c_1(\theta)=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\exp\left(-\frac{9Q_2}{V_l}\theta\right)+\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{3Q_2}{V_l}\theta\right) \tag{17}$$

$$c_2(\theta)=\frac{1}{3}\left\{1-\exp\left(-\frac{9Q_2}{V_l}\theta\right)\right\} \tag{18}$$

$$c_3(\theta)=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\exp\left(-\frac{9Q_2}{V_l}\theta\right)-\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{3Q_2}{V_l}\theta\right) \tag{19}$$

したがって槽両端のトレーサー濃度差 (c_1-c_3) は次式となる。

$$\Delta c_2=c_1(\theta)-c_3(\theta)=\exp\left(-\frac{3Q_2}{V_l}\theta\right) \tag{20}$$

あるいは,

$$c_1-c_3=\exp\left(-\frac{\theta}{\tau_2}\right),\qquad \tau_2=\frac{V_l}{3Q_2} \tag{20'}$$

Ⅲ－1－2　混合時間 θ_{M_2} と θ_{M_1} との関係

(20′) 式より，翼数 $N_i=2$ の場合の混合時間 θ_{M_2} は

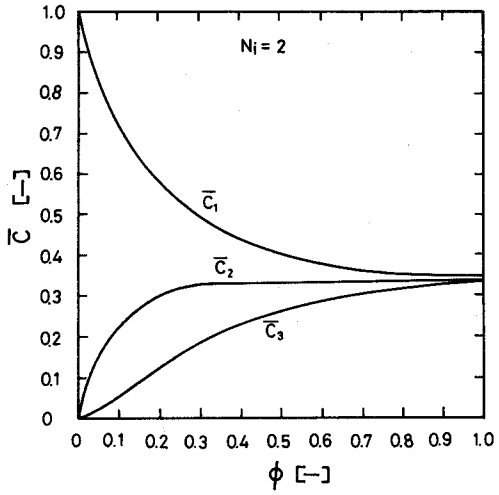
$$\theta_{M_2}\equiv 4\tau_2=\frac{4}{3}\cdot\frac{V_l}{Q_2} \tag{21}$$

また，単段翼槽の交換流量 Q_1 と $N_i=2$ の場合の交換流量 Q_2 とが等しい条件下 $(Q_2=Q_1)$ では，(1) 式を考慮すれば，次式の関係が容易に導出される。

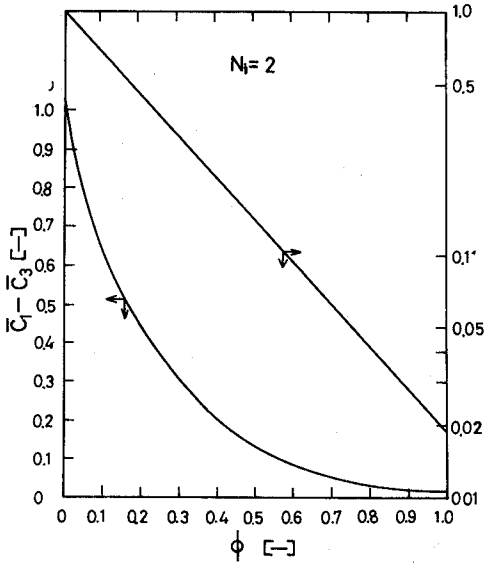
$$\theta_{M_2}=\frac{4}{3}\theta_{M_1} \tag{22}$$

すなわち，翼数 $N_i=2$ の場合の混合時間 θ_{M_2} は，同一操作条件における単段翼槽の場合の混合時間 θ_{M_1} の $4/3$ 倍となる。

また，(17)～(20) 式に示したトレーサー濃度の経時変化を，無次元時間 $\phi(\equiv\theta/\theta_{M_2})$ と無次元濃度 $\bar{c}(\equiv c/(c_1-c_3)_{\theta=0})$ を用いて表わしたのが図－3，図－4である。図－3は，各 Cell 内のトレーサー濃度 $\bar{c}_1$, $\bar{c}_2$, $\bar{c}_3$ が時間の経過とともに，しだいに同一濃度に漸近していく様子を示している。また，Cell 1, 3 の無次元濃度差 $\Delta\bar{c}_2$ について示した図－4では，$\Delta\bar{c}_2$ と θ との関係が片対数紙上直線となっている。したがって，(20′) 式からも明らかなごとく，(c_1-c_3) と θ との関係を実測することにより，単段翼槽と同様に θ_{M_2} を容易に実測出来る。また，表－1より，$\phi=1$ すなわち $\theta=\theta_{M_2}(=4\tau)$ における無次元濃度差 $\bar{c}_1-\bar{c}_2=0.018$ である。



図－3　2段翼槽内のトレーサー濃度 $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$, $\bar{C}_3$ の経時変化



図－4　2段翼槽内のトレーサー濃度差 $\Delta\bar{C}_2$ $(=\bar{C}_1-\bar{C}_3)$ の経時変化

Ⅲ－2　3段翼槽 ($N_i=3$, $N_s=4$)

Ⅲ－2－1　トレーサー濃度差 (c_1-c_4) と θ との関係の導出

物質収支式および初期条件は次のように表わされる。

$$\text{Cell 1}: \frac{V_l}{4}\cdot\frac{d\,c_1}{d\,\theta}=Q_3(c_2-c_1) \tag{23}$$

$$\text{Cell 2}: \frac{V_l}{4}\cdot\frac{d\,c_2}{d\,\theta}=Q_3(c_1-2c_2+c_3) \tag{24}$$

$$\text{Cell 3}: \frac{V_l}{4}\cdot\frac{d\,c_3}{d\,\theta}=Q_3(c_2-2c_3+c_4) \tag{25}$$

$$\text{Cell 4}: \frac{V_l}{4}\cdot\frac{d\,c_4}{d\,\theta}=Q_3(c_3-c_4) \tag{26}$$

$$\theta=0\,;\ c_1=1,\ \ c_2=c_3=c_4=0 \tag{27}$$

$4\,Q_3/V_l\equiv A$ と置き換え，(23)～(26) 式をラプラス交換して連立方程式を解き，$c_1(s)$, $c_2(s)$, $c_3(s)$, $c_4(s)$ を求める。

$$c_1(s)=\frac{s^3+5As^2+6A^2s+A^3}{s(s+2A)(s^2+4As+2A^2)}$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s+2A}+\frac{2+\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\alpha}+\frac{2-\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\beta} \tag{28}$$

$$c_2(s)=\frac{A(s^2+3As+A^2)}{s(s+2A)(s^2+4As+2A^2)}$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s+2A}+\frac{\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\alpha}-\frac{\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\beta} \tag{29}$$

$$c_3(s)=\frac{A^2(s+A)}{s(s+2A)(s^2+4As+2A^2)}$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s+2A}-\frac{\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\alpha}+\frac{\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\beta} \tag{30}$$

$$c_4(s)=\frac{A^3}{s(s+2A)(s^2+4As+2A^2)}$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{s+2A}-\frac{2+\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\alpha}-\frac{2-\sqrt{2}}{8}\cdot\frac{1}{s-\beta} \tag{31}$$

但し $\alpha=-(2-\sqrt{2})A$

$\beta=-(2+\sqrt{2})A$

(28)～(31) 式を逆交換し，$c_1(\theta)$, $c_2(\theta)$, $c_3(\theta)$, $c_4(\theta)$, $\Delta c_3(\equiv c_1(\theta)-c_4(\theta))$ を求める。

$$c_1(\theta)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\exp\left(-\frac{8Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)+\frac{2+\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2-\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)$$

$$+\frac{2-\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2+\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right) \tag{32}$$

$$c_2(\theta)=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\exp\left(-\frac{8Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)+\frac{\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2-\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2+\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right) \tag{33}$$

$$c_3(\theta)=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\exp\left(-\frac{8Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)-\frac{\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2-\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)$$

$$+\frac{\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2+\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right) \tag{34}$$

$$c_4(\theta)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\exp\left(-\frac{8Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)-\frac{2+\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2-\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right)$$

$$-\frac{2-\sqrt{2}}{8}\exp\left(-\frac{4(2+\sqrt{2})Q_3}{V_t}\cdot\theta\right) \tag{35}$$

$$\therefore \Delta c_3 = c_1(\theta) - c_4(\theta) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}\exp\left(-\frac{4(2-\sqrt{2})Q_3}{V_l}\cdot\theta\right) + \frac{2-\sqrt{2}}{4}\exp\left(\frac{4(2+\sqrt{2})Q_3}{V_l}\cdot\theta\right) \tag{36}$$

III－2－2　混合時間 θ_{M_3} と θ_{M_1} との関係

Cell 1 と Cell 4 とのトレーサー濃度差 Δc_3 は，(36) 式によれば，2つの指数関数の和として表わされている。ここで，第1項と第2項とを比較すると

$$\exp\{-4(2-\sqrt{2})\theta\} > \exp\{-4(2+\sqrt{2})\theta\} \tag{37}$$

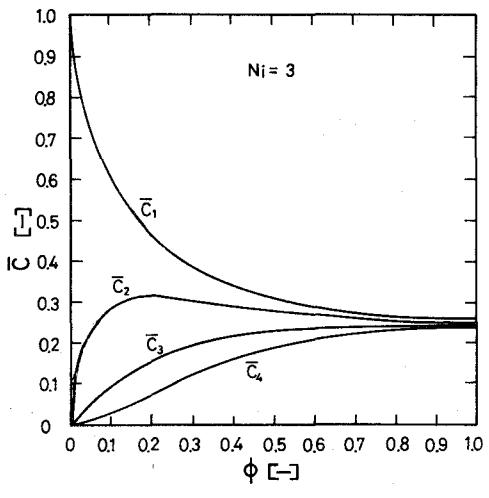
$$\frac{2+\sqrt{2}}{4} > \frac{2-\sqrt{2}}{4} \tag{38}$$

なる関係を考慮すれば，第1項の方が第2項より大きいことは明らかであるが，θ が大きい領域では (37) 式の左右の項の大きさを比較するとその差は非常に大きくなり，(36) 式の第2項が無視出来る。第2項を無視すると，Cell 1 と Cell 4 との濃度差 Δc_3 は次式で近似できる。

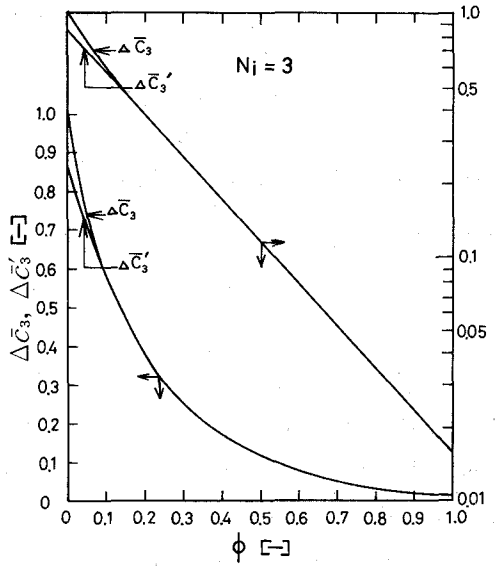
$$\Delta c_3 \fallingdotseq \Delta c_3' = \frac{2+\sqrt{2}}{4}\exp\left(-\frac{\theta}{\tau}\right), \qquad \tau = \frac{V_l}{4(2-\sqrt{2})Q_3} \tag{39}$$

また混合時間は

$$\theta_{M_3} \equiv 4\tau = \frac{1}{2-\sqrt{2}}\cdot\frac{V_l}{Q_3} \fallingdotseq 1.707\frac{V_l}{Q_3} \tag{40}$$



図－5　3段翼槽内のトレーサー濃度 $\bar{C}_1$，$\bar{C}_2$，$\bar{C}_3$，$\bar{C}_4$ の経時変化



図－6　3段翼槽内のトレーサー濃度差 $\Delta\bar{C}_3$，$\Delta\bar{C}_3$ の経時変化

無次元トレーサー濃度 $\bar{c}$ と無次元時間 $\phi(=\theta/\theta_{M_3})$，無次元濃度差 $\Delta\bar{c}_3$，$\Delta\bar{c}_3'$ と ϕ との関係を図－5，6に示した。図－6より，$\phi<0.1$ においては，$\Delta\bar{c}_3$ と $\Delta\bar{c}_3'$ との差はほとんど現われない。すなわち，$\phi>0.1$ の領域では，(36) 式は，(39) 式で十分近似出来ることを示している。また，(36) 式を用いて 4τ に至るに要する時間を試行法により求めると，$\theta_{4\tau}=1.640\ V_l/Q_3$ を得る。(40) 式の θ_{M_3} と比較すると，$(1.707-1.640)/1.707=0.0393$ となり，その差は大きくはない。

単段翼の交換流量 Q_1 に Q_3 が等しいと仮定すれば，(2) 式と (40) 式より

$$\frac{\theta_{M_3}}{\theta_{M_1}}=\frac{1}{2-\sqrt{2}}=1.707 \tag{41}$$

となる。

なお，$\phi>0.1$ の領域では，濃度差 (c_1-c_4) と時間 θ との関係が片対数紙上直線で近似されることから，上記関数を実測すれば，容易に τ_3 あるいは θ_{M_3} を求めることが出来る。したがって，(41) 式の成立とその操作範囲を実験的に検討することが可能であろう。

Ⅲ－3　4段翼槽 ($N_t=4,\ N_s=5$)

前項と同様，物質収支式を解き各Cellの濃度 $c_1\sim c_5$ を求めた。Cell 1 とCell 5 のトレーサー濃度差 $\Delta c_4(=c_1-c_5)$ と時間 θ との関係は次式となる。

$$\Delta c_4=\frac{5+\sqrt{5}}{10}\exp\left(-\frac{5(3-\sqrt{5})}{2}\cdot\frac{Q_4}{V_l}\cdot\theta\right)$$
$$+\frac{5-\sqrt{5}}{10}\exp\left(-\frac{5(3+\sqrt{5})}{2}\cdot\frac{Q_4}{V_l}\cdot\theta\right) \tag{42}$$

3段翼槽の場合と同様，第2項を無視すると次式となる。

$$\Delta c_4\fallingdotseq\Delta c_4'=\frac{5+\sqrt{5}}{10}\exp\left(-\frac{\theta}{\tau}\right),\quad \tau=\frac{2}{5(3-\sqrt{5})}\cdot\frac{V_l}{Q_4} \tag{43}$$

また，混合時間は

$$\theta_{M_4}\equiv 4\tau=4\cdot\frac{2}{5(3-\sqrt{5})}\cdot\frac{V_l}{Q_4}\fallingdotseq 2.094\frac{V_l}{Q_4} \tag{44}$$

無次元濃度差 $\Delta\bar{c}_4$，$\Delta\bar{c}_4'$ と無次元時間 $\phi(\equiv\theta/\theta_{M_4})$ との関係を図－7に示した。図より，$\phi>0.1$ においては，$\Delta\bar{c}_4$ と $\Delta\bar{c}_4'$ との差はほとんど認められない。すなわち，$\phi>0.1$ の領域では，(42) 式は (43) 式で十分近似出来る。また，(42) 式を用いて 4τ に至るに要する時間を試行法により求めると $\theta_{4\tau}=1.925\ V_l/Q_4$ となり (44) 式の θ_{M_4} の値とほぼ等しい。

Ⅲ－4　5段翼槽 ($N_t=5,\ N_S=6$)

前項と同様に，Cell 1 とCell 6 との濃度差 Δc_5 を求めると次式となる。

$$\Delta c_5 = \frac{1}{3}\exp\left(-\frac{12Q_5}{V_l}\cdot\theta\right)+\frac{2+\sqrt{3}}{6}\exp\left(-\frac{6(2-\sqrt{3})Q_5}{V_l}\cdot\theta\right)$$
$$+\frac{2-\sqrt{3}}{6}\exp\left(-\frac{6(2+\sqrt{3})Q_5}{V_l}\cdot\theta\right) \qquad (45)$$

Δc_5 は3つの指数関数の和として表わされるが，第1項，第3項を無視すれば次式となる。

$$\Delta c_5 \fallingdotseq \Delta c_5' = \frac{2+\sqrt{3}}{6}\exp\left(-\frac{\theta}{\tau}\right), \qquad \tau = \frac{V_l}{6(2-\sqrt{3})Q_5} \qquad (46)$$

これより混合時時関 θ_{M_5} は

$$\theta_{M_5} \equiv 4\tau = \frac{4}{6(2-\sqrt{3})}\cdot\frac{V_l}{Q_5} \fallingdotseq 2.488\frac{V_l}{Q_5} \qquad (47)$$

Ⅳ　結果のまとめと考察

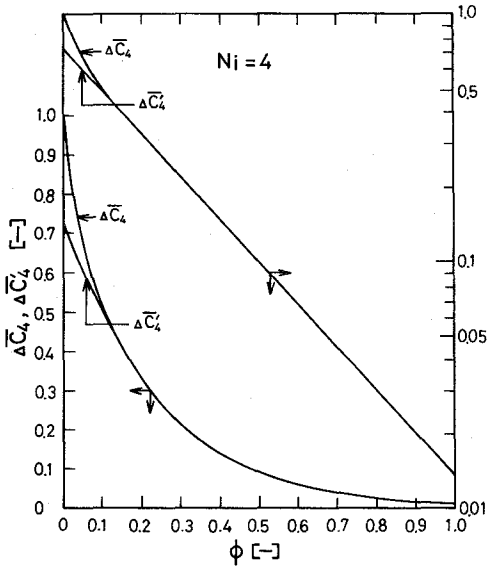
以上の結果より，多段翼槽の混合時間 θ_{Mi} と同一操作条件における単段翼槽の混合時間 θ_{M_1} との比 θ_{Mi}/θ_{M_1} は下記のごとくなる。

$$\frac{\theta_{M_2}}{\theta_{M1}} = \frac{4}{3} = 1.333 \qquad (48)$$

$$\frac{\theta_{M_3}}{\theta_{M_1}} = \frac{1}{2-\sqrt{2}} = 1.707 \qquad (49)$$

$$\frac{\theta_{M_4}}{\theta_{M_1}} = \frac{8}{5(3-\sqrt{5})} = 2.094 \qquad (50)$$

$$\frac{\theta_{M_5}}{\theta_{M_1}} = \frac{2}{3(2-\sqrt{3})} = 2.488 \qquad (51)$$



図－7　4段翼槽内のトレーサー濃度差 $\Delta\bar{C}_4$, $\Delta\bar{C}_4'$ の経時変化

上述(48)～(51)式の関係が成立する条件は下記の2項目にまとめられる。すなわち，図－2の混合モデルにおいて，

1）$Q_i = Q_1$

2）Cell 内の液混合が完全混合

第1項の $Q_i = Q_1$，すなわち，多段翼槽のそれぞれの翼における交換流量 Q_i が単段翼槽の交換流量 Q_1 に等しい条件は，翼による攪拌の影響が隣接する翼における交換流量に影響を与えない十分な翼間隔の存在であろう。この翼間隔の最小値 l_{min} は，おそらく，多段翼槽の動力，ガス吸収速度が単段翼槽の値の加算された量として現われる最小の翼間隔 $l_c = D_t/2$[2]とほぼ同じオーダーであろう。

第2項のCell 内液が完全混合であるためには，攪拌翼の吐出による循環流が十分に行きわた

る程度の大きさのCellでなければならない。云いかえれば，完全混合Cellの大きさ，すなわち，翼間隔は，循環流が十分到達出来る大きさに制限されることになる。この大きさの上限l_{max}は明らかでないが，すでに単段翼槽について（2）式の成立が実験的に確認されているCellの大きさ[1]$\left(\frac{D_t}{2}\sim\frac{2.7}{2}D_t\right)$の上限よりは大きいであろう。また，循環流が十分到達出来る大きさのCellであっても，Cellの両端から発した流れが中央で衝突し，Cell内全体の混合速度を小さくすることも考えられる。この衝突による混合遅延効果が翼による仕切効果より大きい場合には，前述図－2に示した混合モデルそのものの再検討を迫られることとなるが，観察の結果では，衝突による混合遅延効果は大きくはないと推測される。

以上の考察を要約すれば，2翼の間隔が前述第1項と第2項によって上限と下限がかぎられた範囲内ではあるが（48)～(51）式が成立し，その範囲は実用の多段操作の範囲を含んでいる。すなわち，多段翼槽の混合時間を単段翼槽の混合時間のデーターから推定出来ることを示した。流通系の混合特性は回分系の混合時間を介して推定可能であり，本研究によって，多段翼槽の混合特性が単段翼槽の混合時間から推定出来る。

以上，単段翼槽と同一の槽を基準とし，これを攪拌翼によって分割する場合（V_t一定)について検討を行ったが，翼の増加とともに槽長が増大する場合の混合時間を推定することも可能である。すなわち，槽長が異っても（1）式が成立することから，分割されたそれぞれのCellの大きさが等しければ，比較的簡単に槽長の異る（V_tが変化）多段翼槽の混合時間と，基準単段翼槽の混合時間の関係を求めることが出来る。

V 結　　言

多段翼槽を有する邪摩板つき横型攪拌槽内液の混合時間θ_{M_i}を単段翼槽の混合時間θ_Mより推定する方法を，図－2に示した混合モデルにもとづき解析的に検討し，下記の結果を得た。

$$\theta_{M_i}=k_i\theta_{M_1}$$

$$k_2=1.333$$
$$k_3=1.707$$
$$k_4=2.094$$
$$k_5=2.488$$

（昭和51年5月21日受理）

文　　献

1） 安藤公二・福田隆至・遠藤一夫：化学工学，**38**，460（1974).
2） 安藤公二・福田隆至・佐藤光二・遠藤一夫：化学工学，**38**，540（1974).
3） 安藤公二・原　弘・遠藤一夫：化学工学，**35**，806（1971).
4） 安藤公二・原　弘・遠藤一夫：化学工学，**35**，466（1971)：International Chemical Engineering，**11**，735（1971).

Weathering on granitic rocks in Imagane, Hokkaido

Hiroshi Shirahata and Tetsuo Suzuki

Abstract

Weathering effects on granitic rocks have been investigated. Relatively small acid plutonic bodies, which are distributed in Imagane, a district in southwestern Hokkaido, are hornblende biotite granodiorites, which are considered to be formed in the Cretaceous time. Field observations have disclosed that the weathering feature and processes of the granodiorites have been affected markedly by water. Especially, Masa was frequently found around the junctions of water streams. The degrees of weathering on a profile of a rock are divided into five macroscopic classes : fresh, slight weathering, moderate weathering, high weathering and Masa. Following the field observations, the mineralogical and geochemical changes developed on weathering profiles were investigated. The relative mineral stabilities, from the least stable to the most, are : plagioclase, biotite and hornblende, K-feldspar and quartz as expected. A gradual depletion in calsium and sodium, steep depletion in magnesium and dispersive variation in potassium during weathering are presented diagrammatically. A new weathering index, mole $(CaO + Na_2O + K_2O)$/mole Al_2O_3, is proposed. It is a good indicator of chemical weathering just as Reiche's WPI. Both indices, moreover, were directly related with bulk density of the granodiorites studied.

Introduction

The granitic rocks distributed in particular parts of southwestern Hokkaido have been studied petrographically and petrochemically by Suzuki and Nemoto (1935), Suzuki (1957), Sato and Shirahata (1965), and Tonosaki (1967). However, unfortunately, no systematic investigations on the weathering of them have been promoted.

Landslides triggered by heavy rainfalls have occurred frequently in weathered granitic regions (Koide, 1968a) : for instance, in July 1964 the eastern part of Shimane Prefecture was damaged heavily by numerous landslides. It is worthy to note that these areas are granitic regions consisted mainly of rocks which have been completely or almost transformed to Masa (Koide, 1968b ; Khono *et al.*, 1968). Rock weathering must be one of the essential factors in landslide disasters, and also weathering reactions would be considered to reflect the changes of chemical and mineralogical compositions and the changes in physical properties. Therefore studies on the weathering of granitic rocks may be of importance to the geologists as well as to the civil engineers.

Geochemical and mineralogical researches of weathering on granitic rocks in the southwestern part of Hokkaido were started several years ago. Some mineralogical alterations and chemical variations during weathering processes in the granodiorites in Imagane district are presented in the following sections.

Outline of geology

Imagane district situated on the eastern part of Setana-gun, roughly central area of

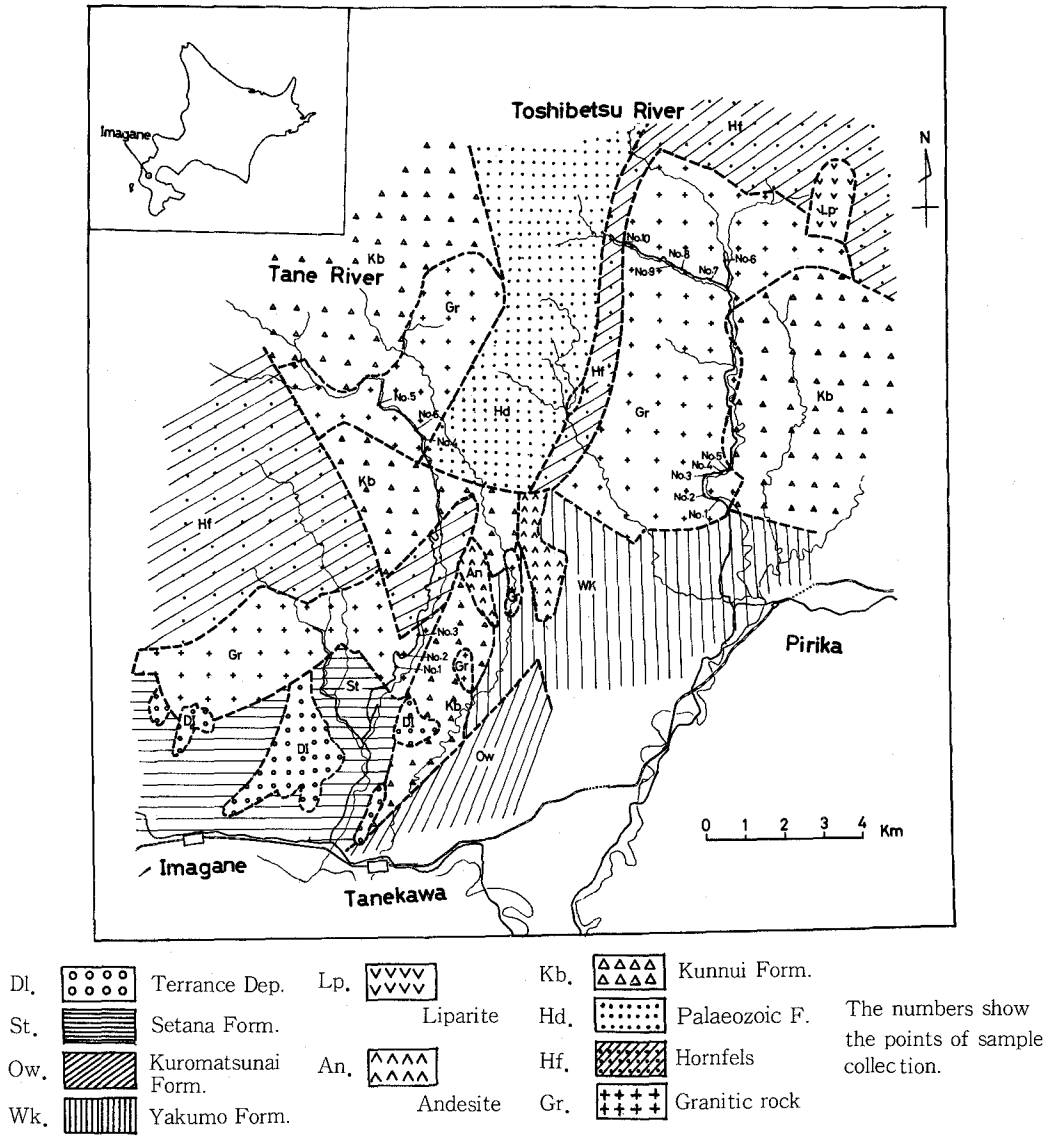
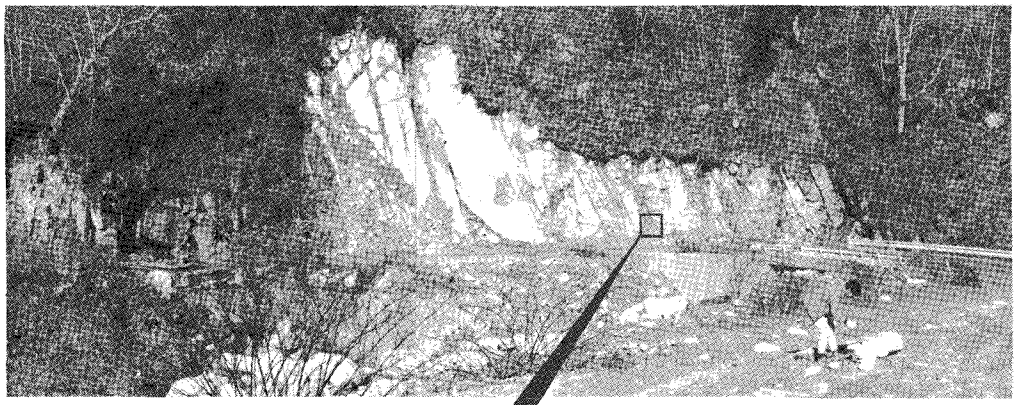


Fig. 1 Geological map of Imagane district

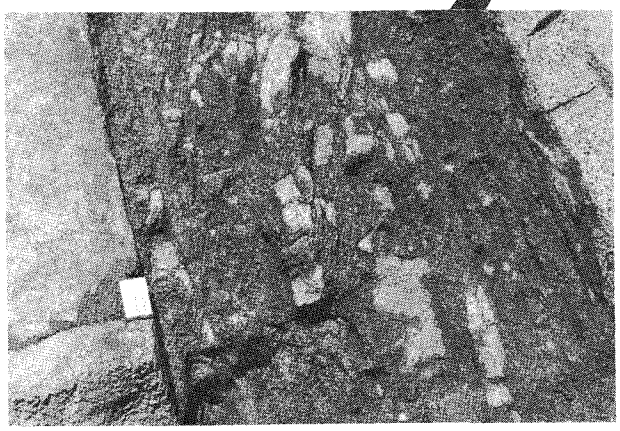
southwestern Hokkaido, is noted of the granitic intrusions. These granitic rocks there are the basements of Neogene Tertiary systems, which are divided into Kun-nui, Yakumo, Kuromatsunai and Setana formations in ascending order (Matsui *et al.*, 1955). Three principal granitic masses are located in north-western part of Imagane : the northern side of Imagane, the upper part of the Toshibetsu river and a part between them, as shown in a geological map (Fig.1). The granitic masses intrude discordantly into the pre-Tertiary

Plate A



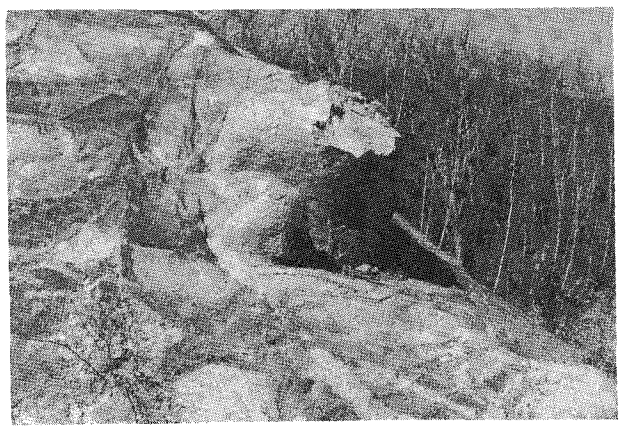
Outcrop showing the granitic rocks from fresh to weathered part.

Plate A



The clayey zone found in the fresh host rock.

Plate B



Outcrop showing Masa zone.

The large rounded blocks are the corestones escaped weathering.

formations that are composed of dominant black slate and gray coloured greywacke accompanied with chert and limestone, and are also covered unconformably with Neogene deposits. Pre-Tertiary formations have been considered as the Palaeozoic (Matsui *et al*., 1955). They have been widely affected by metamorphism and contact aureoles in particular are observed around the granitic bodies. The typical location of the contact aureole was found at the granitic body of the northern side of Imagane. Lithology of each plutonic rock shows a distinct difference in mineralogical and petrochemical compositions, and besides that essential mineral grains in marginal parts of every mass become finer. Since the report of Kawano and Ueda (1966), acid plutonic activity in Imagane district has been considered to be an event in the late stage of the lower Cretaceous.

Field description and collection

In order to study the weathering of granitic rocks, as given in a map, the samples were collected from twelve weathering profiles, in each of which there appeared clearly a series of weathering degree from fresh to Masa. These profiles observed on the outcrops would certainly be indicated *in situ* alteration. Samplings were made at roadcuts and recent excavations, and also fresh and weathered rocks were collected according to the following scale of weathering :

1) Fresh ; A rock specimen shows no macroscopic change in constituent minerals and stands against hittings with a hammer.

2) Slight weathering ; The rock still keeps its solidity, but a few reddish brown spots are found on its surface.

3) Moderate weathering ; The rock is easily broken by 4 or 5 hittings with a rock hammer. It contains oxidized iron and plagioclase, a major mineral in granitic rocks, becomes tarnished.

4) High weathering ; The rock's surface is nearly covered with iron rust, and appears porous. The rock can be broken by only one hammering.

5) Masa ; The rock can be broken apart with hands but the original granite fabric remains, which suggests that it is *in situ* weathering.

Although, roughly speaking, the degree of weathering increases gradually from fresh to Masa, a remarkable feature of the weathering degrees is that they do not always occur in a regular order. Photoplate A. shows a discordant weathering appearance. It appeared that a gritty clay zone in the middle of the picture is the result of violent weathering along a joint or fracture in the fresh granitic block. The boundary between unweathered host rock and clayey zone is quite sharp, in spite of the presence of watery zone. It is observed generally that the granitic rocks around the junctions of water streams are altered strongly, and frequently becomes to Masa. This most weathered part, Masa zone, consists mainly of crossed clay bands of several centimeters in thickness and friable sands of quartz, feldspars and mica in between them ; the former represent joints and fractures in the past. Comparatively fresh corestones are found frequently in these Masa (Photo B.). The weathering feature indicate that the original structure has been well preserved in Masa.

Table 1 Chemical analyses of frseh and weathered rocks

	I						
	75062208	75062212	75062210	75062213	75062211	75062101	75062105
SiO_2	65.89	65.54	65.90	65.21	68.00	61.74	62.43
TiO_2	0.66	0.63	0.62	0.60	0.45	0.77	0.73
Al_2O_3	13.97	15.25	14.75	15.32	14.02	16.18	15.88
Fe_2O_3	1.32	1.36	1.44	1.73	2.87	1.26	1.56
FeO	3.85	3.42	3.33	3.02	0.82	4.77	4.44
MnO	0.11	0.11	0.10	0.10	0.11	0.11	0.11
MgO	2.38	2.02	2.06	2.01	1.76	3.04	3.00
CaO	4.35	4.09	4.04	3.66	2.56	5.34	5.27
Na_2O	3.05	2.80	2.63	2.35	2.07	2.65	2.66
K_2O	2.90	3.18	3.58	3.41	2.56	2.76	2.35
P_2O_5	0.37	0.16	0.21	0.11	0.13	0.12	0.17
H_2O+	1.18	1.25	1.03	1.52	2.19	1.27	1.31
H_2O-	0.18	0.29	0.28	0.64	2.62	0.23	0.38
Total	100.21	100.10	99.97	99.68	100.16	100.24	100.29

II			III				
75062102	75062103	75062104	75062119	75062122	75062123	75062120	75062121
61.92	61.80	61.10	68.80	69.25	69.53	69.54	70.02
0.76	0.69	0.70	0.36	0.32	0.30	0.30	0.28
15.53	15.75	15.26	15.23	15.10	15.25	15.14	15.11
1.60	2.63	3.66	0.49	0.84	1.56	2.45	2.03
4.66	3.55	2.47	2.85	2.55	1.62	0.86	0.76
0.11	0.10	0.08	0.10	0.09	0.07	0.05	0.05
3.14	3.07	2.97	1.13	1.10	0.96	0.85	0.79
4.99	4.60	3.88	3.19	3.13	2.62	2.34	2.33
2.58	2.45	2.16	3.18	3.20	3.10	3.00	2.99
2.90	2.60	2.58	3.76	3.39	3.48	3.93	3.78
0.14	0.11	0.12	0.09	0.09	0.09	0.08	0.08
1.42	1.83	2.62	0.87	0.84	1.15	1.19	1.21
0.40	0.82	1.73	0.15	0.21	0.34	0.46	0.59
100.15	100.00	99.33	100.20	100.11	100.07	100.19	100.02

I : Hornblende biotite granodiorite
5.4km northern part of Tanekawa
75062208 fresh
75062212 slight weathering
75062210 moderate weathering
75062213 high weathering
75062211 Masa

II : Hornblende biotite granodiorite
3.2km northern part of Pirika
(marginal part of the granitic mass)
75062101 fresh
75062105 slight weathering
75062102 moderate weathering
75062103 high weathering
75062104 Masa

III : Hornblende biotite granodiorite
3.7km northern part of Pirika
75062119 fresh
75062122 slight weathering
75062123 moderate weathering
75062120 high weathering
75062121 Masa

Petrography

In general, granitic bodies in Imagane district are light gray, medium-grained hornblende biotite granodiorites. Their texture are hypidiomorphic granular. In a thin section of the fresh sample plagioclase is subhedral, usually polysynthetically twinned and at the same time weakly zoned crystals, while potash feldspars are wholly allotridiomorphic and fill the interspaces between the surrounding minerals ; there is only a trace of kaoline in potash feldspar and also a small amount of sericite is found here and there in plagioclase. The amount of hornblende contained in granodiorites found along the Toshibetsu river, the northern side of Pirika, is slightly smaller than those in granitic bodies of other parts of Imagane. Particularly, this modal composition in a sample from Chaya-gawa is very small (Sato and Shirahata, 1965). The biotite, a major ferromagnesian mineral present, is of a subhedral, sometimes idiomorphic slender shape. Even in a sample of relatively fresh rock, it is often altered to the chlorite along cleavage planes and fractures, and is somewhat stained with iron oxides. In the early phases of weathering sequence, sericitization and kaolinization occur on some parts of the plagioclase surface. These reactions take place initially around calcic cores, cleavages and cracks. A little amount of kaoline is observed on K-feldspar surface and a slightly larger amount of chlorite is produced on the surfaces of both hornblende and biotite. The next stage of alteration is characterized by plagioclase with prominent sericite and kaoline, potash feldspar showing gradational enrichment of kaoline, and ferromagnesians with a considerable amount of chlorite and iron oxides. In the late and final stages of weathering, almost all plagioclase is transformed to aggregations dominantly of kaoline clay and micaceous minerals. A great deal of kaoline clay and some micaceous minerals are found in K-feldspar. Hornblende and biotite are converted nearly perfectly to chlorite and other clay minerals, therefore they sometimes show pseudomorph and/or completely irregular appearance in shapes under the microscope. Iron-oxide network or veinlet derived from the dissolution of mafic minerals are spread on the highly weathered rock surfaces. On the other hand, quartz, being the most resistant mineral, has no considerable changes during weathering, though in the final weathering phase it becomes smaller and fragmental crystal. A trace of calcite was developed in the thin section of the granodiorite from the upper side of the Toshibetsu river. It is not clear whether this is a product of the weathering or the hydrothermal alteration. Relative mineral stabilities in granodiorite found on the basis of microscopic observations, from least to most stable, are : plagioclase, biotite and hornblende, potash feldspar, and quartz. This stability order agrees well with the previous investigations by Harris and Adams (1966), and Jin-nai (1973).

Chemical variation

Sample of various weathering stages, 1-2Kg each, were crushed to less than 60 mesh in size, and a quarter of each was grinded finely in a agate motor and analyzed chemically by the ordinary wet method except for calsium, magnesium, sodium and potassium (Shirahata, 1972). Alkaline and alkaline earth metals were determined by the atomic absorption spectrophotometry (Terashima, 1970) using a spectrophotometer Hitachi model 508. The results are

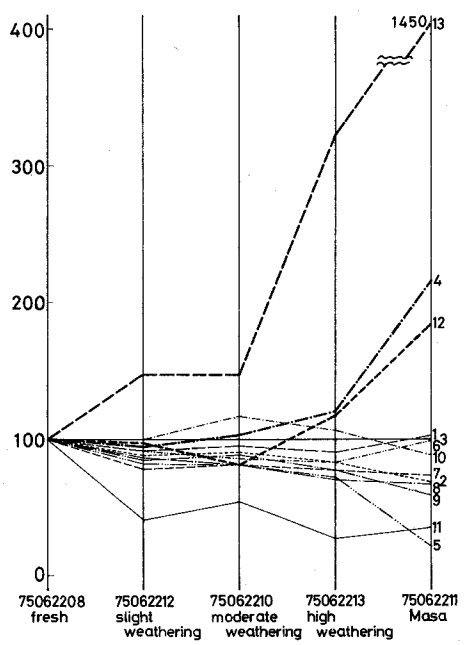


Fig. 2 Chemical variations during weathering

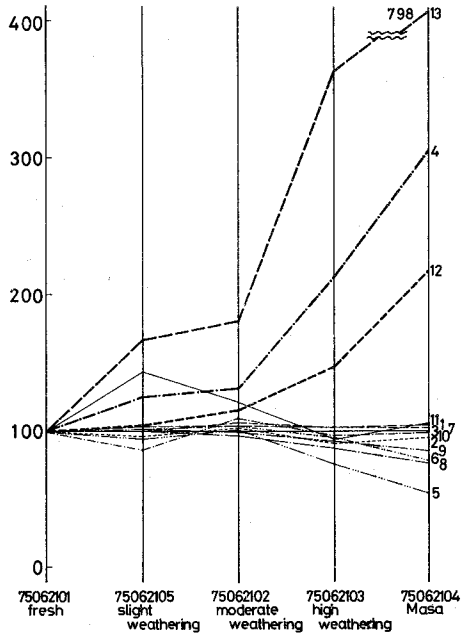


Fig. 3 Chemical variations during weathering

listed in Table 1. From the table, it is seen that the ferric iron and water contents of every mass enhance with increasing weathering, whereas the amounts of alkaline and alkaline earth elements reduce ; especially, decreases in lime and soda are clearly observed. When the individual granodiorite have been weathered from fresh to Masa, the chemical variations in them are given diagramatically in Figs. 2 to 4. Assuming that the aluminum content has remained constant throughout weathering (Harrison, 1934 ; Goldish, 1938 ; Brewer, 1955 ; and Nam and Taneda, 1974), these variations were calculated in the following way. When the contents of the individual elements in the each fresh rock are set to be 100, their relative variations, gain or loss, in each weathering stages have been computed and then these concentrations except Al_2O_3 were multiplied by the following correction factor :

$$\frac{Al_2O_3 \text{ in fresh rock}}{Al_2O_3 \text{ in any weathered rock.}}$$

As shown in figures CaO, Na_2O and FeO in every profile tend to decrease with increasing weathering, while H_2O (+), H_2O (−) and Fe_2O_3 tend to increase with weathering. No silica content in each figures shows considerable change. The rocks analyzed show little or slight enhancement in potassium content during most stages, but the potassium reduces sometimes in the final stage, Masa. There are no remarkable change in the manganese and phosphorus contents, though slight reduction in the titanium and magnesium are observed in

all analyzed suites.

Reiche (1943) devised a weathering potential index (WPI) which denotes degrees of chemical weathering. This index is defined as

$$WPI = \frac{100\text{mole } (K_2O + Na_2O + CaO + MgO - H_2O)}{\text{mole } (SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3 + CaO + MgO + Na_2O + K_2O)}$$

The values of WPI are generally reduced as weathering increases. The relationship between the WPI and the individual elements in a series of weathering rocks in Imagane are given in Figs. 5 to 9. The total H_2O, Na_2O, CaO, MgO and FeO contents in three weathering suites depend almost directly on the values of WPI, whereas K_2O for all suites are scattered on the diagram.

These chemical characteristics have been noticed not only in the granitic rocks from Imagane district but in those from Okushiri island (Shirahata, 1975). Jin-nai and Mukaiyama (1973) asserted that there was a close relation between the total H_2O and WPI for granitic rocks from Iizuka, Kyuragi and Yasu in the northern part of Kyushu, and they also pointed out the significant correlations for CaO and Na_2O.

Weathering process for granitic rocks is a history of the dissolution and alteration in their constituent minerals and, consequently, chemical changes during weathering would be related closely to mineral breakdown. From the result of microscopic observations the most unstable mineral for the weathering was plagioclase. In the incipient stage, plagioclase con-

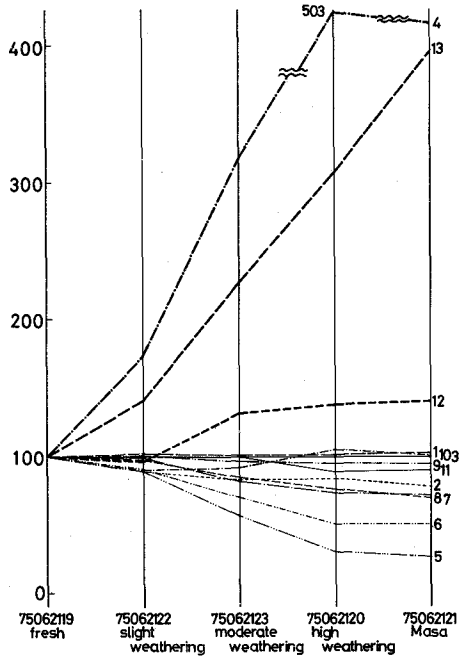


Fig. 4 Chemical variations during weathering

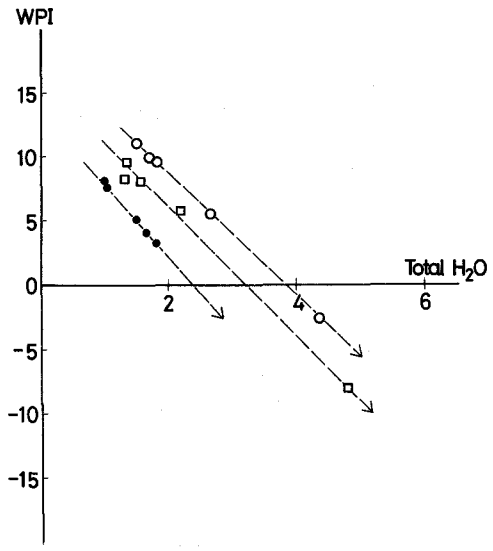


Fig. 5 Relation between WPI and Total H_2O

Solid circle ; 3.7km northern part of Pirika.
Opened circle ; 3.2km northern part of Pirika.
Square ; 5.4km northern part of Tanekawa.

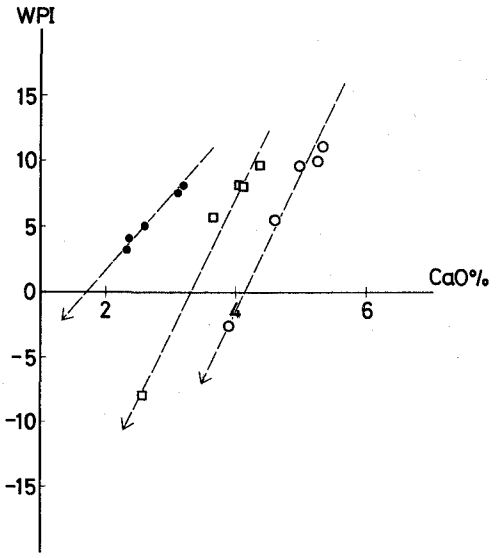


Fig. 6 Relation between WPI and CaO
The symboles are the same as Fig. 5

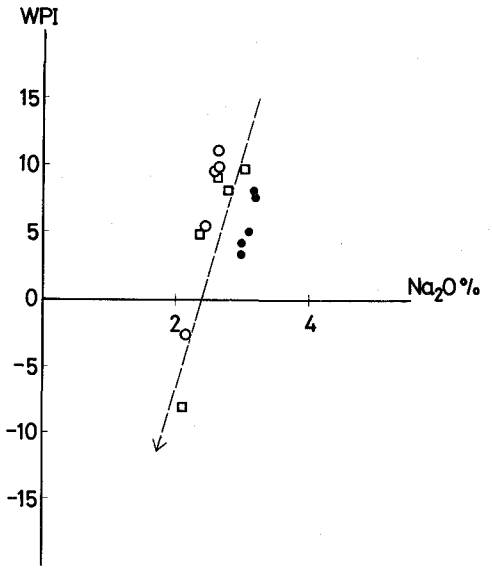


Fig. 7 Relation between WPI and Na_2O
The symboles are the same as Fig. 5

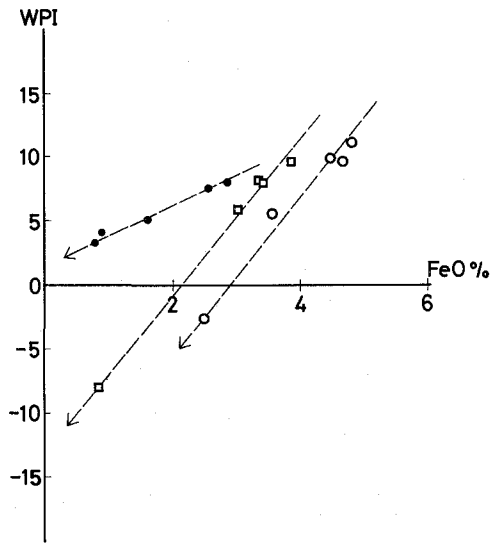


Fig. 8 Relation between WPI and FeO
The symboles are the same as Fig.5

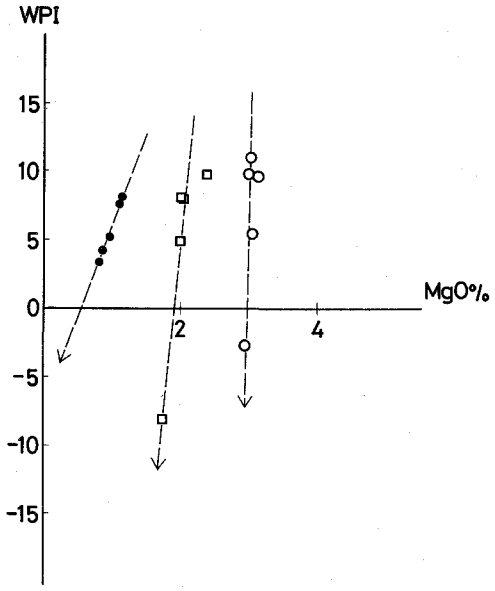


Fig. 9 Relation between WPI and MgO
The symboles are the same as Fig. 5

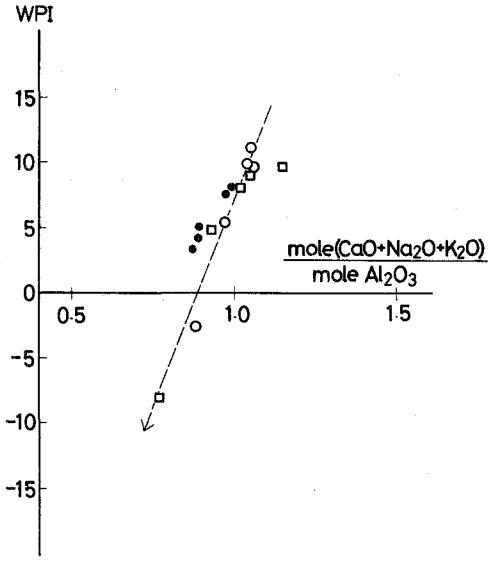


Fig.10 Relation between WPI and $\frac{\text{mole (CaO + Na}_2\text{O+K}_2\text{O)}}{\text{mole Al}_2\text{O}_3}$
The symbols are the same as Fig. 5

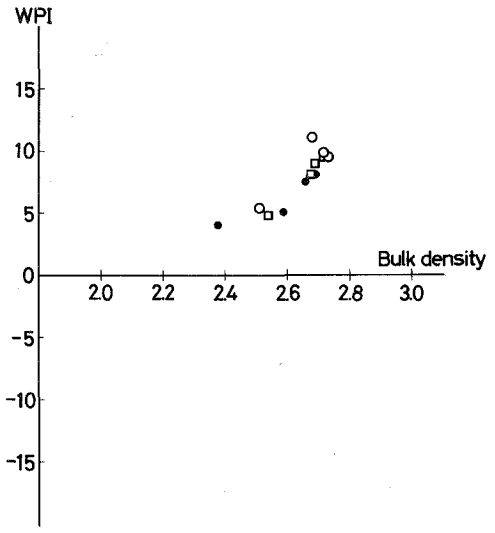


Fig.11 Relation between WPI and Bulk density The symboles are the same as Fig. 5

tained sericite. On the contrary, prominent kaoline clay is found on the plagioclase surface in the late stage of weathering. K-feldspar is gradually replaced by kaoline as weathering proceeds. Those facts must correspond directly to depletions of calsium and sodium, two main constituents of plagioclase. Ca loss process would be given by the following equation (Grant, 1963).

$$2CaAl_2Si_2O_8 + 4CO_2 + 6H_2O \longrightarrow Al_4Si_4O_{10}(OH)_8 + 2Ca(HCO_3)_2$$

A study by Kitano *et al.* (1967) supports the fact that calsium ions have been carried away in water in the form of bicarbonate. They also suggested that values Ca^{2+}(actually, Ca^{2+} + Mg^{2+}) and HCO_3^{2-} in water can be utilized as indicators of rock weathering. Sodium would be resolved the solution, as shown in the following reactions (Thompson, 1972).

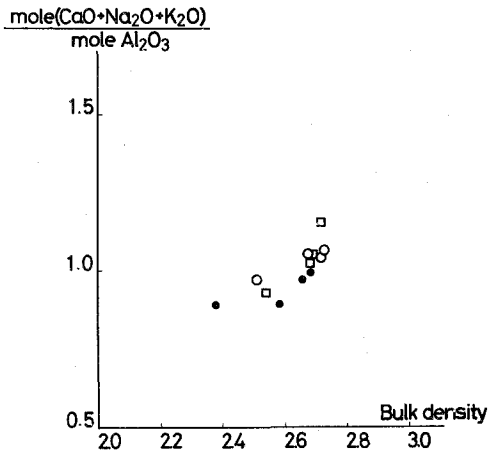


Fig.12 Relation between $\frac{\text{mole (CaO+Na}_2\text{O+K}_2\text{O)}}{\text{mole Al}_2\text{O}_3}$ and Bulk density
The symboles are the same as Fig. 5

$$2NaAlSi_3O_8 + 2H^+_{soln.} + 9H_2O_{soln.} = Al_2Si_2O_5(OH)_4 + 2Na^+_{soln.} + 4Si(OH)_{4\,soln.}$$
albite kaolinite

On the other hand, it was observed that there was an irregular variation in potassium which is a mobile cation in K-feldspar. This appears to be connected with sericitization in the feld-

Table 2 Chemical weathering indices and physical properties of fresh and weathered rocks from Imagane.

	WPI	Mole ratio	Bulk density	Shore hardness
75062208	9.68	1.15	2.72	83.0
75062212	8.03	1.02	2.68	77.1
75062210	9.00	1.05	2.69	74.4
75062213	4.83	0.93	2.54	45.5
75062211	−8.15	0.77		
75062101	11.10	1.05	2.68	75.1
75062105	9.89	1.04	2.72	61.5
75062102	9.65	1.06	2.73	74.7
75062103	5.49	0.97	2.51	20.8
75062104	−2.61	0.88		
75062119	8.11	0.99	2.69	80.7
75062122	7.61	0.97	2.66	84.3
75062123	5.07	0.89	2.59	67.2
75062120	4.16	0.89	2.38	24.2
75062121	3.36	0.87		

spars. A change in magnesium content would mainly depend upon the degree of the chloritization in hornblende and biotite. Because some of ferrous iron coming out of mafic minerals is fixed, it follows that the loss of iron during weathering in each profiles is not always definite.

Miyashiro and Kushiro (1975) asserted that ratio mole $(CaO + Na_2O + K_2O)/mole Al_2O_3$ computed from chemical compositions in igneous rocks was characterized essentially by their mineral assembleges. Especially, in the fresh acid plutonic rocks the ratio should be almost 1, and then, corresponding to the transition from fresh rock to Masa, the index should be reduced to zero. Because, as mentioned above, calsium and sodium are released and washed away by water during weathering and also potassium is carried away in the final stage. Calculated mole ratios for a series of weathering rocks are tabulated in Table 2, together with their WPI, bulk densities and Shore-hardnesses, and relations between them are presented in Figs. 10 to 12. Thus this ratio is shown to be a reasonable index as a measure of weathering degree.

Summary

In order to study the weathering of granitic rocks, acid plutonic masses in Imagane were selected. Field observations support that the role of water in weathering is to regulate the weathering degree and feature. Mineralogical changes during weathering in hornblende biotite granodiorites were almost the same microscopically as in those in other humid climates (Harris and Adams, 1966 ; Jin-nai, 1973). Relative mineral stabilities, from the least stable to the most, were : plagioclase, biotite and hornblende, potash feldspar and quartz. Due to alteration of constituent minerals, chemical variations take place in each weathering suite. Assuming that alumina is constant during weathering, ferric iron and water are enriched fairly, but calsium, sodium and ferrous iron reduce gradually. Changes in silica and potassium is not definite. Depletions in manganese and phosphorous are not necessarily definite.

It was ascertained that Reiche's WPI was usefull as a measure of chemical weathering degree. Similarly the ratio mole $(CaO + Na_2O + K_2O)/mole Al_2O_3$ would be regarded as a good index of weathering degree. Moreover, both indices were directly related to bulk density of the granodiorites studied here.

Acknowledgments. ——— We are gratefull to Dr. H. Sato for his continual encouragements and advices. Thanks are also due to Dr. J. Sato of Hokkaido University, whose support has helped us in the investigation. The authors wish to thank Dr. M. Kitamura of Hokkaido University, for kindly reading the manuscript.

(Received May. 22, 1976)

References

Brewer, R., 1964, Fabric and mineral analysis of soils, John Wiley & Sons, New York.

Goldish, S. S., 1938, A study in rock weathering, Jour. Geology, v. 46, p. 17–58.

Grant, H. W., 1963, Weathering of Stone mountain granite, Eleventh Nat. Conf. Clays and Clay minerals, p. 65–73.

Harris, R. C. and Adams, J. A. S., 1966, Geochemical and mineralogical studies on the weathering of granitic rocks, Am. Jour. Sci., v. 264, p. 146–173.

Harrison, J. B., 1934, The katamorphism of igneous rocks under humid tropical conditions, Harpenden, Imp. Bur. Soil. Sci.

Jin-nai, K., 1973, On the weathering process of the granites in Mikawa district, Aichi Prefecture, Reports of the Government Industrial Research Institute, Kyushu, No.10, p. 582–591 (in Japanese with English abstract).

Jin-nai, K. and Mukaiyama, H., 1973, On variation of some characteristic of granitic rocks through weathering —— For utilization of the weathered granitic rocks as industrial resources ——, Min. Geology, v. 23, p. 411–423 (in Japanese with English abstract).

Kawano, Y. and Ueda, Y., 1966, K-Ar dating on the igneous rocks in Japan (IV) —— Granitic rocks in northeastern Japan —— Jour. Jap. Ass. Miner. Petrol. Econ. Geol., v. 56, p. 41–55 (in Japanese with English abstract).

Khono, Y., Namba, S., Takiguchi, K., Kurotori, T., Arimitsu, K. and Kobayashi, C., 1968, Roles of topography, soil and forest in the landslides of a weathered granite area, Reports of Cooperative Research for Disaster Prevention, No. 14, p. 77–112, Nat. Res. Cen. Dis. Prev., Tokyo (in Japanese with English abstract).

Kitano, Y., Kato, K., Kanamori, S., Kanamori, N. and Yoshioka, R., 1964, Rockslides resulting from the geochemical weathering of parent materials, Disaster Prevention Research Institute Annuals, No. 10A, p. 557–587 (in Japanese with English abstract).

Koide, H., 1968a, Landslides in granitic regions based on geological classification with special reference to devastation in granitic regions, Reports of Cooperative Research for Disaster Prevention, No. 14, p. 5–22, Nat. Res. Cen. Dis. Prev., Tokyo (in Japanese).

————, 1968b, Landslide disasters in mountainous regions in the Shimane prefecture, *ibid*., No. 14, p. 23–30. (in Japanese).

Matsui, K., Doi, S., Takeda, H., Uozumi, S., Fujie, T., Akiba, T., Yoshimura, N., Yamaguchi, S., Obara, T. and Odakiri, T., 1955, Report on the surveys of geology and ore deposit in the northeastern part of Imagane, Hokkaido, Geological Survey of Hokkaido, Sapporo, Japan pp. 56 (in Japanese).

Miyashiro, A. and Kushiro, I., 1975, Ganseki gaku II, Kyo-ritsu Shippan, Tokyo, pp. 171 (in Japanese).

Nam, K. and Taneda, S., 1974, Relative movility of major elements in decomposition of granitic and basaltic rocks in Fukuoka, Japan, Chigaku kenkyu, v. 25, p. 257–267 (in Japanese).

Reiche, P., 1943, Graphic representation of chemical weathering, Jour. Sed. Petrology, v. 13, p. 58–68.

Sato, H. and Shirahata, H., 1965, Geochemical studies of the granitic rocks from southwestern Hokkaido, Japan, Jour. Jap. Ass. Min. Pet. Econ. Geol., v. 54, p. 14–22 (in Japanese with English abstract).

Shirahata, H., 1972, Chemical analysis of the geochemical standards JG-1 and JB-1, Mem. Muroran Inst. Tech.

Science and Engineering, v. 7, p. 201−209 (in Japanese with English abstract).

Shirahata, H., 1975, Weathering on the granitic rocks in Okushiri island, Presented at the Joint Annual Meeting of the Mineralogical Society of Japan, the Society of Mining Geologists of Japan and the Japanese Association of Mineralogists, Petrologists and Economic Geologists, October 1975, abstracts p. 69. (in Japanese).

Suzuki, J. and Nemoto, T., 1935, The chemical composition of the granitic rocks in Japan, Jour. Fac. Sci. Hokkaido Univ., Ser. IV., p. 1−48.

Suzuki, Y., 1957, On the granitic rocks in Hokkaido, Jour. Fac. Sci. Hokkaido Univ., Ser. IV, p. 519−536.

Terashima, S., 1970, Determination of sodium, potassium, magnesium, calsium, manganese and iron in the silicate rocks and terrestrial water by atomic absorption spectrophotometry, Bull. Geol. Serv. Japan,v. 21, p. 693−707 (in Japanese with English abstract).

Thompson, A. B., 1972, The instability of feldspar in metamorphism, The feldspars, Manchester Univ. Press, New York, p. 645−672.

Tonosaki, Y., 1967, On the chemical composition of the granitic rocks in Hokkaido, Japan, Professor Hidekata Shibata Memorial Volume, p. 103−112 (in Japanese with English abstract).

円管内を水力輸送される固体球群の垂直方向の確率密度関数について

奥田教海・山岸英明

The Function of Vertical Probability Density of Small Spheres in a Horizontal Circular Warter Pipe

Kyokai Okuda and Hideaki Yamagishi

Abstract

In this paper we report that the probability density of small spheres is obtained by using density distribution of small spheres in a horizontal water pipe. It is assumed that the vertical diffusivity is independent of horizontal dispersion of spheres in a pipe. Especially, the vertical probability density and diffusivity are estimated experimentally.

I. 緒　　言

近年流体による固体の輸送の問題がクローズアップされつつある。たとえば空気流による粉体の輸送，水流を利用しての石炭・土砂・パルプ・様々のカプセルなどの輸送がある。これら実際的な問題に対しては数多くの論文が発表されている。比較的盛んに研究が行なわれ，かつ実際に応用されているのは円管による水力輸送の場合である。この場合における最も重要な問題は固体濃度に対して圧力損失がどのように変化するかということにある。そしてさらに流量と関係づけることにより輸送効率を議論できる。一方固体粒子群が管内を移動する際，管断面上にどのように分布するか即ちフロー・パターンを様々の条件の下で調べることによっても輸送効率の問題を検討できる。本報告はフローパターンを取扱う一方法として固体粒子群が任意の管断面を通過する際に，その断面上の任意の点を通る確率密度関数について考察した。この確率密度関数より垂直方向の分散係数を求めることを試みた。

II. 解　　析

円管内を水力輸送される球群の運動において球の存在はマルコフ連鎖に従う確率過程で記述できる。このような場合球群はキャリア流体の流れに運ばれながら，主流方向およびそれに垂直な方向に分散する傾向を示す。ある球が時刻tに点（x，y）に存在する確率をP（x，y，t）とすると次式で球群の拡散を記述できる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + C_x\frac{\partial p}{\partial x} - C_y\frac{\partial p}{\partial y} = K\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + D\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \qquad \cdots(1)$$

球の存在の確率は主流方向（x方向）とそれに垂直な方向（y方向）それぞれ独立に定まると仮定すれば次式のように書き換えられる。

$$p(x, y, t) = \psi(x, t)\phi(y) \qquad \cdots(2)$$

(2)式を(1)式に代入すれば

$$\phi\frac{\partial \psi}{\partial t} + C_x\phi\frac{\partial \psi}{\partial x} - C_y\psi\frac{\partial \phi}{\partial y} = K\phi\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + D\psi\frac{\partial^2 \phi}{\partial y} \qquad \cdots(3)$$

(3)式を整理すると

$$\phi\frac{\partial \psi}{\partial t} + C_x\phi\frac{\partial \psi}{\partial x} - K\phi\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = C_y\psi\frac{\partial \phi}{\partial y} + D\psi\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \equiv k \qquad \cdots(4)$$

定数 k は明らかにx，y，tには依存しない単なる定数と見做せる。今ここで $k=0$ とすると(4)式は次の2つの式と等価である。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -C_x\frac{\partial \psi}{\partial x} + K\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \qquad \cdots(5)$$

$$C_y\frac{\partial \phi}{\partial y} + D\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \qquad \cdots(6)$$

(5)式は Fokker-Planck の式として知られているものである。この(5)式による詳しい検討は次報以下で行なうことにし，本報告では管の垂直方向の確率密度関数 ϕ(y) のみを考えることにする。

(6)式より

$$\phi = \frac{D}{C_y}\frac{\partial \phi}{\partial y} + A_1 \qquad \cdots(7)$$

一方 Barnard 等[1]は球の垂直方向の移動に対して次のように考えている。即ち球の静水中で沈降速度をVとすれば，任意の垂直断面内において単位長さを持つ水平面を下方に横切る球の確率は

$$\phi_1 = V\phi(y) \qquad \cdots(8)$$

また同じ平面を水の乱れによる拡散力で上方に横切る確率は

$$\phi_2 = v_\tau a D\frac{d\phi}{dy} \qquad \cdots(9)$$

定常状態では $\phi_1 = \phi_2$ となる。以上の事を考慮すれば(7)式のようになる。

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{V}{v_\tau a D}\phi \qquad \cdots(10)$$

ただし　v_τ：摩擦速度（$U\sqrt{\lambda/8}$，λ：摩擦損失係数）

$$z = y/a \qquad \cdots(11)$$

$$A_1 = 0 \qquad \cdots(12)$$

$$C_y = V/v_\tau \qquad \cdots(13)$$

ここでC_yはドリフト係数と呼ばれる。

(10)式を解けば

$$\phi(z) = \phi_0 \exp(Mz) \qquad \cdots(14)$$

ただし

$$\begin{cases} z = 0: \quad \phi = \phi_0 \\ \gamma = V/U \quad (U\text{は主流速度}) \\ M = \gamma U/v_\tau D \end{cases} \qquad \cdots(15)$$

Ⅲ．垂直方向の分散係数，Dについて

確率密度ϕ（z）が定まれば(14)式を次式に書き換えたものより分散係数Dが算出できる。

$$\log_{10}\phi(z) = \log_{10}\phi_0 + (M\log_{10}e)z \qquad \cdots(16)$$

$M\log_{10}e$は$\log_{10}\phi$（z）VS. zの関係を求めた時の勾配になる。従ってこのMを知れば(15)式からの

$$D = \frac{\gamma U}{v_\tau M} = \frac{\gamma U \log_{10} e}{v_\tau m} \qquad \cdots(17)$$

によってDが求まる。ここでmは勾配で$M\log_{10}e$に等しい。

Ⅳ．濃度分布n（z）と確率密度関数ϕ（z）

高さzの位置を通過する球に着目すれば次式が成り立つ。

$$n(z) = N\phi(z)\,A(z)\,u(z) \qquad \cdots(18)$$

ただし　A，uはそれぞれzの位置での面積と主流速度

N：球の総数

$$\int_{-a_0}^{a_0} n(z)dz = N \qquad \cdots(19)$$

$$\int_{-a_0}^{a_0} \phi(z)\,A(z)dz = 1 \qquad \cdots(20)$$

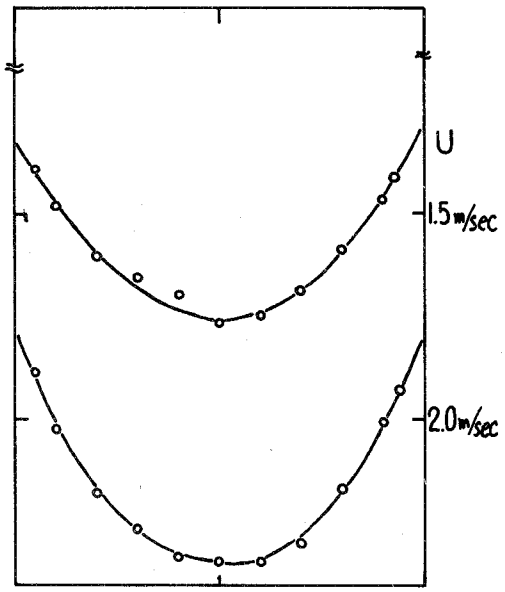
$\pm a_0 = \pm(1-\alpha)\,a$，$\alpha$=d／2$a$：dは球の直径

Ⅴ．実　　験

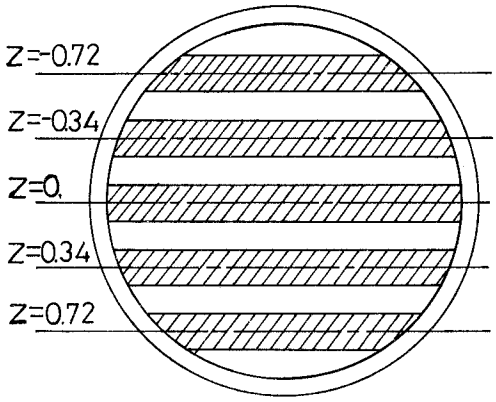
前述の解析結果をもとに直径100 mmの円管内を水力輸送されるアクリル（直径12 mm,

第1表 測定結果

	U=1.5m/sec			U=2.0m/sec		
	Z			Z		
RUN	0	0.34	0.72	0	0.34	0.72
1		5	29	1	21	37
2		4	24	1	17	28
3	3	4	32	1	12	36
4		4	31	1	17	33
5	1	4	38	1	10	38
6		8	31		11	34
Total	4	29	185	5	88	206
n(z)/N	0.018	0.133	0.849	0.017	0.294	0.689



第2図 測定部における垂直方向速度分布



第1図 測定部における円管断面

第2表 $\phi(z)$ の計算結果

$\phi(z)$	U=1.5m/sec	U=2.0m/sec
ϕ(0)	0.069	0.069
ϕ(0.34)	0.603	1.303
ϕ(0.72)	5.608	4.066

比重 1.20) 球群の場合について実験を行ない，確率密度関数および垂直方向の分散係数を求めた。実験装置および測定方法は既報[2]のものと殆んど変らないので省略する。ここでは測定箇所の円管断面を第1図に示す。図のように管断面を斜線部のように5層に区別し，この部分を通過する球を光電管で検出するようになっている。測定は主流平均速度で1.5m／secと2.0m／secの2つの場合について行ない，その結果を第1表に示す。

また各値は次のようになる。

沈降終速度（V）：0.17m／sec

γ（V／U）　：U＝1.5m／sec の時　0.113

U＝2.0m／sec の時　0.085

摩擦速度（$v\tau$）　：　$v\tau = U\sqrt{\lambda/8}$　（λは円管の摩擦損失係数）

U＝1.5m／sec の時 λ＝0.0147

$v\tau$＝0.0645（m／sec）

U＝2.0m／sec の時 λ＝0.0148

$v\tau$＝0.0851（m／sec）

速度分布，u（z）は第2図に示す円管断面の中心を通る垂直方向のものを用いた。

この図より $u_{maximum}$ で無次元化した各層の速度は以下のようになる。

U＝1.5 m／sec の場合

u（0）＝1.00

u＝（0.34）＝0.91

u（0.72）＝0.87

U＝2.0m／sec の場合

u（0）＝1.00

u（0.34）＝0.97

u（0.72）＝0.89

各層の面積，A（z_i）：

A（0）＝0.227

A（±0.34）＝0.2125

A（±0.72）＝0.174

ただし ΣA（z_i）＝1.0

以上の数値を用いて求めた確率密度関数の値を第2表に示す。これらの確率密度関数は(20)式の条件を満たす。即ち

$$\sum_i \phi(z_i)\, A(z_i) = 1 \qquad \cdots(21)$$

第2表の結果を第3図に示す。第3図より勾配mはそれぞれ次のように得られた。

U＝1.5m／sec の場合　：m＝5.48　また　D＝0.479，M＝5.48

U＝2.0m／sec の場合　：m＝1.32　また　D＝0.657，M＝3.04

垂直方向の分散係数Dの結果を Barnard 等の値と比較するために第4図に示した。上記のMの値および第3図の z＝0 のϕの値より確率密度関数は本実験の場合次のようになる。

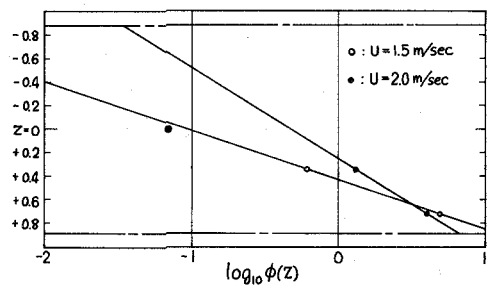
$$U = 1.5 m/\text{sec} \quad : \quad \phi(z) = 0.092 \exp(5.48 z) \qquad \cdots(22)$$

$$U = 2.0 m/\text{sec} \quad : \quad \phi(z) = 0.465 \exp(3.04 z) \qquad \cdots(23)$$

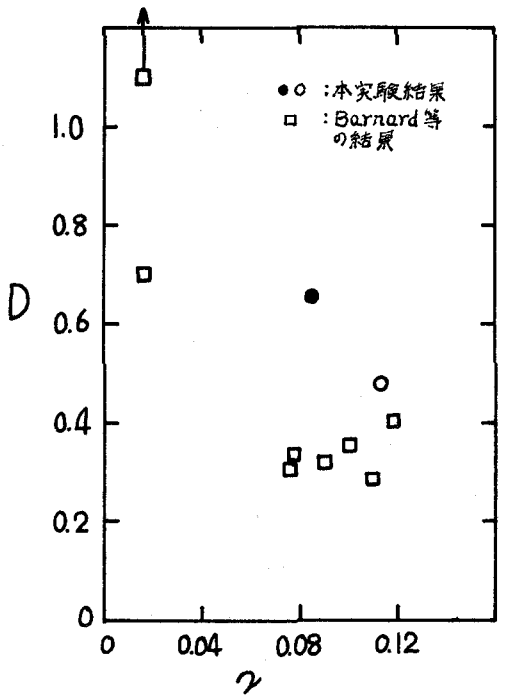
VI. 検　　討

理論的には(2)式の仮定が成り立つかどうか気になるところである。実際に球群が流れ始める最初の状態の影響が消滅する程充分に運ばれた地点から先はこの仮定が妥当と思われる。しかしながら球相互の衝突などによる作用の影響の程度の差によって垂直方向の分散係数が変化すると考えた方が適切である。従って(2)式は球の相互作用が全く無視できる場合に満足すべきものである。実験も以上の事を考慮して比較的少数の球を用いて行なった。最終的に得られた(22),(23)の両式は球群の密度が高くなるような場合には変化させる必要がある。さらに実験について言えば装置上の問題に加え，充分に統計処理を行なえる程多数測定を繰返していない。本実験結果は試行的な性格を持つもので今後測定を重ねるつもりである。また(5)式を解くことにより主流方向の拡散の問題が理論的・実験的に検討できる。この問題も現在解析を進めている。

終りに室蘭工大機械系学科・流体工学研究室の諸氏のご協力を得ましたので深く感謝申し上げます。



第3図　確率密度関数 ϕ (z)



第4図　拡散係数Dと γ の関係

（昭和51年5月21日受理）

文　　献

（1）Barnard, B.J.S. & Binnie, A.M. : J. Fluid Mechanics, Vol.15 (1963) 35.
（2）奥田教海：室蘭工業大学研究報告，第8巻第3号（昭和51年）671.

BEHAVIOR OF FUEL LIQUID-FILM FLOW IN INTAKE MANIFOLD OF TWO STROKE CYCLE ENGINE.

Shigenobu Hayashi and Norihiro Sawa*

Abstruct

In a carburettor engine, the most of fuel feed from a carburettor flows along inside wall of intake manifold in the from of liquid, which shows an aspect of very complex. Therefore, it seems that the behavior of liquid-film flow has a remarkable influence on, in particular, the cycle variation of effective mixture strength in the cylinder, the fuel distribution in a multi-cylinder engine and also the mixture formation during a transitional running.

Accordingly, to examine in detail the behavior of fuel liquid-film, the authors have tried to measure directly the amount of liquid-film by means of a separator inserted in intake manifold and at the same time to record the instantaneous behavior and the distribution of its thickness by the change in electric conductivity.

This paper presents the results obtained from the experiments as mentioned above.

1. Introduction

In a gasoline engine, the most of fuel supplied from a carburettor does not vaporize and flows along inside-wall of intake pipe to an engine cylinder as liquid. Not only the flow quantity of this liquid-fuel is remarkable influenced by the dimension of intake pipe system and the running condition but also the flow state shows an aspect of very complex.[1] Therefore, it seems that the behavior of fuel liquid-film flow has a remarkable influence on, in particular, the cycle variation of effective mixture strength in the cylinder, the fuel distribution in the multi-cylinder engine under a stationary operation and also the mixture formation during a transitional running[2]~[6]. Accordingly, to examine in detail the behavior of liquid-film flow, the fuel distribution and the fuel supplied state under a transitional running as well as a stationary operation, the authors have tried to measure directly the amount of fuel liquid-film flow by means of the separator inserted in the intake manifold of the small-sized two stroke cycle engine and to record the instantaneous behavior and distribution of fuel liquid-film thickness from the change in electric conductivity. Such experimental results will discribed in the following.

2. Experimental Apparatus and Method

2.1 Experiment on Behavior of Fuel Liquid-Film Flow

A general layout of expermental apparatus for the behavior is shown in Fig. 1. In this figure, an intake pipe system used is transparent, so that it is possible to observe the behavior of fuel liquid-film flow and to take the photograph of these. The authors used a test engine E-125 i.e. a crankcase compressed two stroke cycle engine for motor bicycle, whose dimensions are discribed in Table 1. Moreover, all the tests are carried out in the motoring state

* Prof. at the Ibaragi Univ.

Table 1 Dimension of test engine

Test engine	Stroke volume	Diameter of intake pipe	Type of inlet valve	velve timing		Cylinder number
				I.O.	I.C.	
E−125	123cc	21mm	Piston	70°	70°	1
E−360	359cc	36mm	valve	53°	68°	2

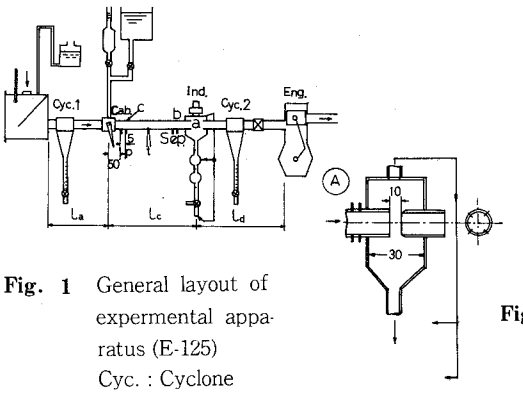


Fig. 1 General layout of expermental apparatus (E-125)
Cyc. : Cyclone
Cab. : Carburettor
p : Electrode
t : Thermocouple
Sep. : Separator (Fig. Ⓐ)
Ind. : Pressure indicator

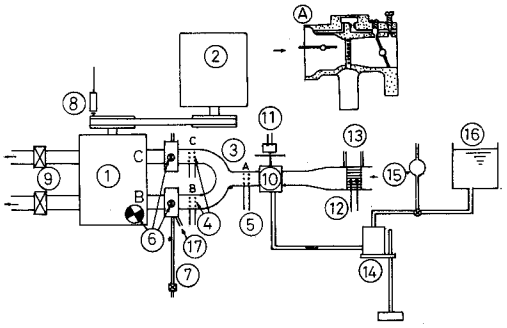


Fig. 2 Genral layout of experimental apparatus (E-360)
① Test engine ②Variable speed motor ③ Inlet pipe ④ ⑤ Electrode for measuring liquid-film thickness ⑥ Pressure indicator ⑦ Burette ⑧ TDC marker ⑨ Exhaust throttle valve ⑩ Carburettor ⑪ Index of carburettor openning ⑫ Instantaneous laminar flow meter ⑬ Manometer for laminar flow meter ⑭ Float chamber ⑮ Fuel flow meter ⑯ Fuel tank ⑰ Manometer for measuring inlet pressure

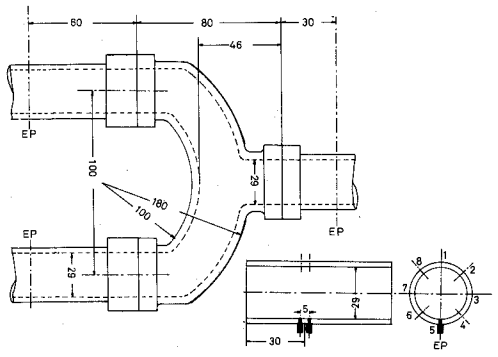


Fig. 3 Dimension of intake manifold
EP : Position of electrode

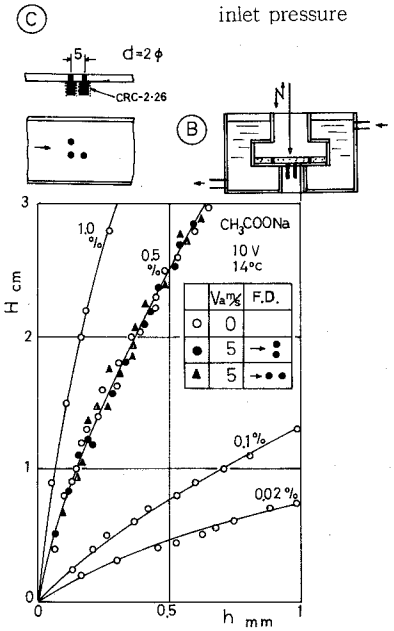


Fig. 4 Calibration curve (Concentration of solution)
H : Amplitude on oscillogrm
h : Thickness (or depth) of liquid-film

Table 2 Charactor of used rlethanol

Methanol CH_3OH	Specific weight	viscosity 20℃ cst	Suface tension 20℃ dyn/cm	Evaporating heat kcal/kg	Boiling point ℃	Evaporating velocity g/cm²·h	Specific heat kcal/kg ℃
	0.791	0.595	22.6	267.5	64.56	0.02~0.025	0.59

Table 3 Calculated value of $[G_a/G_f]/(G_a/G_f)$

Carburettor opning (θ) / Mixture ratio (G_a/G_f)	30°	90°
5	1.277	0.890
20	1.196	1.004

and then a separator and two cyclones were exserted, if necessary for the purpose of experiment. For the measurement of instantaneous thickness of fuel liquid-film, methanol (see Table 2) instead of gasoline is used as fuel, in which extremely small quantity of CH_3COONa is dissolved to increase the electric conductivity and the fuel liquid-film thickness is indirectly determined from the change in its electric conductivity owing to the thickness of solution. Therefore, the many electrodes were setted on the pipe wall in the respective positions (see Fig. 1) to measure the circumferential and longitudinal distribution of liquid-film thickness. The flow rate (G_{fl}) and thickness (h) of fuel liquid-film are simultaneously measured over a wide range of the intake pipe length (L_s), the flow rate of supplied fuel (G_f), the opening of carburettor (C) and the engine speed (N) etc..

2.2 Experiment on Distribution of Fuel Liquid-Film Flow

A general layout of experimental apparatus for the distribution is shown in Fig. 2. A test engine is a crankcase-compressed two stroke cycle engine with two cylinder E-360, whose main dimensions are discribed in Table 1 and all the tests carried out in the motoring state. An intake pipe system ③ wth the exception of branch part is transparent so that it is possible to observe the state of fuel liquid-film traveling from a carburettor to the individual cylinder via an intake manifold and to take the photograph of these. Beside, to measure the instantaneous thickness of fuel liquid-film flow, the many electrodes were setted on the inside-wall in front and in rear ④ ⑤ of branch part of intake manifold and that two separators ⑦ were inserted in the cylinder side to measure directly its flow quantity. The principle dimension and shape of intake manifold are shown in Fig. 3. Further, though regular gasoline was mainly used to examine the effects of various factors on the quantitative distribution of fuel liquid-film flow, on the other hand, for experiment pertaining to the behavior of fuel liquid-film thickness, methanol instead of gasoline was emploied as fuel, in which contains CH_3COONa of 0.1~1 volume percentage. In the wide range of various operating conditions, that is, the carburettor opening (Θ) is from 30° to 90 (full open), the inclinated angle (β) of intake manifold is 4°~−4°, the additional pipe length (L_s) is 0~100cm and the mixture ratio (G_a/G_f) is 5~20 etc., we measured breathing air capacity (G_a), the amount of supplied fuel (G_f), the quantity of fuel liquid-film flowing to individual cylinder (G_{lb}, G_{lc}) and its temperature (t) after the engine condition reached to a stationary state in

motoring operation. Moreover, to examine the principle cause of maldistribution, the circumferential distribution of fuel liquid-film thickness in each position ④, ⑤ and the pressure variation in both crankcase ⑥ and intake pipe ⑥ are simultaneously recorded on a electromagnetic oscillogram.

2.3 Measurement of Fuel Liquid-Film Thickness

Before adopting the method, as was stated previously, we have repeated many preliminary experiments on the selection of electrode's material and of substance to be dissolved and then the condition of fuel liquid-film formation, which is mainly affected by its viscosity and surface tention etc.. In general, since the electric conductivity of fuel (i.e. solution) can be changed by its concentration, the temperature decrease of the solution due to evaporation and the source voltage for measuring circuit etc. as understood from Fig. 4 and Fig. 5, it is necessary to determine the experimental conditions. Therefor, we adopted the following conditions from the experimental results.

Electrode's material : platinum or stainless steel
Electrode's diameter : 2mm ϕ (see Fig. 4 ©)

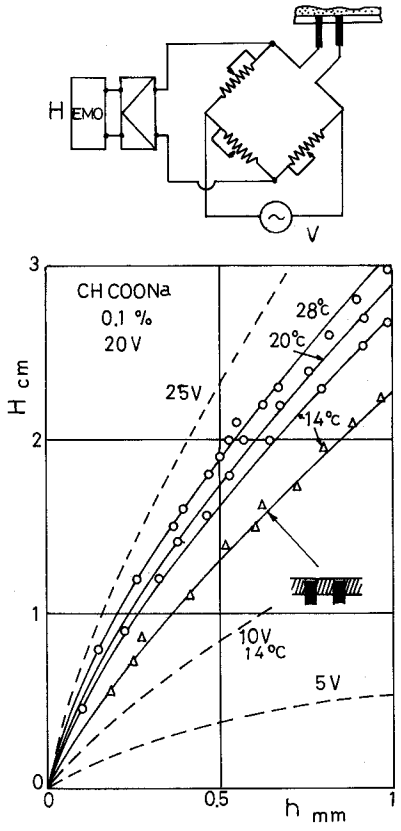


Fig. 5 Calibration curve (Effects of source voltage and fuel tempereture)

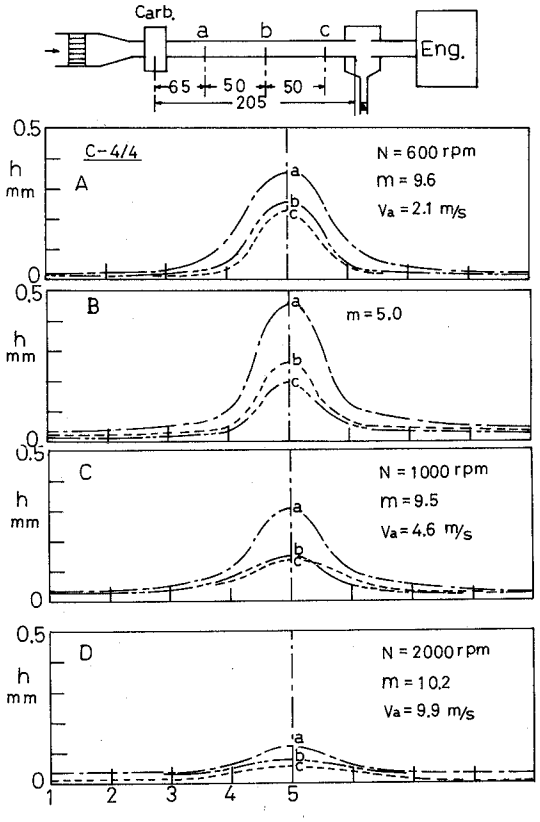


Fig. 6 Circumferential distribution of fuel liquid-film thickness for engine speed (E-125)

Distance between electrodes : 5mm (see Fig. 4 ©)
Source voltage : 5 V (50 Hz)
Fuel : wood alcohol
Dissolved substance : CH_3COONa (volume ratio 0.1~1%)

3. Experimental Results and Considerations

3.1. Flow Rate and Thickness of Fuel Liquid-Film under Stationary Operation

3.1.1 Intake Pipe Length (L_s)

The distribution of fuel liquid-film thickness (h) in the longitudinal direction of intake pipe depends on the spray's condition of fuel flowing out from a carburettor, the adhesion of floating fuel droplet to the pipe wall, the evaporation from fuel liquid-film flow, the gravitational force etc., so that the phenomenon is extremely complicated and can be changed by not only the atomospheric state but also the driving condition of engine, that is, the mixture ratio (m), the opening of carburettor (C) and the engine speed (N) etc..

For this reason, the authors have not been able to draw any systematic conclusion, but the outline of results obtained from Fig. 6 and Fig. 7 are as follows.

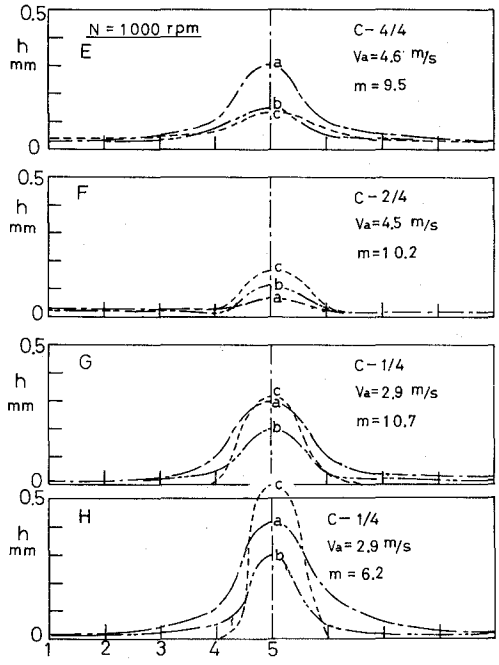


Fig. 7 Circumferential distribution of fuel liquid-film thickness for carburettor opening (E-125)

① Some part of fuel flowed out from a carburettor attaches to the pipe wall in front of the electrode a (i.e. l = 65 mm) and that flows along the inside wall in the form of liquid. In the case of low engine speed (e.g. N=600 rpm, V=2.1 m/s in Fig. 6), at first, the fuel liquid flow is drop-like but the drops gather with their advance towards the engine, consequently so-called fuel liquid-film flow is formed. Of course, there is the descending flow under the influence of the gravitational force while the evaporation from liquid-film flow proceeds.

Since this amount of evaporation exceeds a sum of the descending fuel liquidfilm flow rate and the floating fuel-droplet quantity adhered to the pipe wall, the fuel liquid-film at the bottom wall (i.e. position 5) gradually becomes thinner. Such a tendency becomes more remarkable with richer mixture ratio (m) as shown in Fig. 6. Both come under an equilibrium, however, if the distance from the fuel jet of carburettor becomes 115mm (i.e. position b) and the thickness of fuel liquid-film does not almost change.

② Since the velocity of breathing air ($V_a=Q_a/f_t$) increases with the engine speed (N), the evaporation of fuel liquid-film is promoted and its quantity approaches to a saturation.

On the other hand, the place attached with the floating fuel droplet moves towards the engine side. Thereupon, the fuel liquid-film thickness on the upper wall (i.e. position 1) does not always become thinner at a place nearer to the engine side and also the thickness at the bottom wall (i.e. position 5) does not become so much thinner.

③ If the opening of the carburettor is small (for example C−1/4), vortexes appears in the downstream of the throttle valve and fuel spray adheres on the pipe wall in front of the electrode a (i.e. l = 65 mm). While the evaporation of fuel is promoted and the fuel liquid-film at the electrode b (l = 115 mm) tends to become thinner because of high negative pressure in the intake pipe, the fuel liquid-film is affected by the gravitational force due to low velocity of breathing air and becomes rather thicker at the electrode c (l = 165 mm).

④ The evaporation of fuel depends very much on the atmospheric condition, that is, the temperature and the humidity of breathing air so that, on the contrary, the fuel liquid-film becomes gradually thicker at a place nearer to the engine side in the cace of high humidity and low temperature.

3.1.2 Engine Speed (N)

While the circumferential distribution of fuel liquid-film thickness in the high engine speed (e.g. N=3000 rpm, V_a=11.5 m/s) is approximately uniform, when the low engine speed (i.e. both of G_a and G_f decredse), the fuel liquid-film becomes gradually thicker and its variation is also increased. When less than 1000 rpm (V_a=5.2 m/s), however, the influence of the gravitational force predominates, on the contrary, the fuel liquid-film, in N=600 rpm

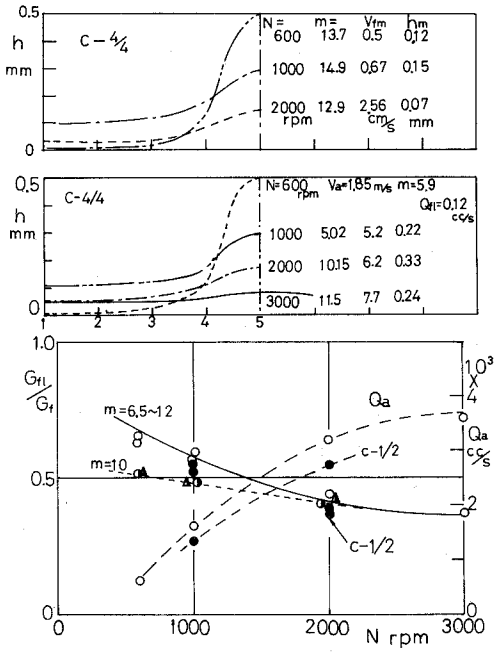


Fig. 8 Effect of engine speed on circumferential distribution of fuel liquid-film thickness (h) and fuel liquid-film flow rate ratio (G_{fl}/G_f)

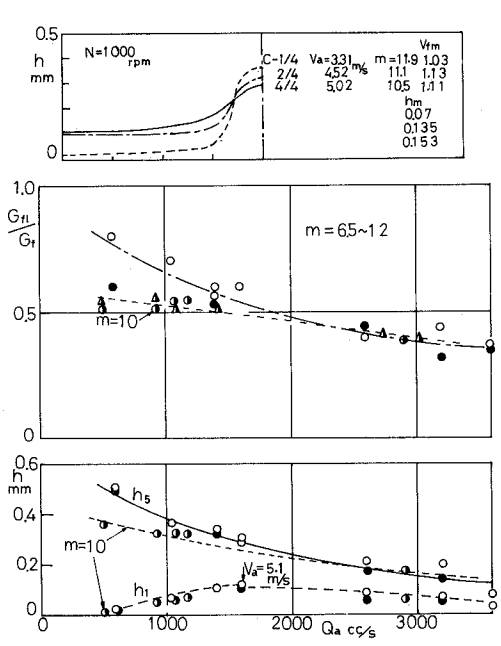


Fig. 9 Fuel liquid-film thickness (h) and flow rate ratio (G_{fl}/G_l) for breathing air amount

(V_a=1.85 m/s), on the upper wall becomes thinner and that on the bottom wall results thicker as presented in Fig. 8. This makes decreased the floatation and the evaporation of fuel (presumed on the basis of temperature decrease of mixture) so that the ratio of fuel liquid-film flow rate (G_{fl}/G_f) is gradually increased as shown in Fig. 8.

In this case, the mean thickness of fuel liquid-film is given by $h_m = 1/\pi_D \int_o^{\pi d} h \cdot dz$ equals to 0.05~0.15 mm, which is extremely thin as inclued in same figure.

3.1.3 Opening of Carburettor (C)

When the carburettor is gradually closed while the other factors being kept constant, the mean velocity of breathing air (V_a) is decreased and it makes the influence of the gravitational force larger. Consequently, the fuel liquid-film on the upper wall becomes thinner while that on the bottom wall becomes thicker as shown in Fig. 9. At this time, the ratio of fuel liquid-film flow rate to supplied fuel (G_{fl}/G_f) is also increased. A contrary tendency to this can be observed, however, in such a case as the intake pipe is sufficiently long so that most of the floating fuel droplet adhere to the pipe wall. In this case, G_{fl}/G_f was given by the following equation.

$$G_{fl}/G_f = (1-0.05\,m \cdot \gamma_f/\gamma_a)/Q_a^{0.3}$$

Where, m is mixture ratio, γ_f is specific weight of fuel, γ_a is specific weight of breathing

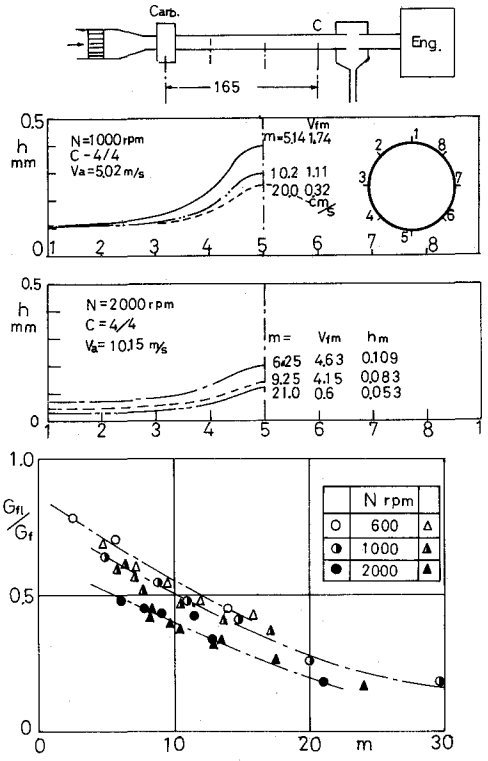


Fig. 10 Fuel liquid-film thickness (h) and flow rate ratio (G_{fl}/G_f) for mixture strength (m)

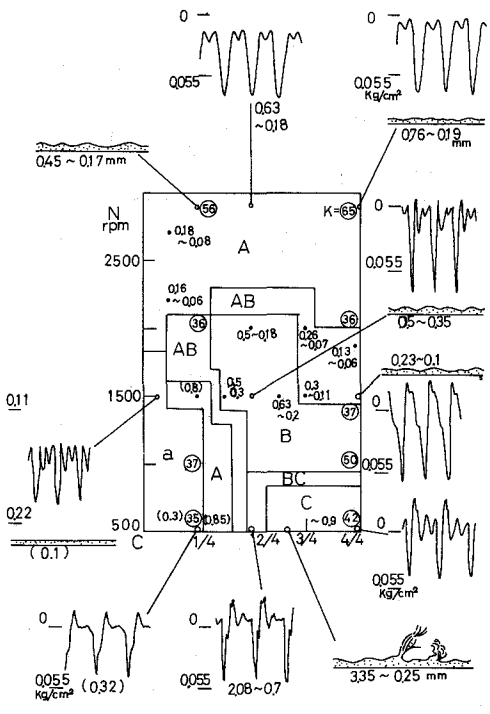


Fig.11 Variation of fuel liquid-film flow at bottom wall (mixture ratio 4~6)

air, Q_a is volume flow rate of breathing air.

3.1.4 Flow Rate of Supplied Fuel (G_f)

If the flow rate of supplied fuel (G_f) is low, the liquid fuel on the pipe wall flows as drop-like form and its velocity is not high, but with the rich mixture strength, it forms fuel liquid-film flow, its velocity is also increased and its distribution in the circumferencial direction results in heterogeneous as seen in Fig. 10. At this time, since the evaporation of fuel within the intake pipe is not so much altered (presumed on the basis of temperature decrease of mixture), the ratio of fuel liquid-film flow rate to supplied fuel (G_{fl}/G_f) is gradually increased. The mutual relation between this ratio (G_{fl}/G_f) and the fuel liquid-film thickness (h) (in particular, at the bottom wall) at the electrode (c) of engine side can be also observed in same figure. Such a fuel liquid-film is more easily affected by pulsating wave if the mixture is richer, the intake pipe is longer, the rotation is of lower speed, the carburettor opening is full, consequently, the liquid surface variates violently as shown in Fig. 11. Sometimes, the stagnant fuel (h=1~3mm) appears near a nodal plane (s=3) of the vibration of air column in the intake pipe and the spray is produced.

This spray moves slowly within the intake pipe or disappears suddenly, then another new one is originated and so forth, the circumstance being very irregular and unstable. It appears, for this reason, that the air-fuel ratio of mixture actually sucked into the engine cylinder fluctuates remarkably.

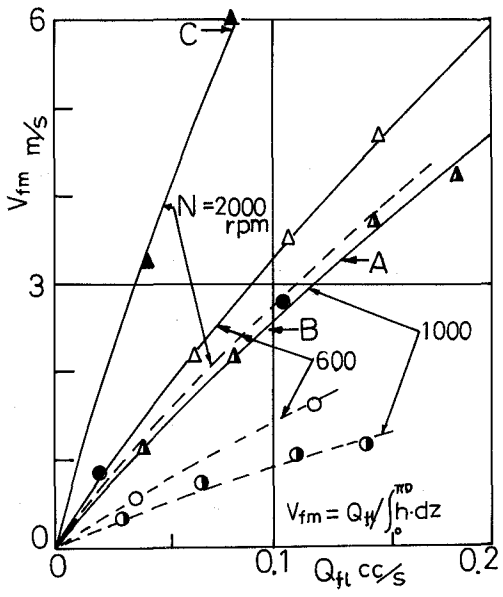


Fig. 12 Mean flow velocity (V_{fm}) of fuel liquid-film

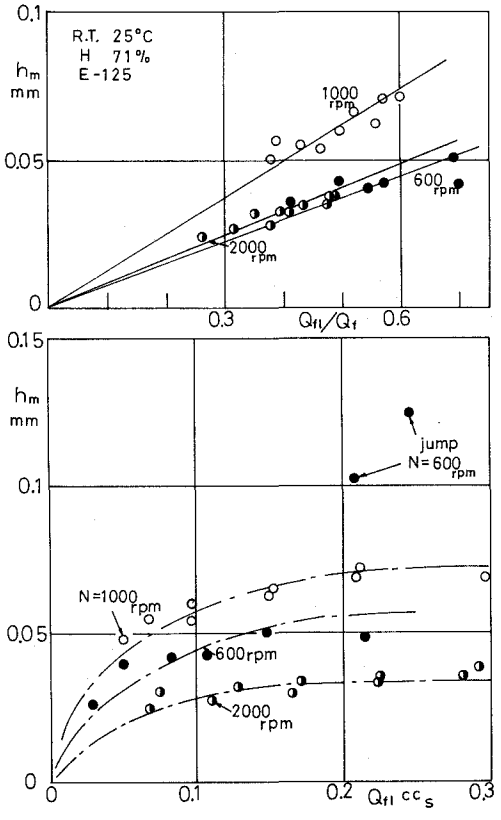


Fig. 13 Mean thickness of fuel liquid-film flow (h_m) for Q_{fl}/Q_f and Q_{fl}

3.1.5 Flow Rate and Thickness of Liquid-Film

The liquid-film flow rate (Q_{fl}cc/s) is given by

$$Q_{fl} = \int_0^{\pi D} \int_0^h V_f \, dh \cdot dz$$

Where it is difficult to measure directly the flow velocity of liquid-film ($V_f$cm/s), of which thicknes is extremely thin (for example h=0.05～0.5 mm).

Now, Fig. 12 shows the mean flow velocity of fuel liquid-film ($V_{fm}=Q_{fl}/\pi Dh_m$) calculated on the basis of the mean thickness ($h_m = 1/\pi D \int_0^{\pi D} h \cdot dz$) in the circumferential direction of fuel liquid-film and of the flow rate (Q_{fl}) obtained by a separator. As can be seen in the figure, although the mean velocity of liquid-film (V_{fm}) is proportional to the flow rate (Q_{fl}), it is not always proportional to the engine speed (N), i.e. the mean velocity of breathing air (V_a).

If it is assumed that the flow velocity distribution follows a low of 1/7 power, Q_{fl} is given as follows

$$Q_{fl} = \beta V_a \int_0^{\pi D} h^{8/7} \cdot dz$$

It seems that this is caused by the increased mean flow velocity, because, under the

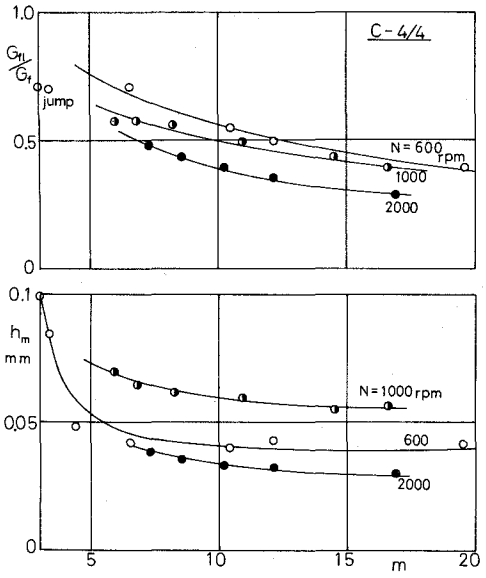


Fig. 14 Fuel liquid-film flow rate ratio (G_{fl}/G_f) and mean thickness (h_m) for mixture strength (m)

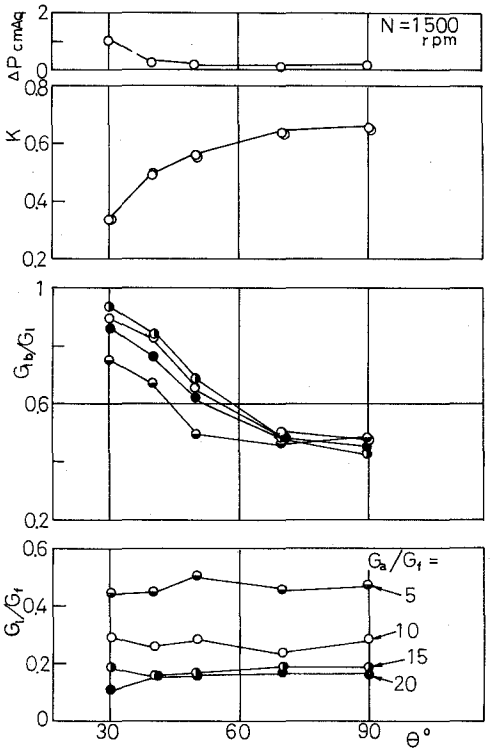


Fig. 15 Distribution of fuel liquid-film flow and carburettor opening ($\theta°$)

influence of the gravitational force, the liquid-film on the bottom wall becomes remarkably thicker and it results the increase of its flow velocity in spite of lower air velocity (V_a) as 600rpm. In the same figure, the mean flow velocity (V_{fm}) determined from the time lag in the beginning of fuel liquid-film flow, which is observed with electrodes at three points (a, b, c,) when the engine has started (A in Fig.) and the value (B) obtained by a method to supply fuel rapidly by means of rapid ascent of the float chamber are also indicated. Since the mean flow velocity (V_{fm}) under pulsating flow is slow as observed in this figure, it thus appears that even with a practical length of intake pipe, there exist several seconds of so-called manifold lag. In addition, the mean thickness (h_m) is proportional to the ratio of fuel liquid-film flow rate to supplied fuel (Q_{fl}/Q_f) as shown in Figs. 13 and 14, so that it is possible to estimate, by contraries, Q_{fl}/Q_f from the measured value of h_m.

3.2. Distribution of Fuel Liquid-Film Flow under Stationary Operation.

3.2.1 Opening Angle of Carburettor (Θ)

If the engine speed (N) and the mixture ratio (G_a/G_f) are kept a constant, the delivery ratio (K) shows a tendency to increase in proportional to the opening angle of throttle valve (Θ), on the other hand, the declination of boost pressure (Δp) between both cylinders (B, C) decreases with that as shown in Fig. 15. On this occasion, the ratio of the fuel liquid-film flow quantity ($G_l=G_{lb}+G_{lc}$) to the supplied fuel (G_f), the so-called fuel liquid-film flow quantity ratio (G_l/G_f) is little changed. However, at 1500 rpm, a throttle settling of 90 degrees (that is full opening), the amount of liquid-fuel flowing into the cylinder B, in other words, G_{lb}/G_l is less than 0.5. On the other hand, when the opening angle of carburettor (Θ)

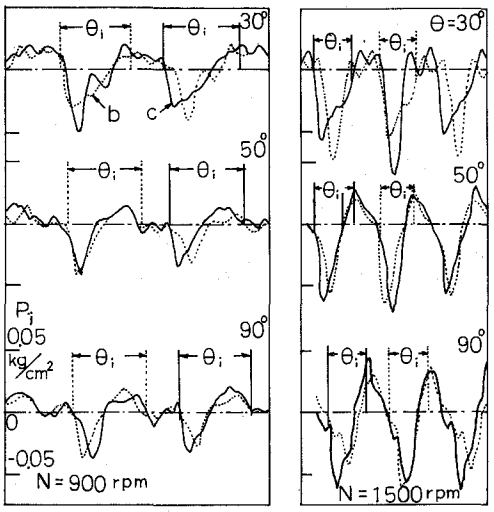


Fig. 16 Pressure variation in intake pipe (P_i)

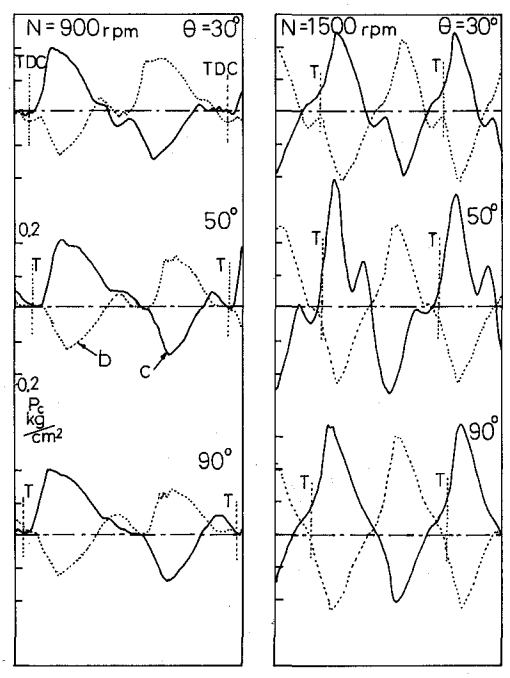


Fig. 17 Pressure variation in crankcase (P_c)

is smaller than 50 degrees, the more fuel liquid-film flows rather into the cylinder B side, namely, G_{lb}/G_l is greater than 0.5; Besides, the distribution of fuel liquid-film travelling to individual cylinder becomes rapidly poor and then the so-called distribution ratio (G_{lb}/G_l) reaches in 0.8 to 1.0 at the condition that the carburettor opening angle (Θ) equals to 30 degrees (idle setting). In this way, the experimental result that the most part of fuel liqufd-film is flowed into one-side cylinder means to make the true mixture ratio in individual cylinder very ununiform, however, the pressure variations during intake process in the inlet port and crankcase of both cylinders are observed little dissimilarity as shown in Figs. 16 and 17.

If keeping a constant mixture strength (G_a/G_f), the delivery ratio (K) becomes less, and the amount of fuel liquid-film flow (G_l) diminishes because of the supplied fuel quantity (G_f) decreases with the delivery ratio (K).

But, since the ratio of the fuel liquid-film travelling on the only bottom surface to that on the whole circumference wall of intake pipe is increased by the effect of gravitational force and then the rotative flow occurs, it is resulted that the circumference distribution of fuel liquid-film becomes very ununiform as shown in Fig. 18. Concequently, it thus appears that the maldistribution of fuel liquid-film thickness has a large influence on the distribution of its flow quantity and also the smaller the absolute value of that (G_l) becomes, the larger the distribution ratio (G_{lb}/G_l) results in.

3.2.2 Mixture Ratio (G_a/G_f)

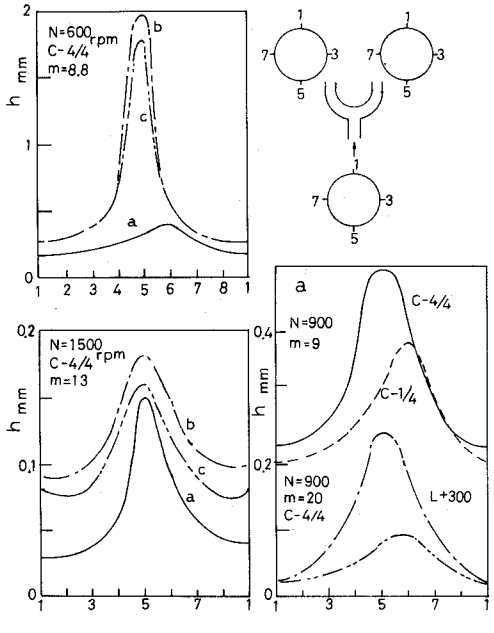


Fig. 18 Distribution of fuel liquid-film flow in each position (a, b, c)

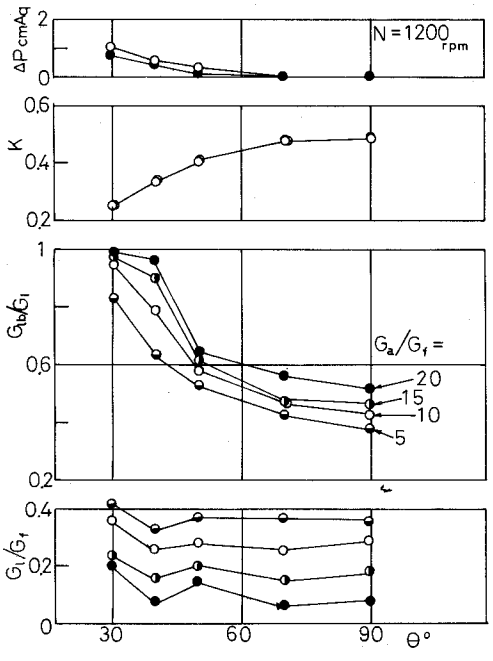


Fig. 19 Distribution of fuel liquid-film flow and mixture ratio (G_a/G_f)

When the supplied fuel quantity is gradually decreased while the other condition being kept a constant, the delivery ratio (K) is little variation as shown in Fig. 19. Consequently, the evaporation of liquid-fuel in the intake manifold is promoted so that the fuel liquid-film flow ratio (G_l/G_f) becomes less, the distribution ratio (G_{lb}/G_f) is increased. It is seemed by the reason that the leaner the mixture ratio (G_a/G_f) becomes, that is, the smaller the supplied fuel quantity (G_f) becomes, the larger the influences of microscopic shape deviation in branch part and of uniform thickness of fuel liquid-film on its distribution be comes. Now, if it is assumed that the floating fuel in intake manifold is equally divided into each cylinder, the relation between the essential mixture strength[G_a/G_f]in indivitual cylinder and the mixture ratio (G_a/G_f) supplied from a carburettor is given by

$$[G_a/G_f]/(G_a/G_f) = [1 + \frac{G_l}{G_f}(1 - 2\frac{G_{lb}}{G_l})]^{-1}$$

The rough calculated result with the experimental data (G_{lb}/G_l, G_l/G_f) obtained from Fig. 19 are shown in table 3, which presents that the smaller not only the carburettor opening (Θ) and also the mixture ratio (G_a/G_f) becomes, the poorer the mixture distribution between both cylinders (B, C) becomes.

3.2.3 Engine Speed (N)

Although the delivery ratio (K) increases with the engine speed (N) as understood from Fig. 20, the fuel liquid-film flow ratio (G_l/G_f) is not almost changed within the range of this experiment (i.e. N=1200～2000 rpm). But it appears ordinarily that the increase of delivery ratio (K) acts as uniform for the circumferential distribution of fuel liquid-film thickness (h) so that, in particular, the distribution in the case of small throttle setting is improved and the change of distribution ratio (G_{lb}/G_l) owing to the carburettor opening (Θ), for example, the difference of distribution ratio between Θ =30 deg. and 90 deg. becomes small.

3.2.4 Inclined Angle (β) of Intake Manifold

As a rule, the delivery ratio (K) decreases with the carburettor opening (Θ) and also with the engine speed (N) so that the ratio of fuel liquid-film flow quantity flowing on the bottom surface to that on the whole inside wall of a horizontal intake pipe is increased by the influence of gravitational force.

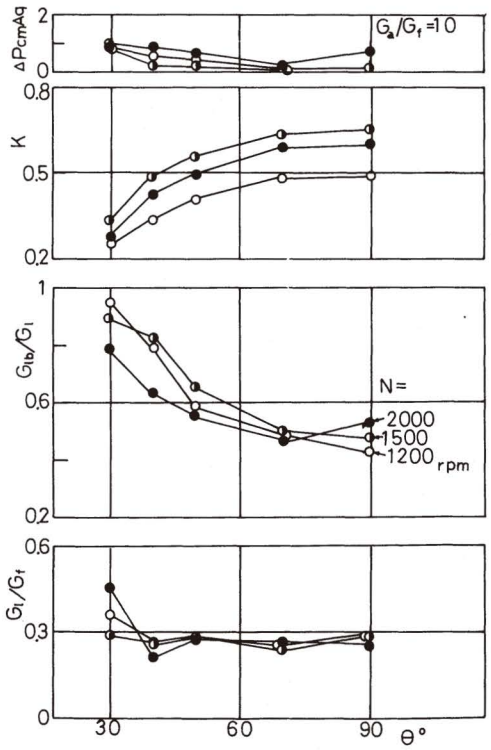


Fig. 20 Distribution of fuel liquid-film flow and engine speed (N)

On such an occasion, if the inclined angle (β) of intake manifold is changed, the distribution ratio (G_{lb}/G_l) is remarkably varied as shown in Fig. 21, for example, with a throttle setting of 30 deg., G_{lb}/G_l is changed from 0.2 at $\beta=-10$ deg. to 0.9 at $\beta=0$ deg.. Accordingly, if a automobile engine is operated at the partial load, in addition to that, the intake manifold is slightly inclined or the mechanical vibration is occured, it is conjectured from the result mentioned above that the distribution of fuel liquid-film flow becomes very poor and yet unsteady.

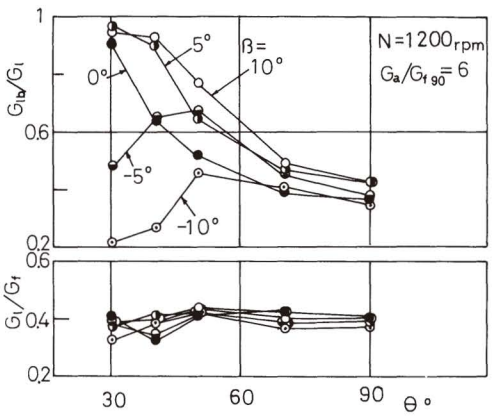


Fig. 21 Distribution of fuel liquid-film flow and inclined angle (β) of intake manifold

3.2.5 Inlet Pipe Length (L_s)

When the pipe length (L_s) between the carburettor and the branch part of intake manifold is very long, the delivery ratio (K) is not change at the range of $\Theta < 50°$ or rather decreases at $\Theta > 50°$ as shown in Fig. 22. On the other hand, since the fuel liquid-film is evaporated while flowing toward the separator, the thickness becomes gradually thin and it is resulted that the fuel liquid-film fow ratio (G_l/G_f) for the long pipe is smaller than that of the short length.

Moreover, the liquid- fuel just adhered on the pipe wall after injected out a carburettor is unsteady state and also very turbulent, but it approaches the steady state and then the turbulence is declined in proportion as the liquid-film proceeds toward the engine cylinder via intake manifold. On account of these effects, the longer the additional intake pipe length (L_s) from the carburettor to the branch part becomes, the better the distribution of liquid-film becomes.

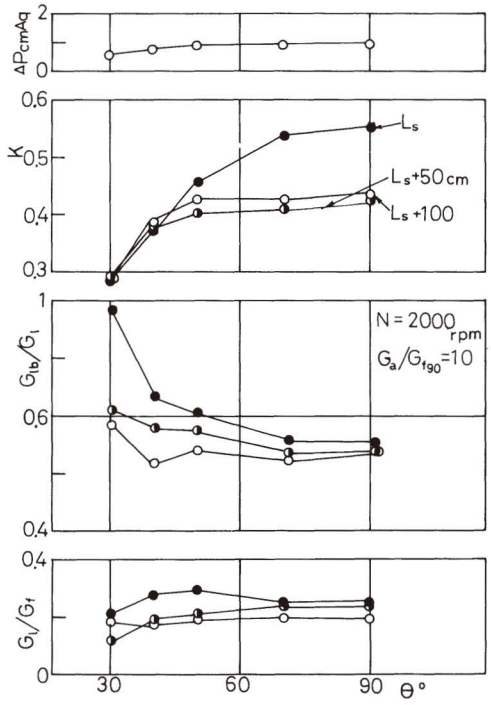


Fig. 22 Distribution of fuel liquid-film flow and intake pipe length (L_s)

Especially, it appears that the smaller the throttle setting of carburettor (Θ) and then the supplied fuel (G_f) are kept, the larger its effort becomes.

3.2.6 Kind of Fuel

Although the regular gasoline was mainly used, it was unavoidable from a reason men-

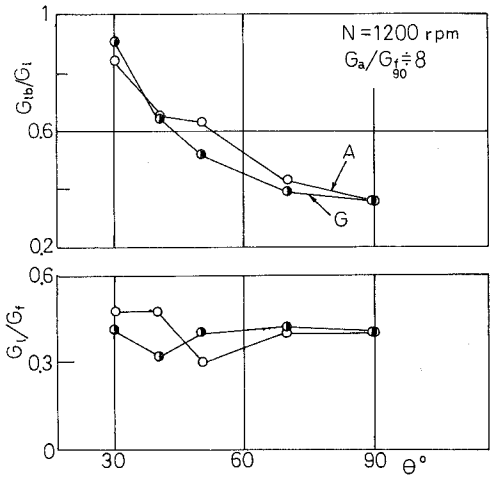


Fig. 23 Distribution of fuel liquid-film flow and kind of fuel
A : Methanol
G : Gasoline

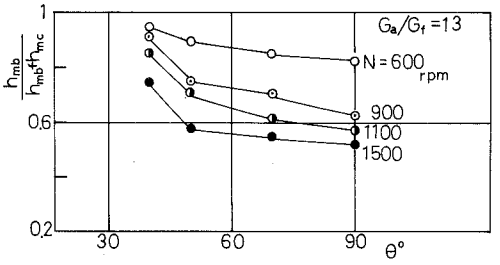


Fig. 24 Deviation of mean fuel liquid-film thickness

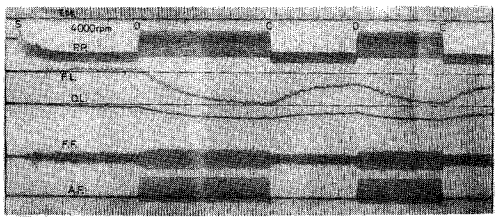


Fig. 25 Response of fuel flow (E-125)
A. F. : Air flow rate (laminartyped flow meter)
F. F. : Fuel rate (capacitytyped flow meter)
P. P. : Pressure in inlet port (strain gauge typed indicator)

tioned at the experimental method so that methanol instead of gasoline was used to measure the thickness of fuel liquid-film flow (h). But, in spite of some difference of physical character between both fuel for example, latent heat, surface tension and aensity etc., it can be known from Fig. 23 that the distribution ratio (G_{lb}/G_l) is not mostly difference. In the next place, the mean thickness of fuel liquid-film $\left(h_m=\frac{1}{\pi D}\int_0^{\pi D} h\cdot dz\right)$ in each point (B, C) calculated with the experimental value of its circumferential thickness and the so-called distribution ratio of fuel liquid-film thickness $[h_{mb}/(h_{mb}+h_{mc})]$ are arranged against the carburettor opening (Θ) in Fig. 24. As compared these with the experimental results shown in Fig. 15, the mutual relationship between the distribution of fuel liquid-film flow quantity and of its thickness is sufficiently estimated.

3.3 Behavior of Fuel Liquid-Film Flow under Transitional Operation

3.3.1 General Behavior

Generally, although such a small-sized carburettor is comparatively superior in the indicial response of fuel injected from a fuel-jet (see Fig. 25), the most of its fuel are sucked into the engine cylinder as liquid, it thus appears that the behavior of fuel liquid-film flow has a remarkable influence on, in particular, the mixture formation during a transitional runing and the mixture distribution in multi-cylinder engine. According to the experimental result in Fig. 26, it is observed that the behavior of fuel liquid-film thickness in the intake pipe (T_2, T_3) is closely related to not only that in the scavenging passage (S_2, S_3) and also the aspect of fuel vapour concentration (E_3) obtained from the electrical conductivity in the exhaust mixture from the cylinder.

Similary, we operated a single cylinder engine by using methanol instead of gasoline as

fuel and recorded the behavior of the fuel liquid-film thickness as well as the maximum combustion pressure (P) while opening rapidly the throttle valve of a carburettor. The correlation between the both are observed from the oxperimental result shown in Fig. 27 and also it is understood that the behavior of fuel liquid-film flow in the intake manifold have a large influence on the mixture formation, that is, the combustion state during a transitional running.

Although the behavior of fuel supply condition under the transitional operation is complicated as mentioned above, it is possible to obtain easily the instantaneous flow rate of fuel practically sucked into the engine cylinder[$G_{fi}(t)$]if the fuel liquid-film thickness in the circumferentail and longitudinal direction of the intake pipe are approximately uniform. Accordingly, that is roughly given by

$$G_{fi}(t) = G_f(t) - dG_{fl}(t)/dt$$

Where $G_f(t)$ is the instantaneous fuel flow rate supplied from a carburettor, $G_{fl}(t)$ is the instantaneous fuel liquid-film flow rate. Let us now assume that the flow velocity of fuel liquid-film (V_f) is proportional to the breathing air velocity (V_a) and the former's distribution follows a low of 1/7 power, then

$$G_{fi}(t) = G_f(t) - \beta \cdot V_a h^{1/7}(t) \frac{dh(t)}{dt}$$

If the instantaneous thickness of liquid-film h(t) is actually measured, consequently, it is possible to know the behavior of difference-[$G_{fi}(t) - G_f(t)$] between practically sucked

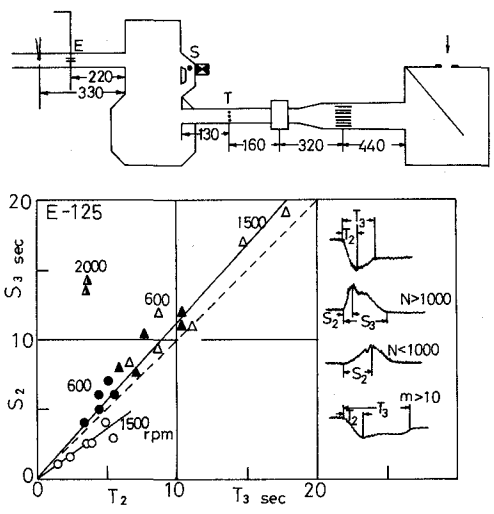


Fig. 26 Mutual relation between behavior of fuel liquid-film thickness in intake pipe, in scavenging passage

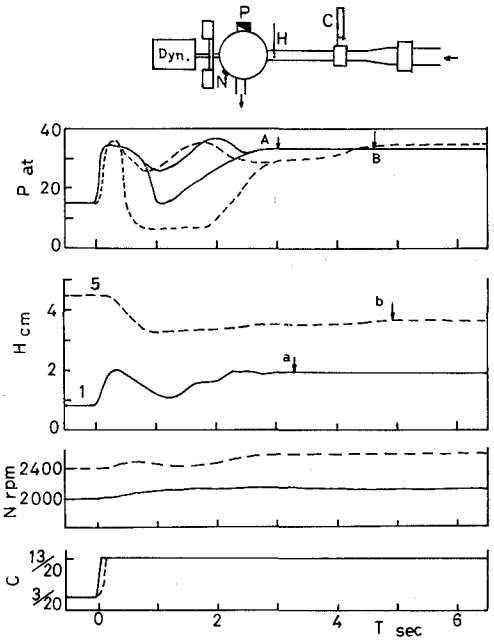


Fig. 27 Combustion maximum pressure (p) and fuel liquid-film thickness (H)

and supplied fuels. That is, when $dh(t)/dt > 0$, $G_{fi}(t) < G_f(t)$ and vice versa. With such an inference, the authors have measured the variation of fuel liquid-film thickness when the carburettor has been rapidly opened and closed. The outline of results obtained are as follows.

3.3.2 Opening and Closeing Speed of Carburettor

If the throttle valve of carburettor is slowly opened, both breathing air and fuel are supplied without any time lag (see Fig. 25), but the response of fuel liquid-film flow is inferior so that the fuel liquid-film thickness attains a value at the stationary condition only after it becomes once thicker $\frac{dh(t)}{dt} > 0$ as shown in Fig. 28 Perhaps this means that the difference between sucked and supplied fuel becomes negative, at first, that is, the mixture ratio is weaker than the set-up value and then it becomes positive, consequently, richer mixture and so forth to attain finally the condition of a stationary running (this phenomenon is often reallized in the case of a low engine speed and a long intake pipe). If the carburettor is rapidly opened, however, the fuel liquid-film follows the inverse course. That is, the fuel liquid-film begins to become rapidly thinner slightly after the opening of the carburettor and returns slowly to the stationary thickness after a while as shown in Fig. 29 (in the case of a high engine speed with a short intake pipe).

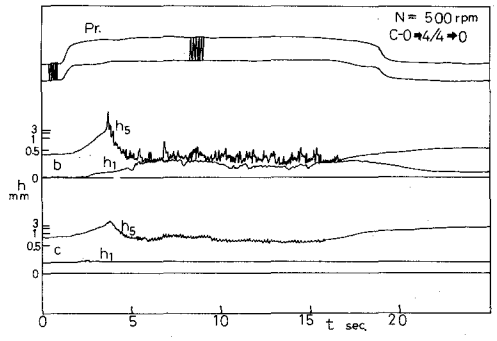


Fig. 28 Variation of fuel liquid-film thickness

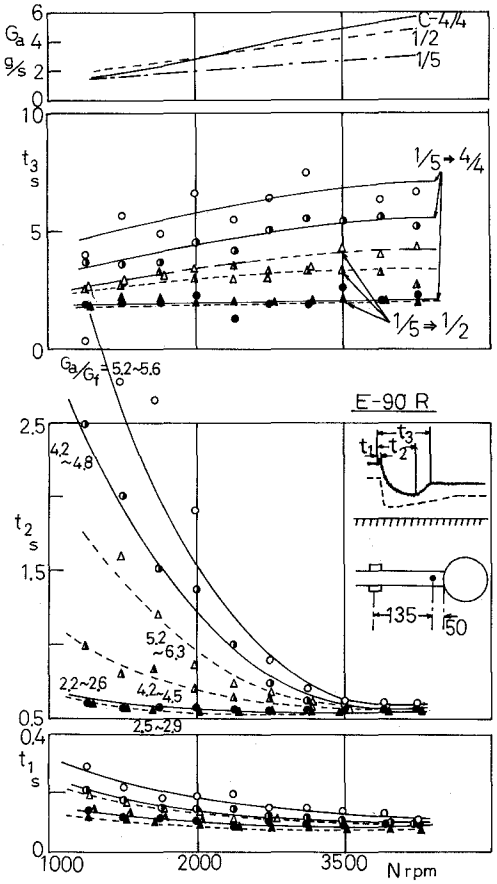


Fig. 29 Response time lag (t_1,t_2,t_3) of fuel liquid-film thickness

3.3.3 Engine Speed (N)

Since, in general, the fuel liquid-film changes as shown in Fig. 29, the influences of prescribed engine speed (N) on beginning of thickness reduction (t_1), the time (t_2) when the liquid-film becomes thinnest etc. are investigated.

Those results are inclued in same figure. According to the figure, the more the engine speed is high, the more the change of air flow velocity (V_a) caused by the opened carburettor

is larger. Consequently, the response time lag (t_1, t_2) of fuel liquid-film thickness become shorter but on the other hand the time (t_3) which is necessary to return to a stationary state becomes longer with slow change, so that it is difficult to decide the correct value. In the next place, larger displacement (e.g. C−1/5 → 4/4) of throttle valve causes larger change of fuel liquid-film thickness and larger response lag (t_2).

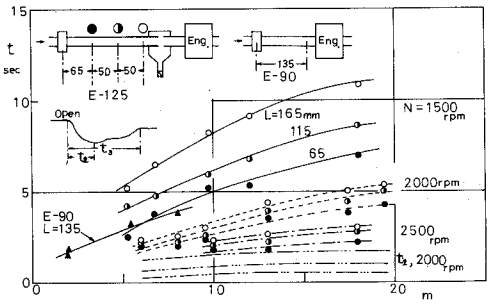


Fig. 30 Response time lag (t_2,t_3) of fuel liquid-film thickness

3.3.4 Mixture Ratio (m)

The fuel liquid-film on the bottom wall becomes thicker if the mixture is excessively rich. Under such a condition, the responsiveness of fuel liquid-film flow is comparatively better, that is $t_1 = 0.2$ sec., $t_2 = 1.5$ sec. when the mixture strength equal to 5.5. Moreover, t_1, t_2 and t_3 increase with the mixture ratio as shown in Fig. 29. This means that the more rich condition of actual sucked mixture than set-up value continues for about two seconds and further several seconds are necessary until a stationary condition is realized. In this way, one can understand that the existence of fuel liquid-film flow in the intake pipe has a large influence on the fuel supply condition during a transitional running.

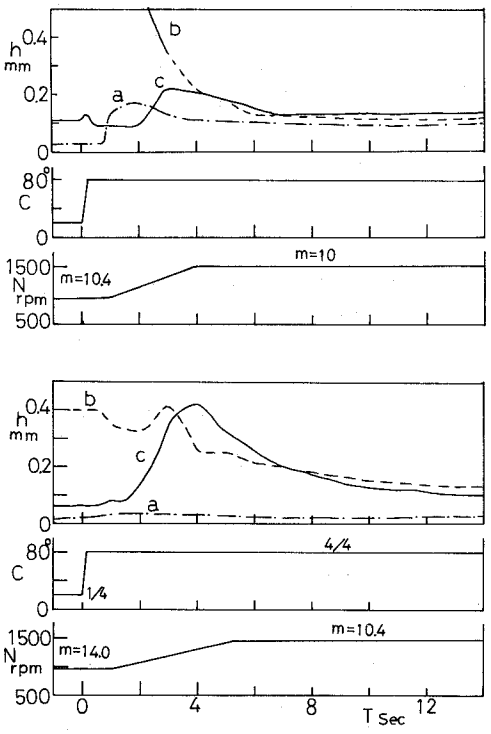


Fig. 31 Behavior of fuel liquid-film thickness during transitional operation

3.3.5 Carburettor Opening (C) and Pipe Length (L_s)

The response lag of the fuel liquid-film thickness (t_1, t_2 and t_3) increase with the change of throttle valve of carburettor (ΔC) and the length of intake pipe (L_s) as shown in Fig. 29 and 30.

3.4 Distribution of Fuel Liquid-Film Flow under Transitional Operation

We recorded the history of fuel liquid-film thickness while changing rapidly the opening of carburettor (Θ) or the engine speed (N) for the purpose of knowing the qualitative behavior on the distribution of fuel liquid-film flow quantity. The typical results are presented in Fig. 31, in which show the behavior of fuel liquid-film thickness while the throttle valve of carburettor is rapidly opened or closed. Moreover, the result during an accelerating

operation with full throttle shown in Fig. 31 shows the history of its thickness under a rapidly open throttle acceleration started from 1000 rpm.. From these figures, it is seen that the thickness of fuel liquid-film flowing to individual cylinder show the differencial behavior at all the engine operating condition, in particular, the thickness before the carburettor opening is changed affects largely on these behavior. Such a tendency is shown in even the case of decelerating operation as presented in Fig. 32, which shows the results during only a decelerating running with full throttle and under a rapidly close throttle deceleration started from 2000 rpm.. However, since the supplied states of fuel liquid-film flow during a transient running are complex as mentioned above, it is necessary to perform the quantitative explanation on the distribution of fuel liquid-film flow quantity and on the influence of various factors in order to eliminate a transitional state from a stationary running.

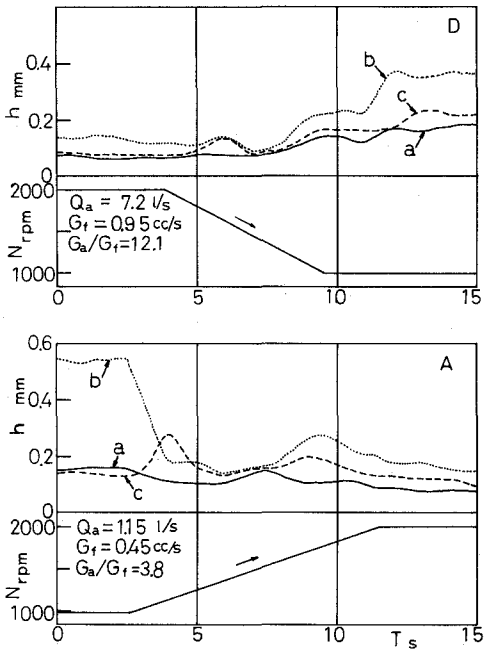


Fig. 32 Behavior of fuel liquid-film thickness during transitional.

4. Postscript

The authors have measured the fuel liquid-film thickness from its electric conductivity and the flow rate with a separator to investigate the behavior of fuel liquid-film flow a stationary operation, the influence of running condition on the fuel liquid-film flow rate. We have further inferred its fuel supply condition on the basis of the behavior of fuel liquid-film thickness under a transitional operation, pointed out that the fuel liquid-film flow has a large influence on effective mixture formation and has described, at the same time, the influence of running factors.

In general, with low engine speed and small opening of carburettor, the distribution of fuel liquid-film to individual cylinder in multi-cylinder engine is very poor. And yet, the distribution state are governed by the dimension of intake manifold and the engine operating conditions. Moreover, it is surmised from the behavior liquid-film thickness that the flow distribution during a transitional running is remarkably ununiform. Therefore, it is necessary to certify in detail the effects of various factors versus the distribution.

(Received May. 22, 1976)

References

(1) N. Sawa, S. Hori : On the Behavior of Fuel Liquid-Film Thickness in the Intake Pipe. JARI Tech. Memo, No. 2 (Sep. 1971)

(2) D. E. Cooper, et al. : Radioactive Tracers Cost New Light on Fuel Distribution SAE Trans., Vol. 67, 1957.

(3) M. H. Collins et al. : A Technique to Characterize Quantitatively the Air/Fuel Mixture in the Inlet Manifold of a Gasoline Engine SAE Paper, 690515 (May, 1969)

(4) J. S. Clarke : Initiation and Some Controlling Parameters of Combustion in the Piston Engine Proc. IME, No. 5, 1969–61.

(5) D. R. Liimatta : Effects of Mixture Distribution on Exhaust Emissions as Indicated by Engine Data and the Hydraulic Analogy SAE Paper, 710618 (June 1971)

(6) M. Tanaka : A Study of the Flow of Fuel Film along the Wall of the Induction Pipe (1 st Report) JARI, Technical Memorandom, No. 1 (Sep. 1970)

たわみ軸の機械的性質について

田中　稔・内藤正隣・田下和男*

On the mechanical Property of Flexible Shaft

Minoru Tanaka, Masachika Naito and Kazuo Tashimo

Abstract

The flexible shaft is generally used as a mechanical element which transmits the torsional moment and reduces the flexual rigidity of shaft.

This paper is one of the results of our investigation of the mechanical properties of flexible shaft which is used as a powertransmission. Our investigation says that the maximum torsional moment is effected by the diameter of outer layer wier and its number, the diameter of flexible shaft, and so on.

The formula which we found in this investigation will contribute the design of the flexible shaft.

1　はじめに

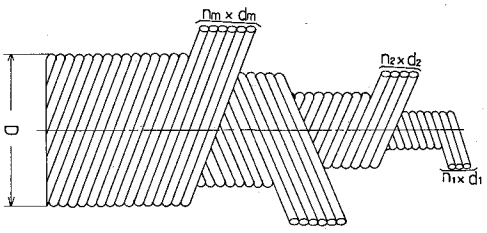
動力を伝達する場合，使用目的によっては，軸の曲げこわさを小さくして，ねじりモーメントを伝えたい場合がある。このようなとき機械要素としてたわみ軸が使用される。

たわみ軸は通常，細い鋼線をコイル状に巻いて成形されたものが多く，これを動力伝達用に使用する場合，ねじり強さが重要である。しかし，軸の長さが長くなると曲げこわさが小さいため，ねじれ座屈をおこす。これは，実際の使用において大きな問題となる。

ここでは，たわみ軸がねじれ座屈現象を示すことから，たわみ軸のねじり試験を行ない，たわみ軸の最外層素線構成および軸長と最大ねじりモーメントの関係を求めたので報告する。

2．実験装置および方法

実験に使用したたわみ軸の構成は図－1に示すように，直径dの鋼線をn本帯状に並べてコイル状に巻きこの上に巻き方向が反対になるように2層目，3層目と外層に巻いて形成され，一般に外層になるほど鋼線は太くなっている。本実験に使用したたわみ軸の種類とその素線構成は表－1に示すとおりである。



図－1　たわみ軸

＊　北海学園大学

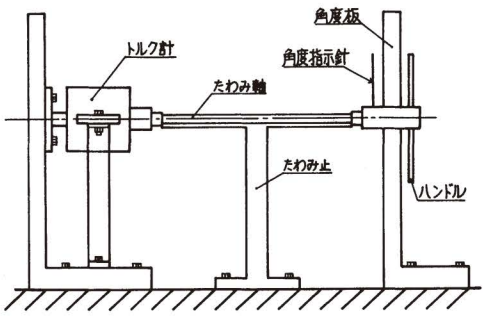
第－1　たわみ軸の素線構成

公称直径	芯線	素線構成				
D mm	l_0	$n_1 \times d_1$	$n_2 \times d_2$	$n_3 \times d_3$	$n_4 \times d_4$	$n_5 \times d_5$
13	無	3×0.9	4×1.0	4×1.0	4×1.4	4×1.6
〃	〃	3×0.9	4×1.0	4×1.0	5×1.4	5×1.6
〃	〃	3×0.9	4×1.0	4×1.0	6×1.4	6×1.6
〃	〃	3×1.0	4×1.4	4×1.4	4×1.8	―――
15	〃	3×1.0	4×1.2	4×1.2	4×1.4	4×1.8
〃	〃	3×1.0	4×1.2	4×1.2	5×1.4	5×1.8
〃	〃	3×1.0	4×1.2	4×1.2	6×1.4	6×1.8
〃	〃	3×1.4	4×1.6	4×1.6	4×2.0	―――
18	〃	3×1.4	4×1.4	4×1.6	4×1.8	4×2.0
〃	〃	3×1.4	4×1.4	4×1.6	5×1.8	5×2.0
〃	〃	3×1.4	4×1.4	4×1.6	6×1.8	6×2.0
〃	〃	3×1.6	4×1.8	4×2.0	4×2.3	―――
20	〃	3×1.4	4×1.6	4×1.8	4×1.8	4×2.3
〃	〃	3×1.4	4×1.6	4×1.8	5×1.8	5×2.3
〃	〃	3×1.4	4×1.6	4×1.8	6×1.8	6×2.3
〃	〃	3×1.8	4×1.8	4×2.0	4×2.6	―――

ねじり試験においては，たわみ軸の長さが1mまでのものについてはねじり試験機を，それ以上の長さのものについては，図－2に示すねじり試験装置を使用した。

ねじり試験機にはねじれ角とねじりモーメントを記録させ，ねじり試験装置では，ねじれ角を変化させねじれ角およびねじりモーメントは，それぞれ角度板およびトルク計から求めた。

計験片の長さはチャック間の距離とした。



図－2　ねじり試験装置

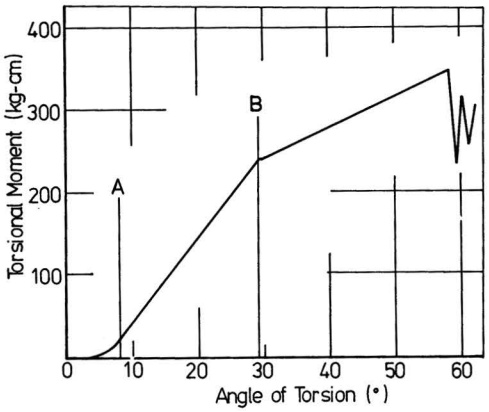
たわみ軸に作用させるねじりモーメントは，最外層素線が締められる方向に使用されるので，本実験においてもこの方向に作用させた。

3．実験結果と考察

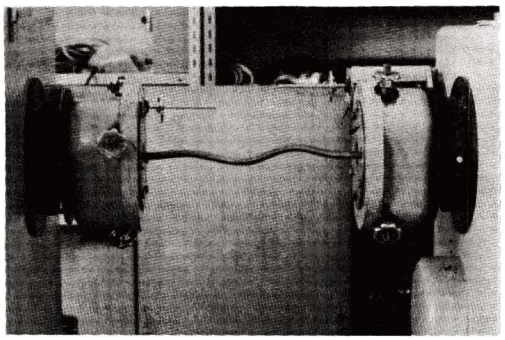
3－1　ねじりモーメントとねじれ角の関係

図－3はねじり試験機に記録させたたわみ軸のねじりモーメントとねじれ角の関係である。

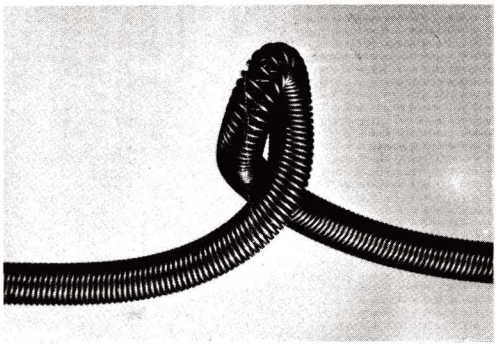
変形が比較的小さなAまでの間ではゆるやかな勾配をなし，変形が大きなAB間では勾配が



図－3　ねじりモーメントとねじれ角の関係



図－4　ねじれ座屈

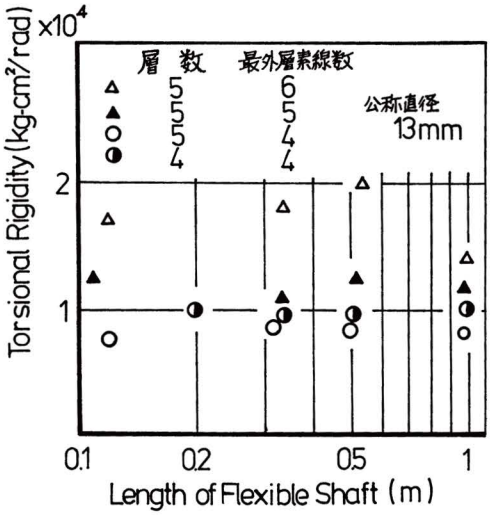


図－5　ねじれ座屈

急になり，さらに変形が大きくなるB以降で勾配がゆるやかになっている。たわみ軸は，B点までは取り付けたときの状態を保つが，B点を越えると図－4に示すようなねじれ座屈現象があらわれる。本実験においては，試験片の長さ，素線構成のいかんにかかわらずこの現象を示した。

ここで，Aまでの変形が比較的小さな範囲において，たわみ軸はコイルバネの集合体と考えられる。変形が大きくなると，素線間，層間が接触しはじめ，AB間では，素線間，層間が密着して充実軸や中空軸に近い状態になったと考えられる。B点では図－4に示すようなねじれ座屈現象は顕著にあらわれないが，この点がねじれ座屈の開始点である。

図－4に示されるねじれ座屈現象がおこってからさらにねじると，図－5に示すような状態となり，荷重を取り去っても変形はもとにもどらない。



図－6　ねじりこわさと素線構成の関係

3－2　ねじりこわさ

ねじりこわさCは，図－3のAB間におけるねじりモーメントTとねじれ角φの関係から，

$$C = T\ell/\varphi$$

として求めた。ℓはたわみ軸の長さで，チャック間の距離である。

図－6～図－8は，最外層素線構成および公称直径とねじりこわさの関係を横軸をたわみ軸の長さとしてあらわしたものである。

これから，最外層素線構成と公称直径が同一のものは，長さに関係なくほぼ一様なねじりこわさになることがわかる。また，公称直径が大きいほど，最外層素線本数が多いほどねじりこわさが大きい。

ねじりこわさは，層数にも影響されるが，最外層素線本数4本の場合，13φでは4層の方がねじりこわさが大きく，18φでは5層の方がねじりこわさが大きくなっている。

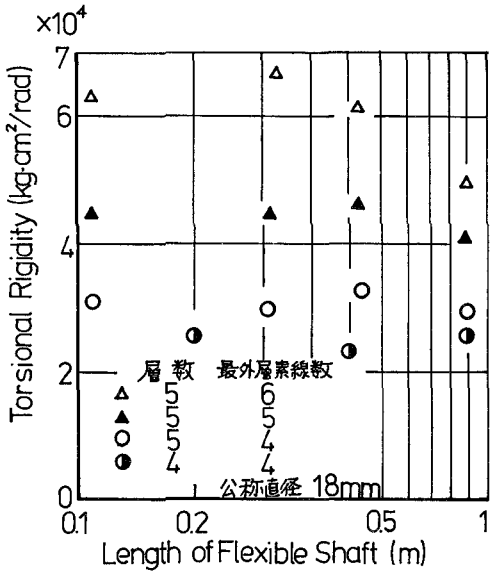
これは，13φの場合には最外層素線太さが4層の方が太く，18φの場合には，4層も5層も同じ太さになっていることから，素線の太さが同一の場合は層数が影響するが，それよりも最外層素線の太さの方がより大きい影響を与えると考えられる。

図－6および図－7からわかるように，たわみ軸の素線構成を変えることによりある程度ねじりこわさを変化させることができる。また，最外層素線構成を選ぶことによって，公称直径の小さなものでもねじりこわさを大きくすることが可能である。

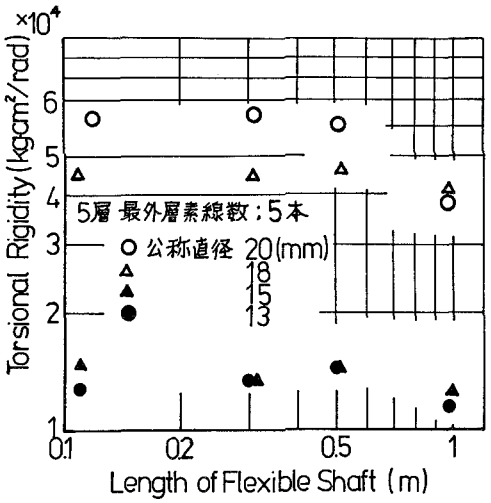
これらの図より，ねじりこわさは一般に公称直径の小さいものが長さによる変化は少ない。また，

i）　最外層素線直径が小さいもの

ii）　最外層素線本数が少ないもの



図－7　ねじりこわさと素線構成の関係



図－8　ねじりこわさと公称直径の関係

iii）　最外層とその下の層の素線直径の差が小さいもの

は，ねじりこわさの長さによる変化が少ない。

これは，コイルのピッチ角が大きくなると素線の軸線方向の歪が不ぞろいになるためと考えられる。たわみ軸の場合，素線直径が大きくなり，素線本数が多くなるとピッチ角は大きくなる。

たわみ軸長１m付近でねじりこわさにかなりの変化が生じているものがあるが，この原因は，たわみ軸をねじり試験機に取り付ける場合，たわみが生ずるため張力が一様にならず，ねじりこわさが若干変化すると考えられる。また，輸送中の軸の変形の影響も若干ある。

3－3　最大ねじりモーメント

実際にたわみ軸を使用する場合は，ねじれ座屈点以下で使用されるので，ここでは，ねじれ座屈が始まるＢ点（図－３）のねじりモーメントを最大ねじりモーメントと考えた。

素線が切断するたわみ軸のねじりモーメントに関して小玉は以下の式を提案している[1]。

$$T_B = \pi d_m^2 \sigma n_m (D - d_m)/8k \qquad (1)$$

ここで，T_Bは破断ねじりモーメント，d_mは最外層素線直径，n_mは最大層素線本数，Ｄは公称直径，σは最外層素線の引張強さ，ｋは係数で0.7～0.8の値としている。本実験において，素線が破断するような例はなかったのでこの式はあてはまらない。

また，ねじれ座屈をおこす軸に関して，座屈ねじりモーメントと曲げこわさの関係を次式のように提案している[2]。

$$T_{cr} = k_1 B/\ell \qquad (2)$$

ここで，T_{cr}は座屈ねじりモーメント，Ｂはたわみ軸の曲げこわさで，k_1は係数で10～13の範囲である。本実験において，たわみ軸に輸送中の変形が残っていたため，曲げこわさの変動が大きく，実験値と計算値にかなりの差が出た。

図－９は横軸にたわみ軸の長さをとり，最外層素線構成，公称直径と最大ねじりモーメントとの関係をあらわしたものである。

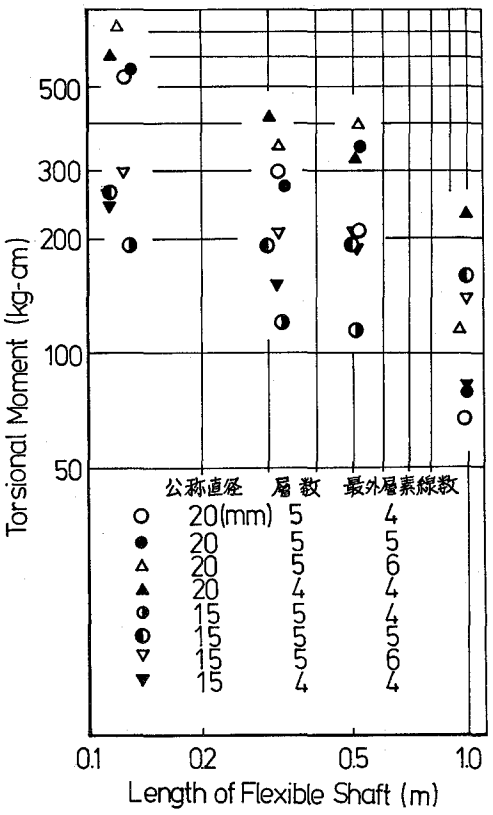
図より，たわみ軸の長さと最大ねじりモーメントは比例する。

そこで，たわみ軸のねじりこわさに影響を与える因子を整理して，最大ねじりモーメントに関する実験式を提案する。

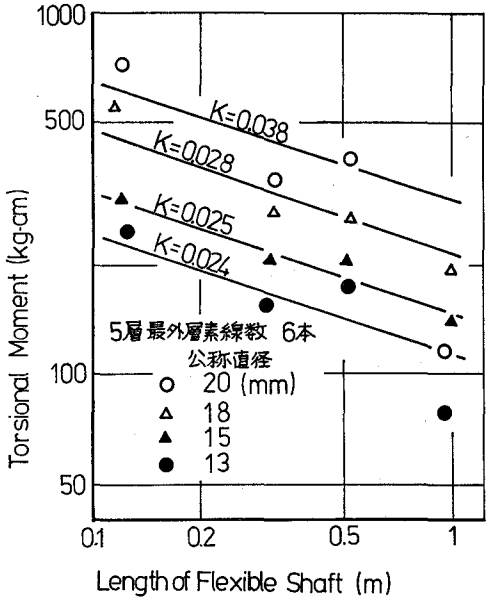
$$T_{max} = K n_m d_m \sigma D/\sqrt[3]{l} \qquad (3)$$

ここで，T_{max}は最大ねじりモーメント，n_mは最外層素線本数，d_mは最外層素線直径，Ｄは公称直径，σは最外層素線の引張強さ，Ｋは係数で，本実験ではほぼ0.02～0.04の範囲であった。

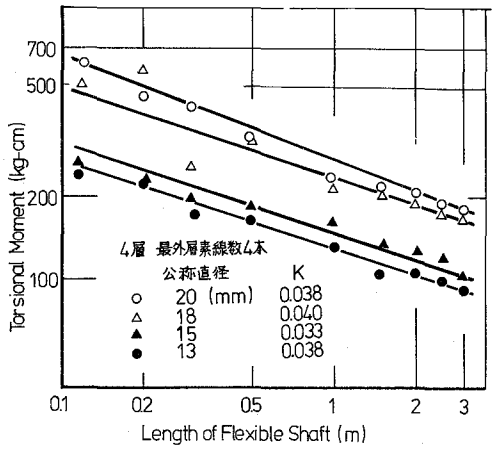
図－10，図－11は図－９と同様，素線構成，公称直径と最大ねじりモーメントの関係を表わしたものである。図中の直線は(3)式より求めた計算値である。



図－9　最大ねじりモーメントと長さの関係



図－10　最大ねじりモーメントと長さの関係



図－11　最大ねじりモーメントと長さの関係

(3)式では層数の影響をKの中に含ませているが，Kの値からは層数による影響は判断できない。

Kの値を選ぶと実験値と計算値はかなりよく一致する。

また，(2)式ではたわみ軸の曲げこわさがわからなければ座屈ねじりモーメントが求まらないが，(3)式では素線構成と素線の引張強さがわかるとKの値を適当に選ぶことによって簡単に最大ねじりモーメントが計算できる。

4. まとめ

以上の結果から，

(1)たわみ軸の変形が小さい場合はバネの集合体のように考えられ，変形が大きくなると充実軸や中空軸のような性質となる。

(2)最外層素線本数を多くしたり，最外層素線直径を太くすることによりねじりこわさを大きくすることができる。

(3)ねじりこわさは長さによらずほぼ一様と考えられるが，張力によって変動すると思われる。

(4)たわみ軸設計の一助となる最大ねじりモーメントを求める計算式を提案した。

最後に本実験にご協力をいただいた日本フレキシブル・メタル工業と卒業生の吉田透君（プレス工業K・K），境紀之君（K・K山田ドビー），水上正基君（K・K北海道曹達），吉田広君（枝幸高校）の諸君に謝意を表します。

（昭和51年5月21日受理）

参考文献

(1), (2) 材料試験 第10巻 99号 昭和36年

インパクト・クラッシャーの粉砕過程について確率過程論的検討

吉田　豊・徳田昭八郎

Applications of Stochastic Process to the Breakage Process of the Impact Crusher

Yutaka Yoshida and Shohachiro Tokuda

Abstract

In our Impact Crusher, our investigation is, first of all, to make it clear what sort of size reduction process can effect on what size distribution of product, from the point of view of probability theory based on the distribution function, the selection function, the select rate, and so on.

The result of the above investigation is compared with the cumulative undersize distribution of product measured by breakage test.

The formula which we found in this investigation, shows the size reduction process of our Impact Crusher.

1．ま　え　が　き

粉砕は，あらゆる工学の分野における単位操作として重要である。しかし，対象となる粉体物性が多種多様であり，あまりにも影響する因子が多く，再現性の少ないデータを示すことなどから，基本物性に対する定義や用語の完成，表示法の規格化なども十分でない。したがって，従来の研究も粉砕現象の一面的見方にとまり，粉砕全般にわたって解析的な見方からとらえたものは少ない。そのため，実際の粉砕機内で生じている複雑な現象も十分把握されていない。しかし，粉砕機内での現象を明確に認識することは，粉砕の理論を考える上で重要であり，従来経験的に設計されている粉砕機に対して設計，操作を大きく改善するものと考える。

そこで，われわれは，インパクト・クラッシャーにおいて，供給物がどのような粉砕・分級過程を経て，いかなる粒度分布の産物になるかを求め，その粉砕過程に対する粉砕理論を組み立てることを試みた。本報告では，粉砕過程に対し，現象の物理的意味を考えて，粉砕速度論と産物粒度分布の統計的取扱いを結びつけようとして，最近行なわれ始めた確率過程論[1)]の導入を試みた。すなわち，インパクト・クラッシャーの粉砕過程に対して，確率過程の適用性の検討を行ない，分布関数，選択関数，選択率などの粉砕特性関数に対してインパクト・クラッシャーにおける物理的意味との検討を行なった。そして，粒度分布をベクトル要素で，粉砕・分級過程をマトリックスで表示して，数値計算を行ない理論上の産物粒度分布線図を求めた。

さらに破砕実験を行ない，実際の産物粒度分布を測定して理論上の分布と比較して，インパクト・クラッシャーに適する粉砕特性関数のパラメーターの値を求めた。その結果，対象としたインパクト・クラッシャーの粉砕過程にほぼ適すると考えられる関係式を導いた。

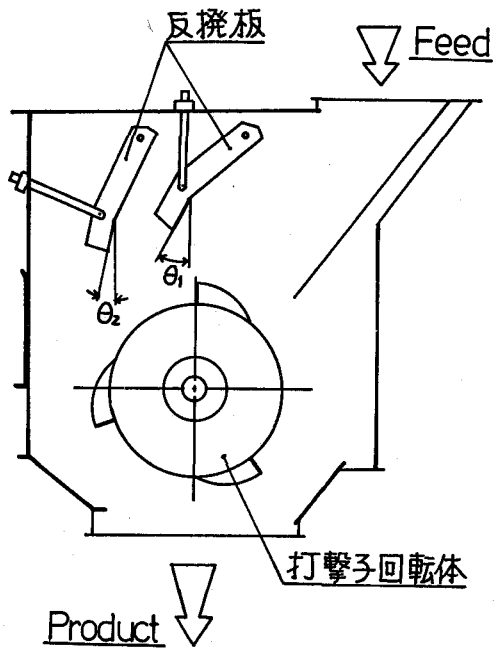
2．実　　験

粉砕過程を理論的に解析するために，実験を行ない粉砕機における供給物（Feed）と産物（Product）の粒度分布を明確に求めることを目的とした。

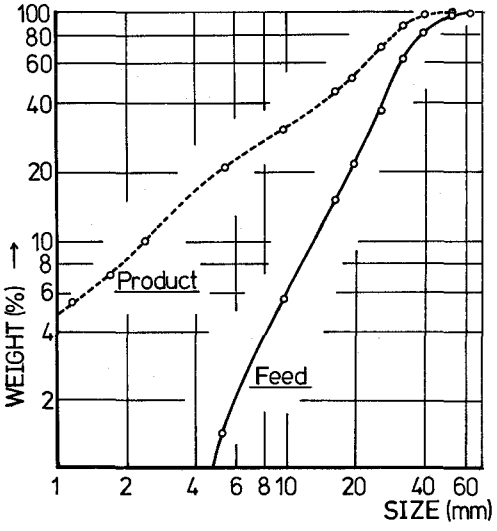
2－1　実験装置および試料

本実験に使用したインパクト・クラッシャーの概略を図－1に示す。正式名称は，楢崎造船（株）製のNIC型反撥式クラッシャーである。最大処理能力は，50t／hであり，100 mm～10 mm程度の粒子を10 mm～1 mmに粉砕する中間粉砕機として使用されている。図－1において，供給物は上部ホッパーより投下され，2枚の反撥板と打撃子回転体（200～800 r.p.m）との隙間にあたる粉砕ゾーンで粉砕が行なわれ，下部排出口より排出される機構である。

つぎに，供給物としての試料は，白老川下流付近の玉石（主に輝石安山岩より構成される）を用いた。玉石はジョウクラッシャーによって一次破砕を行ない，粒径を約64 mm以下にそろえた。母試料として200 kg用意し，フルイ分析（63.5, 38.1, 31.7, 25.1, 19.1, 15.9, 9.52, 4.76 mmの8段階のフルイを使用）によって，各フルイの粒度に対する重量%を求めた。その割合に従って，1データ分25 kgを5データ分用意した。試料は，1ヶ月間常温で放置乾燥した。供給物の粒度分布は，図－2に示す。



図－1　インパクト・クラッシャー概略図



図－2　供給物および産物の累積粒度分布

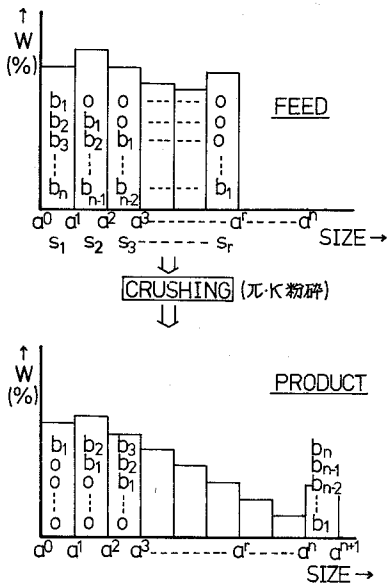
2－2　方法および結果

図－2に示した粒度分布の供給物25 kgを，本機内に投入して粉砕を行ない産物を得る。粉砕条件として，インパクト・クラッシャーの打撃子回転体の回転数を400 r.p.m とし，第1反撥板の角度θ_1を23°，第2反撥板の角度θ_2を14°とする。この条件下で25 kgづつ5回投入し得た産物をそれぞれフルイ分析して粒度分布を求める。産物の粒度分布は，供給物で使用したフルイの他に，2.38，1.68，1.19 mmのフルイを追加して測定し，5データの平均値をもってその値とした。その結果としての産物の粒径分布を図－2に示した。なお，粉砕後に回収できない飛散粒子が存在した。この粒子の粒径あるいは粒度分布は求め難く，損失分重量を産物粒度分布に均等配分することにより誤差を少なくすることとした。図－2に示した供給物と産物の粒度分布を基に理論的に求められた解析結果と比較検討し，インパクト・クラッシャーの粉砕過程を考察する。

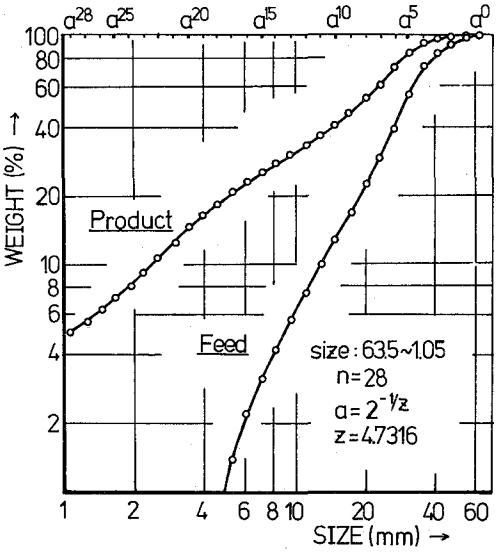
3．解　　析

3－1　概　　要

粉砕過程とは，粉砕によって粒子集合の部分，または全体の粒度をかえる過程である。また実際の粉砕過程は，粒度分布全体にわたって変化を及ぼし，粉砕後の産物の粒度分布に規則性があり粉砕機構と関連をもっていると考えられる。そこで粒度分布をベクトルで表わし，粉砕・分級過程をマトリックスによって表示する。マトリックスは，適当な粉砕特性関数の導入により集合を特性表示する。それらの数値解析によって得られた産物の累積分布曲線と実験で測定



図－3　解析のための模式図



図－4　等　級　粒　度

された累積分布曲線を比較検討して，対象とした粉砕機の粉砕特性を見い出す。解析における概略を図－3に模式図として示した。図－3において，a^0，a^1，…a^nは，フルイ分析で得られた粒度分布をベクトル要素に変換するために，公比aなる等比級数で得られた等級粒度である。b_1，b_2，…b_nは，分布関数**B**の各粒度に対するマトリックス要素であり，各粒度間の粒子が単位粉砕後いかなる分布になるかを示す。S_1，S_2，…S_rは，選択関数**S**のマトリックス要素で，各粒度に対して粒子が粉砕に選択される割合を示す。これらの要素を含む供給物が粉砕される。その時，粉砕機構に関係し粉砕様式からくる選択の割合を選択率πをもって表わす。これらの粉砕特性関数によって，図の産物に示すような各粒度に対する産物の粒度分布が得られる。

3－2　等級粒度[2)]

供給物，産物のベクトル要素への変換のため等級粒度を用いる。等級粒度a^0，a^1，…a^nは，両対数クラブにおいて粒度範囲に従い等級粒度比aと項数nの決定により求まる。すなわち，求める粒度範囲において，a^0＝最大粒度，$a^0 \times a^n$＝最小粒度とする。項数nを設定すると等級粒度比aが求まる。さらに$a = 2^{-\frac{1}{z}}$としてzを求める。a^n（n＝1，2，…n）が求まると$a^0 \times a^n$によって両対数グラフにおける等間隔の粒度が求まる。本解析においては，粒度分布状態からn＝28を選定し最大粒度63.5 mm，最小粒度1.05 mmとすることによってz＝4.7316が得られ，求められた等級粒度を図－4に示す。a^0，a^1，…a^{28}が粒度を示す。図－2のフルイ分析における供給物，産物の粒度分布曲線と，等級粒度との交点の高さが累積ベクトルの要素となる。頻度ベクトルは，累積ベクトル要素の相隣れる組の差を要素とする。供給物，産物の頻度ベクトルを表－1に示した。フルイ下は最小粒度以下の割合とすれば，これは頻度ベクトルの要素ではないが100%から頻度ベクトルの要素の総和を減じたものになっている。フルイ下は，括弧をつけて表わす。

表－1　頻度ベクトル

f	**P**
3.5	0.0
6.5	1.0
8.0	3.0
12.5	5.5
14.5	8.2
12.0	9.3
12.0	11.0
7.0	9.5
5.0	7.5
3.8	6.5
3.7	4.0
2.5	3.5
1.9	2.5
1.8	3.0
1.4	2.5
1.3	2.0
1.2	2.3
1.4	2.0
0.0	2.0
0.0	2.0
0.0	2.0
0.0	1.5
0.0	1.3
0.0	1.2
0.0	1.1
0.0	0.8
0.0	0.8
0.0	0.8
(0.0)	(4.7)

以上のようにして，粒度分布を列ベクトル**f**，**p**（**f**：供給物，**p**：産物）で表わす。供給する全重量をFとすれば，各粒度範囲の重量はF・**f**であり，これがフルイ分析で得られるものである。

3－3　分布関数B（y，x）

分布関数$B(y, x)$とは，粒度xの粒子が粉砕されるとき，産物の粒度がy以下となるものの重量割合を示す。$B(y, x)$は，その性質から粉体の分布則を用いることが可能となり粒子のこわれ方を規定する。従って，$B(y, x)$には，Gaudin-Schuhmanの式，Gaudin-Meloy

の式，Rosin-Rammler-Bennet の式などが考えられる。われわれは，実験によって得られた粒度分布の形や，単一破砕のくり返しのシュミレーションに重点をおくこと，さらに理論的根拠が比較的明確なことから，Broadbent-Callcott の式を基とする分布関数を用いることとした。以下に Broadbent-Callcott の式（以下B－C式と表わす）の基礎となる Gilvarry の考え，B－C式，マトリックス要素への変換方式を述べる。

i）Gilvarry の考え[3]；岩石等においては，最初からミクロな亀裂が存在し，外力を受けて内部に応力が生じた時，亀裂が活性化されて伝播し，ついには破壊にいたるという考えが，Griffith のクラック破壊説，weakest-link-theory など多く提唱されている。また亀裂が破壊に至る確率が，Gaudin-Meloy などの分布則に対する理論的裏付けとして用いられている。Gilvarry は，このような考えから，亀裂が固体の内部，表面上および稜上に各々独立してランダムに存在し，それらが活性化される確率はポアソン分布に従うと考えた。そして，できた破片の粒子径が x であるものができる確率 $P(x)$ は，破片の体積 v，表面積 s，面の合致する稜の全長 l の領域の中には亀裂がなく，dv・ds・dlの中に１つ存在し，それが破壊に至る確率として（１）式になることを導いた。

$$P(x) = 1 - \exp\left[-\{(x/k) + (x/j)^2 + (x/i)^3\}\right] \qquad \cdots(1)$$

ここで，i，j，kは定数である。

ii）Braoadbent-Callcott の式；Broadbent と Callcott は，前述の Gilvarry の個体内に存在している亀裂の分布から，統計的に導き出した産物粒度分布の式において，正規化条件を多少変更し，稜上の亀裂が支配的であると仮定し，その関数の妥当性を示した。

すなわち，（１）式において，xが小さい場合，右辺の二重かっこ内の（ x/k ）の項は他の二項が無視できる程優勢となる。このことは，粒径が小さくなれば，稜上に存在する活性化された亀裂が，破壊プロセスに大きな役割を果たすことを意味するものである。そこで，ある粒子径の範囲内においては，固体の稜上に存在する亀裂が支配的に破壊プロセスに寄与すると考えて，次の条件を考えた。粒子径 y_{max} 以下の重量パーセント；

$$\int_o^{ymax} P(t).dt = P(y_{max}) = 1 - \exp(-\gamma \cdot y_{max}) \qquad \cdots(2)$$

粒子径 y 以下の重量パーセント：

$$\int_o^{y} P(t) \cdot dt = P(y) = 1 - \exp(-\gamma \cdot y) \qquad \cdots(3)$$

（２），（３）式において，tは領域の広さであり，γは領域中にわたる点の平均密度を表わす。以後，ymax を x とおくと分布関数 $B(y, x)$ は，その定義より（２），（３）式の比によって表わすことが出来る。

$$B(y,x) = P(y)/P(x)$$
$$= \{1 - \exp(-\gamma \cdot y)\}/\{1 - \exp(-\gamma \cdot x)\} \qquad \cdots(4)$$

ここで，$\gamma \cdot x = \alpha$とおき（4）式の右辺を変形する。

$$\{1-\exp(-\alpha \cdot y/x)/\{1-\exp(-\alpha)\} \quad \cdots(5)$$

（5）式が Broadbent-Callcott の分布式である。αは，分布定数と呼ばれ破片の粒度分布の形を表わし，活性化された亀裂がどのように伝播し，最後にどのような大きさの破片を形成するかによって決定されるものと考えられる。従って，αの概念は（6）式のようになる。

$$\alpha \propto f(\sigma, \Sigma, a, \eta, y) \quad \cdots(6)$$

ここで，σ：破壊される粒子の破壊強度，Σ：周辺の応力場，a：周囲の雰囲気，η：亀裂の伝播の仕方の要素である。われわれは，この分布定数αについて簡略化のため$\alpha = 1$と仮定した。以上より（7）式が，B－C式を基とした分布関数$B(y, x)$である。

$$B(y,x) = \{1-\exp(-y/x)\}/\{1-\exp(-1)\} \quad \cdots(7)$$

iii）分布関数のマトリックス要素への変換方式；分布関数は，（7）式を用いるが，分布マトリックス要素b_{ij}を求めるにあたり，つぎの3つの方式が考えられる。

a）それぞれの粒径区分の上限と下限の幾何平均をもってその粒径区分の代表径$\bar{x}$とし，$\bar{x}$に対応する分布関数を採用する。

b）それぞれの粒径区分について，上限に対応する分布関数と下限に対応する分布関数を計算し，その平均値を採用する。

c）各粒径区分内において，被粉砕物の粒度分布を仮定し，これによる分布関数の加重平均を採用する。

われわれは，a）の方式を採用した。すなわち，

$$b_{ij} = B(y_o, \bar{x}) - B(y_u, \bar{x}) \quad \cdots(8)$$

ただし，$\bar{x}$；幾何平均，添字 o；粒径区分の上限，添字 u；粒径区分の下限，である。こうして得られたものは，以下に示すようにb_1，b_2，…b_nのn個の階段行列となる。今，等級粒度

表－2　粒度$a^{r+\frac{1}{2}}$（$r=0,1,\cdots\cdots,n-1$）の粉砕産物：累積分布

粒度 y	フルイ下の割合：$B(y, a^{r+\frac{1}{2}})$
a^r	1
$a^{r+\frac{1}{2}}$	1
a^{r+1}	$\{1-\exp(-a^{\frac{1}{2}})\}/\{1-\exp(-1)\}$
a^{r+2}	$\{1-\exp(-a^{\frac{3}{2}})\}/\{1-\exp(-1)\}$
⋮	⋮
a^{r+n-1}	$\{1-\exp(-a^{\frac{2n-3}{2}})\}/1-\exp(-1)\}$
a^{r+n}	$\{1-\exp(-a^{\frac{2n-1}{2}})\}/\{1-\exp(-1\}$
0	0

表－3　粒度$a^{r+\frac{1}{2}}$（$r=0,1,2,\cdots,n-1$）の粒子の粉砕産物：頻度分布

等　級	等級範囲の産物の割合	記号
$a^r \to a^{r+1}$	$\dfrac{\exp(a^{\frac{1}{2}})-\exp(-1)}{1-\exp(-1)}$	b_1
$a^{r+1} \to a^{r+2}$	$\dfrac{\exp(a^{\frac{3}{2}})-\exp(-a^{\frac{1}{2}})}{1-\exp(-1)}$	b_2
⋮	⋮	⋮
$a^{r+n-1} \to a^{r+n}$	$\dfrac{\exp(-a^{\frac{2n-1}{2}})-\exp(-a^{\frac{2n-3}{2}})}{1-\exp(-1)}$	b_n
$a^{r+n} \to 0$	$\dfrac{1-\exp(-a^{\frac{2n-1}{2}})}{1-\exp(-1)}$	b_{n+1}

比 a を用いて1（$=a^0$）を最大粒度とする時，等級 $a^r \sim a^{r+1}$ の間の代表粒子の粒度は，上記より $\bar{x}=\sqrt{a^r \cdot a^{r+1}}=a^{r+\frac{1}{2}}$ となる。これが，$B(y, \bar{x})$ に従って粉砕される。すなわち，粒度 $a^{r+1/2}$（$a^r \sim a^{r+1}$）粒子の産物は，フルイ下の割合 $B(y, a^{r+1/2})$ に従い，つぎのようになる。まず，粒度 $y=a^r$ のフルイ下の割合 $B(a^r, a^{r+\frac{1}{2}})$ は，1となる。また，粒度 $y=a^{r+1}$ のフルイ下の割合 $B(a^{r+1}, a^{r+\frac{1}{2}})$ は，$\{1-\exp(-a^{\frac{1}{2}})\}/\{1-\exp(-1)\}$ となる。以下同様にして求めたものが表－2である。

b_{ij} は，粉砕前 i 番目の粒度等級の粒子が，粉砕後 j 番目の等級になる割合を示している。

粒度 $a^{r+\frac{1}{2}}$（$r=0,1,\cdots\cdots,n-1$）の粒子の破砕産物において，等級 a^r と等級 a^{r+1} の間に存在する割合を b_1 とすると，（8）式より頻度分布として表わされる。

$$b_1 = B(a^r, a^{r+\frac{1}{2}}) - B(a^{r+1}, a^{r+\frac{1}{2}}) \qquad \cdots(9)$$

ここで，表－2より，$B(a^r, a^{r+\frac{1}{2}})=1$，$B(a^{r+1}, a^{r+\frac{1}{2}})=\{1-\exp(-a^{\frac{1}{2}})\}/\{1-\exp(-1)\}$，ゆえに，$b_1=\{\exp(-a^{\frac{1}{2}})-\exp(-1)\}/\{1-\exp(-1)\}$ 同様にして，b_2 は（10）式のようになる。b_2 は，等級 a^{r+1} と等級 a^{r+2} の間に存在する割合である。

$$\begin{aligned} b_2 &= B(a^{r+1}, a^{r+\frac{1}{2}}) - B(a^{r+2}, a^{r+\frac{1}{2}}) \\ &= \{\exp(-a^{\frac{3}{2}}) - \exp(-a^{\frac{1}{2}})\}/\{1-\exp(1-\exp(-1))\} \end{aligned} \qquad \cdots(10)$$

以下同様にして，b_3，…，b_{n+1} を求め表に示したのが表－3である。一般に，粒度 $a^{r+\frac{1}{2}}$（$r=0,1,\cdots\cdots,n-1$）の粒子の粉砕産物が，等級 a^{r+n-1} から等級 a^{r+n} に存在する割合は，b_n で示され，

$$b_n = \{\exp(-a^{\frac{2n-1}{2}}) - \exp(-a^{\frac{2n-3}{2}})\}/\{1-\exp(-1)\} \qquad \cdots(11)$$

で表わされる。ただし，b_1 は例外となる。

得られたマトリックス要素 b_1，b_2，…，b_n を不変とすると，表－4に示す分布関数 **B** が得られる。これは，図—2に示された供給物の状態に含まれる分布関数をマトリックス化したものである。すなわち，第1列目の等級粒度 a^0 と a^1 の間に存在する $\{b_1, b_2, \cdots b_n\}$ は，粉砕後それぞれ，粒度 $a^0 \sim a^1$ に b_1 の割合で，（$a^1 \sim a^2$）に b_2，（$a^2 \sim a^3$）に b_3，…の割合で分布されることを示す。その時のフルイ下に分布する割合は，b_{n+1} である。また，第2列目（すなわち，$a^1 \sim a^2$ の代表粒子）の $\{0, b_1, b_2, \cdots, b_{n-1}\}$ は，$(1-a)$ に0，$(a-a^2)$ に b_1，$(a^2 \sim a^3)$ に b_2，…の割合で分布されることを示す。フルイ下すなわち a^n 以下に存在する割合は，この場合 b_n となる。以下同様である。

表－4　分布関数 **B**

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_2 & b_1 & \cdots & 0 & 0 \\ b_3 & b_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ b_{n-1} & b_{n-2} & \cdots & b_1 & 0 \\ b_n & b_{n-1} & \cdots & b_2 & b_1 \end{pmatrix}$$

3－4　選択関数 S（x）

粒子集合が粉砕される時，各粒度粒子のある割合だけが選択されることが考えられる。この

時，選択された粒子だけが分布関数B（y, x）に従って粉砕されるが，この選択の割合を選択関数によって表わす。一般に選択関数は，単位時間に粒子が粉砕される割合として，粒子が粉砕される確率を時間で微分したものであり，粉砕速度に関する微分方程式を解くために不可欠なものである。しかし，従来選択関数に対し，純実験的測定の困難さなどから，関数形を適当に仮定している。そこで，われわれはその値が粉砕機構や物質の種類によって決ると考え，以下の様に進めた。すなわち，選択関数は，その未粉砕量の大きさで決定され，この未粉砕量dp（x, t）は，（2）式より求まる。

表－5　選択関数 S

$$S=\begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & & S_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & & 0 & S_n \end{pmatrix}$$

$$dP(x,t)=1-P(x)$$
$$=\exp(-\gamma\cdot x) \qquad \cdots(12)$$

（12）式より，選択関数S（x）は，つぎのようになる。

$$S(x)=1/\gamma\cdot\ln\{1/dP(x,t)\}\propto x \qquad \cdots(13)$$

また，$\alpha=\gamma\cdot x$を考慮すれば，S$\propto\alpha$の関係が成立する。すなわち，粒子径を変化させたとき，選択関数と分布関数との間には直線的関係が成立することをあらわしている。しかし，この場合のS（x）は，ボールミルなど閉回路粉砕の時には都合がよいが，インパクト・クラッシャーなどの開回路粉砕においては，未粉砕量があまり関係しないものと考えられる。そこで，粒子径だけに影響するものとして，次式

$$S(x)=x^c \qquad c：定数 \qquad \cdots(14)$$

を用いることとした。そして，選択関数のマトリックス要素S_iへの変換は，表－5に示すように，対角線上にマトリックス要素s_1，s_2，…s_nが入り他は零の対角行列$\mathbf{S}$を示し，s_iは，i番目の粒度等級a^{i-1}とa^iの間の代表粒子が，粉砕に選択される割合を示すことで行なわれる。分布関数と同様に代表径$\bar{x}=a^{r+\frac{1}{2}}$とすると，粒度$a^r$と$a^{r+1}$の間の$S$（$x$）は，

$$S_i=(a^{r+\frac{1}{2}})^c \qquad (r=0,1,\cdots\cdots n-1,\ i=r+1) \qquad \cdots(15)$$

となる。

3－5　$\pi\cdot\varkappa$ 粉砕

$\pi\cdot\varkappa$粉砕は，粉砕様式により選択の割合を示す選択率πを含む粉砕状態を示すものである。すなわち，πは，粉砕過程で粒度に独立に割合πだけが粉砕に選択され，残りの（$1-\pi$）は未粉砕で過程を通過するものである。（15）式において，$C=0.0$の場合が，πだけの粉砕を示す。また$\varkappa$は，機械の粉砕ゾーンでの取扱いや再粉砕の問題に対して，用いられるもので，供給のうちπが粉砕ゾーンを出る前に$\varkappa$回粒度に独立に粉砕を経験し，残りの（$1-\pi$）は，未粉砕で通過するという粉砕過程である。従って，インパクト・クラッシャーの再粉砕の問題の検討も含めて，$\pi\cdot\varkappa$粉砕を用いて解析を進めた。選択率と選択関数の相違は，選択率は粒径に無

関係に粉砕機等と関係する粉砕様式により π の割合だけ粉砕に寄与するという点である。また，x は分布関数のマトリックスのベキ乗の形で表現される。

3－6　粉砕過程の数値解析

以上で述べた供給物分布ベクトル：**f**，分布関数；**B**，選択関数；**S**，選択率；π，産物分布ベクトル；**p** および x との関係をまとめると，つぎのようになる。

i）$\pi \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{f}$；供給のうち，どれだけが粉砕に選択されたものかを示す。

ii）$\pi \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}^x \cdot \mathbf{f}$；供給のうち，粉砕に選択されたものが，どのように各等級に分配されるかを示す。

iii）$(\mathbf{I}-\pi \cdot \mathbf{S}) \cdot \mathbf{f}$；供給のうちどれだけ未粉砕のままで過程を通過するかを示す。

これらのii），iii）の和が産物となるはずであるから，粉砕過程を表わす関係は，つにぎのようになる。

$$\boldsymbol{p} = \{\pi \cdot \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{B}^x + (\boldsymbol{I} - \pi \cdot \boldsymbol{S})\} \cdot \boldsymbol{f} \qquad \cdots(16)$$

得られた（16）式において，対象としたインパクト・クラッシャーの粉砕過程に対する数値解析は，要約すると以下のようになる。

i）粒度分布のベクトル表示のため，粒度範囲とベクトルの項数 n を決定し，等級粒度比 a を決める。

最大粒径 63.5 mm，最小粒径 1.05 mm，項数 n＝28，等級粒度比 $a = 2^{-1/4,7316}$

ii）粉砕特性関数のマトリックス要素への変換方式

$$S_i = S(x),\quad b_{ij} = B(y_0,\ x) - B(y_u,\ x)$$

iii）分布関数は，階段行列 **B** で表わし，その要素 b_1，b_2，$\cdots b_n$ は不変とする。分布関数 $B(y,\ x)$ は，$\{1 - exp(-y/x)\} \,/\, \{1 - exp(-1)\}$ とする。

また，**B** のべき数 x は，1，2，3，4，8，16 の場合を計算する。

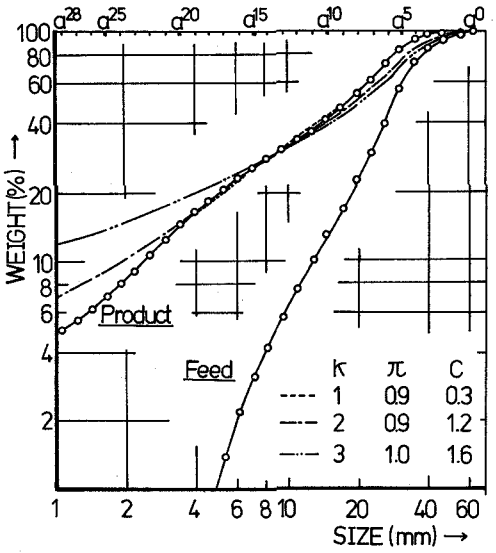
iv）選択関数は，対角行列で $\mathbf{S} = \mathrm{diag}(S_1, S_2, \cdots S_n)$ で表わす。選択マトリックスの要素 $S_i = S(x) = x^c$ とする。ベキ数 C は，0.0～2.0 まで 21 段階の計算を行なう。

v）π は 0.0～1.0 まで 11 段階の計算を行なう。

以上の条件下において，プログラムを作成し，電子計算機を使用する。プログラムにおいては，実験で得られた供給物の分布ベクトルをデータとして読みこまし，π，c，x の各値ごとに，マトリックス計算を行ない，各粒度に対する産物の累積分布ベクトルを出力する。得られた結果と，実験によって得ている産物の粒度分布との比較検討を行ない，一致する各粉砕特性関数のパラメーターを見い出し，対象としたインパクト・クラッシャーに対する粉砕過程の確率過程論的表示を求めた。

4．考　　察

3章で求めた結果において，対象としたインパクト・クラッシャーに対し，設定条件下で，ベクトル・マトリックス表示による解析が可能であることが示めされた。すなわち，電算機結果において得られた産物分布曲線と実験において得られた曲線との比較を，図－5に示す。図－5には，$\kappa=1$，2，3の場合の特に実験値に漸近した例を示す。図よりわかるように，$\kappa=1$，$\pi=0.9$，c＝0.3の場合において，a_8～a_{18}付近で多少の差異は生ずるが，他はほとんど実験値と一致した。このことは，実験値の精度や計算値における精度を考えると十分一致しているものと考える。従って，本解析方法の適用の可能性が十分あると考えられる。各パラメーターの値と，インパクト・クラッシャーの粉砕過程における特性とを検討すると，$\kappa=1$は，粉砕ゾーンの機構に対して，粉砕ゾーンに入った粒子が単一破砕によって適用した分布に配分される可能性は，開回路粉砕であることからも，大きく，矛盾せぬと考えることができる。$\pi=0.9$の値は，選択率90%であることを示しているが，ホッパーから投入された粒子集団の90%以上が粉砕ゾーンに入ることを表わすことにもなる。残り10%が，反撥板から打撃子回転体の後部に飛ばされるか，または，一度粉砕ゾーンに入り，打撃子回転体によりはねかえされたか，あるいは，高速回転による微粒子の飛散などによって粉砕ゾーンに入らなかったことが考えられる。しかし，このπの値とは，選択関数の値との関係があり，設定計算でπを0.1きざみにした結果，0.9の値を得たが，実際には，それ以上のほぼ1.0に近い値をとることが妥当のように思われる。また，c＝0.3は，選択関数において，a^0の粒度で94%選択され，a^{28}で28%選択されることを示す。このことは，反撥板や打撃子回転体による粉砕ゾーンの領域を考えるに矛盾しないと考えられる。以上の事から，目的としたインパクト・クラッシャーの粉砕過程に対し，本解析方法が妥当性を有し，適用に対する有効性を十分示しうるものと考える。



図－5　数値解析結果

従って，今後，粉砕過程解析をより正確に行なうために，まず実験による産物の粒度分布曲線をより正確に測定することが不可欠である。インパクト・クラッシャーにおいては，その機構上，放散する微粒子の存在が，回収不可能であり，その粒径，粒度分布を明確に把握できない。現在の測定法では不十分である。今後なんらかの方法で回収率を100%にする必要がある。

さらに，供給物の物質による違い，粉砕機による機械的要素の影響と確率論的考察あるいは，粉砕特性関数との関係などを実験的に求める必要があると考える。また，解析方法そのものにおいては，分布関数に比して選択関数に対する理論的考察が少なく，選択率と選択関数に対する明確な区分などが，純実験的に困難な点が多いために，理論的課題になると考える。

5．結　　言

NIC 型インパクト・クラッシャーにおける設定条件下の粉砕過程は，ベクトル・マトリックス表示による確率論的考察によって，解析可能であり，その理論的関係は，次式のように表示することができ，それぞれの粉砕特性関数および各パラメーターは，以下のごとくである。

$$\boldsymbol{p} = \{\pi \cdot \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{B}^{\varkappa} + (\boldsymbol{I} - \pi \cdot \boldsymbol{S})\} \cdot \boldsymbol{f}$$

$\boldsymbol{p}$；粉砕産物の頻度分布ベクトル，　$\boldsymbol{f}$：粉砕供給物の頻度分布ベクトル

$\boldsymbol{S}$：選択マトリックス diagonal matrix $\{S_1, S_2, \cdots, S_n\}$　　$S_i = (a^{r+\frac{1}{2}})^c$

$\boldsymbol{B}$：分布マトリックス step matrix $\{b_1, b_2, \cdots\cdots, b_n\}$

$$b_n = \{\exp(-a^{\frac{2n-1}{2}}) - \exp(-a^{\frac{2n-3}{2}})\}/\{1 - \exp(-1)\}$$

ただし　$b_1 = \{\exp(-a^{\frac{1}{2}}) - \exp(-1)\}/\{1 - \exp(-1)\}$

$\mathbf{I}$：単位マトリックス

ここで，選択マトリックス要素のベキ数；$c = 0.3$，選択率；$\pi = 0.9$

分布マトリックスのベキ数；$\varkappa = 1$

今後は，より多くの実験を行ない，物質の違いや，粉砕機構の変化に伴なう粉砕特性関数の変化などを明確に求め，粉砕過程をより正確に表示しうる関係を見い出したい。

（日本鉱業会北海道支部昭和 50 年度秋季大会講演発表）

（昭和 51 年 5 月 21 日受理）

文　　献

1）S. R. Broadbent & T.G. Callcott ; J. Inst. Fuel **29**,524, 1956, **30**, 13, 1957.

2）小沼栄一；粉体工学研究会誌，**10**，（1），12，1973.

3）桑原好孝；粉体工学研究会誌，**7**，（1），48，1970.

定容燃焼における燃焼ガスの研究

(第2報　水素燃料の燃焼における NOx の生成)

塚　原　　実

A study on Burned Gas of Constant Volume-Combustion

(Part 2. NOx Formation with Hydrogen as the Fuel)

Minoru, Tsukahara

Abstract

The author has continued a series of experiments over several years on some factors affecting combustion gas composition with the closed vessel.

It has been reported in the previous paper that the concentration of the hydrocarbon and carbonmonoxide which are found in the exhaust gas with propane as the fuel are affected by some factors, such as the wall temperature, air-fuel ratio and surface-volume ratio of the combustion chamber.

Now by using the hydrogen which is attractive in view of the serious air pollution and, furthermore, a possible alternative fuel to replace depleting petroleum resources, the clarification of the growth mechanism of NO and NO_2 on combustion of hydrogen-air mixture are studied experimentally and theoretically.

And at the same time, the author has investigated on the effect of the oxide density on NO concentration by varying oxide density in the mixture.

These results are described in this paper (Part 2).

I　まえがき

筆者は以前より燃焼ガス組成におよぼす諸因子の影響を明らかにするために，模形燃焼容器を用いて一連の実験を行なってきた。そして燃料としてプロパンを使用した場合における燃焼によって排出する HC および CO に関する実験の一部については，すでに第一報に報告したとおりである。本報においては，これに引き続き排気対策，あるいはエネルギー資源として将来有望と考えられている水素を用いて，これが燃焼する際に生成する NO および NO_2 についての実験と理論計算とを行なった。また，これとは別に混合気の酸素濃度を薄めた場合における NOx の低減についても実験を行ない，2・3の結果を得たので報告する。

II　実験装置

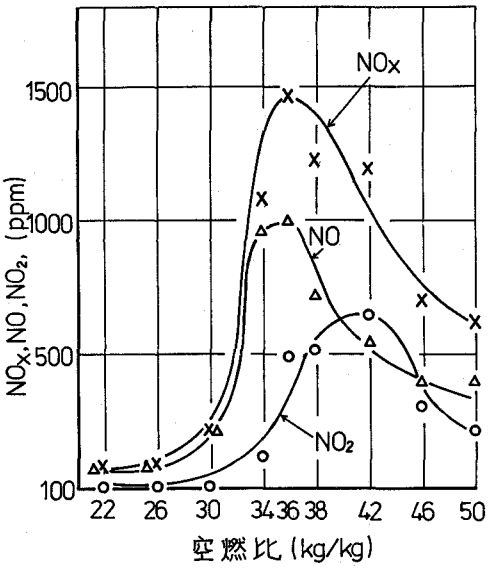
実験に使用した燃焼容器は，内径 30ϕmm，長さ 150mm の円筒状の燃焼室をもつステンレス製容器である。混合気は，封入圧力 2 atg 一定のもとに燃焼させた。なお，空燃比および酸素濃

度は分圧の法則により算出した。また，実験に際してはその都度混合気の空燃比をガスクロマトグラフィによって確認した。ガスの分析にあたっては，H_2 についてはガスクロマトグラフィ（T.C.D.，充填剤はモレキュラシーブ５Ａ）により，また NO および NO_2 はナフチルエチレンジアミン法によって分析した。一方燃焼圧力の測定に際しては，抵抗線歪計式指圧計を燃焼容器の軸方向側面に取り付け，電磁オッシログラフによって記録した。

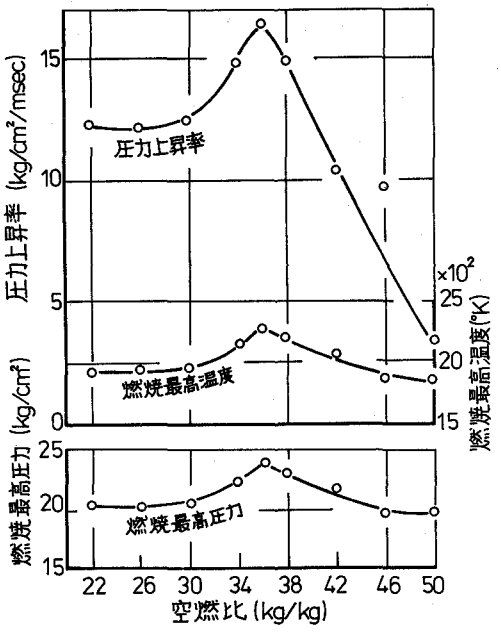
Ⅲ 実験結果および考察

Ⅲ－1 NOx と空燃比および酸素濃度

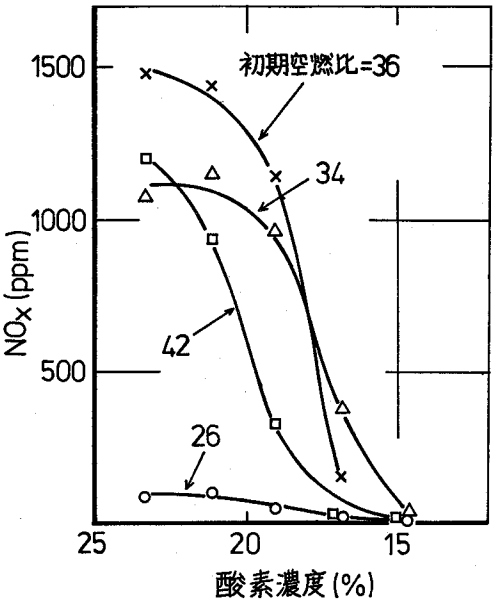
図－１は空燃比を変化させた場合における NOx の測定結果を示すものである。水素の理論空燃比は 34.3(kg/kg) であるが，これよりもやゝ薄い空燃比すなわち 36(空気過剰率 $\lambda=1.05$) において，NOx および NO がもっとも大きい値を示し，それよりも混合気が薄くなっても，濃くなっても両成分は急減することが示されている。このように空燃比を変えた場合における NO の増減傾向は，燃料としてプロパンを使用した際の結果[1] と全く同様な傾向となっているが，NO の絶対値は水素燃料の場合の方が高い値を示している。NO_2 については，サンプリングから分析にかけるまでの時間および方法などによってその値がかなり変ってくるものと考えられるため，分析までの手順を極力同一に保って分析を行なった。その結果は図にみられるように空燃比が 42 ($\lambda=1.22$) のところで最高値を示し，しかもこの空燃比における NO_2 の値は NO に比べて大きいことを示している。



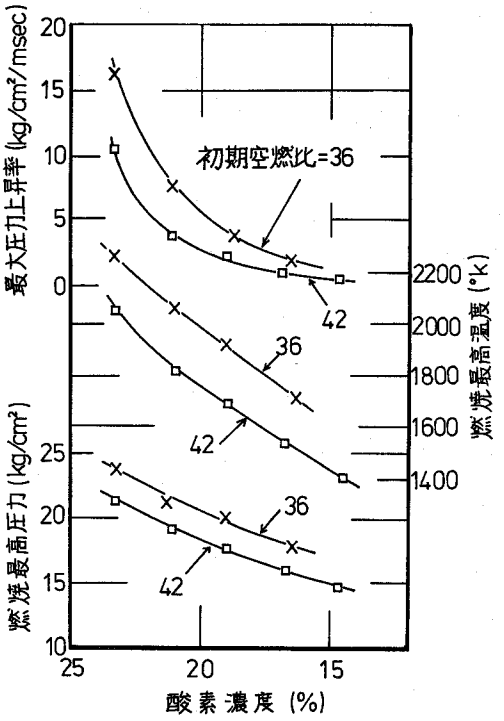
図－１ NOx と空燃比



図－２ 燃焼特性値と空燃比



図－3　NOx と酸素濃度



図－4　燃焼特性値と酸素濃度

図－2は，燃焼最高圧力，燃焼室全体における燃焼最高温度および最大圧力上昇率を示したものである。これらの燃焼持性値の空燃比に対する増減は NOx および NO の増減と全く同じ推移を示すが，このことはすでに知られているように NO が燃焼温度および酸素濃度によって大きく影響を受けることを裏付けるものである。また，この燃焼特性値は非常に大きく，とくに理論空燃比における最大圧力上昇率は非常に大きな値を示しているが，このことは燃料として水素を用いた実機の実験[2]によっても指摘されているところである。

このように燃料として水素を使用した際におけるこれらの燃焼特性値とくに圧力上昇率がガソリンまたはプロパンを使用して燃焼させた場合に比較して5～10倍程度の大きな値となるが，このことは実際のエンジンの場合においては強度上大きな障害になるものである。そこでこれらの燃焼持性値のなかで，とくに圧力上昇率の低減を目指すとともに，一方では NOx を大巾に減少させることを目的として，混合気の酸素濃度を変えて実験を行なった。図－3は NOx におよぼす酸素濃度の影響，図－4はその際の燃焼持性値をそれぞれ示したものである。なお，混合気の酸素濃度を下げる稀釈ガスとしては高純度の N_2 ガスを使用した。また，図中初期空燃比とは，稀釈用 N_2 ガスを加えない場合の空燃比を指し，稀釈用ガスを加えて酸素濃度を下げた際における燃料と酸素の比率は常に一定に保ち初期空燃比の状態が得られるようにして実験を行なった。

図にみられるように，酸素濃度が17%以下の場合には NOx が大巾に低減することが明らか

である。これに対して圧力上昇率は酸素濃度が低下するにつれて急減しており，また燃焼最高圧力は酸素濃度が15%の場合においてもそれほど大きく減少していないという特色を示している。このように水素燃料の燃焼に際して混合気の酸素濃度を薄めることによってNOxおよび圧力上昇率は大巾に低減出来るのであるが，この場合には同時に燃焼圧力がやゝ低下する。したがって実際に火花点火機関の燃料として水素を用いる場合における酸素濃度の適用範囲については，排出NOx濃度と要求される機関性能との関係において適宜定められるべきであろう。しかしながら実際のエンジンにおける有害ガスの除去の一方法としてEGR方式が既に提唱されているが，燃料として水素を用いる場合には，このEGR方式が燃焼性能上およびNOxを低減するうえで，より有効な手段になるものと考えられる。

Ⅲ－2 NOの生成について

水素一空気の均一混合気における定容燃焼においては，本実験によって非常に多くのNOが排出されることが分ったのであるが，この場合におけるNOの生成についての解析を行なった。NO生成の解析については非常に多くの報告[3]があるが，こゝではこれらの考え方を基にして定容燃焼容器の場合におけるNOの生成について，つぎの仮定と手法のもとに解析をしたので以下その概要を説明する。

1）燃焼炎面は平面であり，容器の軸方向に進行する一次元燃焼波である。

2）定容燃焼であるため燃焼は燃焼最高圧力に達した点において終了するものであり，指圧線図によって燃焼の初めから終るまでの間を等時間間隔に10分割し，それぞれのセクションにおける燃焼割合を求める。

3）燃焼割合から各セクションの体積および燃焼ガスのモル数を求める。

4）各セクションの燃焼ガスの温度は，NOの生成が凍結するに至るまで燃焼とその後の断熱圧縮による温度勾配を考慮して求める。

5）NOの生成はZELDOVICH機構による反応式によって求める。

まず，燃焼容器内における燃焼割合は，指圧線図から圧力値を実測することによって，以下の方法で求めた。

燃焼容器内のガスのエネルギー平衡より

$$dQ_B - dQ_C = d(G \cdot C_v \cdot T)$$

発生熱は $$dQ = dQ_B - dQ_c \quad \cdots(1)$$

したがって $$dQ = d(G \cdot C_v \cdot T) \quad \cdots(2)$$

ガスの状態式より $$GR \cdot dT = P \cdot dV + V \cdot dP - RT \cdot dG \quad \cdots(3)$$

定容燃焼であるから $dV = 0$ とおいて式(2)と式(3)より

$$dQ = C_v \cdot \frac{V_0}{R} \cdot dP \quad \cdots(4)$$

冷却損失については　$dQ_C = \alpha_g \cdot F \cdot (T - T_W) \cdot d\tau$　…(5)

熱伝達率 α_g は *Nusselt* により　$\alpha_g = 0.99 \cdot P^{\frac{2}{3}} \cdot T^{\frac{1}{3}} (1 + 1.24S)$　…(6)

こゝで Tw は室温に等しく，ガス温度Tは　$T = P \cdot V_0 / GR$　によって求められる。

したがって燃焼割合Zは，式(4)と式(5)より次式によって求めることができる。

$$z = \frac{\int dQ + \int dQ_c}{Q_B} \qquad \cdots(7)$$

こゝで Q_B：燃料の燃焼で生じた熱量（Kcal），Qc：壁面への冷却熱量（Kcal），G：容器内ガスの重量（kg），P：容器内ガスの圧力（kg/m²），V_0,：容器の全容積（m³），R：容器内ガスの定数（Kcal/kg°K），C_v：容器内ガスの定容比熱（Kcal/kg°K），F：容器内面の面積（m²），S：補正係数，τ：燃焼時間（hour），A：仕事の熱当量（Kcal/kg・m）

つぎに各セクションにおける温度経過を求めるのであるが，まず，各セクションにおいては定容燃焼をすると仮定し，任意のセクションにおける燃焼直後の温度は次式によって与えられる。

$$T_i' = T_{F(i-1)} + \frac{Q_B}{C_{vi} \cdot G} \qquad \cdots(8)$$

このときの圧力は

$$P_i' = P_{i-1} \cdot \frac{T_i'}{T_{F(i-1)}} \qquad \cdots(9)$$

しかし，実際には燃焼によってこのセクションは断熱膨脹し，このセクションの圧力は燃焼容器内の全体の圧力に等しいと考えるべきであるから，指圧線図によって求めた実測の圧力が，このセクションの圧力に等しいとおくことによって式(8)の燃焼温度を修正する

$$T_i = T_i' \left(\frac{P_i}{P_i'} \right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad \cdots(10)$$

セクションの容積は

$$V_i = V_{F(i-1)} \cdot \frac{Z_i - Z_{(i-1)}}{1 - Z_{(i-1)}} \qquad \cdots(11)$$

こゝで未燃部容積 $V_{F(i-1)}$ は　$V_{F(i-1)} = V_0 - \sum_{i=1} V_{(i-1)}$　…(12)

また，各セクションにおける燃焼が漸次行なわれることによって既燃ガスは順次断熱圧縮されるものと仮定し，それによる任意のセクションにおける温度は次式によって求められ，したがって燃焼室全体の温度分布が得られる。

$$T_{j+1,i} = T_{j,i} \left(\frac{P_i}{P_{i-1}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad \cdots(13)$$

なお，定容比熱 C_v および比熱比 k は，水素燃料の燃焼ガスの組成および燃焼温度を考慮して谷下の式[4]より求めている。

NO の生成については，つぎに示す Zeldovich の反応機構を用いて計算を行なった。

$$N_2+O \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} NO+N \qquad \cdots(14)$$

$$O_2+N \underset{k_{-2}}{\overset{k_2}{\rightleftarrows}} NO+O \qquad \cdots(15)$$

$$\frac{1}{2}O_2+M \underset{k_{-3}}{\overset{k_3}{\rightleftarrows}} O+M \qquad \cdots(16)$$

こゝで窒素原子濃度〔N〕は定常近似として取扱い，さらに式(16)は平衡状態にあると仮定することによって式(14)，(15)，(16)より次式を得る。

$$\frac{d[NO]}{d\tau}=2K_o[O_2]^{\frac{1}{2}}\frac{k_1\cdot k_2[N_2]\cdot[O_2]-k_{-1}\cdot k_{-2}[NO]^2}{k_{-1}[NO]+k_2[O_2]} \qquad \cdots(17)$$

なお，上式における反応速度定数については，種々の値が提示されているが，こゝでは，Newhall[5]，Marteny[6]，佐野[7]らによって多く採用されている Wray[8] の測定値を採用した。

すなわち $k_1=7\times10^2\exp(-75500/RT)\ (l/\mathrm{mole}\cdot\mathrm{sec}^{-1})$,

$k_{-1}=1.55\times10^{10}\ (l/\mathrm{mole}\cdot\mathrm{sec}^{-1})$, $k_2=1.48\times10^7\cdot T\cdot\exp(-7050/RT)\ (l/\mathrm{mole}\cdot\mathrm{sec}^{-1})$,

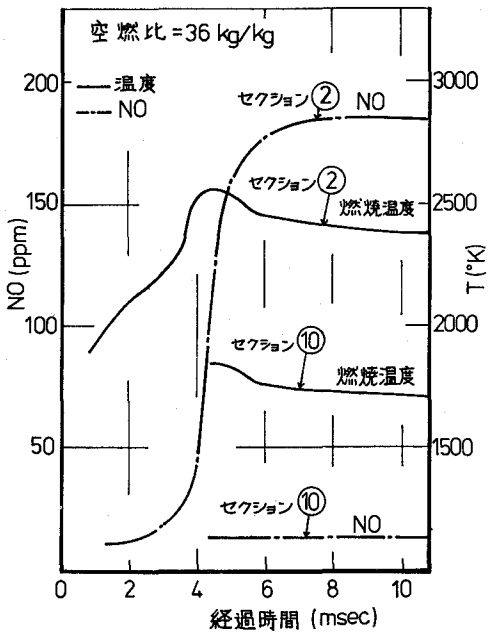
$k_{-2}=3.2\times10^6\cdot T\cdot\exp(-39100/RT)\ (l/\mathrm{mole}\cdot\mathrm{sec}^{-1})$

$K_o=(k_3/k_{-3})=1.3\times10^2\exp(-60000/RT)\ (\mathrm{mole}^{\frac{1}{2}}/l^{\frac{1}{2}})$

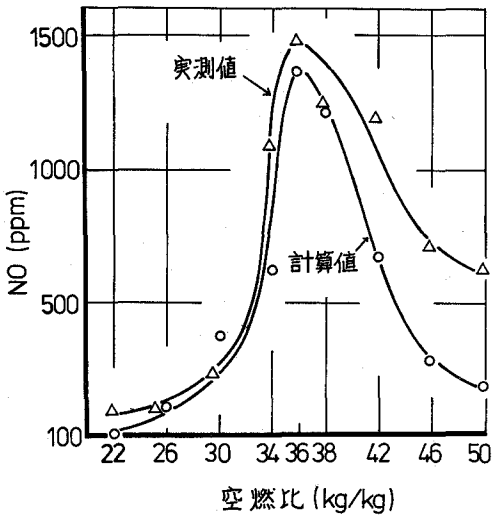
式(17)を Runge-Kutta 法により数値計算をすることによって，各セクションにおける NO 生成量が求まり，さらに各セクションガスは排出時には完全に混合すると考えることによって燃焼容器内全体における NO 生成量が求められる。

以上により計算した結果の一例を図－5および図－6に示す。図－5は空燃比が36におけるセクション②およびセクション⑩の燃焼ガスの温度経過と NO の生成経過とを示す。セクション②における温度および NO 濃度は，セクション⑩の場合に比べて非常に高い値を示している。このことは初期における燃焼ガスがその後に断熱圧縮を受けることによってガス温度が高くなり，その結果 NO 濃度が高くなることを示している。セクション②における NO の生成経過については，ガス温度が 2500°K をこえるあたりで NO が急激に生成しており，その後ガス温度が 2400°K 以下に下降するにつれて NO はほとんど変らない値を示している。このことからガス温度が低下することによってその後の NO の生成が凍結されるということが分る。燃焼後期におけるセクション⑩の場合については，燃焼温度がやゝ低く，その後の断熱圧縮による温度上昇もみられないため，NO は最初の燃焼時において，わずかに生成し，その後はたゞちに凍結していることが分る。

図－6は計算値と実測値とを対比して示したものである。図にみられるように実測値との間



図－5　燃焼温度およびNO濃度経過



図－6　NO濃度の計算値

には全体の傾向および空燃比のリッチ側において，かなり良好な一致が得られるのであるが，リーン側では，やゝ計算値の方が低い値を示している。これについてはつぎのように考えられる。NOの生成濃度に及ぼす主たる因子としては，混合気の酸素濃度，燃焼温度およびその保持時間などであるが，このうち酸素濃度については，リーンである混合気は充分に高い酸素濃度をもっており，また燃焼温度の保持時間についても，本実験においては全般的にあまり変らない値が得られている。したがって，計算によって得た燃焼温度の妥当性がリーンの場合におけるNOの計算値と実験値との差異に影響をしているものと考えられる。この場合における燃焼温度とはガス全体の平均的な燃焼温度を指すものではなく，各セクションにおける燃焼ゾーンの局部的な燃焼温度を意味している。したがって，より精度の高い局部的燃焼温度を得るためには，非常に困難であると思われるが，燃焼温度の計算に際して，本計算において用いた燃焼波の軸方向における温度勾配のほかに半径方向における温度勾配も考慮する必要があろう。

Ⅲ－3　NO_2の生成について

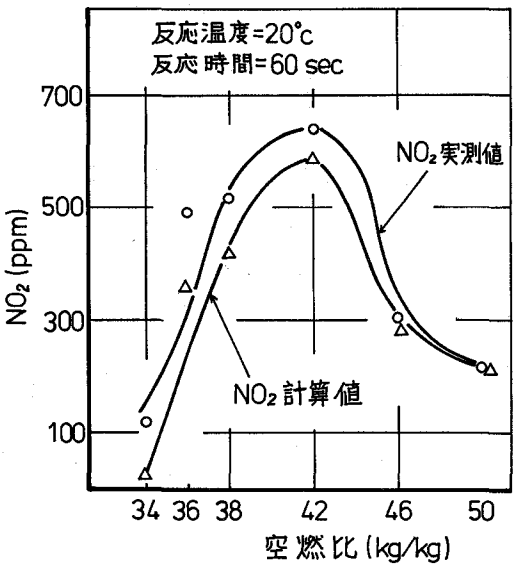
NO_2の生成機構について解析を行なうために，つぎのような仮定と手法により計算を行なった。

1）燃焼が行なわれている間は高温であるためNO_2は生成しないものと仮定し，NOの初期値としてはNOxの実測値を導入する。　2）燃焼ガスを採取してから分析するまでの所要時間は約60秒程度であるため計算における反応時間は60秒とする。　3）反応温度は室温に等しくとり20°C一定とする。　4）NO_2については，いくつかの反応式が提示[9]されているが，そ

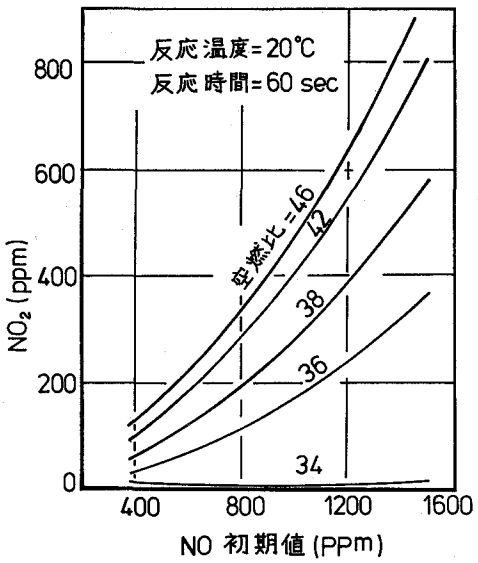
れらについては反応速度定数を検討するとともに，もっとも信頼性が高いと考えられるつぎの式を用いる。

$$2NO + O_2 \underset{k_{-4}}{\overset{k_4}{\rightleftarrows}} 2NO_2 \qquad \cdots(18)$$

$$\frac{d[NO_2]}{d\tau} = k_4[NO]^2 \cdot [O_2] - k_{-4}[NO_2]^2 \qquad \cdots(19)$$



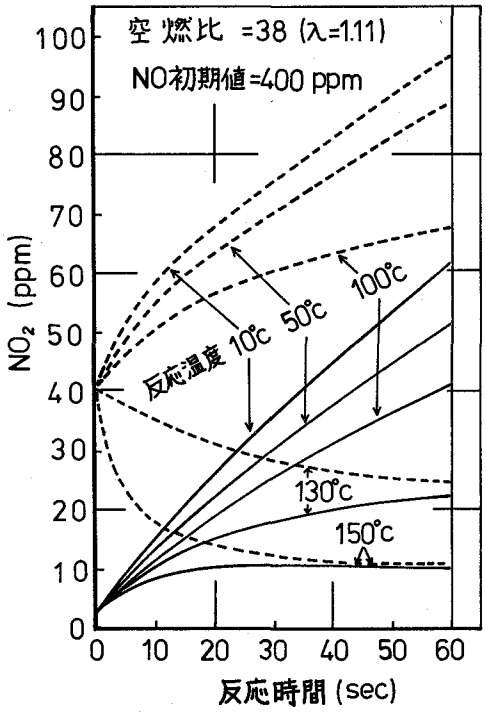
図－7 NO_2 濃度の計算値



図－8 NO_2 と空燃比および NO 初期値

こゝで $k_4 = 2.4 \times 10^9 \exp(1046/RT)$ (cm^3/mole-sec)，$k_{-4} = 4 \times 10^{21} \exp(-26900/RT)$ (cm^3/mole-sec)

以上により計算した結果を図－7に示すが，実測値と非常によく一致していることが明らかである。なお，NO_2 の生成に影響を及ぼす因子としては，反応時間，反応温度，酸素量，NO および NO_2 の初期値がある。これらのうち NO 初期値および空燃比の影響を図－8に，また反応温度，反応時間ならびに NO_2 初期値の影響につ



図－9 NO_2 と反応温度および時間

いては図－9にそれぞれ示す。図にみられるように，これらの因子によってNO_2の生成は大きく支配されることが分る。

Ⅳ 結　　言

以上の結果，つぎのことが結論としていえる。

1）水素燃料の燃焼におけるNOの生成は$\lambda=1.05$のところで最高値を示し，非常に高い濃度になる。この際，NOの実測値と燃焼室内の温度勾配を考慮して求めた計算値とが一致することを確認した。

2）混合気の酸素濃度を約15%まで下げることによって95%以上のNOxの低減が得られた。このことより，水素燃料を用いる場合には，燃焼性を犠牲にすることなくNOxを大巾に低減する方法として，混合気の酸素濃度を薄める方法，したがってEGR法が非常に有効な手段であることが分った。

3）$\lambda=1.22$付近において，かなりの割合のNO_2が検出された。この実測値はNO_2の反応計算によって求めた計算結果とよく一致しており，NOxの初期値および余剰酸素量がNO_2の生成に対して大きく影響しているものと考えられる。

おわりに，本研究について御指導頂いた北海道大学村山正教授，御助言を頂いた本学竹野昇助教授，向井田健一助教授ならびに実験に御協力頂いた早川友吉技官および当時学生であった中條富博，樋口省三両君に深甚なる謝意を表します。

（昭和51年5月21日受理）

文　　献

1）塚原実：未発表資料
2）古浜庄一ほか：自動車技術会論文集，No. 6，12（1973）
3）たとえば　黒田裕ほか：自動車技術会論文集　No. 6，20（1973）
P.Eyzat and J.C.Guibet : SAE paper, 680124
4）谷下市松：工業熱力学　応用編，44 p.
5）H.K.Newhall :12th Symp. Comb.,603（1969）
6）P.J.Marteny : Comb. Sci. Tech., 1，461（1970）
7）佐野妙子ほか：日本機械学会論文集，38，（313），2366（1972）
8）K.L.Wray and J.D.Teare : J.Chem.Phys.,36, 2582（1962）
9）疋田強：燃焼概論　51 p.

Some Methodological Views on Objectivism

Yoshio Kinokuniya*

Abstract

Theories which are proceeded aiming to hold their consistency by means of revision of axiomatics, are *objectivisms*. Undecidabilities may be thought to emerge from the imperfect correspondence between the original constitutions and their set-theoretical interpretations. So the *annexed set theory* is taken up and is found, in effect, to yield much work in association with the intended objectivism.

0. Introduction

Given a universe U of primitive objects, if we intend to see which events on U are to be thought as true, the theory of the events there to be developed is an *objectivism*. On looking back over the history, we find some theories such as geometry and the number theory etc. had been preceded by a handsome amount of knowledges obtained in several ways before they were systematized. Devices were later on laid down in order to make these knowledges completely clarified and extensively advanced. Signs and definitions were made to build up a proper language for the intended objectivism and axiomatics was searched to raze out all ambiguousnesses from its course of proceeding.

It is the objectivist point of view that, if some disagreeable result is concluded from the construction presently assumed, revisions should be tried on its axiomatics until it ceases to reproduce such viciousness again. The whole system of the definitions, axioms and the results (or theorems) to date obtained is called the *proto-construction* (or the *proto-system*) of the intended objectivism. Axioms are particularly criticized in connection to epistemological reflections and are changed if needed. Such a treatment may be founnd as of the same stand with the 'realist' attitude which Bourbaki has adopted.[1)]

To say a proposition to be *valid* means that it is provable in the proto-construction. Though we conveniently say a proposition is true when it is valid, a true proposition may not always be valid. For example, the proposition "There are infinitely many pairs of twin prime numbers" might be true, though it has not yet been shown to be valid. Incidentally, after some renovation has been made, something formerly thought to be valied may possibly be thought to be invalid (or false) in the new construction.

In an objectivism every inquiry is put forward in the form "Whether so and so is true or not", that is, it is of bivalent prospect. However, we have really experienced several inquiries which could neither be concluded as valid nor invalid, that is, were undecidable though at the outses had been assumed to be of bivalent prospect. In so far as the proto-system is consistent, suce inquiries may occur only because their contents cannot perfectly be therein defind out. Yet, on the other side, they may truely cast new lights to promise

* 紀國谷芳雄

some supplemental leaps to the intended objectivism, if sufficient reflections are paid. Thus, in trying analyses on various sorts of events, to reveal imperfectness of the proto-system of axioms to decompose out their contents will make a very important part of our study.

1. Annexed Set Theory

If for each member of a finite set of events $\{e_1,\cdots,e_n\} = E_n$ a property p is uniformly fulfilled, we say p is *verified* in E_n. In this case each e_k $(k = 1, 2, \cdots, n)$ is considered to give an *evidence* for the property p and if n is found to be > 1 p is considered as a possible property in the system. Generally, if we are convinced that for every event contained in a set A p is fulfilled, we say also that p is verified in A. If the supremum $R(p)$ of such A's exists as a set (i.e., a determinate aggregate), and if p is surely verifiable in $R(p)$, then $R(p)$ is referred as the *range* of p. In this connection the set $R(p)$ is, as it were, the maximum extension of E_n.

As it is, such an $R(p)$ as defined in the above canot always give a clear object. For instance, the total collection of things which are not considered to be 'white' may only be an intractable divergence as by several authors has been noticed. To be exempted from such divergence of conception, there must precede a universal set of events $L(p)$ to be existent to restrict such that

$$E_n \subseteq R(p) \subseteq L(p).$$

This $L(p)$ is to be introduced as the total aggregate of events over which is properly inquired whether the property p is fulfilled or not, and in this connection is referred as the *level* of p. Thus a property p cannot be haphazardly presented, but it is thought requisite to be associated with a set $L(p)$ as its level, that is, to be *quantified* by the set $L(p)$. Quantified properties are *objectivisit properties*. However, if no confliction is feared for, we simply call them *properties*.

For two properties p_1 and p_2, if every event of $L(p_2)$ is found to be an event on $L(p_1)$ (or an event of events, or an event of events of events etc.), then we say "$L(p_2)$ is of *higher order* than $L(p_1)$" or "p_2 stands on a higher level than p_1". However, we shall simply use the term 'event' regardless of its level, if no need of showing it.

Starting from the primitive universe, on repeating definitions we may obtain various levels and for each of them we may take its subsets. An objectivism may thus have a variety of sets for observation, so that may there-upon be constituted a theory of sets peculiar to it. We call this theory the *annexed set theory* of the intended objectivism, It will be particularly notable that sets or classes from the annexed set theory may in their turn emerge in a similar way to that of information sources. In this connection it is important that the annexed set theory is found to be based on a proper extension of the set of the direct interpretations from the proto-construction.

To assume a proposition p either to be true or false, we think it necessary that P can be quantitativery interpreted in the annexed set theory, that is, there can be found a proposition P' in the annexed set theory such that

$$P' \cdot \Longleftrightarrow \cdot P$$

(read : If P' is true so is P, and inversely). Such a proposition P is called an *objectivist proposition.* But we shall henceforth mean by *'a proposition'* an objectivist one. Transference of observation from about P to about P' is considered to be an objectivist analysis.

2. Annexed Methodology

If two properties p and q have the same level L and if $R(p) \subseteq R(q)$ $(\subseteq L)$, then we write as

$$p \Rightarrow q, \tag{2.1}$$

and say "*p implies q*". We shall not adopt the material implication (or the conditional sentence)

$$p \supset q. \equiv . \sim p \vee q.$$

This is found to be a property of which the range $R(p \supset q)$ is calculated as

$$R(p \supset q) = (\mathrm{L} - R(p)) \cup R(q),$$

whereas the (logical) implication given by (2.1) is not a property of which the range is found in L, but a statement which is thought to stand on a higher level than p and q. i.e., is a *meta-object* in comparison with p and q, since tha objects of observation with respect to (2.1) are p and q themselves.

Even when $R(p)$ is certainly asserted to be a determinate aggregate (i.e., a set), it is possible that whether $R(p)$ be finite or not is essentially dubious, or so is whether $R(p) \cap M$ be an empty set or not for a special set $M \subset L(p)$. In such cases, if the assumption that $R(p)$ is finite leads to a contradiction, then $R(p)$ must be infinite, and if the assumption that $R(p) \cap M = \varnothing$ leads to a contradiction, then it must be that $R(p) \cap M \neq \varnothing$. Thus, if only it is certainly promised that $R(p)$ should give a determinate aggregate, we may use the concept of $R(p)$ in our (objectivist) logical calculus, though we do not know it in all its details. However, this may not necessarily be a fact directly ascertained in connection with the axioms postulated on the primitive universe, but it seems rather correct to say that the admission of $R(p)$ to be used in the calculus is simultaneously demanded with the admission of the concept $R(p)$ as a set in the annexed set theory.

When a proof of a proposition P (to be true) is made by showing the validity of P' the interpretation of P in the annexed set theory, if any inappropriateness is to be inserted in the course of the proof, it is possibly expected that the annexed set theory is responsible for that inappropriateness. However, as the annexed set theory is also set under the regulation of the empiricist pragmatism, no pure set-theoretical inappropriateness can methodologically be expected to stray into. Therefore, if any inappropriateness is to be inserted, it may not be other than some sets or classes cannot be perfectly defined out in the original proto-construction.

About two propositions S_1 and S_2, if it is provable that if S_1 is true so is S_2 and if S_1 is false then S_2 cannot be fully true, then we write

$$S_1 (\Rightarrow) S_2 \tag{2.2}$$

and say "S_1 *implies* S_2". If we have, in addition to (2.2),

$$S_2(\Rightarrow)S_1 \tag{2.3}$$

S_1 and S_2 are said to be *equivalent* and we then take them as stating the same thing. If (2.2) is the case but (2.3) is not, then there must be at least one event for which is found

$$S_2 \wedge \sim S_1$$

not to be a fallacy, so that we may in effect have that

$$S_2 = S_1 \vee (S_2 \wedge \sim S_1) \tag{2.4}$$

The logical decomposition (2.4) may be considered to give a quantitative decomposition of S_2. Let us discuss this point more in detail. If a proposition S may be convinced to be possible, there must exist at least one evidence to verify it. Moreover, in our view, this evidence is requisitely demanded to be concretely ascertained, in any way, in connection with the primitive universe, that is, to be an event concretely defined on the universe. Such an evidence is called an *objectivist* one. If there exists the maximum aggregate of objectivist evidences of S as a determinate one (ie. a set), we denote it by $E(S)$ and call it the *example range* of S. We may say S is verfiable in $E(S)$ on condition that $E(S) \neq \varnothing$. If $E(S) = \varnothing$ S is false, and if $E(S) \neq \varnothing$ then S is possible.

If S_1 and S_2 are possible propositions, (2.4) may be considered to be equivalent to the relation

$$E(S_2) = E(S_1) \cup E(S_2 \wedge \sim S_1).$$

So, if (2.2) holds, we have

$$E(S_2) \supseteq E(S_1).$$

Thus being the conditions, if we take S_1 and S_2 as properties, with regard to the definition of (2.1) we have

$$S_1 \Rightarrow S_2 \tag{2.5}$$

because we may then take as $R(S_k) = \mathrm{E}(S_k)$ $(k = 1, 2)$. Thus we may generally adopt the notation (2.5) instead of (2.2).

Thus accumulating definitions and distinctions, we will have various implicative relations to be applied to analysis. The study of these relations may, closely related to the annexed set theory, be developed on. The thus promised theory of relations is referred as the *annexed methodology* for the intended objectivism.

3. Critical Topics

(**1**) *Level of a Proposition.* For a given proposition P, if $E(P)$ is to be a determinate class, it is thought requisite that there exists a unversal set of events $L(P)$ which promises the relation

$$E(P) \subseteq L(P)$$

and satisfies the following conditions;

i) every objectivist evidence of P is contained in $L(P)$;

ii) every objectivist counterevidence of P (i.e.,evidence by which will be verified that P does not wholly hold) is contained in $L(P)$;

iii) if there is any event e such that, if e can neither be an evidence nor a counter-vidence of P, P can neither be decided as wholly true nor wholly false, then e is contained in $L(P)$;

iv) $L(P)$ contains no other event beyond the stipulations i), ii), and iii).

If L(P) is determinate, P is said to be *objectivistly quantified* by $L(P)$ and then $L(P)$ is called the *level* of P. If $L(P)$ may not be thought as determinate, then is regarded as meaningless and is renounced. The previously suggested interpretation P' of P in the annexed set theory may be expressed as a proposition on $L(P)$.

(**2**) *Supplemental Leap for Objectivist Conjecturing*. In order to treat the proposition "There are infinitely many prime numbers" set-theoretically, we will arrange the prime numbers totally in an increasing sequence as $p_1(=2)$. $p_2(=3)$, $p_3(=5)$, $\cdots$. Then, if U = the total set of natural integers, $E_n = \{p_1, \cdots, p_n\}$, and $L_n = U - E_n$, the assumption that there exists an integer n such that no prime number can be found in L_n has, as well known, led to a contradiction. In this case, indicating by P the above proposition we may have

$$L(P) = \{L_n \mid n = 1, \ 2, \ \cdots\}.$$

This $L(P)$ seems to be very naturally conceived in connection with the universe U. However, the assumption

$$(\exists\, n)(L_n|(\forall\, k=1, \ 2, \ \cdots)(L_n \cap E_k = \varnothing)) \qquad (3.1)$$

is merely an abstract imagination because it is practically impossible to examine over all of L_n.

We could fortunately reach a contradiction so that the proposition was concluded to be true. But, if we could never reach any contradiction, the inquiry whether or not finite is the set of prime numbers might never be given any answer. Eventually, the set of prime numbers is essentially an unknowable object (in practice). In effect, the assumptive possibilitiy of (3.1) may be found only when our eyes are cast upon the annexed methodological field provided there. Thus the above conclusion by means of the method of absurdity is considererd as a *supplemental leap* favored by fortune.

(**3**) *Imperfectness of Axiomatics.* There had been a prospect that the fifth axiom of the euclidean geometry (i.e., the axiom of parallels) might be derived from the other part of the system. However, no geometrician could lead to the conviction that the fifth axiom should be requisite. Nowadays, we are convinced that geometry may yet consistently hold if the fifth axiom is altered, However, we also say that, in the euclidean system, the notion of parallelism may not be ferfectly given if the fifth axiom is unused.

The infiniteness of the set of prime numbers should not be changed by any additional postulate, that is, that infiniteness is an objectivistly destined property. If pome property of an event is undecidable in the proto-construction, it is said to be objectivistly undestined. In this context, it may be said the the prote-system is only imperfectly accomodated about the undestined properties.

(**4**) *Elimination of Unmeasurability.* If A is a subset of a set M, it may be thought

essentialy natural if we claim that A then may not be larger than M.*) According to the literature, this claim was set in Euclid's 'Element' (= Stoicheia) as a common notion. [2] However, in the theory of sets, the notion of a determinate aggregate M is read but vague. It is firstly demanded that, if M is determinate, then we have

$$\forall x \in U : x \in M . \vee . x \notin M. \tag{3.2}$$

But, in using the quantifier $\forall$, this relation may not practically be traced. So, it may not be applied beyond the formal use.

If M and G are determinate aggregates of points in a euclidean space E, it seems very natural if we claim

$$\tilde{m}M \leqslant \tilde{m}G \tag{3.3}$$

($\tilde{m}$ meaning the a priori measure) when $M \subseteq G$. However, as well known, we here are not allowed to assert the relation (3.3) but for the condition that both M and G are $\tilde{m}$-measurable.

Assume that M is determinate but is not promised to be $\tilde{m}$-measurable. Then, if $\boldsymbol{M}$ is the total class of $\tilde{m}$-measurable subsets of M, and if

$$b = \sup \tilde{m}A \ (A \in \boldsymbol{M}), \tag{3.4}$$

it appears very plausible that

$$\tilde{m}M \leqslant \mathrm{b}. \tag{3.5}$$

In effect, it is clear that we have (3.5) if M is $\tilde{m}$-measurable.

To tell the truth, "M is unmeasurable" is a very obscure statement. Let us take the case of $\tilde{m}$-measure. This measure is but an extension of Lebesgue measure m. When M is Lebesgue measurable, then M is also $\tilde{m}$-$m$easurable and

$$\tilde{m}M = mM. \tag{3.6}$$

Except for the relation (3.6) (in case of m-measurable M), $\tilde{m}$ is not in advance restricted in any positive way. We thereupon only require that $\tilde{m}$ should be thought as the most natural measure to be associated with the space E.

Since thus no other positive restriction than (3.6) is imposed to $\tilde{m}$, if it is convinced that an aggregate M is a determinate one in E, there is no positive objection against the $\tilde{m}$-measurability of M, so that we may only wait for any device to assign M an adequate value $\tilde{m}M$. Thus, it appears that $\tilde{m}$-unmeasurability is as much unascertainable a notion as that of indeterminateness (of an aggregate). This being so, the difference between the two notions may, as it is, be said to have been left as imperfect in the present system. Therefore, if we eliminate the difference, it will be that we make the difference absorbed in the imperfection of the present system.

Consequently, we decide to make it be an objectivist assertion that if M is a determinate aggregate (i.e., a set) M is $\tilde{m}$-measurable too and

$$b = \tilde{m}M$$

b being given by (3.4). Moreover, the following logical dogma may, in this context, be found very convenient :

Principle of $\tilde{m}$-Measure Destination. When A is a determinate aggregate of points (in a

*) Incidentally, Zeno's paradox "Half a given time is equal to double the time" may be regarded as of an abnormal construction to be rejected from our measure-theoretical discourse when the original set is of positive measure.

euclidean space), if the assumption that A is $\tilde{m}$-measurable, leads to no other value than α to be assigned as $\tilde{m}A$, then A is $\tilde{m}$-measurable and

$$\alpha = \tilde{m}A.$$

(**5**) *Empiricist Pragmatism.* Taking some proposition as a hypothesis, if there may be found neither evidence to verify it nor contradictory circumstance to deny it out, that hypothesis may give only an illusion of wanton announcing. If we yet allow such an illusion to pretend any regard to be connected with our inference, it is simply a consumption because no concrete event is thereby promised. Thus it is found to make a demand of the empiricist pragmatism that we should renounce any such illusional thesis as a removable noise.

For instance, we have removed the notion of an ordinal number to correspond to a continuum from our list, because it never promises any summable[3] sequence of sets corresponding to its sections to reach a limiting set of positive $\tilde{m}$-measure. However, an assertion of renouncement should not be so simply used. It is also notable that an apparent (or *prima facie*) illusional thesis may possibly be utilized for some extensional renovation of axiomatics. In suce cases, the theses shall not be considered as mere noises.

(**6**) *Epistemo-logical System.* Euclidean geometry may be preferable to Bolyai-Lobachewskian geometry in respect that the former admits similar figures. Such a preference may be considered to follow from epistemological reflections.

It will be insufficinent for a theory of measure in an euclidean space, if the space is simply given as a mere total aggregate of points, because then may be found no treatment for the fact that any linear intervals of different lengths can be put into one-to-one correspondence (between the points in them.). That is, the notion of a point, if it is independently presented of any other constructive relations to the space than the one of its mere situs, will half lose its spatial meaning.

Such being the state, it would be well first to show infinite sequences of partitions of the space itself and next define the points as the limiting elements of cells of partition. In effect, points may not be understood to make up any set of positive $\tilde{m}$-measure without the notion of *point measure* (i.e., the abstract size of a point).

Eventually, the contents of reflections or renovations above-stated may be said to establish an *epistemo-logical* system to be associated with the intended theory.

Mathematical Seminar of the Muroran Inst. Tch., Hokkaido

(*Received Apr.* 14, 1976)

References

1) E. g., Kneebone, G. T., *Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics,* 329 (D. Van Nost. Co. Ld., 1963).

2) E. g., DeLong, H., *A Profile of Mathematical Logic,* 26 (Addison-Wesley Pub. Co., 1970).

3) Kinokuniya, Y., Mem. Muroran Inst. Tch. 8(1), 31 (1973).

A Supplement on the Paper "Totally Ordered Linear Space Structures and Extension Theorems"

Kazuo Iwata

Abstract

In this supplement, after modifying 24), the author pursues a relationship between [24), Theorem 4] and [22), sandwich Theorem 6.3].

Introduction. In the preceding paper 24), from the viewpoint of the *totally ordered linear space structures* of the product linear space $E \times \boldsymbol{R}$, the author improved Cotlar-Cignoli [20, III, § 1.2] type extension theorems in the direction of Anger-Lembcke [21), § 1, § 2], but qua strict cone. On the other hand, he recently found that these materials were as well studied, qua preordering, by Anger-Lembcke 22), in '74 but from different angle. At this place, sure enough, what is interesting is that there is found a close relation between the two, although they are unlike in appearance. In this supplement we slightly enlarge our [24), Ths. 1–4] by adding also new conditions (1–4.4), and therewith show that how both above are related with. This consideration, in the interests of the question, seems to be somewhat significant.

For the present article, the author was benefited by Anger-Lembcke 22), he is deeply grateful to them.

Here the author also wishes to express his sincere gratitude to Prof. S. Koshi (Hokkaido Univ.) for his constant inspection.

Preliminaries. In this paper let $E\,(\neq\{0\})$ denote a linear space over the real field $\boldsymbol{R}$. Let L denote a product linear space $E \times \boldsymbol{R}$ or topological product $E \times \boldsymbol{R}$ ($\boldsymbol{R}$ being endowed with usual topology). We put

DEFINITION 1. If on E there is defined a binary relation "$\leqslant$" satisfying all postulates in [17), Def. 1, c)] excepting perhaps 2) and 4), E is called a *preordered linear space* with respect to "$\leqslant$". Convex cone $C=\{c \geqslant 0\}$ is called the *associated cone* with "$\leqslant$". *Preordered linear topological space* my be analogized.

DEFINITION 2. a) Let h be a hypolinear functional on a pointed convex cone $K \subset E$. By $\tilde{h}$ is meant a hypolinear functional on a pointed convex cone $-K$ with $\tilde{h}(y)=h(-y)\ (y \in -K)$.

b) Let f be a linear functional on a pointed convex cone $X \subset E$. By $\bar{f}$ is meant a (unique) linear extension of f to (X), where (X) is the linear hull of X.

The set $\{(y, \eta) : y \in K, h(y)<\eta\} \subset L$, where h is a hypolinear functional on K, is termed the "epigraph" of h (the author owes the term "epigraph" to V. Klee). With this

c) $B_{\bar{f}}$ stands for the epigraph of linear form $\bar{f}$. In this case we have $B_{\bar{f}}=\{(x_1-x_2, \xi) : f(x_1)-f(x_2)<\xi, x_1, x_2 \in X\}$.

d) C_h is the epigraph of hypolinear functional h.

e) C_{hC} is the quasi-epigraph of hypolinear functional h with respect to C: $C_{hC}=\{(y, \eta) :$ there exists $c \in C$ such that $y+c \in K$ with $h(y+c)<\eta\}$.

f) $C_{\tilde{h}C}$ is the quasi-epigraph of hypolinear functional $\tilde{h}$ with respect to C: $C_{\tilde{h}C}=\{(y, \eta) :$ there exists $c \in C$ such that $y+c \in -K$ with $\tilde{h}(y+c)<\eta\}$. In this case, in other words $C_{\tilde{h}C}=\{(-y, \eta) :$ there exists $c \in C$ such that $y-c \in K$ with $h(y-c)<\eta\}$.

Besides, for convenience we let the notations and terminology employed in 17), 19), 23), and 24) be available.

Statement of the results. The following theorems are respectively special cases of Theorems 3 and 4 *infra*.

THEOREM $\left\{\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right\}$ *Let* E *be a preordered* $\left\{\begin{matrix}\text{linear}\\\text{linear topological}\end{matrix}\right\}$ *space with associated cone* C. *Let* K *be a pointed convex cone in* E, h *a hypolinear functional on* K. *Let* X *be a pointed convex cone in* E, f *a linear functional on* X. *In order that there exists an* $\left\{\begin{matrix}F \in E^*\\F \in E'\end{matrix}\right\}$ *extending* f *and satisfying* $F(y) \leqslant h(y+c)$ *for all* $y+c \in K$ *with* $c \in C$, *one of the following four conditions is necessary and sufficient*:

$\left\{\begin{matrix}(1.1)\\(2.1)\end{matrix}\right\}$ *There exist t.o.l.s* $(L, \mathfrak{R})$ *and* $\left\{\begin{matrix}\Phi \in L^*\\\Phi \in L'\end{matrix}\right\}$ *such that*

$$B_{\bar{f}} \cup C_{hC} \subset (L, \Phi(\mathfrak{R}))^+, \quad \Phi(0, 1)=1.$$

$\left\{\begin{matrix}(1.2)\\(2.2)\end{matrix}\right\}$ *There exists a t.o.l.s.* $(L, \mathfrak{R})$ *such that*

(i) $B_{\bar{f}} \cup C_{hC} \subset (L, \mathfrak{R})^+$,

(ii) $(L, \mathfrak{R})^+$ *is* $\left\{\begin{matrix}\text{absorbing}\\\text{a neighbourhood}\end{matrix}\right\}$ *at* $(0, 1)$ *for* L.

$\left\{\begin{matrix}(1.3)\\(2.3)\end{matrix}\right\}$ *There exists a convex* $\left\{\begin{matrix}\text{absorbing set}\\\text{0-neighbourhood}\end{matrix}\right\}$ U *in* E *such that* $B_{\bar{f}} \cup C_{hC} \cup (U \times \{1\})$ *is positively independent in* L.

$\left\{\begin{matrix}(1.4)\\(2.4)\end{matrix}\right\}$ *There exists a convex* $\left\{\begin{matrix}\text{absorbing set}\\\text{0-neighbourhood}\end{matrix}\right\}$ U *in* E *such that* $\xi+\eta+1>0$ *whenever* $x_1-x_2+y+u=0$ *for* $(x_1-x_2, \xi) \in B_{\bar{f}}$, $(y, \eta) \in C_{hC}$, $u \in U$.

REMARK 1. Needless to say, our conditions (1.2), (2.2) are somewhat stronger than those of the former [24), Ths. 1, 2] respectively. So will be the conditions (3.2), (4.3), *infra* in comparison with the cases of [24), Ths. 3, 4]. Theorem 1 (using (1.3)) generalizes [20), III, § 1.2.3 Theorem] (cf. [24), Cor. 1(4)]).

On the other hand, next is a special case of Supplement 2 *infra*.

SUPPLEMENT 1. *Our* (1. 4) (*resp.* (2. 4)) *is equivalent to the condition due to* (*resp.* (9) *of*) Anger-Lembcke [22], *Theorem* 3. 4]:

There exists a convex absorbing set (*resp.* 0-*neighbourhood*) U *in* E *such that the set* $\{f(x_1)-f(x_2)+h(y): x_1, x_2 \in X, y \in K, x_1-x_2+y \in U+C\}$ *is bounded below.*

This means that

REMARK 2. Our Theorem 2 and its proof present another view and an alternative (self-contained) proof to [22], Theorem 3. 4]. (Almost *vice versa.*)

In this connection, in practice, conditions (1. 2−4), (2. 2−4) also seem to be useful (not to mention, Anger-Lembcke condition above quoted is well applicable). For instance, if we are concerned with the "if" part of [22], Th. 3. 5 (Bauer)], (2. 4) serves as follows: Let $x+y+u=0$ for $(x, \xi) \in B_f, (y, \eta) \in C_{hc}, u \in U$, where $U=V$ and $h=p$ with $p(y+c)<\eta$ for some $c \in C$. Then, since $-(y+c+u) \in (\eta+1)U$ where $\eta+1>0$, in view of $x=-(y+c+u)+c$, estimate $f(x) \geqslant -(\eta+1)$ follows. This implies $\xi+\eta+1>f(x)+\eta+1 \geqslant 0$ which proves the assertion.

Incidentally there holds the following which (the latter half) we need in Remark 5(2).

COROLLARY. *Let* E *be a preordered linear topological space with associated cone* C, M *a linear subspace of* E, *and* f *a linear form on* M. *Let* K *be a linear subspace of* E *with* $M \subsetneqq K$ (*resp.* $M \supset K$), h *a hypolinear fuctional on* K. *Temporarily designating by*

(M) $f(x) \leqslant h(x)$ *for all* $x \in M \cap K$,

(F) *there exists a convex* 0-*neighbourhood* U *in* E *for which* f *is bounded above on* $M \cap (U-C)$,

(H) *there exists a convex* 0-*neighbourhood* U *in* E *such that* $U-C$ *does not meet* $\{y \in K: h(y)=1\}$,

(M) *plus* (F) *is necessary for* (2. 4) *of Theorem* 2, *and if* h *is a gauge function on* K, (M) *plus* (H) *is sufficient for* (2. 4) (*resp.* (M) *plus* (F) *is necessary and sufficient for* (2. 4)).

PROOF. (Necessities) (M) is necessary is obvious. With this U of (2. 4), suppose that $f(x)>1$ for some $x \in M \cap (U-C)$. Then, since $h(0)=0$, there would exist $c \in C$, ξ, ε such that $(-x, -\xi) \in B_f, (-c, \varepsilon) \in C_{hc}, x+c \in U$ with $-\xi+\varepsilon+1=0$, contrary to hypothesis. (Sufficiencies) We begin with the first half. Letting $x+y+u=0$ for $(x, \xi) \in B_f, (y, \eta) \in C_{hc}, u \in U$, let $y+c \in K$, $h(y+c)<\eta$ for some $c \in C$. Then in view of $x+(y+c)+u-c=0$, it comes, by hypothesis, that $0 \leqslant f(x)+h(y+c)+h(u-c)<\xi+\eta+1$. For the latter let U be chosen so that the upper bound in question be 1. Noticing that $y+c \in K \subset M$, $u-c \in M \cap (U-C)$, proof is almost similar to the above.

On this corollary, it should be noted that

REMARK 3. On the first half, if h is once a hypolinear functional on K, (M) plus

(H) not always implies (2. 4) (for a counterexample, we can quote [21), Example (2. 12)]). However, this assertion, for reference (letting $C=\{0\}$) yields [23), Cor. 1 to Th. 2]. In the latter half, if $K=\{0\}$, condition (M) may be dropped (since $f(0)=h(0)$), yielding* the Bauer-Namioka extension theorem. In passing, Theorem 1 of course admits a simple extension of f.

Our usual argument** now gives the following which are the main theorems of this paper.

THEOREM $\left\{\begin{matrix}3\\4\end{matrix}\right\}$. *Let E be a $\left\{\begin{matrix}\text{linear}\\\text{linear topological}\end{matrix}\right\}$ space. Let I, J be disjoint index sets with $I\cup J\neq\varnothing$. For each $\lambda\in I\cup J$, let C_λ be a pointed convex cone in E, and for each $\lambda\in I\cup J$, let K_λ be a pointed convox cone in E, h_λ a hypolinear functional on K_λ. Let X be a pointed convex cone in E, f a linear functional on X. In order that*

$\left\{\begin{matrix}(3.0)\\(4.0)\end{matrix}\right\}$ *there exists an $\left\{\begin{matrix}F\in E^*\\F\in E'\end{matrix}\right\}$ extending f and satisfying*

(a) $-h_i(y-c)\leqslant F(y)$ *whenever* $y-c\in K_i$, $c\in C_i$ *for* $i\in I$,

(b) $F(y)\leqslant h_j(y+c)$ *whenever* $y+c\in K_j$, $c\in C_j$ *for* $j\in J$,

one of the following four conditions is necessary and sufficient:

$\left\{\begin{matrix}(3.1)\\(4.1)\end{matrix}\right\}$ *There exist t.o.l.s.* $(L,\mathfrak{R})$ *and* $\left\{\begin{matrix}\Phi\in L^*\\\Phi\in L'\end{matrix}\right\}$ *such that*

$$B_{\bar f}\cup\Big(\bigcup_{i\in I}C_{\tilde h_i C_i}\Big)\cup\Big(\bigcup_{j\in J}C_{h_j C_j}\Big)\subset(L,\Phi(\mathfrak{R}))^+,\quad \Phi(0,1)=1.$$

$\left\{\begin{matrix}(3.2)\\(4.2)\end{matrix}\right\}$ *There exists a t.o.l.s.* $(L,\mathfrak{R})$ *such that*

(i) $B_{\bar f}\cup\Big(\bigcup_{i\in I}C_{\tilde h_i C_i}\Big)\cup\Big(\bigcup_{j\in J}C_{h_j C_j}\Big)\subset(L,\mathfrak{R})^+$,

(ii) $(L,\mathfrak{R})^+$ *is* $\left\{\begin{matrix}\text{absorbing}\\\text{a neighbourhood}\end{matrix}\right\}$ *at* $(0,1)$ *for* L.

$\left\{\begin{matrix}(3.3)\\(4.3)\end{matrix}\right\}$ *There exists a convex* $\left\{\begin{matrix}\text{absorbng set}\\\text{0-neighbourhood}\end{matrix}\right\}$ U *in* E *such that*

$B_{\bar f}\cup\Big(\bigcup_{i\in I}C_{\tilde h_i C_i}\Big)\cup\Big(\bigcup_{j\in J}C_{h_j C_j}\Big)\cup(U\times\{1\})$ *is positively independent in* L.

$\left\{\begin{matrix}(3.4)\\(4.4)\end{matrix}\right\}$ *There exists a convex* $\left\{\begin{matrix}\text{absorbing set}\\\text{0-neighbourhood}\end{matrix}\right\}$ U *in* E *such that*

$\xi+\sum_{\nu\in N}\eta_\nu+1>0$ *whenever* $x_1-x_2-\sum_{\nu\in I\cap N}y_\nu+\sum_{\nu\in J\cap N}y_\nu+u=0$ *for* $(x_1-x_2,\ \xi)\in B_{\bar f}$, $(-y_\nu,\eta_\nu)\in C_{\tilde h_\nu C_\nu}(\nu\in I\cap N)$, $(y_\nu,\eta_\nu)\in C_{h_\nu C_\nu}(\nu\in J\cap N)$, $(u,1)\in U\times\{1\}$, *where* $N\subset I\cup J$ *is finite.*

PROOF OF THEOREM 3. In the light of [14), p.56], [21), (1. 7) Remark], i.e., in view of the "convex core topology" of E, Theorem 3 is viewed as a special case of Theorem 4. (Of course, for its own sake, simple (nearly algebraic) proof can be made : paraphrase the proof of Theorem 4.)

---

* This answers for the latter part of [24), p.740 footnote "*"] (and p.739 footnote "*" ibid).

** For this we owe much to [6), § 12], [20), III, § 1. 2] and others.

PROOF OF THEOREM 4 (expatiation). (4. 0)⇒(4. 3) : Noticing that $L' \ni \Psi(x, \xi) = -F(x)+\xi$ is positive (>0) on every positive cone $C_{\hat{h}_i C_i}(i \in I)$, $C_{h_j C_j}(j \in J)$, one can take $\{x \in E : F(x)<1\}$ for U. (4. 3)⇒(4. 2) : By means of [23), Rem. 2], apply [17), Lemma 1]. (4. 2)⇒ (4. 1) : [17), Lemmas 3, 4] tell us that there exists $\Phi \in L^*$ such that $(L, \mathfrak{R}) = (L, \Phi(\mathfrak{R}))$ and $\Phi(0, 1) = 1$. Moreover $\overline{\Phi^{-1}(0)} \neq L$. (4. 1)⇒(4. 0) : Comparing $\varphi(x, \xi) = -\bar{f}(x)+\xi$ (on $(X) \times \boldsymbol{R} \ni (0, 1)$) with Φ(on L), one can exactly find an $F_1 \in E'$ extending f and satisfying (a), (b). (4. 3)⇒(4. 4) is clear. (4. 4)⇒(4. 3) : Anyway $B_{\bar{f}}$, $C_{\tilde{h}_i C_i}(i \in I)$, $C_{h_j C_j}(j \in J)$ are all convex cones without vertex zero and U is convex. With this in mind, first we can examine e.g. the following : (4. 4) guarantees the positive independence of $(\bigcup_{i \in I} C_{\hat{h}_i C_i}) \cup (\bigcup_{j \in J} C_{h_j C_j}) \cup (U \times \{1\})$. Substance of (4. 4) pertaining to $u = 0 \in U$ does (esp. characterizes) the same for $B_{\bar{f}} \cup (\bigcup_{i \in I} C_{\tilde{h}_i C_i}) \cup (\bigcup_{j \in J} C_{h_j C_j})$ (since $\rho 0 \in U$ and $\rho C_\nu \in C_\nu (\nu \in N)$ for all $\rho > 0$). Thus the final examination is rather simple from (4. 4), which establishes the assertion.

REMARK 4. Condition (3. 4) (resp. (4. 4)) still more simplifies (3. 2) (resp. (4. 2)). In practice conditions (3. 2−4), (4. 2−4) also seem to be useful.

On the other hand, there holds

SUPPLEMENT 2. *Our condition* (3. 4) (*resp.* (4. 4)) *is equivalent to*

$\left\{\begin{matrix}(3.5)\\(4.5)\end{matrix}\right\}^*$ *There exists a convex* $\left\{\begin{matrix}\textit{absorbing set}\\ 0\textit{-neighbourhood}\end{matrix}\right\}$ U *in* E *such that the set* $\{f(x_1)-f(x_2)+\sum_{\nu \in N} h_\nu(y_\nu) : x_1, x_2 \in X, N \subset I \cup J$ *finite*, $y_\nu \in K_\nu (\nu \in N), x_1-x_2-\sum_{\nu \in I \cap N} y_\nu+\sum_{\nu \in J \cap N} y_\nu \in U+\sum_{\nu \in N} C_\nu\}$ *is bounded below.*

PROOF. To see this, without losing generality, one can assume that U is symmetric. (Necessity) With this U of (3. 4) (resp. (4. 4)), let $u = x_1-x_2-\sum_{\nu \in I \cap N}(y_\nu+c_\nu)+\sum_{\nu \in J \cap N}(y_\nu-c_\nu) \in U$ for $x_1, x_2 \in X$, $y_\nu \in K_\nu (\nu \in N)$, and $c_\nu \in C_\nu (\nu \in N)$. Then even if $h_\nu(y_\nu) < +\infty$ for all $\nu \in N$, from the viewpoint of $u+(-u)=0, (y_\nu+c_\nu)-c_\nu = y_\nu \in K_\nu (\nu \in I \cap N), (y_\nu-c_\nu)+c_\nu = y_\nu \in K_\nu (\nu \in J \cap N)$, it follows that $f(x_1)-f(x_2)+\sum_{\nu \in N} h_\nu(y_\nu) \geqslant -1$ (cf. if $\xi' + \sum_{\nu \in N} \eta'_\nu < -1$, there exist $\xi > \xi', \eta_\nu > \eta'_\nu (\nu \in N)$ such that $\xi + \sum_{\nu \in N} \eta_\nu + 1 = 0$), which proves the assertion. For the converses, let U be chosen so that the lower bound in question be -1. Let $x_1-x_2-\sum_{\nu \in I \cap N} y_\nu+\sum_{\nu \in J \cap N} y_\nu+u=0$ for $(x_1-x_2, \xi) \in B_{\bar{f}}$, $(-y_\nu, \eta_\nu) \in C_{\tilde{h}_\nu C_\nu} (\nu \in I \cap N)$, $(y_\nu, \eta_\nu) \in C_{h_\nu C_\nu} (\nu \in J \cap N)$, $(u, 1) \in U \times \{1\}$. Then since there are respective vectors $c_\nu \in C_\nu$ $(\nu \in N)$ such that $y_\nu - c_\nu \in K_\nu (\nu \in I \cap N)$ with $h_\nu(y_\nu-c_\nu) < \eta_\nu$ and that $y_\nu + c_\nu \in K_\nu (\nu \in J \cap N)$ with $h_\nu(y_\nu+c_\nu) < \eta_\nu$, from the viewpoint of $x_1-x_2-\sum_{\nu \in I \cap N}(y_\nu-c_\nu)+\sum_{\nu \in J \cap N}(y_\nu+c_\nu) \in U+\sum_{\nu \in N} C_\nu$, it follows that $0 \leqslant f(x_1)-f(x_2)+\sum_{\nu \in I \cap N} h_\nu(y_\nu-c_\nu)+\sum_{\nu \in J \cap N} h_\nu(y_\nu+c_\nu)+1 < \xi+\sum_{\nu \in N} \eta_\nu + 1$.

This assures Remark 2 and implies

REMARK 5. (1) Our Theorem 4 coincides with [22), Theorem 6. 3] if E is a

* These conditions were introduced after the model of 21) (and 22)).

locally convex linear topological space and $C_\lambda = C\ (\lambda \in I \cup J)$. (2) We now give substance to [24), Rem. 2] (cf. Remark 3 above).

A little computation gives the following which generalizes the latter half of Corollary of Theorem 2.

COROLLARY. *In Theorem* 4, *let in particular* X, $K_\lambda (\lambda \in I \cup J)$ *be linear subspaces of* E *with* $X \supset K_\lambda$. *Designating by*

(M) $\begin{cases} -h_i(x) \leqslant f(x) & \text{whenever } i \in I,\ x \in K_i \\ f(x) \leqslant h_j(x) & \text{whenever } j \in J,\ x \in K_j, \end{cases}$

(F) *there exists a convex* 0-*neighbourhood* U *in* E *for which* f *is bounded above on every* $X \cap (U - \sum_{\nu \in N} C_\nu)$, *where* $N \subset I \cup J$ *is finite,*

(M) *plus* (F) *is necessary and sufficient for* (4. 4).

Finally we add the following.

REMARK 6. It is easy to see that there are three other analogues about Theorem 4 (so are also about Theorem 3). These are of the forms described in terms of the positive independence of

(4. 3′) $B_f \bar{\cup} (\cup_{i \in I} C_{\widehat{h_i(-c_i)}}) \cup (\cup_{j \in J} C_{h_j C_j}) \cup (U \times \{1\})$,

(4. 3″) $B_f \bar{\cup} (\cup_{i \in I} C_{\widehat{h_i C_i}}) \cup (\cup_{j \in J} C_{h_j(-c_j)}) \cup (U \times \{1\})$,

(4. 3‴) $B_f \bar{\cup} (\cup_{i \in I} C_{\widehat{h_i(-c_i)}}) \cup (\cup_{j \in J} C_{h_j(-c_j)}) \cup (U \times \{1\})$,

respectively, where U is a suitable convex 0-neighbourhood in E. The corresponding conditions (4. 0′), (4. 0″), (4. 0‴); and others may be realized without difficulty; the details are omitted.

REMARK 7. Letting in particular $h_{i_0} = -q$, $K_{i_0} = C$, $C_{i_0} = \{0\}$; $h_{j_0} = p$, $K_{j_0} = E$, $C_{j_0} = \{0\}$ (i.e., I, J both being singleton) in Theorem 3, Bonsall's result appearing in [18), p.13] a fortiori follows. To see this, for instance, it suffices to take $B_f = \{(0, \xi) : \xi > 0\}$, $U = \{y : p(y) < 1\}$ for (3. 3). In fact, under the hypothesis, positive independence of $C_{\widetilde{-q}} \bar{\cup} C_p\ (\supset B_f \cup (U \times \{1\}))$ is easily verified. (3. 0) meets the conclusion.

(Received May 22, 1976)

References

1) E. STIEMKE: Über positive Lüsungen homogener linearer Gleichungen. Math. Ann. 76 (1915), 340-342.
2) W. B. CARVER: System of linear inequalities. Annals of Math. (2) 23 (1922), 212-220.
3) L. L. DIENES: Deifnite linear dependence. Annals of Math. 27 (1925), 57-64.
4) S. BANACH: Sur les fonctionelles linéaries II. Studia Math. 1 (1929), 223-239.
5) S. MAZUR: Über konvexe Mengen in linearen normierten Räumen. Studia Math. 4 (1933), 70-84.
6) V. L. KLEE, JR.: Convex sets in linear spaces. Duke Math. J., 18 (1951), 443-466.
7) I. NAMIOKA: Partially ordered linear topological spaces. Mem. Amer. Math. Soc. no. 24 (1957).
8) N. DUNFORD and J. T. SCHWARTZ: Linear operators, Part I, chaps. II and V. Wiley (Interscience Publishers), Inc., New York, 1958.

9) J. L. KELLEY, I. NAMIOKA and CO-AUTHORS: Linear topological spaces, chaps 1 and 4. D. Van Nostrand Co. Inc., Princeton, 1963.

10) R. E. EDWARDS : Functional analysis ; theory and applications, chap. 2. Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1965.

11) D. M. TOPPING : Some homological pathology in vector lattices. Can. J. Math. 17 (1965), 411-428.

12) BOURAKI, N: Espaces vectoriels topologiques, chap. I et II, Élements de mathématique, livre V. Hermann, Paris, 1966.

13) G. KÖTHE : Topologische linear Räume, I, §16, §17. Springer-Verlag, Berlin, 1966.

14) H. H. SCHAEFER: Topological vector spaces, chaps II and V. The Macmillan Co., New York, 1966.

15) B. Z. VULIKH: Introduction to the theory of partially ordered spaces, chap. XIII. Wolters-Noordhoff, Ltd., Groningen, The Netherlands, 1967.

16) MATH. SOC. OF JAPAN : Sugaku-Jiten (Dictionary of Mathematics), 2nd ed., p. 598. Iwanami Shoten, Publishers. Tokyo, 1968.

17) K. IWATA : Totally ordered linear space structures and separation theorem. Hokkaido Math. Jour. (Sapporo), Vol. I, No. 2 (1972), 211-217.

18) Y. C. WONG and K. F. NG : Partially ordered topological vector spaces, chap. 1. Clarendon Press. Oxford, 1973.

19) K. IWATA : Totally ordered linear space structures and separation theorem in real linear topological space. Mem, Muroran Inst. Tech. (Muroran, Japan), Vol. 8, No. 1 (1973), 43-48.

20) M. COTLAR and R. CIGNOLI : An introduction to functional analysis, chap, III, 1. North-Holland Pub. Co., Amsterdam, The Netherlands, 1974.

21) B. ANGER and J. LEMBCKE : Hahn-Banach type extension theorems for hypolinear functionals. Math. Ann. 209 (1974), 127-151.

22) ——: Hahn-Banach type theorems for hypolinear functionals on preordered topological vector spaces. Pacific J. Math. Vol. 54, No. 1 (1974), 13-33.

23) K. IWATA : Totally ordered linear space structures and Hahn-Banach type extension theorem. Mem. Muroran Inst. Tech. Vol. 8, No. 2 (1974), 429-434.

24) ——: Totally ordered linear space stuctures and extension theorems. Mem. Muroran Inst. Tech. Vol. 8, No. 3 (1976), 737-744.

水中放電における気泡発生ならびにその影響

中尾好隆・松尾正孝・服部耐吉

Generation of the Bubbles on Underwater Electric Discharge and it's Effect

Yoshitaka Nakao, Masataka Matsuo and Taekichi Hattori

Abstract

The researches on underwater discharge phenomena have been carried out since old times, from a point of electrical breakdown in dielectric liquid and it's industrial applications (for example, underwater discharge forming, the source of shock wave and intense ultraviolet rays etc.). But the various characteristics of the discharge which have been obtained to this day are influenced by many factors of an applied voltage wave, a condition of gap and discharge circuit, a polarity of needle, a shape and an area of electrode, and conductivity of liquid. In addition, discharge phenowena themselves are extremely complicated.

In this paper, the effect of small bubbles produced by the application of impulse voltage to the gap in water is studied by the use of Shclieren Method, and further the effect of their bubbles on the characteristics in the underwater discharge is experimentally investigated with the special semi-sphere electrode.

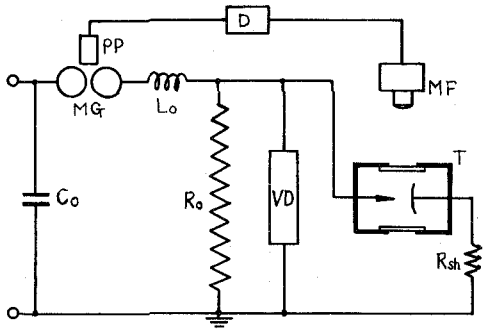
1．まえがき

水中における火花放電現象に関しては液体の絶縁破壊現象研究の一環として[1]，あるいはその工学的の面[2],[3]（たとえば，水中放電成形法・衝撃波発生源・強力紫外線源など）から数多く研究が行なわれてきている。しかしながら，これまでに得られた種々の放電特性は印加電圧・ギャップ条件・放電回路条件・針端極性などのほか，電極の形状・面積および導電率など多くの因子により影響を受け，放電現象自体も極めて複雑で，なお不明の点も多い。

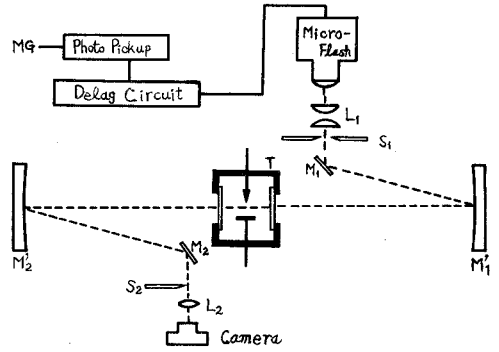
本研究は，水中ギャップ間現象，特にインパルス電圧印加に伴って発生する微小気泡に着目し，気泡の発生・進展状態におよぼす波尾長・波高値および水溶液濃度の影響をシュリーレン法により観測，さらに放電特性におよぼす微小気泡の影響を特殊半球電極を用いて実験的に検討したものである。

2．実験装置および方法

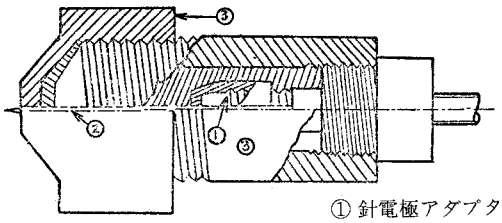
図－1は実験回路の構成を示す。放電 chamber T（アクリル製，(10×14×12)〔cm〕）には直径 50〔mm〕の気泡観測用窓（ガラス製）が設けられており，マイクロフラッシュ MF（せん光時間：3〔μs〕）の trigger は始動球ギャップ MG 上にセットした photo pick の信号で行なった。図中，VD および Rsh はそれぞれ分圧器（分圧比 400：1，最高入力電圧 15〔KV〕）および



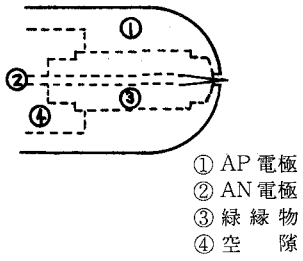
図－1　実験回路



図－2　シュリーレン法光学系



図－3　針電極



図－4　特殊半球電極

分流器である。図－2は気泡観測に用いた光学系を示し，delay circuit Dによりインパルス電圧印加後任意時間t〔μs〕における気泡を静止カメラで撮影した。図－3は本実験において主として用いた針電極，図－4は放電特性におよぼす微小気泡の影響を調べるために試作した特殊半球電極である。なお，平板電極にはステンレス製ロゴウスキー型電極を用いた。

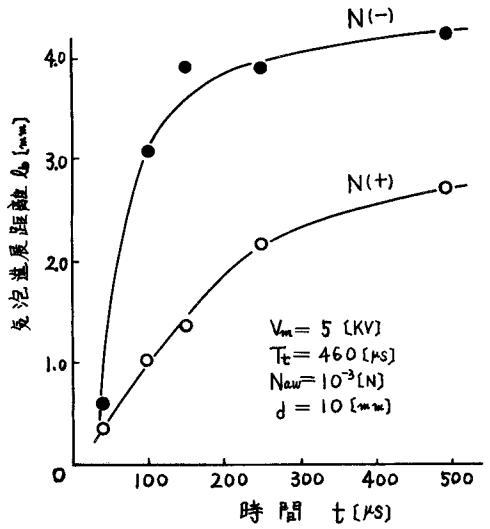
3．実験結果および考察

3．1　微小気泡の発生・進展状態

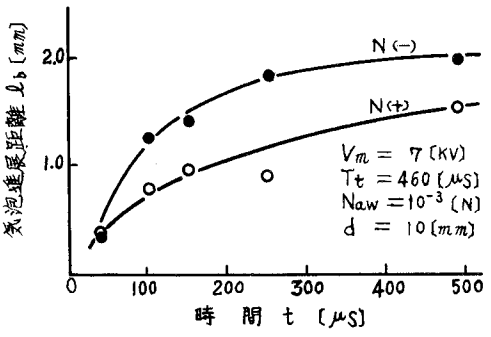
液体絶縁物に比べ導電率が極めて大きい水道水や電解質水溶液中ギャップにインパルス電圧を印加する時，火花に至らぬ低い電圧（コロナの発生伴わず）にもかかわらず，平等電界（半球対半球ギャップ）・不平等電界（針対平板ギャップ）いずれにおいてもギャップ間に微小気泡が発生し，また局部破壊が生ずる場合（針対平板ギャップ），ストリーマ進展路に沿って多数の微小気泡が生じていることを確認した。[(2),(4)] ここでは，全路破壊以前に生ずる微小気泡の挙動について詳細に検討する。

3.1.1　気泡進展状態における極性効果

図－3の針電極を用い，10^{-3}〔N〕KCl水溶液中ギャップ（ギャップ長d＝10〔mm〕）にインパルス電圧（波尾長T_t＝460〔μs〕，波高値V_m）を印加する場合，電圧印加後t〔μs〕にお



(a)　針対平板ギャップ



(b)　針対針ギャップ

図－5　気泡進展状態の極性効果（Ⅰ）

ける非接地側針端からの気泡進展距離 l_b〔mm〕を，(a)針対平板ギャップ（V_m＝5〔KV〕）および(b)針対針ギャップ（V_m＝7〔KV〕），について示すと図－5のようになる。

これらの結果より，電圧印加後ごく短時間のうちに液体の密度変化が現われ，時間が経過するとともに l_b は漸次増加し，負針（N（－））のほうが正針（N（＋））に比べ l_b 大となることがわかる。なお，N（±）いずれにおいても電圧減衰とともに l_b は次第に飽和する傾向を示す。

図－6は気泡の発生・進展状態を示す典型的写真で，その形状には針端極性により著しい特徴があり，N（－）の場合塊状，N（＋）の場合木葉状を呈する。

以上の結果，気泡の発生・進展状態には顕著な極性効果のあることが認められた。このことは針端におけるコロナの進展状態と密接な関係があると考えられる。

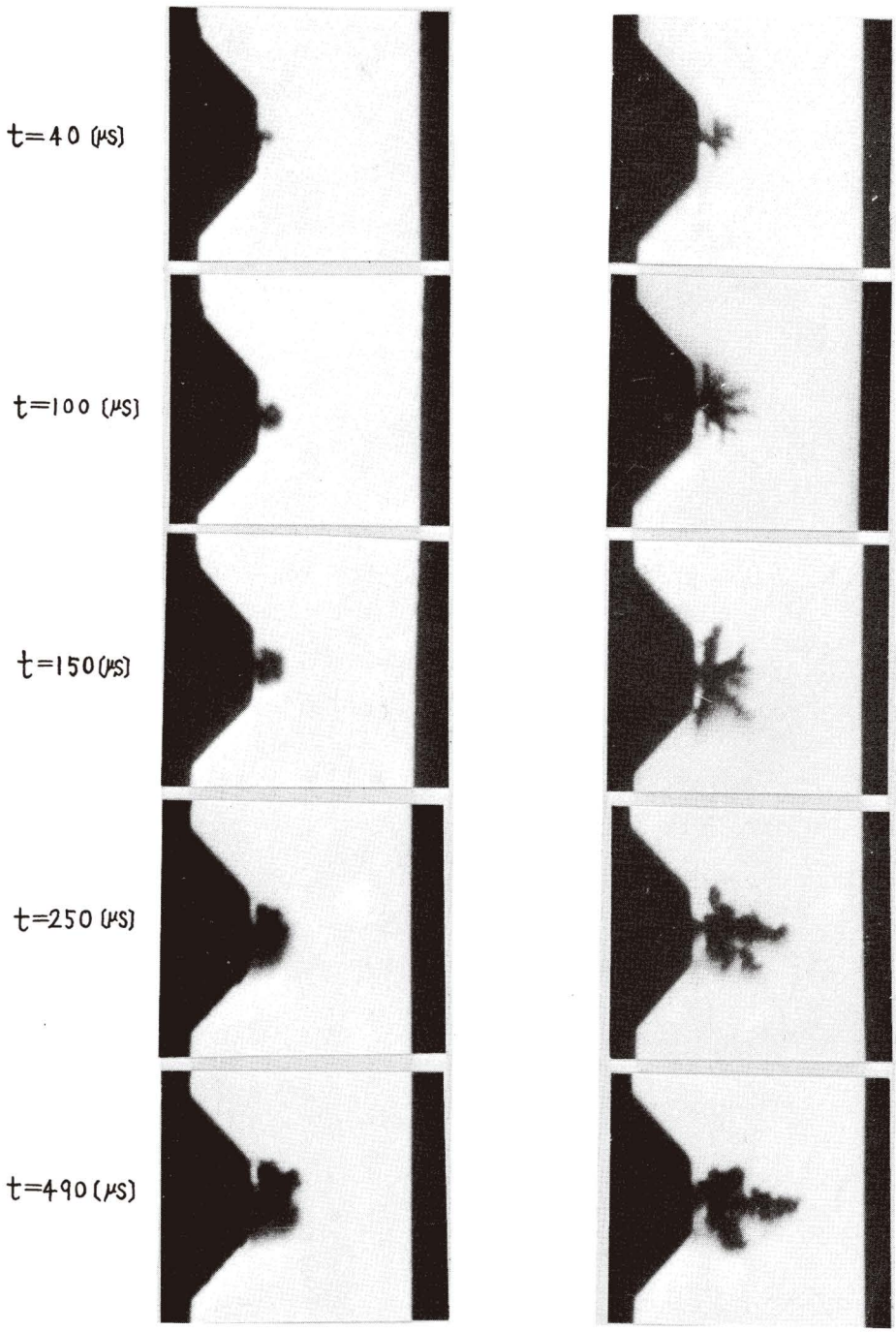
3.1.2　微小気泡進展状態におよぼす放電液濃度および印加電圧の影響

図－7はKCl水溶液中針対平板ギャップ（d＝10〔mm〕）に正極性インパルス電圧を印加する場合，気泡進展距離におよぼす放電液濃度 N_{aw}〔N〕および波高値 V^+_m〔KV〕の影響を示す。(a)は T_t＝220〔μs〕一定とし，N_{aw} および $V_m{}^+$ を変えた場合の l_b－t特性，(b)は(a)より求めた気泡の平均進展速度 v_b－t特性，(c)は V^+_m＝7〔KV〕，T_t＝460〔μs〕における l_b－t特性である。

これらの結果から，N_{aw} および V^+_m→大とともに l_b→大，すなわち気泡が進展しやすいことがわかる。また，気泡発生初期に濃度効果も顕著に現われてくる。さらに，(a)，(c)を比較することにより T_t の影響を知ることができ，l_b 飽和の傾向は T_t 小のほうが早く T_t 大の場合なお l_b は時間とともに漸次増加する。

以上の実験結果，N_{aw}・T_t・V^+_m→大にすると気泡が発生・進展しやすいことが認められた。

3.2　水溶液中における火花電圧特性



(a) 針電極正　　(b) 針電極負

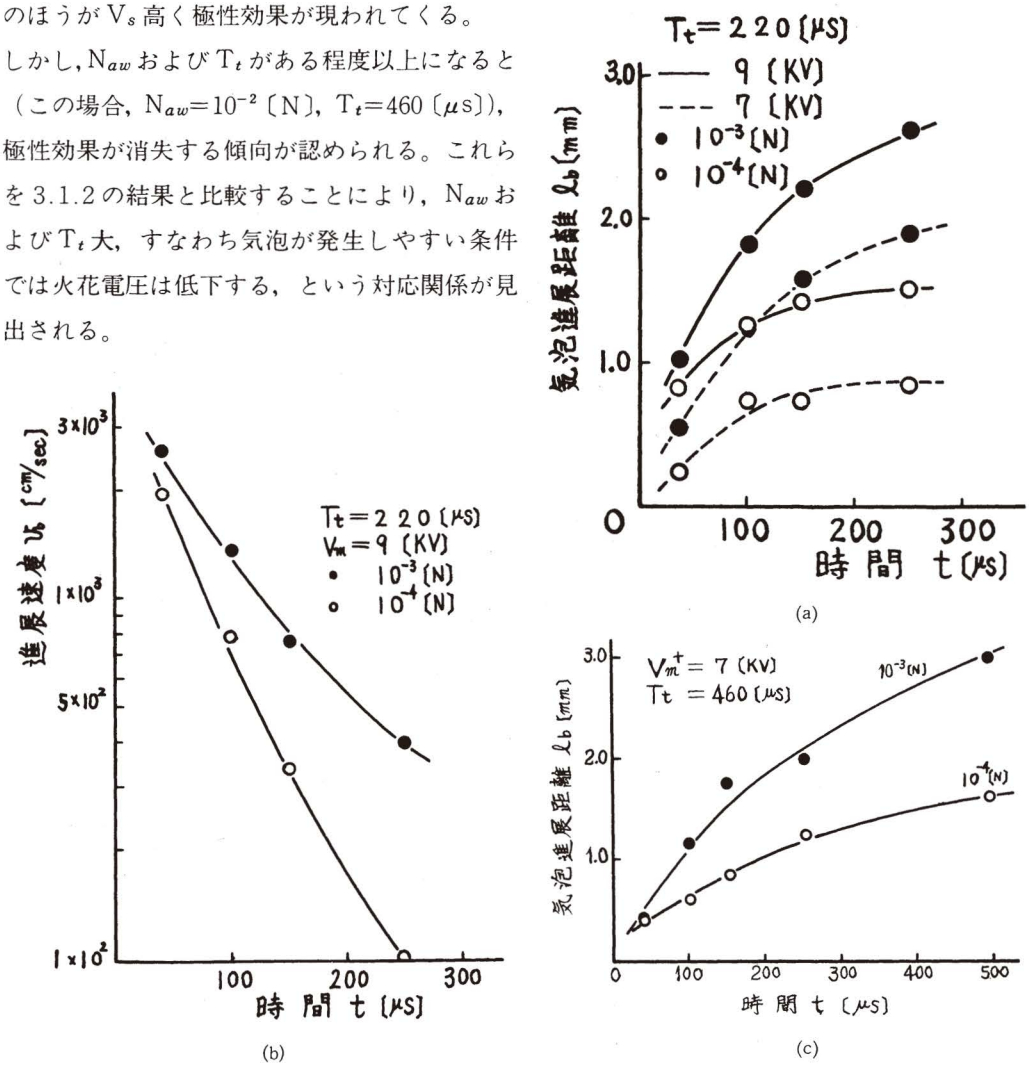
図－6　気泡進展状態の極性効果（II）

3.2.1　火花電圧におよぼす N_{aw} および T_t の影響

図－7の結果，気泡の発生・進展状態と N_{aw}・T_t との間に対応関係のあることが見出された。ここでは，火花電圧におよぼす微小気泡の影響を調べるため，N_{aw}・T_t を種々変えた時の V_s を測定した。

図－8はKCl水溶液中針（先端開き角度：14度）対平板ギャップ（d＝1.0〔mm〕）における火花電圧特性を示し，(a)は標準インパルス電圧（T_t=40〔μs〕）印加時の V_s－N_{aw} 特性，(b)は $N_{aw}=10^{-3}$〔N〕における V_s－T_t 特性である。

これより，N_{aw} および T_t→小とともに火花電圧 V_s は次第に大となり，さらに負針に比べ正針のほうが V_s 高く極性効果が現われてくる。しかし，N_{aw} および T_t がある程度以上になると（この場合，$N_{aw}=10^{-2}$〔N〕，T_t=460〔μs〕），極性効果が消失する傾向が認められる。これらを3.1.2の結果と比較することにより，N_{aw} および T_t 大，すなわち気泡が発生しやすい条件では火花電圧は低下する，という対応関係が見出される。

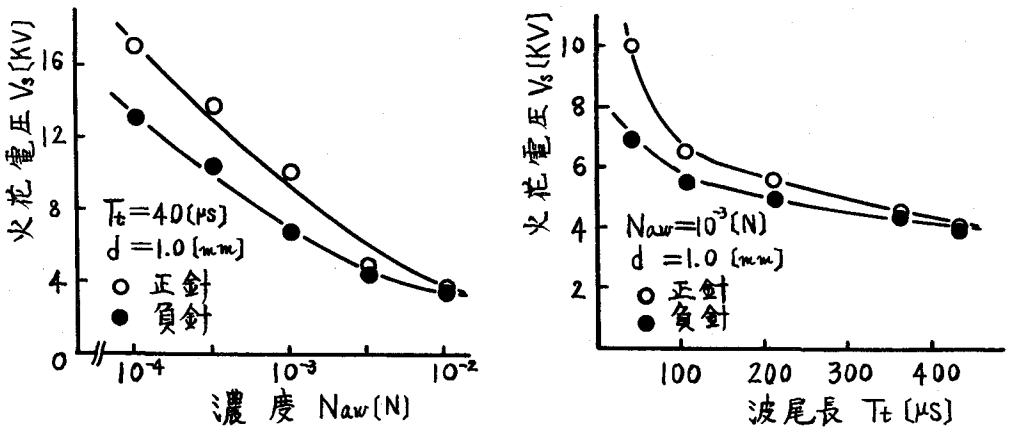


図－7　気泡進展状態におよぼす N_{aw}・T_t の影響

3.2.2 破壊機構に関する一考察

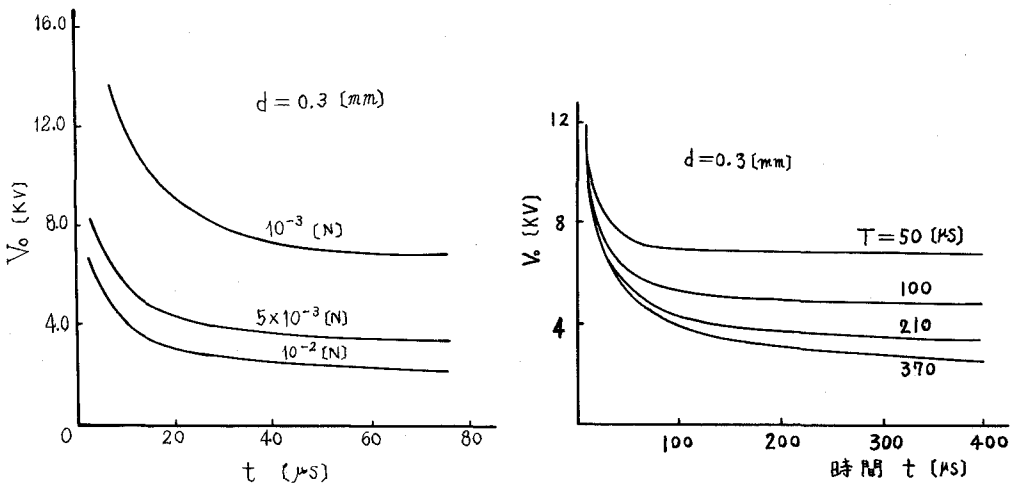
以上の結果から，液体絶縁物に比べ導電率の極めて大きい水道水や電解質水溶液中ギャップにインパルス電圧を印加する場合，ギャップ間に多量の微小気泡が認められ，その発生・進展状態および火花電圧は N_{aw} や T_t により影響を受けて，著しい極性効果が現われることを知った。この微小気泡の発生原因については，(a)水自身の電気的破壊，(b)伝導電流による熱的破壊，(c)電気・熱的（混存）破壊，などいくつか考えられるが，ここでは主として(b)について検討を行なった。

平等電界ギャップ中単位体積につき熱伝導を考え，Wien 効果を無視すると，次式のごとく印



(a) Vs − Naw 特性　　(b) Vs − Tt 特性

図− 8　火花電圧におよぼす N_{aw} および T_t の影響（ I ）



(a) Naw の影響　　(b) Tt の影響

図− 9　V − t 曲線

加電圧と温度上昇との関係が求められている。[5]

$$V_0=[\{(1-\exp(-\alpha(\theta-\theta_0))/(1-\exp(-2t/T))\}\cdot 2c\rho d^2/\alpha\sigma_0 T]^{1/2} \quad \cdots(1)$$

ただし，印加インパルス電圧$V=V_0\exp(-t/T)$，導電率$\sigma=\sigma_0\exp(\alpha\theta)$，c, ρ, θ, dはそれぞれ比熱，密度，温度およびギャップ長である。

表－1のごとき定数を用いて，(1)式より計算した半球対半球ギャップ（d＝0.3〔mm〕）におけるV－t曲線を図－9に示す。（ただし，$N_{aw}=10^{-2}$〔N〕の場合，印加電圧波形が若干変化する）図－10は，θ＝100〔℃〕を熱的破壊の一つの目安とし，図－9における飽和値すなわちt→∞におけるV_0を最小火花電圧Vsと考え，$N_{aw}^{-1/2}$およびTに対してプロットし，実験値と比較したものである。

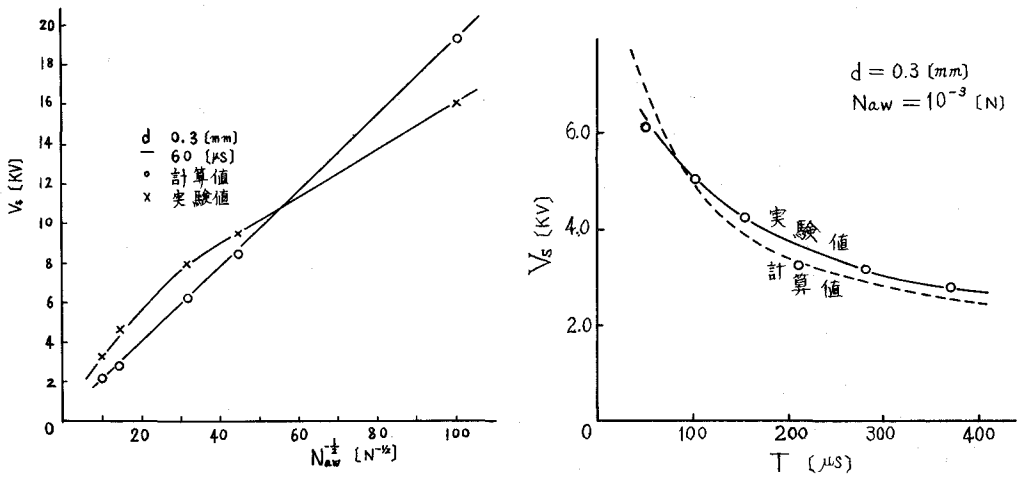
表－1　（1）式の定数

$\alpha=0.02$　　$c\rho=4.2$〔Jdeg^{-1}〕

KCl濃度[N]	σ_0[(Ωcm)]	T [μs]
10^{-2}	1.2×10^{-3}	35
10^{-3}	1.2×10^{-4}	50
10^{-4}	1.2×10^{-5}	50

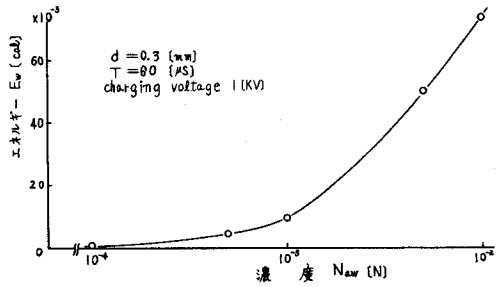
図－11は，非破壊電圧（V_0＝1〔KV〕，T＝60〔μs〕）を印加する場合，電圧・電流波形から図式積分することにより求めた水中ギャップ消費エネルギー$E_w=\int eidt$の濃度効果を示したものである。

これらの結果より，N_{aw}およびT_t→大とともに水中ギャップに注入されるエネルギーは次第に大となり，局部的加熱により微小気泡が発生し，V_sの低下が考えられ，(1)式による計算値とほぼ一致する領域が認められる。しかし，N_{aw}が10^{-3}〔N〕程度以下および極端に小さいT（T_t<40〔μs〕）においては，計算値と実験値との差が大きくなる傾向を示し，これらを境にして破壊機構が異なってくると考えられる。

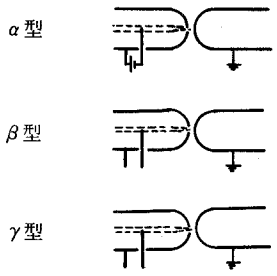


(a)　$V_s-N_{aw}^{-1/2}$　特性　　(b)　V_s-T　特性

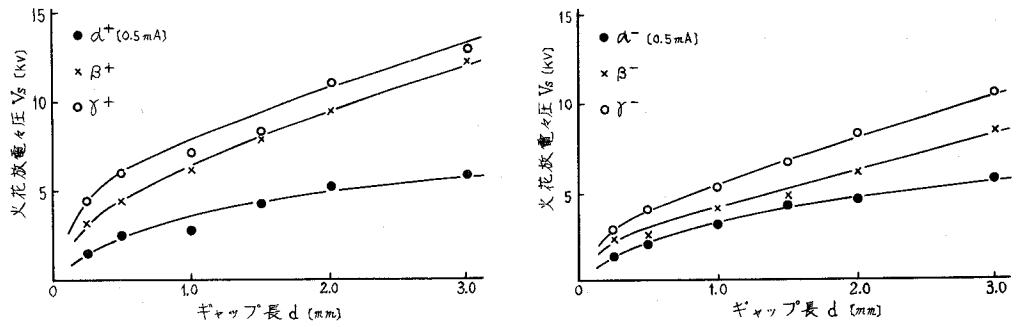
図－10　火花電圧におよぼすN_{aw}・Tの影響（II）



図－11　Ew － Naw　特性



図－12　半球電極組合せ

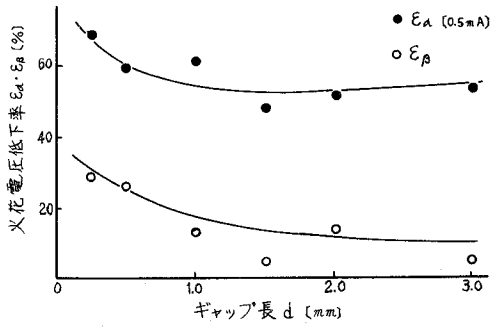


(a)　正極性　　(b)　負極性

図－13　連続気泡供給時の Vs － b 特性

3.3　連続気泡供給時の火花電圧特性

3.1 および 3.2 の実験結果から，水中ギャップにおけるインパルス電圧印加に伴い発生する微小気泡の進展状態と火花電圧との対応関係が見出された。ここでは以上の実験事実に基づき，水中ギャップ間にあらかじめ連続的に気泡を供給する場合の火花電圧について検討する。



図－14　火花電圧低下率

図－12 は図－4 のごとき特殊半球電極対半球電極（直径：10〔mm〕）の組み合せ種類を示し，α型は AP－AN 間に直流電圧を印加，AN 先端で気泡を発生させる方式，β型および γ型は AP－AN 間をそれぞれ短絡（突起付半球電極），開放する方式である。なお，放電液は水道水である。

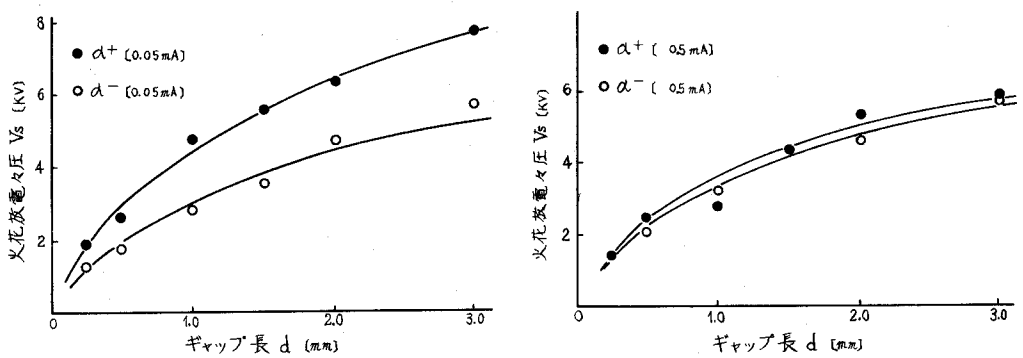
図－13 は AP－AN 間電流 I ＝0.5〔mA〕における連続気泡供給時の V_s － d 特性を示し，特殊半球電極に正極性(a)および負極性(b)インパルス電圧を印加した場合である。正極性の場合，気泡を供給する α型の V_s が最も低く，突起付半球電極に相当する β型および γ型の順に V_s はかなり高くなっている。また，負極性の場合，正極性に比べ全体的に V_s は若干低くなっている。

（α型はそれ程顕著でないが，β型およびγ型には相違が認められる）

図－14はγ型における火花電圧 V_{sr} に対するα型およびβ型（それぞれ火花電圧を $V_{s\alpha}$, $V_{s\beta}$ とする）の火花電圧の低下率を示し，気泡を供給することにより50～70〔%〕の低下が見られる。これは，図－8における気泡の発生しやすい条件における V_s の低下と一致するところである。なお，低下率は次式より計算した。

$$\varepsilon_\alpha = \{(V_{s\gamma}-V_{s\alpha})/V_{s\gamma}\}\times 100\ 〔\%〕$$
$$\varepsilon_\beta = \{(V_{s\gamma}-V_{s\beta})/V_{s\gamma}\}\times 100\ 〔\%〕 \qquad \cdots(2)$$

図－15はα型において，I＝0.05〔mA〕および0.5〔mA〕とし，気泡供給量を変えた場合の V_s－d特性を示す。これより，気泡供給量の大小が極性効果に影響をおよぼすことがわかり，3.2.1の結果と一致する。



(a)　I＝0.05〔mA〕　　(b)　I＝0.5〔mA〕

図－15　連続気泡供給時火花電圧の極性効果

4．むすび

本報告は液体絶縁物に比べ導電率の極めて大きい水道水および電解質水溶液中ギャップにインパルス電圧を印加する場合に生ずる微小気泡をシュリーレン法で観測し，それらと火花電圧との対応関係について検討したものである。得られた結果を要約すると次のごとくである。

(1)電圧印加後，極く短時間のうちに液体の密度変化が現われる。

(2)気泡の発生・進展状態には著しい極性効果が存在し，その形状はN（－）の場合は塊状，N（＋）の場合は木葉状を呈する。また，気泡進展距離 ℓ_b は時間の経過とともに次第に増加し，N（＋）に比べてN（－）の時のほうが ℓ_b 大となる。

(3)気泡進展距離 ℓ_b は $N_{ew}\cdot T_t$ および V_m により著しく影響を受け，$N_{aw}\cdot T_t\cdot V_m$→大とともに ℓ_b 大となる。

(4)気泡の発生・進展状態と火花電圧 V_s との間には対応関係があり，気泡が発生しやすい条件（$N_{aw}\cdot T_t$→大）であれば V_s は著しく低下することが見出された。さらに，そのような条件では，極性効果が消失する傾向を示す。

(5)熱的破壊説に基づいて検討した結果，$N_{aw}=10^{-3}$〔N〕程度より大の場合，実験値は計算値とほぼ一致するが，$N_{aw}<10^{-3}$〔N〕およびT_tが極めて小の場合，計算値から次第にずれる傾向が見出された。それらの領域においては他の破壊機構が関与してくると考えられる。

(6)水中ギャップに連続的に気泡を供給する場合，50～70〔%〕程度の火花電圧の低下が認められた。これは(4)と一致するものと考えられる。

(1)については放電条件は異なるが，絶縁油中において電圧印加後0.5～1.5〔μs〕に液体の密度変化が現われるという報告[6]があり，本実験では測定装置の関係上40〔μs〕以前の状態は未確認であるが，実験条件によってはかなり初期より密度変化が生ずるものと考えられる。また，気泡進展状態および火花電圧特性について，図－6・図－8に見られるように，N（－）のほうがℓ_b大で，V_sも低い値を示しているが，これはd＝10〔mm〕程度までの短ギャップにおける結果であって，数10〔mm〕以上の長ギャップにおいてはN（＋）のほうがストリーマは進展しやすく，V_sも低い値を示すことより，極性効果はあるギャップ長で逆転することが推測される。

一般に，液体の絶縁破壊機構については種々の提案があり[7]，ギャップ条件および回路条件などによりそれぞれ考慮されるべきことが多い。ここに述べられた実験条件の場合，ギャップ間に生ずる微小気泡が如何なる機構によって生ずるかを検討することは破壊機構を考える上で極めて重要であると思われる。本報告では熱的破壊について考察を行なったが，さらに，ストリーマの進展状態および分光学的な面などから，電気的破壊について検討を要すると思われる。

終りに，日頃御指導いただいている北海道大学工学部坂本三郎教授ならびに本学電気工学科教官各位，資料整理にご協力いただいた岡和喜男技官，実験を担当した桑原敏彦・岡野芳郎・石塚正義の諸君に深く感謝致します。なお，実験装置の一部は機械工学科実習工場で製作していただいた。関係者各位にお礼申し上げます。

（昭和51年5月22日受理）

参 考 文 献

(1) 鳥山・篠原・市村：電学誌，**57**，593（昭12－12）
(2) 中尾・坂本：電学誌，**87**，974（昭42－5）
(3) James W. Robionson, Mooyoung Ham and Ammon N. Balaster : J. Appl. Phys, **40**, 10 (1974)
(4) 桑原・中尾・服部：電気学会道支連大，38（昭47－10）
(5) 宮地：電学誌，**77**，820（昭32－1）
(6) 森川：電気学会　論文誌，92－A，No. 1（昭47－1）
(7) 芹沢・井上：電気学会放電研究会資料，ED－73－1（昭48－2）

新しい連想型記憶装置の構成理論

熊　谷　幸　雄*

A New Construction Theory of Associative Memory

Yukio Kumagai

概　要

ABDと呼ぶ新しい連想型記憶方式を提案し，この方式の連想特性につき考察を加える。この方式のもとでは記憶項目の増加にも拘わらず，連想確率を0.99以上に保つことが可能であり，また，その構成法も容易である等，優れた特性をもつ記憶装置であることが示される。

Synopsis

A new construction method, ABD, which is originally proposed in this paper, is presented and analysed with respect to the association property. It will be shown that this ABD has such a notable property that the association probabilty is greater than 0.99 despite of the increase of the memorized items, and that it's construction method is not so difficult, etc.

はじめに

連想の機能を有する記憶方式として，アソシアトロン[1]が提案されている。

これは，情報の読みだしを，content addressableな形で行うとするもので，従来若しくは現今のcomputerがaddressを媒体として読みだしを行っているのと比較して，根本的にその思想を異にする。

アソシアトロンは，その為に，記憶項目をあらかじめ定められた空間に均等に分散させて記憶しておき，読みだしたい事項は，それを入力した時，既に記憶していたものから，連想するという形で，その読みだしを行うのである。

ところで，この方式は，生体の大脳を中心とする情報処理の仕方に極めて酷似していると考えられるところから，大脳の情報処理方式を解明する手がかりを与えるものとして，積極的な研究が進められている[2][3][4][5][6][8]。

一方，アソシアトロンは連想という形で読みだしを行うところから，入力する項目が，必ずしも完全な形であることを要求しない。つまり，一部分から全体を連想するということもできる訳で，これは工学的に考えると，極めて広範な応用分野が展望される。例へば，雑音に依って乱された信号の再生，認識，探索等，人工知能に於ける諸種の問題である。

しかしながら，残念なことに，アソシアトロンの特性は十分に良いものであるとは決して言

＊室蘭工業大学・電子工学科

えない。特に，記憶項目の増加と共に，その連想特性は著しく劣化する。

2つの接近が，この特性の改善という問題に関して，多分，有効であるだろう。

その1つは，生体の神経回路網の情報処理方式を積極的に取り入れること。

その2は，推定論の立場に立つ工学的手法の導入[9]である。

近年，多数の研究論文が発表されているが，福島の Cognitron[2]，T. Kohenen の Recurrent な神経回路網[8]，H. Wigström[3] の研究等は，前者の立場にたち新しいモデル化を意図したものであり，E. Phaffelhuber[5]，T. Poggio[6]の理論は，後者の立場に立っているが，特性の定量的評価がなされていない点に不満を覚える。

しかし，Pfaffelhuber の考え方から，アソシアトロンの構成は，Gauß-Markov の定理[7]と同一であることが導かれるが，その意味で，アソシアトロンは最適な構成をとっている，と言えることは興味深い。

著者は，本稿で ABD (**A**ssociation **B**lock **D**esign) と名付ける新しい連想方式の導入を試みる。これは，Storage Redundancy の考え方を取り入れたものである。

ABD 連想方式の理論的な解析とその結果を示し，この結果とアソシアトロンと比較する時 ABD 方式は，十分に満足できる特性を持つことが知れるであろう。

本 論 1. ABD の存在と構成

記憶すべき v 個の項目パターンの集合を $\{X^{(i)}|i=1,2,\cdots\cdots,v\}$($v$は奇数)とする。

各パターン $X^{(i)}$ は，$X^{(i)}=\mathrm{col}(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \cdots\cdots, x_n^{(i)})$ とし，$x_j^{(i)}=+1$ or -1 で，全ての $j(j=1\sim n)$ について確立的に独立で $P_r(x_j^{(i)}=+1)=P_r(x_j^{(i)}=-1)=0.5$ であるとする。

$\{X^{(i)}|i=1,2,\cdots\cdots,v\}$ の部分集合を，b 個の整数値に対応させる函数 h を定義する。

$$h:\{X^{(1)}, X^{(2)}, \cdots\cdots, X^{(v)}\}\rightarrow\{1,2,\cdots\cdots,b\}$$

このとき，この h に依って作られる $\{X^{(i)}|i=1,2,\cdots\cdots,v\}$ の部分集合がつくるブロックを B_j とする。

$$B_j=\{X^{(i)}|h(X^{(i)})=j\},\quad j=1,2,\cdots\cdots,b$$

特に $|B_j|$ が，全ての j について等しく，$|B_j|=k$ (但し $k<v$) であるとき，この h は均衡がとれている，と言う。

また，或る $X\in\{X^{(i)}|i=1,2,\cdots\cdots v\}$ について，$\{j|B_j\cap X\neq\varnothing\}=r_X$ for $j=1,2,\cdots,b$ とするとき，全ての X について $r_X=r$ for $X\in\{X^{(i)}|i=1,2,\cdots\cdots,v\}$ であり，かつ，h が均衡しているならば，我々は，この h を，ABD (**A**ssocitive **B**lock **D**esign) と呼ぶことにする。

今，与えられた，$v, b,$ について，これらが ABD を満たすとすると，簡単な計算に依り，

$vr=kb$ となることを確しかめることができる。

このとき，次の令題が成立する。

命　題　任意のvについて，$b \geqq v$ なるABDが存在する。

証　明

まず，$b<v$ の場合にはABDの存在しないv（例へばvが素数の場合）の存在することを示す。

vを素数とせよ。その時，このvについてABDの存在したとすれば　$v=\frac{k}{r}b$。

依って，vは整数であるからrはk or bの約数になっていなければならない。

$r|k^*$ なら，その商をc_1とすると$v=c_1b$。これはvが整数c_1と整数bに分解されたことを示す。しかし，$b<v$ であるから，このことが可能なのは，$b=1$，$c_1=v$ の場合のみであり，これは$\frac{k}{r}=v$ つまり $k=vr$ であることを意味する。しかし，$k<v$ であるからこのことは不可能である。

$r|b$ なら，その商をc_2とすると$v=c_2k$。同様に素数vが整数c_2と整数kに分解されたことを示す。$k<v$ であるから，この分解が可能なのは$k=1$，$c_2=v$ の場合だけである。$c_2=v$ は$\frac{b}{r}=v$，$b=vr$，$b<v$ であるから，これは不可能である。

つまり，vが素数の場合には，ABD つまり $v=\frac{k}{r}b$ を満たす整数，k，r，b を $b<v$ のもとで選ぶことは不可能であることが示された。

次に，$b \geqq v$としてみる。

そのとき，この様なbの選び方に付いて，ABDの存在したとすれば，$b=\frac{k}{r}v$ を満たす整数k，rが存在する。

このことは，rがkの約数になる様に$r<b$，$k<v$ のもとで選べば，いつでも可能である。

このとき，$r|k$ の商をmとすれば$b=mv$，ここで$m=1,2,\cdots$，となり，$b \geqq v$ となっていることは明らかである。

さて，$b=mv$ として，ABDの存在を構成論的に示す。

v行v列の行列C'と，その要素 c'_{ij} を次式で定義する。

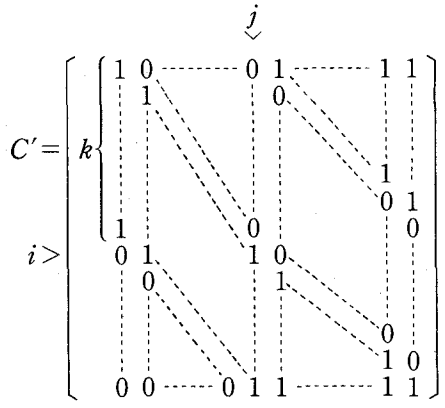
$$c'_{ij}=\begin{cases}1 \Longleftrightarrow X \in B_j \\ 0 \Longleftrightarrow X \notin B_j\end{cases}$$

ただしXは$\{X^{(i)}|i=1,2,\cdots\cdots,v\}$の要素，$j=1,2,\cdots\cdots b$である。

このとき，第1列に引き続いて1である c'_{ij} を，$i=1$ からk個配属し，任意のj列には$c'_{i,j}=1$ を $i=1+(j-1)$，$2+(j-1)$，$\cdots\cdots\cdots$，$k+(j-1)$ までに引き続いて配属し，残りは全て0とする。ただしiはmod v の計算で1を配属するものとする。次に，この行列 C' を小行列として，m個並べることによって，v行mv列の行列Cをつくる。

$$C=[\overbrace{C',C',\cdots\cdots,C'}^{m}] \triangleq (c_{ij})$$

$*$ $b|a$ はaがbによって整除されることを意味する。



このとき，このCは1つのABDであることが，次のようにして示される。

Cの行には$X^{(i)}$を，列にはブロック番号を，それぞれ，対応させる。すると，$c_{ij}=1$とは，$X^{(i)}$がブロックB_jに含くまれることを意味し，$c_{ij}=0$とは，$X^{(i)}$がブロックB_jにそうではないことを意味する。ところで，小行列$C^{(\prime)}$について調べれば，その作り方から明らかなように，任意の行，任意の列について，そこに含まれる1の個数は互いに相等しく，その個数は，常にkである。依って，行列Cでは，任意の列に含くまれる1の個数はk，任意の行に含くまれる1の個数はmkである。従って，この行列Cをhと做せば，任意のj列について，$|\{i|c_{ij}=1\}|=k$であることから，均衡がとれている。更に，任意のi行について，$|\{j|c_{ij}=1\}|=mk$つまり，全ての$X^{(i)}$について$|\{j|B_j\cap X^{(i)}\neq\varnothing\}|=mk\triangleq r$であることからして，この$C$は，ABDの性質を満足している。(証明3)

この命題は，vが与えられたとき，r，kを適当に選んで，$b=mv$（ただし$m=1,2,\cdots$）のブロック数をもつABDを常に作ることのできることを示している。

しかし，我々は，特にvが大きくなる領域に着目すると，ABDによるブロック数が更にvより大きくなることは，望ましいこととはいえない。そこで，$m=1$のABDを，我々は，任意のvについて存在するABDのうちで最もブロック数を少なくするABDであるという意味で，最適なABD，或は，OABD（**O**ptimal **A**BD）と呼ぶことにする。

OABDでは，$vr=kb$より，$r=k$がでる。従って，OABDでは，$v;b$，$k;r$について対称である。

さて，我々は，与えられた記憶項目の集合$\{X^{(i)}|i=1,2,\cdots\cdots,v\}$について，OABDによる連想を，次のような形で行こなわせることにする。

OABDのj番目のブロックをB_jとする。ここで，$j=1,2,\cdots\cdots,b(=v)$。

B_jに含くまれる項目パターンを$\{X^{(jl)}\}$とする。ここで，$l=1,2,\cdots,k$

$X^{(j_l)}=\mathrm{col}\,(x_1^{(j_l)},x_2^{(j_l)},\cdots\cdots,x_n^{(j_l)})$として，

$$M_{hi}=\delta\Big(\sum_{j=1}^{b}M_{hj}^{\prime(j)}\Big),\quad M_{hi}^{\prime(j)}=\delta\Big(\sum_{l=1}^{k}x_i^{(j_l)}x_h^{(j_l)}\Big)$$

によって，M_{hi}を成分とするv行v列の行列をMとしたとき，或る入力$X^{(a)}=\mathrm{col}\,(x_1^{(a)},x_2^{(a)},\cdots,x_n^{(a)})$について，

$$\delta(M\cdot X^{(a)})$$

によって，$X^{(a)}$の連想を行こなわせることにする。

ここで δ は

$$\delta(x)=\begin{cases} 1 & \Leftrightarrow x>0 \\ 0 & \Leftrightarrow x=0 \\ -1 & \Leftrightarrow x<0 \end{cases}$$

とし，行列の演算については，各成分毎に演算をほどこすものとする。

v, b, k, r を，各々，奇数に選ぶとすれば，OABD である限り，δ の演算結果が 0 になるのを防ぐことができる。

$\delta(M\cdot X^{(a)})$ の値を Z とおけば，$Z=\mathrm{col}\,(z_1, z_2, \cdots, z_n)$ は，$X^{(a)}$ について行なわれた連想の結果を示すことは自明であろう。

2. OABD による連想結果の解析

OABD による連想結果は，$Z=\delta(M\cdot X^{(a)})$ によって与えられた。

ここで問題とするのは，$Z=\mathrm{col}\,(z_1, z_2, \cdots, z_n)$ の任意の z_h について，これが，$X^{(a)}=\mathrm{col}\,(x_1^{(a)}, x_2^{(a)}, \cdots, x_n^{(a)})$ の h 番目の値 $x_h^{(a)}$ に，どれくらい近いかということである。

$P_r(z_h=x_h^{(a)})$ の値を，連想確率と呼び，z_h の $x_h^{(a)}$ らしさの測度とすると便利である。

$Z=\delta(M\cdot X^{(a)})$ より

$$z_h=\delta\left(\sum_{i=1}^{n}\delta\left(\sum_{j=1}^{l}\delta\left(\sum_{l=1}^{k}x_h^{(jl)}x_i^{(jl)}\right)\right)\right)\cdot x_i^{(a)}$$

$$z_h=x_h^{(a)} \quad \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}\delta\left(\sum_{j=1}^{b}\delta\left(\sum_{l=1}^{k}x_h^{(jl)}x_i^{(jl)}\right)\right)\cdot x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0$$

$$W_{hi}^{(j)}\triangleq\sum_{l=1}^{k}x_h^{(jl)}x_i^{(jl)},\quad V_{hi}^{(j)}=\delta(W_{hi}^{(j)}),\quad V_{hi}=\sum_{j=1}^{l}V_{hi}^{(j)},\quad U_{hi}=\delta(V_{hi})$$

とすると，

$$z_h=x_h^{(a)} \quad \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}V_{hi}x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0 \quad \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}\delta(V_{hi})x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0$$

故に

$$P_r(z_h=x_h^{(a)})=P_r\left(\sum_{i=1}^{n}U_{ht}x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)=P_r\left(\sum_{i=1}^{n}\delta(V_{hi})x_i^{(a)}x_i^{(a)}>0\right).$$

また，

$$P_r(\delta(V_{hi})x_i^{(a)}x_h^{(a)}=1)=P_r(V_{hi}x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0)=P_r\left(\sum_{j=1}^{l}V_{hi}^{(j)}r_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)$$

$$=P_r\left(\sum_{j=1}^{l}\delta(W_{hi}^{(j)})x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)$$

$$P_r(\delta\ (W_{hi}^{(j)})x_i^{(a)}x_h^{(a)}=1)=P_r(W_{hi}x_i^{(a)}x_i^{(a)}>0)=P_r\left(\sum_{l=1}^{k}x_h^{(j_l)}x_i^{(j_l)}\cdot x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)$$

さて，$P_r\left(\sum_{l=1}^{k}x_i^{(a)}x_h^{(j_l)}x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)$ は，ＯＡＢＤ のj 番目のブロックについて調べることを意味する。

ＯＡＢＤ の任意のブロックはk個の $X^{(i)}$ を含み，$k<v$ であるから，与えられた入力 $X^{(a)}$ を含む場合と，そうでない場合が存在する。

k を常に奇数に選ぶとすると。

(i) $X^{(a)}$ が，そのブロック B_j に含くまれている場合には，次のようになる。

$j_l=a$ となるが l が $1\leqq l\leqq k$ のうちに必ず存在して，確率１で $x_h^{(j_l)}x_i^{(j_l)}x_i^{(a)}x_i^{(a)}=1$ for $j_l=a$ がなりたつ。したがって，

$$P_r\left(\sum_{l=1}^{k}x_h^{(j_l)}x_i^{(j_l)}\cdot x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)=P_r\left(1+\sum_{\substack{l=1\\ j_l\neq a}}^{k}x_h^{(j_l)}x_i^{(j_l)}\cdot x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)$$

各成分の確率的独立性の仮定から，左辺は次のように計算される

$$P_r\left(1+\sum_{\substack{l=1\\ j_l\neq a}}^{k}x_h^{(j_l)}x_i^{(j_l)}\cdot x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)=\sum_{\nu=0}^{\frac{k-1}{2}}\binom{k-1}{\nu}\left(\frac{1}{2}\right)^{\nu}\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1-\nu}\triangleq P'_{+}.$$

(ii) $X^{(a)}$ が，そのブロック B_j に含くまれていない場合は，(i) と同様に，各成分の確率的仮定より，

$$P_r\left(\sum_{l=1}^{k}x_h^{(j_l)}x_i^{(j_l)}\cdot x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)=\sum_{\nu=0}^{\frac{k-1}{2}}\binom{k}{\nu}\left(\frac{1}{2}\right)^{\nu}\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1-\nu}=\frac{1}{2}$$

(i) と (ii) から，結局，次式が得られる。

$$P_r(\delta(W_{hi}^{(j)}x_i^{(a)}x_h^{(a)}=1)=\begin{cases}P'_{+} & \text{for}\quad a\in\{j_1,j_2,\cdots\cdots,j_k\},\\ 0.5 & \text{for}\quad a\notin\{j_1,j_2,\cdots\cdots j_k\},\end{cases}$$

次に，$P_r(\delta(V_{hi})x_i^{(a)}x_i^{(h)}=1)=P_r\left(\sum_{j=1}^{b}\delta(W_{hi}^{(j)})x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right)$ を問題にする。

これは，OABD のb 個のブロック全体について調べることを意味する。

OABD の作り方から，任意の $X^{(a)}$ について，$|\{j|B_j\cap X^{(a)}\neq\varnothing\}|=r$ for $j=1,2,\cdots,b$ であり従って，$|\{j|B_j\cap X^{(a)}=\varnothing\}|=b-r$ である。

よって，次式をうる。

$$\sum_{j=1}^{b}\delta(W_{hi}^{(j)})x_i^{(a)}x_h^{(a)}=\sum_{j\in\{j|B_j\cap X^{(a)}\neq\phi\}}\delta(W_{hi}^{(j)})x_{ia}^{(a)}x_h^{(a)}+\sum_{j\in\{j|B_j\cap X^{(a)}=\phi\}}\delta(W_{hi}^{(j)})x_i^{(a)}x_h^{(a)}$$

$$P_r\left\{\sum_{j=1}^{b}\delta(W_{hi}^{(j)})x_i^{(a)}x_h^{(a)}>0\right\}=\sum_{\nu+\nu'=0}^{\frac{b-1}{2}}\binom{r}{\nu}q_+^{\prime\nu}p_+^{\prime r-\nu}\binom{b-r}{\nu'}\left(\frac{1}{2}\right)^{\nu'}\left(\frac{1}{2}\right)^{b-1-\nu'}$$

以上より，連想結果 z_h が，真の値 $x_h^{(a)}$ を連想する確率 $P_r(z_h=x_h^{(a)})$ は，次のようになる。

$$P_r(z_h=x_h^{(a)})=P_r\left(\sum_{i=1}^{n}U_{ih}>0\right)=P_r\left(1+\sum_{\substack{i=1\\ i\neq h}}^{n}U_{ih}>0\right)$$

$$=\sum_{\nu=0}^{\frac{n-1}{2}}\binom{n-1}{\nu}P_r(U_{ih}=-1)^{\nu}P_r(U_{ih}=1)^{n-1-\nu}$$

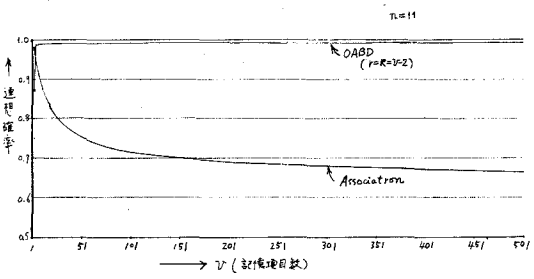
ここで

$$P_r(U_{ih}=1)=\sum_{\nu+\nu'=0}^{\frac{b-1}{2}}\binom{r}{\nu}q_+^{\prime\nu}p_+^{\prime r-\nu}\binom{b-r}{\nu'}\left(\frac{1}{2}\right)^{\nu'}\left(\frac{1}{2}\right)^{b-\nu-\nu'}=1-P_r(U_{ih}=-1)$$

3. 連想確率の数値計算とアソシアトロンの比較

前節で得られたOABD の連想確率 $P_r(z_h=x_h^{(a)})$ を $v=3, 5, \cdots$ と順次，奇数値をとらせた場合の値を数値計算により求めてみる。

図に示すのがその結果である。



図—1

ただし，$n=11$ とし，記録項目は全て11ビット構成であるとし，$k=r$ は奇数とし，$k=v-2\,(<v)$ としている。後者のパラメータ選定は，次の事実の指適にもとずいている。

任意の $X^{(a)}$ について，$|\{j|B_j\cap X^{(a)}\neq\phi\}|=r$，$|\{j|B_j\cap X^{(a)}=\phi\}|=b-r$ for $j=1, 2, \cdots, b$ であり，前者のときは p_+'，後者のときは 0.5 の確率が，$p_r(U_{ih}=1)$ for $i\neq h$ について与えられることは前に述べた。

これは，全体として b 個のブロックがあるとし，$b-r$ 個のブロックは $B_j\cap X^a=\phi$ であり，$X^{(a)}$ を連想する上では，雑音として働くことを意味する。つまり，$X^{(a)}$ が何であるか，その確率が 1/2 であるということは，$X^{(a)}$ が何であるか分らないということであり，$X^{(a)}$を正しく$X^{(a)}$に確率的にたかめる（確率1に近くなる方向で）上では，望ましくない働きをする。そこで，b 個のブロックの内，p_+' を与える r 個のブロックと，0.5 を与えるブロックとの比率を SIN とおけば，謂るゆ SN 比に相当するものを考えることができる。OABD では，対称的であるから，

$$\mathrm{SIN}\triangleq\frac{r}{b-r}=\frac{r}{v-r}$$

$b-r=v-k$，δ 関数の性質から k も奇数の値をとらせるもととすると，$k<v$ の範囲では，

$k=v-2$ のとき，$b-r$ は最小の値をとり，同時に SN 比の最大の値をとる。

アソシアトロンの値も同時に示しておいた。

このデーターから，我々は，OABD 方式による連想特性とアソシアトロンのそれを明瞭な形で比較することができよう。

4. 結論と問題点の指摘

図に示したデーターから、ABD 連想方式の特徴を次のように指摘することができる。

(1) アソシアトロンは，記憶項目の増大と共に，ほぼ，指数関数的に特性が劣化する。

しかし，ABD 方式では，記憶項目の少ない領域では，アソシアトロンの特性よりも劣るが（といっても $v=3$ のところだけであるが），記憶項目の増大と共に，ほぼ，指数関数的に向上する。

(2) ABD 連想方式での特性は，急峻な飽和特性を示し，大半の記憶項目数で，その連想確率を 0.99 以上の値にすることができる。

(3) ABD 方式の構成は，手法的にそれ程，はん雑ではない。

推定論（Estimation Theory）の立場に立つアソシアトロンの最適性は，前に指摘しておいた。それ故，Piggio[6] の考え方である non-linear な効果，つまり，高次の相関をアソシアトロンに付加してゆくことが考えられる。しかし，この際に予想される複雑さと，ABD方式のそれとでは，前者が，高次の行列の積の演算が必要となるのに比して，ABD 方式では，そのような必要はなく，むしろ δ 関数の non-linearity をうまく利用した形になっている。

しかし，次に示す問題点が，未解決の問題として残されている。

v の値が，あらかじめ予想若しくは指定される場合がある（例えば，$n=11$ として $v=2^{11}=2048$ 個という風に）。そのような時，本稿の OABDよりも，より最適な ABD が存在し，その時，連想確率はよくなっているか？。

（昭和51年 5 月22日受理）

文 献

(1) 中野：「アソシアトロンとその工学的応用」信学研資（9－'69）
(2) K. Fukushima :「Cognitron : A Self-organizing Multilayed Neural Network」Biol-Cybern. **20** p121－136 ('75)
(3) H. Wigstrom :「A Neuron Model with Learning Capability and Ito Mechanism of Association」Kyberetik **12**, 4 ('72)
(4) T. Knohen :「Correlation Matrix Memory」, I. E. E. E Trans. Comput. vol C－27 (4－'72)
(5) E. Phaffelhuber :「Correlation Memory Model－a First Approximation」Biol. Cybern **18** p217－223 ('75)
(6) T. Poggio :「On Opitmal Nonlinear Associative Recall」Biol, Cybern **19** p201－209 ('75)
(7) S. Wilks :「Mathematical Statistics」p286, John-Wiley (second Edition) ('62)
(8) T. Kohenen :「Fast Adaptive Formulation of Orthogonalizing Filters and Associative Memory in Recurrent

Networks of Neuron-Like Elements」Biol. Cybern **21** p85－95 ('76)
(9) 熊谷他：「動的連想記憶の一方式」信学研資（1－'76）

一次元一様構造神経回路網のオートマトン表現について

佐野勝宏・熊谷幸雄

Automata Representation In One-dimensional Nerve Net of Homogeneous Structure

Katsuhiro Sano and Yukio Kumagai

Abstract

This report describes some of the characteristics of One-dimensional Nerve Net of Homogereons Structure. This model has two types of stable states, one of which is the first kind of those ; and, the other, the second kind of those. We show how to construct two types of stable states in transition tables. It is ckear that tables are automata.

ま え が き

近年，生体の情報処理機能や知能的現象を工学的に解明しようとする努力が盛んに行なわれている。生体についての生理学，解剖学，心理学等の数多くの知識にもとづいて，神経回路網に様々な仮定を与えている。これらの仮定の上に立って，神経回路網の機能が詳しく調べられている。これらの応用の考えとして，セル状記憶装置，セル状演算装置，アレー型電子計算機などが上げられる。

甘利[1]・香田[2]，新貝[3]等は，生体における重要な側抑制効果を表わすために，神経回路網に一様構造を仮定し，その動特性を論じている。彼らは，この回路で，リバーベレーションが生ずることを報告している。リバーベレーションという概念は，生体の記憶の様式を解明する１つの手段として考え出されたものであるが，これによって，数多くのより良い結果が得られている。その１つとして，学習におけるリバーベレーションの利用などがある。リバーベレーションを生ずる回路として，いろいろ考えられているが，新貝[3]は，両端を固定した一次元一様構造神経回路網について，計算機でシミュレーションした結果を報告している。それによると，両端を固定した場合では，素子数に関係なく，得られる最大周期は４であり，それを実現する場合の数は，かなり多いと報告されている。一次元一様構造を考える場合には，両端を固定した場合と，環状にした場合の２つがあるが，環状構造は，著者らの知る限り，まだ報告されていないと思う。したがって，本論文では，一次元の環状構造について考察した。一次元としたのは，最も簡単な構造なので取り扱いが容易であるからである。計算機シミュレーションした

結果，状態変化を記述する状態遷移を作成でき，第一種と第二種の安定状態を実現する条件を求めた。

環状構造については，まだ，その良し悪しの評価できる段階ではないが，一様構造神経回路網の研究に，何らかの形で貢献できるであろう。

本　　論

定義1

一次元一様構造神経回路網とは，神経素子 x_i が一次元状に並び，環状になっており（n＋1個の素子があれば，$x_1 = x_{n+1}$），結合様式は，隣接する素子からと自己からであるものをいう。

定義2

神経素子（以後，素子という）x_i の取り得る状態は，1あるいは－1であるとする。1を興奮，－1を興奮していない状態とする。

定義3

回路の状態は，次の2つがある。

①第一種の安定状態：時刻 t でもはや変化しない定常状態

②第二種の安定状態：周期 τ で状態が変化し，又，自己にもどるもの。

定義4

定義1より，隣接する素子の状態と自己の状態，つまり，連続した3素子の真中の素子の状態は，表1である。これを，真理値表と呼ぶ。

F_1 から F_8 が，それぞれ，－1あるいは1を取ることにより，$F_i(i = 1, \cdots\cdots 8)$ を組み合わせて，$2^7 = 128$ 通り存在する。ここでは，$F_1 = -1$ をする。

表1

x_{i+1}	x_i	x_{i-1}	x_i'
－1	－1	－1	－1あるいは1
－1	－1	1	〃
－1	1	－1	〃
－1	1	1	〃
1	－1	－1	〃
1	－1	1	〃
1	1	－1	〃
1	1	1	〃

定義5

素子数を5としたとき，すべての可能な状態を，表2のように定義する。ここで，'ν'は'－1'を表わす。次に，中央の3素子を8進数で表わすと，表3のようになる。

表2

x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	
✓	✓	✓	✓	✓	0
✓	✓	✓	✓	1	1
✓	✓	✓	1	✓	2
✓	✓	✓	1	1	3
✓	✓	1	✓	✓	4
✓	✓	1	✓	1	5
✓	✓	1	1	✓	6
✓	✓	1	1	1	7
✓	1	✓	✓	✓	8
✓	1	✓	✓	1	9
✓	1	✓	1	✓	10
✓	1	✓	1	1	11
✓	1	1	✓	✓	12
✓	1	1	✓	1	13
✓	1	1	1	✓	14
✓	1	1	1	1	15
1	✓	✓	✓	✓	16
1	✓	✓	✓	1	17
1	✓	✓	1	✓	18
1	✓	✓	1	1	19
1	✓	1	✓	✓	20
1	✓	1	✓	1	21
1	✓	1	1	✓	22
1	✓	1	1	1	23
1	1	✓	✓	✓	24
1	1	✓	✓	1	25
1	1	✓	1	✓	26
1	1	✓	1	1	27
1	1	1	✓	✓	28
1	1	1	✓	1	29
1	1	1	1	✓	30
1	1	1	1	1	31

表3

x_5	s_8	x_1	
✓	0	✓	0
✓	0	1	1
✓	1	✓	2
✓	1	1	3
✓	2	✓	4
✓	2	1	5
✓	3	✓	6
✓	3	1	7
✓	4	✓	8
✓	4	1	9
✓	5	✓	10
✓	5	1	11
✓	6	✓	12
✓	6	1	13
✓	7	✓	14
✓	7	1	15
1	0	✓	16
1	0	1	17
1	1	✓	18
1	1	1	19
1	2	✓	20
1	2	1	21
1	3	✓	22
1	3	1	23
1	4	✓	24
1	4	1	25
1	5	✓	26
1	5	1	27
1	6	✓	28
1	6	1	29
1	7	✓	30
1	7	1	31

表4

	✓ ✓	✓ 1	1 ✓	1 1
0	s_8'	s_8'	s_8'	s_8'
1	〃	〃	〃	〃
2	〃	〃	〃	〃
3	〃	〃	〃	〃
4	〃	〃	〃	〃
5	〃	〃	〃	〃
6	〃	〃	〃	〃
7	〃	〃	〃	〃

定義6

定義5の表3を次のように考える。両端x_1, x_5は入力と見なすことにより，$x_1 s_8 x_5$（s_8は8進数）は，s_8という状態に入力$x_5 x_1$があることを示す。真理値表が与えられると，$x_5 s_8 x_1$は，$x_5' s_8' x_1'$に遷移する。これを表で表わすと，表4が得られる。この表を，状態遷移表と呼ぶ。

定義7

状態を次のように分類する。

$q_0 = \{\checkmark\checkmark\checkmark\checkmark\checkmark\}$
(0)

$q_1 = \{\checkmark\checkmark\checkmark\checkmark 1,\ \checkmark\checkmark\checkmark 1\checkmark,\ \checkmark\checkmark 1\ ,\ \checkmark 1\checkmark\checkmark\checkmark,\ 1\checkmark\checkmark\checkmark\checkmark\}$
(1) (2) (4) (8) (16)

$q_2 = \{\checkmark\checkmark\checkmark 1 1,\ \checkmark\checkmark 1 1\checkmark,\ \checkmark 1 1\checkmark\checkmark,\ 1\checkmark\checkmark\checkmark 1,\ 1 1\checkmark\checkmark\checkmark\}$
(3) (6) (12) (17) (24)

$q_3 = \{\checkmark\checkmark 1\checkmark 1,\ \checkmark 1\checkmark\checkmark 1,\ \checkmark 1\checkmark 1\checkmark,\ 1\checkmark\checkmark 1\checkmark,\ 1\checkmark 1\checkmark\checkmark\}$
(5) (9) (10) (18) (20)

$q_4 = \{\checkmark\checkmark 1 1 1,\ \checkmark 1 1 1\checkmark,\ 1\checkmark\checkmark 1 1,\ 1 1\checkmark\checkmark 1,\ 1 1 1\checkmark\checkmark\}$
(7) (14) (19) (25) (28)

$q_5 = \{\checkmark 1\checkmark 1 1,\ \checkmark 1 1\checkmark 1,\ 1\checkmark 1\checkmark 1,\ 1\checkmark 1 1\checkmark,\ 1 1\checkmark 1\checkmark\}$
(11) (13) (21) (22) (26)

$q_6 = \{\checkmark 1 1 1 1,\ 1\checkmark 1 1 1,\ 1 1\checkmark 1 1,\ 1 1 1\checkmark 1,\ 1 1 1 1\checkmark\}$
(15) (23) (27) (29) (30)

$q_7 = \{1 1 1 1 1\}$
(31)

q_0からq_7までをそれぞれ，状態集合と呼ぶ。

1．第一種の安定状態について

ある真理値表が与えられて，回路の状態が変わるとき，次の命題が成り立つならば，第一種の安定状態が得られる。

命題1

状態遷移表において，遷移後の状態（8進数）が遷移前の状態（8進数）少なくとも1つであるならば，状態は第一種の安定状態である。逆も成り立つ。

（証明）

遷移前の状態をs_8，遷移後の状態をs'_8とすると，ある入力x x′があったとき，$s_8=s'_8$ということは，xs_8x'とxs'_8x'が等しいことである。これは，もはや，どこにも変化しない，つまり，第一種の安定状態である。

逆に，遷移後の状態が第一種の安定状態ならば，その状態は，$ys_8y'=ys'_8y'$と表現することができる。y とy′が同じであるから，$s_8=s'_8$が得られる。

q. e. d.

ここで，各状態集合q_i（$i=1,\cdots\cdots 6$）の具体的な作成法を，状態遷移表を用いて，示すと，次の表が得られる。尚，q_0とq_7に関しては，別の命題２で述べている。

命題２

q_i（$i=1,\cdots\cdots 6$）のうち，少なくとも１つが状態遷移表において，すべて０あるいは７であり，かつまた，✓０✓は０，あるいは１７１は０ならば，状態は$q_0=0$になる。また，q_iのうち，少なくとも１つが，遷移表ですべて７で，１７１が７であるならば，状態は$q_7=31$になる。各々，逆も成り立つ。

（証明）

状態遷移表でq はすべて０になるとすると，５つの素子$x_1x_2x_3x_4x_5$において，両端を決めると，次の５つの場合が考えられる。

①$x_1(x_2x_3x_4)x_5$　②$x_2(x_3x_4x_5)x_1$　③$x_3(x_4x_5x_1)x_2$　④$x_4(x_5x_1x_2)x_3$

⑤$x_5(x_1x_2x_3)x_4$

この５つの場合で，それぞれ，$x_2x_3x_4$，$x_3x_4x_5$，$x_4x_5x_1$，$x_5x_1x_2$，$x_1x_2x_3$が０になるということは，x_1からx_5までのすべての素子が，－１であるということである。つまり，これは，✓０✓に状態が遷移することである。逆に，０に遷移するならば，上の５つに分けると，それぞれが，０になる。したがって，逆も成り立つ。q_7がすべて，０になるときも，同様に証明される。

以上より，この命題は，成り立つことがわかる。

q. e. d.

表5 q_1

	✓✓	✓1	1✓	11
0		0	0	
1	1			
2	2			
3				
4	4			
5				
6				
7				

表6 q_2

	✓✓	✓1	1✓	11
0				0
1		1		
2				
3	3			
4			4	
5				
6	6			
7				

表7 q_3

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1			1	
2		2	2	
3				
4		4		
5	5			
6				
7				

表8 q_4

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				1
2				
3		3		
4				4
5			6	
6				
7	7			

表9 q_5

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				
2				2
3			3	
4				
5		5	5	
6		6		
7				

表10 q_6

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				
2				
3				3
4				
5				5
6				6
7		7	7	

表11 $q_1 \rightarrow q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0	0	0	0	
1	0			
2	0			
3				
4	0			
5				
6				
7				

表12 $q_2 \rightarrow q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0	0			0
1				
2		0		
3	0			
4			0	
5				
6	0			
7				

表13 $q_3 \rightarrow q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0	0			
1			0	
2		0	0	
3				
4		0		
5	0			
6				
7				

表14　$q_4 \to q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0	0			
1				0
2				
3		0		
4				0
5				
6			0	
7	0			

表15　$q_5 \to q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0	0			
1				
2				0
3			0	
4				
5		0	0	
6		0		
7				

表17　$q_6 \to q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0	0			
1				
2				
3				0
4				
5				0
6				0
7		0	0	

表18　$q_3 \to q_7 \to q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1			7	
2		7	7	
3				
4		7		
5	7			
6				
7				0

表19　$q_5 \to q_7 \to q_0$

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				
2				7
3			7	
4				
5		7	7	
6		7		
7				0

表20　$q_3 \to q_7$

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1			7	
2		7	7	
3				
4		7		
5	7			
6				
7				7

表21　$q_4 \to q_7$

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				7
2				
3		7		
4				7
5				
6			7	
7	7			7

表22　$q_5 \to q_7$

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				
2				7
3			7	
4				
5		7	7	
6		7		
7				7

表23　$q_6 \to q_7$

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				
2				
3				7
4				
5				7
6				7
7		7	7	7

尚、$q_1 \to q_7$, $q_2 \to q_7$が実現できないのは回路に条件

$\checkmark \textcircled{\checkmark} \checkmark \to \checkmark$を設けたからである。

2．第二種の安定について

第二種の安定状態に関して、次の命題が成り立つ。

命題3

状態遷移表において、おのおののq_i（$i = 1, \cdots\cdots, 6$）がサイクルを形成するように状態が変化するならば，回路には，第二種の安定状態が存在する。逆も成り立つ。

（証明）

5つの素子$x_1x_2x_3x_4x_5$において，両端を決めると，命題2で行なったように5つの場合が存在する。

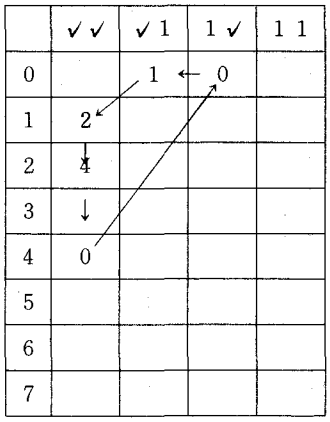
①x_1（$x_2x_3x_4$）x_5　②x_2（$x_3x_4x_5$）x_1　③x_3（$x_4x_5x_1$）x_2　④x_4（$x_5x_1x_2$）x_3

⑤x_5（$x_1x_2x_3$）x_4

この5つにサイクルが形成されるのだから，それは，

$$x_2x_3x_4 \to x_3x_4x_5 \to x_4x_5x_1 \downarrow$$
$$\uparrow x_1x_2x_3 \leftarrow\!\!\!

表24



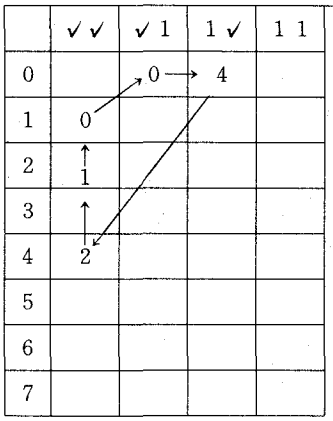
$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$
$\uparrow \quad \quad \downarrow$
$16 \leftarrow 8$

F_2（最低，必要）

（F_4，F_6，F_7，F_8が加わる）

F_8が加わる）

表25

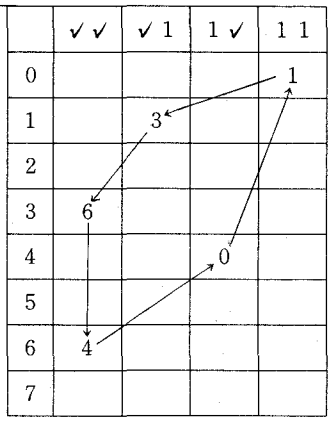


$1 \rightarrow 16 \rightarrow 8$
$\uparrow \quad \quad \downarrow$
$2 \leftarrow 4$

F_5

（F_4，F_6，F_7，F_8）

表26

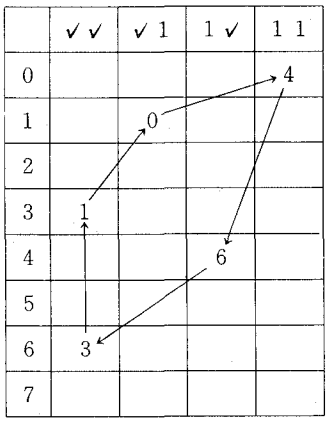


$3 \rightarrow 6 \rightarrow 12$
$\uparrow \quad \quad \downarrow$
$17 \leftarrow 24$

F_2，F_4

（F_3，F_6，F_8）

表27

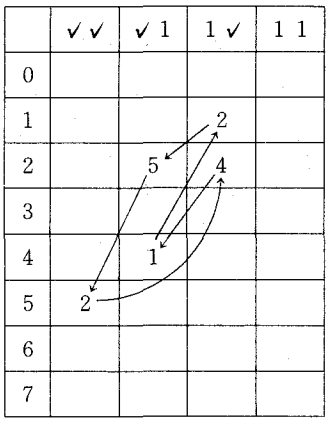


$3 \rightarrow 17 \rightarrow 24$
$\uparrow \quad \quad \downarrow$
$6 \leftarrow 12$

F_5，F_7

（F_3，F_6，F_8）

表28

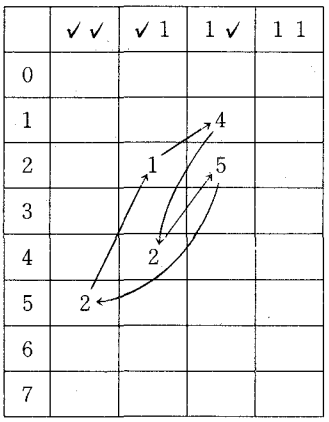


$5 \rightarrow 10 \rightarrow 20$
$\uparrow \quad \quad \downarrow$
$18 \leftarrow 9$

F_2，F_6

（F_4，F_7，F_8）

表29

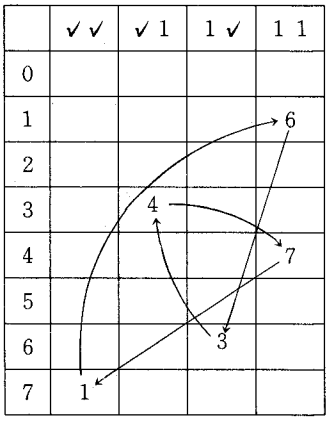


$5 \rightarrow 18 \rightarrow 9$
$\uparrow \quad \quad \downarrow$
$10 \leftarrow 20$

F_5，F_6

（F_4，F_7，F_8）

表30

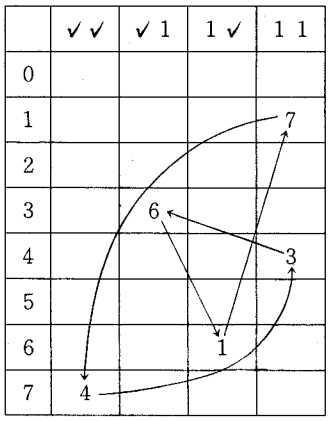


7 ←25←14
↖28←19↙

F_2, F_5, F_7

(F_3, F_6)

表31

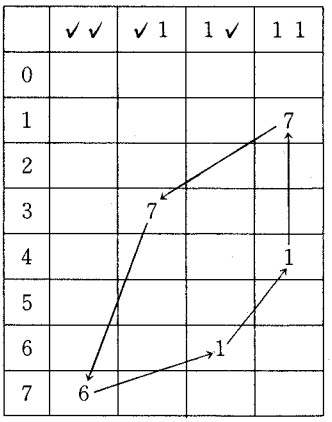


7 →28→19
↖25←14↙

F_2, F_4, F_5

(F_3, F_6)

表32

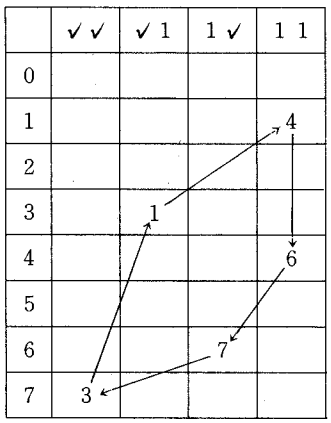


7 →14→28
↖19←25↙

F_2, F_4, F_8

(F_3, F_6)

表33

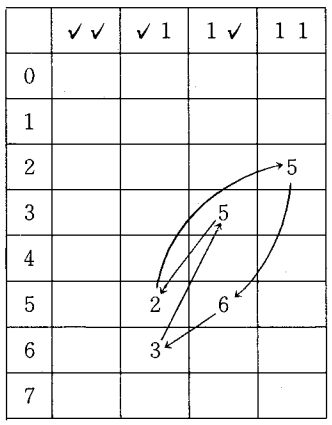


7 →19→25
↖14←28↙

F_5, F_7, F_8

(F_3, F_6)

表34

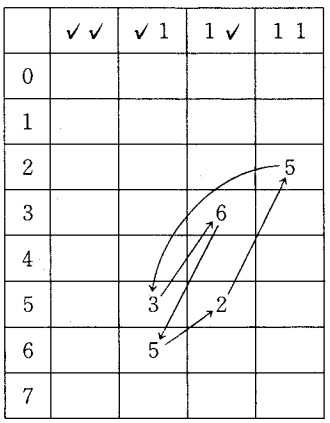


11→21→26
↖22←13↙

F_6, F_7

(F_2, F_5, F_8)

表35

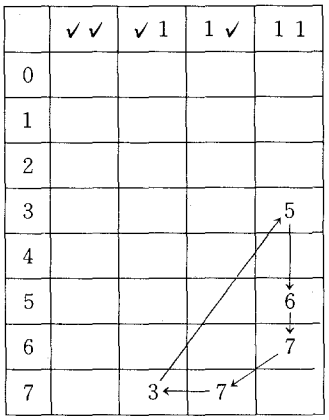


11→22→13
↖21←26↙

F_6, F_6

(F_2, F_5, F_8)

表36

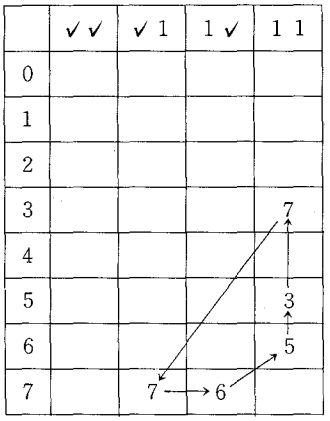


15→23→27
↖30←29↙

F_6, F_7, F_8

(F_2, F_3, F_5)

表37

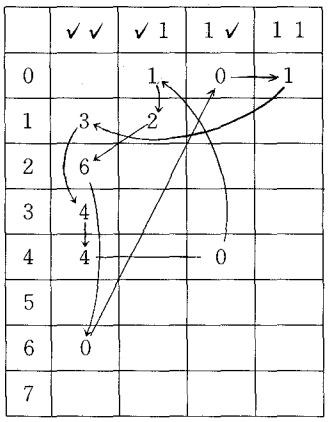


15→30→29
↖23←27↙

F_4, F_6, F_8

(F_2, F_3, F_5)

表38

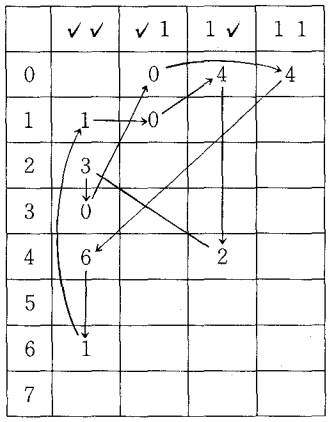


1 → 3 → 4 →12→16
↑　　　　　↓
24← 8 ← 6 ← 2 ←17

F_2, F_3

(F_6, F_8)

表39

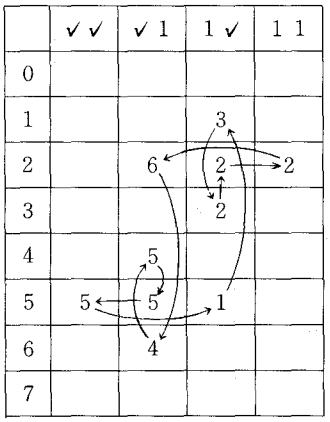


1 →17→ 8 →12
↑　　　　↓
6 ← 4 ←24　2
　　↑　↓
　　16← 3

F_3, F_5

(F_6, F_8)

表40

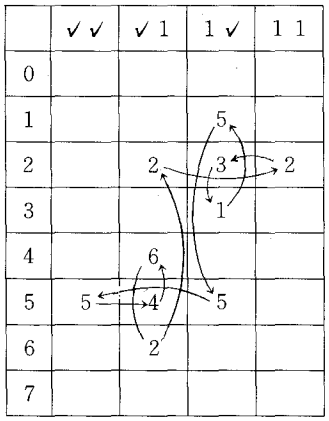


5 → 13→ 9 → 11
　　　　　↓
↑ 20←22　10
↓　↑　↓
21　18←—26

F_2, F_3, F_4

(F_8)

表41



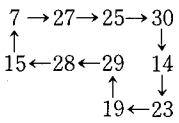
5 → 21→ 20
↑　　　↓
13← 9　22
　↑　↓
　11　18
　↑　↓
　10←26

F_3, F_5, F_7

(F_8)

表42

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				6
2				
3		5		1
4				7
5				4
6			7	6
7	3	3	7	

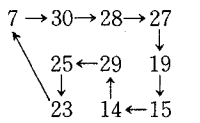


F_2, F_5, F_7, F_8

(F_3)

表43

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				7
2				
3		7		3
4				3
5				1
6			5	4
7	6	7	6	

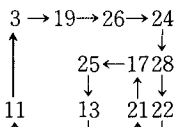


F_2, F_4, F_5, F_8

(F_3)

表44

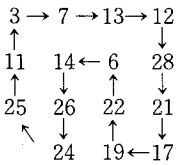
	✓✓	✓1	1✓	11
0				4
1		1		5
2				0
3	3	2	3	
4			6	6
5		1	4	
6	7	6	3	
7	5			



F_4, F_5, F_7

表45

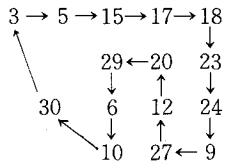
	✓✓	✓1	1✓	11
0				4
1		1		5
2				0
3	3	2	3	
4			6	6
5		1	4	
6	7	6	3	
7	5			



F_2, F_4, F_7

表46

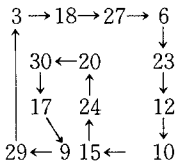
	✓✓	✓1	1✓	11
0				1
1		2	3	
2		7	6	
3	5			4
4		5	4	
5	7			6
6	2			3
7		0	1	



F_2, F_3, F_6, F_7

表47

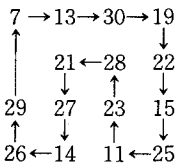
	✓✓	✓1	1✓	11
0				4
1		1	5	
2		3	7	
3	2			6
4		6	2	
5	7			3
6	5			11
7		4	0	



F_3, F_4, F_5, F_6

表48

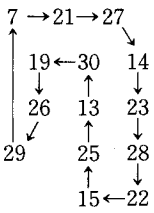
	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				3
2				5
3		6	7	6
4				5
5		3	6	7
6		7	2	3
7	5	4	1	



F_2, F_4, F_6, F_7

表49

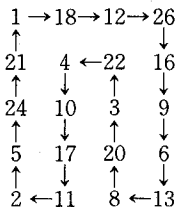
	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				5
2				5
3		2	7	6
4				6
5		3	6	7
6		7	2	3
7	5	4	1	



F_4, F_5, F_6, F_7

表50

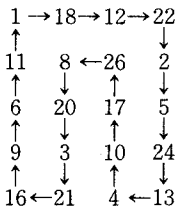
	✓✓	✓1	1✓	11
0		1	4	5
1	2	3	6	
2	5	4	1	0
3	6		2	
4	2	3	2	
5	0	1	0	
6	5	4		
7				



F_2, F_4, F_5 (F_8)

表51

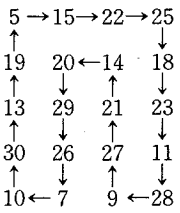
	✓✓	✓1	1✓	11
0		1	4	5
1	2	2	6	
2	5	4	1	0
3	5		1	
4	2	3	6	
5	0	0	4	
6	3	2		
7				



F_2, F_5, F_7 (F_8)

表52

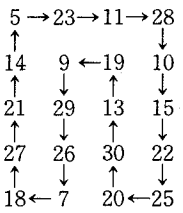
	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1			3	2
2		7	6	7
3		5	4	5
4		5		1
5	7	6	3	2
6		1	4	5
7	2	3	6	



F_2, F_3, F_6, F_8

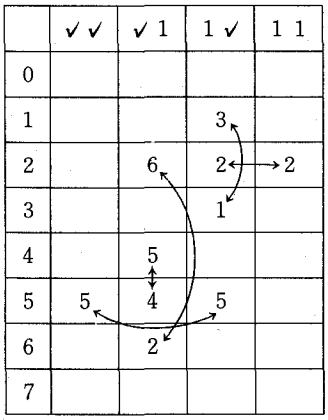
表53

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1			5	4
2		3	7	7
3		1	4	5
4		6		2
5	7	6	3	2
6		1	5	5
7	2	3	6	



F_3, F_5, F_6, F_8

表54

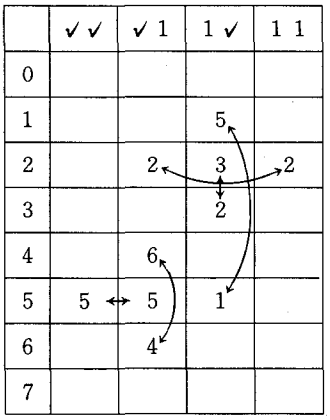


✓ 1 ✓ ✓ 1
✓ 1 ✓ 1 1

F_2, F_3, F_7

(F_8)

表55

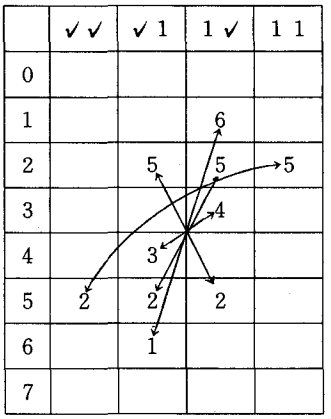


✓ ✓ ✓ 1 ✓ 1
✓ 1 ✓ 1 1

F_3, F_4, F_5

(F_8)

表56

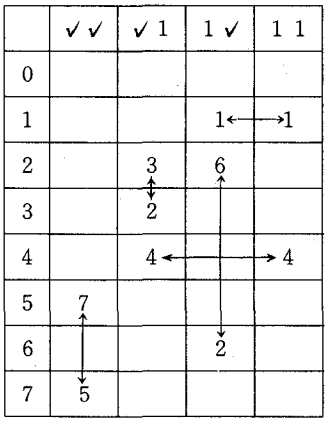


✓ ✓ 1 ✓ 1
1 1 ✓ 1 ✓

F_2, F_5, F_6

(F_8)

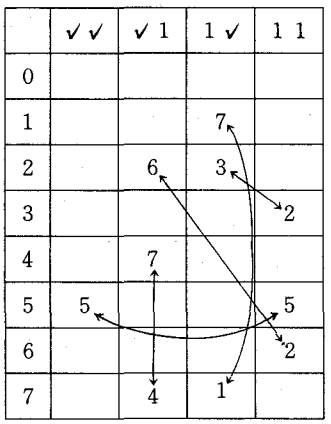
表57



✓ ✓ 1 ✓ 1
✓ ✓ 1 1 1

F_3, F_4, F_6, F_7

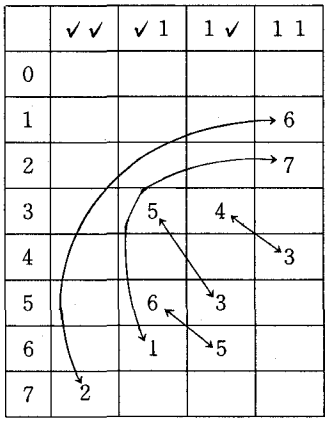
表58



1 ✓ ✓ 1 ✓
1 1 1 1 ✓

F_2, F_3, F_4, F_5, F_7

表59

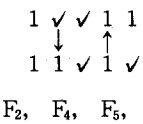


✓ 1 ✓ 1 1
1 1 1 ✓ ✓

F_2, F_3, F_5, F_6, F_8

表60

	✓✓	✓1	1✓	11
0				
1				7
2				
3		6		6
4				7
5				7
6			3	3
7	5	4	1	

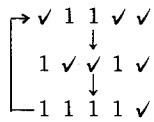


F_2, F_4, F_5, F_6

F_7 (F_8)

表61

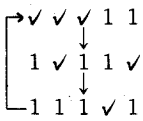
	✓✓	✓1	1✓	11
0				5
1		3	6	
2		4	1	2
3	7			
4		3	6	
5	0			5
6	7			2
7		4	1	



F_2, F_4, F_5, F_7

表62

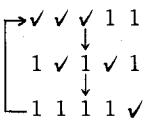
	✓✓	✓1	1✓	11
0				5
1		3		
2				7
3	6		6	6
4			2	
5		7	3	3
6	5	5		1
7		4	0	



F_2, F_3, F_4, F_5, F_6

表63

	✓✓	✓1	1✓	11
0				5
1		2		
2				7
3	5		5	4
4			6	
5		6	7	6
6	3	3		3
7		0	1	



F_2, F_3, F_5, F_6, F_7

一般に，素子数がnの場合にも，素務数nの状態を $x_1 \cdots\cdots x_n$ とすると，$x_1 (x_2x_3x_4) x_5 \cdots\cdots x_n$, $x_1x_2 (x_3x_4x_5) x_6 \cdots\cdots x_n$, ……, $x_1 \cdots\cdots x_{n-4} (x_{n-3}x_{n-2}x_{n-1}) x_n$, ……のように両端と中の3素子を考えると，定義6より状態遷移表が作成できる。

命題4

素子数が一般にnの場合，$n=3\ell+2$（ℓは正整数）のとき，両端の2素子の間に3ℓ個の素子があるが，これを3つの連続した素子の組に分けることができる。この組が，命題3と同じサイクルをℓ組作るならば，第二種の安定状態となる。$n=3\ell+1$のとき，両端の1つを中のものとして重復させ，$n=3\ell$のときは，両端の2つを中のものとして重復させることによって，$n=3\ell+2$の場合と同じように第二種の安定状態となる。逆も成り立つ。

（証明）

$n=3\ell+2$の場合を考えれば十分である。回路の状態は

$\cdots\cdots\overset{\cdot}{x_1}x_2x_3\overset{\cdot}{x_4}x_5x_6x_7\overset{\cdot}{x_8}\cdots\cdots$　　・は両端を示す　　（A）

$\underbrace{\qquad\qquad}_{3\ell+2}$

x_1, x_5 を両端とすると，$x_2x_3x_4$ が，x_4, x_8 を両端とすると，$x_5x_6x_7$ がサイクルを作るということは，$x_2x_3x_4$, $x_5x_6x_7$ が状態を変化させながらもとにもどることを意味する。そして，この変化がℓ組であるから全体の素子で見た場合，もとにもどる。すなわち，第二種の安定状態である。

逆に，第二種の安定状態になるならば，（A）を作ることができるので，3つの連続した素子はサイクルを作る。　　q. e. d.

結　　論

本論文では，一次元一様構造神経回路網の基本的性質について考察した。その結果，

1）第一種，第二種の安定状態が回路に存在し，これらを判定する条件が求められた。

2）回路の状態変化を状態遷移表に表わすことができた。これは，この神経回路網がオートマトンとして表現できることを示す。

が得られた。尚，最大周期については，条件を設けない場合は，論文4より，2^n-2であるが，本論文で条件を設けたために，求めることが非常に難しくなってしまった。新貝では，素子数に無関係に4であるが，環状では，素子数が5のとき，20というように素子数が多くなるにつれて最大周期は大きくなっている。環状では，最大周期を実現する場合は非常に少ないが，新貝の両端を固定した場合では，非常に多いと思われる。したがって，周期を長くしたい場合は環状に，ある周期を実現する考合の数を多くしたい場合は，両端を固定すればよいということ

が理解される。環状構造では，得られた第二種の安定状態は，各状態集合間やそれ自体のみしかないが，両端を固定した場合では，さまざまなタイプのものが出ている。この点は，両端を固定した場合の利点であると思われる。

今回は，主に，第二種の安定状態を生ずる条件について求めたが，これの一つの応用として，ある第二種の安定状態から異なる第二種の安定状態へ変える場合に，真理値表の値の組み合わせを変更すればよいということが得られる。例えば，$F_2 = 1$ のとき，$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ であるが，これを $1 \rightarrow 16 \rightarrow 8$ にするためには，$F_2 = -1$，$F_5 = 1$ とすればよい。

今後の研究として，近傍数を増したり，素子の消滅，分割などの場合について考える必要がある。本論文は，一様構造神経回路網の研究に，基礎的な資料を与えたいと思う。

（昭和51年5月22日受理）

参考文献

1）甘利俊一，香田徹：一次元一様構造神経素子回路—結合係数が距離とともに単調減少する場合—，信学論（D），56－D，6，P 349－351（昭和48－06）．
2）香田，甘利：一次元一様構造神経素子回路—信号伝搬速度一定の場合—，信学論（D）56－Da 6，P 357－364（昭和48－06）．
3）新貝鋤蔵：一次元一様構造閾値素子列の周期構造，信学会オートマトン研資AL 73－51（1973－10）．
4）佐野勝宏，許田正：神経回路網の基本的性質に関する研究，昭和50年度卒業論文．

教官学術研究発表集録

（昭和50．4．1～51．3．31）

土　木　系（建築工学科，土木工学科）

荒川　卓 後藤知以 米沢俊広 武田寛	鉄筋コンクリート部材のせん断補強法の実態調査とその改善に関する研究（その1：道内における補強法の実態と構造諸因子の分析調査）	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 43 日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）	50．9 50.10
荒川　卓 米沢俊広	鉄筋コンクリート部材のせん断補強法の実態調査とその改善に関する研究（その2：RC柱帯筋のフック形状の差異による比較実験）	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 43 日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）	50．9 50.10
荒川　卓 真柄祥吾	鉄筋コンクリート短柱の崩壊防止に関する総合研究（その25：DWCシリーズ・帯筋の中央部低減の影響）	日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）	50.10
荒川　卓 米沢俊広 伊藤展夫	既存鉄筋コンクリート柱の帯板補強による効果について	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 44	51．3
荒川　卓	建築構造部材の耐震強度の解析（鉄筋コンクリート柱の実験結果：DWC2シリーズ）	建設省建築研究所（昭和50年度総合プロジェクト，新耐震設計法の開発）	51．3
後藤知以	骨材の実積率におよぼす粒子寸法分布の影響について	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 44	50．9
後藤知以 金野時見 田口政昭	細粗骨材の混合実積率算定に関する実験的研究	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51．3
泉　清人	騒音の心理的評価に関する文献紹介	日本建築学会　建築音響分科会第8回シンポジウム	50．7.14
Kiyoto Izumi	Two Aspects of the Perceived Noisiness of Intermittent Sounds	1975 International Conference of Noise Control Enginnering	Aug. 28 1975
泉　清人 青山峰敏	断続音のやかましさの馴化に関する実験 —騒音のやかましさに関する研究（III）—	日本建築学会大会	50.10.10
泉　清人 佐藤哲身	規則的断続音の〝大きさ〟と〝やかましさ〟に関する実験—騒音のやかましさに関する研究(11)—	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	50．3.27
泉　清人 佐藤哲身	規則的断続音のやかましさと驚がく効果 —騒音のやかましさに関する研究（12）—	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No.45	50．3.27

大野和男 小幡守 大築和夫	有限要素法による鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析結果に及ぼす計算仮定及び分割方式の影響	複合材料シンポジウム発表論文集	50. 6
大野和男 小幡守	有壁ラーメンの温度応力について—I	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 44	50. 9
大野和男 小幡守	有壁ラーメンの温度応力について—II	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 44	50. 9
小幡守 土屋勉 森裕司	有限要素法による無筋コンクリート造柱付連続壁板の収縮応力解析	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No.44	50. 9
大築和夫 小幡守 工藤仁司	有限要素法による鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析結果に及ぼす付着力の影響	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
木村裕明 小幡守 大築和夫	有限要素法による無限均等ラーメンの弾塑性解析—その1—	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
佐藤勝次 小幡守 土屋勉	鉛直荷重を受ける正方形独立フーチング基礎の亀裂を考慮した有限要素法による解析	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
土屋勉 小幡守	鉛直荷重を受ける独立及び基礎梁付正方形フーチング基礎の設計用モーメントについて	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
小幡守 真柄祥吾	平板上を火点が移動する場合の温度応力解析	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
小幡守 宮坂一志	鉛直荷重を受けるフーチング基礎の2次元有限要素法による解析について	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51. 3
佐藤勝次 小幡守	鉛直荷重を受けるフーチング基礎の亀裂を考慮した弾塑性解析及び設計用応力の検討について	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51. 3
小幡守 佐々木秀明 島村元久	ねじりを受ける鉄筋コンクリート梁の三次元有限要素法による弾塑性解析について	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51. 3
木村裕明 大築和夫 小幡守	有限要素法による無限均等ラーメンの弾塑性解析—その2—	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51. 3
大築和夫 木村裕明	有限要素法による無限均等ラーメンの弾塑性解析—その3—	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51. 3
窪田英樹	吹き出し気流の設計に関する基礎的研究（I）—上向き水平面に沿う温噴流のはく離—	日本建築学会論文報告集第236号	50.10
窪田英樹 大塚一裕	上向き水平面に沿う温噴流の特性（その3）	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
窪田英樹 大塚一裕	上向き水平面に沿う温噴流の特性（その4）	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
眞嶋二郎	室蘭圏における「注文個人住宅」の建設経過と需給構造（1971—72）—室蘭圏における住宅建設および住宅需給構造に関する調査研究・その5—	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No.44	50. 9

眞嶋二郎 大垣直明 荒川達美	住宅事情の「地方性」に関する一考察 （その１）研究の方法的意味の検討 （その２）研究方法論の枠組の検討 （その３）各都市の住宅事情の比較分析・１	日本建築学会大会学術講演梗概集	50.10
眞嶋二郎 荒川達美 中出孝一	住宅事情の「地方性」分析における都市化類型について(1), (2)—住宅事情の「地方性」に関する一考察・その４—	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51. 3
眞嶋二郎 佐々木隆志 新田政章	地方都市における住宅地形成について—札幌市の場合—	日本建築学会　北海道支部研究報告集 No. 45	51. 3
藤間聡	有限要素法による透過性構造物内の非ダルシー不定流解析	室工大研究報告第８巻第３号	51. 1
藤間聡	有限要素法による堤体内自由水面形状解析 ～非ダルシー不定流及び密度流について～	土木学会北海道支部論文報告集，第32号	51. 2
新田登	アスファルト混合物の透気度について	第12回日本道路会議論文集	50.10.22
新田登 石川徹	ルーズなアスファルト混合物のせん断試験	土木学会　第30回年次学術講演会概要集	50.10.16
新沼正博 新田登	転動荷重下におけるアスファルト混合物の変形	土木学会　第30回年次学術講演会概要集	50.10.16
新沼正博 新田登	アスファルト混合物の施工性に関する一考察	土木学会　北海道支部論文報告集，第32号	51. 2
新田登 石川徹	ルーズなアスファルト混合物のせん断挙動	土木学会　北海道支部論文報告集，第32号	51. 2
斉藤和夫	交通安全を科学するための課題	運転管理 Vol. 11, No. 11	50.11
斉藤和夫	積雪時の交通事故に関する研究	文部省科学研究費自然災害特別研究成果 No. A－50－1	50. 5
石井憲一 斉藤和夫	交通環境と交通事故発生の関係について—その２—	土木学会北海道支部研究発表論文集，第32号	51. 2
杉本博之	吊橋の最適設計に関する基礎的研究	土木学会　第30回年次学術講演会講演概要集	50.10
杉本博之	クロソイド曲線桁の解析に関する研究	室蘭工業大学研究報告（理工編）Vol 8, No 3	51. 1
杉本博之	短径間吊橋の最適設計のスティの効果について	土木学会　北海道支部論文報告集，第32号	51. 2
Hideo Kondo	Discussion of "Wave Transmission through porous structures" by O. S. Madsen	Proc. of ASCE, Vol. 101, No. WW'3	Aug. 1975
近藤俶郎 谷野賢二	透過性構造物内部の波動	第12回自然災害総合シンポジウム講演論文集	50.10

近藤俶郎 藤間聡 葛西勝栄	透過性防波堤におけるコアの効果に関する研究	第22回海岸工学工学講演会論文集	50.11
Hideo Kondo	Depth of maximum velocity and minimum flow area of tidal entrances	Coastal Engineering in Japan, Vol. XVIII	Dec. 1975
近藤俶郎 谷野賢二	円柱列による波の変形	土木学会北海道支部論文報告集	51. 2
近藤俶郎 小林和彦 中田敬人 高田保彦	感潮狭口の底質移動に関する実験	土木学会北海道支部論文報告集	51. 2
近藤俶郎	胆振，内浦湾沿岸における沿岸海洋開発の現状と展望	プロジェクト研究－III－道南地域における産業立地と地域計画に関する研究，室蘭工業大学	51. 3
中村作太郎	鋼I桁の曲げ疲労について	第19回材料研究連合講演会前刷集	50.10. 8
中村作太郎 田中功 土居博史	溶接立体トラスの力学的構造特性について	第30回土木学会年次学術講演会概要集 I－24	50.10.17
中村作太郎	繰り返し荷重を受ける鋼I桁および合成I桁の疲労と破壊挙動に関する考察	第22回構造工学シンポジウム論文集	51. 1.30
中村作太郎 松岡健一 田中功 土居博史	立体トラスの模型実験とその応力解析	土木学会北海道支部昭和50年度論文報告集第32号	51. 2. 5
中村作太郎 竹本和生	同心円状に異質な円環を含む有限円柱の3次元応力解析について	土木学会北海道支部昭和50年度論文報告集	51. 2. 4
穂積準	凝集性汚泥の沈降濃縮に関する一考察	土木学会 第30回年次学術講演会講演概要集，II—295	50.10
穂積準 新妻哲也	急速ろ過池の濁質拘留に伴なう砂層空隙率の減少について	土木学会 第30回年次学術講演会講演概要集，II—276	50.10
穂積準 渡部公治	水産加工廃水の凝集処理	土木学会 北海道支部論文報告集，32	51. 2
Kenichi G. Matsuoka Sumio G. Nomachi	On the Dynamic Response of the Warren Truss due to a Travelling Concentrated Load	THEORETICAL AND APPLIED MECHAHICS, Vol. 23	Apr. 1975
松岡健一 能町純雄	層表面にせん断力を受ける多層弾性体の応力解析	土木学会論文報告集第241号	50. 9
能町純雄 松岡健一	円孔のある半無限体の3次元応力解析について	土木学会第30回年次学術講演会講演概要集第1部	50.10
能町純雄 松岡健一 坂下正幸	弾性媒体内にある厚肉円筒を伝わる弾性波について	土木学会第30回年次学術講演会講演概要集第1部	50.10

松岡健一 能町純雄	無限体中の円孔に移動荷重が作用するときの動的応答について	第25回応用力学連合講演会講演論文抄録集	50.10
能町純雄 松岡健一 坂下正幸	弾性媒体内にある液体で満された円筒，波動伝播について	土木学会北海道支部論文報告集第32号	51. 2
能町純雄 松岡健一	無限弾性体中の円孔を移動する部分荷重による動的応答について	土木学会北海道支部論文報告集第32号	51. 2

化　学　系（工業化学科，化学工学科，一般教育化学）

K. Fujikawa H. Kita K. Miyahara S. Sato	Hydrogenation of Ethyiene on Metal Electrodes Part 3—Isotopic Exchange and Deuteration Reactions at a Platinum Electrode on Open Circuit—	J. Chem. Soc., Faraday Trans. I, 1975, **71**, 1573	
冨士川計吉 田中裕敏	白金電極上の吸着水素におよぼす不純物の影響	日本化学会　北海道支部1975年夏季研究発表会	50. 7.26
冨士川計吉 北向一博 栗林宏	白金電極上のビスマスの吸着	日本化学会　北海道支部1975年冬季研究発表会	51. 1.29
下田信男 北村泰子 乗木秀夫 福士勝成 戸村健児 田中裕敏	骨の化学成分と環境(1)人骨における微量成分の濃縮傾向	日本化学会　第32春季年会	50. 4. 2
佐藤利昌 北村泰子 田中裕敏 下田信男	骨（古代・現代）のマンガンおよび銅含量	日本化学会　第33秋季年会	50.10.19
小松藤男 小玉隆	12ナイロンと高密度ポリエチレン及び低密度ポリエチレンとのブレンド物の溶融粘度	日本化学会　第33秋季年会，化学関係学協会連合協議会合同大会講演	50.10.17
小松藤男 原田尚之 黒瀬郁雄	分枝ポリエチレンと12ナイロンとのブレンド物の動的粘弾性の測定	高分子学会，北海道支部研究発表	51. 1.31
金塚高次 別当桂子 加納久雄	工程解析における測定誤差の影響（第3報）	日本化学会，日本分析化学会道支部夏期研究発表会	50. 7.26
金塚高次	工程管理システムの最適設計について	北海道ＱＣ研究会会報，No.2, 57（1975）	51. 3
Tadashi Yoshida Akimi Ayame Hisao Kano	Gasification of Polyethylene over Solid Catalysts (Part 1)—Study by the Use of a Micro Batchwise Reactor—	Bull. Japan Petrol. Vol. 17, No. 2, p. 218.	Nov.1975
Akimi Ayame Tadashi Yoshida Hisao Kano	Gasification of Polyethylene over Solid Catalysts (Part 2)—Gasification over Glass Beads by a Fixed Bed Tublar Flow Reactor—	Bull. Japan Petrol. Vol. 17, No. 2, p. 226	Nov.1975

菖蒲明己 松本和頼 加納久雄	エチレン酸化反応の定常状態(6)—定常時の触媒表面と反応速度の温度依存性（その１）—	化学工学協会北海道大会	50. 7.24
加納久雄 千野啓伸 森田幹雄 広沢邦男 三井茂夫	不飽和ポリエステルの熱分解	日本化学会・日本分析化学会・窯業協会・触媒学会各北海道支部夏季研究発表会	50. 7.26
山本哲夫 加納久雄 金塚高次 菖蒲明己	プロピレンの接触酸化—ハロゲン化物による銀触媒の修飾—	日本化学会・日本分析化学会・窯業協会・触媒学会各北海道支部夏季研究発表会	50. 7.26
菖蒲明己 栄前田茂 加納久雄	銀触媒による CO 酸化反応時の O_2 と CO_2 吸着	日本化学会・日本分析化学会・窯業協会・触媒学会各北海道支部夏季研究発表会	50. 7.26
菖蒲明己 中川勝雄 長谷川盛一 加納久雄	銀触媒に対する助触効果(2)—Na およびK塩添加効果	日本化学会・日本分析化学会・窯業協会・触媒学会各北海道支部夏季研究発表会	50. 7.26
渡辺治夫 小幡英二	連続沈降濃縮槽の解析(1), (2)	粉体工学研究会誌 Vol. 12 (8) 447 Vol. 12 (9) 519	
小幡英二 渡辺治夫	沈降濃縮槽の所要面積	化学工学 Vol. 39 (8) 443	
坂下幸司 渡辺治夫	空間率関数とレイノルズ数	材料24巻262号 p．682	
佐藤輝昭 渡辺治夫 小幡英二	粒子沈降を考慮した定圧回分濾過特性	材料　24巻262号 p．686	
坂下幸司 渡辺治夫	アレン域における空間率関数とレイノルズ数	化学工学協会　北海道大会要旨集	50. 7.24
小幡英二 真鍋耕一 渡辺治夫	回分沈降曲線によるシックナーの非定常操作の解析	化学工学協会　北海道大会要旨集	50. 7.24
渡辺治夫 小幡英二 上野山清	シックナーの所要面積	化学工学協会　北海道大会要旨集	50. 7.24
杉谷照雄 小幡英二 渡辺治夫	傾斜シックナーの操作の解析	化学工学協会　北海道大会要旨集	50. 7.24
海野達夫 原弘二 品木康明 金木則明	WO_3 系触媒によるイソプロピルアルコールの接触酸化	化工北海道大会	50. 7.24
金木則明 原弘樹 小泉直光 城本義光	BOD に及ぼす超音波作用	化工北海道大会	50. 7.24

森　茂 原　弘 島田浩次 遠藤一夫	液噴流による気体の同伴量と微粒化	化工北海道大会	50. 7.25
清水崇 原　弘 金木則明 島田浩次 城本義光	誘電体触媒の電気伝導度とCO接触反応	化工第9回秋季大会	50.10.17
島田浩次 原　弘 城本義光	微粉状物質のセメント塊成化	化工第9回秋季大会	50.10.19
向井田健一 上野山清 滝内賢	シリカアルミナ触媒の細孔構造とコーク劣化	化学工学協会　北海道大会研究発表講演要旨集	50. 7.24
向井田健一 勝又弘治 千葉繁生	シリカアルミナ触媒の細孔構造と異性化活性	化学工学協会　北海道大会研究発表講演要旨集	50. 7.24
向井田健一	多孔質物質の細孔構造（Ⅰ）シリカマグネシアゲル混合系	第13回粉体に関する討論会（京都）要旨集	50.11.19
向井田健一	多孔質物質の細孔構造（Ⅱ）シリカアルミナにおける拡散促進剤添加効果	第13回粉体に関する討論会（京都）要旨集	50.11.19
坂井悟 大矢喜久男 高橋洋志 柳井弘	外部加熱型移動層内温度分布の近似計算法	化学工学論文集　**1** (3), 334（1975）	
柳井弘	著書，活性炭読本	日刊工業新聞	51. 4
柳井弘	活性炭の再生技術	MOL, **14**, (3), 41（1976）	
老田克幸 小野憲二 高橋洋志 柳井弘	浮遊粉塵の拡散 一様流中における粉塵の飛散距離	化学工学協会　北海道大会講演要旨集	50. 7.25
安藤公二 近江谷知司 山崎隆 竹内隆男	横型攪拌槽によるアクロレインの液相酸化 —酸素吸収速度に及ぼす攪拌の影響—	化学工学協会北海道大会講演要旨集A23	50. 7.25
竹内隆男 小室哲雄 武者一宏 安藤公二	横型攪拌槽によるアクロレインの液相酸化 —生成物に対する攪拌の影響—	化学工学協会北海道大会講演要旨集A24	50. 7.25
福田隆至 佐藤忠夫 安藤公二 遠藤一夫	横型攪拌槽による気液接触 —シアンの放散に関する実用化試験—	化学工学協会北海道大会講演要旨集A25	50. 7.25
三浦正勝 福田隆至 安藤公二 遠藤一夫	横型攪拌槽の液混合に及ぼす任切板の影響	化学工学協会第9回秋季大会講演要旨集B314	50.10.19

福田隆至 井戸川清 佐藤光二 中野茂夫 安藤公二 遠藤一夫	横型攪拌槽における硫化水素の吸収除去	化学工学協会第9回秋季大会講演要旨集 C206	50.10.18
福田隆至 井戸川清 佐藤光二 安藤公二 遠藤一夫 中野茂夫	横型攪拌槽における H_2S の吸収除去	北海道工業開発試験所報告Vol. 12 24(1976)	51. 3

開発工学科

前野良久	シヤンク刃先の形状と岩石モデルの破壊	日本鉱業会 業績発表講演会要旨集 −173−	51. 3.31
前野良久	圧縮性流体の管内衝撃現象	日本鉱業会 業績発表講演会要旨集 −177−	51. 3.31
前野良久	道内工業地帯の岩石の破壊効果	室蘭工大プロジェクト研究1～2頁 本学プロジェクト研究−III−	51. 3.30
前野良久	衝撃をうける物体の反応	日本鉱業会 北海道支部研究発表会	50.10
前野良久	さく岩機における岩石破砕の力学的特性	日本鉱業会 北海道支部研究発表会要旨集	50. 8
山口久之助	山地の流出量におよぼす地質の影響について	地下資源調査所報告第48号	51. 3.30
山口久之助	地質の調査について	小樽内ダム環境アセスメント委員会, 50年度調査報告書	51. 3.17
徳田昭八郎 吉田豊	貸車内壁のポリウレタン系樹脂内張りによる凍害対策の検討 —貨車運搬における石炭の凍結硬化の基礎的研究—（第5報）	室蘭工業大学開発技報 Vol 18, 24	51. 3
吉田豊 徳田昭八郎	インパクト・クラッシャーの粉砕過程について —考察	日本鉱業会北海道支部昭和50年度秋季講演要旨集	50.10.27
沢田義男 朝日秀定	不飽和土における圧縮性に関する2，3の実験的考察	日本鉱業会 北海道支部北海道炭鉱技術会共催昭和50年度春季講演会	50. 6. 3
沢田義男 朝日秀定 三上芳敬	一面セン断試験機による粒状体のセン断特性 —ガラスビーズ，石英砂及び標準砂について—	日本鉱業会 北海道支部室蘭工大開発技術研究会共催研究発表会	50. 8.29

沢田義男 朝日秀定 遠藤順一	土壌水エネルギー指数pFに基づく粘土の物理性について—コンシステンシー限界及び最適含水比—	日本鉱業会　北海道支部室蘭工大開発技術研究会共催研究発表会	50. 8.29
沢田義男 朝日秀定 平間光雄	北海道北湯沢地区の岩石における電気比抵抗と温度の関係について	日本鉱業会　北海道支部室蘭工大開発技術研究会共催研究発表会	50. 8.29
沢田義男 朝日秀定 中田雅夫	不飽和土における圧縮性に関する2，3の実験的考察	室蘭工業大学研究報告	51. 1
沢田義男 朝日秀定 遠藤順一	土壌水エネルギー指数pFに基づく粘土の物理性について —水分特性，コンシステンシー限界及び最適含水比—	開発技報	51. 3
沢田義男 朝日秀定 三上芳敬	一面セン断試験機による粒状体のセン断特性 —ガラスビーズ，石英砂及び標準砂について—	開発技報	51. 3
沢田義男 朝日秀定 平間光雄	北海道北湯沢地区の岩石における電気比抵抗と温度の関係について	開発技報	51. 3

機　械　系（機械工学科，産業機械工学科，二部機械工学科）

浜田恒平 内藤正鄰 松本昭彦 相沢憲四郎	人造黒鉛の圧縮衝撃強度について	日本材料強度学会講演論文集	50. 5.22
内藤正鄰 浜田恒平 三橋秀信	溶接鋼材の低サイクル疲れに関する一実験	日本機械学会　北海道支部18回講演会論文集	50.10. 2
田中稔 内藤正鄰 田下和男	たわみ軸の機械的性質について	日本機械学会　北海道支部18回講演会論文集	50.10. 2
北沢晴幸 橋本憲 内藤正鄰 浜田恒平	鋼材の低温における低サイクル疲労	日本機械学　北海道学生会第5回卒研発表会前刷集	51. 3.10
水野忠治 媚山政良 吉田豊 榎清	圧縮式冷凍機によるガスタービンの吸気冷却（第1報・一般特性について）	日本機械学会　関西支部第233回講演会講演論文集（No. 754—9）	50. 6.10
林重信 澤則弘	クランク室圧縮2サククル機関におけるコンプレッション・リリーサの効果	機械の研究 第27巻5号	50. 5
林重信 澤則弘	クランク室圧縮2サイクル機関の空燃比特性	内燃機関 Vol. 15 No. 174	51. 1
井上平治 星野悟	高力ボルトによる摩擦接合部の振動試験について 第4報　すべりとゆるみの関係（続報）	日本機械学会　北海道支部第18回講演会	50.10. 2
星野悟	高力ボルト摩擦接合部の回転すべりについて 第3報　多点接合の場合	精機学会　秋季大会学術講演会	50.11.22

本田　睦 杉山　弘	非対称超音速流の解析	東北大学高速力学研究所報告，第36巻第348号	50．9

三次元流における一対の流れ関数，ϕおよびϕ_4と物理空間座標の一つγとからなる関数座標系（γ, ϕ_4, ϕ）によって記述される運動の式から出発して，非対称超音速流における衝撃層内の流れを解析する一方法を提示した。

ついで非対称超音速流の代表的な例として楕円放物面衝撃波および一様流の方向と傾きをなす回転放物面衝撃波を選び，一様流のマッハ数4，6および10の場合について具体的な数値計算を行ない，これらの場合の衝撃波形と物体の形との相関，衝撃波離脱距離，衝撃層内の音速面，物体まわりの圧力分布等を示した。

杉山　弘	非軸対称超音速錐状流に対する一数値解法	日本機械学会　第53期全国大会において論文講演として講演	50.10.11
奥田教海	円管内における粒体の水力輸送第8報流動様式の遷移と粒子運動の変化	日本機械学会，流体工学・流体機械講演会，講演論文集No. 750−8	50．8.21
K. Okuda	Experimental Study with Models for the Hydraulic Transport of Solids in Pipes. Part 1.	Theoretical and Applied Mechanics, **23**, (1975)	Aug.1975
K. Okuda	Pipe Wall Effects on Suspension Velocities of Single Freely-Suspended Spheres and on Terminal Velocities of Single Spheres in a Pipe.	Bulletin of the JSME, **18**, 124, (1975)	Oct. 1975
奥田教海	直線翼列内の流れの特性とその流線追跡について	日本機械学会，北海道支部第18回講演会講演論文集 No. 752−2	50.10．2
奥田教海	円管内における粒体の水力輸送第9報流動様式の遷移と粒子運動の軌跡	日本機械学会，第53期全国大会講演会講演論文集No.750−17	50.10.12
奥田教海	円管内における粒体の水力輸送のモデル化実験，第2報	第25回応用力学連合講演会，講演論文抄録集	50.10.29
斉当建一	回転振動によるねじのゆるみ（第1報　ゆるみ条件の検討）	日本機械学会　北海道支部	50.10．2

ねじ結合がボルト・ナットの相対的な回転によってゆるむことは日常経験することであり，しかも予測できないことが多い。

実際に使用されている結合方法や使用条件は多様であるため結合部に作用する外力の形態も複雑なものであると考えられる。しかしいずれの外力形態にせよ，ボルト・ナットのゆるみ回転を引き起すためには，それに見合うだけのモーメントの作用が必要と考えられる。

さらに各接触面の摩擦モーメントの大小関係がゆるみを左右する要因となっていると考え，単一ボルト結合モデルについての解析と実験を試みた。

実験の結果，ゆるみに対しては，摩擦モーメントの大小の影響が大きいことがわかり，このことは解析の結果からも説明される。しかし結合部がすべりをくり返すときの摩擦モーメントの変化もゆるみに影響を与える問題として今後に残されている。

疋田弘光	極配置における閉ループ系の極の感度について	計測自動制御学会第14回学術講演会予稿集	50. 8.20
疋田弘光 小山昭一 三浦良一	極配置問題におけるフィードバックゲインの自由度と低ゲインの導出	計測自動制御学会論文集 Vol. 11 (1975) 5	50.10
池田隆志 疋田弘光	低感度な極をもつ閉ループ系の設計について	精機学会　昭和50年度北海道支部学術講演会前刷集	50.10.18
疋田弘光 池田隆志	極配置における閉ループ系の極の感度について —続報	計測自動制御学会 日本機械学会　日本自動制御協会　第18回自動制御連合講演会前刷	50.11. 8
池田隆志 疋田弘光	極配置問題における自由度を利用した設計法	計測自動制御学会第8回計測・制御に関する北海道研究集会論文集	50.12. 5
岸浪紘機	垂直円管外表面への水の凍結現象 —非凍結温度水中における先端部二次元熱伝導の影響—	日本伝熱シンポジュウム　第12回講演論文集	50. 5.14
岸浪紘機 斉当図 戸倉郁夫	曲率一定内面壁に沿う自然対流の研究	日本機械学会　第861回（熱工学）講演会講演論文集 No. 750－20	50.11.18
岸浪紘機 平井善雄	垂直等温壁後の断熱壁上自然対流後流場の—解析	日本機械学会　北海道支部第18回講演論文集 No. 752—2	50.10. 2
岸浪紘機 平井善雄	加熱壁に続く断熱壁上自然対流の—解析	伝熱研究第56号	51. 2
Y. Hanaoka	Exergy Considerations on Performance of Combined Turbo-Absorption Refrigerating	Trans of SHASE,Japan Vol. 13	1975
花岡裕	熱交換器を介して伝達される熱エネルギ源の評価	空気調和・衛生工学会道支部第10回講演会論文集	51. 1
久保田浩文 花岡裕	遠心吸収冷凍機組合せによるトータルエネルギシステムについて	日本機械学会　北海道学生会第5回卒研発表会前刷集	51. 3
田頭孝介 鴨田秀一 （道立工試） 橋本達哉 （金材技研）	球状黒鉛鋳鉄の電子ビーム溶接 —実験装置およびビード・オン・プレート特性—	道立工試業務報告会前刷	50. 4
田頭孝介 五十嵐正 （道立工試） 橋本達哉	球状黒鉛鋳鉄の電子ビーム溶接 —インサート金属効果と予熱効果—	道立工試業務報告会前刷	50. 4
田頭孝介	エレクトロン溶接法の概要	ほくさん（業界紙）228号	50. 6

花村重幸 （道立工試） 田頭孝介	非磁性鋳鋼品の製造	日本鋳物協会　北海道支部研究発表会	50．6
田頭孝介 花村重幸 名雪東彦 （道立工試）	非磁性鋳鋼品の製造 —高Mn鋼の磁性について—	北海道工業試験場研究報告No．240，8，1	50．7
田頭孝介	電子ビーム加工法	第2回特殊加工技術講習会テキストp．3（精機学会，道工試共催）	50.10．9
小林雅晴 （旭川工専） 田頭孝介	けい素鉄の切削加工変質層の組織	精機学会　北海道支部講演会前刷	50.10
田頭孝介 鴨田秀一 橋本達哉	球状黒鉛鋳鉄の電子ビーム溶接 —ビーム形状および溶接欠陥—	精機学会　北海道支部講演会前刷	50.10
田頭孝介 鴨田秀一 五十嵐正 橋本達哉	球状黒鉛鋳鉄の電子ビーム溶接 —Ni-Fe薄板を用いたインサート溶接—	精機学会　北海道支部講演会前刷	50.10
田頭孝介 鴨田秀一 五十嵐正 橋本達哉	球状黒鉛鋳鉄の電子ビーム溶接	北海道立工業試験場報告No．250p．1	51．3
横内弘宇 島武裕	スナッギング研削砥石の摩耗機構について	精機学会50年度春季講演会前刷	50．4．4
横内弘宇 島武裕	スナッギング研削砥石の摩耗 ～不釣合振動抑制による効果について～	精機学会50年度秋季講演会前刷	50.11.22
斉藤勝政 横内弘宇	重研削における熱的諸問題の理論的検討	精機学会50年度秋季大会シンポジウム資料	50.11.24
島武裕 横内弘宇 菊地千之	スナッギング研削の研究 ～砥石不釣合振動と研削機構について～	精機学会　北海道支部講演会前刷	50.10.18
菊地千之 菊地博雅	加工材組織の電解加工特性への影響に関する研究	精機学会　北海道支部学術講演会	50.10.18
菊地千之 黒川久男 落合一雄	難削材の被削性に関する研究 —断続切削における工具寿命—	精機学会　秋季大会学術講演会	50.11.22
田中稔 内藤正鄰 田下和男	たわみ軸の機械的性質について	日本機械学会北海道支部講演論文集　751－1	50.10．2
小島真司 斉藤雅嗣 田中稔	プラスチック溶接部の補強について—FRV溶接部のFRPによる補強効果について—	日本機械学会北海道学生会第5回卒業研究発表会	51．3.10
吉田豊 田下和男 西江昭	レーザによる炭じんの定量に関する基礎的研究	日本鉱業会昭和51年度春季大会講演要旨集　1313 p.88	51．3.30

塚原　実 中條富博 樋口省三 村山正	定容燃焼における燃焼ガスの研究 （第2報　水素燃料の燃焼における NO および NO_2 の生成）	日本機械学会北海道支部第18回講演論文集 No.752－2	50.10. 2
船山晃宏 土本康憲 福川正 塚原実	ディーゼル機関の燃焼性に及ぼす圧縮化とガス流動について	日本機械学会北海道学生会第5回卒業研究発表会前刷集	51. 3.10
平田裕 佐藤茂 塚原実	定容燃焼における燃焼ガスの研究 （排気ガス組成に及ぼす渦流の影響）	日本機械学会北海道学生会第5回卒業研究発表会前刷集	51. 3.10

数　物　系（一般教育数学，物理）

浜田恒平 内藤正鄰 松本昭彦 相沢憲四郎	人造黒鉛の圧縮衝撃強度について	日本材料強度学会講演論文集（1975）	50. 5

金属工学科

上出英彦 菅原英夫	H_2SO_4－Nacl sol 中における18－8鋼の S. C. C におよぼす電位の影響	日本金属学会春季大会	50. 4. 5
上出英彦 菅原英夫	H_2SO_4－Nacl sol 中における18－8鋼の S. C. C におよぼす加工度の影響	日本金属学会春季大会	50. 4. 5
上出英彦 菅原英夫	H_2SO_4－ NaCl sol 中における18－8鋼の動および静歪下のアノード電流	腐食防食協会春季大会	50. 5.16
上出英彦 菅原英夫	オーステナイトステンレス鋼の S. C. C におよぼす予歪と歪速度の影響	防食技術 **24**（1975），411	
上出英彦 山本澄夫 菅原英夫	H_2SO_4－Nacl sol 中における18－8鋼の連続インピーダンス測定	日本金属学会秋季大会	50.10. 2
上出英彦 菅原英夫	H_2SO_4－Nacl sol 中における18－8鋼の S.C.C におよぼす電位の影響	防食技術 **25**（1976），89	
上出英彦 坂本博司 菅原英夫	S. C. C におよぼす加工後の熱処理と加工温度の影響	腐食防食研究会	51. 2.14
菅原英夫	フェライトステンレス鋼の熱処理と腐食の関係	日本金属学会　第II総合分科シンポジウム P．17	50. 9. 8
菅原英夫 花見徹夫	IN-H_2SO_4 中における鋭敏化18% Cr ステンレス鋼のアノード分極曲線の2次アノード極大電流	日本金属学会誌 **40**（1976），89	
小西憲治 上出英彦 菅原英夫	475℃ 脆化 Te-Cr 合金のアノード分極挙動	日本金属学会　**50**年度春季大会	50. 4. 5
菅原英夫	金属の組織と腐食：フェライト系ステンレス鋼を中心に	北海道腐食防食研究会	51. 2.14

T. Ohide A. Goto G. Ohira K. Ikawa	Unidirectional solidification of an iron-carbon-chromium alloy	The British Foundryman **68** (1975) p. 118	
田中雄一 本間恒夫 井川克也	鋳鉄の疲れ強さと組織との関連	鋳物 **47** (1975) p. 338	
桃野正 玉田真幸 井川克也	アルミニウム及びアルミニウム含金の凝固組織に及ぼす人工対流の影響	鋳物 **47** (1975) p. 477	
桃野正 井川克也	アルミニウム共晶含金系の凝固組織に及ぼす人工対流の影響	軽金属 **25** (1975) p. 403	
田中雄一 井川克也	球状黒鉛鋳鉄の基地組織微細化熱処理	鋳物 **47** (1975) p. 847	
Y. Tanaka K. Ikawa	Transformation Superplasticity in Ductile Cast Iron	Trans. JIM. **17** (1976) p. 73	
田中雄一 金沢達夫 井川克也	球状黒鉛鋳鉄の高温塑性	日本金属学会秋期大会	50.10
桃野正 井川克也	Al－3％Cu 含金鋳塊の凝固組織におよぼす溶湯流動の影響	軽金属学会秋期大会	50.11
田中雄一 井川克也	球状黒鉛鋳鉄の結晶粒微細化に及ぼす Cu, Ni 添加の影響	日本鋳物協会秋期大会	50.10
藤原幹男 細坪幸男 井川克也	球状黒鉛鋳鉄の靱性に及ぼす Mn と Si の影響	日本鋳物協会　北海道支部研究発表会	50. 6
井川克也 田中雄一	鋳鉄の強度と破壊	日本鋳物協会　第2回シンポジウム	51. 1
井川克也 桃野正	Al 含金の凝固組織におよぼす人工対流の影響	日本金属学会　北海道支部宿題テーマ研究会	50. 7
桃野正 北村正志 井川克也	銅多結晶および単結晶の拡散接合	日本金属学会　北海道支部春期大会	50. 5
T. Misawa K. Hashimoto S. Shimodaira	Atmospheric Rusting of Steels (invitation lecture)	NACE Corrosion Research Conference, Toronto, Canada	Apr. 16, 1975
Toshihei Misawa	Mechanism of Formation of Iron Oxide and Oxyhydroxides in Aqueous Solutions	National Research Council, Ottawa, Canada	Apr. 18, 1975
三沢俊平	金属材料の腐食疲労	第11回腐食防食研究会	51. 2.14
三沢俊平	ケンブリッジ大学金属工学教育と腐食の話	日本金属学会会報 15 (1976), 128	51. 2
桃野正 北村正志 井川克也	銅多結晶および単結晶の拡散接合	日本金属学会　日本鉄鋼協会　両北海道支部合同講演大会	50. 5.15

桃野　正 井川克也	アルミニウム共晶合金系の凝固組織に及ぼす人工対流の影響	軽金属学会　第48回春期大会	50. 6. 5
井川克也 桃野　正	Al合金の凝固組織におよぼす人工対流の影響	金属学会　宿題テーマ研究会「凝固組織形態の制御」	50. 7. 1
桃野　正 玉田真幸 井川克也	アルミニウム及びアルミニウム合金の凝固組織に及ぼす人工対流の影響	鋳物 Vol. 47 No. 7 p. 477	
桃野　正 井川克也	アルミニウム共晶合金系の凝固組織に及ぼす人工対流の影響	軽金属　Vol. 25 No. 11 p. 403	
桃野　正 井川克也	Al－3％Cu合金鋳塊の凝固組織におよぼす溶湯流動の影響	軽金属学会　第49回秋期大会	50.11.26
桑野　寿 大野和郎	$Fe_{1-x}Cr_x$合金のメスバワー効果	日本物理学会	50.10.10
片山　博 田中章彦	酸化クロムの不活性雰囲気中における炭素還元について	日本鉄鋼協会　第89回講演大会	50. 4. 4
片山　博	合成クロマイトの炭素還元	日本鉄鋼協会　第90回講演大会	50.10. 1
片山　博 田中章彦	各種雰囲気中におけるクロマイトの炭素還元	日本鉄鋼協会　第90回講演大会	50.10. 1

電　気　系（電気工学科，電子工学科，二部電気工学科，附属情報処理教育センター）

吉川弘明 鈴木好夫 伊達隆三 図所忠則	インバータ駆動による誘導電動機の運転報告（コンデンサによる力率の改善）	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.19
鈴木好夫 伊達隆三 吉川弘明 図所忠則	リニアモータの可変周波数速度制御について	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.19
伊達隆三 吉川弘明 藤田義弘 図所忠則	誘導機の過渡現象実測報告	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.19
図所忠則 藤田義弘 鈴木好夫 伊達隆三 近藤　修	同期機の過渡現象測定について	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.19
図所忠則 藤田義弘 近藤　修 伊達隆三 山崎永一 鈴木好夫 吉川弘明	論文集回転機の諸特性とその理論解析	北海道工業大学出版部	

Tadanori Zusho Ryūzō Date Yoshio Suzuki	Outline of Electric Power Engineering in Chronologically and Analytical Theorem of Energy Conversion	北海道工業大学出版部	
松田敏彦	直流機の無火花条件式の拡張	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	50.10.19
松田敏彦	直流機の一般化整流理論	室蘭工業大学研究報告8，3，745（1976）	51. 1
松田敏彦	波巻直流機の整流解析について	室蘭工業大学研究報告8，3，760（1976）	51. 1
近藤修	周波数急変時における同期電動機の動的挙動	電気四学会 北海道支部大会	50.10.19
図所忠則 藤田義弘 鈴木好夫 伊達隆三 近藤修	同期機の過渡現象測定について	電気四学会 北海道支部大会	50.10.19
織笠桂太郎	人工飛雪現象によって発生するイオンの測定結果	大気電気研究第13号	50. 4

人工地吹雪によって発生するイオンのmobility spectrumを測定した結果，大，中，小，極小（conductive ion）イオンの全領域のイオンが発生することが確認され，特に小イオンから中イオンにかけて著しい発生が見られ，この著しい発生領域において正イオンが負イオンよりも優勢であるという注目すべき結果が得られている。

織笠桂太郎 円治辰男 沖野典夫	降雪に伴うイオン・エアロゾルの挙動について	日本気象学会 1975年度春期大会講演予稿集	50. 5

汚染大気中に降雪がある場合，大気中のエアロゾル（直径1.5×10^{-6}mm以上のものが測定された）が50%から最大80%位まで降雪によって大気中から除去されること，即ち降雪によって大気が浄化されることを明らかにし，更に大気中でエアロゾル濃度が増加すると極小イオンが減少し大イオンが増加すること，即ち極小イオンがエアロゾルに吸着されて大イオンとなることを確認したものである。

織笠桂太郎 円治辰男 沖野典夫	飛雪現象の電荷分離について	日本気象学会 1975年度春期大会講演会予稿集	50. 5

人工地吹雪の帯電機構が自然の降雪又は雷雲の中で起り得るかどうかを確めるてがかりとして，降雪中の自然大気中のイオンを測定した結果，強い降雪時に10m/sec以上の風を伴うと中イオンが著しく発生し，人工地吹雪の実験結果とほゞ同じ傾向があることを確認し，一般の層雲や雷雲の中でも地吹雪と同じ電荷分離現象が発生する可能性を指摘し，更に地吹雪の電荷分離機構を適用すると，雷雲の上部に正電荷，下部に負の電荷が蓄積されることを述べたものである。

土手康彦	リアプノフ関数によるかご形誘導電動機の安定解析	第19回日本自動制御協会学術講演会予稿集	50. 5.19

土手康彦 北村正一	あるリアプノフ関数による誘導機の過渡解の有界性について	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.18
土手康彦 秋元成太 富田勝 吉田和宏	血液透析（人工腎）システムの研究 降水率と循環動態の関係に関する考察	第8回計測制御に関する北海道研究集会論文集	50.12. 5
杉岡一郎 松林和夫 亀山行夫 吉田了 北村正一	ディスプレイを用いた回路応答学習システム	電子通信学会　教育技術研究会技術研究報告	50. 9.30
杉岡一郎 宍戸昭夫 北村正一	ディスプレイを用いた電場描図学習システム	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.19
杉岡一郎 熊谷典久 永洞和正 長沢伸一	チヤンネル型2次電子増倍管を用いたExoelectron 放射の測定	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.18
杉岡一郎 北村正一	チヤンネル型2次電子増倍管によるExoelectron放射の検出	室蘭工業大学研究報告（理工編）	51. 1
小田高司 佐伯典夫 二木治郎 秋山稠	OPアンプを用いたディジタル容量計について	昭和50年電気四学会北海道支部連合大会	50.10.18
佐野勝宏 許田正 林敏彦 熊谷幸雄	一様対称構造をもつ神経回路網の性質	電気四学会北海道支部連合大会	50.10.19
熊谷幸雄 吉原秀泰 川田隆夫	動的アソシアトロンの連想確率	電気四学会北海道支部連合大会	50.10.19
熊谷幸雄 吉原秀泰 川田隆夫 北村正一	動的連想記憶の一方式	電子通信学会 医用電子・生体工学研究委員会資料 MBE 75－51	51. 1
坂口威 松浦勇二 西辻昭	降雨減衰特性に対する理論的検討(1) —11GHZ帯について—	電気四学会　北海道支部連合大会	50.10.18
星山満雄 小林勝美 西辻昭 坂口威	電波伝搬時の降雨減衰特性に対する考察（II）	電気四学会　北海道支部連合大会	50.10.18
上田勇治 佐藤正義	Cu-Ni合金単結晶基板上のNi電着膜の磁気異方性	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.18
上田勇治 佐藤正義	単結晶Ni電着薄膜の磁気異方性	電気四学会　北海道支部連合大会講演論文集	50.10.18
上田勇治	単結晶基板上のNi電着膜の磁気異方性（II）	応用物理学会講演集	50.11.22

上田勇治	Ni単結晶薄膜の結晶構造と磁性	応用物理学会　北海道支部学術講演会	51. 2. 7
上田勇治	Ni単結晶薄膜の磁性に及ぼす諸因子	応用物理学会　北海道支部学術講演会	51. 2. 7
上田勇治	Co単結晶薄膜の結晶構造と磁気異方性	応用物理学会　連合大会講演集	51. 3.27
山田攻 石田純一 松林和夫 小助川淳一 吉田了 北村正一	ディスプレイ装置をベースとする教育用電子計算機システム	電子通信学会研究会 ＥＴ75－６	50. 9
小関光哉 出町良一 石田純一 山田攻 北村正一	漢字表示システム	電気四学会　北海道支部大会	50.10

CONTENTS

Sfhence and Engineering

Vol. 9, No. 1 Dec., 1976 Whole No. 26

The Startle Effect and the Perceived Noisiness
of Periodically Intermittent Sounds ····· Kiyoto Izumi 1 (1) 1

A Basic Study on Room Air Distribution in Auditoria
—Downward Supply System— ····· Hideki Kubota 1 (15) 15

Numerical Characterization of Grading of Concrete Aggregate ····· Tomoyuki Goto 1 (27) 27

A Study on the Method to Analyze the Housing Circumstances
and Housing Demands on the City-wide ····· Jiro Majima 1 (37) 37

A Study on the Actual Conditions of Shear Reinforcement Practice in Reinforced Concrete
Members and Their Improvements ····· Takashi Arakawa and Toshihiro Yonezawa 1 (69) 69

Nonlinear Analysis of Reinforced concrete members
by the Finite Element Method ····· Kazuo Ohtsuki 1 (93) 93

Analytical Study on Stress of Square Column Footings
under Vertical Load ····· Mamoru Obata 1 (119) 119

Towards a Statistical Approach of Identifying Hazardous
Highway Locations ····· Kazuo Saito 1 (155) 155

On a Three Dimensional Stress Analysis of a Finite Cylinder Subjected to
Partially Distributed Loads ····· Kenichi Matsuoka and Sumio Nomachi 1 (169) 169

On the Histrical Changes of Bridges and the Tendency
of Their Progress (2)
The Bridges of Recent Times and Present Age
in Europe and America ····· Sakutaro Nakamura 1 (181) 181

An Analytical Approach to Wave Transmission
through and Reflection from Layered
Porous Breakwaters ····· Hideo Kondo, Satoshi Toma and Katsue Kasai 1 (211) 211

The Catalytic Oxidation of Propylene
Part 2 The Modification of Silver Catalyst by the
Addition of Sodium Halides ··· Tetsuo Yamamoto, Akimi Ayame and Hisao Kano 1 (229) 229

Air Pollution Forecasting to the Near Distance from a Source Area in Muroran
····· Shinichi Sato, Noriaki Kaneki, Hiroshi Hara and Yoshiteru Jounoto 1 (237) 237

Mixing Time of Liquid in Horzontal Stirred Vessel
with Multi-Impellers
····· Takashi Fukuda, Masakatu Miura, Kiyonobu Hashimoto and Koji Ando 1 (245) 245

Weathering on granitic rocks in Imagane,
Hokkaido ····· Hiroshi Shirahata and Tetsuo Suzuki 1 (255) 255

The Function of Vertical Probability Density of Small Spheres
in a Horizontal Circular Warter Pipe ····· Kyokai Okuda and Hideaki Yamagishi 1 (269) 269

Behavior of Fuel Liquid-Film Flow in intake Manifold
of two Stroke Cycle Engine ····· Shigenobu Hayasehi and Norihiro Sawa 1 (277) 277

On the mechanical Property
of Flexible Shaft ····· Minoru Tanaka, Masachika Naito and Kazuo Tashino 1 (297) 297

A study on Burned Gas of Constant Volume Combustion
(Part 2. NOx Formation with Hydrogen as the Fuel) ····· Minoru, Tsukahara 1 (317) 317

Some Methodological Views on Objectivesm ····· Yoshio Kinokuniya 1 (327) 327

A Supplement on the Paper "Totally Ordered Linear
Space Structures and Extension Theorems" ····· Kazuo Iwata 1 (335) 335

Generation of the Bubbles on Underwater Electric Discharge
and it's Effect ····· Yoshitaka Nakao, Masataka Matsuo and Taekichi Hattori 1 (343) 343

A New Construction Theory of Associative Memory ····· Yukio Kumagai 1 (353) 353

Automata Representation In One-dimensional Nerve Net
of Homogeneous Structure ····· Katsuhiro Sano and Yukio Kumagai 1 (363) 363

Other Achievements in studies for 1975
by professors in this Institute····· 1 (381) 381

昭和五十一年十二月十日　印刷
昭和五十一年十二月十八日　発行

【非売品】

編集兼
発行者　室蘭工業大学

印刷所　協業組合　高速印刷センター
営業所／札幌市中央区北四西三　北洋相銀ビル六F
TEL　二七一―五一〇一㈹
工　場／札幌市西区手稲稲穂四七二
TEL　六八二―一三二五

Printed by
COSOKU PRINTING CO.
HOKUYO SOGO BANK BUILDING 6F,
W. 3-chome, N. 4-jo, Chuo-ku, Sapporo, Japan
Tel. : 271－5101 (representation)