



室蘭工業大学研究報告. 理工編 第9巻第2号 全1冊

メタデータ	言語: eng 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-16 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/2963

室 蘭 工 業 大 学

研 究 報 告

理 工 編

第 九 卷 第 二 号

昭和五十二年十二月

MEMOIRS
OF
THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY
Science and Engineering

VOL. 9, NO. 2
Dec., 1977

MURORAN HOKKAIDO
J A P A N

Editing Committee

S. Takeuchi	President	<i>Chairman of the Committee</i>
K. Orikasa	Prof.	<i>Electrical Engineering</i>
M. Murozumi	Prof.	<i>Industrial Chemistry</i>
H. Yamaguchi	Prof.	<i>Mineral Development Engineering</i>
H. Kondo	Prof.	<i>Civil Engineering</i>
S. Hoshino	Prof.	<i>Mechanical Engineering</i>
H. Sugawara	Prof.	<i>Metallurgical Engineering</i>
H. Watanabe	Prof.	<i>Chemical Engineering</i>
H. Ichiba	Prof.	<i>Industrial Mechanical Engineering</i>
M. Obata	Prof.	<i>Architectural Engineering</i>
Y. Kumagai	Asst. Prof.	<i>Electronic Engineering</i>
S. Oide	Prof.	<i>Literature</i>
Y. Kinokuniya	Prof.	<i>Science</i>
Y. Ueda	Asst. Prof.	<i>Electrical Engineering (Evening Session)</i>
M. Yoshida	Prof.	<i>Chief Librarian</i>

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued at irregular intervals. They consist of two parts, Science and Engineering and Cultural Science. When they amount to four numbers, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告 第九卷 第二号

理 工 編

目 次

レーザドップラ法による水中放電における 気泡発生の研究……………	中竹松服 尾島尾部 好徳正耐 隆幸孝吉*	2 (1) 399
光電気化学セルを用いた水素発生における研究……………	栗南野原 田条村進 典淳 明二滋一	2 (17) 415
固体流束曲線を用いた連続シックナーの解析……………	小幡英二 渡辺治夫	2 (25) 423
橋梁の歴史的変遷とその発達動向について(3) —— 東洋における古代, 中世, 現代の橋梁 —— ……	中村作太郎	2 (35) 433
有限円筒の 3 次元応力問題について……………	松岡健一 能町純雄*	2 (67) 465
幾可計画法の最適設計への応用について……………	杉本博之	2 (81) 479
道路区間の事故危険度評価における統計的 手法の利用に関する基礎的研究……………	斉藤和夫 武田準一郎	2 (99) 497
交通事故発生の時系列変動に関する統計的分析……………	石井憲一 斉藤和夫	2 (119) 517
円管内における粒体の水力輸送第 6 報 管内濃度, 直径近の流動様式に及ぼす影響と 粒子の拡散係数について……………	奥山田教海 山岸花明	2 (137) 535
CHARACTERISTICS OF FUEL FLOW RATE OF A CARBURETTOR ENGINE ……	林澤重信 澤則広*	2 (145) 543
圧縮式冷凍機による排気タービン過給機付 ディーゼル機関の吸気冷却……………	水吉野忠治 榎田山政豊 媚山政清良	2 (165) 563
自動車に関する人間工学的研究 (II) 正常時と飲酒時の運転特性……………	内藤正隣 浜田恒平 角田裕充 坂本川敬一 稲敬晃*	2 (175) 573

Some Advancements in the Structural Theory of Integrals	紀國谷 芳 雄	2 (183) 581
A note on R. DeMarr's conjecture concerning the order isomorphism of an ordered linear space its order dual	本 田 孝 二	2 (191) 589
ON A CONFORMAL TRANSFORMATION IN AREAL SPACES	五十嵐 敬 典	2 (195) 593
振り自由振動法による加硫ゴムの初期ねじり角に 対する動粘性率の依存性(1).....	山 中 厚	2 (203) 601

レーザドップラ法による水中放電における気泡発生の研究

中尾好隆・竹島徳幸*・松尾正孝・服部耐吉

A Study of Bubble Generation on Underwater Discharge by Laser Doppler Method

Yoshitaka Nakao, Noriyuki Takeshima,
Masataka Matsuo and Taikichi Hattori

Abstract

The bubble generation is one of the important events in the study of underwater discharge. In this report, it is described that a laser Doppler system is capable of measuring bubble velocities under impulse voltage application.

The principle of the laser Doppler method is based on the frequency shift of a laser beam occurred when it is scattered from a moving particle. Although such a technique has been used with success to measure the velocities of stream under aerodynamic or hydrodynamic conditions, the application of this technique to underwater discharge is more difficult owing to a number of factors and it is necessary to develop another method. By using this laser Doppler system, the bubble velocity and the beat inception time are measured in water under several electrical conditions. The effects of concentration of the solution, polarity, peak value and tail time of the impulse voltage on the bubble velocity and the beat inception time are discussed.

1. ま え が き

水中ギャップにインパルス電圧を印加する場合の放電現象については液体誘電体の絶縁破壊現象の一環として、あるいは放電成形などの工学的応用面から数多くの研究が行なわれてきた。しかしながらこの放電現象は非常に複雑でなお不明の点も多い。水中針対平板ギャップに全路破壊にいたらないインパルス電圧を印加すると微小気泡（以下、気泡と略記する）が発生する。電解質溶液の絶縁破壊機構を考える上でこの気泡の発生機構を解明することは極めて重要であると思われる⁽¹⁾⁽²⁾。一般に液体の絶縁破壊現象の光学的研究法としてはシュリーレン法、泡箱、カー効果などを利用することが多いようであるが、ここではレーザドップラ法を使用して気泡の発生進展状態を研究する。

レーザドップラ法、つまり光領域でのドップラ偏移周波数の検出は1964年のY. Yeh, H. Z. Cumminsに始まる⁽³⁾。従来の流速測定は染料の投入により行なわれてきたが、0.05 cm/sec程度以下の速度では染料分子の拡散のため測定が不正確となる。そこで彼らはこれ以下の流速を

* 東京芝浦電気株式会社

測定する方法としてレーザドップラ法があることを述べ、実際に 0.007 cm/sec 程度までの速度測定に成功した。レーザドップラ法の持つ有利な特性としては次の事項があげられる。

- (1)レーザ光を使用した無接触測定であるため、被測定物に与えるじょう乱が少ない。
- (2)mm/sec から超音速領域まで測定が可能で、速度測定範囲が広い。
- (3)直線性が良く校正する必要がない。
- (4)光学系を適当に選ぶことにより、高い空間分散能が得られる。
- (5)時間応答性が高く、瞬時速度を測定できる。
- (6)直交 2 方向あるいは 3 方向の同時測定が可能である。
- (7)流体内に速度が異なる粒子が含まれるような 2 相流の検出が可能である。

以上のような特性を生かし、レーザドップラ法は液体や気体の流速測定にめざましい成果をあげてきた。しかし気泡の速度測定への応用はいくつかの要因により困難性が増す。たとえば気泡は本実験の場合針先端近傍で 10 m/sec 程度の速度を持ち、空間的にも時間的にも急激に速度が変化してゆく。またそれぞれの気泡は異なった速度成分を持つと考えられる。しかも速度測定に必要な散乱粒子は気泡自身であるため、散乱粒子の濃度を適正にすることができない。さらに測定器の周波数範囲も考慮すれば、通常のレーザドップラ法光学系および信号処理系は使用不可能で、この目的に合致した光学系および信号処理系を構成することが必要となった。

本報告は気泡の速度測定を行なうために最適なレーザドップラ法光学系および信号処理系を構成し、これを使用して気泡の発生進展状態を種々の電氣的条件下で実験的に研究したもので、合わせてレーザドップラ法の基礎的理論についても報告する。

2. レーザドップラ法の理論

2. 1 ドップラ効果

移動する粒子による散乱光の周波数が、入射光のそれから偏移する現象がドップラ効果である。このドップラシフトをヘテロダイン法によって検出し、それを速度測定に応用したものがレーザドップラ法である。したがってレーザドップラ法の取り扱いでは、まず移動粒子による光散乱の過程を調べることが必要となる。このような散乱過程は均質媒質内を伝播する電磁波に対してガリレイ変換を 2 回施すことで記述できることを L. Lading が示している⁽⁴⁾。レーザ光の電場ベクトルは波動関数の一般形で表わすと(1)式で与えられる。

$$E = E_0 e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (1)$$

ここで E_0 は電場の最大振幅、 $\mathbf{k}$ は波数ベクトル、 $\mathbf{r}$ は位置ベクトル、 ω は角周波数、 t は時間である。Fig. 1 に示すように時刻 $t = 0$ に光源 S より見て $\mathbf{r}_1'$ 、観測点 Q まで $\mathbf{r}_2'$ の位置にある速度 U で移動する粒子は、時刻 $t = t$ には S および Q からそれぞれ $\mathbf{r}_1$ 、 $\mathbf{r}_2$ の位置に移動する。したが

$$(2)$$

って次の各式が得られる。

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}'_1 + \mathbf{U}t \quad (2)$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}'_2 - \mathbf{U}t \quad (3)$$

(2)式を(1)式に代入すると(4)式が得られる。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j\{\mathbf{k}_i \cdot (\mathbf{r}'_1 + \mathbf{U}t) - \omega t\}} \quad (4)$$

ここで $\mathbf{k}_i$ は入射光の波数ベクトルである。粒子の位置においては $\mathbf{r}'_1 = 0$ であるから、入射ビームの電場ベクトルは(5)式で与えられる。

$$\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_0 e^{j(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{U}t - \omega t)} \quad (5)$$

したがって粒子に記録された角周波数 ω_p は(6)式で示される。

$$\omega_p = \omega - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{U} \quad (6)$$

次に波数ベクトル $\mathbf{k}_s$ で与えられる散乱光を考える。(3)式を(1)式に代入して同様に計算を進めると、散乱光の角周波数 ω_s は(7)式で示される。

$$\omega_s = \omega_p + \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{U} \quad (7)$$

(6)式を(7)式に代入するとドップラ公式が得られる。

$$\omega_s = \omega + (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{U} \quad (8)$$

右辺第2項 $(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{U}$ がドップラシフトである。

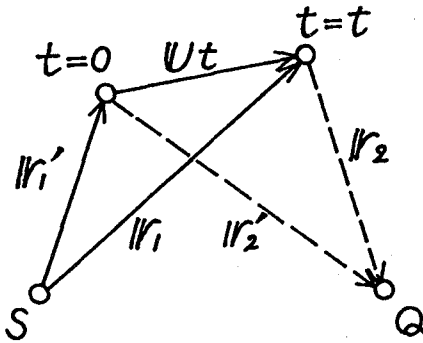


Fig. 1 A beam being scattered by a particle

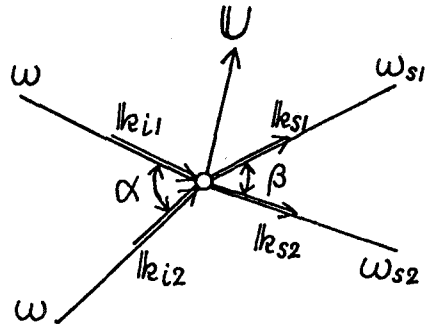


Fig. 2 Two beams being scattered by a particle

次に1個の粒子によって散乱される2本のレーザビームを考える。Fig. 2で $\mathbf{U}$ は粒子の速度ベクトル、 ω はレーザ光の角周波数、 ω_{s1} 、 ω_{s2} は散乱光の角周波数、 $\mathbf{k}_{i1}$ 、 $\mathbf{k}_{i2}$ は入射光の波数ベクトル、 $\mathbf{k}_{s1}$ 、 $\mathbf{k}_{s2}$ は散乱光の波数ベクトル、 α 、 β はそれぞれ2本の入射光、2本の散乱光のなす角である。(8)式から2本の入射光が1個の移動する粒子によって散乱される場合の散乱光の

角周波数はそれぞれ次の各式で与えられる。

$$\omega_{s1} = \omega + (\mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{i1}) \cdot \mathbf{U} \quad (9)$$

$$\omega_{s2} = \omega + (\mathbf{k}_{s2} - \mathbf{k}_{i2}) \cdot \mathbf{U} \quad (10)$$

光ヘテロダイン法によってドップラシフトを検出するので両者の差を求めると

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= \omega_{s1} - \omega_{s2} \\ &= \{(\mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{s2}) - (\mathbf{k}_{i1} - \mathbf{k}_{i2})\} \cdot \mathbf{U} \end{aligned} \quad (11)$$

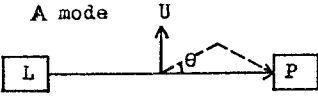
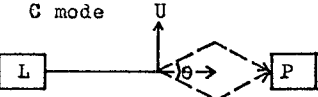
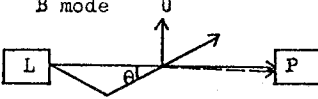
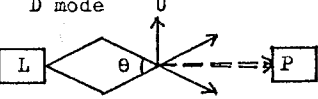
となる。

2. 2 レーザドップラ法の分類

レーザドップラ法は1964年 Y. Yeh と H. Z. Cummins によって最初に実験が行なわれて以来多くの研究者によって実験的にまた理論的に研究されてきた。この間多くの光学系が提案されている。近年数人の研究者によってレーザドップラ法光学系の分類が行なわれているが^{(6)~(7)}どの場合も明確な定義は行なわれていないようである。

レーザドップラ法光学系を分類する上で、本質的な因子は2つ考えられる。第1の因子はシ

Table 1 Classification of laser Doppler method

Optical mixing Incident beam	Scattered beam and reference beam $k_{s1} = k_{i1}$ exclusive or $k_{s2} = k_{i2}$	Scattered beam and another scattered beam $k_{s1} \neq k_{i1}$ and $k_{s2} \neq k_{i2}$
Single $k_{i1} = k_{i2}$ and $k_{s1} \neq k_{s2}$	A mode 	G mode 
Dual $k_{i1} \neq k_{i2}$ and $k_{s1} = k_{s2}$	B mode 	D mode 

- L : Laser
 P : Photo detector
 U : Particle velocity
 θ : Angle between the beams
 ————— : Incident beam (Reference beam)
 - - - - - : Scattered beam

シングルビーム入射か,あるいはデュアルビーム入射かという入射光の数である。第2の因子は散乱光(ドップラシフトを受けている光)と参照光(ドップラシフトを受けていない光)の光混合か,あるいは散乱光と他の散乱光(前者とは別のドップラシフトを受けている光)の光混合かという光混合の方法である。**Table1**はこの分類法に従ってレーザドップラ法光学系を4種の配置に分類したもので,合わせて分類条件を波数ベクトルで表現している。A型, B型は共に参照光を使用するので通常同じ名称が与えられ, 参照光型(Local-oscillator heterodyne arrangement, Reference beam mode)と呼ばれる。C型は対称型(Symmetric heterodyne arrangement)と呼ばれる。D型は差動型(Differential heterodyne arrangement, Fringe mode)と呼ばれ, 他の型よりもすぐれているという結論が理論的にまた実験的に確かめられている⁽⁴⁾
(6)(8)。

2. 3 ドップラ周波数と粒子速度の関係

さらにデュアルビーム入射の場合について計算を進める(**Fig. 3**)。この場合には $\mathbf{k}_{i1} \neq \mathbf{k}_{i2}$ and $\mathbf{k}_{s1} = \mathbf{k}_{s2}$ になる条件があるので, $\mathbf{K} = \mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{s2}$ とすると(11)式は(12)式となる。

$$\Delta\omega = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} \quad (12)$$

粒子速度は光速よりも非常に小さいので $k_{s1} \cong k_{s2} \cong k$ であり(k はレーザ光の波数ベクトルの絶対値), また **Fig. 3** から $K = 2k \sin(\theta/2)$ となるので(13)式が得られる。

$$\Delta\omega = 2k \sin \frac{\theta}{2} \cdot U \cos \varphi \quad (13)$$

ここで φ は K と U のなす角であるが, 通常のレーザドップラ法光学系では $\varphi = 0$ となるように配置する。

$$\Delta\omega = 2k \sin \frac{\theta}{2} \cdot U \quad (14)$$

(14)式は媒質の屈折率 n , 真空中のレーザ光の波長 λ_0 , ビーム交差角 θ , 粒子速度 U で表わすことができる。ドップラ周波数を f_D とすると

$$f_D = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{2nU}{\lambda_0} \sin \frac{\theta}{2} \quad (15)$$

となる。

シングルビーム入射の場合にも $\mathbf{K} = \mathbf{k}_{s1} - \mathbf{k}_{s2}$ として同様に計算を進めると, 最終結果は(15)式で与えられる。

2. 4 干渉縞の解析

コヒーレントなレーザビームが交差する焦点領域には干渉縞が形成される。M. J. Rudd が示唆したように, この干渉縞から(15)式を求めることもできる⁽⁵⁾。

Fig. 4 から(16)式が得られる。

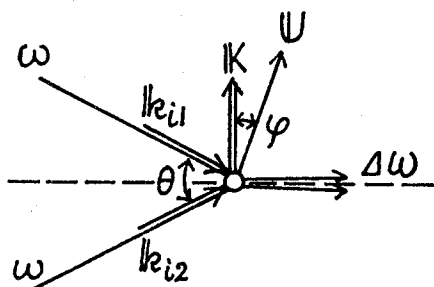


Fig. 3 Geometry of dual incident beam arrangement

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\lambda/2}{b}$$

ここで θ はビーム交差角, λ はレーザ光の波長, b は干渉縞の間隔である。ドップラ周波数はこの干渉縞が粒子によって横切られる割合に対応するので, 粒子が速度 U で干渉縞に対して垂直に移動する場合のドップラ周波数 f_D は(17)式で与えられる。

$$f_D = \frac{U}{b} = \frac{2nU}{\lambda_0} \sin \frac{\theta}{2} \quad (17)$$

(17)式は(15)式と同じものである。粒子速度 U は(18)式で示される。

$$U = \frac{f_D \lambda_0}{2n \sin \frac{\theta}{2}} \quad (18)$$

3. 実験装置

レーザドップラ法光学系および信号処理系を Fig. 5 に示す。He-Ne ガスレーザ (18mw, TEM₀₀ モード) から出たレーザ光はレンズ L_1 によって集光される。その焦点にピンホール P を置く。P を通過したレーザ光は逆に拡がり, レンズ L_2 によって水槽中で再び集光される。 L_2 の前方にはダブルピンホール DP があるので, 2 本のレーザビームが水槽中で焦点を結ぶと同時に自動的に交差することになる。この光学系は差動型であるため, 2 本の直接透過光はアパーチャ A で遮ぎられ, これらの間の散乱光のみがフォトマルに入射する。フィルタ F はノイズとして作用するコロナ光を減衰させるために設置する。フォトマル出力に含まれるビート信号をバンドパスフィルタで選択し, DC アンプで増幅して, シンクロスコープで測定する。この光学系のビーム交差角は約 0.6° で, 非常に小さな値を採用している。焦点領域の大きさは約 0.3 mm で, ここに形成される干渉縞の間隔は約 0.06 mm である。このシステムを使用することにより数 10m/sec 程度までの速度を測定できる。なお気泡速度測定に先立ちモータに取り付け

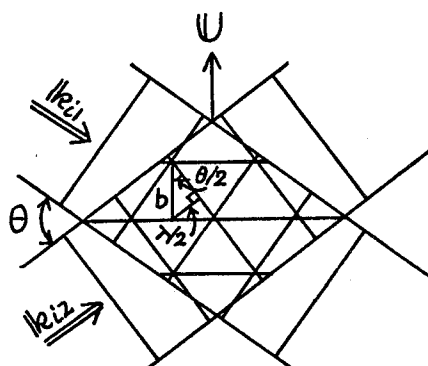


Fig. 4 Interference fringe for two intersecting beams

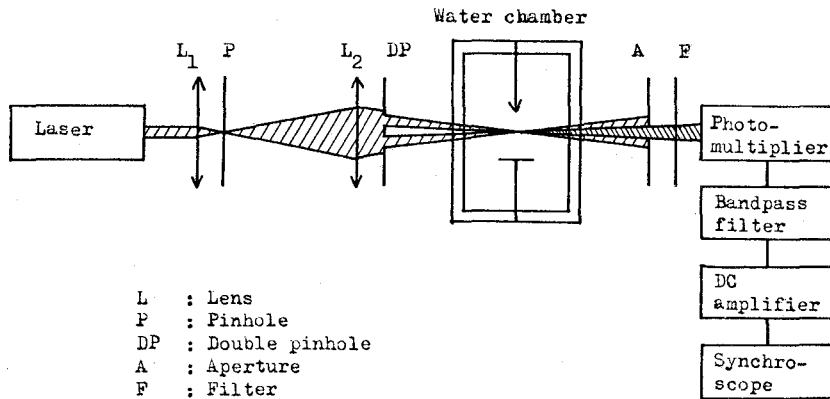


Fig. 5 Optical and analyzing system of laser Doppler method

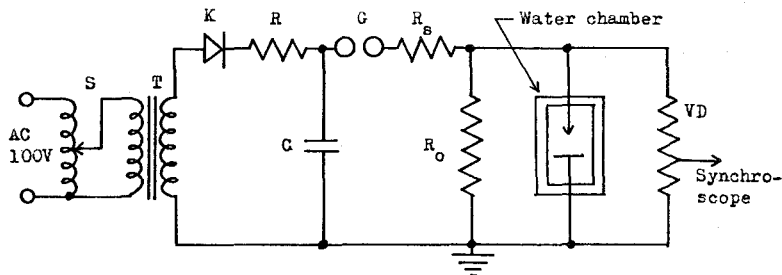


Fig. 6 Experimental circuit

たファンの速度をレーザドップラ法および回転数から求める方法により測定したところ、両測定法から求めた速度はかなり良く一致し、構成したレーザドップラ法光学系および信号処理系で速度を測定することができることが確かめられた。

インパルス電圧発生回路を Fig. 6 に示す。水槽は幅 140 mm、奥行き 100 mm、深さ 100 mm のアクリル製容器で、光の透過面はオプティカルパラレルを使用している。針電極は市販のきぬ針 13 号を用い、針先端が絶縁物より 1.5 mm 程度出るように設置した。平板電極は直径 50 mm のロゴスキー型ステンレス電極を用いた。

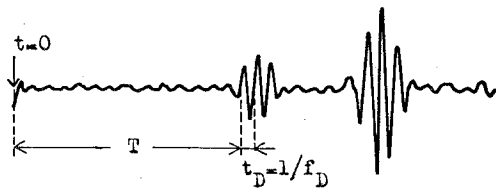
4. 実験結果

水中針対平板ギャップにインパルス電圧を印加すると、ギャップ間に微小気泡が発生する。この気泡の発生進展状態をレーザドップラ法を使用して種々の条件下で測定した。

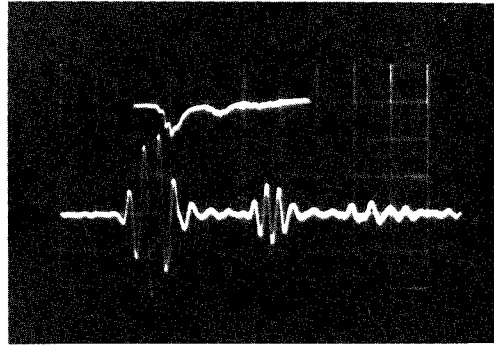
4. 1 記号および用語の定義

(1) U 気泡速度 (m/sec) ビート信号の周期 t_D からドップラ周波数 f_D を求め (Fig. 7)、これを (19) 式に代入して計算した速度をいう。

$$U = \frac{f_D \lambda_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (19)$$



(a) Schematic pattern of the beat signal



(b) Oscilloscope of the beat signal

Fig. 7 Typical beat signal

Upper : Photomultiplier output 0.5msec/div, 2V/div

Lower : Filtered output 0.2msec/div, 0.2V/div

Delay time 1msec, Filter 9kHz HP 200kHz LP, DC Amp. 0.2V/full

ここで λ_0 は真空中におけるレーザ光の波長, α は空気中におけるビーム交差角である。なお水中において速度を測定する場合にはレーザビームの屈折が生じ, (18) 式をそのまま使用するわけにはいかない。水槽をレーザドップラ法光学系の光軸に垂直に置いた場合について解析すると (19) 式が得られる。

(2) T ビート開始時間 (μsec , msec) インパルス電圧印加後, 最初のビート信号が現われるまでの時間をいう (**Fig. 7**)。 U と T の関係を明らかにするために, 実際には電圧印加の時間から t_D を読み取る時間までの時間間隔を T としている。最も早いビート開始時間とは, L を変えて T を測定しその中で最も時間が短い T をいう。

(3) L 針先端から焦点領域までの距離 (mm) 針先端と焦点領域 (速度の測定点) を三次元的に一致させた後, 針を光軸と垂直方向にそして両者を離す向きに水平移動した距離をいう。

(4) N 溶液の濃度 (N)

(5) V インパルス電圧の波高値 (kV) なお正極性にインパルス電圧を V_+ , 負極性インパルス電圧を V_- で示す。

(6) T_t インパルス電圧の波尾長 (μsec)

(7) g ギャップ長 (mm)

なおデータは次のようにして取った。 T の早い気泡にハイパスフィルタを合わせ, 同一条件で 10 枚以上のオシログラムを撮影した。各オシログラムから T と t_D を読み取り, T の早いものから 4 組を選択して最終的なデータとしてまとめた。 U および T は平均値を求めてグラフにプロットした。

4. 2 濃度の影響

Fig. 8 は $V_+ = 5.0 \text{ kV}$, $T_t = 280 \mu\text{sec}$ のインパルス電圧を水中針対平板ギャップ ($g = 10 \text{ mm}$) に印加して, N を① $\text{KCl } 10^{-3}$ 規定 (N) 溶液② $\text{KCl } 10^{-4}$ 規定溶液③イオン交換水 (Pure

water) と変えた場合の $U-L$ 特性および $T-L$ 特性である。この電氣的条件下ではいずれの N の場合でもコロナが発生しており、 N が濃いほどコロナの光強度および進展長が大きいことを肉眼で確認した。また気泡の発生量も同様に N が濃いほど多い傾向が認められる。

Fig. 8 から、針先端近傍の U は $KCl\ 10^{-3}N$ が 3 m/sec, $KCl\ 10^{-4}N$ が 9 m/sec, イオン交換水が 20 m/sec 程度であり、 N が濃いほど U が小さいことがわかる。また最も早い T は $KCl\ 10^{-3}N$ が $110\ \mu\text{sec}$, $KCl\ 10^{-4}N$ が $60\ \mu\text{sec}$, イオン交換水が $20\ \mu\text{sec}$ 程度であり、 N が濃いほど T が遅くなっている。しかし L が 1 ~ 3 mm の範囲では N が濃いほど T が早く、シュリレーン法による実験結果⁽¹⁾と定性的に一致した。なお針先端近傍に U および T が逆転するあるいはほぼ一定となる領域が存在する。この領域は $KCl\ 10^{-3}N$ で L が 0 ~ 2 mm, $KCl\ 10^{-4}N$ で 0 ~ 1 mm, イオン交換水で 0 ~ 0.5 mm 程度の範囲であり、 N が濃いほど大きくなっている。

4. 3 極性の影響

Fig. 9 は $KCl\ 10^{-4}N$, $V=5.0\ \text{kV}$, $T_t=280\ \mu\text{sec}$, $g=10\ \text{mm}$ を一定として、インパルス電圧の極性を変えた場合の $U-L$ 特性および $T-L$ 特性である。正極性は針正電位、平板接地で負極性は平板正電位、針接地とした。

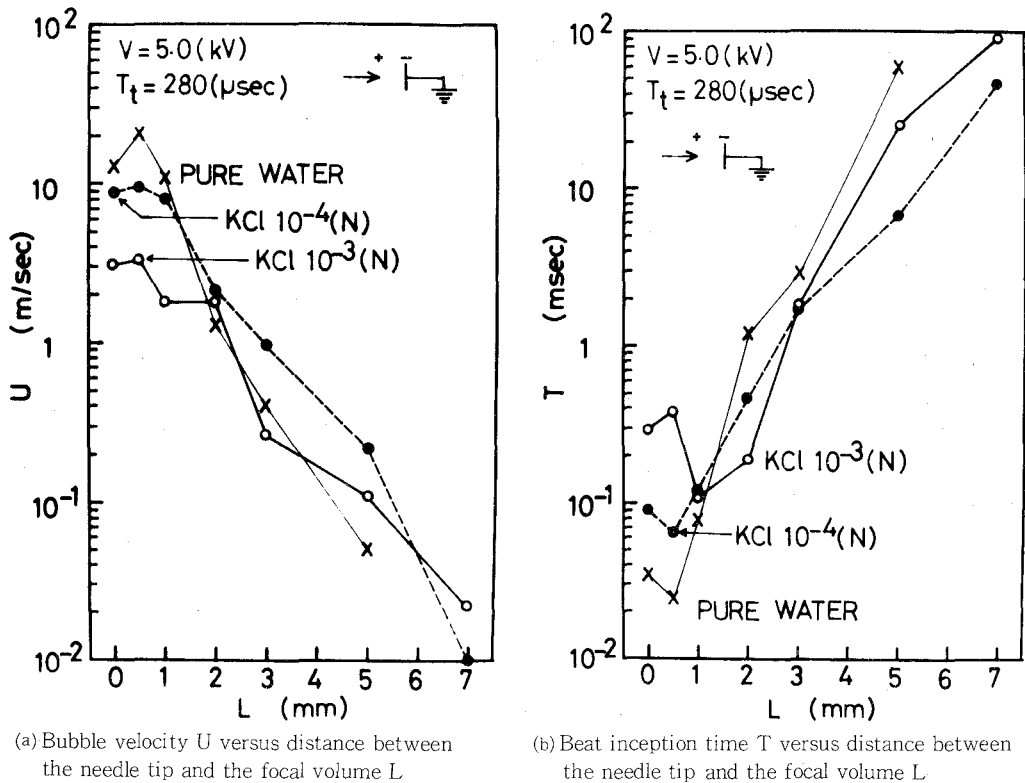


Fig. 8 Effects of concentration on bubble velocity and beat inception time

この条件の場合、Uにはほとんど極性効果が現われていない。しかしTに違いが認められ、Lが0～2 mmの範囲では正極性のTよりも負極性のTの方が早く、これもシュリーレン法による実験結果と定性的に一致した⁽¹⁾。最も早いTは正極性で60 μsec 、負極性で40 μsec 程度である。またこの場合にも針先端近傍でUおよびTが逆転するあるいはほぼ一定となる領域が認められる。正極性、負極性共にLが0～2 mm程度の範囲であるが、両者を比較すると負極性の領域の方が正極性のそれよりも若干大きいようである。

4. 4 波高値の影響

Fig. 10はKCl 10^{-4}N 、正極性、 $T_t=280\ \mu\text{sec}$ 、 $g=10\ \text{mm}$ を一定として、Vを変えた場合のU-L特性およびT-L特性である。V=5.5 kVでは全路破壊し、3.0 kVではビート信号が得られなかったため、5.0 kV、4.5 kV、4.0 kV、3.5 kVで実験を行なった。Vが大きいほどコロナの光強度および進展長が大きく、また気泡発生量が多いことが観察された。しかし3.5 kV以下ではコロナも気泡も肉眼では確認できなかった。

Fig. 10よりVが大きいほどUおよびTが早い傾向が認められる。ただしV=3.5 kVのみが極端に遅くなっている。UおよびTが逆転するあるいはほぼ一定となる領域はVを変化した場

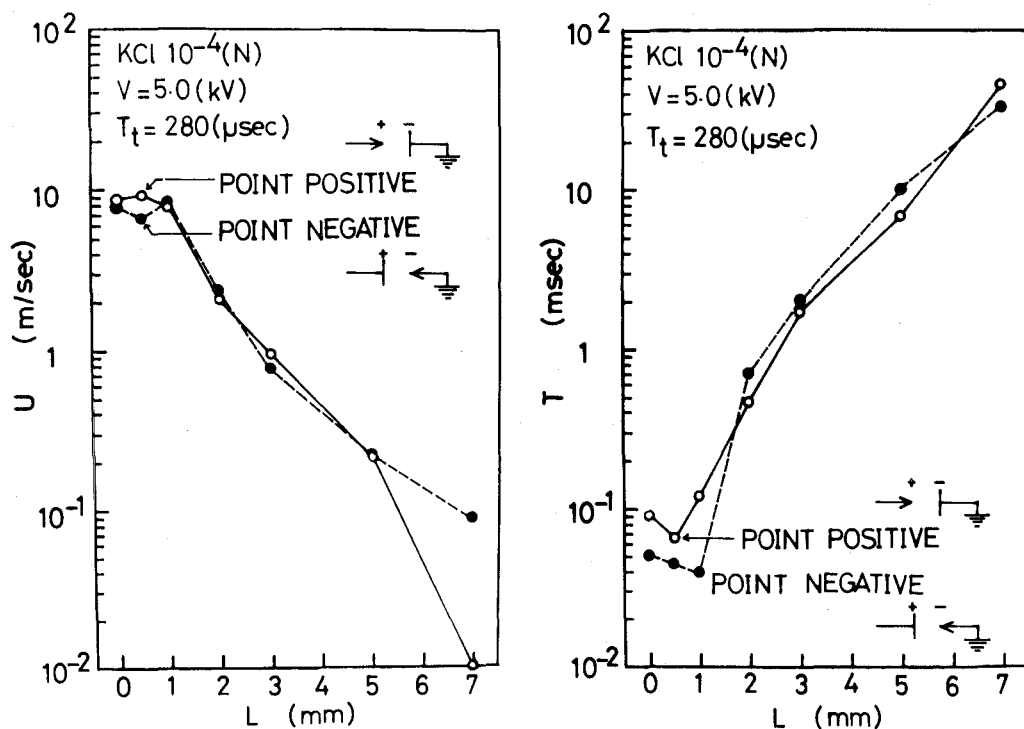


Fig. 9 Effects of impulse voltage polarity on bubble velocity and beat inception time
(a) and (b) are same conditions as Fig. 8 respectively.

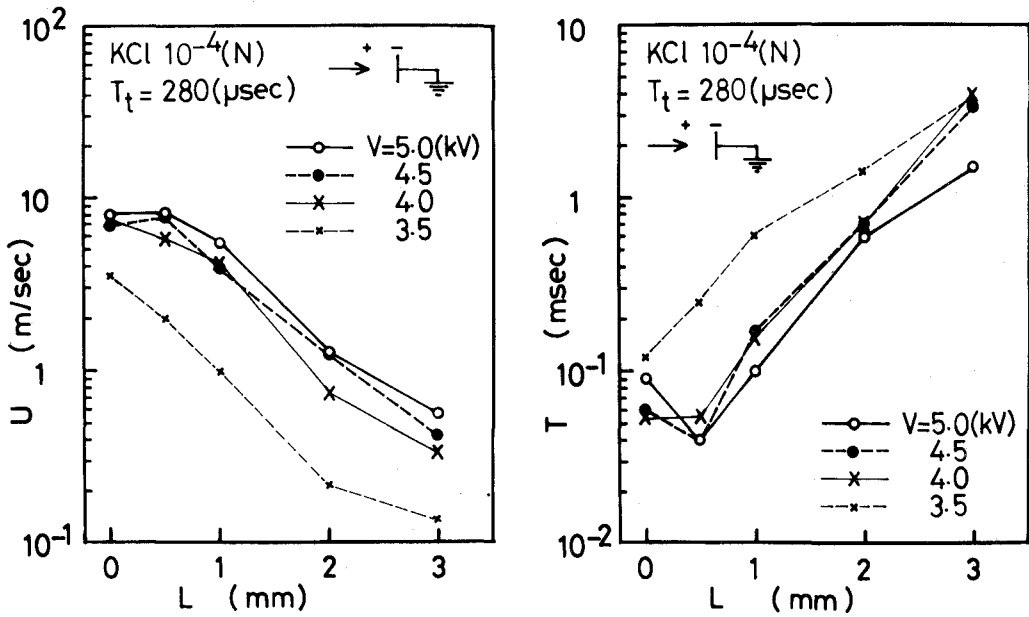


Fig. 10 Effects of peak value of impulse voltage on bubble velocity and beat inception time
(a) and (b) are same conditions as Fig. 8 respectively.

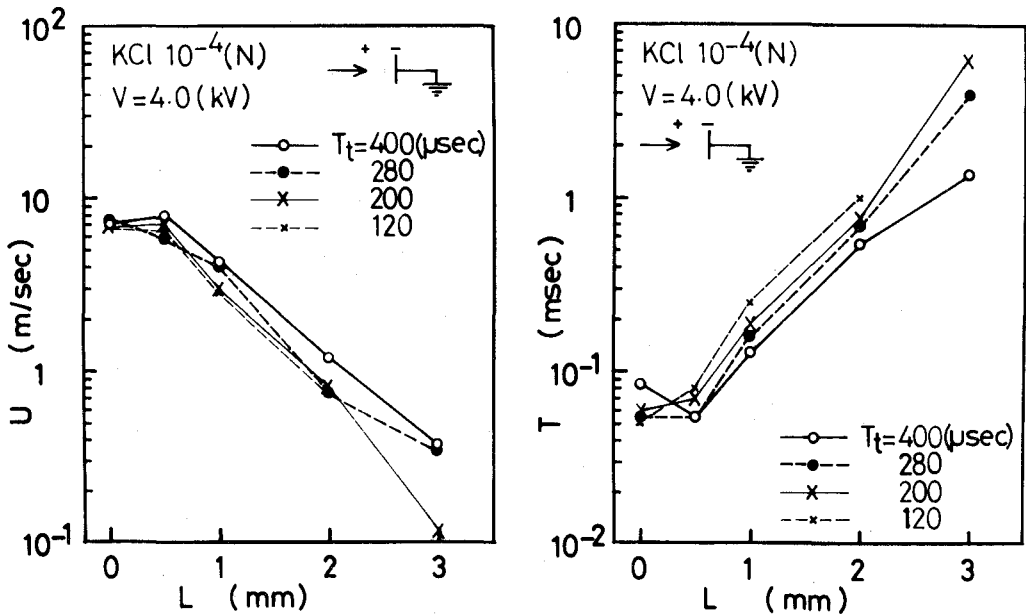


Fig. 11 Effects of tail time of impulse voltage on bubble velocity and beat inception time
(a) and (b) are same conditions as Fig. 8 respectively.

合にも存在し、 V を大きくするにつれてこの領域も大きくなる傾向がある。

4. 5 波尾長の影響

Fig. 11 は $\text{KCl } 10^{-4}\text{N}$, $V_+ = 4.0 \text{ kV}$, $g = 10 \text{ mm}$ を一定として、 T_t を変えた場合の $U-L$ 特性および $T-L$ 特性である。 T_t は $400 \mu\text{sec}$, $280 \mu\text{sec}$, $200 \mu\text{sec}$ および $120 \mu\text{sec}$ として実験を行なった。肉眼によって観察したところ、 V が小さいのでどの場合もコロナがほとんどない状態であった。気泡量は T_t が短いほど少なく、とくに $T_t = 120 \mu\text{sec}$ では $L = 3 \text{ mm}$ の位置でほとんどビート信号を得ることができなかった。

Fig. 11 から、針先端から離れると T_t が長いほど U および T が早いことがわかる。また U および T が逆転するあるいはほぼ一定となる領域は T_t を変えた場合にも存在し、 T_t を長くするにつれてこの領域が大きくなる傾向を持つ。

5. 考 察

水中放電に基本的にかかわる現象として、微小気泡の発生が考えられる。そこで筆者らはこの気泡の研究方法としてレーザドップラ法を採用し、高い空間分解能で気泡の瞬時速度およびビート開始時間を測定することができた。ここでは得られた実験結果に対して若干の考察を加える。

5. 1 針電極の消耗について

N の影響を調べる実験の際に、 N より針電極の消耗が著しく異なることが観察された。これは伝導電流の違いによるものと考えられるが、イルパルス電圧の極性、波高値および波尾長を変更した場合には針電極の消耗に顕著な違いはみられなかった。針電極が消耗すると針先端の曲率半径 r が大きくなり、したがって針電極先端の電界は小さくなる。電界によって気泡が加速されると考えるならば、 r の変化が U に影響をおよぼすものと考えられる。

金属顕微鏡を使用して供試前の針（きぬ針 13 号）を写真撮影したところ、 r はほぼ $10 \sim 20 \mu\text{m}$ の範囲にあり、 $15 \sim 16 \mu\text{m}$ 程度のものが多いようであった。この針に $V_+ = 5.0 \text{ kV}$, $T_t = 280 \mu\text{sec}$ のインパルス電圧を印加すると、 $\text{KCl } 10^{-4}\text{N}$ およびイオン交換水では針先端が変形する程度で極端な消耗はみられないが、 $\text{KCl } 10^{-3}\text{N}$ では 1 回の電圧印加でかなり消耗し、10 回の電圧印加で r が約 $30 \mu\text{m}$ となり、100 回の電圧印加では r が $50 \sim 70 \mu\text{m}$ となった。

試みに $\text{KCl } 10^{-3}\text{N}$ の実験で使用した針 ($r \cong 60 \mu\text{m}$) を使用してイオン交換水で実験した場合には、針先端近傍の U は 7 m/sec , T は $40 \mu\text{sec}$ という値が得られた。

以上のように N が濃い溶液で実験する場合には針電極の消耗つまり r の効果を無視することができず、なんらかの方法でさらに厳密な実験が必要とされるであろう。

5. 2 気泡に作用する諸力について

気泡の進展機構を考える場合には、気泡に作用する力について検討する必要がある。

ギャップの電界に着目するならば、まずクーロン力の作用を考慮しなければならない。コロナによってイオン化された針先端近傍の水中には多くの電荷が存在していると考えられる。また電界中の気泡は電気双極子を形成し分極電荷を生じるとも考えられる。気泡のまわりの水は導電性を持っているため、これらの電荷が気泡と共に移動するのか、あるいはすぐに消失してしまうのかは不明であるが、もしこれらの電荷の一部が気泡に付着していると考えれば気泡にクーロン力が働くものと推定できる。また気泡の誘電率は水のそれよりも小さいので気泡界面にはマックスウェルのひずみ力が働く。ギャップの電解は不平等であるため気泡は電気力線に沿って押しやられると考えられる。これらの力と平衡する力としては水の抵抗力が考えられ、 U が大きい時には慣性抵抗、小さい時には粘性抵抗が重きをなす。さらに気泡の浮力、表面張力なども考慮しなければならない、また気泡の粒径、形状なども変化すると考えられるので、気泡の進展機構の定量的説明は非常に複雑なものとなる。ここでは実験結果のいくつかを定性的に説明するにとどめる。

V および T_i を変えた場合、針先端近傍の U および T に顕著な違いはみられないが、離れるにしたがって V および T_i を大とすると U および T が早くなる傾向を持つ。電圧の波高値および維持時間が大きければ、気泡に大きな電界が長い時間かかるわけで、これは電界による気泡の加速を実験的に明らかにしているものと考えられる。

$V = 3.5 \text{ kV}$ の場合にはコロナおよび気泡が肉眼では確認できなかったにもかかわらずビート信号が得られたが、この場合の U および T は他と比較して極端に遅い値であった。 U および T の違いはおもにコロナの有無の差であると思われ、このことはコロナによって生じたイオンがある程度気泡に付着し、その電荷にクーロン力が作用するという仮定を肯定するものである。

5. 3 気泡発生領域について

一般に U および T は針先端に近いほど早いと考えられる。しかし本実験では針先端近傍に U および T がほぼ一定となるあるいは逆転する領域が存在し、 N を濃くする、負極性とする、 V を高くする、あるいは T_i を長くする場合にこの領域が大きくなった。また本実験では最も早い T は $\text{KCl } 10^{-3} \text{ N}$ で $110 \mu\text{sec}$ 、 $\text{KCl } 10^{-4} \text{ N}$ で $60 \mu\text{sec}$ 程度であったが、条件は異なるがシュリーレン法による実験では $40 \mu\text{sec}$ 以上で密度変化が確認されている⁽²⁾。

ここで超微小粒子の存在という一つの仮定を想定することが許されるならばこの領域の存在を説明できるように思われる。レーザドップラ法は大きな粒子による散乱つまり Mie の散乱理論によって解析することができ、その散乱粒子の最適直径は $1 \mu\text{m}$ 前後とされているようである。本実験に使用した光学系の速度測定可能な散乱粒子範囲は未確認であるが、最適直径は上記の値に近いものと考えられる。したがって、もし針先端近傍の粒子がこの値よりもかなり小さな粒子であれば、ビート信号が得られないことになる。粒子が小さくなればビート信号の振幅も小さくなるであろうし、さらに粒径が光の波長に比較してじゅうぶん小さくなればもはや

Mie の散乱理論は適用できず、Rayleigh の散乱理論が必要となるであろう。つまりこの領域では T よりも早い時間内に超微小粒子が存在し、得られたビート信号は時間が経過してじゅうぶん大きく成長した気泡によるものと考えられる。この超微小粒子としては非常に小さな気泡あるいは気泡に成長する前段階としての水素原子および水素分子などが考えられる。

気泡の発生機構を解明するためにはこの領域に対する妥当な説明が必要とされるであろうが、この他にコロナ、伝導電流、溶液に含まれる気体などの影響も考慮した総合的な考察を要するものと思われる。

6. む す び

水中針対平板ギャップに全路破壊にいたらないインパルス電圧を印加すると微小気泡が発生する。この気泡の発生進展状態をレーザドップラ法によって研究した。気泡速度を測定するために最適なレーザドップラ法光学系および信号処理系を新しく構成し、これを使用して気泡速度およびビート開始時間におよぼす濃度、極性、波高値および波尾長の影響を実験的に研究した。その結果を要約すると次のようになる。

- (1) 針先端近傍の気泡速度は溶液の濃度が濃いほど小さく、KCl 10^{-3} 規定溶液で 3 m/sec, KCl 10^{-4} 規定溶液で 9 m/sec, イオン交換水で 20 m/sec 程度である。最も早いビート開始時間は溶液の濃度が濃いほど遅く、KCl 10^{-3} 規定溶液で 110 μ sec, KCl 10^{-4} 規定溶液で 60 μ sec, イオン交換水で 20 μ sec 程度である。(V₊=5.0 kV, T_t=280 μ sec, g=10 mm) 但し濃度が濃い溶液で実験する場合には針電極の消耗すなわち針先端の曲率半径の効果を考慮しなければならない。
- (2) インパルス電圧の極性を変える場合、気泡速度には大きな違いはみられないが最も早いビート開始時間に違いがあり、正極性で 60 μ sec, 負極性で 40 μ sec 程度である。(KCl 10^{-4} N, V=5.0 kV, T_t=280 μ sec, g=10 mm)
- (3) インパルス電圧の波高値および波尾長を変える場合、針先端近傍の気泡速度およびビート開始時間に顕著な違いは見られないが、離れるにしたがって波高値および波尾長を大とした方が気泡速度およびビート開始時間が早くなる傾向にある。このような気泡の進展機構についてはクーロン力、マックスウェルのひずみ力などの気泡に作用する諸力について吟味しなければならない。
- (4) 気泡速度およびビート開始時間がほぼ一定となるあるいは逆転する領域が針先端近傍に存在し、この領域は次のいずれかの場合に大きくなる。①濃度を濃くする、②負極性とする、③波高値を高くする、④波尾長を長くする。超微小粒子の存在を仮定すればこの領域の存在を妥当に説明ができる。
- (5) レーザドップラ法については、水中放電現象に関する新しい分野への応用が示され、これら

の研究を進める手段としてこの方法は有効なものと思われる。特に気泡濃度が低い場合でも速度測定が可能であり、今後さらに高周波用の信号処理装置を使用するなどの改良により空間分解能および時間分能を向上させることができるであろう。

(昭和52年5月18日受理)

参 考 文 献

- (1)中尾：放電研究会資料，ED-74-28 (1974)
- (2)中尾，柏，坂本：放電・絶縁材料合同研究会資料，ED-76-7・EIM-76-14 (1976)
- (3)Y. Yeh, H. Z. Cummins: Appl. Phys. Lett., **4** (1964) 176.
- (4)L. Lading : Appl. Opt., **10** (1971) 1943.
- (5)M. J. Rudd : J. Sci. Instrum. (J. Phys. E), **2** (1969) 55.
- (6)C. P. Wang : J. Phys. E (Sci. Instrum.), **5** (1972) 763.
- (7)三品，朝倉：応用物理，**42** (1973) 560.
- (8)C. P. Wang : Appl. Opt., **13** (1974) 98.

光電気化学セルを用いた水素発生における研究

栗田 典明・南条 淳二
野村 滋・原 進一

Investigation of Hydrogen Production with an Electrochemical Photocell

Noriaki Kurita, Junji Nanjo, Shigeru Nomura
and Shin-ichi Hara

Abstract

Recently, hydrogen production with semiconductor/aqueous electrolyte solution/Pt system illuminated has been studied from every of view.^(1~4)

This system has "photosensitized electrolytic oxidation" known as Honda-Fujishima's effect. The electric field is formed within the space charge layer in the semiconductor electrode immersed in the solution. By illuminating on the semiconductor surface with the light of energy larger than that of the band-gap, hole-electron pair is generated in the space charge layer and separated by the electric field. For the n-type semiconductor, the holes decompose water in oxygen and hydronium ions on the semiconductor-solution interface, while the electrons are transferred to Pt electrode through the external circuit and reduce the hydronium ions to hydrogen on the surface of Pt electrode. Therefore the band-gap, the electron affinity, and the band-bending of the semiconductor are important factors for the efficiency.

The semiconductor is required to be electrochemically stable for its catalytic reaction. T. Onishi et al.⁽⁵⁾ reported that the quantum efficiency of n-TiO₂ (E_g=3.0eV) was very small, 10⁻⁴ order. While J. G. Mavroides et al.⁽⁶⁾ reported that the quantum efficiency is improved by using SrTiO₃ (E_g=3.2eV) in spite of larger band-gap than that of n-TiO₂, because of larger band-bending and smaller electron affinity. In this paper, using n-TiO₂ for anodic electrode, we report the result on the improvement of efficiency for hydrogen production by changing pH of solution and on using p-Si instead of Pt for cathodic electrode.

I. ま え が き

ここ数年、半導体 | 水溶液 | 白金からなる系に光を照射し、本田・藤嶋効果として知られる水の光電解酸化による水素発生の研究が、各方面でおこなわれている⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾。半導体を水溶液に浸漬すると、半導体内部に空間電荷層が形成され、電界が発生する。ここに、半導体のバンドギャップ以上のエネルギーをもった光を照射すると、電子-正孔対が生成され、これらは電界によって分離される。n型半導体の場合、正孔は半導体-水溶液界面で水を酸化し、酸素 1/2 分子とプロトン 2 個を生成し、電子は外部回路を通り対極の白金表面でプロトンを還元し、水素を生成する。このため、半導体のバンドギャップの大きさ、電子親和力、バンドベンディング

グが水素発生効率に対する重要な要素となる。半導体は触媒反応をしなければならず、電気化学的に安定であることが要求される。大西等⁽⁵⁾は、 $n\text{-TiO}_2$ ($E_g=3.0\text{eV}$) の量子収量が非常に小さく、 10^{-4} オーダーであることを報告した。これに対して、J. G. Mavroides 等⁽⁶⁾は、 SrTiO_3 ($E_g=3.2\text{eV}$) を用いた場合、エネルギーギャップが TiO_2 より大きいにもかかわらず、量子収量が改善されたと報告している。この理由としては、 SrTiO_3 のほうがバンドベンディングが大きく、電子親和力が小さいためであるとしている。我々は、電極材料に $n\text{-TiO}_2$ を使用し、水溶液の pH を変化させることにより、水素発生効率を改善した。また、効率改善の目的として、対極に白金の代わりに $p\text{-Si}$ を用いて実験をおこない、2, 3 の知見を得たのでここに報告する。

II. 実験方法

II-1 試料の準備

アノード電極は、純度 99.99% $n\text{-TiO}_2$ 単結晶ウェハー (001) 面を使用した。表面は、片面をアルミナ 0.3μ を用いポリッシングして鏡面とし、裏面は、カーボランダム #2000 を用いてラッピングした。市販の TiO_2 単結晶は、比抵抗約 $10^{11}\Omega\text{-cm}$ と高いため、真空中 (約 $2 \times 10^{-4} \sim 5 \times 10^{-5}\text{Torr}$)、(A) 約 630°C 、(B) 約 660°C 、(C) 約 700°C で 3 時間熱処理し、比抵抗をそれぞれ (A) $36\Omega\text{-cm}$ 、(B) $13\Omega\text{-cm}$ 、(C) $2.5\Omega\text{-cm}$ にした。オーミックコンタクトは、裏面に In を蒸着し、銀ペーストを用いてリード線を接続することによって得た。試料表面以外は、エポキシ樹脂で注意深くシールドした。対向電極で使用した $p\text{-Si}$ は、(111) 面、比抵抗約 $10\Omega\text{-cm}$ であった。表面は、化学的にエッチングして鏡面仕上げし、裏面は、カーボランダム #2000 でラッピング後、 Ni 無電解メッキをおこない、銀ペースト

でリード線を接続し、 TiO_2 電極同様、エポキシ樹脂で表面以外をシールドした。

II-2 水溶液

本実験に用いた水溶液は、pH 4.7 (0.5 N KCl [緩衝液入])、pH 0.3 (1 N H_2SO_4)、pH 2.3 (1 N CH_3COOH)、pH 4.7 (1 N MgCl_2)、pH 4.7 (1 N KCl)、pH 5.1 (1 N NaCl)、pH 5.2 (1 N Na_2SO_4)、pH 9.0 (1 N CH_3COONa)、pH 13.8 (1 N NaOH) であった。水溶液の pH の測定には、日立一堀場 M-7 形 pH メータを使用した。水溶液中の溶存酸素は、その還元反応と考えられるセルの光電解の低下をまねくため、除去する必要がある、窒素ガスのバブリン

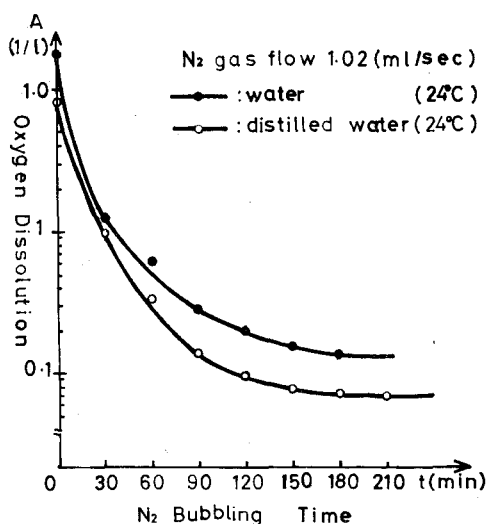


図-1 The oxygen dissolution vs. N_2 bubbling time

グをおこなった⁽⁷⁾。図—1に示すように、3時間以上バブリングすることにより、水溶液中の溶存酸素量は、最初の状態の100分の1以下に減少し、ほぼ定常状態になっている。したがって、全ての水溶液に対して、測定前に3時間以上、そして、測定中も窒素ガスバブリングをおこなった。なお、溶存酸素量の測定には、ウィンクラー法⁽⁸⁾を用いた。

II-3 電解槽

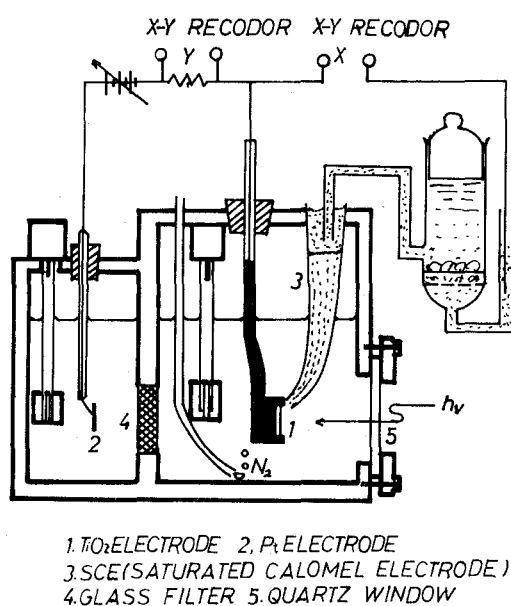
対向電極に白金電極を用いた場合のセルを図—2に示す。セル本体はアクリル製で、陽極側と陰極側が、ガラスフィルタによって仕切られたH型の構造である。光照射用の窓は、石英板ガラスを用いた。対向電極にp-Siを用いる際は、Si電極側にも光照射できるように両側に窓のついたセルを用いた。

II-4 光源

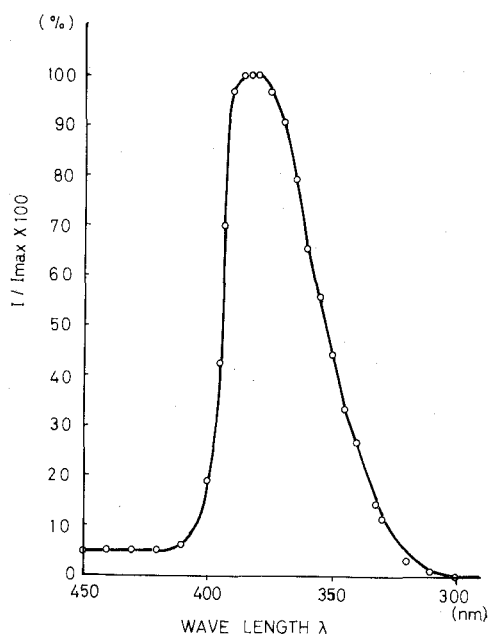
n-TiO₂は、図—3に示すスペクトル応答により明らかなように、415 nm (これは、TiO₂のバンドギャップに対応している) で応答を開始し、385 nm 付近でピークをもち減少する。このことから、近紫外領域の波長が必要であるため、光源として、400 W 東芝フォトリフレクタランプを使用した。また、p-Si 用光源には、750 W タングステンランプを使用した。

II-5 測定回路

電流—電圧特性は、図—2の実体図に示すように、X—Yレコーダに記録した。X軸には、n-TiO₂電極と飽和カロメル電極間の電圧を記録し、Y軸には、外部抵抗1 K Ω から電圧を電流値



図—2 The geometric arrangement of the electrochemical photocell



図—3 The spectral response of n-TiO₂-Pt

として記録した。電圧は減速器を用い約 $1\text{ V}/120\text{ sec}$ で変化させた。

III. 実験結果

図-4に、pH 4.7及び pH 13.8の溶液を用いた代表的な電流-電圧特性を示した。なお、電極は、 n-TiO_2 ($36\ \Omega\text{-cm}$) -Pt である。以後の説明のために、この特性曲線について幾つか定義しておく。

本実験は、光電解セルを目的とする立場上、バイアスを印加しない場合の電流が重要であるため、この場合の電流値(グラフでは電流密度 $[\text{mA}/\text{cm}^2]$ で示す)を、零バイアス電流 I_0 と定義し、この値が水素発生量に対応する。次に、光増感反応により、アノード電流が流れ始める電位を、立ち上がり電位 V_{eq} と定義する。この立ち上がり電位 V_{eq} は、フラットバンド電位に対応する平衡電位と考える。アノード電流は、 V_{eq} で急激に立ち上がり、ある電位で飽和し始める。この電流を、飽和電流と呼ぶことにする。これは、 n-TiO_2 電極の少数キャリアである正孔が反応に関与しているためである。高アノード電位では、正孔が反応にすべて使われてしまい、正孔の補給反応が律速になるため、飽和電流になると考えられる⁽¹⁾。なお、カソード方向では、 n-TiO_2 電極の多数キャリアである電子の関与した反応のため、過電流が流れると考えられる。

以上の定義にもとづき、次に実験結果について述べる。ただし、本実験において、光源の光強度及びスペクトル特性は測定していないため、以下の測定値は、相対値として報告する。

III-1 pHの変化に対する TiO_2 -Pt の電流-電圧特性

種々の溶質を用いて水溶液の pH を $0.3\sim 13.8$ の範囲にわたって変化させ、各々の pH に対する電流-電圧特性を、図-5に示す。このグラフは、比抵抗 $36\ \Omega\text{-cm}$ の n-TiO_2 電極のものである。立ち上がり電位 V_{eq} は、pH の増加にともなって、より卑な電位にシフトすることがわか

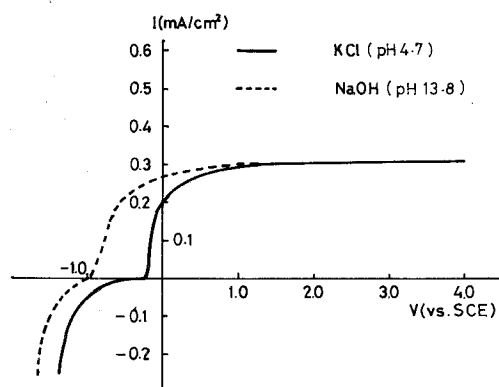


図-4 The I-V characteristics of n-TiO_2 ($36\ \Omega\text{-cm}$)-Pt in pH 4.7 and pH 13.8 solutions

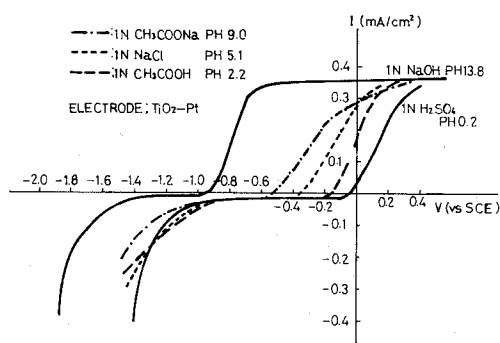


図-5 The difference of the I-V characteristics in the various pH solutions

る。また、飽和電流値及びそれに至るまでの立ち上がりの傾きは、ほぼ同様の形状を示す。

pHの変化に対する立ち上がり電位 V_{eq} の関係を、図-6に示す。立ち上がり電位 V_{eq} の絶対値は、pHの増加に従って、直線的に増大している。

図-7に、pHの変化に対する零バイアス電流 I_0 の関係を示す。零バイアス電流 I_0 もまた pHの増加にともない、上昇することを示している。

III-2 比抵抗の違いによる TiO_2 -Pt の電流-電圧特性

図-8及び図-9に、それぞれ比抵抗 $13\ \Omega\text{-cm}$ 及び $2.5\ \Omega\text{-cm}$ の n-TiO_2 電極を用いた電

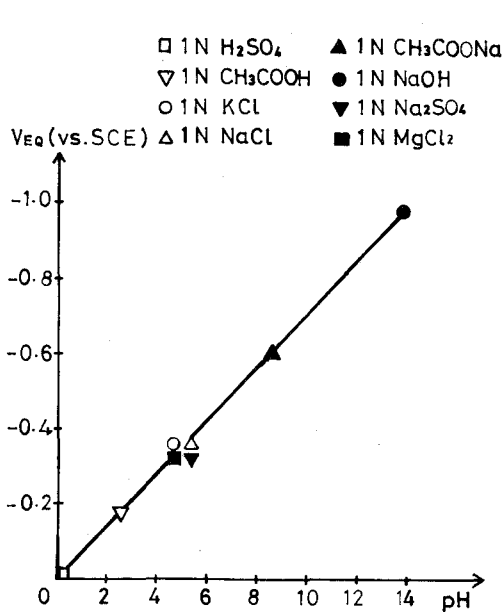


図-6 The relation of V_{eq} vs. pH in the various solutions

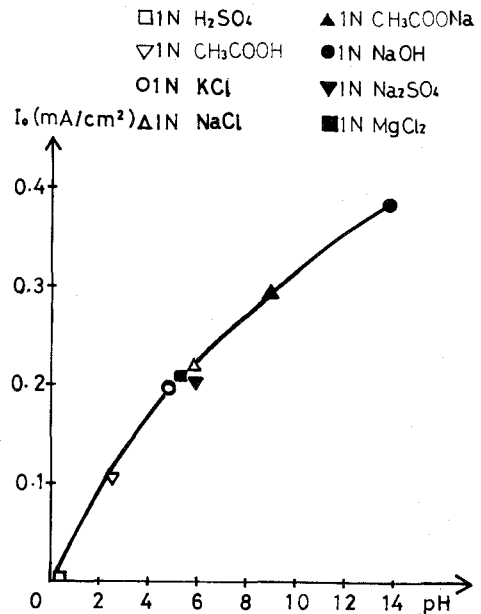


図-7 The relation of I_0 vs. pH in the various solutions

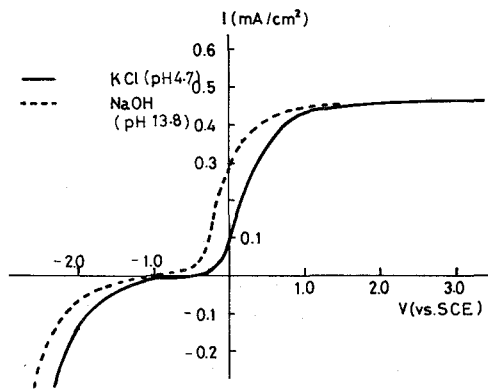


図-8 The I-V characteristics of n-TiO_2 ($13\ \Omega\text{-cm}$)-Pt in pH 4.7 and pH 13.8 solutions

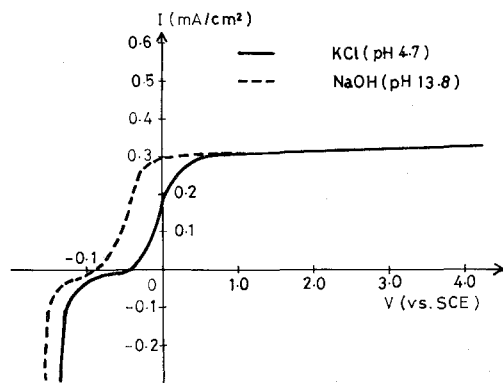
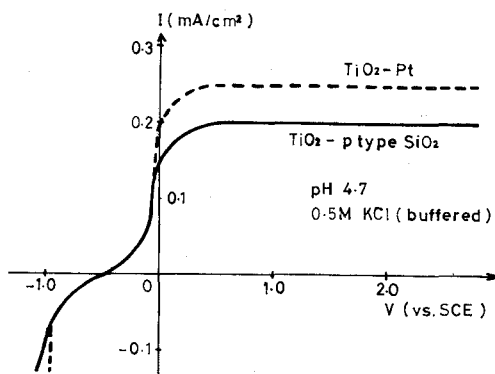


図-9 The I-V characteristics of n-TiO_2 ($2.5\ \Omega\text{-cm}$)-Pt in pH 4.7 and pH 13.8 solutions

流—電圧特性を示す。水溶液は、図—4 同様、pH 4.7 及び pH 13.8 を使用した。それぞれのグラフからわかるように、立ち上がり電位 V_{eq} は、比抵抗の違いによらず、pH 4.7 では -0.4 V (vs. SCE) 付近であり、pH 13.8 では -0.9 V (vs. SCE) 付近である。飽和電流値は、比抵抗 $36 \Omega\text{-cm}$ では約 0.30 mA/cm^2 、比抵抗 $13 \Omega\text{-cm}$ では約 0.45 mA/cm^2 、比抵抗 $2.5 \Omega\text{-cm}$ では約 0.30 mA/cm^2 であった。



図—10 The I-V characteristics of the n-TiO₂-Pt and n-TiO₂-p-Si

III-3 n-TiO₂-p-Si の電流—電圧特性 n-TiO₂

—Pt による電流—電圧特性と比較させた結果を、図—10 に示した。ここで、n-TiO₂は、比抵抗 $36 \Omega\text{-cm}$ のものである。溶液は、pH 4.7 を使用した。対向電極に p-Si (比抵抗約 $10 \Omega\text{-cm}$) を用い、n-TiO₂に光照射すると同時に、p-Si 電極にも光照射した場合のほうが、対向電極に Pt を用いた場合よりも飽和電流値は相対的に小さい値を示し、同時に、零バイアス電流 I_0 も減少している。

以上の結果にもとづき、水素発生の効率における水溶液の pH の効果、n-TiO₂電極の比抵抗の相違による影響、対向電極に Pt の代わりに p-Si 電極を使用した場合の効果についてその機構を考察してみる。

IV. 考察および結論

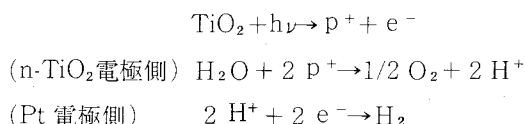
pH の増加による零バイアス電流 I_0 の増大は、立ち上がり電位 V_{eq} が卑の方向にシフトするためである。pH の増加によって、立ち上がり電位 V_{eq} がより卑にシフトするということは、J. L. Desplat⁽⁹⁾の実験結果でも認められているが、J. G. Mavroides 等の SrTiO₃ についての報告の理論⁽⁶⁾を用いると、フラットバンド電位の増加を意味することになる。バンドベンディング b_n は、 $b_n = E_F(\text{anode}) - (E_F)_{fb}$ で表わされる零バイアスでのアノードのフェルミ準位と、フラットバンド状態でのアノードのフェルミ準位の差、つまりフラットバンド電位で示される。したがって、pH の増加は、バンドベンディング b_n の増大をもたらし、結果として光励起された電子—正孔対の再結合確率を低め、分離をよくするため、零バイアス電流 I_0 を増大させると考えられる⁽¹⁰⁾。我々は、さらに、この理論を確かめるため、TiO₂電極側の pH を固定し、Pt 電極側の pH を変化させた場合と、Pt 電極側の pH を固定し、TiO₂電極側の pH を変化させた場合の電流—電圧特性の測定をおこなったが、立ち上がり電位 V_{eq} 及び零バイアス電流 I_0 は、全て TiO₂電極側の pH にのみ依存することがわかった。この結果、本田・藤嶋等が報告した pH 4.7 (0.5 N KCl [緩衝液入]) の時の量子収量は約 0.1% である⁽²⁾が、我々がおこなった実験のよう

に、強塩基の溶液を用いることにより、効率の改善がなされるのである。

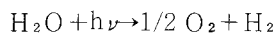
次に、n-TiO₂電極の比抵抗と立ち上がり電位 V_{eq} の関係から、 V_{eq} が溶液の pH に依存し、比抵抗によらないことがわかった。飽和電流値は、比抵抗によって変化し、我々がおこなった実験の範囲においては、比抵抗 13 Ω-cm のとき最も大きな値を示した。飽和電流と比抵抗の間に、相関性があることが考えられるが、現段階では、この比抵抗が最適値であるとは結論できない。

対向電極に p-Si を用いると、光照射により、キャリアの生成がおこなわれる⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ため、Pt を対向電極に用いる場合よりも、飽和電流値の増大が期待されたが、実験値は、その逆に、小さな値を示した。その原因の 1 つに、p-Si 表面のシリコン酸化物によるキャリアのブロッキング作用があって、キャリアが電流に寄与できないと考える。測定前に p-Si 電極の表面を HF で前処理して実験をおこなっているが、酸化膜は短時間で自然に形成される⁽¹³⁾ため、Si 表面の酸化膜の存在は十分に考えられる。しかし、酸化膜それ自体に、 $10^6 \sim 10^7$ V/cm オーダーの電界がかかっていることも考えられるので、キャリアのトンネリングが起こる可能性もある。この場合、キャリアは、容易に溶液中に放出され反応に寄与し、電流値は増大するであろうと考えられるので、酸化膜のキャリアのブロッキング作用だけでは、結論づけられない。また、酸化膜—シリコンバルク界面に表面準位が存在するため光励起したキャリアがトラップされ、反応に寄与できないことから、電流値が減少していることも考えられる⁽¹⁴⁾。このように、酸化物—半導体界面は複雑なため、現在の段階では明確な解釈がなされていない。

我々は、TiO₂電極と Pt 電極からなるセルに光照射すると、両電極表面に気泡が発生していることを認めた。Pt 電極側で発生した気泡を収集し、発火試験をおこなうと、水素ガス特有の発火現象が観察され、水素ガスであることを確認した。発生ガスについては、本田・藤嶋等⁽²⁾、大西等⁽⁵⁾、Mavroides 等の実験において、ガスクロマトグラフの分析によっても確かめられている。発生ガスの反応機構を式で表わすと、



全体として



のようになる。

本実験で得られた零バイアス電流 I_0 が、化学反応にのみ寄与すると、水素発生量はファラデーの法則より次式となる。

$$11.2 \times I_0 \times t / 9.65 \times 10^4 \qquad \begin{array}{l} I_0: \text{零バイアス電流} \\ t: \text{時間} \end{array}$$

この式から, pH 13.8 溶液を用い, 比抵抗 $13 \Omega\text{-cm}$ の電極を使用した場合, 1 時間当りの水素発生量は約 $1.25 \text{ l/h} \cdot \text{m}^2$ であり, また, pH 4.7 溶液の場合は約 $0.42 \text{ l/h} \cdot \text{m}^2$ である。つまり, pH 13.8 の場合は, pH 4.7 の場合より 3 倍水素発生量が増大することがわかる。

最後に, セルの評価の 1 つとしてエネルギー変換効率が上げられるが, 本実験では, 正確な入射光のエネルギーが測定できなかった。今後, サーモパイルなどを使って, 定量的な測定をおこなう必要がある。太陽光の有効利用の面で, セルの効率を高めるためには, エネルギーギャップ E_g が 1 eV 付近の材料が必要である。さらに, 効率の向上のため, 電子親和力が小さく, バンドベンディングが大きい半導体材料が研究開発されなければならない。

(昭和 52 年 5 月 21 日受理)

文 献

- 1) 藤嶋 昭・本田健一・菊地真一: 工業化学雑誌, **72**, 108, (1969)
- 2) A. Fujishima, K. Honda: Nature, **238**, 37, (1972)
- 3) 本田健一・藤嶋 昭: 電極反応の基礎, 第 3 章, P. 58 (共立出版 1973)
- 4) A. J. Nozik: Nature, **257**, 385 (1975)
- 5) T. Ohnishi, Y. Nakato, H. Tsubomura: Ber. Bunsen. Phys. Chem., **79**, 523 (1975)
- 6) J. G. Mavroides, J. A. Kafalas, D. F. Kolesar: Appl. phys. Lett., **28**, 241 (1976)
- 7) 下平三郎: 金属物性基礎講座第 10 巻, 界面物性第 3 章, (丸善 1976)
- 8) 那須義和・那須淑子: 解説水の分析, (化学同人 1966)
- 9) J. L. Desplat: J. Appl. Phys., **47**, 5102, (1976)
- 10) 栗田典明・南条淳二・野村 滋・原 進一: 応物理学北支講, 12 回, 25, (1977)
- 11) Rodica M. Candea, Marc Kastner, R. Goodman, N. Hickok: J. Appl. Phys., **47**, 2724, (1976)
- 12) 真弓周一・岩倉千秋・米山 宏・田村英雄: DENKI KAGAKU, **44**, 339, (1976)
- 13) 佐々木陽三: 半導体研究 3, 第 4 章, (産報 1967)
- 14) S. M. Sze: 半導体デバイスの物理(2), 第 9 章, (コロナ社 1975)

固体流束曲線を用いた連続シックナーの解析

小 幡 英 二・渡 辺 治 夫

Analysis of Continuous Thickener Using Solid Flux-Concentration Curve

Eiji Obata and Haruo Watanabe

Abstract

In this paper a continuous thickener operation at steady state was treated. Batch settling curves were classified into three types by initial concentration. At each concentration range, operating conditions, concentration distributions and area of thickener were observed experimentally and compared with the predicted values from solid flux-concentration curve.

The design of thickener area must be distinguished in feed slurry concentration whether it belongs to free settling of type I or hindered settling of types II and III. When feed concentration decreases below a certain limit, the suspended particles will be lost in the overflow without the change of feed solid flux. At steady state operation, underflow concentration was found to be independent of the depth of thickener.

緒 言

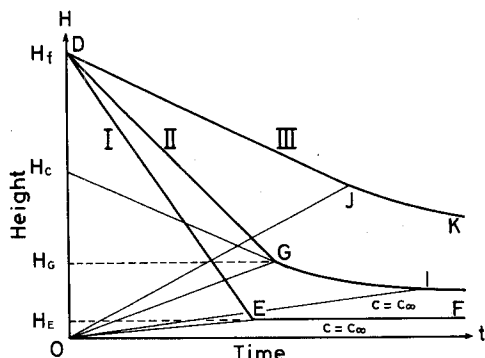
スラリーから固体を分離濃縮する連続シックナーの設計には所要面積と所要槽高の決定が含まれる。所要面積は回分沈降曲線¹⁾、もしくは固体流束（固体濃度と沈降速度の積）曲線を用いて決定される^{2,3,4)}。槽高決定法の確定した理論は確立されていないようである。連続シックナーの操作については固体流束曲線を用いる研究^{4,5)}がいくつか報告されているが、いずれも供給濃度の影響については言及していない。

本報では、供給濃度を3種のタイプに分類し、回分沈降曲線と固体流束曲線の関係を明らかにするとともに、連続シックナーの操作条件、所要面積、および定常操作において予測されるシックナー槽内濃度分布について実験結果と比較する。

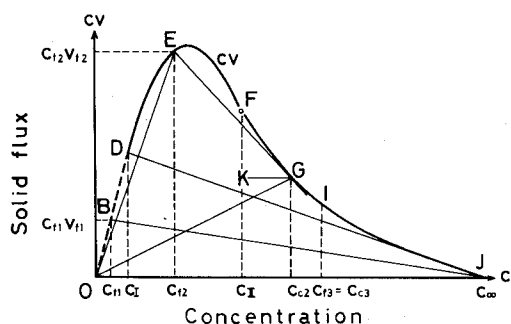
1. 回分沈降曲線と固体流束曲線

容器中のスラリーを攪拌静置すると粒子は沈降し容器底に堆積して濃縮スラッジを形成する。ある濃度以上では沈降の途中で粒子けん濁層と清澄層の間に明瞭な界面が認められ、この沈降界面高さと時間をプロットしたものを回分沈降曲線と呼ぶ。回分沈降曲線は初濃度により3種のタイプにわけられる¹⁾。

図—1で定速沈降DEの終了とともに最終スラッジが形成されることを示すDEFをI類沈



図一 3種類の回分沈降曲線



図二 固体流束曲線

降と呼ぶ。この領域のスラリーは希薄でスラリー中の各粒子は自由沈降し、均一粒子群（単分散）では定速沈降界面が認められるが、分布のある粒子群（多分散）では明瞭な沈降界面が認められない。定速沈降 DG の終了後、点 G で不連続に減速沈降に移行する DGI を II 類沈降と呼ぶ。一般工業スラリーの多くはこの領域に属し、界面沈降速度が濃度のみの関数となることから、干渉沈降とも呼ばれる。スラッジ濃縮等の濃厚スラリーの沈降曲線は定速沈降 DJ の終了のち連続的に減速沈降へ移行する DJK のようになり、これを III 類沈降、あるいは圧密沈降と呼ぶ。

回分沈降における濃度 c [kg/m³] と定速沈降速度 v [m/sec] の関係を求め、 cv を c にたいしプロットすると図一 2 の固体流束 (cv) 曲線を得る。図一 2 で最終スラッジ濃度 c_{∞} より固体流束曲線への接線と固体流束曲線との交点を D、固体流束曲線の変曲点を F とし、D、F に対応する濃度をそれぞれ c_I 、 c_{II} とすると、回分沈降試験の初濃度 c_f が $0 < c_f \leq c_I$ のときを I 類沈降、 $c_I < c_f \leq c_{II}$ のときを II 類沈降、 $c_{II} < c_f \leq c_{\infty}$ のときを III 類沈降と分類することができる。

連続シックナーの設計と操作は、供給固体量のほかに供給スラリーの沈降類別により違ったものとなる。

2. 固体流束曲線と連続シックナー操作

図一 3 の連続シックナーにおいて、沈降層濃度 c のスラリーの静水中における粒子沈降速度を v とすれば、全下降固体流束は c 層の沈降による下降固体流束 cv と排泥による下降固体流束 $c_u Q_u/A$ との和となり、これが排泥固体流束 $c_u Q_u/A$ に等しくなければならないから、固体流束収支として(1)式が成立する。

$$c(v + Q_u/A) = c_u Q_u/A \quad (1)$$

連続シックナーの定常操作状態では、沈降層は任意の高さにおいて(1)式を満足する均一濃度を示す。

同様に、溢流層においては沈降による下降固体流束 cv と溢流による上昇固体流束 $c_o Q_o/A$ の差が溢流固体流束 $c_o Q_o/A$ に等しいから、固体流束収支として(2)式が成立する。

3. I 類沈降濃度域 (低濃度域)

この濃度域は図-2 で初濃度 c_f が $0 < c_f \leq c_1$ ときわめて希薄のときであり、回分沈降曲線は図-1 の DEF で示される。図-2 の固体流束曲線で、初濃度 c_{f1} の単分散試料の回分沈降を考えると、その自由沈降速度は OB の傾きに等しく、容器底に形成されるスラッジ層濃度は c_∞ であり、その上昇速度は BJ の傾きで表わされる。図-1 の回分沈降曲線と図-2 の固体流束曲線の対応はつぎようになる。

$$\angle DEH_E \equiv \angle BOJ, \angle EOt \equiv \angle BJO$$

図-5 で供給濃度 c_f が $c_f < c_1$ のとき、連続シックナーの排泥濃度は排泥速度により任意に設定できる。槽面積 A [m²] の連続シックナーで供給濃度 c_f 、供給量 Q_f 、排泥量 Q_u 、すなわち供給固体流束が $c_f Q_f / A$ で、排泥速度 Q_u / A が操作線 GI の傾きとなる場合を考えてみる。図-5 で供給濃度 c_f の供給面における下降固体流束は供給スラリーの回分沈降速度を v_f として (1) 式より

$$c_f (v_f + Q_u / A) = c_u Q_u / A = OJ < c_f Q_f / A = OG \quad (4)$$

となり、 $(c_f Q_f - c_u Q_u) / A = JG$ の固体流束が溢流口から逸出する。操作線 GI を満足する沈降層濃度は、直線 GI と固体流束曲線の交点 E に対応する濃度 c_1 であるが、 $c_f Q_f / A < c_1 Q_f / A$ の条件により c_1 の沈降層濃度は存在できず直線 JK を満足する沈降層濃度 c_f となることが知られる。

溢流濃度 c_o は物質収支より、 $c_o = (c_f Q_f - c_u Q_u) / Q_o$ であり、溢流層濃度 c_2 は (2) 式を満足することから、 $c(Q_o / A - v) = (c_f Q_f - c_u Q_u) / A = c_o Q_o / A$ より $c = c_2 = c_f$ であることが知られる。したがって、直線 GI で示される連続シックナーの定常操作における操作線は直線 JK となり、排泥濃度は c_u 、沈降層濃度は c_f 、溢流層濃度は c_f 、溢流濃度は c_o となる。全供給固体流束を処理して清澄溢流を得るには排泥速度を直線 GL の傾きとしなければならない。

処理スラリー (供給) 濃度が I 類沈降濃度域の場合には、けん濁粒子の単分散、あるいは多分散にかかわらず粒子は自由沈降するから、固体粒子の完全捕集の条件より最小粒子の自由沈降速度を v_{min} として、シックナー所要面積 A は次式より求められる。

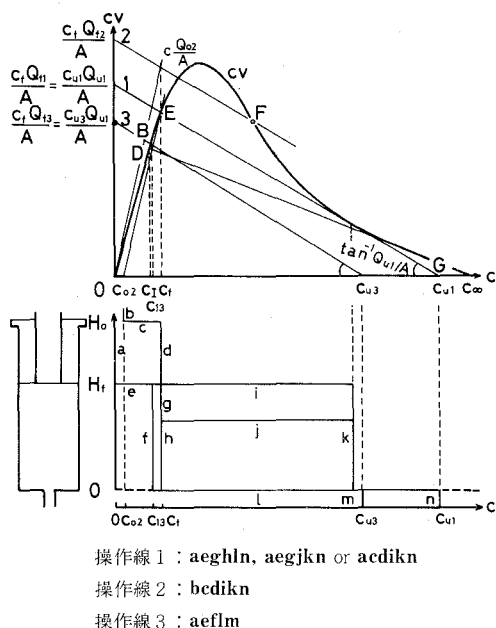


図-6 連続シックナー操作の作図法と理論槽内濃度分布 (II 類沈降)

$$Q_o/A = (Q_f - Q_u)/A = v_{min} \quad (5)$$

(5)式は粒子間の凝集、干渉を考慮していないので、供給濃度が大きいⅡ類、あるいはⅢ類沈降域では適用できないことになる。

4. Ⅱ類沈降濃度域（中濃度域）

この濃度域は初濃度が図—2の c_1 と c_{II} の間にあるときで、回分沈降曲線は図—1のDGIで示される。一般に定速沈降終了点Gを臨界点と呼び、この時の清澄界面直下の濃度 c_c を臨界濃度と呼ぶ。

初濃度を図—2のEに対応する c_{f2} とすると、定速沈降速度はOEの傾きであり、臨界濃度はEより固体流束曲線へ引いた接線の接点Gの濃度 c_{c2} となり、その沈降速度はOGの傾きとなる。回分沈降試験における臨界濃度の上昇速度、すなわち図—1のOGの傾きは図—2でEGの傾きの符号をかえたものとなる。図—1の回分沈降曲線と図—2の固体流束曲線の対応はつぎのようになる。

$$\angle DGH_6 \equiv \angle EOJ, \angle GOt \equiv \angle EGK, \angle H_6GH_6 \equiv \angle GOJ$$

Ⅱ類回分沈降における臨界濃度は初濃度の増大とともに減少する傾向にあり、初濃度が固体流束曲線の変曲点の濃度 c_{II} に達すると、初濃度と臨界濃度は一致する。

供給濃度 c_f が図—2の $c_1 < c_f \leq c_{II}$ のとき、連続シックナーで清澄な溢流を得る条件から供給固体流束がきまれば最大排泥濃度は決定され、最大排泥濃度以下の任意の排泥濃度が排泥速度によりきまることが認められる。操作線が固体流束曲線に接する操作（図—6の直線1および図—7の直線3）を臨界負荷操作といい、排泥速度一定のもとで供給固体流束を増加させるか、あるいは供給固体流束を変えずに排泥速度を減少させると溢流は濁り出す。

図—6で供給濃度 c_f のスラリーを溢流清澄の条件で処理する最適操作、すなわち処理固体量が大きく、排泥濃度が大きい操作は点Eをとおり固体流束曲線に接する直線1で求められる。このとき $\tan \angle EGO = Q_{u1}/A$ であり、排泥濃度は c_{u1} である。供給濃度、排泥速度一定のもとで供給量を Q_{f1} から Q_{f2} に増加させると、排泥濃度は変わらず溢流中に単位時間にあたり $c_f(Q_{f2} - Q_{f1})$ の固体粒子が逸出する。この場合の溢流濃度 c_{o2} は次式より求められる。

$$c_{o2}(Q_{f2} - Q_{u1}) = c_{o2}Q_{o2} = c_f(Q_{f2} - Q_{f1}) \quad (6)$$

このように、溢流中に固体粒子が逸出する操作を過負荷操作と呼ぶ（図—6直線2）。

供給速度、排泥速度が一定のもとで、供給量を Q_{f3} に減少させると操作線は直線3となり、排泥濃度は c_{u1} から c_{u3} に減少し、沈降層濃度は直線3と固体流束曲線の交点Bに対応する濃度 c_{13} となる。このように操作線が固体流束曲線の下方に位置し、かつ沈降層濃度が供給濃度より小さくなる操作を未負荷操作と呼ぶ。

各操作線のシックナー槽内濃度分布を図—6に示す。ただし沈降層濃度と臨界濃度の濃度不

連続面)は任意の高さに停止することができる。

Ⅱ類沈降濃度域のスラリーにたいするシックナー所要面積は(1)式の左辺, すなわちシックナー供給面下の沈降層における下降固体流束を最小にする濃度を求め, それに対応する面積となる。

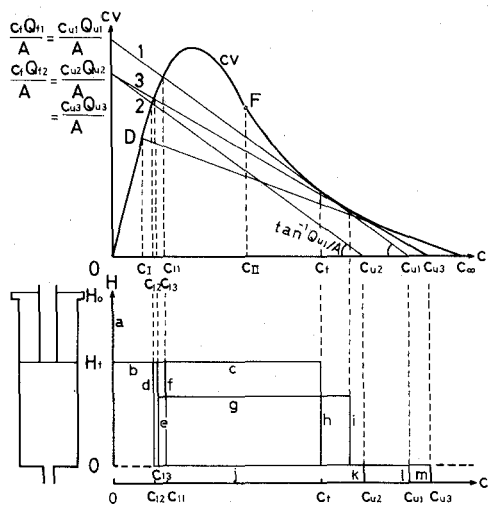
$$[cv + c(Q_u/A)]_{\min} = c_f Q_f / A = c_u Q_u / A \quad (7)$$

上式の左辺が最小値となるのは $d(cv)/dc = -Q_u/A$ のときであり, (7)式を満足する濃度は図—4より c_1 および c_c である。図—4において c_u から固体流束曲線に引いた接線 MN の傾きが $\tan^{-1}(Q_u/A)$ となるから, Q_u が与えられれば溢流清澄の条件をみたす所要面積 A が求められる。あるいは MN と縦軸との交点 L は $c_f Q_f / A$ であるから, c_f, Q_f が与えれば A が求められる。これが吉岡の方法であり, (7)式より求めるのが Coe and Clevenger の方法²⁾であり, 基本的には両者の所要面積が同一であることが認められる。ただしこのとき $c_f \geq c_1$ でなければならない。

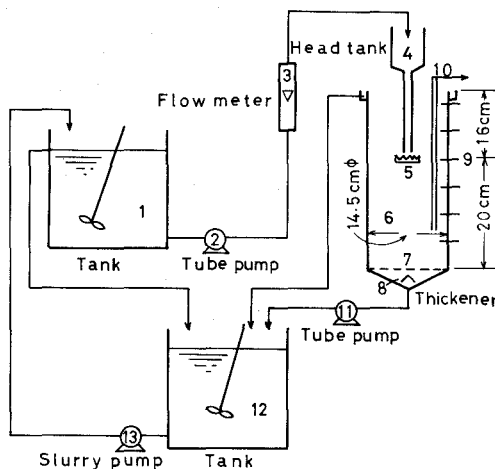
5. Ⅲ類沈降濃度域 (高濃度域)

この濃度域は図—2で初濃度 c_{f3} が c_{II} と c_{∞} の間に存在する場合である。図—1の DJK に示したように, この濃度域の回分沈降曲線は定速沈降から連続的に減速沈降に移行し, 初濃度と臨界濃度は等しいものとなる。このことはシックナー供給濃度がⅡ類沈降濃度域に存在するか, Ⅲ類沈降濃度域に存在するかにより槽内濃度分布が著しく異なることを意味する。初濃度 c_f が

$c_{II} < c_f \leq c_{\infty}$ の場合のシックナー操作は工業的に利用されることは少ないが, 固体流束曲線の性質を理解するのに重要である。



図—7 連続シックナー操作の作図法と理論槽内濃度分布 (Ⅲ類沈降)



図—8 実験装置概略図

図一7において、初濃度を c_f 、供給量を Q_f 、排泥量を Q_u とすると操作線は直線1となり、固体流束曲線と接することから臨界負荷操作であることが知られる。Ⅲ類沈降濃度域においては沈降層濃度は必ず供給濃度より小さく、供給濃度による制約はない。溢流清澄の条件で操作線1の(1)式を満足する沈降層濃度は c_{11} 、および c_f であり、排泥濃度は c_{u1} となる。操作線1より供給量を Q_f に減少すると操作線は直線2となり、沈降層濃度は c_{12} 、排泥濃度は c_{u2} となる。

ここでふたたび操作線3のように排泥量を Q_u に減少させると新たな臨界負荷操作となる。

各操作線におけるシックナー槽内濃度分布を図一7に示す。ただし濃度不連続面 g は沈降層の任意の高さである。

6. 実験装置および実験方法

図一8に装置の概要を示す。容量 50 ℓ のスラリー攪拌タンク 1, 12 で調製された沈降性炭酸カルシウム（商標ホワイトン P-40）スラリーは定量ポンプ 2 でフローメータ 3 から脈動防止のヘッドタンク 4 をへて供給スラリーを満たしたシックナー 6 へ供給される。供給面での全面均一分散のため、供給筒出口に三角形の切込みのついた底つき円筒 5 を設けた。シックナーはアクリル樹脂製（内径 14.5 cm、高さ 36.0 cm）で、排泥による下降流れを均一するため底部に直径 5 mm の孔 288 個を設けた多孔板（開孔率 0.34）7、排泥口部に短絡防止用分散板 8 を設けた。シックナーに 5 cm 間隔で設けたサンプリング孔 9 およびサンプリング管 10 より直接スラリーを取り出し乾燥法により槽内濃度を測定した。排泥量は定量ポンプ 11 で調整され、溢流とともに攪拌タンク 12 をへてスラリーポンプ 13 で供給タンク 1 に返送される。なお堆積スラッジの流動性が良好なため、レーキは使用していない。

7. 実験結果および考察

実験に使用した炭酸カルシウムスラリーの最終スラッジ濃度 c_∞ は 48 時間放置後で 0.88 g/cm^3 である。解析に用いた固体流束曲線は高さ 30 cm のメスシリンダーで初濃度を変えた回分沈降試験より求めた。Ⅰ類沈降域の限界濃度 c_I は最終スラッジ濃度 c_∞ から固体流束曲線への接線を求め、接線と固体流束曲線の交点より 0.022 g/cm^3 、Ⅱ類沈降域の限界濃度 c_{II} は固体流束曲線の変曲点より 0.107 g/cm^3 を得た。

表一1に供給濃度が小さいために槽内濃度に制約を受ける操作、および臨界負荷、未負荷、過負荷の各操作について、それぞれ供給面高さを変えた実験例を示す。表中の数値は定常操作時の平均値である。

表-1 操作条件と槽内濃度

Run	H_f [cm]	c_f [g/l]	Q_f [$\frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$]	Q_u [$\frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$]	$c_{u\text{ es}}$ [g/l]	$c_{u\text{ ob}}$ [g/l]	$c_{c\text{ es}}$ [g/l]	$c_{c\text{ ob}}$ [g/l]	$c_{1\text{ es}}$ [g/l]	$c_{2\text{ es}}$ [g/l]	$C_{H=5}$ [g/l]	$C_{H=15}$ [g/l]	$C_{H=25}$ [g/l]	$C_{H=35}$ [g/l]	$C_{o\text{ es}}$ [g/l]	$C_{o\text{ ob}}$ [g/l]
1*	34	34	390	39	330	272	—	34	34	27	25	25	25	25	1	3
2*	20	17	470	22	330	344	—	17	17	15	17	16	15	15	2	2
3*	20	62	340	100	210	185	—	62	62	67	65	60	57	1	1	17
4*	5	28	410	30	358	334	—	28	28	30	30	30	28	2	2	2
5**	30	109	175	84	227	218	110	—	0	108	108	108	0	0	0	0
6**	20	110	149	62	264	265	125	—	0	125	120	0	0	0	0	0
7**	20	63	228	44	325	283	138	—	0	153	142	30	0	0	0	0
8**	10	106	162	68	253	250	120	—	0	125	0	0	0	0	0	0
9**	5	119	135	58	277	270	123	—	0	123	0	0	0	0	0	0
10†	30	127	106	45	299	268	—	33	0	37	33	33	0	0	0	0
11†	20	116	144	75	223	223	—	43	0	40	35	0	0	0	0	0
12†	20	58	208	50	243	243	—	28	0	28	28	0	0	0	0	0
13†	20	45	220	45	220	225	—	23	0	25	23	0	0	0	0	0
14†	20	48	280	40	338	285	—	33	0	150	45	0	0	0	0	0
15†	20	56	270	66	230	230	—	35	0	76	60	10	0	0	0	0
16†	10	117	160	83	226	227	—	60	0	80	0	0	0	0	0	0
17†	5	65	234	91	167	163	—	33	0	32	0	0	0	0	0	0
18††	30	114	200	42	332	310	135	—	117	140	135	135	120	56	65	65
19††	20	107	173	46	310	285	132	—	110	140	140	113	113	33	37	37
20††	20	63	295	64	268	205	125	—	68	85	75	63	57	6	6	6
21††	20	66	315	80	240	232	118	—	68	85	77	67	65	7	7	7
22††	10	118	147	27	430	360	157	—	122	170	124	120	120	48	60	60
23††	5	55	286	30	410	342	150	—	65	150	70	72	72	13	27	27

es: estimated, ob: observed, *: $c_f < c_1$, **: 臨界負荷操作, †: 未負荷操作, ††: 過負荷操作, H: 槽高[cm]

実験開始時にシックナー供給面下を供給スラリーで満たし定常操作にいたる時間の短縮をはかっているが、定常操作には供給面高さ、負荷条件により3ないし6時間を要した。実験に使用したシックナー槽面積は 165 cm^2 で一定であり、供給固体流束の増減は供給濃度、供給量で行った。

図-9のIMの操作線は供給濃度の制約を受け溢流中に粒子が逸出する場合である。操作条件は表-1の **Run2** に示した。供給固体流束 $0.0488\text{ g/cm}^2 \cdot \text{min}$ を縦軸に、排泥速度 0.133 cm/min を傾きにとると固体流束曲線との交点Bの濃度 $c_{11}=0.020\text{ g/cm}^3$ は供給濃度 0.017

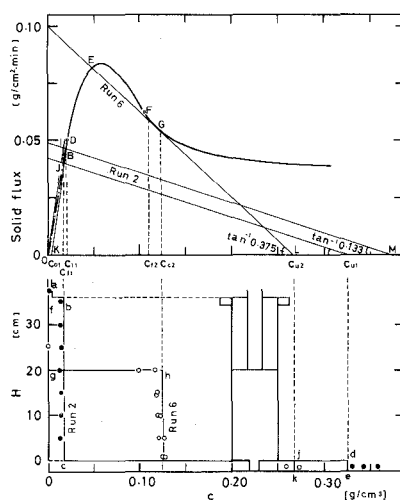


図-9 連続シックナー操作条件の決定法と実測槽内濃度分布 (Run2,6)

g/cm^3 より大きく(4)式の関係が成立し、IJに相当する固体流束が逸出する。

溢流濃度 c_{o1} は溢流速度が OI の傾きとなることから、点 J を通って OI に平行な直線と横軸の交点 K の濃度として求められる。排泥濃度は c_{u1} で示され、シックナー槽内濃度分布は図—9 の abcde が予測される。点が実測値である。このような操作は供給濃度が I 類沈降域に属することが多く、排泥濃度を自由に選択できる反面操作上に制約があることに留意しなければならない。

図—9 の EL の操作線は臨界負荷操作 **Run6** の例である。この供給濃度 c_{f2} は III 類沈降域に属するが、操作としては供給濃度が E から G の濃度範囲にあれば同様に解析できる。この操作

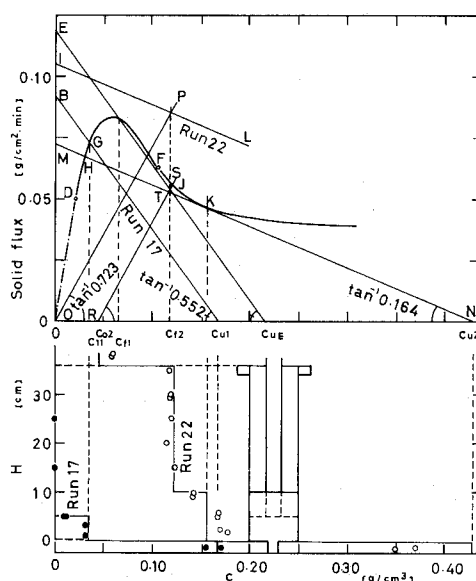
の定常状態における槽内濃度分布は沈降層濃度が接点 G の臨界濃度 c_{c2} で溢流層が清澄の場合である。図—9 の fghijk が予測される濃度分布であり、点が実測値である。

図—10 は供給面高さ 5 cm と 10 cm の未負荷操作と過負荷操作の例である。それぞれの供給濃度は c_{f1} (II 類沈降域) と c_{f2} (III 類沈降域) で、ともに沈降層濃度である操作線と固体流束曲線の交点 G, H の濃度より大きく供給濃度の制約はない。

Run17 の操作は未負荷操作であり、供給固体流束を点 B の $0.092 \text{ g}/\text{cm}^2 \cdot \text{min}$ から点 E の $0.118 \text{ g}/\text{cm}^2 \cdot \text{min}$ まで増加しても溢流清澄な操作となる。Run17 の槽内濃度分布は沈降層濃度が c_{11} 、排泥濃度が c_{u1} で示される。供給固体流束を点 E に増加したときは沈降層濃度が c_{f1} 、排泥濃度が c_{uE} となる。

Run22 の操作線は直線 IL で示され、固体流束曲線の上方に位置することから過負荷操作となる。過剰固体流束は直線 IL と直線 MN の差で表わされる。溢流濃度 c_{o2} は溢流固体流束 OP と平行で点 T を通る RS と横軸の交点の濃度、溢流層濃度は RS と固体流束曲線の交点 J の濃度、沈降層濃度は接点 K の濃度、排泥濃度は点 N の濃度 c_{u2} となる。図—10 にそれぞれの槽内濃度分布の予測値を実線、実測値を点で示す。

供給面高さを変えた実験より、シックナー槽高は濃縮には直接関与せず、操作時における供給固体流束の変動、あるいは排泥装置の停止による固体粒子の槽外への逸出に要する時間に深く関係するものと考えられる。これは非定常操作のシックナー解析に属する問題で今後の検討が必要であろう。



図—10 連続シックナー操作条件の決定法と
実測槽内濃度分布 (Run17,22)

結 言

連続シックナーは処理固体量が同じでも供給濃度により操作条件が異なり、設計上留意すべきことが認められた。ここでは供給濃度を回分沈降曲線の形により3つの領域に分類した。

固体流束曲線を用いる連続シックナーの解析は操作条件や所要面積の決定の有力な手法であり、供給濃度が小さいために操作条件に制約を受ける場合にも適用できること、および定常操作においてはシックナー槽高を必要としないことが認められた。

〔謝辞〕 本研究の実験に協力された西村政俊、工藤倫昭、真鍋耕一各氏に感謝する。

(昭和52年5月19日受理)

使 用 記 号

A =槽面積 [m^2], c =固体濃度 [kg/m^3], H =槽高 [m], t =時間 [sec], v =粒子群沈降速度 [m/sec], Q =体積流量 [m^3/sec]

〔添字〕 c = 臨界, f = 供給, o = 溢流, u = 排泥, 1 = 沈降層, 2 = 溢流層

文 献

- 1) Kynch, J. G. : Trans. Faraday Soc., **48**, 166 (1952)
- 2) Coe, H. S. and G. H. Clevenger : Trans. Am. Inst. Min. Engrs., **55**, 356 (1916)
- 3) 小幡英二, 渡辺治夫 : 化学工学, **39**, 443 (1975)
- 4) 渡辺治夫, 小幡英二 : 粉体工学研究会誌, **12**, 447, 519 (1975)
- 5) Jernqvist, Å. S. H. : Svensk Papperstidning, **68**, 506, 545, 578 (1965), **69**, 395 (1966)

橋梁の歴史的変遷とその発達動向について (3)

—東洋における古代、中世、現代の橋梁—

中 村 作 太 郎

On the Historical Changes of Bridges and the Tendency of Their Progress (3)
The Bridges of Ancient Times, Middle Ages and Modern Times in the Orient

Sakutaro Nakamura

Abstract

The present writer made the thorough investigations on the bridges of Ancient Times, Middle Ages and Modern Times in the Orient, and he discussed and stated in full on their historical materials.

I. 概 論

石造アーチの発祥地を地中海の東海岸である小アジア地方あるいはエジプトであるとするのは、歴史家の一致した意見であり、その遺跡によって確められているが、これとは別個にインドおよび中国においても石造アーチが古代において築造されたことが明瞭である。紀元前 2900 年の昔、中国には橋梁およびその他の公共事業が施行されていた事実よりみて、アーチが石積みにより作られていたものと考えられる。

我国の石造アーチは中国よりその技術が移入されたものらしく、欧州方面すなわちローマに発達したアーチとはその形式が異なっている。ローマのアーチは円形であるのに反し、中国に発達したアーチは尖形アーチであり、我国のアーチにもその流れがみられる。

総合的に判断すれば、日本における古代の石造アーチは、オランダ人の用いたアーチ工法と中国に発達した石造アーチの智識とが混交して伝わって来たと考えるのが正しいと思う。

また、東洋における吊橋の起源をみれば、西欧の場合と同じく、藤のような強力な蔓状植物や割った竹などを縫り合わせて太い綱のようなものを作り、これを何条か谷間の一岸から対岸に張り渡し、板を縛りつけて床としたことが窺える。

中国には紀元後約 65 年に 330 呎支間の吊橋が架設されたと報告されているし、インド方面においても古代吊橋が同様の方法で架けられたことが報告されている。

我国における古代の橋梁は、木材の産地であるため、殆んど木造であり、最初の橋は仁徳 14

年(326)難波の猪甘津^{イカヒノツ}に架けられた。橋の構造は、殆んど丸木橋または桁橋よりなり、支間もあまり長くはなかった。また、溪谷深い所には木材を組み合せた肱木橋が架設され、甲州の猿橋はそのよき実例であり、嘉禄2年(1226)にはすでに造られていたと記録されている。溪谷の幅広い所には、藤橋籠の渡などの吊橋も架けられ、飛弾国舟津の藤橋は長さ24間にて、元禄5年(1692)に造られた。

アーチ橋には、木造として著名な岩国の錦帯橋があり、延宝元年(1673)の創設であって、その構造はきわめて周密奇巧に富んでいる。また、石造アーチ橋は九州の長崎市付近に早くから架けられ、一瀬橋が正応2年(1449)に竣工したのを始め、その後九州各地に続々と架設された。これらは主として中国伝来のものといわれている。

また、舟橋は大河に架けられたが、福井の九頭竜川舟橋は著名で、川幅150間に船48隻を用い、天正6年(1578)に造られたほか、富山の神通川その他にもかなり長大なものが架けられた。

舟橋はかなり以前に中国にも架設されているし、半円の石造アーチ橋も中国の記録に残っているところをみると、我国の古代の橋梁は多分に中国の発達の影響を受けているといえる。

中国では、そのほか突桁橋が古代にも架けられた記録があり、紀元後1650年にチベットに112呎の支間のものが造られたといわれている。この橋は全くの木造で、金属は用いてないと報告されており、基礎には木杭を打っているのが特徴である。その昔、ヒンズー族が突桁橋を考案したのだという記録が残っている。

このように、原始時代、古代においては、東洋独自の橋梁形式や架設方法が発達したと考えられるが、段々と時代が経つにつれて西欧や米国の技術も移入され、中世以後においては、欧米と東洋の橋梁形式や架設方法に左程の差別が認められなくなったことは当然であり、日本の橋梁の現況をみれば明かなところである。また、中国の橋梁技術には、最近ソ連の技術が移入されて来ていることも見逃すことの出来ない事実であり、注目に価するものと思う。

II. 中国の橋梁^{1)~8)}

中国は古くより土木事業の興った国であるだけに、その橋梁には数千年以前より相当のみるべきものがあり、西アジア地方の先進文化は西域を経て中国奥地に入り、木造突桁橋や竹製吊橋などは貴州四川などの山岳地方に発達し、また石造アーチ橋は到る所に架設されたのであった。

多くの道路は車輛の通行に適せず、通行するものは歩行者、轎車^{カゴ}、動物などが主なる関係上、支間の大きな場所や兩岸の低い土地では、橋の路面を太鼓橋のように反らしているものが少なくない。舟行の盛んな揚子江下流地方ではその傾斜が特に著しく、これに反して北中国地方の橋梁は地形の関係から路面の平坦なるもの多く、北平付近には高欄に色々な彫刻を付した技巧的

橋梁がみられ、清朝全盛期の繁栄を物語っている。

概説においても述べたように、紀元前 2900 年の昔から中国には橋梁が架設されており、それは石造アーチの築造より始まっているとみられる。それから、蔓状植物や割竹を用いて吊橋を造ったとみられる東南アジア地方の橋の起源と同じように、中国にも古代から竹で造った吊橋があったらしく、ヒマラヤ山脈地方に珍しい竹の吊橋がいまなお残っている。また、紀元後約 65 年には、330 呎支間の本格的吊橋も架けられている。

ヒマラヤ山脈地方のエベレスト山嶽のアルン川上流に竹ロープの吊橋が残っていることは、エベレスト登山隊によって発見されたもので注目に価する事実である。また、チベット地方には、1650 年木造の突桁橋が架設されている記録などからみて、中国における吊橋や木造橋などがチベット方面に発達した技術と関連連して進歩を来したとみることも出来る。

中世、近世になってからは、勿論欧米の橋梁技術が移入され、我国同様に中国独特の橋梁は殆んどなくなった。

そこで、最近における中国の主なる橋梁について述べれば、次の通りである。

1929 年、東支鉄道に架設された第二松花江橋（径間 67 m）には珪素綱が用いられ、南満鉄道の太子河橋（径間 33 m、トラス）にはユニオン綱が部分的に用いられ、それぞれ近代橋梁の技術がとり入れられている。また、韓国の鴨緑江に架設された旋開橋も著名であり、これらの橋は世界大戦前、日本の技術の影響を受ける代表的橋梁である。

また、中国の武昌、漢口付近には沢山の橋梁が架けられており、長江（揚子江）の中流左岸にある漢口および漢陽の二都市とこれの対岸にある都市の武昌とを総称して俗に武漢といっており、この武漢三鎮は中国における古来からの要衝であって、この近辺に数多くの橋が架けられているのである。

中国における未曾有の大橋である長江大橋を初め、鉄道橋・公道橋合せて 11 橋が長江兩岸に架けられており、これらの諸橋の計画および建設には、沢山のソ連技術者が参加している。

長江大橋は複床 3 径間連続トラスが 3 連合計 9 スパンの道路橋で、主構間隔 10 m、上下弦材中心間距離 16 m よりなり、現場架設の工法は総てカンティレバー架設法によっている。

漢江鉄道橋は全長 293 m あり、16 m（鉄筋コンクリート T 形桁）+ 2 (a) 20 m（プレート・ガーダー）+ 3 (a) 55 m（ワーレン・トラス）+ 2 (a) 20 m（プレート・ガーダー）+ 2 (a) 16 m（鉄筋コンクリート T 形桁）よりなっている。

また、漢江街路橋（江漢橋）は、54 m + 88 m + 54 m の 3 径間連続の逆ランガー式アーチ橋であり、巾員は車道 18 m、巾員は車道 18 m、歩道各 3.75 m で、基礎は鉄道橋と同様に鉄筋コンクリート杭である。その他、幾つかの跨道橋があり、張公堤跨道橋、解放路跨道橋などはその主なる例である。

次に、浙江省中部枢要地を貫流する銭塘江に架設された銭塘江橋は道路橋兼鉄道橋の複合橋で、ワーレン型平行弦構桁であり、支点間距離約 65.8 m (8 格間×約 8.2 m)、桁高約 10.7 m、左右桁中心間隔約 6.1 m よりなっている。これは 1937 年架設されたが、第 1 次大戦で爆破されてひどく破壊し、応急修理のため 1949 年当時は時速 15 km に列車速度を制限したが、応急部材の取替え、弦材・床組などのほかに橋脚も補強し、現在は在来の E 50 にもどり、列車速度 80 km/h、S L、D L の重連走行、橋上の制動も可能になったと報告されている。元来この橋は英国の技術提供によって造られたものであった。

それから、広東省中部枢要地を貫流する珠江に架設された西南大鉄橋（即黄沙鉄橋）は、米国土木建築請負会社の技術を取り入れて工事を進められたもので、米国 1928 年に領布の綱鉄建設規定により、米国 Cooper 氏機関車 E-35 荷重を採用した鉄道橋兼道路橋で、20 t 自動車 2 輻および等布荷重 160 封度/呎²をも活荷重としてとり入れたものである。その橋梁総延長 1640 呎として東西両段に分け、東段 4 連、西段 9 連の平行弦トラス橋（大部分はワーレン・トラス）の設計であった。

近代的なコンクリート橋としては、毛沢東の生地韶山に近い長沙の町で湘江を渡る湘江大橋、南京の長江大橋のアプローチ部のほか、丹河橋、永定河 7 号橋、昌吉河橋などを挙げることが出来る。湘江大橋は全長 1156 m で、主な橋梁は 17 径間のアーチ橋よりなり、ほかに、小スパンのアーチ橋がアプローチ部分となっている。構造上の特徴は、主アーチリブをはじめ、殆んどプレキャスト部材で構成されており、主アーチリブは逆 T 型のプレキャストリブに横方向の小アーチ部材を組み合せ、場所打コンクリートで結合したものである。この橋は、中国古来のアーチ技術を縦横に駆使したほか、近代のプレキャスト工法に発展させた注目すべき工法による現代中国を象徴するような橋梁である。

南京長江大橋のアプローチ部の橋梁は、全長 5195 m あり、その大部分はスパン 31.7 m、桁高約 2.5 m、ウェブ厚さ 20 cm の P C 橋梁であり、ほかに双曲アーチ橋からなっている。なお、道路橋部分も主として 31.7 m の P C 単純桁が用いられている。

また、丹河橋はスパン 88 m の鉄筋コンクリートアーチ鉄道橋であり、アーチリブの断面は I 型であり、フランジの幅は 1.30 m、厚さ 45 cm、ウェブの厚さ 0.60~1.30 m（起拱部）、I 型断面の全高は 1.2 m（拱頂部）~2.66 m（起拱部）で、単純軌道に対し二主拱よりなっており、架設は鋼セントルを用いて行われた。

永定河 7 号橋はスパン 150 m の中路式鉄筋コンクリートアーチ橋であり、リブ断面は箱型よりなり、フランジおよびウェブはプレキャスト板であり、箱型を構成する継目は場所打コンクリートで出来ている。

次に、昌吉河橋はスパン 56 m のコンクリートランガー橋であり、補剛桁は勿論、アーチリブ、吊材、横繫材、床材は総てプレキャスト部材を用いたものである。アーチリブは鉄筋コンクリー

トプレキャスト部材で吊材との格点の両側で鉄筋をそれぞれの部材から伸ばしてラップし、場所打コンクリートで連結したものである。この橋は中国鉄道部科学院の橋梁研究室の実験橋梁として建造されたもので、架設直後は勿論、使用後も応力測定などが行われていると報告されている。

また、道路橋においても、プレキャストブロックを用いたカンティレバー工法でスパン 150 m 程度の橋梁がすでに架設されている。

このほか、綱橋として著名なものに、鄭州の黄河鉄橋がある。津甬線が済南の北で黄河を渡る黄河鉄橋は古く、中央径間はカンティレバーよりなっており、昭和 13 年に日本の手により設計・架替えが行なわれたものである。また、鄭州の北で京広線が渡る黄河鉄橋は、1958～1960 年の 2 か年弱で建設されたスパン 40 m の単純上路プレートガーダーを並列した複線橋で、71 スパン、延長 2,899 m からなっている。

中国における橋梁は、第 2 次世界大戦後には、欧米およびソ連などの技術を取り入れて日本同様に新しくなりつつあることは勿論である。

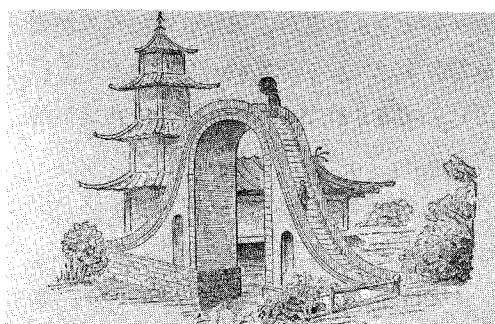
しかし、何んといっても、中国における歴史上よりみたく独特の橋梁は、古代から発達した石造アーチ橋であると思う。その代表的なものの一つに趙州橋があり、これは東洋最古のもので、中国の重要文化財として清楚に保存されている。この橋は河北省石家荘から車で約 1 時間のところにあり、地元では安濟橋とも呼ばれ、605～615 年に李春という人を中心に当時の技術者と労働者の力の結集によって建造されたものである。構造上の特性は、橋長 50.82 m、径間 37.37 m、拱矢 7.23 m、半径約 27.7 m の円曲線で、拱矢比は約 $\frac{1}{6}$ であり、フラットで美しい近代的ともいえる景観美を示している。

このほか、現在残っている石造アーチ橋で著名なものを列举すれば、江蘇省呉県の楓橋、北京郊外万寿山昆明湖の駝背橋、四川省万県の万洲橋、江蘇省呉県蘇州城内の橋などがある。いずれも周囲の景色に調和した美しさは他の国の橋では味えない独特の風情を有している。

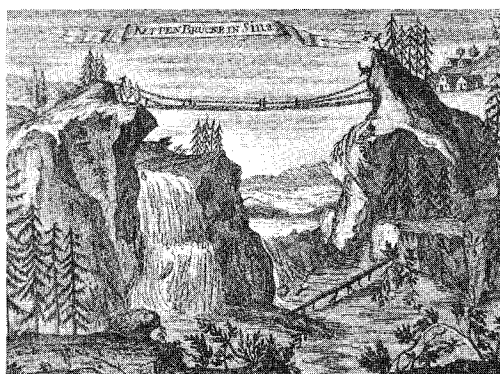
図一 1 は古代の石積アーチ橋、図一 2 は古代の石造アーチを用いた建造物、図一 3 は紀元前に架けられた吊橋の図で、図一 4 は北京の古代アーチ橋、図一 5 は北京郊外万寿山の十七孔橋、図一 6 は同じく万寿山の大理石アーチ橋、図一 7 は古代アーチの逍遊橋で、図一 8 は古代楼閣付アーチの逍遊橋、図一 9 は北平付近のマーブル・アーチ橋を示したものである。これらの橋および建造物はいずれも中国古代において発達した石造アーチや吊橋に関連した図である。また、図一 10 は中世のアーチ橋の代表とみられる趙^{チョウ}州^{シュウ}橋であり、図一 11 は長沙に架けられた近代的アーチの湘^{ショウ}江^{ウコウ}大橋、図一 12 は近代的コンクリートランガー橋として注目される昌^{ショウ}吉^{ウキツ}河橋、図一 13 は杭州の銭塘江^{セントウウコウ}鉄橋で、ダブルデッキの道路・鉄道の併用橋（トラス）で、図一 14 は南京の長^{チョウ}江^{ウコウ}大橋（連続トラス、道路・鉄道併用橋）である。



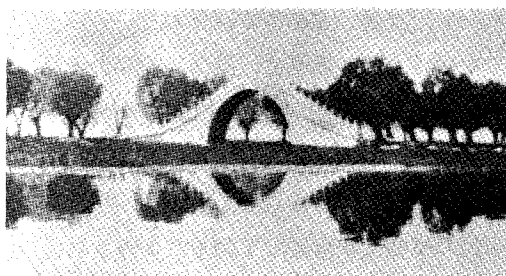
図一 石積による古代アーチ橋（中国）



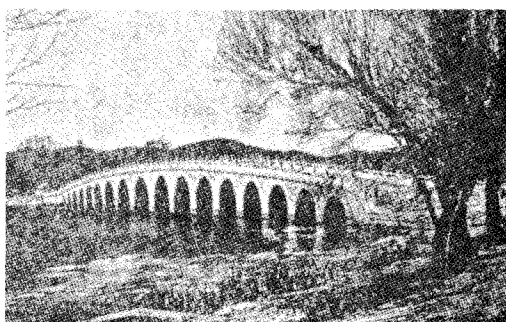
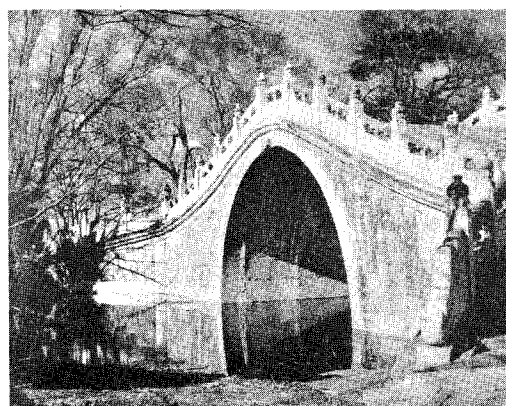
図二 石造アーチを用いた建造物（中国）



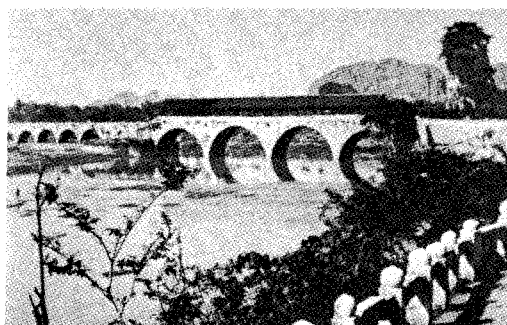
図三 紀元前に架けられた吊橋の図（中国）



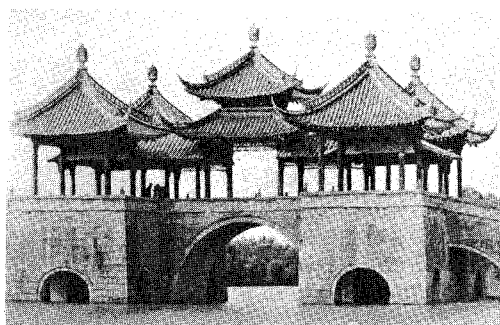
図四 北京の古代アーチ橋（中国）

図五 北京郊外万寿山の十七孔橋
（中国，連続アーチ）

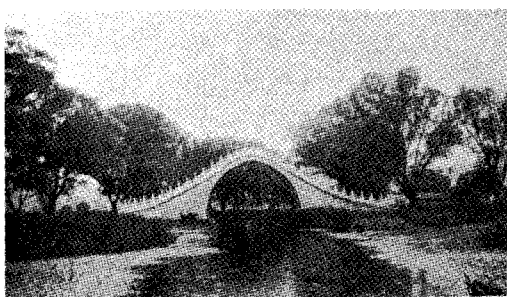
図六 北京郊外万寿山の大理石アーチ橋（中国）



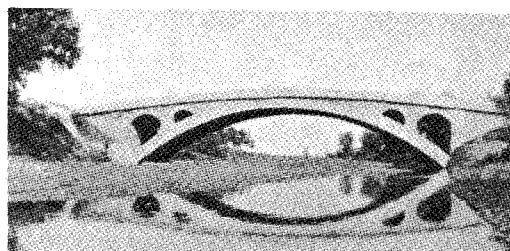
図一7 古代アーチの逍遊橋（中国）



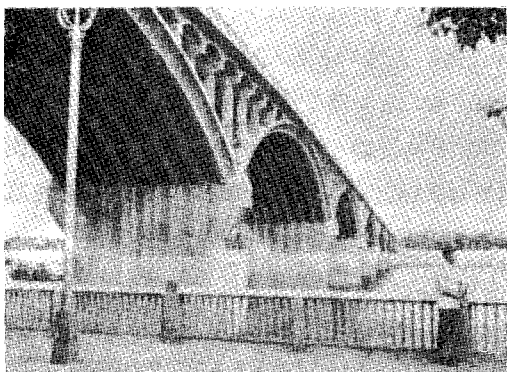
図一8 古代楼閣付アーチの逍遊橋（中国）



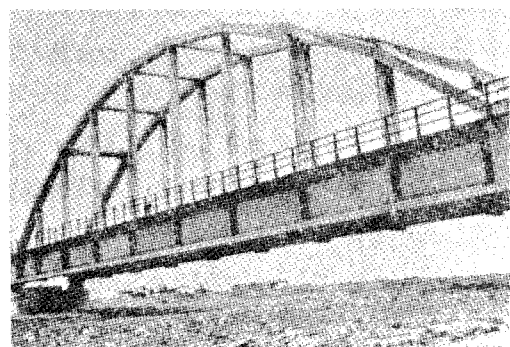
図一9 北平付近の大理石・アーチ橋（中国）



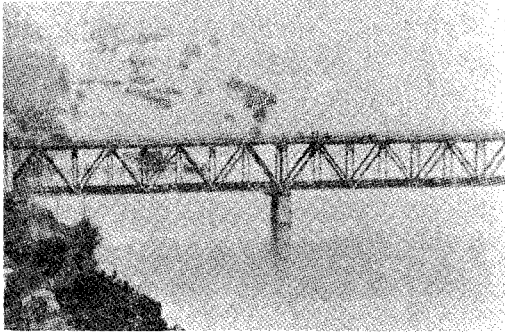
図一10 中世アーチの趙州橋（中国）



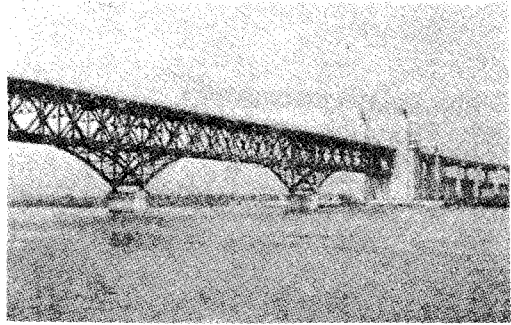
図一11 近代的コンクリートアーチの
湘江大橋（中国）



図一12 近代的コンクリートランガーの
昌吉河橋（中国）



図一13 杭州の銭塘江鉄橋
(中国, トラス, 鉄道・道路併用橋)



図一14 南京長江大橋 (中国, 連続トラス,
鉄道・道路併用橋)

III. 日本の橋梁^{1), 2), 4)~7), 9)~16)}

1. 概 設

日本の記録に残る橋梁は仁徳帝 14 年 (326) 架設の^{イカヒノツ}猪甘津の橋をその最初とし、次いで推古帝 20 年 (612) 百済の工匠が渡来して三河国八脛の橋、遠江国濱名の橋などを架けたことが記録に残っている。これらの橋は、諸外国の古橋が殆んど総て石造りであるのに反し、建築物と同様に木造であった。これは、西欧が石材の産地であるのに対し、日本は木材の産地であることに起因していることはいうまでもない。

その後、鎌倉時代の三大橋 (宇治の長橋、勢多の唐橋、三条の大橋)、徳川時代の三名橋 (日光の神橋、甲斐の猿橋、岩国の綿帯橋) などのほか、殆んど木造で架けられており、木橋技術上からみて世界に誇るべきものが少くなかった。殊に世に奇橋と称せられているものには、技術的にみても優秀なものが多く、その中でも岩国の錦帯橋は木造アーチ橋であって、材料使用法の正鵠と基礎工法の確実さとは誠に驚歎に値するものである。また、甲斐の猿橋および越中の愛本橋もともに木造突桁橋であり、殊に愛本橋は支間 150 尺に渡る驚異的な大構造であった。

石造アーチは、遙かに遅れて寛文 11 年 (1671) 中国渡来の僧如定が架設した長崎市の眼鏡橋をその初めとし、その後中国式石拱工法が九州西南地方に拡まったのである。

明治維新後は欧米の橋梁技術が移入され、明治 2 年 (1866) 横濱に架けられた“かねの橋” (現在の吉田橋の前身)、明治 3 年 (1867) 架設の大阪の高麗橋、長橋 “てつの橋” などをもってその最初とする。その後、長い間欧米橋梁の横倣時代が続いたが、大正時代に至って漸く独立した技術が樹立され、帝都復興事業およびその前後から勃興した各都市の改造、鉄道および道路の拡築などにとまって幾多の近代的橋梁が架設せられ、また同時に橋梁製作工場の内容も急速に発展充実し、世界各国に比較して少しも見劣らない程度にまで至った。

しかし、昭和 16 年 (1941) ~ 昭和 20 年 (1945) に亘る世界第二次大戦の結果、敗戦となり橋梁技術は欧米の技術に比べ 10 年以上の遅れを来し、旧体依然たるものであったが、その後欧米の技術を取り入れ漸く復活の途につき、我国独自の技術陣により欧米に架設されている形式の橋梁が続々新設されるに至った。

北九州には我国における終戦後最初の近代的吊橋の若戸大橋、日本で最大径間の現代技術の粋を集めて架設された関門橋が誕生するに至った。また、トラス橋では世界的にみても有数の径間を誇る九州天草の天草 1 号橋 (天門橋)、大阪南港の南港大橋などが続々と架設された。このほか、西ドイツその他の西欧の国々に発達した斜張橋の技術が導入され、広島県の尾道大橋、北海道の石狩川河口橋などが誕生した。

更に、中径間以下の橋梁では、P・C コンクリート橋を始め、合成鈹桁橋、合成箱桁橋、鋼床板箱桁橋、格子桁橋など特に各種曲線橋の架設が目立った。

これらの大径間および中径間以下の橋梁は、総て日本の技術者と学者などの手のみによって建設されたもので、我国における橋梁技術の水準の昇ったことを示す好例であると思う。

2. 上古より徳川時代までの橋梁

我国において歴史上最初に現われた橋は、攝津の国百済川に架けられた猪甘ノ津の橋である。仁徳天皇 14 年 (326) に、「冬 11 月猪甘ノ津に橋を為す、即ち此處を號けて小橋と日ふ」とあるのがそれであって、現在の大阪市東成区猪飼野町がその名を伝えているといわれている。

更に日本の歴史を調べてみると、推古天皇 20 年 (612) には、百済から人が来て呉橋を南庭に構え、初めて韓風の造橋法が伝えられたといわれ、日本庭園橋の元祖とみられるものである。呉橋が時として唐橋とも書かれるのは、この辺のいきさつを物語ることもなろう。

日本の庭園橋はきわめて異色ある構造であり、足利時代を経て徳川時代に至る茶道の華やかな時代には、その形式が十指に余るほどあり、技巧からいえば、その構造の中には桁橋およびアーチ橋のあらゆる応用が織り込まれており、ローマ人の架けた実用的橋梁とは異なり、その容姿は風雅にして日本人独特の器彩を實によく発揮しているものが多い。

これらの橋は、呉橋がその元祖であるとしても、それには随、唐のほか更にはるか西域の技術もまた混入していると思われる。現に、チベットやインドに残っている刎出橋 (木造突桁橋) の構造は、この日本庭園橋の中にも随所にみられ、西域からの技術の渡来が推察出来るところである。

いま、日本建築史において、法隆寺金堂、薬師寺東塔のような木造建築物の骨組構造をみると、その規模の大きさと技巧の精緻なものには非常に驚くのであるが、このような技術を有していた推古朝時代を考えれば、若し庭園橋が庭園の外へ一步踏み出た道路橋となったならば、日本には世界に誇るものの出来る木橋の数々が建設されたことであろう。不幸にして、その時代には社寺建築が盛んであったほど道路その他の土木事業が盛んではなかったから、大きな径

間の本橋は出現出来なかった。社寺佛閣あるいは茶室などの庭の中で小さな庭園橋として残るに留まり、道路橋としては1、2の例を除いては殆んど活用されなかった。

上代における名橋についていえば、日本後記に嵯峨天皇弘仁3年(812)には、攝津国長柄橋を造るとあり、また続日本記に仁明天皇承和2年(835)には、東海と東山両道の河川に橋を架けたり、渡舟を配したりして、交通の改善をされたことが記録されていて、その当時の日本三大橋としては、宇治、山崎、瀬田の三橋が著名であった。

瀬田(勢多)の橋はから橋と呼ばれ、その名は神功皇后の御代から後世に至るまでしばしば史上に現われる著名な橋であるが、から橋の起源には、韓風であるからとか、唐金の擬宝珠があるからとか、あるいは、竹を縄で搦んで造った筏橋であるからとかなどの諸説が記録に残っている。これらの橋はいずれも近畿地方に架設されたものであるが、その他の地方に架けられた著名な橋には、遠江国の濱名橋(陽成天皇元慶8年創設)、三河国の矢矧橋、豊川の吉田橋などがあった。

このように、日本における古い時代の橋を各地に亘ってあげれば沢山あるが、日本の昔の橋は殆んど木橋であるから、長い歴史からみれば、僅かの間に腐朽しあるいは流失して幾十回となく架け換えられ、その姿をそのまゝに残しているものはきわめてまれである。しかもそれらの木橋の大部分は普通の桁橋であって、余り述べるほどのこともないと思われるので省略し、錦帯橋その他の奇橋についてのみ詳しく後で述べることにする。

王朝時代において橋を初めて架ける場合には、朝廷に造橋所が設けられ、宣旨が下されて任命され、その用度はあるいは諸国に賦課し、あるいは逆産をもってこれに充てたのである。また、橋の管理は大宝律令(701)の規定によれば、天下の道路橋は民部省が主管し、都では左右京職、地方では国司がこれを司ることとなっていたのである。しかし、乱国時代には、地方行政は乱れ、特別の橋以外には架橋は殆んど行われじ、このような時代に架橋の公益事業に尽すのは僧侶であって、よく托鉢奉加の資金で橋を寄進したり、あるいは橋の修繕を行なったもので、これらの橋は勸進橋と呼ばれたのである。

有名な宇治橋は僧道登により創架されて以来、僧家の経営にかゝり、京都の五条橋は清水寺および建仁寺の僧侶の勸進により架けられ、四条橋は沙門の勸進架橋によって造られたものである。

武家として土木の公共事業に尽した人に、織田信長、豊臣秀吉、徳川家康がいる。織田信長は近畿地方を平定した後、道路を改修し、橋梁を架設し、並木を植えたりしたのである。また、豊臣秀吉は更に積極的であって、大坂城は彼の宏大なる気概を示すものであるが、橋としては、天神、天満、難波の三大橋梁を架け、天正18年(1590)改築した京都の三条の橋では、橋杭として石柱をたてたのであった。

徳川家康は慶長8年(1603)東(江戸)の日本橋を初めて架設し、同9年(1604)にこの橋

をもって各国一里塚の元点すなわち、全国里程の元標と定めたのであった。しかし、その後徳川幕府三百年の間には、交通改善をした努力の跡はみられるが、東海道の諸河川に架橋したという記録はみられないようである。

このように、我国における橋梁の殆んどが木橋であったこの長い間の時代において、特異な橋として南方に存在していたものは実に石造アーチ橋であった。中国（当時の支那）の福建から渡来して、長崎興福寺に住持した僧如定は、寛永11年（1634）酒屋町に2径間の石造アーチ橋すなわち現在の眼鏡橋を架設した。これは、中国風のアーチの工法が伝えられたもので、日本における石造アーチの初めとされているが、更に歴史を調べてみると、琉球においてはもっと古くから、中国風の石造アーチ橋が架けられていたのである。すなわち、足利時代（1460）の前後には、安里橋、泉崎橋、崇元橋などが架けられ、寛保3年（1743）に琉球王は、蔡温を中国に遣わして更に架橋術を学ばしめ、これによって同地方には宏荘な石造アーチ橋が架けられるに至ったのである。

琉球古式のアーチは全円とし、その半分を水底に埋め上方の半分がアーチ橋となるもので、基礎はインバーデット・アーチ（逆拱）となっているもので、ローマの古式アーチを彷彿させるものがある。

九州地方の著名な石造アーチとしては、諫早眼鏡橋（天保10年、1834竣功）、熊本県の御船川眼鏡橋（嘉永元年、1848）、雲台橋（嘉永元年、1848）などがあり、また鹿児島市の甲突川には大鼓、玉枝、新上、西田、高麗、武の六大石造アーチ橋が架けられたのである。その中で比較的有名な西田橋についていえば、その長さ48m、巾6mで4径間よりなり、肥後の石工である岩水三五郎の架設したもので、木橋時代の勾欄をそのままの形で石造とし、親柱に擬宝珠を付けたのは新工夫を凝らしたものであった。また、長崎県の平戸に架けられた誓願寺石橋は小径間の石造アーチであり、慶長年間にオランダ人が築造法を伝えた橋であるといわれているが、余りに小規模なため、欧州風な特徴は特に見られないようである。

日本の古石造アーチ橋は約340年の歴史を有しており、オランダ人が石蔵の倉庫を造るときに用いたアーチ工法と中国（支那）の石造アーチ橋の工法とが混入して伝わって来ていると考えられるのである。

また、日本における長い間の歴史をみると、桁橋型式より古い時代の本橋にあって、幾つかの形の珍しい奇橋があるので、それについて述べることにする。

有名な日本三奇橋というのは、岩国の錦帯橋、甲斐の猿橋、木曽の栈橋をあげることが出来る。

錦帯橋は周防錦川に架けられた木造のアーチ橋であって、我国においては勿論、広く外国にも知られ、その大きさおよび構造において、世界橋梁工学史上きわめて貴重な存在となっている。

岩国の錦川は決して急流ではないにしても、橋は大洪水の度毎に流され、そのために藩主の吉川慶嘉はいつも橋について考え、細工人組頭兄玉九郎右衛門とも相談し、洪水で流されないためには、橋桁の支間は出来るだけ長くして橋脚の数を少くし、その小数の橋脚はきわめて堅牢に造って洪水によく耐えられるようにしたものらしい。

川の中央部の奔流の激しい個所に、3径間の木造弾性固定アーチを架け、兩岸近くに各6径間の普通桁の橋を架けるのがその設計の骨子となっており、アーチを支える橋脚は花崗岩造りとし、しかもその基礎を流水に洗掘されないように、川床の床固めから工事を行ない、延宝元年(1673)に竣工したものである。

この名橋は、藩主の吉川慶嘉を技術長として工事を進めただけあって、きわめて堅固に出来ており、数十年の間安泰であったが、延享2年(1745)5月の大洪水には、この名橋も遂に落橋の非運に会い、藩主は要害石垣工法の大家のいる近江国に人を遣わして、更に石積工法を研究せしめた後、そのほかの点にも種々改良を施して第二の錦帯橋を架設した。その後、この橋は藩主の間断ない修築により原形を保存し、昭和9年(1934)の改築を経て、昭和25年(1950)の大洪水まで曲りなりにも安泰を保ったのである。しかし、遂に昭和25年山陽地方を襲った大暴風雨にともなう洪水のため、橋は流失の非運に会い、その後原形そのままの木造アーチ橋すなわち第三の錦帯橋が架設されるに至ったのであり、現在残っているのはこの橋である。

第二の日本奇橋である甲斐の猿橋の架設された個所は、桂川の絶壁懸崖が両側から相迫る所で、溪谷は廊下状をなして、その巾は僅か30mに過ぎず、その底30mの深い所を奔流が脈々と流れ、橋杭あるいは支柱などを用いる工法では仲々架設し難い地形である。単純な木造の桁橋を架けるには、支間が余りに長過ぎるので、組出し橋または刎木橋(刎ね橋)と呼ばれる片持梁を主桁とした構造が用いられた。

刎ね橋と呼ばれた当時の橋の工法は、主桁の一端を兩岸に埋め込み、一端を両溪谷の上に張り出し、両方から突き出ている主桁を台にしてこの上に更に水平な桁を架け渡すのであり、インドやチベットなどの地方にもこれと同工法のものであって、元来庭園橋型式の中で発達したものであるが、我国では時折懸崖の地にも応用されたのである。

猿橋の名称はすでに嘉禄2年(1226)にあったのであるから、相当に古い橋であり、明治年間に改築された現在の橋は著しく腐朽し、近年支柱で補強されて余命を保っており、改築した新橋はやゝ離れた所に架けられている。

第三の日本奇橋である木曾の棧橋(懸橋)については、和漢三才図絵に記録されているから相当古いもので、昔山腹にあった棧道が幾度かの改修の後に、川岸に沿うようになり、木曾名所図絵に記載されているような桁橋となったもののようである。

このほか、日本の奇橋と考えられるものをあげれば、黒部川下流の愛本橋、信濃国の水内橋、飛騨越中の藤橋、日光神橋などがある。

愛本橋は越中黒部川下流に架けられたもので、刎木橋の中で最大のものとして著名であり、文久3年(1863)架設されたのが最後で、明治23年(1890)鉄橋に改築されてしまった。また、信濃国の水内橋(久米路橋)も刎ね橋として有名であり、長野市から近い犀川に一千年昔架けられたという由緒ある橋であるが、現在ではその姿を消してしまった。

次に、飛騨越中地方の山間に架けられた藤橋は、斐太風土記に所載されており、峻厳絶壁よりなる兩岸に縋った藤蔓を二列二段に架け渡し、下段の二列の上に踏板を張り、各列の上下は吊材で結んだものである。また、藤橋のほかに藤蔓をケーブルにした籠渡しも古くから伝えられており、大変奇趣に富んでいる。

日光神橋はほかの奇橋とはやや趣を異にしているが、三径間連続且つ両端固定の桁橋という点では、構造的にみても持記する価値があると思う。この神橋は「山菅の蛇橋」として海外にも紹介され、天平時代の末期すなわち、神護景雲元年、勝道上人が山野を跋涉して大谷川の激流にさしかかった時、橋がないので渡ることが出来ず、困惑の末凝心祈禱したところ、深砂大王が白雲に乗って対岸に現われ、丹青の二蛇を放って忽ちに橋と化さしめ、その背には山菅を生ぜしめて上人の渡河を扶けたという伝説が広く知られている。

東照宮鎮座の後は山崎長兵衛(俗称橋掛長兵衛)が神橋を架設し、親子相伝代々これの改築に当っており、その特色としては、漆ぬり仕上げで、桁の黒色・勾欄の朱色が緑杉青苔とともに大谷川の清流を背景として実に美しく、その簡素静厳なる日本の美はいまなお後世に残るものである。

3. 明治維新より第2次世界大戦までの橋梁

明治維新の大業が樹立され、王政の復古した前途の輝かしい日本には、逞しい建設の力が現れるところに満溢し、橋の建設という分野からみても、驚くべき新しい進展がみられた。明治2年横浜に「かねの橋」が架けられ、長崎には「鉄の橋」が架設されたが、「かねの橋」はいまの吉田橋の前身であって英国人ブランドンの設計によるものであり、「鉄の橋」は我国活版の創始者であり且つ蘭学者であった本木昌三翁の計画によるものであって、昌三翁はまた翌明治3年(1870)9月には大阪の横堀川に高麗橋を鉄で架けたのであった。また、これに続いての鉄橋には、明治4年(1871)の東京芝口の新橋、明治5年(1872)の大阪の心斎橋、明治6年(1873)の大阪松島の安治川橋、明治7年(1874)の京都の四条大橋などがある。明治初年(1868)刊行された東京開化繁昌誌、大阪繁昌詩、横浜新誌などの数々の繁昌記は、大洪水のように移入した西欧文物、文明開化を謳歌した都会人の姿、その当時の都市風景などをあらゆる角度からみて軽妙に描写しているが、上述の新しい橋もまた大きなトピックスとして取扱われ、蒸気車、瓦斯燈、電柱などとともに新時代的な感覚を与えたものである。

明治初年(1868)に架設された鉄橋は欧州におけるものと殆んど同一であって、直輸入されているのである。その多くは英国製であるらしいが、大阪新繁昌詩の一節に「普国工業巧牛彈、^{プロイス}

心齋橋製曲欄干、粉樓夾水皆洋俗、恰做^{ベルリン}伯靈途上看」とあるところからみれば、心齋橋はドイツ製であると判断される。その当時欄干と書いてあるのは、主桁そのものがトラスよりなっており、勾欄と間違えて判断したもののである。このように、新しい鉄橋は版画などに描かれている昔の木橋に比べれば、支間は著しく長く、中途に橋杭がないので、その当時としては驚異の眼でみられたものである。

また、この文明開化の新時代にあって、更に東京の人々を驚かせたのは、東京地方に架設をみた石造アーチ橋の登場である。我国における石造アーチはすでに述べたように、九州地方に架設されて来たものであるが、東京銀座通りに煉瓦建ての建築を造った欧化思想は、橋梁にもその影響を及ぼし、長崎から石工の職人を招いて明治6年(1873)東京神田の昌平橋の下流に万世橋を架設した。この橋は石造りの眼鏡橋であって、「石缸万世橋、一双全円水歟天天歟」と謡われたことで著名である。続いて、明治7年(1874)に、蓬萊橋および浅草橋、同8年(1875)に、京橋、江戸橋および海運橋、同9年(1876)に、鍛冶橋、常盤橋および荒布橋が同様な手法により架けられ、これらの橋はいずれも長年月に互って役立ったのであるが、市区改正とともに漸次姿を消し、大正震災後の復旧事業に際して常盤橋だけが古橋保存という意味で残されたのである。

更にその後の鉄橋を公道橋について示せば、明治11年(1878)東京楓川に架けられた弾性橋は、バウストリング形のトラスで、上弦材が鑄鉄、その他の部材が錬鉄より出来ており、過渡期の鉄橋を代表したよい例であると思うが、震災後深川清澄公園内に移されていまなおその面影を残している。明治15年(1882)竣功の霊岸島高橋は三重ワーレン型トラスの錬鉄橋で、原口要氏の設計により赤羽製鉄分局の製作にかかる実に記念すべき国産橋梁である。また、これより規模の大きいものに、明治18年(1885)に流失したため改築された隅田川の吾妻橋があり、総長149mの直弦プラット形の錬鉄トラスで、原口要および原龍太両氏の設計により石川平野造船所の製作にかかるもので、同20年(1887)に竣工開通した。次に大阪においても、これと殆んど時を同じくして天神橋および天満橋の二大鉄橋が架設されたし、その他の地方にも次々に鉄橋が架けられるようになった。

しかしこれを全体的にみれば、その架橋百分率は非常に低く、また当時としては必ずしも長支間の耐荷力の大きな橋梁は必要とせず、必要性に迫られても架設する財源がなく、殆んど橋梁は木橋で間に合わせる状況にあった。

木橋の支間が長大になって来ると、必然的にトラス化が行われるようになり、木造トラス橋の架設に進展して行った。実際は、鉛直部材に錬鉄棒を用いたハウ・トラスなどの木鉄混合トラスが用いられ、明治9年(1876)札幌の豊平川に架けられた豊平橋をもってその初めとする。この橋は米人エス・ダブリウ・ホルトが開拓使の命によって董工したもので、中央径間63.4mのかかなり大規模なトラス橋であった。

鉄より鋼への移行は、橋梁工学の進展上きわめて大きな重要事項であり、当然鉄橋より鋼橋へと移り変って行ったのであるが、我国における道路橋の最初の大鋼橋をあげれば、明治30年(1897)竣工の東京永代橋であって、3径間よりなる曲弦プラット・トラスよりなり、鋼重384.2 t、別に鍛鉄26 tを使用して造られた。その設計は倉田吉嗣氏によるもので、設計荷重は140 kg/m²で現在用いられている500 kg/m²の標準に比べれば、かなりの差異がみられる。

また、鉄道の発達につれ、鉄道橋の架設の上でも進歩がみられるようになった。明治5年(1872)新橋―横浜間の鉄道開通を第一歩として出現した鉄道橋は、木造トラス橋で間に合わせたものが多かったが、明治7年(1874)開通の阪神および明治9年(1876)開通の京阪の両鉄道には、錬鉄製のトラスおよび鉸桁がみられ、当時の鉄道は英国の影響を受け、英国人シェルビントンが技術指導をやっていた関係上、英国製品が多かったが、鉸桁程度の橋梁は新橋および神戸の工場で作することが出来た。この時代に活躍したのは英国人技師ポウナルで、彼は日本鉄道会社の東北線利根川橋梁として、支間60 mの錬鉄ワーレン・トラス橋を架設した。更に、この型式のトラスが明治20年(1887)竣工の揖斐、長良、木曽の諸河川の鉄道橋にも用いられた。また、上述の英国人ポウナルは鉸桁の設計標準を作った点でも著名であるが、英国型の補剛材端部「く」の字の曲りを用いた鉸桁は、現在でも残っており、彼の伝来した独特のものであった。

明治27年(1894)以後製作の鉸桁は鋼製で出来ており、現代の鉸桁型式になったのは、米国の影響を受けた明治30年(1897)以後であって、同35年(1902)には杉文三氏により、新しい鉸桁の創作がなされた。

初期鉄道橋の英国風である中に珍しい存在を示しているのは、九州鉄道の各河川に架けられたドイツのハーコート会社のバウ・ストリング型トラス橋であると思うが、明治20年(1887)来朝のルムシュッテルの架設したものである。また、栃木県鬼怒川温泉下流の電車線路に架設されているトラス橋も、ドイツのハーコート会社製で九州鉄道から転売されたものらしい。

日清戦争が終って国運の益々興隆した時代を境にして、鉄道橋は英国から転じて米国の影響を受けるようになり、明治31年(1898)に米国橋梁界の権威であったクウバアやシュナイダに委嘱したプラット型標準トラスが箱根山の複線工事その他に架設せられ、米国式のアイ・バアが引張材として用いられるようになった。

当時の長大支間とみられる鉄道橋の主要な代表作は、明治22年(1889)に全鋼製トラスが作り出されてからの技術の進歩は目覚しく、明治32年(1899)に、武庫川のベティ型トラス(径間76.3 m)で著名な阪鶴鉄道第二武庫川橋梁、保津川の京都鉄道保津川橋梁(径間85.4 mのトラス)、明治33年(1900)に和歌山鉄道紀の川橋梁(径間76.3 mのトラス)、明治43年(1910)に奥羽本線松川橋梁(径間91 mのクウバア標準トラス)、岩越線阿賀川橋梁(径間91 mのトラス)の架設されたことであった。

大正以後にあっては、先進技術者達の不屈の努力により、全く外人の手から離れた日本鉄道技術が確立し、国家の進展とともに鉄道建設事業の拡大により、鉄道橋の数は俄かに増大したのである。

次に、明治の後半期に新構造材料として出現した鉄筋コンクリートが、橋の構造とその設計法に色々と新しい変化を与えた。鉄筋コンクリートの応用は外国に比べればや、遅れた憾みはあるが、我国初期の鉄筋コンクリート橋としては、明治 39 年 (1906) 架設の長崎県佐世保橋 (矩形桁、支間 13.4 m)、明治 41 年 (1908) 架設の仙台市広瀬橋 (T 形桁、支間 14.6 m)、明治 43 年 (1910) 架設の大連市日本橋 (アーチ、支間 22.5 m)、大正 2 年 (1913) 架設の東京鍛冶橋 (アーチ、支間 31 m) などをあげることが出来ると思う。鉄筋コンクリートの出現は過去数千年の歴史を有する石造アーチに代って、鉄筋コンクリートアーチとしてその特色を発揮するようになったことは、その後の経過をみれば明かなところである。

大正 6、7 年 (1917、1918) に施工された東京駅、万世橋駅間の鉄道高架線には、沢山の鉄筋コンクリート橋が架けられたが、その中でも外濠橋のアーチは支間 38 m の壮麗なものとして記録に残っている。

第一次世界大戦後産業の発展にともない、自動車が普及発達し、大正 8 年 (1919) には道路法の制定による道路改良計画が作られ、幹線道路の改良や大河川架橋が意欲的に遂行されるようになった。また、大正 12 年 (1923) の関東大震災で東京が壊滅し、その復興事業として隅田川などに大橋梁の建設が実施され、19 世紀末から 20 世紀初期にかけ世界的に発達した不静定構造理論の応用として、タイドアーチ橋、バランドアーチ橋、2 ヒンジアーチ橋、ランガー橋、ラーメン橋、補剛吊橋など長大径間の橋梁が続々と架設されたほか、好んでゲルバー型式の橋が採用されるようになった。

当時隅田川に架設された不静定構造の長大橋には、千住大橋 (1927)、白鬚橋 (1931)、言問橋 (1928)、吾妻橋 (1931)、駒形橋 (1927)、厩橋 (1929)、蔵前橋 (1927)、総武線隅田川橋梁 (1932)、両国橋 (1932)、新大橋 (1912)、清州橋 (1928)、永代橋 (1926) などがある。

このように、第二次世界大戦以前の日本における橋梁技術は、欧米各国と同時代的な進歩圏内にあったものということが出来るほどまで急激な進歩発達を遂げたのであるが、余りに短期間に急激に進展したため、技術者養成機構に不備な点もあり、架設その他になお遺憾の点が見出された。

第二次世界大戦以前の長大径間コンクリート橋中、鉄筋コンクリート桁橋の例を示すと、次の通りである。

北海道の十勝大橋 (1941、ゲルバー、支間 9×41 m)、宮崎県の川島橋 (1936、ゲルバー、支間 27 m + 31 m + 34 m + 31 m + 27 m)、青森県の境橋 (1939、ゲルバー、支間 24 m + 3×34 m + 24 m)、東京多摩川の多摩河原橋 (1935、ゲルバー、支間 22 m + 11×32 m + 24 m)、秋田県の大曲橋 (1937、ゲルバー、支間 24 m + 10×32 m + 24 m)、愛知県左内川の水分橋 (1944、ゲル

バー, 支間 $24\text{ m} + 5 \times 31\text{ m} + 24\text{ m}$), 福岡県の西大橋 (1935, ゲルバー, 支間 $21.6\text{ m} + 3 \times 30.6\text{ m} + 21.6\text{ m}$), 福岡県築後川の小森野橋 (1933, ゲルバー, 支間 $25\text{ m} + 9 \times 30.5\text{ m} + 25\text{ m}$), 長野県の高瀬橋 (1937, ゲルバー, 支間 $2 \times 15\text{ m} + 2 \times 23.8\text{ m} + 7 \times 30.5\text{ m}$), 福岡県築後川の豆津橋 (1931, ゲルバー, 支間 $2 \times 7.8\text{ m} + 6 \times 22\text{ m} + 2 \times 26.2\text{ m} + 5 \times 30\text{ m}$)。

この中, 十勝大橋は最大支間 41 m で, 第1位の記録を有し, 以下上述通りの順位となるのである。

鉄筋コンクリートアーチ橋では, その支間の大なるものの順にならべると, 東京都の万年橋 (1943, 支間 79.4 m), 岐阜県の大牧橋 (1937, 支間 74.0 m), 長野県の坂戸橋 (1932, 支間 70 m), 富山県の笹津橋 (1941, 支間 65 m), 山形県の明鏡橋 (1938, 支間 54 m), 山形県の臥竜橋 (1937, 支間 53 m), 山梨県の祝橋 (1930, 支間 50 m), 東京都の氷川大橋 (1933, 支間 50 m) となり, 戦前・戦後を通じて6位までは上述の記録通りになっている。

鉄筋コンクリートラーメン桁橋で支間の大なるものとしては, 和歌山県堀川の寄合橋 (1941, 支間 27 m) があり, 固定脚単径間ラーメンで, 実際に架設したものでは, 戦前・戦後を通じて最大支間の記録を保っている。

次に, 第二次世界大戦以前の長径間鋼橋の例について述べる。

単純鋼トラス橋では, 1928年完成した奈良電鉄線の澱橋川橋梁 (支間 164 m) が支間長第一位であり, 以下奈良電鉄線の淀川橋梁 (支間 137.2 m , Kトラス), 大阪臨港線の本津川橋梁 (支間 94.7 m , ダブルワーレン), 奥羽本線の松川橋梁 (1912, 支間 93.1 m , プラットラス, ピン結合), 天塩線の天塩川橋梁 (支間 93 m , ワーレントラス), 磐越西線の釜脇橋梁 (支間 91.4 m , プラットラス), 名古屋市の向野橋 (支間 87.2 m , パーカートラス), 長野県の児玉橋 (支間 85 m , ワーレントラス), 山陰本線の保津川橋梁 (支間 85 m , ワーレントラス) の順となっており, 殆んど同時代に架設されたものである。

ゲルバー鋼桁橋では, 最大支間の順にあげると, 東京の言問橋 (1928, 最大支間 67.2 m), 東京の両国橋 (1932, 最大支間 62.2 m), 大阪の天満橋 (1935, 最大支間 59 m) の通りとなる。

ゲルバー鋼トラス橋では, 最大支間の順に示すと, 神奈川県の大師橋 (1939, 最大支間 104 m), 静岡県の大島橋 (1937, 最大支間 102.6 m), 千葉県の水郷大橋 (1936, 最大支間 91.8 m), 埼玉県の戸田橋 (1932, 最大支間 87.5 m) の通りである。

鋼アーチ橋では, 最大支間の順に列記すると, 川口線の第一只見川橋 (1938, 支間 112 m), 東京の奥多摩橋 (1936, 支間 108 m), 大阪の桜宮橋 (1930, 支間 104 m), 東京の永代橋 (1928, 支間 100.6 m), 岩手県の北上大橋 (1938, 支間 100 m) となる。

補剛吊橋としては, 径間の大なる順に示すと, 静岡県の大根大橋 (1925, 最大径間 190.1 m), 奈良県の折立橋 (1933, 最大径間 156 m), 官山県の長崎橋 (最大径間 145.4 m), 徳島県の三好橋 (1927, 最大径間 140 m), 埼玉県の正喜橋 (最大径間 140 m), 岐阜県の下渡橋 (最大径

間 137 m) の記録となっている。

上述の記録中、鉄筋コンクリート桁橋、鉄筋コンクリートアーチ橋、鉄筋コンクリートラーメン桁橋などでは、現在においても殆んど最大支間の更進記録はみられず、上位の橋に変化は全くないが、鋼橋においては、形式により多少の記録更進がみられた。

4 第二次世界大戦後における橋梁

(1) 鉄筋コンクリート橋

日本で始めて鉄筋コンクリート橋の実例をみるようになったのは、明治末の 1910 年代であるが、盛んに普及されるようになったのは昭和に入った 1929 年以降のことであるが、その後たちまち永久橋としてコンクリート橋の普及度は鋼橋をはるかに凌いでしまったのである。

1951 年 3 月の統計によると、全国の国府県道路橋の総数は 115,522 橋で延長は 1,481.14 km に達しているが、その中コンクリート橋は 55,366 橋 (47.9%)、551.57 km (37.2%) であるから、鋼橋の 2,869 橋 (2.5%)、190.71 km (12.6%) に比べると、数において 19 倍、延長において約 3 倍の普及率となっている。しかも 1948 年の統計に比べると、年々約 800 橋、延長 7,830 m の増設をみており、今後益々その数が増加するものと思われる。

このようにコンクリート橋が著しく普及されるようになったのは、特殊熟練工や高性能の機械などをあまり必要としないで現地製作が可能であるほか、主材料の入手が比較的容易で、工費も割合に低廉であることなどの点において、鋼橋よりも勝っていたことが主なる原因であると思う。しかしその反面、コンクリート橋の施工容易という利点はやゝもすると施工の粗雑化を招き易いという欠点を生じ、特に請負工事の現場コンクリートの品質に多少の不安を抱かしめ、従って設計者はコンクリートの許容応力度の引きあげを渋り、長スパンの橋の設計をためらうという傾向がないでもなかった。

戦後に架設された鉄筋コンクリート桁橋の例としては、1948 年神奈川県津久井郡に架けられた荒川橋があり、支間 $17\text{ m} + 2 \times 33\text{ m} + 17\text{ m}$ 、巾員 5.5 m の突桁型式の橋梁である。最大スパンの橋としては、戦前に架設してしまった十勝大橋 (支間 41 m) であるが、欧米では中級に属する程度であり、支間 20 m 以上の橋は殆んどゲルバー桁であるという従来の慣習は一考を要すると思う。無鉸連続桁やラーメン桁または橋台裏に対重用突桁部を設けた突桁橋などの有利な場合もあると考える。

鉄筋コンクリートラーメン橋としては、北海道における定山溪錦橋と夕張市遠幌橋のそれぞれに対し、前者は突桁を有する 2 ヒンジラーメン (支間 $10\text{ m} + 50\text{ m} + 10\text{ m}$)、後者は側径間を有する 2 ヒンジ斜脚ラーメン (3 径間連続桁の支間 $21\text{ m} + 39\text{ m} + 21\text{ m}$ 、中央の台形ラーメンの支間 57 m) として比較設計された資料が残っている。

また、鉄筋コンクリートアーチ橋としては、戦後 1949 年に群馬県利根郡に架設された千歳橋があり、これは無鉸開側型式の橋で、最大支間 45 m、拱矢 9.4 m、 $f/l = 1/5$ 、巾員 5.5 m、

全長 75 m となっている。そのほか、1953 年に山梨県に架設された大呼戸橋（支間 50 m、巾員 6.0 m）もあるが、最大支間の記録は戦前同様、万年橋（1943）の 79.4 m である。

(2) プレストレスト・コンクリート橋

高強度鋼の鉄筋を使用してこれに予め引張応力を与えることにより、コンクリートに圧縮応力を生じさせ、その後の荷重によって生ずる応力と相殺させて、コンクリート内に引張応力を生じないようにするかまたは許容値以内に止めるようにするプレストレスト・コンクリート工法を橋に用いた事例は、ドイツやフランスなどでは約 40 年以前からみられているが、我国においては、プレストレスト・コンクリートの原理について総合的な特許が 1932 年フレシネーにより与えられ、戦後はじめてその実用化が行われるに至ったわけである。現在では、極東鋼弦コンクリート振興会社とその総代理店となって、実際の施工には、ピーエスコンクリート K・K（東京）、日本ピーエスコンクリート K・K（敦賀）、オリエンタルコンクリート K・K その他の会社が当たっている。

我国で施工されたプレスト・コンクリート橋は、1951 年に支間 0～10 m までのもの 1 橋、1952 年に支間 0～10 m までのもの 3 橋、10 m～15 m のもの 1 橋、1953 年に 0～10 m のもの 57 橋、10 m～15 m のもの 21 橋、15 m～20 m のもの 1 橋となっている。これに対し、1954 年には、0～10 m のもの 26 橋、10～15 m のもの 16 橋、15 m～20 m のもの 8 橋、20 m～25 m のもの 3 橋、25 m～30 m のもの 3 橋となっており、最近になるほどスパンの長いものが架設されるようになって来ている。

プレストレストの方法には、コンクリート硬化前にピアノ線を緊張しておくプレテンション式と硬化後に緊張するポステンション式とがあり、橋のように比較的大きな寸法のものにはポステンション式が有利であり、特に突桁、ゲルバー桁、連続桁では是非ともこの方式によらなければならない。

また、プレキヤストコンクリート工法は、欧米でも戦前より行われたが戦後特に盛んになりつつあり、此国でもその影響を受け、北海道ではすでに 20 余橋の実例をみている。

この工法によれば、支保工の不要、施工の迅速およびコンクリート品質管理の容易という利点がある。現在までの例によれば、スパン 10 m 以内のスラブ橋であったが、若しクレーンの能力を 8 t まで許容出来れば、スパン 20 m まで応用することも出来るし、また更に高能力のクレーンを使用するかあるいは、架設方法を適当に考慮すれば、T 形桁として 30 m～40 m までの中型スパンの施工も可能となるのである。

(3) 鋼橋および高張力鋼橋

関東大震災以後における我国の橋梁技術に著しい進歩のみられたことは、すでに詳しく述べた通りであるが、第二次世界大戦の結果、非常な退歩を余儀なくされたことは事実である。特に痛感されたことは橋梁技術者の中堅となるべき人材の養成が中絶されたことであるが、戦後

再び欧米の技術を取り入れ、橋梁工事が復活されたことと若い有能な技術者の育成が盛んに行われるようになったことは、大変喜ばしい限りである。

鋼橋の場合はコンクリート橋と異なり、技術者の養成の必要欠くべからざる事実は、昔もいまも変りないのである。

第二次世界大戦後鉄道網が復旧し、鉄道橋の更新が行われたが、新規の設計を実施するほどの余裕はなかった。しかし、その後漸次新しい型式の橋も計画され、架設されるようになったので、記録されるべきものを拾ってみることとする。

宇高連絡可動橋は、当時国鉄で活躍していた友永和夫氏の多年にわたる研究の結果に負うところきわめて大であったし、また東京都内深川専用線に架けられた豊洲橋は、ランガー桁型式の橋梁で、中央支間 56 m、側径間 21.5 m であり、補剛桁は単腹のプレート・ガーダーよりなっており、1950 年に竣工開通した。そのほか、東北本線荒川橋梁の径間拡張のため、支間 59.2 m の新複線トラス橋 2 連の架設工事が行われたのを初め、帝都高速度交通営団による御茶の水橋梁（支間 36 m）、日本国有鉄道による東海道本線富士川橋梁（3 径間連続下路プレート・ガーダー、支間 63.5 m、総長 190.5 m）などが架設された。跨線橋としては、東京駅構内にローゼ桁型式の道路橋の架設されたことと、東京山手線田端一駒込間に中里跨線橋（鋼床板橋）の架けられたことが特別に注目を引いた。

昭和 30 年（1955）完成した国鉄の富士川橋梁は、中路型の 3 径間連続プレートガーダー（径間長 3×63.5 m）であるし、また高山線角川橋梁（支間 62.4 m の単線ワーレントラス）には、昭和 29 年（1954）現場継手に高張力ボルトが試用され、一応成功を収めている。

次に、昭和 7 年（1932）国鉄奥羽本線桧山川橋梁（上路プレートガーダー）の溶接補強に始まった橋梁に対する溶接の採用は昭和 15 年（1940）頃までに 1,300 連余の補強工事が行われたが、戦後飛躍的に溶接技術は発達し、1950 年代に入って溶接の橋梁への応用はきわめて顕著になって来た。昭和 30 年（1955）には、国鉄飯田線天竜川に垂直材のないワーレントラス鉄道橋が溶接で作られたほか、現在の新幹線の橋梁に溶接トラスが標準形として用いられるまでになっている。

それから、道路橋として戦後架設された主なる橋梁について述べることにする。

昭和 24 年（1949）12 月竣工した茨城県那珂川大橋はランガートラス橋で支間 70 m あり、当時架けられたランガートラス橋の代表的道路橋の一つである。このほか、1953 年架設された群馬大橋（支間 69.5 m、車道巾員 9.0 m）、東京都の四ツ木橋（支間 80.8 m、車道巾員 11 m）も、それぞれランガートラス、ランガー桁の代表的な道路橋として著名であるし、岐阜駅の跨線橋も支間 65 m のランガー桁橋で、戦後間もなく架設された。

プレート・ガーダーの道路橋として特筆すべきものには、岐阜県の長良橋（最大径間 67.08 m、ゲルバー桁）、神奈川県の相模大橋（1955、最大支間 57.8 m、巾員 9.0 m、7 径間ゲルバー

桁)、北海道の江別大橋(1946, 最大支間 67.2 m, 巾員 7.5 m, ゲルバー桁)、大阪府の西条大橋(支間 36 m, 箱形断面の溶接プレート・ガーダー)などがある。

ゲルバー・トラス橋には、戦後 1955 年架設の愛知県の衣浦橋(最大支間 80.6 m, 巾員 6.0 m)京都府の笠置橋(1959, 支間 81.9 m)、千葉県の芽吹橋(1959, 支間 89 m)などがあるが、径間の記録的に大きなものとしては、昭和 49 年(1974)竣工した大阪市南港に架けられた港大橋(ゲルバートラス, 径間 235 m + 510 m + 235 m)があり、世界第 3 位の支間長を誇っている。

鋼アーチ橋の例としては、現在アーチ橋で最大支間を記録している西海橋(長崎県, 1955, 支間 216 m, 巾員 7.5 m)を初め、熊ヶ根橋(宮城県, 1954, 支間 110 m, 巾員 6.0 m)、海尻橋(栃木県, 1955, 支間 105 m, 巾員 5.5 m)、尾鈴橋(宮崎県, 1946, 支間 100 m, 巾員 4.5 m)などが架設されたが、昭和 35 年(1960)以降において、大矢野橋(1966, 熊本県, 支間 156 m, 巾員 6.5 m)、内大臣橋(1964, 熊本県, 支間 153 m, 巾員 5.5 m)、榎木沢橋(1965, 岩手県, 支間 140 m, 巾員 6.0 m)、新三国大橋(1963, 群馬県, 支間 140 m, 巾員 7.0 m)、戸崎橋(1964, 宮城県, 支間 139.2 m, 巾員 6.0 m)、三井橋(1965, 神奈川県, 支間 130 m, 巾員 5.5 m)、前思橋(1964, 奈良県, 支間 126 m, 巾員 6.0 m)、松島橋(1966, 熊本県 126 m, 巾員 6.5 m)、安治川橋(1961, 国鉄大阪環状線, 支間 120 m, 複線)などが続々と架設された。

また、1954 年架設された静岡県の千歳橋は、鋼ローゼ桁橋の戦後における最初の設計であり、支間 72 m, 有効巾員 6 m よりなっている。しかし、鋼ローゼ桁として最初に竣工したのは広島県の住吉橋で中央径間 70 m に側径間をも有する橋である。

戦後における補剛吊橋としては、先ず第一に 1962 年(昭和 37 年)完成の若戸大橋をあげることが出来る。2 鉸式補剛吊橋で、吊橋部の長さ 680,330 m, 中央径間長 367 m で総鋼重量 21,400 t からなり、戦後我国初めての大規模な吊橋としてその価値は高く評価出来るものと思う。そのほか、1956 年愛知県に架けられた大嵐橋(中央径間 160 m, 巾員 4.5 m)、1952 年長野県に架設された上今井橋(中央径間 141 m, 巾員 3.6 m)を初めとし、愛知県の鷹ノ巣橋(1956, 中央径間 157 m, 巾員 4.5 m)、奈良県の川津大橋(1960, 中央径間 177.6 m, 巾員 3.6 m)、徳島県の小鳴門橋(1961, 中央径間 160 m, 巾員 7.0 m)、奈良県の備後大橋(1964, 中央径間 162 m, 巾員 4.0 m)、栃木県の川又大橋(1964, 中央径間 160 m, 巾員 4.5 m)、宮崎県の二軒橋(1964, 中央径間 158.4 m, 巾員 6.0 m)などが続々と架設された。そして 1973 年(昭和 48 年)に東洋第一、世界第 10 位の最大支間を有する関門橋が関門海峡“早瀬の瀬戸”(下関市壇之浦町一門司区門司町)に日本道路公団の手により架設された。その橋長 1,068 m, 中央径間長 712 m, 側径間長 178 m よりなっている。

また、第二次世界大戦後、欧米特に西ドイツの技術進展の影響を受け、我国においても合成桁型式の橋梁が盛んに架設されるようになった。すなわち、合成鉸桁橋、合成箱桁橋、合成格

子桁橋などがそれである。

我国最初の合成鋼桁橋は大阪市の神崎橋（1952）であり、大阪大学安宅教授の設計と大阪市立大学橋教授の実物破壊試験の結果により、耐前力の大きることが確認され、各地に架設されるようになった。神崎橋と殆んど同時に架設された合成鋼桁橋に横浜の鶴見川橋（1952）もあるが、その後10年の間に道路橋プレートガーダーでは、非合成のものは殆んどみられないまでになった。支間25 m以下の道路橋では合成工法によれば、約2割以上の鋼材が節約出来るといわれている。建設省道路局監修、同土木研究所設計の道路橋標準設計図集およびその解説が、日本道路協会によって1963年（昭和38年）に刊行され、活荷重合成桁橋の標準設計などが示された。

合成桁はまた鉄道橋にも盛んに用いられ、国鉄では各種のジベルによる合成桁の模型を製作し、その疲労耐荷力試験により比較研究を行なった。

格子桁理論は、合成格子桁橋への進展のみならず、鋼床板構造にも応用され、自動溶接機の開発と相俟ってこの方面への応用が盛んになり、特に鋼床板箱桁橋の架設へ進展した。

1959年（昭和34年）に架設された神奈川県のガス橋は支間58.3 mの鋼床板箱桁橋で単位面積当りの鋼重 303 kg/m^2 となり、1960年（昭和35年）架設された同県の城ヶ島大橋は3径間連続鋼床板箱桁（径間70 m+95 m+70 m）で単位面積当りの鋼重 321 kg/m^2 を示している。また1961年完成した兵庫県の甲子園橋は、同じく3径間連続鋼床板箱桁（径間56 m+70 m+56 m）で 295 kg/m^2 とかなり軽くなっている。1964年に出来た首都高速道路一号線の森ヶ崎橋梁は橋長240 mの3径間連続曲線台形箱桁で 262 kg/m^2 の鋼重となっている。また、箱断面ガーダー形式橋梁のスパンの長大化という面では、前述の城ヶ島大橋のほか、安治川橋（大阪）、佃新橋（東京）などの架橋があり、また、1964年には主径間140 mという我国での最大記録を有する琵琶湖大橋（滋賀県）の誕生をみるに至った。

それから道路の線形に合わせて構造を設計することも最近の橋梁に対する大きな課題であり、1956年（昭和31年）に架設された支間25 m、曲率半径30 mの曲線プレートガーダーの白糸橋（神奈川県）、支間43 m、斜角 19° の斜橋である大町橋（大阪）を始めとする曲線橋、斜橋が急速に増えて来たのである。そして都市高速道路の高架構造では、特にこの種構造の利用化が進み、阪神高速道路のS字型曲線橋、首都高速道路の鋼橋脚との一体構造となっている連続桁、ラーメン桁など新しい立体構造を生み出すに至った。

また、戦後西ドイツを主体とした欧州における発達に刺激されて、斜張橋の架設が年々増加する傾向にあり、神奈川県の勝瀬橋（1959、最大支間128 m）、北海道の神納橋（1963、最大支間80 m）、神戸港の摩耶大橋（1966、最大支間139 m）、広島県の尾道大橋（1967、最大支間215 m）、大阪市の豊里大橋（1970、最大支間216 m）、北海道の石狩河口橋（1971、最大支間160 m）、首都高速道路の荒川斜張橋（1970、最大支間160 m）など次々に架設されているほか、PC斜

張橋の浦戸大橋、浜名大橋、彦島大橋の架設にも目覚しいものがある。

プレストレスト・ランガー桁橋には、北海道沼田の翔竜橋（1962、中央径間 78 m）、同じく深川の新深川橋（1963、中央径間 90 m）、同じく天塩の天塩大橋（1957、バランスドラングー桁、ゲルバー桁、支間 $3 \times 22 \text{ m} + 34 \text{ m} + 100 \text{ m} + 34 \text{ m} + 3 \times 22 \text{ m}$ ）がある。

それからトラス橋の鉄筋コンクリート床版の合成化の問題が、東京大学生産技術研究所の手で研究課題として取り上げられ、数少ない合成トラス橋として注目を引いた新潟県の中宿橋（1956、支間 31.20 m、巾員 6.0 m）および同県の若宮橋（1959、支間 46 m、巾員 5.50 m）などについて実物実験が行われ、この種橋梁の可能性が確かめられた。

北海道開発局管内には、戦後当時の局長猪瀬寧雄氏の発案により、標津町の標津橋（1963、フィレンデール・タイドアーチ、支間 66.08 m、プレストレス導入）、鷗川の鷗川橋（1954、ローゼ桁、支間 79.44 m 2 連）、幌別の幌別橋（1953、ランガートラス、支間 64 m）、常呂の常呂橋（1963、非合成桁箱型式の 4 径間連続桁、支間 $30 \text{ m} + 2 \times 40 \text{ m} + 30 \text{ m}$ ）などがあるほか、各種形式の橋梁が続々と架けられた。

戦後、高張力鋼の開発、進歩により、我国における橋梁の大多数のものに高張力鋼を使用する時代となって来た。八幡製鉄 K・K が 1964 年（昭和 39 年）に編集した「高張力鋼デザインマニュアル」をみても、1947 年～1964 年間に架設された橋梁に高張力鋼を用いた橋の例が 130 ほど出ているから、その後に架設された高張力鋼使用の橋を加えれば数え切れないほどになっていると思う。高張力鋼を使用した代表的な橋としては、城ヶ島大橋、加治橋、小鳴門橋、新中川橋、相模大橋、若戸大橋などをあげることが出来ると思う。

(4) アルミニウム合金橋

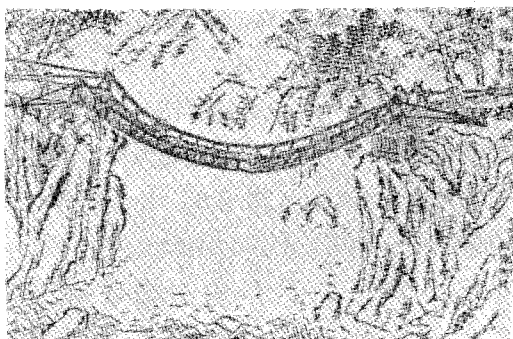
欧米各国においてアルミニウム合金橋が架けられるようになったので、その影響が我国にも及び、戦後日本においても試みとして架設されるようになった。

我国で最初に用いられたのは、国鉄のプレートガーダー架換機であり、1951 年（昭和 26 年）プレートガーダーの架換機を高力アルミニウム合金で作成成功したもので、全長 33.4 m で 14 S-T 6 の材料により作られたものである。

次に、1961 年に全溶接アルミニウム合金合成桁の金慶橋（支間 20 m、巾員 8 m～9.5 m）が芦屋～有馬間の有料道路に架けられたほか、北海道開発局の手により災害時の交通確保の目的で、アルミニウム合金応急橋（1962、ポニートラス、支間 30 m、巾員 3 m）が製作され、高力アルミニウム合金と耐食アルミニウム合金が使用された。

この応急橋の設計は東京大学生産技術研究所に委託され、米国の土木学会発表の「高強度アルミニウム合金構造物示方書」が適用された。

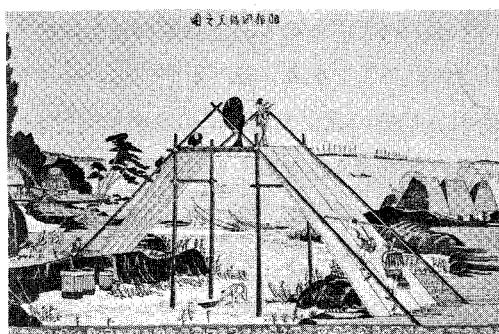
アルミニウム合金橋には種々の問題点があり、永久橋として安心して架設されるためには、まだ色々と研究すべき余地があるように思われ、重荷重の通過する橋梁としての架設例は最近



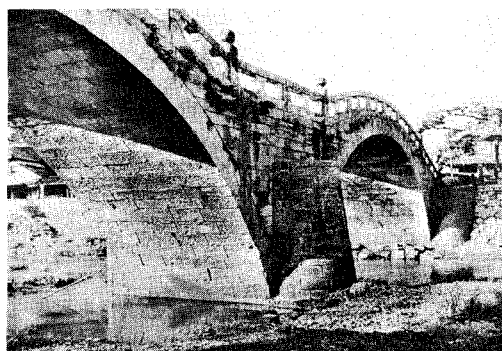
図一15 飛弾国の船津藤橋（岐阜県古城郡）



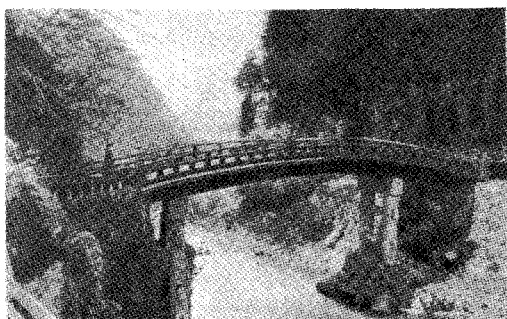
図一16 山梨県甲斐の猿橋（木造突桁）



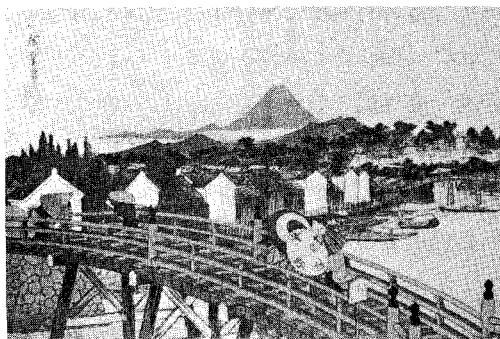
図一17 羽根田辨天之図
（刎ね橋，1840年頃の木版刷）



図一18 九州の諫早眼鏡橋（旧橋，1838）



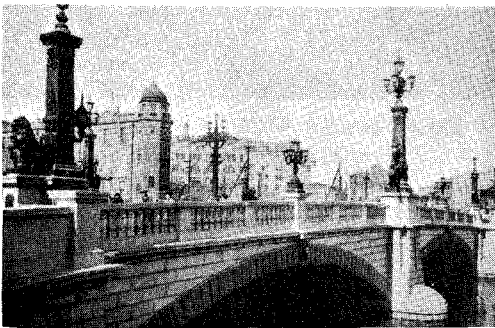
図一19 日光神橋（木橋）



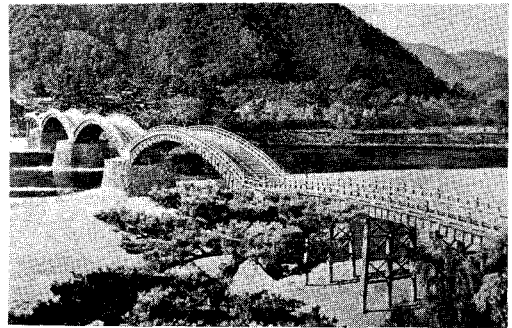
図一20 東京の日本橋（旧橋，広重筆）

我国においてもあまりみられない。

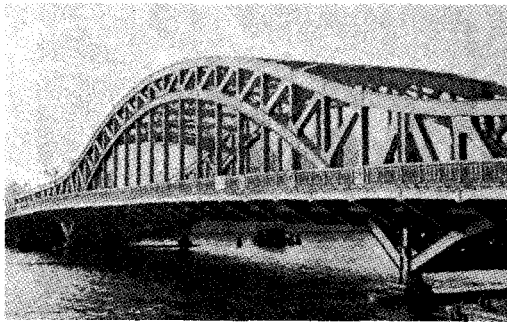
図一15は飛弾国吉城郡に蔓にて架けられた有名な船津藤橋であり、図一16は山梨県甲斐の溪谷に700～800年以前に架けられた木造突桁で、甲斐の猿橋として著名な奇橋とされている。図一17は刎ね橋の原型である羽根田辨天之図であり、図一18は九州諫早の眼鏡橋(旧橋)、図一19は日光神橋、図一20は東京の日本橋(旧橋)、図一21は同じく日本橋の新橋、図一22は日本三奇橋である岩国の錦帯橋(新橋)、図一23は関東震災後東京隅田川に架けられた突桁式タイドアーチの白鬚橋、図一24は東京隅田川の跳開橋で有名な勝鬨橋、図一25は固定アーチで名高い長崎県の西海橋、図一26は近代的鉄筋コンクリートアーチの想影橋(富山県)、図一27は福岡県北九州市の若戸大橋(3径間補剛構吊橋)、図一28は熊本県の連続トラスで名高い天門橋(天草1号橋)、図一29は斜張橋で注目を引いた広島県の尾道大橋、図一30は阪神高速道路中之島S字橋(3径間連続箱桁)である。また図一31は山陽新幹線に架けられたプレストレストコンクリート橋の吉井川鉄道橋、図一32は三重県に架けられたニールセン系ローゼ桁として名高い生の浦大橋、図一33は大阪南港に架けられたゲルバートラスとして世界有数の港大橋、図一34は福岡県に架けられた関門橋(3径間補剛構吊橋)の工事中(1972)の図である。



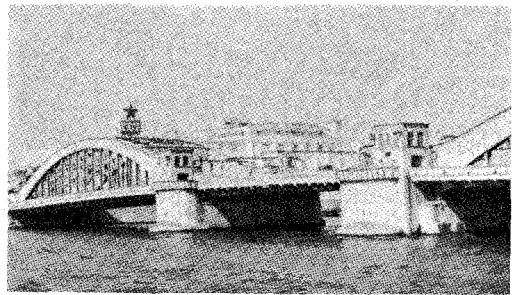
図一21 東京の日本橋(新橋)



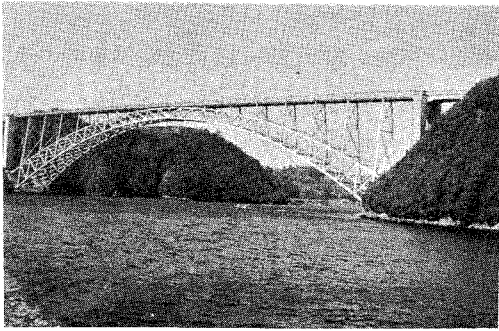
図一22 岩国の錦帯橋(1953, 木造アーチ)



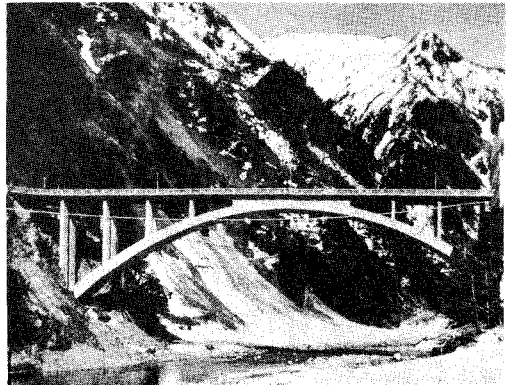
図一23 白鬚橋(1931, 突桁式タイドアーチ)



図一24 勝鬨橋(1940, 跳開橋)



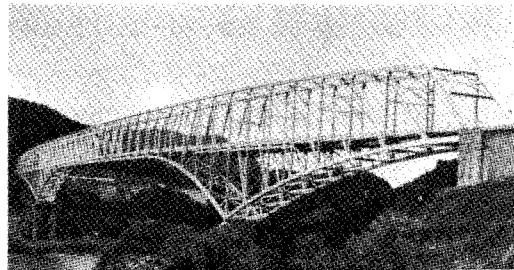
図一25 長崎県の西海橋（1955，固定アーチ）



図一26 富山県の想影橋
（1967，鉄筋コンクリートアーチ）



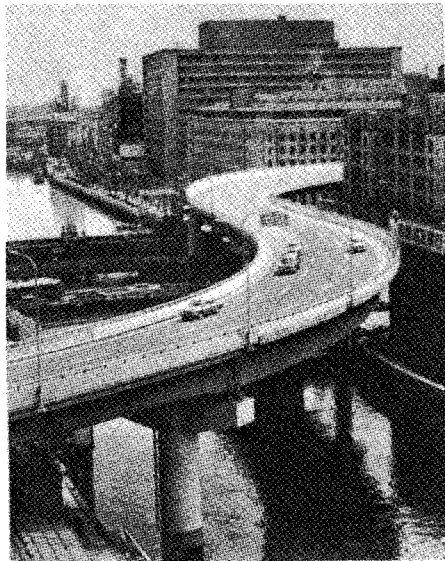
図一27 福岡県の若戸大橋
（1962，3径間補剛構吊橋）



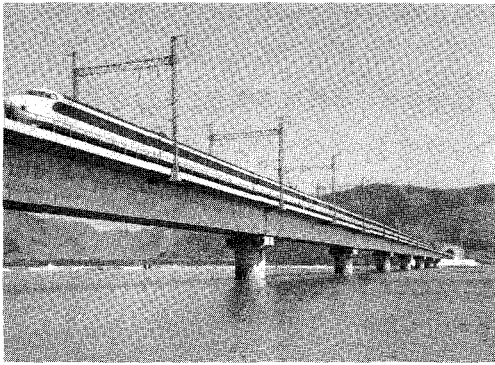
図一28 熊本県の天門橋（天草1号橋）
（1966，連続トラス）



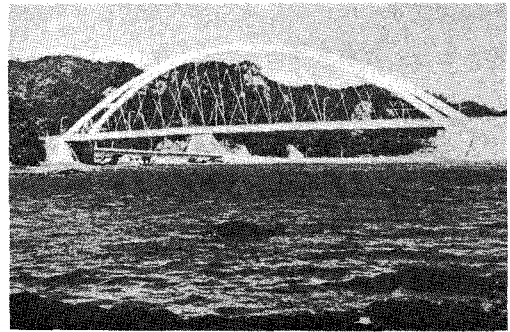
図一29 広島県の尾道大橋（1968，斜張橋）



図一30 阪神高速道路中之島S字橋
（3径間連続箱桁）



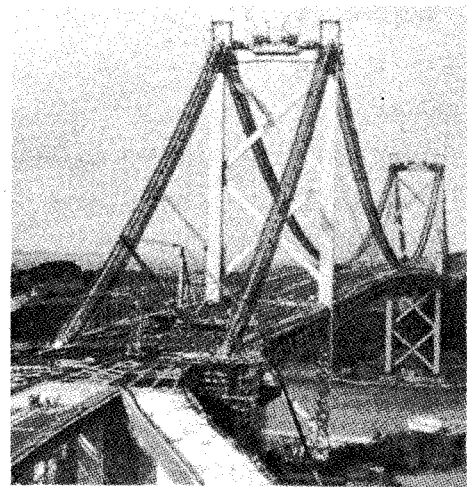
図一31 山陽新幹線の吉井川鉄道橋
(1970, プレストレストコンクリート橋)



図一32 三重県の生の浦大橋
(1973, ニールセン系ローゼ桁)



図一33 大阪南港の港大橋
(1973, ゲルバートラス)



図一34 福岡県の関門橋工事中の図
(1973 完成, 3 径間補剛構吊橋)

IV. 東南アジアおよび中近東の橋梁^{1)2)6)7)17)~26)}

東洋とはトルコを境とする中近東・東南アジア一帯の国々と定義出来ると思うので、これらの国々の橋について触れてみる（特に沖縄地方の橋をも掲載）。

沖縄地方の橋梁については日本の橋梁の中で少し触れたが、日本に返還になる前は米軍の指揮下にあったためその影響が無視出来ないものである。昔の沖縄地方の橋は九州地方の古石アーチと同じ系統の発達を辿っていると思う。戦後は日本の技術と米軍指揮による影響を受け、小径間の橋に有利な鉄筋コンクリート橋が圧倒的に多く、支間 12 m 位までは単純支持、それ以上の支間ではゲルバー、ラーメン型式を採用している。架設例としては、屋我地橋（支間 30 m, 鉄筋コンクリート方杖ラーメン橋）、塩谷大橋（支間 70 m, 鋼ランガー橋, 1959 年設計）などがある。

戦後の韓国の橋梁には目覚ましいものがあり、1973 年には南海橋（3 径間 2 ヒンジ補剛桁吊橋、

中央径間 404 m) が日韓両国の協力により完成された。戦前の橋では鴨緑江の旋開橋 (1839) のあることはあまりにも著名である。

次に、フィリピンの橋では、戦前架けられたものにマニラの昇開橋のあることは著名であるが、戦後レイテ島―サマル島間に架けられたマルコス橋 (メインスパン: 3 径間連続トラス 112 m + 192 m + 112 m, アクセス部: 単純合成鈹桁, 連続曲線箱桁, 単純トラス) は全長 2,162 m の長大橋で 1973 年に竣工開通した。

東パキスタンの橋梁はコンクリート橋が大多数を占め、スパンは 50 m 位までのものが架けられている。鋼橋は戦前英国時代の鉄道橋がガンジス河とカルナフリ河に架けられたのと小スパンのものが日本から輸入し架設されている。西パキスタンには 1962 年竣工した Rohri Channel 橋 (鋼アーチ橋, 支間 266.38 m, 鉄道, 道路兼用) のほか, 多数のコンクリート・ゲルバー橋が架けられている。鋼道路橋の計画中のものには, ブリガンガ橋, チツタゴン橋, クルナ橋などがある。

イランの橋はスパンの大きなものは殆んど外国製で, イラン国自身で架けたものはコンクリートか石材で造ったものが多く, 支間は 30 m 止りである。テヘラン郊外にイラン人の設計施工による支間 20 m で橋長 50 m の石工アーチ橋が 1960 年に架けられている。西欧の古石アーチ技術の影響が伝わって来ているのではないかと思う。コンクリート橋も支間 50 m 位になると外国人により架けられており, P.C 橋もアバダンの付近にあるが, イギリスの業者により架けられたものである。カルン川の架橋計画が実施され, トラスと合成桁の比較設計が行われた。

インドネシアの橋梁もコンクリート橋が優先的に採用されており, 中小スパンについて 1 m 毎の標準設計が制定されているが, 我国建設省の標準設計を全面的に参考にしたとのことである。それから北スラウエンに屋根付きの木造トラス橋がインドネシア人により架けられているのは大変珍しいことである。

タイのクワイ河には, 戦時中に建設され, 爆撃されて一部架け換えられた鉄道橋が二つある。その一つは曲線ポニートラスの鋼橋 (支間 25 m 11 連) で中間の三連が爆撃され, 戦後日本政府が賠償として架け換えたもので, もう一つはビルマ側 (右岸) の高水敷に支間 15 m 位の木トラス橋数連架けられたが, やはり戦時中爆撃されたため, 戦後我国の賠償でプレートガーダーに架け換えられた。

カンボジア王国の首都プノンペンのトンレサツプ橋は 1964 年に架けられた長大橋で, その全橋長 876.4 m (2 径間連続鋼床板箱桁, 3 径間連続鋼床板箱桁, PS コンクリート単純桁橋の組合せ) よりなっている。

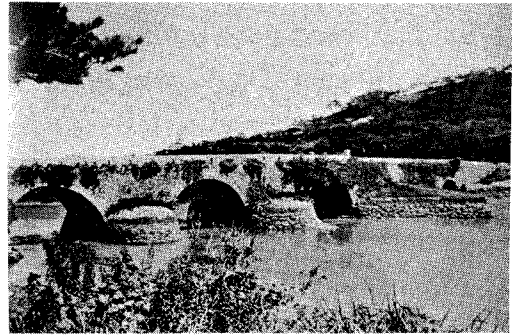
東洋と西洋の境界になるトルコ共和国では, ボスポラス橋 (橋長 1,450 m, 中央径間長 980 m, 側径間長 235 m の 3 径間補剛吊橋) の架橋計画を 1957 年頃より建て, 米国 2 社, 英国, 日本, デンマーク各 1 社の 5 社を対象に選考が進められたが, 米国 Steinman 事務所の設計により

1973年に完成した(最大支間 1,074 m)。またトルコのゴールデンホルン橋の架橋計画では、日本のコンサルタント(株)橋梁設計事務所が担当することとなり、国際入札の結果は日本の石川島播磨重工業(株)に決定し、最初の計画による斜張橋を変更し、鋼床板2主桁橋(最大支間 139.5 m)として1974年に完成した。

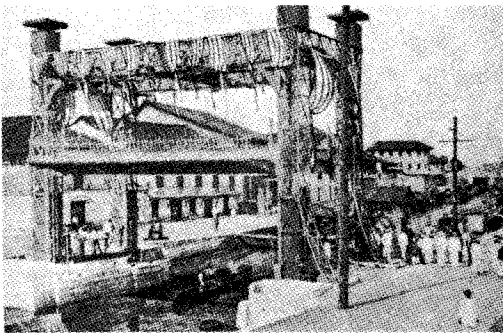
図一35は東南アジアのボルネオに架かる原始的竹の吊橋で、図一36は沖縄那覇に1718年架けられた石造アーチで有名な真玉橋、図一37はフィリピンのマニラに架けられた著名な昇開橋、図一38は最近韓国南岸に架けられた近代的な吊橋の南海橋である。



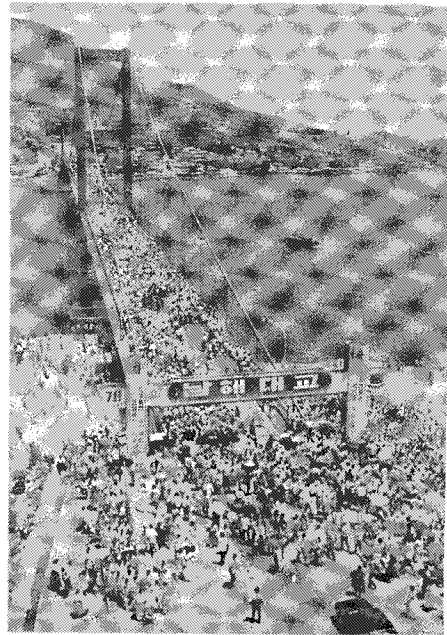
図一35 ボルネオの原始的竹の吊橋



図一36 沖縄那覇の真玉橋(1718、特別に掲載)



図一37 フィリピン、マニラの昇開橋



図一38 韓国南岸の南海橋
(近代的な3径間2ヒンジ補剛桁吊橋)

V. 総 括

東洋の橋梁の歴史的変遷をみるに、欧米におけるようなはっきりした記録や資料が少なく、その全体的発達動向を掴むことは非常に困難である。日本や中国における橋の歴史に比べ、中近東や東南アジアの国々における歴史的資料は全く少なく、現地調査に行った人達の紀行文より資料を集めたり、土着の人達の架橋技術の現状と残存している古い橋梁などより考古学的に古い時代の架橋術を推定するよりないのである。

東洋といってもその国々によって、地形・地質・気象・社会情勢・生活文化史・産物その他色々の環境的な特徴が異なるので、架橋技術やその発達傾向も当然異なっているのである。特に隣接する国と国との貿易・交際・戦争などの有無により発達傾向にも変化が生ずるわけで、日本と中国の交流による架橋技術の伝来のほか、西欧よりチベットを経て渡って来た技術の影響およびインドネシア方面より渡来して来たオランダ人の架橋技術の影響を見逃すことは出来ない。

古代における架橋技術の大きな流れは、インドを経て西欧の文化とともに技術が渡って来たものと考えられ、戦争の繰り返しによって、統治国の架橋技術がその国々の橋に大きな影響を与えたものと判断出来る。交流の自由な現代では、東洋の橋梁技術はどこ国においても、欧米の影響を受けないものはなく、その発達度合に差異がみられるのはその国々の環境によるものである。

(昭和52年5月20日受理)

文 献

- 1) 中村作太郎：室蘭工業大学研究報告（理工編）8-3, 45~68 (1976)
- 2) C. C. Mehrtens : Eisenbrückenbau 1, 14~59 (1908), Verlag Wilhelm Engelmann.
- 3) M. A. Howe : A Treatise on Arches, 13~19 (1897), John Wiley & Sons.
- 4) 成瀬勝武：橋梁, 1~8 (1934), 岩波書店
- 5) 鷹部屋福平：橋の美学, 1~96 (1942), アルス社
- 6) 鷹部屋福平：世界橋梁写真設計図説, 1~188 (1931), 正興館
- 7) 来島武・成瀬泰雄：世界の橋, 1~265 (1968), 森北出版社
- 8) 平井敦外3名：土木学会誌 61-3, 2 (1976)
- 9) 青木楠男・牧野喬：橋梁工学, 16~21 (1938), アルス社
- 10) 成瀬勝武：橋, 1~205 (1941), 河出書房
- 11) 横道英雄：コンクリート橋, 1~646 (1962), 技報堂
- 12) 横道英雄：鉄筋コンクリート橋, 1~469 (1952), 技報堂
- 13) 編纂委員会：明治以前日本土木史, 1093 (1936), 土木学会
- 14) 編集委員会：日本土木史（大正元年~昭和15年）670, 1270 (1965), 土木学会
- 15) 関西橋梁鉄骨研究会：溶接道路橋の設計と施工, 1~362 (1958), 共立出版
- 16) 八幡製鉄(株)編集委員会：高張力鋼デザインマニュアル（橋梁編）, 142 (1964), 理工図書

- 17) 磯野隆吉：土木学会誌 **56**－ 5, 69 (1971)
- 18) 前迪：土木学会誌 **58**－11, 87 (1973)
- 19) 中岡智信：土木学会誌 **59**－ 1, 73 (1974)
- 20) 南俊次外 9 名：土木技術資料（建設省土木研究所監修） **2**－ 4, 27 (1960)
- 21) 中村慶一：土木技術資料（建設省土木研究所監修） **5**－ 1, 31 (1963)
- 22) 多田安夫：土木技術資料（建設省土木研究所監修） **5**－ 3, 34 (1963)
- 23) 伊吹山四郎：土木技術資料（建設省土木研究所監修） **5**－ 4, 29 (1963)
- 24) 国広哲男：土木技術資料（建設省土木研究所監修） **9**－ 7, 49 (1967)
- 25) 大久保忠良：土木技術資料（建設省土木研究所監修） **10**－ 2, 48 (1968)
- 26) 佐藤清：土木技術資料（建設省土木研究所監修） **26**－ 4, 67 (1971)

有限円筒の 3 次元応力問題について

松 岡 健 一・能 町 純 雄

On Three Dimensional Stress Problems of Finite Hollow Cylinder

Kenichi Matsuoka and Sumio Nomachi*

Abstract

The purpose of this paper is first to present the general solutions of the three dimensional stress problems of a finite hollow cylinder submitted to forces on its boundaries. These solutions are obtained from the equations of equilibrium of forces in cylindrical co-ordinates by means of finite Fourier-Hankel transforms.

Then making use of the solutions, the numerical calculations are carried out for the case when the hollow cylinder is subjected to a pair of tractions which are partially distributed on the inner surface. The results are compared with those in the case of an infinitely long hollow cylinder carrying the same forces, and the results of Sibahara, et al, obtained from another method, are also shown in the figures for reference sake.

1. ま え が き

著者らはこれまで円柱座標で表わされる 3 次元応力問題として、静的弾性問題では、多層弾性体の問題¹⁾²⁾、無限および有限円柱の問題³⁾、円孔を有する無限および半無限体の問題⁴⁾⁵⁾を取扱ってきた。これらはいずれも解法として Fourier-Hankel 変換を用いるものであり、数値計算も数多く行なわれている。しかし円柱座標で表わされる 3 次元応力問題としては最も一般的な有限円筒の問題に関しては、曲げを受ける両端単純支持された厚肉円筒の問題⁶⁾を取っているのみで、任意の境界条件に対する解析は行なっていない。この問題に対する著者ら以外の研究としても、軸対称問題を取扱った柴原らの研究⁷⁾や奥村の研究⁸⁾があるくらいで、非軸対称問題に関してはその一般解も示されていないようである。

本論文では、まず、有限円筒の非軸対称問題をこれまでと同様に Fourier-Hankel 変換を用いて解析し、その一般解を示した。この解は文献 6) に示したのとは別の核関数を用いて積分変換してえられたものであるが、文献 6) の解に比較して境界条件の取扱いが一般的になっている。次に、得られた解を用い若干の数値計算を行ない、軸対称の場合に対して柴原らの結果との比較を行なった。また一部無限円筒の結果との比較も行なった。

* 北海道大学工学部教授 工博

2. 基礎方程式

円柱座標におけるつり合い式は、座標軸を r, θ, z とし、 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ をそれぞれ r, θ, z 方向の直応力度、 $\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{zr}$ をせん断応力度とすれば、物体力を無視して

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \sigma_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

となる。また弾性応力問題を対象とするので Hooke の法則は

$$\sigma_r = (2\mu + \lambda) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \left(\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (4)$$

$$\sigma_\theta = (2\mu + \lambda) \left(\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{r \partial \theta} \right) + \lambda \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (5)$$

$$\sigma_z = (2\mu + \lambda) \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta} \right), \quad (6)$$

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right), \quad (7) \quad \tau_{\theta z} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{r \partial \theta} \right) \quad (8)$$

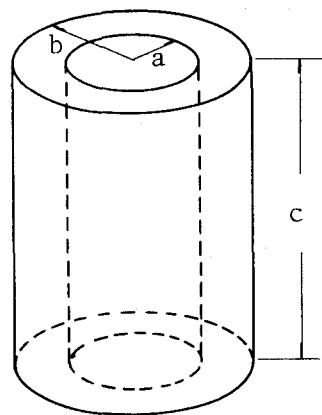
$$\tau_{zr} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right), \quad (9)$$

となる。ここで u, v, w はそれぞれ r, θ, z 方向の変位であり、 μ, λ は Lamé の弾性定数である。

3. 各変位成分の Fourier-Hankel 変換値

有限円筒の一般解は、式(1)~(3)の連立偏微分方程式を解くことにより得られるが、ここでは積分変換の一種である Fourier 変換と Hankel 変換を用いる方法によって解く。

今図一1に示すような内径 a 、外径 b 、長さ c の有限円筒を考える。ここで積分変換の核関数として $L_1 = \cos m\theta X$, $L_2 = \sin m\theta X$, $L_3 = \cos m\theta X_0$ を式(1)~(3)に対して選ぶ。ここで $m = 0, 1, 2, \dots$ である。こうして θ に関して $(0, 2\pi)$ の間で有限 Fourier 変換を行ない、 r に関して (a, b) 、 z に関して $(0, c)$ の間で X, X_0 を核として積分変換を行なう。このとき式(4)~(9)の Hooke の法則を考慮して応力を変位で表わし積分を行なう。次に r 方向の有限変換を実際に行なうために、次のよう



図一1 有限円筒

におく

$$C_m[u] = A_{mzr} + B_{mzr}, \quad S_m[v] = A_{mzr} - B_{mzr}, \quad (10)$$

$$C_m[\tau_{rz}] = T_{mzr}^a + T_{mzr}^b, \quad S_m[\tau_{\theta z}] = T_{mzr}^a - T_{mzr}^b, \quad (11)$$

式(1), (2)を積分変換してえられた結果に式(10), (11)を代入し, 辺々相加えて $X = X_1 = rH_{m+1}(\xi_i r) \cos Nz$ とおき, r, z に関する変換を完成させる。次に辺々相減じて $X = X_2 = rH_{m-1}(\xi_i r) \cos Nz$ とおき変換を続行する。さらに式(3)を積分変換して得られた結果に, 式(10), (11)を代入し, $X_0 = rH_m(\xi_i r) \sin Nz$ として積分を行なう。ただし上の説明中

$$C_m[f] = \int_0^{2\pi} f \cos m\theta d\theta, \quad S_m[f] = \int_0^{2\pi} f \sin m\theta d\theta, \quad (a)$$

$$H_j(\xi_i r) = J_j(\xi_i r) Y_m(\xi_i a) - J_m(\xi_i a) Y_j(\xi_i r), \quad j = m-1, m, m+1$$

で, $\xi_i, i = 1, 2, \dots$ は $H_m(\xi_i b) = 0$ の根を小さいものから順に並べたものであり, J, Y は第1種および第2種の Bessel 関数である。また $N = n\pi/c, n = 0, 1, 2, \dots$ である。

以上の計算により, 各変位成分の有限 Fourier-Hankel 変換値を含む3元連立方程式が導かれ, これを解くことにより変位成分の積分変換値が次のように求められる。

$$\begin{aligned} H_{m+1} C_n[A_{mzr}] &= \int_a^b \int_0^c A_{mzr} r H_{m+1}(\xi_i r) \cos Nz dr dz \\ &= \frac{1}{2\mu} \frac{1}{N^2 + \xi_i^2} \left[\left\{ C_m C_n[\sigma_r] + S_m C_n[\tau_{r\theta}] + 4\mu \frac{m+1}{r} C_n[A_{mzr}] + \mu N C_m S_n[w] \right\} \right. \\ &\quad \times r H_{m+1}(\xi_i r) \Big|_a^b - \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} \cdot \frac{\xi_i^2}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \left[\left\{ C_m C_n[\sigma_r] + 2\mu \left(\frac{m+1}{r} C_n[A_{mzr}] \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{m-1}{r} C_n[B_{mzr}] \right) + 2\mu N C_m S_n[w] \right\} r H_{m+1}(\xi_i r) \right]_a^b + \frac{1}{2\mu} \frac{1}{N^2 + \xi_i^2} \\ &\quad \times \left[\left\{ \frac{3\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} H_{m+1}[T_{mzr}^a] + \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} H_{m-1}[T_{mzr}^b] - \mu \xi_i H_m C_m[w] \right\} \cos Nz \right]_0^c \\ &\quad \left. + \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} \cdot \frac{N^2}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \left[\left\{ H_{m+1}[T_{mzr}^a] - H_{m-1}[T_{mzr}^b] + 2\mu \xi_i H_m C_m[w] \right\} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \cos Nz \right]_0^c \right], \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{m-1} C_n[B_{mzr}] &= \int_a^b \int_0^c B_{mzr} r H_{m-1}(\xi_i r) \cos Nz dr dz \\ &= -\frac{1}{2\mu} \frac{1}{N^2 + \xi_i^2} \left[\left\{ C_m C_n[\sigma_r] - S_m C_n[\tau_{r\theta}] - 4\mu \frac{m-1}{r} C_n[B_{mzr}] + \mu N C_m S_n[w] \right\} \right. \\ &\quad \times r H_{m-1}(\xi_i r) \Big|_a^b + \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} \cdot \frac{\xi_i^2}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \left[\left\{ C_m C_n[\sigma_r] + 2\mu \left(\frac{m+1}{r} C_n[A_{mzr}] \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{m-1}{r} C_n[B_{mzr}]) + 2\mu N C_m S_n[w] \Big\} r H_{m-1}(\xi_i r) \Big]_a^b + \frac{1}{2\mu} \frac{1}{N^2 + \xi_i^2} \left[\left\{ \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} \right. \right. \\
& \times \mathbf{H}_{m+1}[T_{mzr}^a] + \frac{3\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} \mathbf{H}_{m-1}[T_{mzr}^b] + \mu \xi_i \mathbf{H}_m C_m[w] \Big\} \cos Nz \Big]_o^c - \frac{\mu + \lambda}{2\mu(2\mu + \lambda)} \\
& \times \frac{N^2}{(N^2 + \xi_i^2)} \left[\left\{ \mathbf{H}_{m+1}[T_{mzr}^a] - \mathbf{H}_{m-1}[T_{mzr}^b] + 2\mu \xi_i \mathbf{H}_m C_m[w] \right\} \cos Nz \right]_o^c, \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_m C_m S_n[w] &= \int_a^b \int_0^{2\pi} \int_0^c w r H_m(\xi_i r) \cos m\theta \sin Nz dr d\theta dz \\
&= \frac{\xi_i}{N^2 + \xi_i^2} \left[C_m S_n[w] r H_{m+1}(\xi_i r) \right]_a^b - \frac{\mu + \lambda}{\mu(2\mu + \lambda)} \frac{N \xi_i}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \left[C_m C_n[\sigma_r] \right. \\
&+ 2\mu \left(\frac{m+1}{r} C_n[A_{mzr}] + \frac{m-1}{r} C_n[B_{mzr}] \right) + 2\mu N C_m S_n[w] \Big\} r H_{m+1}(\xi_i r) \Big]_a^b \\
&- \frac{N}{N^2 + \xi_i^2} \left[\mathbf{H}_m C_m[w] \cos Nz \right]_o^c - \frac{\mu + \lambda}{\mu(2\mu + \lambda)} \frac{N \xi_i}{(N^2 + \xi_i^2)^2} \left[\left\{ \mathbf{H}_{m+1}[T_{mzr}^a] \right. \right. \\
&- \mathbf{H}_{m-1}[T_{mzr}^b] + 2\mu \xi_i \mathbf{H}_m C_m[w] \Big\} \cos Nz \Big]_o^c \quad (14)
\end{aligned}$$

式(12)~(14)中の $C_m C_n[\sigma_r]$, $S_m C_n[\tau_{r\theta}]$, ……などは σ_r , $\tau_{r\theta}$, ……の積分変換値を記号で示したものであるが, その意味は式(a)および式(12)~(14)の最初に示した式から明らかであろう。

4. 有限円筒の変位の一般解

有限円筒の各変位成分の一般解は, 式(12)~(14)を逆変換することにより与えられるが式(14)をそのまま逆変換して得られる w は円筒の偶部(たとえば $r=a$, $c=0$)で常に0となり一般的には好ましくない。そこで以下に述べるような補正を加える。

まず式の表現を簡単にするため, 式(12)~(14)中の $C_m C_n[\sigma_r]$, $S_m C_n[\tau_{r\theta}]$, ……などを次のよう

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{mnr} &= S_m C_n[\tau_{r\theta}], & \beta_{mnr} &= C_m C_n[\sigma_r], & A_{mnr} &= C_n[A_{mzr}], \\ B_{mnr} &= C_n[B_{mzr}], & \gamma_{miz} &= \mathbf{H}_{m+1}[T_{mzr}^a], & \delta_{miz} &= \mathbf{H}_{m-1}[T_{mzr}^b], \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

また w の補正により生ずる値も簡単化し,

$$\left. \begin{aligned} C_{mnr} &= C_m C_n[\partial u / \partial r], & D_{miz} &= \mathbf{H}_{m+1}[\partial A_{mz} / \partial z], \\ E_{miz} &= \mathbf{H}_{m-1}[\partial B_{mz} / \partial z], \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

とおく。ここで式(4)を $\cos m\theta \cdot \cos Nz$ を核関数として θ について $(0, 2\pi)$, z について $(0, c)$ で積分変換を行ない, 式を整理すれば

$$C_m S_n[w] = -\frac{1}{N} \left[C_m[w] \cos Nz \right]_o^c - \frac{m+1}{Nr} A_{mnr} - \frac{m-1}{Nr} B_{mnr} - \frac{2\mu+\lambda}{\lambda} \frac{1}{N} C_{mnr} + \frac{1}{\lambda N} \beta_{mnr}, \quad (15)$$

次に式(8)を $\sin m\theta$ 、式(9)を $\cos m\theta$ で積分変換し、得られた式を辺々相加え $rH_{m+1}(\xi_i r)$ で積分変換を行ない、式を整理すれば

$$H_m C_m[w] = \frac{1}{\xi_i} \left[C_m[w] rH_{m+1}(\xi_i r) \right]_a^b + \frac{2}{\mu \xi_i} (\mu D_{miz} - \gamma_{miz}), \quad (16)$$

また相辺相減じ $rH_{m-1}(\xi_i r)$ で積分変換を行ない、式を整理すれば

$$H_m C_m[w] = \frac{1}{\xi_i} \left[C_m[w] rH_{m+1}(\xi_i r) \right]_a^b - \frac{2}{\mu \xi_i} (\mu E_{miz} - \delta_{miz}), \quad (17)$$

式(16)、(17)から次の式が得られる。

$$H_m C_m[w] = \frac{1}{\xi_i} \left[C_m[w] rH_{m+1}(\xi_i r) \right]_a^b + \frac{1}{\xi_i} (D_{miz} - E_{miz}) - \frac{1}{\mu \xi_i} (\gamma_{miz} - \delta_{miz}), \quad (18)$$

$$\mu(D_{miz} + E_{miz}) - (\gamma_{miz} + \delta_{miz}) = 0 \quad (19)$$

式(12)~(14)に式(15)~(18)の関係を代入し逆変換を行なうことにより各変位成分を求めることができる。上の誘導では $m \neq 0$ 、 $n \neq 0$ の場合について述べているが $n = 0$ 、 $m = 0$ の式は、上に述べた各式で $m = 0$ とすれば良い。 $n = 0$ のときは別な形となるが、誘導の方法は上の場合と同様である。また $i = 0$ に相当する初期項も必要となるが、これも途中の積分変換で $rH_{m+1}(\xi_i r)$ の代りに r^{2-m} 、 $rH_{m-1}(\xi_i r)$ の代りに r^{2+m} を用いて積分を行ない同様に求めることができる。従って各変位成分の一般式は

$$u = \frac{1}{\pi} A_{ozr} + \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (A_{mzr} + B_{mzr}) \cos m\theta, \quad (20)$$

$$v = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (A_{mzr} - B_{mzr}) \sin m\theta, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} A_{mzr} &= \frac{2ma^{2m}b^{2m}}{b^{2m}-a^{2m}} \frac{1}{r^{m+1}} \int_a^b \left\{ \frac{1}{c} \int_o^c A_{mzr} dz + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} C_n[A_{mzr}] \cos Nz \right\} r^{-m} dr \\ &\quad + \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{m+1}(\xi_i r)}{\Theta_{mi}^2} \left\{ \frac{1}{c} \int_o^c H_{m+1}[A_{mzr}] dz + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} H_{m+1} C_n[A_{mzr}] \cos Nz \right\} \\ &= \sum_{k=1}^2 \left[(-1)^{k-1} \frac{2ma^{2m}b^{2m}}{b^{2m}-a^{2m}} \cdot \frac{1}{cr^{m+1}} \left\{ \frac{1}{4m(3\mu+\lambda)} a_k^{2-m} (\beta_{mok} + \alpha_{mok}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\mu}{3\mu+\lambda} - \frac{\mu+\lambda}{2m(3\mu+\lambda)} \right) a_k^{1-m} A_{mok} - \frac{\mu+\lambda}{2m(3\mu+\lambda)} a_k^{1-m} B_{mok} - \frac{\lambda}{4m(3\mu+\lambda)} \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot a_k^{2-m} (W_{mk_1} - W_{mk_2}) - \frac{\lambda}{2m(3\mu+\lambda)} D_{mok} + \frac{\mu+\lambda}{2m\mu(3\mu+\lambda)} \gamma_{mok} \Big\} + \frac{1}{(2\mu+\lambda)c} \\
& \cdot f_{mp}^{(k)}(r) \Big\{ \frac{1}{2} \beta_{mok} + \frac{2\mu+\lambda}{2\mu} \alpha_{mok} + (3\mu+\lambda) \frac{m+1}{a_k} A_{mok} + (\mu+\lambda) \frac{m-1}{a_k} B_{mok} \\
& - \frac{\lambda}{2} (W_{mk_1} - W_{mk_2}) \Big\} + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \Big\{ \frac{1}{2N} \chi_{mp}^{(k)}(Nr) \Big(\frac{\mu+\lambda}{\mu\lambda} \beta_{mnk} + \frac{1}{\mu} \alpha_{mnk} \\
& + \frac{3(m+1)}{a_k} A_{mnk} + \frac{m-1}{a_k} B_{mnk} - \frac{2\mu+\lambda}{\lambda} C_{mnk} \Big) - \frac{\mu+\lambda}{4\mu\lambda N} \omega_{mp}^{(k)}(Nr) (\beta_{mnk} \\
& - 2\mu C_{mnk}) \Big\} + \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{m+1}(\xi_i r)}{\theta_{mi}^2} \Big\{ \frac{\lambda}{2\mu+\lambda} \cdot \frac{1}{\xi_i} \phi^{(k)}(\xi_i z) \Big(D_{mik} \\
& - \frac{\mu+\lambda}{2\mu\lambda} (3\gamma_{mik} + \delta_{mik}) \Big) - \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} \frac{1}{\xi_i} (\phi^{(k)}(\xi_i z) - \phi^{(k)}(\xi_i \bar{z})) (D_{mik} \\
& - \frac{1}{4\mu} (3\gamma_{mik} + \delta_{mik})) \Big\} + \frac{2ma^{2m}b^{2m}}{b^{2m}-a^{2m}} \cdot \frac{(-1)^k}{2r^{m+1}} \Big\{ f_1\left(\frac{z}{c}\right) \Big(W_{mk_2} - \frac{1}{\mu} \gamma'_{mk_2} \Big) \\
& - f_1\left(1 - \frac{z}{c}\right) \Big(W_{mk_1} - \frac{1}{\mu} \gamma'_{mk_1} \Big) \Big\} \Big] \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{mzr} &= \frac{2m}{b^{2m}-a^{2m}} r^{m-1} \int_a^b \Big\{ \frac{1}{c} \int_o^c B_{mzr} dz + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} C_n [B_{mzr}] \cos Nz \Big\} r^m dr \\
&+ \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{m-1}(\xi_i r)}{\theta_{mi}^2} \Big\{ \frac{1}{c} \int_o^c H_{m-1} [B_{mzr}] dz + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} H_{m-1} C_n [A_{mzr}] \Big\} \\
&= \sum_{k=1}^2 \Big[(-1)^{k-1} \frac{2m}{b^{2m}-a^{2m}} \cdot \frac{r^{m-1}}{c} \frac{1}{4m(3\mu+\lambda)} \Big\{ a_k^{m+2} (\alpha_{mok} - \beta_{mok}) \\
&+ 2(\mu+\lambda) a_k^{m+1} A_{mok} + (4\mu m + 2(\mu+\lambda)) a_k^{m+1} B_{mok} + \lambda E_{mok} \\
&- \frac{\mu+\lambda}{\mu} \delta_{mok} + \lambda a_k^{m+2} (W_{mk_1} - W_{mk_2}) \Big\} + \frac{1}{(2\mu+\lambda)c} f_{ms}^{(k)}(r) \Big\{ \frac{1}{2} \beta_{mok} \\
&- \frac{2\mu+\lambda}{2\mu} \alpha_{mok} - (\mu+\lambda) \frac{m+1}{a_k} A_{mok} - (3\mu+\lambda) \frac{m-1}{a_k} B_{mok} - \frac{\lambda}{2} (W_{mk_1} - W_{mk_2}) \Big\} \\
&+ \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \Big\{ \frac{1}{2N} \chi_{ms}^{(k)}(Nr) \Big(\frac{\mu+\lambda}{\mu\lambda} \beta_{mnk} - \frac{1}{\mu} \alpha_{mnk} - \frac{m+1}{a_k} A_{mnk} \\
&- \frac{3(m-1)}{a_k} B_{mnk} - \frac{2\mu+\lambda}{\lambda} C_{mnk} \Big) - \frac{\mu+\lambda}{4\mu\lambda N} \omega_{ms}^{(k)}(Nr) (\beta_{mnk} - 2\mu C_{mnk}) \Big\} \\
&+ \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_{m-1}(\xi_i r)}{\theta_{mi}^2} \Big\{ \frac{\lambda}{2\mu+\lambda} \frac{1}{\xi_i} \phi^{(k)}(\xi_i z) \Big(E_{mik} - \frac{\mu+\lambda}{2\mu\lambda} (\gamma_{mik} + 3\delta_{mik}) \Big) \\
&- \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} \frac{1}{\xi_i} (\phi^{(k)}(\xi_i z) - \phi^{(k)}(\xi_i \bar{z})) \Big(E_{mik} - \frac{1}{4\mu} (\gamma_{mik} + 3\delta_{mik}) \Big) \Big\} \\
&+ \frac{2m}{b^{2m}-a^{2m}} r^{m-1} \frac{(-1)^k}{2} \Big\{ f_1\left(\frac{z}{c}\right) \Big(W_{mk_2} - \frac{1}{\mu} \delta'_{mk_2} \Big) - f_1\left(1 - \frac{z}{c}\right) \\
&\Big(W_{mk_1} - \frac{1}{\mu} \delta'_{mk_1} \Big) \Big\} \Big] \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{ozr} &= \frac{r^{-1}}{\log b/a} \int_a^b \Big\{ \frac{1}{c} \int_o^c A_{ozr} dz + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} C_n [A_{ozr}] \cos Nz \Big\} dr \\
&+ \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_1(\xi_i r)}{\theta_{1i}^2} \Big\{ \frac{1}{c} \int_o^c H_1 [A_{ozr}] dz + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} H_1 C_n [A_{ozr}] \cos Nz \Big\} \\
&= \sum_{k=1}^2 \Big[\frac{1}{\log b/a} \frac{(-1)^{k-1}}{cr} \cdot \frac{1}{2(2\mu+\lambda)} \Big\{ -\frac{a_k^2}{4} \log \frac{a_k^3}{ab} \beta_{ook} + ((\mu+\lambda) \log \frac{a_k^2}{ab} \\
&+ 2\mu+\lambda) a_k A_{ook} + 2\lambda D_{ook} - \frac{2(\mu+\lambda)}{\mu} \gamma_{ook} + \frac{\lambda}{2} a_k (\log \frac{a_k^2}{ab} + 1) \Big\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (W_{ok_1} - W_{ok_2}) \Big\} + \frac{1}{2\mu + \lambda} \frac{1}{C} f_{op}^{(k)}(r) \Big\{ \beta_{ook} + \frac{2\mu}{a_k} A_{ook} - \frac{\lambda}{2} (W_{ok_1} - W_{ok_2}) \Big\} \\
& + \frac{2}{C} \sum_{n=1}^{\infty} \cos Nz \Big\{ \frac{1}{2N} \chi_{op}^{(k)}(Nr) \Big(\frac{\mu + \lambda}{\mu\lambda} \beta_{onk} + \frac{2}{a_k} A_{onk} \Big) - \frac{\mu + \lambda}{4\mu\lambda N} \omega_{op}^{(k)}(Nr) \beta_{onk} \Big\} \\
& + \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_1(\xi_i r)}{\Theta_{1i}^2} \Big\{ \frac{\lambda}{2\mu + \lambda} \frac{1}{\xi_i} \phi^{(k)}(\xi_i z) \Big(D_{oik} - \frac{2(\mu + \lambda)}{\mu\lambda} \gamma_{oik} \Big) - \frac{\mu + \lambda}{2\mu + \lambda} \cdot \frac{1}{\xi_i} \\
& (\phi^{(k)}(\xi_i z) - \phi^{(k)}(\xi_i z)) \Big(D_{oik} - \frac{1}{\mu} \gamma_{oik} \Big) \Big\} + \frac{r^{-1}}{\log b/a} \frac{(-1)^k}{2} \Big\{ f_1\left(\frac{z}{C}\right) \Big(W_{ok_2} - \frac{2}{\mu} \gamma'_{ok_2} \Big) \\
& - f_1\left(1 - \frac{z}{C}\right) \Big(W_{ok_1} - \frac{2}{\mu} \gamma'_{ok_1} \Big) \Big\} \Big\}, \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w = & \frac{4}{b^2 C} \sum_{n=1}^{\infty} \sin Nz \Big\{ \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_0(\xi_i r)}{\Theta_{0i}^2} H_o C_o S_n[w] + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_m(\xi_i r)}{\Theta_{mi}^2} \\
& \cos m\theta H_m C_m S_n[w] \Big\} = \sum_{k=1}^2 \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} e_m \cos m\theta \Big\{ \frac{2}{C} \sum_{n=1}^{\infty} \sin Nz \Big(\frac{1}{N} G_m^{(k)}(Nr) \\
& \Big(\frac{1}{\lambda} \beta_{mnk} - \frac{2}{a_k} A_{mnk} - \frac{2\mu + \lambda}{\lambda} C_{mnk} \Big) + \frac{\mu + \lambda}{2\mu\lambda N} F_m^{(k)}(Nr) (\beta_{mnk} - 2\mu C_{mnk}) \Big\} \\
& + \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_m(\xi_i r)}{\Theta_{mi}^2} \Big\{ \frac{1}{\xi_i} Q^{(k)}(\xi_i z) \Big(D_{mik} - E_{mik} - \frac{1}{\mu} (\gamma_{mik} - \delta_{mik}) \Big) \\
& + \frac{\mu}{2\mu + \lambda} \frac{1}{\xi_i} p^{(k)}(\xi_i z) \Big(D_{mik} - E_{mik} - \frac{\mu + \gamma}{2\mu^2} (\gamma_{mik} - \delta_{mik}) \Big) \Big\} \\
& + g_m^{(k)}(r) \Big\{ \frac{z}{C} W_{mk1} + \Big(1 - \frac{z}{C} \Big) W_{mk2} \Big\} \Big\}, \quad (25)
\end{aligned}$$

となる。ここで $a_1 = b$, $a_2 = a$, $a_0 = a$, $c_1 = c$, $c_2 = 0$ として

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{mnk} &= \alpha_{mnr})_{r=a_k}, \quad \beta_{mnk} = \beta_{mnr})_{r=a_k}, \quad A_{mnk} = A_{mnr})_{r=a_k}, \\ B_{mnk} &= B_{mnr})_{r=a_k}, \quad C_{mnk} = C_{mnr})_{r=a_k} \quad W_{mkj} = C_m[w]_{r=a_k, z=c_j} \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{mik} &= \{ D_{miz})_{z=0} + (-1)^{k-1} D_{miz})_{z=c} \} / 2, \\ E_{mik} &= \{ E_{miz})_{z=0} + (-1)^{k-1} E_{miz})_{z=c} \} / 2, \\ \gamma_{mik} &= \{ \gamma_{miz})_{z=0} + (-1)^{k-1} \gamma_{miz})_{z=c} \} / 2, \\ \delta_{mik} &= \{ \delta_{miz})_{z=0} + (-1)^{k-1} \delta_{miz})_{z=c} \} / 2, \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{mok} &= \int_a^b r^{2-m} \frac{\partial}{\partial z} A_{mzr})_{z=c_k} dr, \quad E_{mok} = \int_a^b r^{2+m} \frac{\partial}{\partial z} B_{mzr})_{z=c_k} dr, \\ \gamma_{mok} &= \int_a^b r^{2-m} T_{mzr}^a)_{z=c_k} dr, \quad \delta_{mok} = \int_a^b r^{2+m} T_{mzr}^b)_{z=c_k} dr, \\ \gamma'_{mkj} &= \int_a^b [r^{-m} T_{mzr}^a \cos Nz]_{z=c_j} dr, \quad \delta'_{mkj} = \int_a^b [r^m T_{mzr}^b \cos Nz]_{z=c_j} dr, \\ D_{ook} &= \int_a^b \frac{r^2}{4} \log \frac{r^2}{ab} \frac{\partial}{\partial z} A_{mzr})_{z=c_k} dr, \quad \gamma_{ook} = \int_a^b \frac{r^2}{4} \log \frac{r^2}{ab} T_{ozr}^a)_{z=c_k} dr, \\ \gamma'_{vki} &= \int_a^b [T_{mzr}^a \cos Nz]_{z=c_j} dr, \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

とおいたものであり, $e_0 = 1/2$, $e_m = 1$ ($m \neq 0$) である。また

$$\Theta_{mi}^2 = \{H_{m+}(\xi_i b)\}^2 - \frac{a^2}{b^2} \{H_{m+1}(\xi_i a)\}^2 \quad (g)$$

である。式(22)~(25)中の α , β , ...などは境界の応力や変位の積分変換値で与えられる一種の積分定数で、変位の適合条件や境界条件により決定されるものである。また各応力成分は Hooke の法則式(4)~(9)から求められる。

式(22)~(25)中の関数は Fourier 変換および Hankel 変換の逆変換により得られるもので結果のみを示せば次のようである。

$$G_m^{(k)}(Nr) = \frac{R_{mm}^{(k)}(Nr)}{R_{mm}^{(k)}(Na_k)}, \quad \chi_{mp}^{(k)}(Nr) = \frac{R_{m+1,m}^{(k)}(Nr)}{R_{mm}^{(k)}(Na_k)}, \quad \chi_{ms}^{(k)}(Nr) = \frac{R_{m-1,m}^{(k)}(Nr)}{R_{mm}^{(k)}(Na_k)},$$

$$F_m^{(k)}(Nr) = N[R_{mm}^{(k)}(Na_k)\{rR_{m-1,m}^{(k)}(Nr) - a_{k-1}R_{m,m+1}^{(k)}(Nr)\} - R_{mm}^{(k)}(Nr)\{a_kR_{m-1,m}^{(k)}(Na_k) - a_{k-1}R_{m,m+1}^{(k)}(Na_k)\}]/\{R_{mm}^{(k)}(Na_k)\}^2,$$

$$\omega_{mp}^{(k)}(Nr) = N[R_{mm}^{(k)}(Na_k)\{rR_{mm}^{(k)}(Nr) - a_{k-1}R_{m+1,m+1}^{(k)}(Nr)\} - R_{m+1,m}^{(k)}(Nr)\{a_kR_{m-1,m}^{(k)}(Na_k) - a_{k-1}R_{m,m+1}^{(k)}(Na_k)\}]/\{R_{mm}^{(k)}(Na_k)\}^2,$$

$$\omega_{ms}^{(k)}(Nr) = N[R_{mm}^{(k)}(Na_k)\{rR_{mm}^{(k)}(Nr) - a_{k-1}R_{m-1,m-1}^{(k)}(Nr)\} - R_{m-1,m}^{(k)}(Nr)\{a_kR_{m+1,m}^{(k)}(Na_k) - a_{k-1}R_{m,m-1}^{(k)}(Na_k)\}]/\{R_{mm}^{(k)}(Na_k)\}^2,$$

$$R_{i,j}^{(k)}(Nr) = I_i(Nr)K_j(Na_{k-1}) - (-1)^{i+j}I_j(Na_{k-1})K_i(Nr),$$

I, K は第 1 種および第 2 種の変形 Bessel 関数

$$g_m^{(k)}(r) = \frac{a^m b^m}{b^{2m} - a^{2m}} \left\{ \left(\frac{r}{a_{k-1}} \right)^m - \left(\frac{a_{k-1}}{r} \right)^m \right\},$$

$$f_{mp}^{(k)}(r) = \frac{a^m b^m}{b^{2m} - a^{2m}} \left\{ \frac{a_{k-1}}{2(m+1)} \left(\frac{r}{a_{k-1}} \right)^{m+1} - \frac{a_{k-1}}{2} \left(\frac{a_{k-1}}{r} \right)^{m-1} \right\} + \frac{1}{r^{m+1}} \left[\frac{2ma^3 b^3}{(b^{2m} - a^{2m})^2} \left\{ \frac{a^2 - b^2}{4(m+1)} a_{k-1}^{-m} + \frac{a_{k-1}^m}{4(m+1)} (a^{-2m+2} - b^{-2m+2}) \right\} \right],$$

$$f_{ms}^{(k)}(r) = \frac{a^m b^m}{b^{2m} - a^{2m}} \left\{ \frac{a_{k-1}}{2} \left(\frac{r}{a_{k-1}} \right)^{m+1} + \frac{a_{k-1}}{2(m-1)} \left(\frac{a_{k-1}}{r} \right)^{m-1} \right\} + r^{m-1} \left[\frac{2ma^m b^m}{(b^{2m} - a^{2m})^2} \left\{ \frac{a_{k-1}^{-m}}{4(m+1)} (a^{2m+2} - b^{2m+2}) + \frac{a_{k-1}^m}{4(m-1)} (a^2 - b^2) \right\} \right], \quad f_1(z) = 1 - \frac{z}{c}$$

$$\phi^{(k)}(\xi_i z) = \frac{\sinh \xi_i(c-z) + (-1)^k \sinh \xi_i z}{\cosh \xi_i c - (-1)^k},$$

$$Q^{(k)}(\xi_i z) = \frac{\cosh \xi_i(c-z) - (-1)^k \cosh \xi_i z}{\cosh \xi_i c - (-1)^k},$$

$$\psi^{(k)}(\xi_i z) = \xi_i \frac{z \cosh \xi_i(c-z) + (-1)^k (c-z) \cosh \xi_i z}{\cosh \xi_i c - (-1)^k},$$

$$P^{(k)}(\xi_i z) = \xi_i \frac{z \sinh \xi_i (c-z) - (-1)^k (c-z) \sinh \xi_i z}{\cosh \xi_i c - (-1)^k},$$

5. 境界条件および適合条件

式(22)~(25)中の未知定数のうち、 A_{mn} 、 B_{mn} については、これらが円筒の外面および内面の変位を表わすものであるから次の条件を満足しなければならない。これは境界の状態に無関係に成立しなければならない。すなわち

$$\left. \begin{aligned} A_{mzr})_{r=a_j} &= \frac{1}{c} A_{m0j} + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mnj} \cos Nz \\ B_{mzr})_{r=a_j} &= \frac{1}{c} B_{m0j} + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mnj} \cos Nz \end{aligned} \right\} (j=1,2) \quad (26)$$

上式の左辺は式(22)および(23)で与えられる。

次に境界条件であるが、今図-2に示すように、外力の作用を円筒の $z=c/2$ に対して対称変形を生じさせるものと逆対称変形を生じさせるものとに分けて考えるものとすれば

a) $z=c/2$ に対して対称変形をなすとき

i) $z=0$ および $z=c$ において

$$\sigma_z)_{z=0} = \sigma_z)_{z=c} = p_1(r, \theta) \quad (27)$$

$$\tau_{z\theta})_{z=0} = -\tau_{z\theta})_{z=c} = q_1(r, \theta),$$

$$\tau_{zr})_{z=0} = -\tau_{zr})_{z=c} = q_2(r, \theta)$$

$$\therefore D_{mi1} = E_{mi1} = \gamma_{mi1} = \delta_{mi1} = \dots = 0 \quad (28)$$

$$\gamma_{mi2} = \frac{1}{2} \int_a^b \int_0^{2\pi} (q_1 \sin m\theta + q_2 \cos m\theta)$$

$$\cdot r H_{m+1}(\xi_i r) dr d\theta \quad (29)$$

$$\delta_{mi2} = \frac{1}{2} \int_a^b \int_0^{2\pi} (-q_1 \sin m\theta + q_2 \cos m\theta)$$

$$\cdot r H_{m-1}(\xi_i r) dr d\theta, \quad (30)$$

ii) $r=b$ において

$$\sigma_r)_{r=b} = p_2(\theta, z),$$

$$\therefore \beta_{mn1} = \int_0^{2\pi} \int_0^c p_2(\theta, z) \cos m\theta \cos Nz dz d\theta, \quad (31)$$

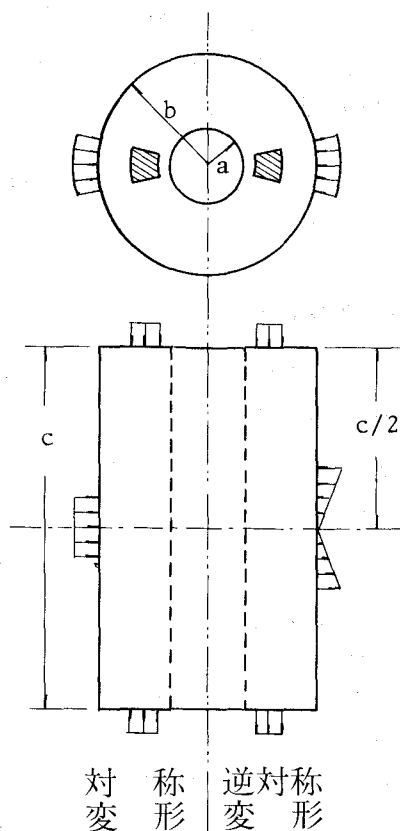


図-2 変形の状態の区分

$$\tau_{r\theta})_{r=b}=q_3(\theta, z), \quad \therefore \alpha_{mn1}=\int_0^{2\pi}\int_0^c q_3(\theta, z)\sin m\theta\cos Nz d\theta dz, \quad (32)$$

$$\tau_{rz})_{r=b}=q_4(\theta, z), \quad (33)$$

iii) $r=a$ において

$$\sigma_r)_{r=a}=p_3(\theta, z), \quad \therefore \beta_{mn2}=\int_0^{2\pi}\int_0^c p_3(\theta, z)\cos m\theta\cos Nz d\theta dz, \quad (34)$$

$$\tau_{r\theta})_{r=a}=q_5(\theta, z) \quad \therefore \alpha_{mr2}=\int_0^{2\pi}\int_0^c q_5(\theta, z)\sin m\theta\cos Nz d\theta dz, \quad (35)$$

$$\tau_{rz})_{r=a}=q_6(\theta, z), \quad (36)$$

ただし $p_1 \sim p_3$, $q_1 \sim q_6$ は各面に作用する直応力およびせん断応力である。

b) $z=c/2$ に対して逆対称変形をなすとき

i) $z=0$ および $z=c$ において

$$\sigma_z)_{z=0}=-\sigma_z)_{z=c}=p_1(r, \theta) \quad (37)$$

$$\tau_{z\theta})_{z=0}=\tau_{z\theta})_{z=c}=q_1(r, \theta), \quad \tau_{zr})_{z=0}=\tau_{zr})_{z=c}=q_2(r, \theta)$$

$$\therefore D_{mi2}=E_{mi2}=\gamma_{mi2}=\delta_{mi2}=\dots\dots\dots=0 \quad (38)$$

$$\gamma_{mi1}=\frac{1}{2}\int_a^b\int_0^{2\pi}(q_1\sin m\theta+q_2\cos m\theta)rH_{m+1}(\xi_i r)drd\theta \quad (39)$$

$$\delta_{mi1}=\frac{1}{2}\int_a^b\int_0^{2\pi}(-q_1\sin m\theta+q_2\cos m\theta)rH_{m-1}(\xi_i r)drd\theta \quad (40)$$

ii) $r=b$ および $r=a$ において

この場合は外力の分布形状が $a)$ の場合と異なることを考慮すれば条件としては $a)$ の場合と全く同様である。

また D, E, γ, δ の間には式 (19) の関係が存在する。式 (28)~(32), (34), (35) によ, $\gamma, \delta, \alpha, \beta$ は定まり, 残りの A, B, C, E, W は式 (26), (27), (33), (36) から求めることとなる。

6. 数 値 解 析 例

以上の理論により, 図一3のような外力が作用した場合の計算例を示す。この場合5で述べた境界条件において

$$p_1(r, \theta)=p_2(\theta, z)=0$$

で, せん断外力 q は全て0である。従って, α, γ, δ は全て0であり $B_{mn1}=0, D_{mi1}=E_{mi1}=0, D_{mi2}=-E_{mi2}$ となる。また $p_3(\theta, z)$ は円周方向には等分布する軸対称内圧を考えるものとし, 軸方向に図に示すような部分分布外力とすれば

$$p_3(\theta, z) = \begin{cases} p_0, & c_1 - c_0 < z < c_1 + c_0, \\ & c - c_1 - c_0 < z < c - c_1 + c_0 \\ 0, & z < c_1 - c_0, \quad c_1 + c_0 < z < c - c_1 - c_0, \\ & c - c_1 + c_0 < z \end{cases}$$

となる。式(34)から

$$\begin{aligned} \beta_{mn2} &= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{c_1-c_0}^{c_1+c_0} p_0 \cos Nz \, dz + \int_{c-c_1-c_0}^{c-c_1+c_0} p_0 \cos Nz \, dz \right\} d\theta \\ &= \frac{4\pi}{N} \left\{ 1 + (-1)^n \right\} p_0 \cos Nc_1 \sin Nc_0, \quad (\text{for } m=0) \quad (41) \end{aligned}$$

他の未知定数は前述のように式(26), (27), (33), (36)から求めることになるが、詳しい式はここでは省略する。

まず初めに柴原らの結果と比較するためポアソン比 $\nu=0.3$ $b/a=4.0$, $c/a=8.0$ の円筒で軸対称外力が円筒内面中央部に作用する場合の解析を行なった。この計算に用いた級数項は i は 15 項, n については偶数項のみ 15 項である。結果を図-4に示す。図-4(a)(b)とも実線は著者らの計算結果を示し、点線は柴原らの結果を示している。(a)は σ_r を比較したものであるが両者はかなり一致している。(b)は σ_z を示したものであるが両者の間にはかなりの差がみられる。特に $r=a$ においてその差は著しい。すなわち著者らの結果では $z/a=4$ で $\sigma_z/p_0 \doteq 0.4$ か、

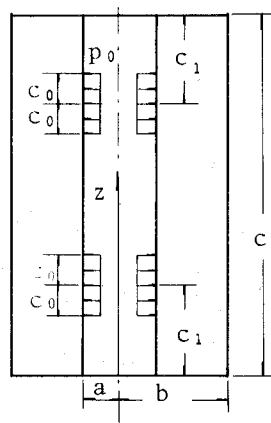
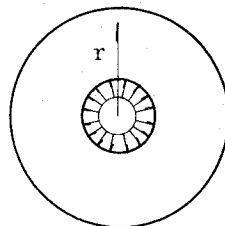
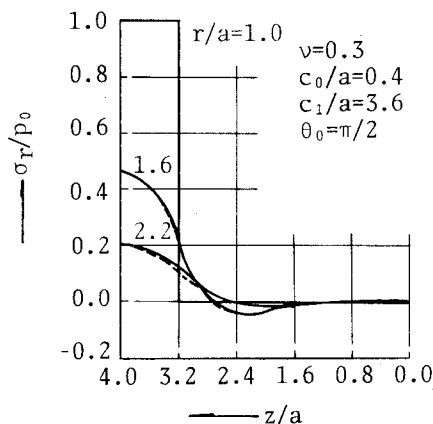
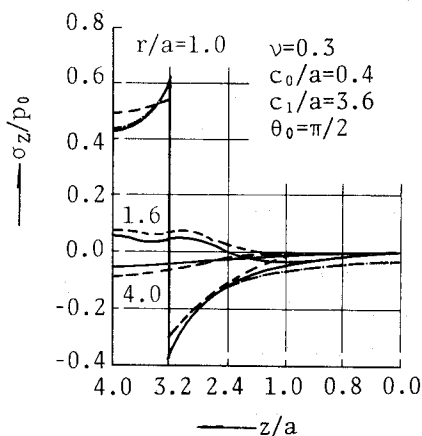


図-3 荷重状態



(a)



(b)

図-4 柴原らの結果との比較

ら、 z が中央から離れるに従い増加し $z/a = 3.2 + \varepsilon$ で $\sigma_z/p_0 \doteq 0.6$ となり、この点で大きな不連続性を示し、 $z/a = 3.2 - \varepsilon$ (ε はごく小さな値) で $\sigma_z/p_0 \doteq -0.4$ となり z の減少に従い σ_z も0に近づいている。これに対し柴原らの結果は傾向として著者らの値に一致するものの数値的にはかなり異なる。特 $z/a = 3.2$ で示す不連続値が $0.8 p_0$ 位で小さな値となっている。著者らの理論によれば、境界条件式において、 $n \rightarrow \infty$ としたとき、未知定数に含まれる荷重項の影響は、それぞれについて最低次のもののみを示せば

$$A_{mn1} \approx B_{mn1} \approx C_{mn1} \approx 0$$

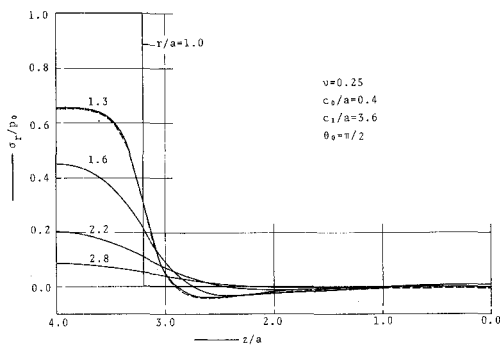
$$A_{mn2} = B_{mn2} \approx -\frac{\mu + \lambda}{4\mu\lambda N} \beta_{mn2}, \quad C_{mn2} \approx \frac{1}{2(\mu + \lambda)} \beta_{mn2}$$

となる。これから σ_z に及ぼす荷重項の影響を検討すれば

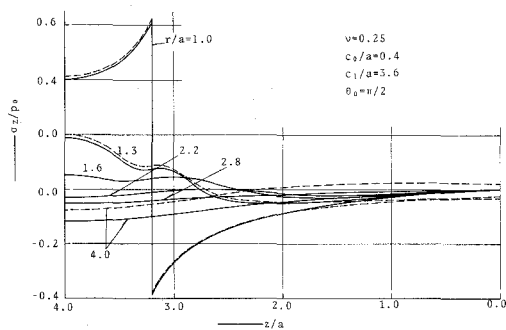
$$\sigma_z)_{r=a} = \sum_n \beta_{mn2} \cos Nz + \sigma_z \text{ red} = p_3(\theta, z) + \sigma_z \text{ red}.$$

と表わせる。従って σ_z は $z/a = 3.2$ において外力と同様の不連続性を示さなければならず、柴原らの結果は問題がある。このようなことは σ_θ にも起り、著者らの理論では σ_θ は $z/a = 3.2$ の不連続量は $\lambda/(\mu + \lambda)$ であるが柴原らの値はやはり小さな値となっている。以上の理由また後の例で示すように無限円筒としての値との比較などから著者らの理論は妥当なものと思う。

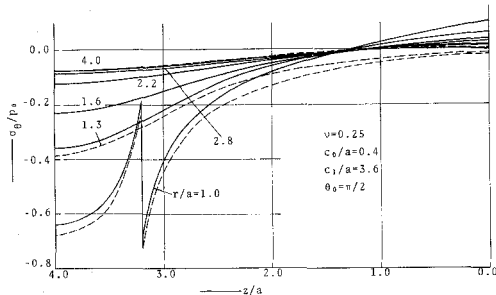
次にポアソン比 $\nu = 0.25$, $b/a = 4.0$, $c/a = 8.0$ として外力を円筒内面の中央部および両端



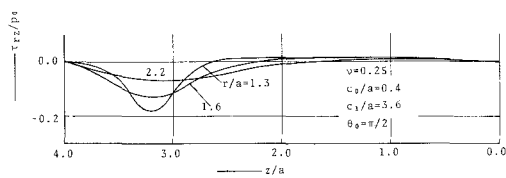
図一五 σ_r の z 方向の分布 ($C_1/a = 3.6$)



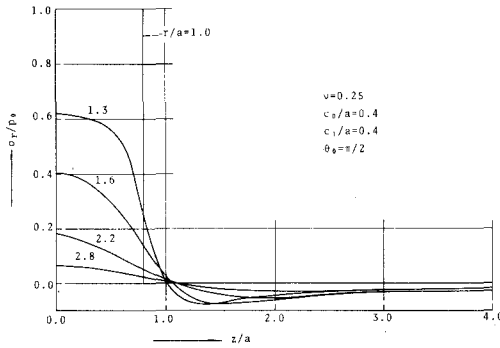
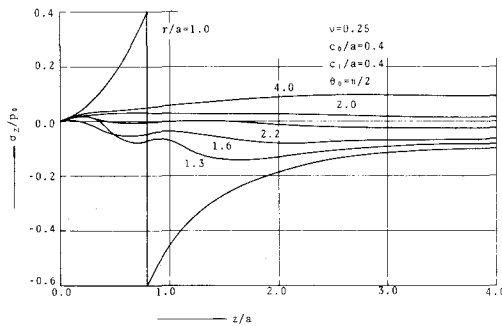
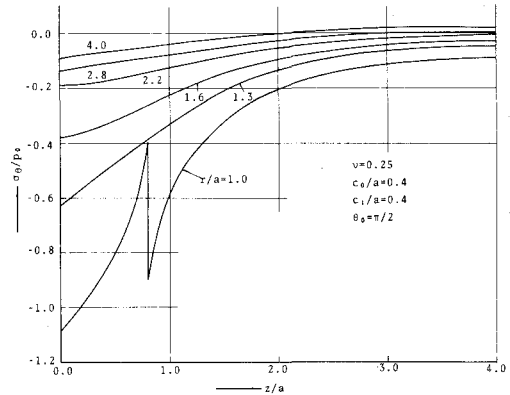
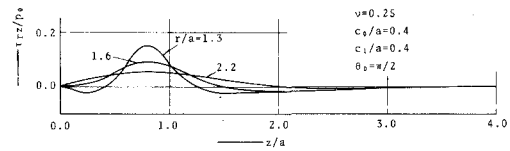
図一七 σ_z の z 方向の分布 ($C_1/a = 3.6$)



図一六 σ_θ の z 方向の分布 ($C_1/a = 3.6$)



図一八 τ_{rz} の z 方向の分布 ($C_1/a = 3.6$)

図-9 σ_r の z 方向の分布 ($C_1/a=0.4$)図-11 σ_z の z 方向の分布 ($C_1/a=0.4$)図-10 σ_θ の z 方向の分布 ($C_1/a=0.4$)図-12 τ_{rz} の z 方向の分布 ($C_1/a=0.4$)

部に作用させた場合の計算を行なって得た結果を図-5～12に示す。これらの計算では級数項は $i=30$, n は偶数項のみ 30 項まで集めた。外力を中央部分に作用させた場合の結果に対しては、無限円筒の内面に同様の外力が作用した場合の結果も合せて点線で示した (図-5～8)。図-5 は σ_r の分布を示したものであるが無限円筒と比較したとき $z/a=0$ 付近では当然多少異なるものの他の部分ではかなりよく一致している。 σ_θ, σ_z の分布を図-6, 7 に示しているが、これらの応力は無限円筒と比べれば全体としてわずかに異なり特に $z/a=0$ ではかなり異なる。しかし分布の傾向としては両者同様である。 τ_{rz} は図-8 に示してあるが、有限円筒の値と無限円筒の値はほとんど一致している。 σ_r, τ_{rz} は円筒外面における条件が有限円筒も無限円筒も同様であるため従って全体としても一致してくるが、 σ_θ, σ_z は $z=0$ および $z=c$ の影響が大きく有限円筒と無限円筒は一致はしない。しかし外力の作用中に比較して有限円筒の長さが長いいためそれほど大きな違いはない。このことから著者らの理論の正当性が明らかである。

図-9～12 は両端部に外力を作用させた場合である。この結果、外力の作用位置を中心に考えれば、 σ_r (図-9), τ_{rz} (図-12) は中央部分に外力を作用させた場合と比較して、各断面とも多少小さな値となっているが傾向は非常によく似ている。 σ_θ (図-10) は内面において $z=0$ で $-1.085 p_0$ と作用外力とは逆符号の大きな値となり z の増加に従って急激に減少し $z/a=0.8+\epsilon$ で再び大きな値を示している。 σ_z の分布は図-11 に示したがこれも中央に外力を作用さ

せた場合とかなり異なった分布をしている。この場合 $z=0$ で $\sigma_z=0$ であるから、 $r=a$ では z の増加とともに σ_z も増加し $z/a=0.8-\varepsilon$ で $\sigma_z \doteq 0.4p_0$ となり、 $z/a=0.8+\varepsilon$ で $\sigma_z \doteq -0.6p_0$ となっている。この σ_z の分布は、円孔を有する半無限体の円孔面上端部に軸対称内圧が作用するときの σ_z の分布に非常に良く似ている。

7. む す び

有限円筒の非軸対称 3 次元応力問題の一般解を有限 Fourier-Hankel 変換を用いて求め、任意の境界条件に適用可能な形に一部修正した解を示した。この解は積分変換による解の特徴として、積分定数が各境界の変位や応力の積分変換値で与えられ、境界条件の取扱いが容易になる。

数値解析は、軸対称内圧が作用した場合について行ない、円筒中央部に内圧が作用したものについては、無限円筒としてえられる値や、別な方法で解析している柴原らの結果と比較検討を行なった。なお本計算は北海道大学大型計算機センターの FACOM-M-230-75 で行なったものである。

終りに本論文は、桶田謙一氏の室蘭工業大学卒業論文に依るところが多い。また本論文の作成にあたり、本研究室の教務職員田中功氏並びに技術員渡部良和氏の御助力を得た。記して深く感謝の意を表します。

(昭和 52 年 5 月 21 日受理)

参考文献

- 1) 松岡健一・能町純雄：土木学会論文報告集 **241**, 1 (1975)
- 2) 松岡健一・能町純雄：室工大研報 **8**, 611 (1975)
- 3) 松岡健一・能町純雄：室工大研報 **9**, 169 (1976)
- 4) 松岡健一・能町純雄：土木学会論文報告集 **229**, 11 (1974)
- 5) 松岡健一・能町純雄・杉田修一：土木学会北海道支部論文報告集 **33**, 85 (1977)
- 6) Matsuoka, K. G. S. G. Nomachi: THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS, **22**, 199 (1974)
- 7) 柴原正雄・尾田十八：日本機械学会論文集 **34**, 388 (1968)
- 8) 奥村 勇：土木学会北海道支部論文報告集 **31**, 261 (1975)

幾何計画法の最適設計への応用について

杉 本 博 之

On An Application Of The Geometric Programming To An Optimum Design

Hiroyuki Sugimoto

Abstract

Geometric programming is one of the most new technique in the nonlinear programming used for the optimum design of structures. Using geometric programming, one can transform the highly nonlinear optimizing problem to the linear simultaneous equations and the result is guaranteed to be a global optimum solution, when degrees of difficulty is zero.

This paper also explains the two approximate techniques. One is the technique using approximating functions, the second is the technique based on condensation.

Three examples, the design of H-shape member subjected to bending moment, the design of flat corrugation wide column under uniform axial compression and the design of simply supported beam with changes in cross section, are solved successfully using geometric programming.

Lastly, by solving an optimizing problem with a local optimum solution, sequential geometric programming is compared with sequential unconstrained minimization technique, and it is concluded that, in this case, the former is superior to the latter in the accuracy and the computed time.

1. ま え が き

土木工学における最適設計法は、主に橋梁を対象として、種々の荷重の組み合わせを受ける種々の断面形状の部材の最適設計から、種々の崩壊形式に対する構造系全体の最適設計まで、いろいろな角度から実用化へ向けて研究されている。そこで用いられる最適化手法には、構造の特性を利用する方法、線形計画法 (LP)、種々の非線形計画法 (NLP) 等がある。

筆者は、すでに、全応力設計の結果を利用する方法⁽⁹⁾、SUMT を用いる有限変形の影響を考慮したトラス構造物の最小重量設計⁽¹⁰⁾、SLP を用いる大型トラス構造物の最小重量設計⁽¹¹⁾について発表しているが、ここでは、最近注目されている幾何計画法について、主に文献 (1) に従って説明し、それを用いて、すでに他の方法で部分的に解かれている問題を解き、その有効性を検討し、さらに、SUMT と計算精度、計算時間を比較する。

幾何計画法は、1960 年代の初期、Zener により発見され、その後、Zener, Duffin 等により開発⁽²⁾された非線形計画法の 1 つであり、現在各方面で研究、応用されている^{(3),(4),(5)}。

この方法は、他の非線形計画法に比べて、有効な適用範囲は狭いが、高次の非線形の問題を

線形連立方程式に変換できるので、問題によっては非常に有利となる。

2. 幾何計画法

目的関数および制約条件式が多項式よりなる最適設計の問題は、次のように表現される。

制約条件式

$$h_m(\mathbf{x}) \leq \sigma_m (= \pm 1); m = 1, \sim, M \quad (2-1)$$

のもとで、目的関数 $h_0(\mathbf{x})$ を最小にする設計変数 $\mathbf{x}$ の決定。

ここで、

$$h_m(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{Tm} \sigma_{mt} C_{mt} \prod_{n=1}^N x_n^{a_{mnt}}; m = 0, 1, \sim, M \quad (2-2)$$

$$\sigma_{mt} = \pm 1, C_{mt} > 0; m = 0, 1, \sim, M, t = 1, \sim, T_m$$

$$x_n > 0; n = 1, \sim, N$$

2-1 正多項式 (posynomial) の場合

まず最初に、すべての目的関数、制約条件式が正多項式である場合を考える。つまり、

$$\sigma_m = \sigma_{mt} = 1; m = 1, \sim, M, t = 1, \sim, T_m \quad (2-3)$$

となる。

この時、上述の主問題は、次の双対問題に変換される。

正規条件

$$\sum_{t=1}^{T_0} \lambda_{0t} = 1 \quad (2-4)$$

直交条件

$$\sum_{m=0}^M \sum_{t=1}^{Tm} a_{mnt} \lambda_{mt} = 0; n = 1, \sim, N \quad (2-5)$$

$$\lambda_{mt} \geq 0; m = 0, 1, \sim, M, t = 1, \sim, T_m \quad (2-6)$$

の条件のもとで、双対関数

$$z(\lambda) = \prod_{m=0}^M \prod_{t=1}^{Tm} \left(\frac{C_{mt} \lambda_{mo}}{\lambda_{mt}} \right)^{\lambda_{mt}} \quad (2-7)$$

を最大にする λ の決定。ここで、

$$\lambda_{mo} = \sum_{t=1}^{Tm} \lambda_{mt} \geq 0; m = 1, \sim, M \quad (2-8)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{oo} &= 1 \\ \lim_{\lambda_{mt} \rightarrow 0} \left(\frac{C_{mt} \lambda_{mo}}{\lambda_{mt}} \right)^{\lambda_{mt}} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

と定義される。正多項式よりなる問題の場合は、主問題と双対問題の間に、

$$h_o(\mathbf{x}) \geq h_o(\mathbf{x}^*) = z(\lambda^*) \geq z(\lambda) \quad (2-10)$$

なる関係があり、双対問題の全域的最適解 (λ^*) に対応する双対関数の最大値は、主問題の全域的最適解 $(\mathbf{x}^*)$ に対応する目的関数の最小値と一致する。

次に、

$$T = \sum_{m=0}^M T_m$$

と定義すると、 $T - (N + 1) = 0$ の場合は、式(2-4)、(2-5)よりなる線形連立方程式は唯一解を有し、その解は前述の λ^* となり、非線形であった主問題は、線形連立方程式を解くという非常に簡単な問題に置き換わる。 $T - (N + 1)$ は困難度といわれ、困難度が大きくなるに従って、上述の有利さは薄れてくる。

双対問題の解 λ が求まると、主問題の解 $\mathbf{x}$ は、次式より計算される。

$$\left. \begin{aligned} C_{ot} \prod_{n=1}^N x_n^{a_{otn}} &= \lambda_{ot} z(\lambda); t = 1, \sim, T_o \\ C_{mt} \prod_{n=1}^N x_n^{a_{mtn}} &= \frac{\lambda_{mt}}{\lambda_{mo}}; t = 1, \sim, T_m, m = 1, \sim, M \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

2-2 一般的な多項式 (polynomial) の場合

これは、目的関数あるいは(および)制約条件式に負の係数を含む場合である。つまり、

$$\sigma_m = \sigma_{mt} = \pm 1; m = 1, \sim, M, t = 1, \sim, T_m \quad (2-12)$$

となる。

この場合の双対問題は、次のように定義される。

正規条件

$$\sum_{t=1}^{T_o} \sigma_{ot} \lambda_{ot} = \sigma (= \pm 1) \quad (2-4)'$$

直交条件

$$\sum_{m=0}^M \sum_{t=1}^{T_m} \sigma_{mt} a_{mtn} \lambda_{mt} = 0; n = 1, \sim, N \quad (2-5)'$$

$$\lambda_{mt} \geq 0; m = 0, 1, \sim, M, t = 1, \sim, T_m \quad (2-6)'$$

双対関数

$$z(\lambda) = \sigma \left[\prod_{m=0}^M \prod_{t=1}^{T_m} \left(\frac{C_{mt} \lambda_{mo}}{\lambda_{mt}} \right)^{\sigma_{mt} \lambda_{mt}} \right] \sigma \quad (2-7)'$$

また、式(2-8)、(2-9)と同様に、次式が定義される。

$$\lambda_{m0} = \sigma_m \sum_{t=1}^{T_m} \sigma_{mt} \lambda_{mt} \geq 0; m = 1, \sim, M \quad (2-8)'$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{00} &= 1 \\ \lim_{\lambda_{mt} \rightarrow 0} \left(\frac{C_{mt} \lambda_{m0}}{\lambda_{mt}} \right) \sigma_{mt} \lambda_{mt} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2-9)'$$

このように、一般的な多項式の場合も、正多項式の場合と同じ形で表現されるが、主問題と双対問題の関係は複雑になる。

まず、困難度が0の場合は、式(2-4)', (2-5)'よりなる線形連立方程式の解 λ^* より計算される主問題の解 $\mathbf{x}^*$ は、主問題が最小値を持つかぎり、主問題の全体的最適解となる。このように、負の係数を含む場合も困難度が0となる時は、問題を非常に簡単にできる。ところが、困難度が0より大きくなると、双対問題の停留点に対応する主問題の解は、主問題の停留点であることが証明されるのみで、全体的最適解を得るのは、非常に難しい問題となる。

双対問題の解 λ と主問題の解 $\mathbf{x}$ の関係は、式(2-11)と同じ形で次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} C_{0t} \prod_{n=1}^N x_n^{a_{0tn}} &= \sigma_{0t} \lambda_{0t} \sigma_Z(\lambda); t = 1, \sim, T_0 \\ C_{mt} \prod_{n=1}^N x_n^{a_{mtn}} &= \left(\frac{\lambda_{mt}}{\lambda_{m0}} \right) \sigma_{mt}; t = 1, \sim, T_m, m = 1, \sim, M \end{aligned} \right\} \quad (2-11)'$$

3. 近 似 解 法

前述のように、幾何計画法は、係数の符号に関係なく困難度が0の場合は、従来の非線形計画法よりも有利な手法であるといえる。つまり、非線形問題である主問題を式(2-4), (2-5), あるいは、式(2-4)', (2-5)'の線形連立方程式を解く問題に変換でき、かつ全体的最適解を得ることができる。また、困難度が少ない場合は、問題は多少複雑になるが、制約条件が式(2-6), (2-8), あるいは式(2-6)', (2-8)'で表現される線形式であり、一般的に主問題よりも双対問題の方が簡単になる。

ところが、困難度が大きく、かつ負の係数を含む場合には、逆に双対問題の方が難しくなり、また、目的関数、制約条件式に多項式以外の関数を含む場合は適用できなくなる等の問題点がある。

そこで、ここでは近似解法として、与えられた関数をテイラー展開し2次以降の項を無視して困難度を下げる方法、および、負の係数を含む問題を正多項式の問題に凝縮し、かつ困難度を下げる方法を説明する。

3-1 繰り返し幾何計画法

この方法は、目的関数あるいは制約条件式を、ある点 $\mathbf{x}^{(1)}$ のまわりでテイラー展開し、2次

以降の項を無視し、1項よりなる正項式に近似してから幾何計画法を適用して、逐次解を改良して行く方法で、繰り返し線形計画法 (SLP) と考え方は同じである。

近似すべき関数を $h_m(\mathbf{x})$ とし、 $\mathbf{x}^{(1)}$ のまわりでテイラー展開して2次以降の項を無視すると、 $h_m(\mathbf{x})$ は次の多項式で近似される。

$$h_m(\mathbf{x}) \doteq h_m(\mathbf{x}^{(1)}) \prod_{j=1}^N \left(\frac{x_j}{x_j^{(1)}} \right)^{a_j} \quad (3-1)$$

ここで、

$$a_j = \left(\frac{x_j}{h_m} \cdot \frac{\partial h_m}{\partial x_j} \right) \mathbf{x} = \mathbf{x}^{(1)}$$

このように、例えば $h_m(\mathbf{x})$ が多項式であれば、 T_m 個あった項数が1となり、困難度を減少させることができる。

3-2 一般的な多項式の正多項式への近似

式(2-1)、(2-2)で表わされる問題は、次のようにも表現できる。

制約条件式

$$h_m(\mathbf{x}) \leq \sigma_m; m = 0, 1, \sim, M \quad (3-2)$$

のもとで、 x_0 を最小にする $\mathbf{x}$ の決定。

ここで、

$$h_m(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T_m} \sigma_{mt} C_{mt} \prod_{n=0}^N x_n^{a_{mnt}}; m = 0, 1, \sim, M \quad (3-3)$$

式(3-3)で表わされる $h_m(\mathbf{x})$ は負の係数を含むものとする、式(3-2)は次のようにも考えることができる。

$$h_m(\mathbf{x}) = h_m^+(\mathbf{x}) - h_m^-(\mathbf{x}) \leq \sigma_m \quad (3-4)$$

$h_m^+(\mathbf{x})$, $h_m^-(\mathbf{x})$ は、それぞれ m 番目の制約条件式中の正、負の係数の項の集合を表し、それぞれ正多項式である。式(3-4)の制約条件式は、次のようにも表現できる。

$$\frac{Q_m(\mathbf{x})}{P_m(\mathbf{x})} \leq 1 \quad (3-5)$$

$Q_m(\mathbf{x})$, $P_m(\mathbf{x})$ は、 σ_m の正負により次のように定義される。

i) $\sigma_m = +1$ の場合

$$Q_m(\mathbf{x}) = h_m^+(\mathbf{x}), P_m(\mathbf{x}) = 1 + h_m^-(\mathbf{x}) \quad (3-6)$$

ii) $\sigma_m = -1$ の場合

$$Q_m(\mathbf{x}) = 1 + h_m^+(\mathbf{x}), P_m(\mathbf{x}) = h_m^-(\mathbf{x}) \quad (3-7)$$

結局、最初の問題は、式(3-5)の制約条件式のもとで x_0 を最小にするという問題に置換された。ここで、 $P_m(\mathbf{x})$, $Q_m(\mathbf{x})$ は、

$$P_m(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T'_m} p_{mt}(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T'_m} C_{mt} \prod_{n=0}^N x_n^{a_{mnt}} \quad (3-8)$$

; $m = 0, \sim, M$

$$Q_m(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T'_m} q_{mt}(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T'_m} C_{mt} \prod_{n=0}^N x_n^{a_{mnt}} \quad (3-9)$$

と定義される。式(3-8)より、算術平均と幾何平均の関係を考慮すると、次の関係が導かれる。

$$P_m(\mathbf{x}) \geq P_m(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(1)}) = \prod_{t=1}^{T'_m} \left[\frac{(C_{mt} \prod_n x_n^{a_{mnt}}) \times P_m(\mathbf{x}^{(1)})}{C_{mt} \prod_n (x_n^{(1)})^{a_{mnt}}} \right] \frac{P_{mt}(\mathbf{x}^{(1)})}{P_m(\mathbf{x}^{(1)})} \quad (3-10)$$

上式より、

$$\frac{Q_m(\mathbf{x})}{P_m(\mathbf{x})} \leq \frac{Q_m(\mathbf{x})}{P_m(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(1)})}$$

なる関係が成立し、これより、

$$\frac{Q_m(\mathbf{x})}{P_m(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(1)})} \leq 1 \quad (3-11)$$

を制約条件式として得られた解は、式(3-5)を満足することになる。

式(3-11)の左辺は、式(3-9)、(3-10)より正多項式であり、最初の負の係数を含む多項式は、正多項式に近似された。計算のアルゴリズムは、式(3-11)を繰り返し適用する収束計算になる。

4. 幾何計画法の応用例および計算例

幾何計画法の応用例として、Spunt が彼独自の方法で解いている⁽⁶⁾ 構造設計の問題2題と、単純支持変断面桁の最小重量設計の例、計算例として、局所的最適解を有する問題で繰り返し幾何計画法と SUMT の計算時間と精度を比較してみる。

4-1 曲げモーメントを受けるH形断面桁の最小重量設計

右図のH形断面が曲げモーメントを受ける場合の問題である。これは前述のように、Spunt が独自の方法で解いているものであるが、幾何計画法を応用してみる。

目的関数、制約条件式は次のようになる。

目的関数

$$f = \rho t h (1 + 2 k_1 k_2) \quad (4-1)$$

制約条件

作用最大垂直応力 σ_A は、

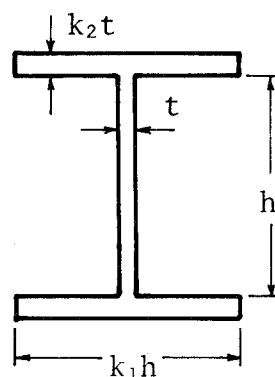


図-1 H形断面

$$\sigma_A = \frac{6M}{th^2(1+6k_1k_2)} \quad (4-2)$$

i) 降伏応力 (σ_p ; 降伏応力度)

$$\sigma_A \leq \sigma_p \quad (4-3)$$

ii) フランジの局部座屈

$$\sigma_A = \sigma_{Lf} \quad (4-4)$$

iii) ウェブの局部座屈

$$\sigma_A \leq \sigma_{Lw} \quad (4-5)$$

ここで、Eをヤング率とすると、

$$\sigma_{Lf} = 0.385 E \left(\frac{2k_2 t}{k_1 h} \right)^2 \quad (4-6)$$

$$\sigma_{Lw} = 21.7 E \left(\frac{t}{h} \right)^2 \quad (4-7)$$

フランジに余裕をもたせると、

$$\sigma_{Lw} \leq \sigma_{Lf} \quad (4-8)$$

となり、式 (4-6) ~ (4-8) より

$$k_2 \geq 3.75 k_1 \quad (4-9)$$

結局、式 (4-1) を最小にし、式 (4-3), (4-5), (4-9) の制約条件のもとで、設計変数 k_1 , k_2 , t , h を決定するという問題になる。このままでは、幾何計画法を応用できないので、

$$K = 1 + 6k_1k_2 \quad (4-10)$$

なる新しい設計変数を導入すると、目的関数式 (4-1) は、

$$f = \frac{2\rho}{3} th + \frac{\rho}{3} Kth \quad (4-1)'$$

式 (4-3), (4-5), (4-9) はそれぞれ以下のようにになる。

$$\frac{6M_b}{\sigma_p} K^{-1} t^{-1} h^{-2} \leq 1 \quad (4-3)'$$

$$\frac{0.2765M_b}{E} K^{-1} t^{-3} \leq 1 \quad (4-5)'$$

$$K^{-1} + 22.5 K^{-1} k_1^2 \leq 1 \quad (4-9)'$$

これは正多項式の問題であり、困難度は1である。2-1に従って解くと以下のようになる。

直交条件, 正規条件より,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{02} - \lambda_{11} - \lambda_{21} - \lambda_{31} - \lambda_{32} &= 0 \\ 2\lambda_{32} &= 0 \\ \lambda_{01} + \lambda_{02} - \lambda_{11} - 3\lambda_{21} &= 0 \\ \lambda_{01} + \lambda_{02} - 2\lambda_{11} &= 0 \\ \lambda_{01} + \lambda_{02} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

λ_{02} を未知量とすると, 他の変数は次のように表わされる。

$$\lambda_{01} = 1 - \lambda_{02}, \quad \lambda_{11} = \frac{1}{2}, \quad \lambda_{21} = \frac{1}{6}, \quad \lambda_{31} = \lambda_{02} - \frac{2}{3}, \quad \lambda_{32} = 0 \quad (4-12)$$

式 (4-12) より, λ_{02} の許容範囲としては,

$$\frac{2}{3} \leq \lambda_{02} \leq 1 \quad (4-13)$$

双対関数は,

$$z(\lambda_{02}) = \frac{2\rho}{3} \left(\frac{6M_b}{\sigma_p} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{0.2765M_b}{E} \right)^{\frac{1}{6}} 2^{-\lambda_{02}} (1 - \lambda_{02})^{-(1-\lambda_{02})} \lambda_{02}^{-\lambda_{02}} \quad (4-14)$$

となる。ここで,

$$z'(\lambda_{02}) = (2\lambda_{02})^{-\lambda_{02}} (1 - \lambda_{02})^{-(1-\lambda_{02})}$$

とおくと,

$$L(\lambda_{02}) = \log z' = -\{\lambda_{02} \log(2\lambda_{02}) + (1 - \lambda_{02}) \log(1 - \lambda_{02})\}$$

λ_{02} と L の関係を示すと図-2 のようになり, 式

(4-13) の範囲で, L を最大にする λ_{02} は,

$$\lambda_{02} = \frac{2}{3}$$

となり, 式 (4-12) の関係より

$$\lambda_{01} = \frac{1}{3}, \quad \lambda_{31} = 0$$

となる。また、目的関数, 各設計変数は,

$$f_{min} = z_{max} = 1.569 \frac{\rho M_b^{\frac{2}{3}}}{\sigma_p^{\frac{1}{2}} E^{\frac{1}{6}}}$$

式 (2-11) より,

$$K = 4$$

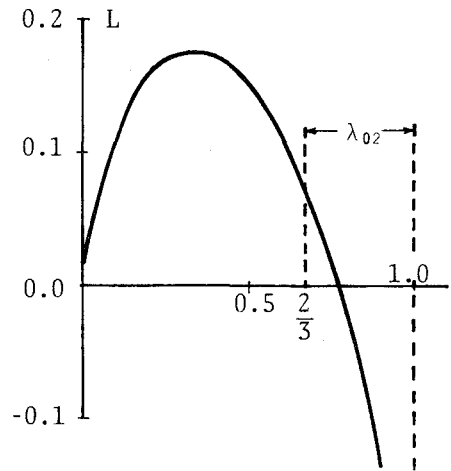


図-2

つまり,

$$k_1 k_2 = 0.5, \quad t = 0.4104 \left(\frac{M_b}{E} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad h = 1.912 \frac{M_b^{\frac{1}{3}} E^{\frac{1}{6}}}{\sigma_p^{\frac{1}{2}}}$$

となり, Spunt の結果と一致する。

4-2 等分布軸圧縮力を受ける波形板

これもやはり Spunt が解いているが, 右図の波形板が等分布荷重 q を受ける時, 重量を最小にするような幅 b , 板厚 t , 傾き θ を決めるとい問題である。

Spunt は, 作用応力 σ_A を目的関数としているが, ここでは, 単位幅当りの面積式 (4-15) を目的関数とする。

$$f = \frac{2t}{1 + \sin \theta} \quad (4-15)$$

作用応力は, 次式のようにになる。

$$\sigma_A = \frac{q(1 + \sin \theta)}{2t} \quad (4-16)$$

制約条件式は, 次のようになる。

i) オイラー座屈

$$\sigma_A \leq \frac{\pi^2 \eta_T E}{(cL/r)^2} \quad (4-17)$$

ここで, r は断面二次半径であり,

$$r^2 = \frac{b^2 \cos^2 \theta}{6}$$

となるので, 式 (4-17) は次のようになる。

$$\frac{3qc^2 L^2}{\pi^2 \eta_T E} \times \frac{1}{b^2 t (1 - \sin \theta)} \leq 1 \quad (4-18)$$

ここで, cL は端部の条件で決まる有効座屈長, $\eta_T E$ は接線弾性係数である。

ii) 局部座屈

$$\sigma_A \leq 3.62 \eta_T^{\frac{1}{2}} E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (4-19)$$

式 (4-16) を代入すると。

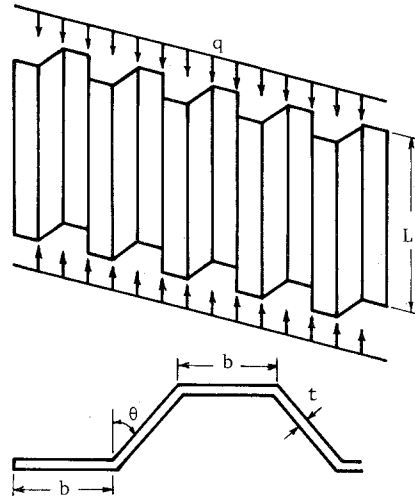


図-3 波形板

$$\frac{q}{7.24 \eta_T^{\frac{1}{2}} E} \cdot \frac{b^2 (1 + \sin \theta)}{t^3} \leq 1 \quad (4-20)$$

iii) 降伏応力

$$\sigma_A \leq \sigma_y \quad (4-21)$$

式 (4-16) を代入すると,

$$\frac{q}{2\sigma_y} \cdot \frac{1 + \sin \theta}{t} \leq 1 \quad (4-22)$$

結局, 式 (4-18), (4-20), (4-22) のもとで, 式 (4-15) も最小にする設計変数の決定という問題になるが, このままでは, 幾何計画法の適用が難しいので,

$$S = 1 + \sin \theta$$

なる設計変数を導入すると, 式 (4-15), (4-18), (4-20), (4-22) は以下のようになる。

$$f = 2tS^{-1} \quad (4-15)'$$

$$\frac{3qc^2L^2}{2\pi^2\eta_T E} \cdot b^{-2}t^{-1} + \frac{1}{2}S \leq 1 \quad (4-18)'$$

$$\frac{q}{7.24\eta_T^{\frac{1}{2}} E} \cdot b^2t^{-3}S \leq 1 \quad (4-20)'$$

$$\frac{q}{2\sigma_y} \cdot t^{-1}S \leq 1 \quad (4-22)'$$

直交条件, 正規条件は,

$$\left. \begin{aligned} -2\lambda_{11} + 2\lambda_{21} &= 0 \\ \lambda_{01} - \lambda_{11} - 3\lambda_{21} - \lambda_{31} &= 0 \\ -\lambda_{01} + \lambda_{12} + \lambda_{21} + \lambda_{31} &= 0 \\ \lambda_{01} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-23)$$

λ_{21} を未知量とすると, 他の変数は次のようになる。

$$\lambda_{01} = 1, \quad \lambda_{11} = \lambda_{21}, \quad \lambda_{12} = 3\lambda_{21}, \quad \lambda_{31} = 1 - 4\lambda_{21} \quad (4-24)$$

式 (4-24) より, λ_{21} の許容範囲は,

$$0 \leq \lambda_{21} \leq \frac{1}{4} \quad (4-25)$$

となる。

双対関数は,

$$z(\lambda_{21}) = \frac{q}{\sigma_y} \cdot \left(\frac{3.929 \sigma_y^4 c^2 L^2}{\pi^2 \eta_T^{\frac{3}{2}} q^2 E^2} \right) \lambda_{21} \quad (4-26)$$

両辺の対数をとると,

$$L(\lambda_{21}) = \log z = \log \frac{q}{\sigma_y} + \lambda_{21} \cdot \log \left[\frac{3.929 \sigma_y^4 c^2 L^2}{\pi^2 \eta_T^{\frac{3}{2}} q^2 E^2} \right] \quad (4-27)$$

式(4-27)は, λ_{21} に関して線形であり, 式(4-25)の範囲では, λ_{21} の係数の正負により L の最大を与える λ_{21} は両端の値をとる。つまり,

$$\text{i) } \sigma_y \geq 0.710 \eta_T^{\frac{3}{8}} \left(\frac{\pi q E}{c L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4-28)$$

この時,

$$\lambda_{21} = \frac{1}{4}$$

となり, 他の変数は, 式(4-24)より次のように計算される。

$$\lambda_{11} = \frac{1}{4}, \quad \lambda_{12} = \frac{3}{4}, \quad \lambda_{31} = 0 \quad (4-29)$$

各設計変数, 目的関数の最小値は,

$$f_{min} = 1.408 \eta_T^{-\frac{3}{8}} \left(\frac{q c L}{\pi E} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \frac{3}{2}$$

ゆえに,

$$\theta = 30^\circ, \quad t = 1.056 \eta_T^{-\frac{3}{8}} \left(\frac{q c L}{\pi E} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad b = 2.384 \eta_T^{-\frac{5}{16}} \left(\frac{q c^3 L^3}{\pi^3 E} \right)^{\frac{1}{4}}$$

この結果は, Spunt と一致するが, Spunt は式(4-28)の条件式を導いていないので不十分といえる。

$$\text{ii) } \sigma_y < 0.710 \eta_T^{\frac{3}{8}} \left(\frac{\pi q E}{c L} \right)^{\frac{1}{2}}$$

この時,

$$\lambda_{11} = \lambda_{21} = \lambda_{12} = 0, \quad \lambda_{31} = 1$$

となる。

目的関数の最小値は,

$$f_{min} = \frac{q}{\sigma_y}$$

各設計変数は,

$$\frac{1+\sin\theta}{t} = \frac{2\sigma_y}{q}$$

より決定され、 b は任意となる。

4-3 単純支持変断面桁の設計

右図に示す、長方形断面を有する単純支持変断面桁が、スパン中央に集中荷重を受ける時の例である。これは、 $p=5^t$ 、 $l=5^m$ 、 $\alpha=\frac{1}{3}$ 、曲げ許容応力度 $\sigma_a = 1300^{kg/cm^2}$ の場に、SLP により解かれている⁽⁷⁾が、この問題の一般解を幾何計画法により誘導し、最後に最適な変断面位置を与える α について考察してみる。

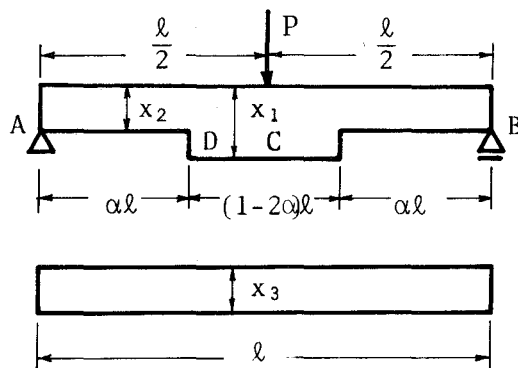


図-4 単純支持変断面桁

$$f = \{(1-2\alpha)x_1x_3 + 2\alpha x_2x_3\}l \quad (4-30)$$

制約条件式は、点 C, D で応力度と寸法に関する 2 式を考慮すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} 1.5 \frac{Pl}{\sigma_a} x_1^{-2} x_3^{-1} &\leq 1 \\ 3\alpha \frac{Pl}{\sigma_a} x_2^{-2} x_3^{-1} &\leq 1 \\ 10x_2^{-1} &\leq 1 \\ 0.5x_2x_3^{-1} &\geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (4-31)$$

これは、困難度 2 の問題となる。

$$x_1 = \sqrt{0.3Pl/\sigma_a} X_1, \quad x_2 = 10X_2, \quad x_3 = 5X_3 \quad (4-32)$$

と変数を変換すると、

$$F = \frac{f}{100\alpha l} = K_2 X_1 X_3 + X_2 X_3 \quad (4-33)$$

$$\left. \begin{aligned} X_1^{-2} X_3^{-1} &\leq 1 \\ K_1 X_2^{-2} X_3^{-1} &\leq 1 \\ X_2^{-1} &\leq 1 \\ X_2 X_3^{-1} &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (4-34)$$

ここで、

$$K_1 = 0.006\alpha \frac{Pl}{\sigma_a}, \quad K_2 = \frac{1-2\alpha}{20\alpha} \sqrt{\frac{0.3Pl}{\sigma_a}} \quad (4-35)$$

直交条件, 正規条件より,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{01} - 2\lambda_{11} &= 0 \\ \lambda_{02} - 2\lambda_{21} - \lambda_{31} + \lambda_{41} &= 0 \\ \lambda_{01} + \lambda_{02} - \lambda_{11} - \lambda_{21} - \lambda_{41} &= 0 \\ \lambda_{01} + \lambda_{02} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (4-36)$$

以上より,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{02} &= 1 - \lambda_{01} \\ \lambda_{11} &= 0.5\lambda_{01} \\ \lambda_{31} &= -1.5\lambda_{01} - 3\lambda_{21} + 2 \\ \lambda_{41} &= 1 - 0.5\lambda_{01} - \lambda_{21} \end{aligned} \right\} \quad (4-37)$$

よって, λ_{01} と λ_{21} の許容範囲は,

$$0 \leq \lambda_{01} \leq 1, \quad 0 \leq \lambda_{21} \leq \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\lambda_{01} \quad (4-38)$$

式(4-38)を図示すると図-5となる。

双対関数は,

$$z(\lambda) = \left(\frac{K_2}{\lambda_{01}} \right)^{\lambda_{01}} (\lambda_{02}) - \lambda_{02} (K_1)^{\lambda_{21}} \quad (4-39)$$

両辺の対数をとると,

$$\begin{aligned} L(\lambda_{01}, \lambda_{21}) &= \log z = \lambda_{01}(\log K_2 - \log \lambda_{01}) \\ &\quad - (1 - \lambda_{01})\log(1 - \lambda_{01}) + \lambda_{21}\log K_1 \end{aligned} \quad (4-40)$$

式(4-40)において, λ_{01} を任意の値に固定すると, 式(4-40)は λ_{21} に関して線形であるから, 図-5より L を最大にするためには, $\log K_1$ の正負により λ_{21} は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \log K_1 \geq 0; \lambda_{21} &= \frac{2}{3} - \frac{\lambda_{01}}{2} \\ \log K_1 < 0; \lambda_{21} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-41)$$

i) $\log K_1 < 0$ つまり $\alpha \leq \frac{\sigma_a}{0.006Pl}$

式(4-41)を考慮して, 式(4-40)を λ_{01} に関して微分し 0 とおくと, $\lambda_{01}, \lambda_{02}$ は次のように求まる。

$$\lambda_{01} = \frac{K_2}{1 + K_2}, \quad \lambda_{02} = \frac{1}{1 + K_2} \quad (4-42)$$

f_{min} および設計変数は次のように求まる。

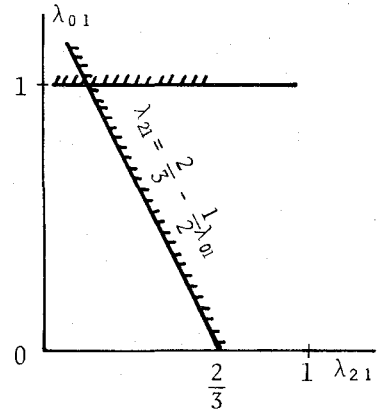


図-5

$$x_1 = \sqrt{0.3Pl/\sigma_a}, \quad x_2 = 10^{cm}, \quad x_3 = 5^{cm} \quad (4-43)$$

$$f_{min} = 25\sqrt{2}l\{2(\sqrt{2} - \sqrt{0.006Pl/\sigma_a})\alpha + \sqrt{0.006Pl/\sigma_a}\} \quad (4-44)$$

式(4-44)は α に関して線形である。

$$\text{ii) } \log K_1 \geq 0 \quad \text{つまり} \quad \alpha > \frac{\sigma_a}{0.006Pl}$$

上と同様に λ_{01} , λ_{02} を求めると,

$$\lambda_{01} = \frac{1}{1+A}, \quad \lambda_{02} = \frac{A}{1+A} \quad (4-45)$$

ここで,

$$A = \frac{2\sqrt{2}\alpha\sqrt{\alpha}}{1-2\alpha}$$

f_{min} および設計変数は, 次のように求まる,

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \sqrt{0.3Pl/\sigma_a} (0.006\alpha Pl/\sigma_a)^{-\frac{1}{6}} \\ x_2 &= 10(0.006\alpha Pl/\sigma_a)^{\frac{1}{3}} \\ x_3 &= 5(0.006\alpha Pl/\sigma_a)^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \right\} \quad (4-46)$$

$$f_{min} = 25\sqrt{2}l(0.006Pl/\sigma_a)^{\frac{2}{3}}\alpha^{\frac{1}{6}}(2\sqrt{2}\alpha\sqrt{\alpha} - 2\alpha + 1) \quad (4-47)$$

式(4-47)は, α に関して単調増加関数である。

次に, 以上の結果より f を最小にする α を求めてみる。

最適な変断面位置を示す α_{opt} は, 式(4-44)の α の係数の正負より, 次のように求まる。

$$\text{i) } \sigma_a \geq 0.003Pl; \alpha_{opt} = 0 \quad (4-48)$$

この時,

$$f_{min} = 50l\sqrt{0.003Pl/\sigma_a} \quad (4-49)$$

$$\text{ii) } \sigma_a < 0.003Pl; \alpha_{opt} = \sigma_a/(0.006Pl) \quad (4-50)$$

この時,

$$f_{min} = 50l\left\{\left(1 - \sqrt{\frac{0.003Pl}{\sigma_a}}\right)\frac{\sigma_a}{0.003Pl} + \sqrt{\frac{0.003Pl}{\sigma_a}}\right\} \quad (4-51)$$

$p = 5^+$, $l = 5^m$, $\alpha = \frac{1}{3}$, $\sigma_a = 1300^{kg/cm^2}$ の時, 式(4-46), (4-47)より

$$x_1 = 19.2cm, \quad x_2 = 15.7cm, \quad x_3 = 7.8cm, \quad f_{min} = 65,967cm^3$$

となり, すでに得られている結果⁽⁷⁾と一致する。

さらに, この条件での最適な α は, 式(4-50)より0.087であり, この時 f_{min} は,

$$f_{min} = 53,973cm^3$$

となる。

4-4 繰り返し幾何計画法と SUMT の比較

ここでは、3-1 で説明した繰り返し幾何計画法と SUMT の計算時間と解の精度を比較してみる。

問題は、制約条件、

$$h_1(\mathbf{x}) = \frac{x_1^{-1}x_2^2}{4.5} - \frac{x_1^{-1}x_2}{0.75} + 3x_1^{-1} \leq 1 \quad (4-52)$$

$$h_2(\mathbf{x}) = -2x_1^{-1}x_2^2 + 6x_1^{-1}x_2 - 2x_1^{-1} \leq 1 \quad (4-53)$$

のもとで、目的関数

$$h_0(\mathbf{x}) = x_1 + 0.5x_2 \quad (4-54)$$

を最小にするような $\mathbf{x}$ の決定というになる。これを図示すると、図-6 のように局所的最適解のある問題となる。点 A, B の座標の厳密解および対応する目的関数の値は次のようになる。

点 A ; $x_1 = 1.0976$, $x_2 = 2.3374$, $h_0 = 2.2663$

点 B ; $x_1 = 1.9224$, $x_2 = 0.9626$, $h_0 = 2.4037$

この問題は、制約条件式に負の係数を含み、幾何計画法を用いると困難度は 5 となり、このままでは主問題を解く方が楽である。そこで、式 (4-52)~(4-54) を式 (3-1) に従って次式で近似する。

$$\left. \begin{aligned} h_0(\mathbf{x}) &\doteq h_0(\mathbf{x}^{(1)})[x_1^{(1)}]^{-a_{01}}[x_2^{(1)}]^{-a_{02}}x_1^{a_{01}}x_2^{a_{02}} \\ h_1(\mathbf{x}) &\doteq h_1(\mathbf{x}^{(1)})[x_1^{(1)}]^{-a_{11}}[x_2^{(1)}]^{-a_{12}}x_1^{a_{11}}x_2^{a_{12}} \\ h_2(\mathbf{x}) &\doteq h_2(\mathbf{x}^{(1)})[x_1^{(1)}]^{-a_{21}}[x_2^{(1)}]^{-a_{22}}x_1^{a_{21}}x_2^{a_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (4-55)$$

適当な $\mathbf{x}^{(1)}$ のまわりで式 (4-55) の係数・指数を計算し幾何計画法により $\mathbf{x}$ を決定して、 $\mathbf{x}^{(1)}$ と $\mathbf{x}$ の収束を検討して、収束していなければ $\mathbf{x}$ を $\mathbf{x}^{(1)}$ として以上の過程を収束まで繰り返すことになる。

SUMT については他に詳しいので⁽⁸⁾詳細は省略するが、式 (4-56) の SUMT 変換を行ない、制約条件の無い最適化は、パウエル直接探索法を用いた。

$$H(\mathbf{x}, r_j) = h_0(\mathbf{x}) + r_j \sum_{i=1}^2 \frac{1}{1 - h_i(\mathbf{x})} ; j = 1, \sim, J \quad (5-56)$$

ここで r_j は次のように与えた。

$$r_j = 10^{\kappa - j + 1} \quad (4-57)$$

数値計算の結果を表-1~4 に示す。() 内の数字は、初期値 (x_1^0, x_2^0), J , κ は式 (4-57) に定義してある。 x_1, x_2 は最終的な結果、 f は目的関数の値、 t は計算時間 (m sec) である。上の 4 欄は SUMT の結果であり、最下欄の SGP が繰り返し幾何計画法の結果である。

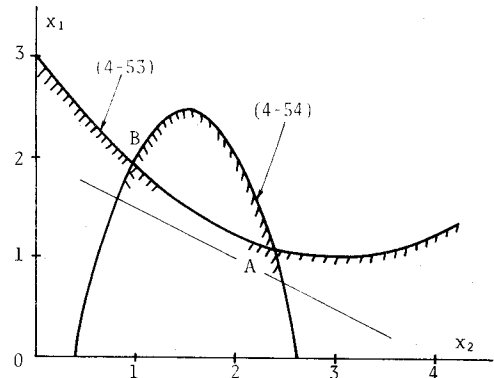


図-6 局所的最適解のある問題

(2,3)

J	κ	x_1	x_2	h_0	t
6-2		1.1279	2.3172	2.3134	40
6-1		1.1130	2.3458	2.2859	108
6-0		1.1391	2.3321	2.3051	67
8-1		1.2040	2.3062	2.3570	43
S G P		1.0976	2.3374	2.2663	13

表-1

(5,0.5)

J	κ	x_1	x_2	h_0	t
6-2		1.1244	2.4190	2.3339	135
6-1		1.1095	2.3475	2.2832	136
6-0		1.9299	0.9615	2.4106	48
8-1		1.0982	2.3465	2.2685	129
S G P		1.0976	2.3374	2.2663	20

表-2

(4,4)

J	κ	x_1	x_2	h_0	t
6-2		1.1351	2.3944	2.3323	61
6-1		1.1060	2.3486	2.2803	89
6-0		1.9296	0.9613	2.4103	39
8-1		1.0982	2.3390	2.2678	69
S G P		1.0976	2.3374	2.2664	21

表-3

(4.1)

J	κ	x_1	x_2	h_0	t
6-2		1.1337	2.4398	2.3536	217
6-1		1.1060	2.3486	2.2803	88
6-0		1.9296	0.9613	2.4103	39
8-1		1.0982	2.3396	2.2678	68
S G P		1.9224	0.9626	2.4037	10

表-4

まず最初に厳密解を参考にして、SGP と SUMT の解の精度を比較すると、SGP の結果は初期値が (4, 1) の時に局所的最適解へ収束しているが、それにしても点Bの厳密解と一致している。一方 SUMT は、全域的最適解を得られやすい方法といわれているが、16 の計算例の内3つで局所的最適解へ収束し、また、解自身の精度も最大で10%程度の誤差を持っている。

次に計算時間を比較する。SGP の4つの例の平均時間は16m secであるのに対し、SUMT の16例の平均時間は86m sec、計算時間の少ない4例の平均は39m secであり、計算時間の点でもSGPはすぐれている。

以上のように、この問題に関してはSGPがすぐれているという結果になった。表-4のように、局所的最適解へ収束する場合があるが、局所的最適解を有する問題では、初期値を適当に変えて解を検討するということを行わなければならない、その際計算時間が少ないというのは、大きな利点の1つである。

5. あ と が き

幾何計画法の、他の非線形計画法にない大きな長所として、困難度が0の場合は、線形連立方程式へ問題を置換できると、計算例の最後に記述したように、得られた解が全域的最適解であるかどうかは、一般的な非線形計画法の大きな問題点の1つであるが、幾何計画法で

は、係数の正負に関係なく、全域的最適解が得られることがあげられる。

一方、欠点としては、困難度の増加に伴ない双対問題を解くのが難しくなり、さらに、係数に負を含むと、ほとんどの場合で主問題を他の非線形計画法で解く方が容易になることがあげられる。そのために、本論文で説明した近似解法が研究されているが、今後収束性などをさらに検討する必要がある。

しかしながら、本論文の応用例 4-1, 4-2 で筆者の示した K, S なる変数の変換,あるいは, 4-3 の実行可能領域の考察より最適値を求める方法など, 困難度が少ない範囲では, 工夫によって閉じた解を得られることを示しており, さらに, 最後の計算例では繰り返し幾何計画法 (SGP) と SUMT を比較してみたが, 計算精度, 計算時間とも SGP の方がすぐれており, 従来 SUMT, SLP 等が占めていた最適化問題のある部分に幾何計画法が有効に応用できることを示している。

本論文の 4-4 の数値計算は, 北海道大学大型計算機センターの Facom 230-75 を使用した。本論文の図の作成に, 室蘭工業大学技官昆野茂氏の協力を得たことを付記し謝意を表する。

(昭和 52 年 5 月 13 日受理)

6. 参 考 文 献

- (1) Charles S. Beightler, Don T. Phillips, "Applied Geometric Programming", John Wiley & Sons, 1976.
- (2) Duffin, Peterson, Zener, "Geometric Programming", John Wiley & Sons, 1967.
- (3) C. S. Beightler, Ta-Chen Lo, H. G. Rylander, "Optimum Design by Geometric Programming", Transactions of the ASME, 1970, 2.
- (4) A. G. Walvekar, K. C. Mehta, C. E. Teske, "Optimal Design of Indeterminate Truss Using Geometric Programming", J. A. S. I., 1972, 5.
- (5) A. B. Templeman, "Optimum Truss Design Using Approximating Functions", Optimization In Structural Design, Springer-Verlag, 1975.
- (6) Leonard Spunt, "Optimum Structural Design", Prentice Hall, 1971.
- (7) 長 尚, "構造物の最適設計", 朝倉書店, 1971.
- (8) 例えば, A. V. Fiacco, G. P. McCormick, "Nonlinear Programming ; Sequential Unconstrained Minimization Techniques", John Wiley & Sons, 1968.
- (9) 杉本博之, "トラス構造物の実用的最適設計に関する研究", 土木学会論文報告集, No. 208, 1972, 12.
- (10) 杉本博之, "有限変形を考慮したトラス構造物の最適設計", 土木学会北海道支部論文報告集, No. 31, 1975, 2.
- (11) 杉本博之, 土居博史, 中村作太郎, "部分構造分割による長大トラス橋の最適設計に関する研究", 土木学会論文報告集, No. 261, 1977, 5.

道路区間の事故危険度評価における統計的 手法の利用に関する基礎的研究

斉 藤 和 夫*・武 田 準一郎**

A Fundamental Study on the Use of Statistical Methods in the Evaluation of Traffic Accident Risk of Highway Section

Kazuo Saito and Jun-ichiro Takeda

Abstract

There are two methodologies to be established for the development of an effective highway safety program: namely one is the methodology to evaluate the traffic accident risk of highway section and the other is the methodology to evaluate the effectiveness of alternative safety countermeasures.

In this study, writers carry a fundamental study on the use of statistical methods with the purpose of establishing the methodology for evaluation of traffic accident risk of highway section. This paper consists of the following three statistical analyses;

- (1) the use of accident-rate quality control method in identification of hazardous highway section,
- (2) the use of multivariate method in the prediction of accident risk of highway section, and
- (3) the use of multivariate method in the discrimination of hazardous highway section.

These analyses are carried systematically by the use of data on the National Highway System in Hokkaido, and some important results which are suggested the usefulness of these statistical methods in evaluation of accident risk are obtained.

1. 本研究の背景と目的

交通事故の著しい増加が社会問題化して以来、国および地方公共団体等は幾多の交通安全対策を実施してきたところである。それらのアプローチは運転者の教育、自動車の安全性の改善、道路交通環境の整備改善、交通規制、取締りの強化など様々である。これらの諸対策が交通事故防止に大きく寄与してきたことは、わが国における最近の大幅な事故減少からも明らかである。しかし、これらの対策は激増する事故への応急的な対応にとどまりがちであったことなどから、その効果は逡減の傾向を示し始めてきている。

交通事故を少しでも減少するためには必要なあらゆる対策が講じられなければならないのは勿論であるが、これからの対策は有限な安全対策費をもって、全体として最大の効果—事故減少—が期待される場所および手段を優先的に実施するという立場から、効率的なプログラムと

* 土木工学科助教授 ** 大学院工学研究科（土木工学専攻）

して策定されなければならない。このことはとくに重要で、交通安全対策においても経済学という限界効用逓減則が働くことを意味する。そこで、このような効率的なプログラムを策定する場合において重要となることは、対策に関する限界部分、すなわち場所的限界部分と手段的限界部分を明確化する方法論が確立されていることである¹⁾。前者は道路における事故危険度の評価方法に関する問題であり、後者は対策手段（代替案）の効果推定方法に関する問題である。これらの方法が確立されることによって、地点的な対策から出発してこれから最も効率的に事故防止が期待できる全国的、あるいは地域別の費用と効果を反映した合理的な交通安全対策プログラムの策定と実施が可能となるものと考えられる。これらの方法論に関する研究が重要なことは、最近における OECD の研究²⁾やアメリカで種々の研究³⁾が行なわれていることから明らかであるが、わが国ではほとんど研究されていないのが現状である。

こうしたことを背景として、本研究は道路における効率的な交通安全対策プログラムの策定プロセスを確立することを基本的な目的とし、そのために第1に重要な要素となる事故危険度の評価、予測の問題を取り上げ、北海道の国道ネットワークを対象として統計的手法による道路区間の危険度分析を行なったものである。本研究の目的と内容は大きく分けて次の3つである。すなわち、

- (1) 事故率品質管理法の適用性とそれによる道路区間の分類
- (2) 道路区間の属性を説明変量として、重回帰分析法と数量化理論Ⅰ類による事故危険度の予測の可能性の検討
- (3) 同様に、判別分析法と数量化理論Ⅱ類による事故危険度の判別の可能性の検討である。

以上のように、本研究はこれら3つの統計的分析を通して、道路における事故危険度に関する基礎的研究を試みたものである。

2. 分析データと相関関係

本研究において分析対象とした道路は、北海道の一般国道34路線、総延長4,800kmであり、交通事故はこの道路ネットワーク上で昭和46年に発生した人身事故12,219件(踏切事故は除く)である。道路区間は、同年に建設省が行なった全国交通情勢調査における調査区間を基本として446区間に分けている。これらの区間の区間長別頻度分布を示すと図-1のようになる。また、交通事故は発生場所に従って各区間に分類し、事故発生型態別に歩行者事故、車両相互

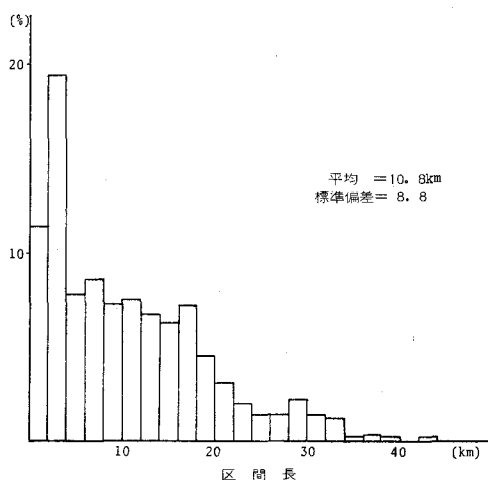


図-1 区間長別頻度分布

事故、車両単独事故、およびこれらの合計である全体事故の4つのカテゴリーに分類し、次式によって区間事故率を算定した。

$$R_i = \frac{A_i}{365 \cdot L_i \cdot ADT_i} \times 10^6 \quad \dots(1)$$

ここで、

$R_i = i$ 区間の事故率 (件/100 万走行台キロ)

$A_i = i$ 区間の年間事故件数

$L_i = i$ 区間の区間長 (km)

$ADT_i = i$ 区間の年平均自動車交通量 (台/12hr)

また、道路区間の属性を示す道路交通要因としては、前記全国交通情勢調査⁴⁾で得られたもののうちから、 X_1 : 平均道路幅員 (m)、 X_2 : 信号交差点密度 (個/km)、 X_3 : 非信号交差点密度 (個/km)、 X_4 : 区間平均速度 (km/hr)、 X_5 : 歩行者交通量 (人/12hr)、 X_6 : 自転車交通量 (台/12hr)、 X_7 : 自動二輪車交通量 (台/12hr)、 X_8 : 貨物自動車混入率 (%), X_9 : 自動車交通量 (台/12hr) の9要因を採用した。

これらの要因相互および4種類の区間事故率との相関係数と要因の平均値、標準偏差 (SD) を表-1に示す。また、全体事故率といくつかの要因との散布図を図-2に示す。

表-1 交通環境要因と区間事故率との相関係数行列

記号 要因	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R_p	R_o	R_{sv}	R_t
道路幅員 x_1	1.0000												
信号交差点密度 x_2	0.7380	1.0000											
非信号交差点密度 x_3	0.5417	0.4871	1.0000										
区間平均速度 x_4	-0.6067	-0.6738	-0.5620	1.0000									
歩行者交通量 x_5	0.3403	0.6771	0.3158	-0.4612	1.0000								
自転車交通量 x_6	0.3548	0.3202	0.5107	-0.5120	0.2768	1.0000							
自動二輪車交通量 x_7	0.6858	0.5909	0.6245	-0.6522	0.3481	0.6647	1.0000						
貨物車混入率 x_8	-0.3724	-0.4112	-0.2321	0.2977	-0.2958	-0.1499	-0.3931	1.0000					
自動車交通量 x_9	0.8347	0.6806	0.4805	-0.5586	0.2617	0.2967	0.7664	-0.4234	1.0000				
歩行者事故率 R_p	0.2987	0.4490	0.4342	-0.5177	0.4202	0.4164	0.4090	-0.3214	0.2085	1.0000			
車両相互事故率 R_o	0.5708	0.6817	0.5402	-0.6103	0.4754	0.4389	0.5219	-0.2811	0.4553	0.5731	1.0000		
車両単独事故率 R_{sv}	-0.1424	-0.0505	-0.0246	0.0851	0.0982	-0.0789	-0.1422	-0.0756	-0.2104	0.0809	0.0110	1.0000	
全体事故率 R_t	0.5112	0.6578	0.5515	-0.6259	0.5132	0.4638	0.5147	-0.2267	0.3853	0.7923	0.9445	0.1568	1.0000
平均値	7.898	0.506	1.216	44.718	836.24	270.97	230.43	0.551	6410.6	0.4124	1.4011	0.1482	1.9617
標準偏差	3.150	1.091	1.900	10.247	2389.2	356.67	265.20	0.096	7457.7	0.7621	1.557	0.253	2.115

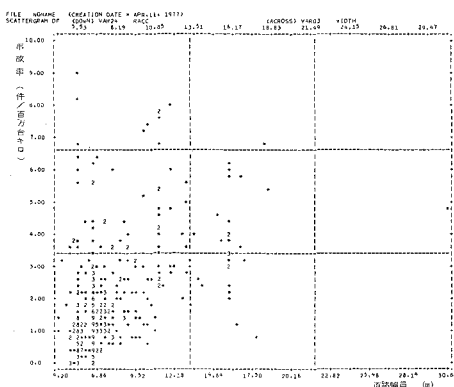


図-2-(a) 道路幅員

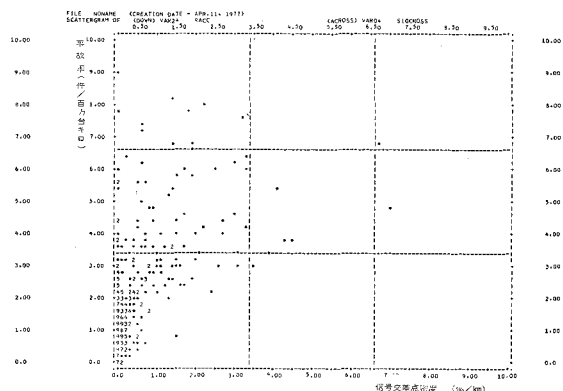


図-2-(b) 信号交差点密度

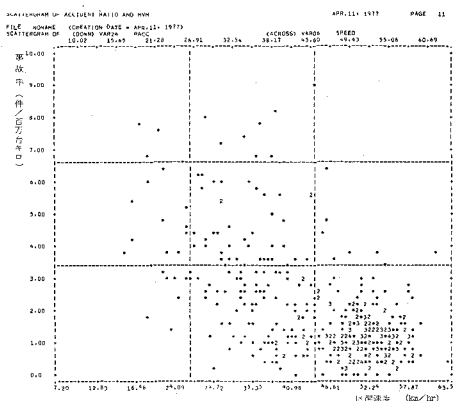


図-2-(c) 区間速度

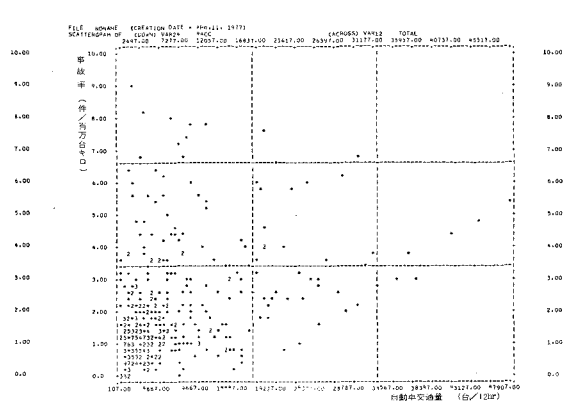


図-2-(d) 自動車交通量

図-2 事故率と交通環境要因との関係

3. 道路区間の危険度評価

3-1. 分析の目的

従来から道路区間の危険度評価方法として(1)式で計算される走行台キロ当りの事故率が世界的に広く利用されてきている。この方法は式から明らかなように、交通事故発生に対する区間長と交通量の影響を除去したすぐれた方法であるが、1つの重要な欠陥をもっている。それは事故発生の偶然変動(chance variation)に対する考慮が欠けていることである。そこで、筆者らはこの欠陥を改善すべく、「通常変動の結果として、事故率にどの程度の変動を期待すべきか」あるいは「設定された変動の許容限界を越えていると結論づけるためには、事故率はどのぐらい高くなければならないか」という問題を設定して、統計的品質管理の概念を応用した道路における事故危険度の評価方法を示した^{5),6)}。

ここでは、この方法を北海道の国道ネットワークへの適用を通して実証的分析を行なうこと

によりその有効性を検討するとともに、5.における分析のための道路区間のグループ化を行なうことを目的としている。

3-2. 分析の方法—事故率品質管理法 (accident rate quality control method)

事故率品質管理法は、「交通事故はランダムにしかも独立して発生する事象であり、その分布はポアソン分布 (Poisson distribution) に従う」という仮定を基本としている。すなわち、

$$P(x) = \frac{a^x}{x!} e^{-a} \quad \dots(2)$$

ここで、 $P(x) = m$ 走行台キロで x 件の事故が発生する確率

$a = \lambda_o \cdot m = \text{平均期待事故数}$

$\lambda_o = \text{平均事故率 (件/100 万走行台キロ)}$

次に、事故発生の偶然変動の許容限界を決定するために、危険率 α に対して変動の上限と下限を UCL , LCL とすると、それは次式を満足する最大値と最小値として与えられる。

$$\left\{ \sum_{x=0}^{LCL} \frac{a^x}{x!} e^{-a} < \frac{\alpha}{2}, \sum_{x=UCL}^{\infty} \frac{a^x}{x!} e^{-a} < \frac{\alpha}{2} \right\} \quad \dots(3)$$

この UCL と LCL の値を求めるためにいくつかの方法が考えられるが、その1つとしてここでは正規分布 (Normal distribution) へ近似する方法を用い、次式を導いた。

$$\left. \begin{aligned} UCL &= \lambda_o + k \sqrt{\frac{\lambda_o}{m_i} + \frac{1}{2m_i}} \\ LCL &= \lambda_o - k \sqrt{\frac{\lambda_o}{m_i} - \frac{1}{2m_i}} \end{aligned} \right\} \quad \dots(4)$$

ここで、 $k = \text{危険率 } \alpha \text{ に対する規準正規分布の値}$

$m_i = i \text{ 区間の走行台キロ}$

以上の理論的考察にもとづくと、任意の道路区間における事故発生確率、すなわち事故率は走行台キロによって変動するが、その変動の限界は(4)式で与えられる。言い換えると、事故発生確率に影響する基本的要因が大きく変化しない限り、事故率は(4)式で設定された限界内で変動することが期待され、逆に事故発生に有意に影響する要因が存在する区間の事故率は UCL を越えて変動するものと考えられる。

3-3. 分析の結果

ここでは上述の事故率品質管理法を北海道の国道ネットワークの446区間に適用した。その場合、(4)の k の値として危険率 α を両側検定の10%とした $k=1.960$ を用いている。4種の区間事故率に対する限界事故率はこの k の値とそれぞれの平均事故率、すなわち、歩行者事

表-2 事故率品質管理法による危険度分析の結果(部分)

区 間 No.	全事故数 A_i (件)	区 間 長 L_i (km)	A D T (台/12hr)	走行台キロ m_i (百万台km)	区間事故率 λ_i (件/百万台km)	上限事故率 UCL(件/百万台km)	下限事故率 LCL(件/百万台km)	$\lambda_i > UCL$
1	150	2.9	22898	24.2375	6.1887	3.1460	0.7774	*
2	48	3.1	13489	15.2628	3.1449	3.1023	0.2547	*
3	97	14.5	7887	41.7419	2.3238	3.9668	-0.0549	
4	57	22.4	4309	35.2304	1.6179	4.3842	-0.5055	
5	29	2.3	7530	6.3214	4.5876	3.3334	0.5900	*
6	94	28.6	3738	39.0210	2.4090	3.9380	-0.0146	
7	29	2.7	7545	7.4356	3.9002	3.4799	-0.5717	*
8	30	20.1	3485	25.5677	1.1734	4.9220	-0.9986	
9	12	7.7	3396	9.5445	1.2573	4.8076	-0.8842	
10	15	2.3	5615	4.7138	3.1822	3.6577	0.2657	
11	11	14.8	1290	6.9686	1.5785	4.4635	-0.5431	
12	17	29.0	1038	10.9872	1.5473	4.4917	-0.5683	
13	21	10.5	1787	6.8372	3.0714	3.6909	0.2325	
14	13	10.6	1965	7.6026	1.7099	3.4014	0.5220	
15	14	12.6	4022	18.4972	0.7569	5.7776	-1.8542	
16	16	0.6	4552	0.9971	16.0464	2.6782	1.2452	*
17	26	13.7	3546	17.7318	1.4663	4.5397	-0.6163	
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
442	6	5.8	2389	5.0766	1.1819	4.9098	-0.9864	
443	32	24.5	1917	17.1428	1.8667	4.2389	-0.2655	
444	13	2.5	3919	3.5761	3.6353	3.5533	0.3844	*
445	23	1.4	13203	6.7467	3.4091	3.0927	0.3282	*
446	10	0.4	8700	1.2702	7.8728	3.0040	0.9199	*

故率 $\lambda_0=0.4124$, 車両相互事故率 $\lambda_0=1.4011$, 車両単独事故率 $\lambda_0=0.1482$, と全体事故率 $\lambda_0=1.9618$ をそれぞれ(4)に代入して算定した。全体事故についてその結果の一部を表-2に, また区間走行台キロ(m_i)に対する区間事故率と限界事故率との比較を図-3に示す。

この図に示される UCL を越える事故率をもつ区間を事故多発区間(I群), UCL 以下で LCL を越える区間を普通区間(II群), LCL 以下の事故率をもつ区間を事故低発区間(III群)と分類する。他の事故種別についても同様の分析を行なった結果として得られた危険度による区間分類についてのまとめを表-3に示す。

この結果, 歩行者事故に対しては73区間(全区間の16.4%, 総延長の6.6%)が事故多発区間として分類され, そこでは歩行者事故の46.3%, 死傷者の45.9%が含まれていることになる。車両相互事故に対しては80区間(全区間の17.9%, 総延長の5.3%)が事故多発区間として分類され, そこでは車両相互事故の47.4%, 死傷者の42.5%が含まれていることになる。車両単独事故に対しては39区間(全区間の8.7%, 総延長の12.5%)が事故多発区間として分類され, そこでは車両単独事故の23.8%, 死傷者の22.6%が含まれている。さらに, 事故全体についてみ

FILE NAME C:\PERIUM\URATE APR. 1, 1977
SCATTERGRAM OF (DUM) Y=24.4 PC

事故率 (件/百万台キロ)

10.00
9.00
8.00
7.00
6.00
5.00
4.00
3.00
2.00
1.00
0.0

5.00 15.00 25.00 35.00 45.00 55.00 65.00 75.00 85.00 95.00 105.00 115.00 125.00 135.00

UCL

LCL

百万台キロ

表-3 事故率品質管理法による道路区間の3群分類

事故類型	項目	區 間 數		延 長		走行台キロ		事 故 件 數		死 傷 者 數		平均事故率
	分類群	區 間	%	km	%	百万台キロ	%	件	%	人	%	件/百万台キロ
歩行者事故	I 群	73	16.4	318.7	6.6	934.7	15.0	1190	46.3	1270	45.9	1.2731
	II 群	256	57.4	2735.1	56.9	3381.1	54.3	1237	48.2	1338	48.4	0.3658
	III 群	117	26.2	1752.8	36.5	1912.8	30.7	142	5.5	156	5.6	0.0742
	合 計	446	100.0	4806.6	100.0	6228.6	100.0	2569	100.0	2769	100.0	0.4125
車両相互事故	I 群	80	17.9	254.6	5.3	1283.2	20.6	4138	47.4	6372	42.5	3.2248
	II 群	241	54.0	2468.9	51.4	2700.7	43.4	3342	38.3	6260	41.7	1.2375
	III 群	125	28.0	2083.1	43.3	2244.7	36.0	1247	14.3	2369	15.8	0.5555
	合 計	446	100.0	4806.6	100.0	6228.6	100.0	8727	100.0	15001	100.0	1.4011
車両単独事故	I 群	39	8.7	600.8	12.5	411.3	6.6	218	23.8	380	22.6	0.5300
	II 群	277	62.2	3172.5	66.0	4580.5	73.5	693	75.7	1277	75.8	0.1513
	III 群	130	29.1	1033.3	21.5	1236.8	19.9	4	0.4	27	1.6	0.0032
	合 計	446	100.0	4806.6	100.0	6228.6	100.0	915	100.0	1684	100.0	0.1469
全体事故	I 群	96	21.5	297.5	6.2	1353.9	21.7	5778	47.3	8248	42.4	4.2677
	II 群	220	49.3	2377.6	49.4	2358.0	37.9	4221	34.5	7182	36.9	1.7901
	III 群	130	29.2	2131.5	44.4	2516.7	40.4	2220	18.2	4019	20.7	0.8821
	合 計	446	100.0	4806.6	100.0	6228.6	100.0	12219	100.0	19449	100.0	1.9618

3-4. 考 察

事故率品質管理法の北海道の一般国道ネットワークへの適用による道路区間の危険度評価を行なったが、その結果から次のことが考察される。まず最初に、この方法の特徴をまとめると、

- ①事故発生 of 偶然変動が考慮されていること、
- ②事故多発区間の選定基準が科学的に設定されること、
- ③設定される選定基準は平均事故率の変化に対応して変化すること、

などである。交通事故多発区間の選定と分類に関しては従来から2つの課題がある。それは道路区間の設定と事故多発を表わす指標の設定である。事故率品質管理法はこの後者の課題に対して科学的な判断基準を定める一つの方法となるものと考えられる。

そこで図-3 に示した分析結果を見ると、走行台キロの小さい区間に対する変動の許容範囲より広くするように設定されていることがわかり、事故発生 of 偶然変動による見せかけ上の高い危険度にもとづく判断の誤りを防止し得る科学的合理性をもった危険度の評価方法であることがわかる。表-3 の結果を見ると、事故多発区間として選定された区間数は各類型とも全体から見ると必ずしも多いものではない。例えば、全体事故については区間数で21.5%、延長でわずかに6.2%であるが、そこで発生した事故件数は全体の47.3%である。また、I群の平均事故率は他の群の平均事故率と比較して非常に高くなっている。このことから、選定された区間の事故多発傾向が明らかになる。

LCL を下まわる事故率をもつ事故低発区間(Ⅲ群)を抽出することの意義は、これらの区間が事故発生確率論的に見ると非常に少ない事故発生の現状にあることから、これらの区間の事故発生パターンや道路環境を調査することにより、事故発生確率を低下させている要因を解明するための場所的情報を提供することにある。

なお、ここで分類された3群の道路区間は5.における事故危険度の判別分析のための外的基準として用いることにする。

4. 道路区間の危険度予測

4-1. 分析の目的

3. で用いた事故率品質管理法は過去の事故経験にもとづいて道路区間の事故危険度を評価する方法であるが、将来における危険度を予測するものではない。そこで、ここでは道路区間の危険度予測についての統計的分析を行なうものである。

道路区間の危険度、すなわち事故率は道路区間ごとに異なり、この事故率がその区間の属性によって説明されると考えると、次の基本的なモデルが設定される。

$$\text{事故率} = f(\text{道路幅員, 交通量, 平均速度, } \dots) \quad (5)$$

このそれぞれの要因が全て定量的要因である場合、重回帰モデルを適用することができる。本論で用いた9要因はすべて定量的要因であるので、第1に重回帰モデルによる分析を行なう。次に、定量的要因であっても事故率との関係が直線的に変化するとは限らないことから、要因ごとに適当なレンジを設けてカテゴリー化し、数量化理論モデルⅠ類による分析を行ない、両分析を通して道路区間の事故危険度の予測の可能性と予測に対する要因の影響度合を検討しようとするものである。なお、分析結果については全体事故のみを取り扱っている。

4-2. 分析の方法

(1) 重回帰分析 (Multiple regression analysis)

いま、(5)式において*i*区間の事故率 Y_i と区間のもつ要因 X_{ij} ($j = 1, 2, \dots, m$) との間に線形一次結合を仮定すると次のように表わされる。

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \dots + b_m X_{im} + \varepsilon_i \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 b_0 を回帰定数 (constant)、 b_j ($j = 1, 2, \dots, m$) を偏回帰係数、 ε_i を残差と呼ぶ。この ε_i について次のような仮定がなされる。

- i) ε_i と $\varepsilon_{i'}$ ($i \neq i'$) は互いに独立である (独立性)
- ii) ε_i の期待値は0である (不偏性)
- iii) ε_i の分散はすべて等しい (等分散性)

これらの仮定が満足されるものとして、(6)式を最小2乗法で解くと次の予測式が得られる。

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \dots + b_m X_{im} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 b_0, b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) はそれぞれ b_0, b_i の推定値である。これらの係数は変量の測られる単位によって変化するため、 X_i が Y_i にどの程度影響するかを比較することができない。そこでデータを基準化することによって (7) 式は次のような予測式に変換することができる。

$$Y_i = \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、係数 β_i ($i = 1, 2, \dots, m$) は基準化された各説明変量 X_i の重みであり、標準回帰係数あるいは β -weight と呼ばれる。この β の絶対値の比較は基準変量の推定に果たす各説明変量の影響度合を示すことになる。

また、(7) と (8) 式の予測の精度については重相関係数 (multiple correlation coefficient) R によって判断することができ、この重相関係数の2乗を寄与率といい、回帰による変動が全変動に対してどの程度の割合を占めているかを示す。

(2) 数量化理論Ⅰ類 (Hayashi's quantification theory I)

数量化理論Ⅰ類は、定量的要因と定性的要因を同時に扱う多変量解析の一手法である。いま、*i*区間の事故率がカテゴリー化した要因 (item) によって表わされるものとする、(5)

式は次のように示される。

$$Y_i = a_{i1}X_{i11} + a_{i2}X_{i12} + \cdots + a_{j1}X_{ij1} + \cdots + a_{jk}X_{ijk} \cdots \cdots (9)$$

a_{j1} : 要因 j , カテゴリー 1

$\vdots$ $\vdots$ $\vdots$

a_{jk} : 要因 j , カテゴリー k

ここで、 Y_i をサンプルスコア、 a_{jk} ($j=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, s$) をカテゴリースコア、 X_{ijk} ($i=1, 2, \dots, n$) を説明変数 (パラメータ) といい、この場合、 Y_i は i 区間の事故率を表わしている。

数量化理論 I 類において、 β -weight に相当するものは偏相関係数である。また、予測の精度については重回帰分析と同様に重相関係数で判断することができる。

4-3. 分析の結果

9種の説明変量 (要因) を用いて決定された重回帰分析の結果を示すと表-4 のようになる。また、重相関係数の有意性をF検定によって検定した結果を表-5 に示す。分析結果の精度を示す重相関係数は $R=0.7607$ となり、寄与率は 58% とかなりの程度の予測が可能である。この重相関係数は危険率 $\alpha=1\%$ 水準で高度に有意であった。

表-4 重回帰モデルによる分析結果

説明変量	回帰係数	標準回帰係数	単相関係数
道路幅員 X_1	0.0781	0.1163	0.5112
信号交差点密度 X_2	0.9229	0.4763	0.6578
非信号交差点密度 X_3	0.2152	0.1934	0.5515
区間平均速度 X_4	-0.0390	-0.1887	-0.6259
歩行者交通量 X_5	0.0001	0.0388	0.5132
自転車交通量 X_6	0.0006	0.1028	0.4638
自動二輪車交通量 X_7	0.0008	0.0995	0.5147
貨物車混入率 X_8	0.8235	0.0037	-0.2267
自動車交通量 X_9	-0.0002	-0.3353	0.3853
Constant	$b_0=2.4311$		
重相関係数 R	$R=0.7607$		

表-5 分散分析表 (重回帰分析)

変動要因	自 由 度	分 散	F 値（分散度）
回 帰 に よ る	9	127.9264	66.52
残 差 に よ る	436	1.9231	
検 定	F 値=66.52 > F(9.436,99%) =2.407		
	F 値=66.52 > F(9.436,95%) =1.880		

次に、同じ 9 種の説明変量を 3～5 のカテゴリーに分けて数量化理論 I 類による分析を行った。その結果を表-6 に示す。分析結果の精度を表わす重相関係数は $R=0.7337$ (寄与率 54%) と重回帰分析の結果より若干低い値を示した。この値を F 検定によって検定したところ、危険率 $\alpha=1\%$ 水準で高度に有意であった。

4-4. 考 察

以上の分析結果にもとづいて、予測の精度と予測に対する各要因の影響について考察すると次のようになる。

表-6 数量化理論 I 類による分析結果

要 因	カ テ ゴ リ ー	サ ン プ ル 数	カテゴリースコア	偏相関係数(順位)
道 路 幅 員(m)	～7.5	304	-0.2606	0.1687 (4)
	7.5～9.0	44	0.2435	
	9.0～13.0	62	0.6486	
	13.0～	36	0.7859	
信号交差点密度 (個/km)	0	193	-0.4746	0.3257 (1)
	0.0～0.5	152	-0.4314	
	0.5～1.0	36	0.6718	
	1.0～	65	2.0459	
非信号交差点密度 (個/km)	0	44	-0.1925	0.0995 (9)
	0.0～1.0	276	-0.0970	
	1.0～2.0	53	0.3155	
	2.0～	73	0.2536	
区 間 平 均 速 度 (km/hr)	～30	46	1.2174	0.2128 (3)
	30～40	88	0.2582	
	40～50	134	-0.1969	
	50～	178	-0.2940	
歩 行 者 交 通 量 (人/12hr)	～200	217	-0.1060	0.1081 (8)
	200～400	59	0.2668	
	400～700	35	-0.3083	
	700～	135	0.1338	
自 転 車 交 通 量 (台/12hr)	～200	278	-0.0178	0.1281 (7)
	200～400	66	-0.2704	
	400～700	50	-0.0529	
	700～	52	0.4895	
自動二輪車交通量 (台/12hr)	～200	291	-0.1215	0.1307 (6)
	200～400	73	0.0786	
	400～700	52	-0.0014	
	700～	30	0.9919	
貨 物 車 混 入 率 (%)	～30	3	2.7471	0.1631 (5)
	30～50	98	-0.1874	
	50～	345	0.0293	
自 動 車 交 通 量 (台/12hr)	～3,000	194	0.3232	0.2781 (2)
	3,000～5,000	83	0.4080	
	5,000～10,000	81	0.1594	
	10,000～20,000	59	-0.7361	
	20,000	29	-2.2774	
重相関係数(R)			R=0.7337	

まず、予測の精度については重相関係数が重回帰分析、数量化理論Ⅰ類ともに0.7以上の値を与え、また有意性の検定結果も高度に有意であった。また、これら両方法によって決定された予測式から予測された値と実測値との残差の分布を調べてみると、図-4 (a), (b) に示すように正規分布に近似している結果を示した。これらのことから、本分析で用いた方法により道路区間の事故危険度をかなりの精度で予測しうることが示された。

つぎに、これらの予測に関する要因の寄与について考察してみる。この寄与の度合は重回帰分析では標準回帰係数の比較、また数量化理論Ⅰ類では偏相関係数の比較によって判断するこ

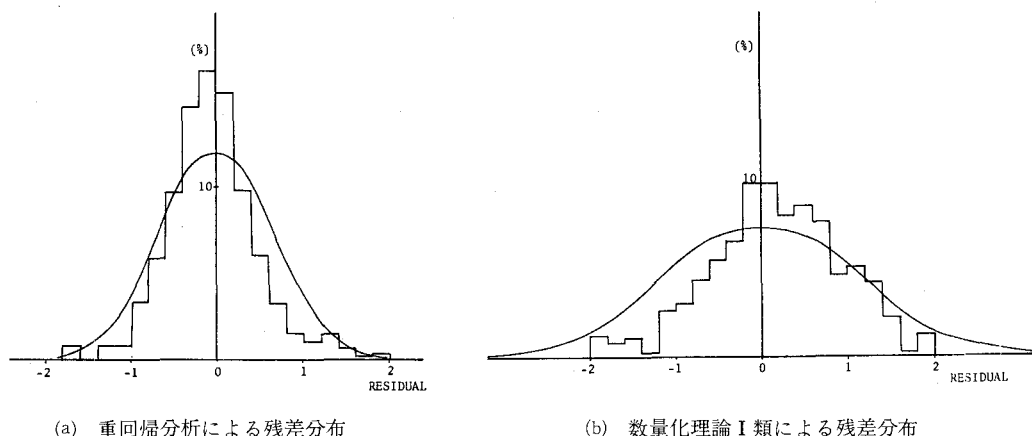


図-4 予測値と実測値の残差分布

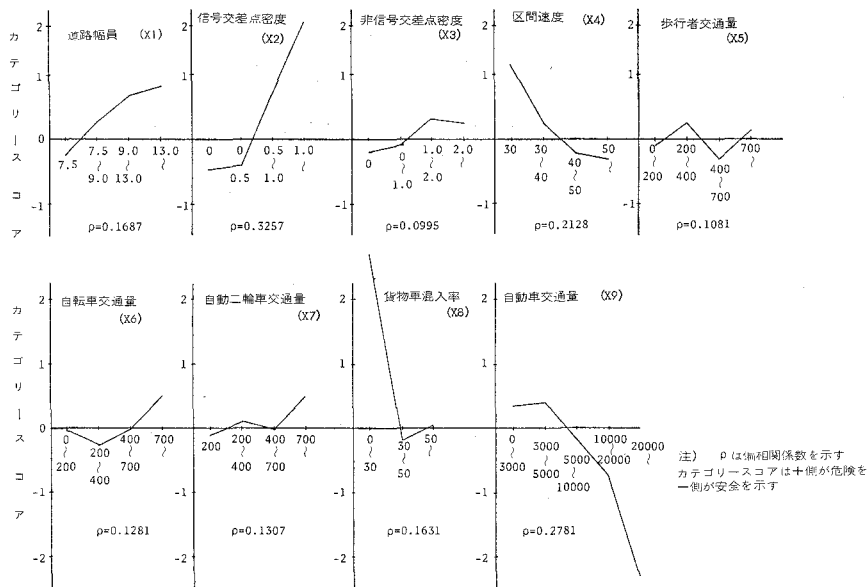


図-5 数量化理論Ⅰ類による要因カテゴリースコア傾向図

とができる。標準回帰係数の絶対値の比較によると、要因の寄与の大きさの順位は、信号交差点密度 (X_2) が最も大きく、ついで自動車交通量 (X_9)、非信号交差点密度 (X_3)、区間平均速度 (X_4)、道路幅員 (X_1) の順になっており、残りの要因の寄与はあまり大きくない。また、偏相関係数の比較によると、最も大きいのは重回帰分析と同様に信号交差点密度 (X_2) であり、ついで自動車交通量 (X_9)、区間平均速度 (X_4)、道路幅員 (X_1) となっており、重回帰分析とはほぼ同様の結果を示した。ただ、数量化理論Ⅰ類では貨物車混入率 (X_8) がかなり大きな寄与の度合を示しているが、これについてはカテゴリー化が片寄っていることによる影響が大きいと考えられる。また、非信号交差点密度が最下位になっているのも重回帰分析の結果と大きく異なる点である。

そこで、図—5に示す数量化理論Ⅰ類の各カテゴリースコアの変化傾向から、要因と危険度との関係について考察してみると次のことがわかる。この場合、カテゴリースコアのマイナス側は安全を、プラス側は危険を表わしている。最も偏相関係数の大きな信号交差点密度について見ると、密度が高くなるほど危険になる傾向を示している。道路幅員についても同様の傾向であるが、自動車交通量と区間平均速度については逆に、値が小さくなるほど危険になる傾向を示している。その他の要因については明確な傾向は見られないようである。したがって、結論的にいえば、道路幅員、信号交差点密度、区間平均速度と自動車交通量という4つの要因が道路区間の事故危険度の予測に対して重要な役目を果たすといえる。

5. 道路区間の危険度判別

5-1. 分析の目的

ここでは、3. で示した事故率品質管理法によって3群に分類された道路区間を外的基準として4. の分析で用いたと同じ9要因を説明変量とした場合の道路区間の事故危険度の判別分析を行なう。その目的は、事故危険度の数量的な予測と合わせて、事故多発区間など道路における問題区間を抽出するための方法を検討することにある。なお、ここで用いる分析方法は4-1. で述べたと同じ理由によって、定量的要因を取り扱う判別分析法とカテゴリー化された要因を取り扱う数量化理論Ⅱ類である。

5-2. 分析の方法

(1) 判別分析 (Discriminant analysis)

判別分析とは、「 m 変量の線形一次結合によってつくられる関数

$$Z_i = l_1 X_{i1} + l_2 X_{i2} + \cdots + l_m X_{im} \cdots \cdots (10)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, n)$$

が、異なる母集団に属する個体を最も良く判別する (誤って判別する確率を最小にする) よう

に係数ベクトル $\mathbf{l}$ を定める」⁷⁾である。こうして定められた関数を判別関数 (discriminant function) という。

この関数を定める方法の1つは、異なった群の個体を最も良く判別するために、合成変量 Z_i の分布が個体群の間でどの程度分離しているかを示す (11) 式で表わされる相関比 η^2 が最大となるように、すなわち図-6に示すように異なった群の個体を最も良く判別するように係数を定めることである。

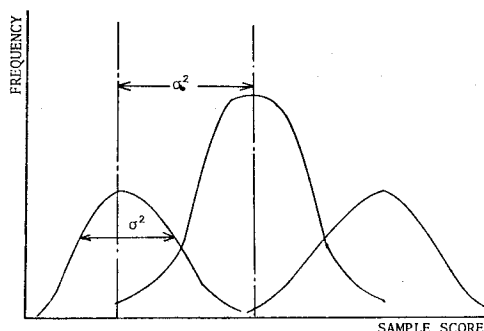


図-6 判別分析概念図

$$\eta^2 = \frac{\sigma_b^2}{\sigma^2} \quad \dots\dots(11)$$

ここで、 σ_b^2 = 群間分散

σ^2 = 全個体に対する合成変量の分散

(2) 数量化理論Ⅱ類 (Hayashi's quantification theory II)

この方法は説明変量がカテゴリー化されている場合に、判別関数と同様に判別分析するものである。いま、つぎのような合成変量を定義する。

$$Z_i = a_{i1}X_{i11} + a_{i2}X_{i12} + \dots + a_{ji}X_{ij1} + \dots + a_{jk}X_{ijk} \dots\dots\dots (12)$$

a_{ji} : 要因 j , カテゴリー-1

$\vdots$ $\vdots$ $\vdots$

a_{jk} : 要因 j , カテゴリー- k

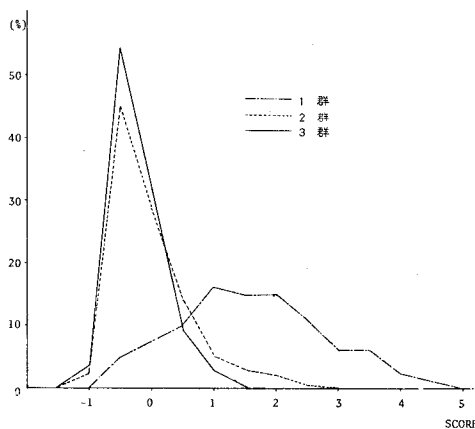
ここで、 a_{jk} ($j = 1, 2, \dots, m$; $k = 1, 2, \dots, s$) はカテゴリースコア、 X_{ijk} ($i = 1, 2, \dots, n$) はパラメータで数量化理論Ⅰ類で用いたものと同じである。この合成変量について、判別関数の場合と同じ条件によってカテゴリースコアを決定することができる。すなわち相関比が最大となるように a_{jk} の値を与えることである。また、判別に対する要因の寄与に関しては偏相関係数によって調べることができる。

5-3. 分析の結果

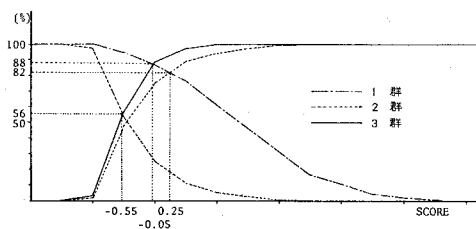
3. で全体事故について分類された3群の道路区間に対して、9種の説明変量を用いた判別分析の結果として得られた判別関数の係数ベクトルを表-7に示す。この場合、分析結果の精度を示す最大にされた相関比は $\eta^2 = 0.5822$ ($\eta = 0.7634$) であった。この判別関数を用いてそれぞれの群に属する区間の合成変量値 Z を算出し、得られた結果を判別図と判別累積度図としてまとめたのが図-7(a), (b)である。この結果、Ⅱ群とⅢ群はほとんど重なっており判別は不

表-7 判別関数の係数ベクトル

要 因	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
係数ベクトル	0.052	0.236	0.066	-0.414	-0.029	0.212	0.066	0.033	0.231
相 関 比	$\eta^2=0.5822$ ($\eta=0.7634$)								

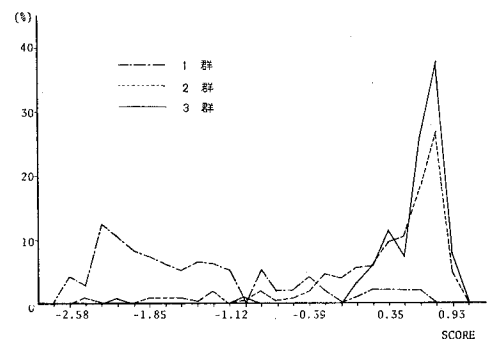


(a) 判別図

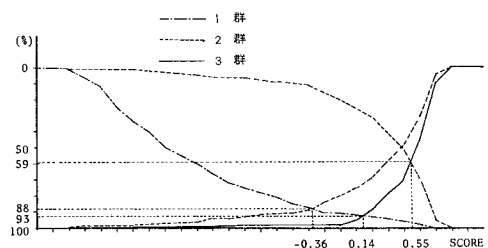


(b) 累積度図

図-7 判別関数による判別図と累積度図



(a) 判別図



(b) 累積度図

図-8 数量化理論Ⅱ類による判別図と累積度図

十分であるが、Ⅰ群とⅡ群およびⅢ群とはかなり明確に判別されていることがわかる。

次にカテゴリ化された要因を説明変量として数量化理論Ⅱ類による分析の結果を表-8に示す。この場合の相関比は $\eta^2=0.6048$ ($\eta=0.7777$) であった。この数量化理論Ⅱ類を用いてそれぞれの群に属する区間のサンプルスコア(合成変量値) Z を算出し、得られた判別図と判別累積度図を図-8(a), (b)に示す。この結果、判別関数の場合と同様にⅡ群とⅢ群は判別が不十分であるが、Ⅰ群とⅡ群およびⅢ群との判別は明確であることがわかる。なお、数量化理論Ⅱ類の場合はカテゴリスコアのマイナス側が危険を、プラス側が安全を表わしているため、判別関数とは合成値が逆転していることに注意する必要がある。

表-8 数量化理論Ⅱ類による危険度判別の結果

要 因	カ テ ゴ リ ー	サ ン プ ル 数	カテゴリースコア	偏相関係数(順位)
道 路 幅 員(m)	~7.5	304	0.1081	0.1388 (5)
	7.5~9.0	44	-0.0258	
	9.0~13.0	62	-0.3186	
	13.0~	36	-0.3146	
信号交差点密度 (個/km)	0	193	0.2184	0.3381 (1)
	0.0~0.5	152	0.3170	
	0.5~1.0	36	-0.5520	
	1.0~	65	-1.0610	
非信号交差点密度 (個/km)	0	44	0.0696	0.0843 (7)
	0.0~1.0	276	0.0081	
	1.0~2.0	53	-0.1754	
	2.0~	73	0.0580	
区 間 平 均 速 度 (km/hr)	~30	46	-0.4278	0.2080 (2)
	30~40	88	-0.3139	
	40~50	134	0.0783	
	50~	178	0.2117	
歩 行 者 交 通 量 (人/12hr)	~200	217	0.0777	0.1530 (4)
	200~400	59	-0.3039	
	400~700	35	0.0890	
	700~	135	-0.0117	
自 転 車 交 通 量 (台/12hr)	~200	278	0.0147	0.0766 (8)
	200~400	66	0.0957	
	400~700	50	-0.0262	
	700~	52	-0.1735	
自動二輪車交通量 (台/12hr)	~200	291	0.1385	0.1853 (3)
	200~400	73	0.0635	
	400~700	52	-0.4665	
	700~	30	-0.6622	
貨物車混入率(%)	~30	3	0.0713	0.0223 (9)
	30~50	98	-0.0380	
	50~	345	0.0104	
自 動 車 交 通 量 (台/12hr)	~3,000	194	-0.0566	0.1001 (6)
	3,000~5,000	83	-0.0222	
	5,000~10,000	81	-0.0710	
	10,000~20,000	59	0.1093	
	20,000~	29	0.4062	
相 関 比(η^2)	$\eta^2=0.6048$ ($\eta=0.7777$)			

5-4. 考 察

以上の分析結果にもとづいて、判別の精度と判別に対する要因の寄与について考察すると次のようになる。

まず、判別の精度について見ると、判別の精度を表わす相関比は判別分析で $\eta^2=0.5822$ ($\eta=0.7634$) と数量化理論Ⅱ類で $\eta^2=0.6048$ ($\eta=0.7777$) と後者が若干良い精度を示した。そこで、図-7(b)と図-8(b)の累積度図から *min-max* 原理にもとづく判別値と判別達成率を求めてまとめると表-9のようになる。この結果、Ⅰ群とⅡ群を判別する場合を例にとれば、判

別関数では判別値 0.25 以上であると 82% の確率で I 群と判別することができ、逆に 0.25 以下であれば同じ確率をもって II 群に属すると判別することができる。数量化理論 II 類では判別値 -0.36 以下であれば 88% の確率で I 群に属すると判別することができ、逆に -0.36 以上であれば同じ確率をもって II 群に属すると判別す

ることができる。I 群と III 群の場合は判別達成率がさらに高くなり、判別関数では 88% の確率、数量化理論 II 類では 93% とほぼ完全に判別できるといえる。このことから、事故多発区間 (I 群) と他の区間とは道路区間の属性 (要因) によって十分判別可能であることがわかる。

次に、これらの判別に対する要因の寄与を調べてみる。この要因の判別に対する寄与は、判別関数においては係数の絶対値の、数量化理論 II 類においては偏相関係数の比較によって判断することができる。前者の比較によれば、区間平均速度 (X_4) が最も高く、信号交差点密度 (X_2)、自動車交通量 (X_9)、自転車交通量 (X_6) の順になっており、残りの要因の寄与はあまり大きくない。また、偏相関係数の比較による後者の場合は、最も寄与の大きい要因が信号交差点密度 (X_2) であり、ついで区間平均速度 (X_4)、自動二輪車交通量 (X_7)、歩行者交通量 (X_5)、道路幅員 (X_1) となっており、判別関数の場合と異なる結果を示している。そこで、判別達成度の高い数量化理論 II 類のカテゴリースコアの変化傾向を示す図 9 から要因と危険度判別の関係を考察してみると次のことがわかる。すなわち、最も偏相関係数 (図中の ρ) の高い信号交差点密度については、密度が高くなるほど危険度が高くなる。これと同様の傾向を示す要因は道路幅員と自動二輪車交通量である。また、区間平均速度と自動車交通量はこれと逆の傾向を示している。他の残りの要因については明確な傾向が見られないようである。したがって、危険度の判別に大きく寄与すると思われる要因としては信号交差点密度と区間平均速度があげられるが、他の要因については必ずしも結論的にはいえないようであり、別の角度からの検討も必要であると思われる。

表-9 判別達成度

分析 方法	判別群	判別値	判別達成率
判 別 関 数	I - II	0.25	82%
	I - III	-0.05	88
	II - III	-0.55	56
数量化理論 II 類	I - II	-0.36	88%
	I - III	0.14	93
	II - III	0.55	59

6. 本研究のまとめ

本研究は、北海道の国道ネットワークを対象として、事故率品質管理法、多変量解析手法である重回帰分析法、数量化理論 I 類、判別分析法、数量化理論 II 類を利用して道路区間の事故危険度の評価、予測、判別に関する体系的な統計的分析を行なったものである。これらの分析の結果、明らかになったことを要約すると以下のとおりである。

(1) 筆者がこれまで示してきた事故率品質管理法の道路区間の危険度評価への適用性と有効性が確認された。とくに、事故多発区間の選定に対する科学的な判断基準を設定し得る点に

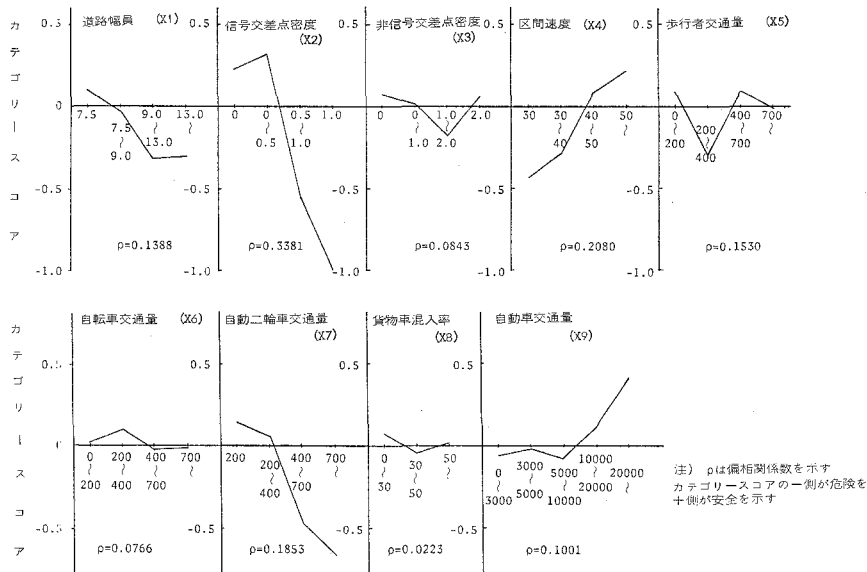


図-9 数量化理論Ⅱ類による要因カテゴリースコア傾向図

において有用であるといえる。

(2) この方法の北海道の国道ネットワークへ適用した結果、車両単独事故は別として、路線総延長(約4,800km)の約6%上で全体事故のほぼ47%が発生していることがわかった。したがって、これら事故多発区間の優先的改善は事故減少に大きな効果を発揮するものと考えられる。

(3) 事故危険度の予測に対する重回帰分析と数量化理論Ⅰ類の利用可能性が示された。この場合、予測の精度を表す重相関係数は前者で $R=0.7607$ (寄与率58%), 後者で $R=0.7337$ (寄与率54%) であり、前者が若干良い精度であった。このいずれの値もF検定の結果、危険率 $\alpha=1\%$ 水準で高度に有意であった。

(4) また、予測に寄与する有意な要因としては道路幅員 (X_1)、信号交差点密度 (X_2)、区間平均速度 (X_4)、と自動車交通量 (X_9) であった。これらの要因と危険度との関係は、信号交差点密度と道路幅員は値が増加するほど危険度を高める傾向を示し、逆に区間平均速度と自動車交通量は値が増加するほど危険度を低める傾向を示した。

(5) 事故危険度の判別に対する判別分析法と数量化理論Ⅱ類の利用可能性が示された。この場合、判別の精度を表す相関比は前者で $\eta^2=0.5822$, 後者で $\eta^2=0.6048$ であり、後者が良い精度を示した。これらの値は必ずしも高いとはいえないが、事故率品質管理法によって分類された事故多発区間(I群)と他の区間との判別達成率は82%~93%の間にあることから、事故多発区間の判別は高い確率をもって可能であることが示された。

(6) また、判別に対する要因の寄与は危険度の予測の場合と同じではない。主要な要因としては信号交差点密度 (X_2) と区間平均速度 (X_4) が確認されたが、他の要因については必ずしも明確にはされなかった。

以上のことをふまえて、つぎに本分析で残された課題について示すと以下のことがあげられる。

(1) 本分析では事故多発区間の抽出が行なわれたが、抽出された区間の事故発生特性を分析し、有効・適切な対策手段の検討が必要である。

(2) 時系列的なデータを用いてモデルの予測、判別の適合性を検討する必要がある。

(3) 事故発生型態別に本研究と同様の分析を進める必要がある。

(4) これらの基礎的研究を行なうと同時に、より少ない要因を用いた簡便な危険度の予測、判別方法を検討する必要がある。

最後に、本研究を行なうに当り御指導を受けた北海道大学工学部加来照俊教授に心から感謝するとともに、使用した事故データの収集において北海道警察本部交通企画課の協力を得たことおよびデータの処理、一連の統計計算は室蘭工業大学 FACOM 230-28 と北海道大学大型計算センター FACOM 230-75 によったことを付記し感謝の意を表する。

(昭和 52 年 5 月 21 日受理)

参 考 文 献

- 1) 日本交通科学協議会 (総理府委託) : "交通安全施設の投資効果に関する研究", 昭和 44 年 3 月.
- 2) "OECD 道路研究計画 S-12 (Hazardous Road Locations) 報告書", 道路, 昭和 50 年 2 月.
- 3) Jorgensen, R. E. and Laughland, J. C. : "Evaluation of Criteria for Safety Improvements on the Highway", Traffic Engineering, August 1967.
- 4) James, W. S. : "Development of an Effective Highway Safety Program", Traffic Engineering, January 1977.
- 4) 北海道開発局道路計画課 : "道路交通情勢調査の結果 (昭 46 年度)", 昭和 47 年 1 月.
- 5) 板倉忠三・加来照俊・斉藤和夫 : "交通事故に対する危険度評価について", 交通工学, vol.3, No.2, 昭和 43 年 3 月.
- 6) Kazuo Saito : "Towards a Statistical Approach of Identifying Hazardous Highway Locations", the Memories of the Muroran Institute of Technology, vol.9, No.1, December 1976.
- 7) 五十嵐日出夫・斉藤和夫他 : "土木計画数理", 朝倉書店, 昭和 51 年.
河口至商 : "多変量解析入門", 森北出版, 昭和 48 年
- 8) 本多義明・丹渡悦夫 : "横断歩行者の危険度に関する基礎的考察", 交通工学, vol.12, No.1, 昭和 52 年 1 月.

交通事故発生の時系列変動に関する統計的分析

石 井 憲 一*・斉 藤 和 夫**

A Statistical Analysis on the Time Serial Variations of Traffic Accident Occurance

Ken-ichi Ishii and Kazuo Saito

Abstract

It has been recognized that there are some time serial variations in traffic accident occurrence and these variations are the most important factor to be considered in the planning of traffic safety programs. So, in this study authors try to analyze the time serial variations of traffic accidents by the use of statistical methods.

This paper contains the following two parts ;

- (1) the time serial analysis on the yearly and monthly variations in Japan,
- (2) the Spearman's rank correlation analysis on the trends of monthly variations in traffic accidents and vehicle-kilometer traveled in Japan, and then compared with British and U. S. data.

1. ま え が き

昭和 30 年代におけるモータリゼーションの急速な進展にともなう交通事故の著しい増加が社会問題化して以来、国および地方公共団体は諸般の交通事故防止施策を講じてきたところであるが、交通事故に関する要因が複雑なために問題の根本的な解決が図られていないうらみがある。交通事故を少しでも減少するためには、必要なあらゆる合理的な手段を実施しなければならないことはもちろんであるが、その基礎となる交通安全研究—交通事故の発生と防止に関する科学的研究—は現実の要請に答えるほど十分ではなく、多くの基礎的な問題が未解決である¹⁾。

この基礎的な問題の一つに交通事故の統計的分析があるが、この分野の研究がクローズアップされたのは比較的最近のことであり、1967 年の OECD 道路研究計画の「交通事故の解析における統計的手法の利用に関するシンポジウム」が本格的な研究の出発点であるといえる。すなわち、この OECD シンポジウムにおいて、今後とも、統計的手法、特に重回帰分析、時系列分析、多変量分析等に関する研究の情報交換をすすめることなどの宣言がなされ、その必要性が強調されたのである。

これらのことから、交通事故の時系列分析については最近英国を中心としていくつかの研究が見られるようになってきたが²⁾³⁾⁴⁾、我国においてはあまり試みられていない。筆者はこの問

* 土木工学科助手 ** 土木工学科助教授

題に関してこれまでいくつかの研究⁵⁾⁶⁾を試みてきたが、本研究はそれらの研究をベースとして新たなデータを加えて分析し、さらに英国、米国における分析結果との比較を含めてまとめた基礎的研究であり、その内容は大きく分けて次の2つがある。

- ① 交通事故発生件数と事故死者数に關与する年變動と月變動の時系列變動分析。
- ② スピアマンの順位相関係数による、走行量との関連における交通事故発生件数と事故死者数の月變動傾向の分析とその国際比較。

ところで、時系列分析は統計的裏づけのもとに対象とする時系列データを分析し、その中に存在するある種の規則性を発見しその時系列の将来予測へと延長することを目的としたものであり、これは主に経済学や社会学などのいわゆる社会科学の分野で発展してきた統計的方法である。したがって、本研究の対象である交通事故の発生が社会という環境の中において生起する事象であることから、このような統計の時系列分析を行うことは交通事故発生 of 将来予測へのアプローチにおける基礎的な研究として有用であると思われる。

2. 分析データ

2-1. 年變動と月變動の時系列分析

交通事故発生件数と事故死者数の年別月別合計数をデータとして用いた。これらのデータ系列は1966年から1975年に至る10年間の統計量であり、事故件数は全国と北海道の2つを分析

表-1. データ系列の分類と対象地域

	記号	対 象 地 域
件数	A-1	全国
	A-2	北海道
死者数	B-1	全国
	B-2	北海道
	B-3	東北（青森・秋田・岩手・山形・宮城・福島・新潟）
	B-4	関東内陸（茨城・栃木・群馬・山梨・長野）
	B-5	関東臨海（埼玉・千葉・東京・神奈川）
	B-6	東海（岐阜・静岡・愛知・三重）
	B-7	北陸（富山・石川・福井）
	B-8	近畿内陸（滋賀・京都・奈良）
	B-9	近畿臨海（大阪・兵庫・和歌山）
	B-10	山陰（鳥取・島根）
	B-11	山陽（岡山・広島・山口）
	B-12	四国（徳島・香川・愛媛・高知）
	B-13	北九州（福岡・佐賀・長崎・大分）
	B-14	南九州（熊本・宮崎・鹿児島）

*沖縄県はデータ情報が不備で割愛した。

*以下の分析で、データ系列は上表の記号とする。

の対象とした。事故死者数は全国と全国を13の地域に集約した合計14のデータ系列である。これらの分類と記号を表-1に示す。

2-2. スピアマンの順位相関係数による月変動分析

走行量は運輸省情報管理部統計による1966年から1975年に至る10年間の年別月別走行キロの実績値を対象とし、それぞれパーセントに変換したデータを用いた。交通事故発生件数と事故死者数については、2-1で対象としたデータを年別月別のパーセントに変換して用いた。

これらのデータ情報はそれぞれの分析結果の中に示してある。

3. 分析の統計的方法⁷⁾⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾

3-1. 年変動と月変動の時系列分析

1. データの構造

統計データが等間隔の時点で、あるいは等しい諸期間にわたって観測される一連の観測値である時これを時系列データと呼ぶ。したがって、交通事故の発生を社会事象としてとらえ、時間(すなわち、年別あるいは月別発生量)の順序にならべた場合これは時系列データである。

一般に社会事象の時系列としてあらわれる変量は、傾向変動 $T(t)$ ・循環変動 $C(t)$ ・季節変動 $S(t)$ ・不規則変動 $I(t)$ などの合成されたものと考えられる。本分析では、観測されたデータの構造がこれらの変量の値が加算的に合成されたものであると仮定し、加算的モデルを想定する。すなわち、モデルを時間 t の関数 $F(t)$ で表わすと加算的モデルは(1)式で示される。

$$F(t) = T(t) + C(t) + S(t) + I(t) \quad \dots(1)$$

以下に時系列分析のプロセスとその手順を記述する。

2. 分析のプロセスとその手順

1) 原系列の分析

原系列 $F(t)$ に含まれる変動要因の有無の検出は分散分析法を用いる。対象とする要因が年変動と月変動との2要因であることから分散分析は二元配置法(*Two way layout*)である。

二元配置分散分析法

この方法は、まず観測データの全変動を年変動と月変動に分け、その残りである誤差変動と比較することにより分散の相違の有意性を検定する方法である。その分散分析表は表-2のようになる。

ここで、 $S_T \cdot S_V \cdot S_M \cdot S_E$ はそれぞれの偏差平方和である。

t は観測年数 (=10 年), m は1年間の月数 (=12ヶ月) である。

表-2. 二元配置分散分析表

要因	変動	自由度	不偏分散推定値	分散比	寄与率
年 (Y)	S_Y	$t-1$	$V_Y = S_Y / (t-1)$	V_Y / V_E	ρ_Y
月 (M)	S_M	$m-1$	$V_M = S_M / (m-1)$	V_M / V_E	ρ_M
誤差 (E)	S_E	$m \times (t-1)$	$V_E = S_E / m \times (t-1)$		ρ_E
全変動 (T)	S_T	$m \times t-1$			100(%)

有意性の検定はF-検定で行い、水準5%で有意(*), 水準1%で高度に有意(**)であるといえる。

寄与率の値を計算することにより、年変動と月変動が全変動の中でどのような割合を占めているかについて検討することとする。

2) 月変動の分析

観測データから月変動部分を抽出してこれを指数化し、ついで得られた月指数を用いてデータ系列から月変動を取り除く。この月変動の調整は連環比率法 (Link relative method) を用いて行う。

連環比率法

この方法の計算は次の手順にしたがって行う。

①毎月の数値を、直前月の値を100とする対前月比(連環比率)に換算する。この換算は(2)式で行なわれる。

$$\text{連環比率 (\%)} = \frac{\text{当月の数値}}{\text{前月の数値}} \times 100 \quad \dots(2)$$

②各月別の連環比率の平均値を求める。平均値は中央値 (Median) を用いる。

③各月の連環比率の平均値を1月の値を基準とした連鎖指数に直す。

④各月の連環比率の平均値に含まれている傾向値の12ヶ月累積値を各月に配分し、全体の平均値を100とした指数に直すと月指数が得られる。

⑤月指数で原系列 $F(t)$ を除し、100倍とすると月変動調整済系列 Y_t が得られる。

3) 年変動の分析

年傾向変動を求めるために適当な傾向式をあてはめて傾向値 Y_t を計算する。適当な傾向式としては数学式で表わされる直線あるいは n -次曲線を想定し、データ系列の傾向を考慮して決定する。傾向式の係数は最小二乗法によって決定する。

4) 循環-不規則変動の分析

加算的モデル (1)式) を想定したことから次の手順により求める。

①原系列から月変動とその傾向値を取り除くと循環-不規則変動系列 C_t が得られる。

すなわち、

$$C_t = Y_t - Y'_t \quad \dots(3)$$

②系列 C_t は Y'_t の大きさに比例して変動すると考えられることから、 Y'_t に対して相対的に表わすことができる。

すなわち、

$$\frac{C_t}{Y'_t} = \frac{Y_t - Y'_t}{Y'_t} = \frac{Y_t}{Y'_t} - 1 \quad \dots(4)$$

③(4)式を百分率で表わした値を b_t とすると、変換した循環-不規則変動系列 b_t は次式によって得られる。

すなわち、

$$b_t = \left(\frac{Y_t}{Y'_t} - 1 \right) \times 100\% \quad \dots(5)$$

④系列 b_t に適当な移動平均法をあてはめて不規則変動を取り除き、循環変動系列 d_t の値を得る。

⑤系列 d_t は標準化することにより、振幅の異ったデータ系列の間の相違を比較することができる。系列 d_t の標準偏差 σ_t は次式によって求める。

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (d_t - \bar{d}_t)^2}{n}} \quad \dots(6)$$

⑥不規則変動の分離の検定は連の理論 (Run theory) によって検定する。

連の理論

連とは、データ系列の各値について、それらの直前の項の値に対して同じ方向に変化するときのそれらの項の一連続を指し、その方向が転じた場合、この変化を反転と呼ぶ。ここで、与えられたデータ系列の変化が不規則 (Random) であるとすればデータ系列の個数 N に対して反転の数 r の期待値 $E(r)$ は、

$$E(r) = \frac{2}{3}(N-2) \quad \dots(7)$$

このデータ系列に含まれる連の数は反転の数より常にひとつ多いことから、連の数 R の期待値 $E(R)$ は、

$$E(R) = E(r) + 1 = \frac{1}{3}(2N-1) \quad \dots(8)$$

次に、連の数 R は N の増加とともにその分布が急速に正規分布に近づくことから、その分散 $\sigma^2(R)$ は、

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{90}(16N-29) \quad \dots(9)$$

このことから、データ系列の不規則性は正規検定によって調べることができる。本分析では有意水準5%（正規分布の値=1.96）の正規検定によって有意性を検定する。

5) コレログラム分析

①データ系列の系列相関係数 r_k (serial correlation coefficient) を時差 k ($= 0, 1, 2, \dots$) について図示したものをコレログラム (correlogram) という。

②系列相関係数 r_k は次式によって求めることができる。

$$r_k = \frac{\sum (d_t - \bar{d}_t) \cdot (d_{t+k} - \bar{d}_{t+k})}{\sqrt{\sum (d_t - \bar{d}_t)^2 \cdot \sum (d_{t+k} - \bar{d}_{t+k})^2}} \quad \dots(10)$$

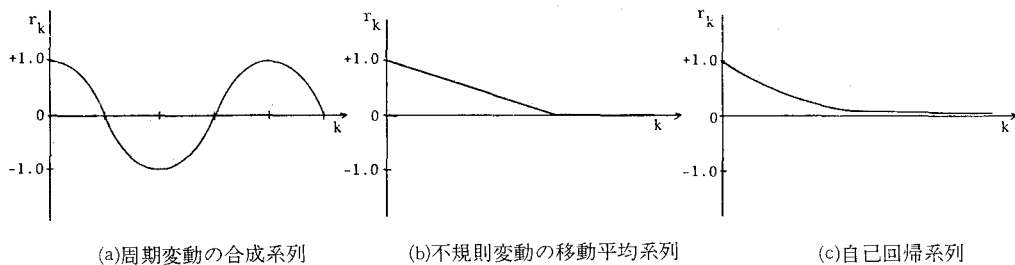
ここで、

d_t は時間 t , d_{t+k} は t から k 時間離れた循環変動系列のそれぞれの値。

$\bar{d}_t$ と $\bar{d}_{t+k}$ はそれぞれの平均値。

③循環変動はその周期が一定であってもなくとも、その系列の項間に一応なんらかの関係がある運動を示し、循環変動の型は、このような項間の関係においてそれぞれ異った独自の特性がある。この循環変動の型は循環変動系列の系列相関の在り方によって区別ができ、その判別はコレログラムの曲線形状によって行うことができる。

④観測されたデータ系列の定常変動が循環変動である場合、循環変動の統計的な型はコレログラムによって3つの理論パターンが決定されている。この3つの理論模型を図一1に示す。



図一1 循環変動の理論模型～コレログラム～

3-2. スピアマンの順位相関係数 (Spearman's coefficient of rank correlation)

スピアマンの順位相関係数 r_s は次式によって求める。

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_j (d_{ij} - j)^2}{N(N^2 - 1)} \quad \dots(11)$$

ここで、

N は観測年数、 j は年次の序列を表わす。

d_{ij} は各年における i 月のもつ相対順位で、数値の小さい順に $(1, 2, \dots, j, \dots, N)$ と番号づけられてたその順位。したがって、 d_{ij} が j よりも小さいことは j 年の i 月において他の全年より年間における事故割合が小さいことを示す。

①この検定法は、データの分布形になんらの特別な条件をつける必要がなくまた、年変動の性質やそのまわりの残差などについてもなんら仮定を必要としない。しかしながら、この方法はデータの数値を順位に置き換えているので若干の情報が失なわれるという欠点がある。

②順位相関係数 r_s の検定は t -検定で行う。

すなわち、 N 組の観測に対して近似的に次式がなりたつ。

$$t_o = |r_s| \sqrt{\frac{N-2}{1-r_s^2}}, \text{ 自由度 } N-2 \quad \dots(12)$$

この値に対して、 t -分布表の自由度 $N-2$ の点の値から水準 5% で有意 (*), 水準 1% で高度に有意 (**) であると判断する。

4. 分 析 結 果

4-1. 年変動と月変動の時系列分析について

1. 分散分析

1) 分散比による年変動と月変動の検定

分析した 16 のデータ系列について、年変動と月変動の分散比を F -検定した。その結果、全てのデータ系列が両変動ともに高度に有意であって、交通事故発生件数と事故死者数との時系列には年変動と月変動の影響のあることが明らかになった (表-3)。

2) 寄与率

分散比の F -検定により年変動と月変動の存在が確認されたので、その寄与率を検討した (表-4)。その結果、各データ系列において、両変動の中に占める割合に大いに差異がみられた。一般的傾向は年変動が月変動の寄与率より大きいことを示したが、事故死者数のデータ系列 B-2, 3, 7, 10 はその関係が逆になっている。また、データ系列 B-8, 10, 12 は両変動以外による変動すなわち誤差変動の割合が 50% 以上であることが示された。

2. 月変動の分析

分析したデータ系列の全てについて連環比率法によって月指数を計算した (表-5)。次に、この月指数を用いてデータ系列のそれぞれを月変動調整済系列とし、そのとき、月変動の分離は二元配置分散分析により確認した。

表-3. 年変動と月変動の分散比

データ	年 変 動	月 変 動
A-1	164.266	43.672
A-2	97.732	37.635
B-1	84.129	32.310
B-2	12.508	27.785
B-3	21.872	53.040
B-4	31.798	9.779
B-5	48.122	7.902
B-6	43.340	9.098
B-7	10.576	12.869
B-8	11.358	5.970
B-9	41.043	5.742
B-10	4.478	6.763
B-11	12.662	6.544
B-12	9.923	3.664
B-13	16.178	7.648
B-14	7.728	4.012

* 自由度は,
年変動 $\phi_y=9$, 月変動 $\phi_m=11$,
誤差 $\phi_e=99$, 全変動 $\phi_t=119$.

* F -値は,
 $F_{\phi_e}^{\phi_y}(0.01)=2.592$
 $F_{\phi_e}^{\phi_m}(0.01)=2.432$

表-4. 分散分析による寄与率(%)

データ	年 変 動	月 変 動	誤 差
A-1	71.4	22.8	5.8
A-2	62.5	28.9	8.5
B-1	61.8	28.4	9.8
B-2	20.0	57.0	23.0
B-3	21.4	65.1	13.5
B-4	56.3	19.6	24.1
B-5	68.5	12.3	19.2
B-6	64.7	15.1	20.2
B-7	25.7	38.9	35.4
B-8	34.9	20.5	44.6
B-9	67.8	9.8	22.4
B-10	14.6	29.7	55.7
B-11	36.8	21.4	41.8
B-12	35.1	12.8	52.1
B-13	41.6	22.2	36.2
C-14	28.5	15.6	55.9

表-5. 連環比率法による各データ系列の月指数

系列	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10月	11月	12月
A-1	81.5	79.7	96.0	98.1	101.5	99.6	109.1	113.4	104.6	107.1	103.8	105.6
A-2	84.1	74.6	78.1	70.7	89.5	103.2	112.3	125.7	114.0	116.8	112.4	118.6
B-1	88.3	79.5	96.7	96.6	96.2	89.6	101.9	113.7	102.7	110.5	111.1	113.1
B-2	58.1	51.8	61.7	86.9	104.6	118.2	129.9	142.5	125.9	131.6	111.2	77.6
B-3	63.0	53.4	72.0	92.4	105.4	100.7	114.8	142.7	119.0	120.8	117.4	98.4
B-4	89.0	85.0	98.4	95.9	89.1	88.5	99.5	112.2	111.1	103.7	113.7	113.9
B-5	96.8	85.8	103.3	100.0	100.0	88.1	100.3	99.0	99.1	104.2	106.8	116.7
B-6	98.5	85.5	100.3	104.0	90.5	84.6	92.3	106.5	98.3	109.9	110.5	119.0
B-7	59.6	59.0	87.7	102.4	112.3	101.9	116.8	125.9	102.0	120.6	110.6	101.3
B-8	88.1	74.2	89.9	94.3	102.7	85.2	113.5	122.4	92.7	109.8	111.4	115.8
B-9	96.6	89.9	105.7	98.4	94.3	89.2	95.8	101.5	97.0	110.3	104.7	116.8
B-10	47.5	62.6	92.8	85.1	95.5	105.2	120.2	125.2	117.0	103.2	133.8	111.7
B-11	93.2	80.4	103.0	77.3	104.0	88.4	102.0	111.3	97.4	101.0	107.4	114.6
B-12	97.4	89.2	207.7	88.9	91.4	87.9	86.2	116.6	96.2	106.8	109.7	122.0
B-13	100.5	88.3	104.7	95.0	91.6	76.3	96.2	103.0	100.1	109.6	112.2	121.5
B-14	92.7	94.2	103.8	95.6	99.8	81.0	94.7	114.0	92.6	101.4	115.1	115.2

* ゴジックの数値は平均値からの偏差が±25%の範囲を越える月指数である。

各データ系列の月指数を比較した結果、事故死者数のデータ系列B-2, 3, 7, 10は他の12の系列とその値の変化が異なっていることが明らかになった。すなわち、この4系列は1月、2月の両月の事故死者数とその年間における比率が著しく小さく8月が著しく大きいことを示していた。特に系列B-2（これは北海道である）はその傾向が明らかであった。データ系列A-1, 2とB-1, 2の原系列と月変動調整済系列について、図-2～5にそれぞれ示す。

3. 年変動の傾向値

分析したデータ系列の10年間の一般的傾向を検討したところ、ほぼ二次曲線のあてはめが妥当であった（図-2～5参照のこと）。二次傾向式は傾向値を Y_t とすると次式のようにになる。

$$Y_t = A_0 + A_1 \cdot t + A_2 \cdot t^2 \quad \dots(13)$$

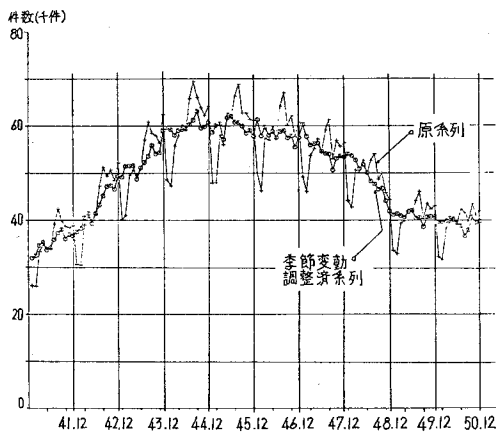


図-2 全国（A-1）の交通事故発生件数の推移（昭和41～50）

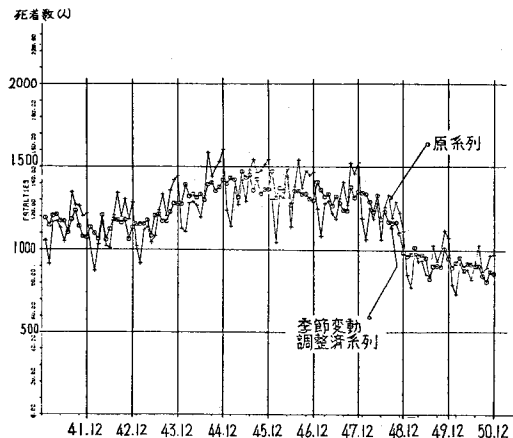


図-4 全国（B-1）の事故死者数の推移（昭和41～50）

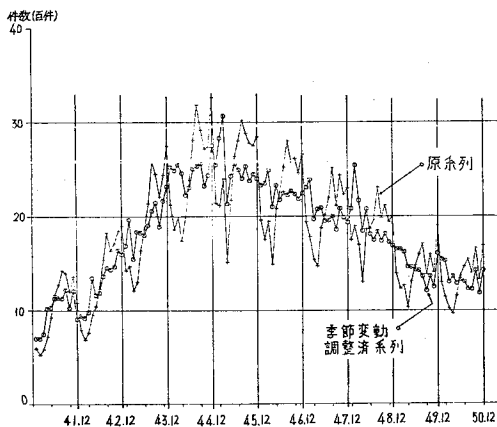


図-3 北海道（A-2）の交通事故発生件数の推移（昭和41～50）

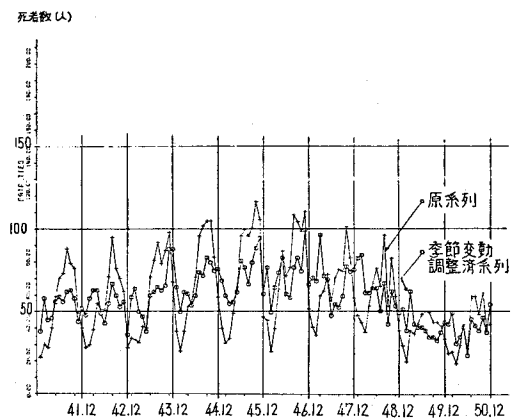


図-5 北海道（B-2）の事故死者数の推移（昭和41～50）

ここで、係数 A_0 , A_1 , A_2 の値は最小二乗法で決めた。時間 t はデータが偶数個であったので計算の時、 $t = -(2n-1), \dots, -5, -3, -1, +1, +3, +5, \dots, +(2n-1)$, n は正の整数。

最小二乗法により求めた各データ系列の係数値を表-6に示す。

表-6. 各データ系列の二次傾向式の係数

系列	A_0	A_1	A_2
A-1	0.599×10^2	0.299×10^{-1}	-0.240×10^{-2}
A-2	0.236×10^1	0.664×10^{-2}	-0.112×10^{-3}
B-1	0.135×10^2	-0.963×10^{-2}	-0.319×10^{-3}
B-2	0.707×10^0	-0.452×10^{-3}	-0.233×10^{-4}
B-3	0.149×10^1	0.406×10^{-3}	-0.339×10^{-4}
B-4	0.156×10^1	0.208×10^{-3}	-0.435×10^{-4}
B-5	0.239×10^1	-0.279×10^{-2}	-0.626×10^{-4}
B-6	0.169×10^1	-0.281×10^{-2}	-0.322×10^{-4}
B-7	0.433×10^0	0.270×10^{-4}	-0.127×10^{-4}
B-8	0.620×10^0	-0.559×10^{-3}	-0.131×10^{-4}
B-9	0.138×10^1	-0.207×10^{-2}	-0.274×10^{-4}
B-10	0.199×10^0	-0.134×10^{-3}	-0.475×10^{-5}
B-11	0.955×10^0	-0.642×10^{-3}	-0.205×10^{-4}
B-12	0.644×10^0	-0.132×10^{-4}	-0.156×10^{-4}
B-13	0.917×10^0	-0.673×10^{-3}	-0.188×10^{-4}
B-14	—	—	—

表-7. 平滑化に用いた移動項数

系列	項数	偏差	理論偏差
A-1	3	43.33	40.48
A-2	7	42.67	39.09
B-1	9	42.33	38.39
B-2	7	40.67	39.09
B-3	15	38.33	36.30
B-4	9	39.33	38.39
B-5	11	43.00	37.70
B-6	21	38.33	34.21
B-7	33	31.33	30.03
B-8	27	32.33	32.12
B-8	21	36.33	34.21
B-9	—	—	—
B-10	5	41.00	39.79
B-11	—	—	—
B-12	13	38.67	37.00
B-14	—	—	—

* 理論偏差は正規分布の水準5%の値

4. 循環-不規則変動の分析

1) 循環変動の抽出

月変動調整済系列から傾向値 Y_t (13式) を取り除くことにより循環-不規則変動系列 b_t が得られた。次で、各データ系列の不規則変動を移動平均法（各系列の項数は表-7に示す）によって平滑化し循環変動系列 d_t を抽出した。この系列 d_t の標準化した系列によって各データ系列を比較した結果、系列間にはっきりした違いがみられた。移動平均項数の少ないすなわち、平滑化が有効であった5のデータ系列A-1, 2とB-1, 2, 11について標準化した循環変動を図-6-(a)~(e)に示す。

2) 不規則変動の分布について

不規則変動の値の分布のヒストグラム (*histogram*) を描くことによって、各データ系列の不規則変動の分布形を分析した。この分布形は、データ数が多くなれば理論的な正規分布曲線

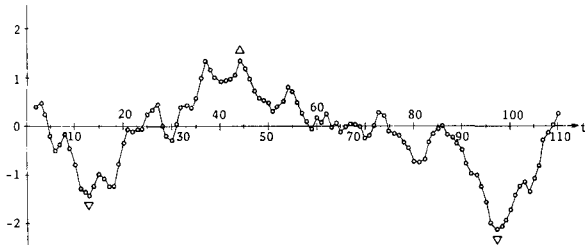


図-6-(a) 系列A-1の循環変動の分離(二次傾向線)

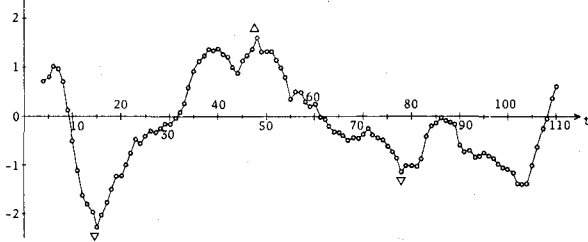


図-6-(b) 系列A-2の循環変動の分離(二次傾向線)

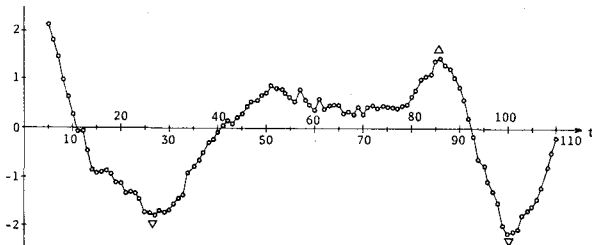


図-6-(c) 系列B-1の循環変動の分離(二次傾向線)

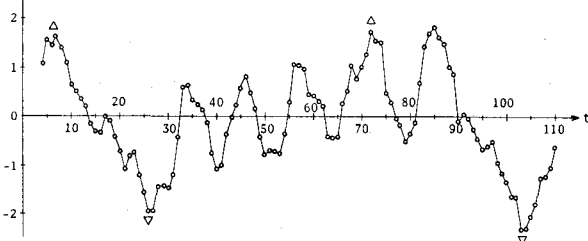


図-6-(d) 系列B-2の循環変動の分離(二次傾向線)

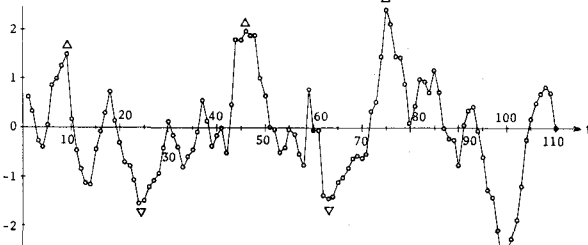


図-6-(e) 系列B-11の循環変動の分離(二次傾向線)

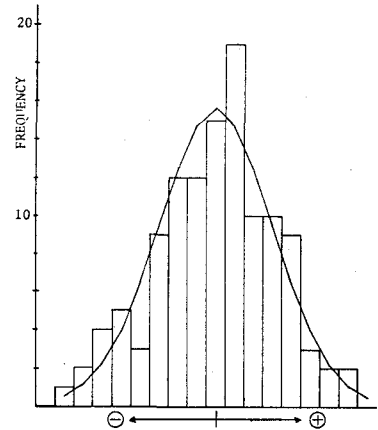


図-7-(a) 系列A-1の不規則変動のヒストグラム

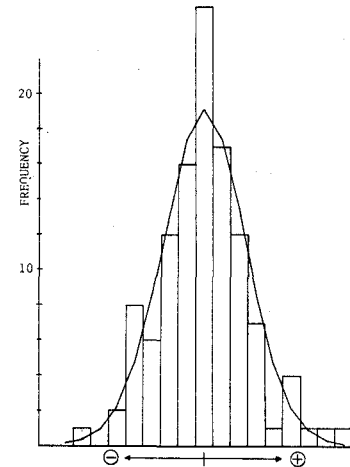


図-7-(b) 系列A-2の不規則変動のヒストグラム

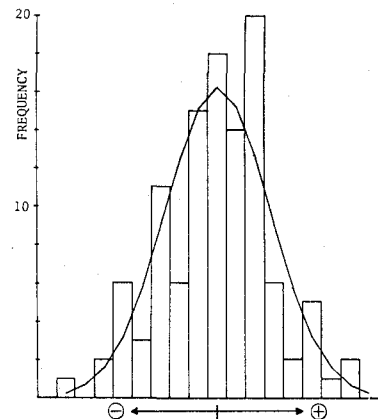


図-7-(c) 系列B-1の不規則変動のヒストグラム

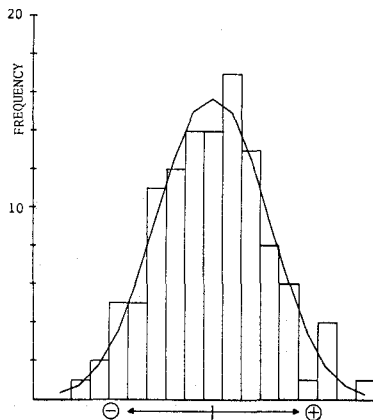


図-7-(d)
系列B-2の不規則変動のヒストグラム

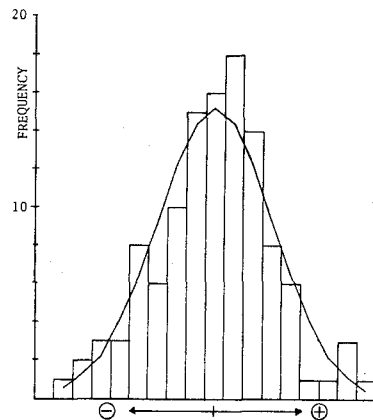


図-7-(e)
系列B-11の不規則変動のヒストグラム

に近づくことが知られている。

分析の結果、移動平均項数の少ないデータ系列においてこの関係が確認された。データ系列A-1, 2とB-1, 2, 11の不規則変動の度数分布と、各データ系列の理論的な正規分布の分布曲線を図-7-(a)~(e)に示す。

5. コレログラム分析

分析したデータ系列の循環変動の性質を知るために、各データ系列について、(10)式により求めた系列相関係数 r_k を時差 k について描いたコレログラムの型を分析した。ただし、事故死者数のデータ系列B-10, 12, 14については不規則変動の分離が有意でなかったことから分析対象から除いた。

交通事故発生件数の系列A-1, 2のコレログラムを図-8-(a)に示す。事故死者数の各系列は対象とした11系列が5つのパターンに集約できたのでそれを図-8-(b)~(f)に示す。これらの図を分析した結果、各系列のコレログラムはすべて周期変動の合成系列であることがわ

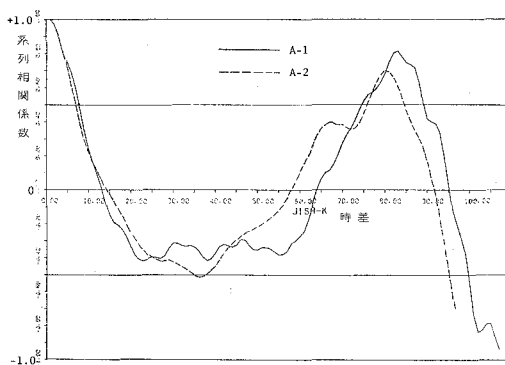


図-8-(a)
交通事故発生件数系列(A-1, 2)のコレラグラム

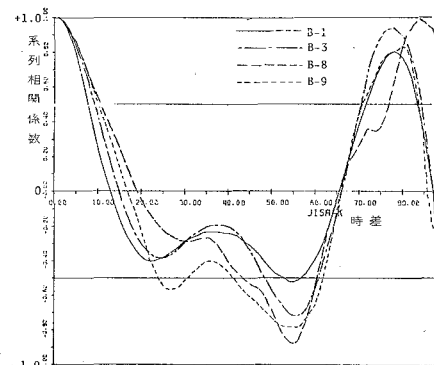
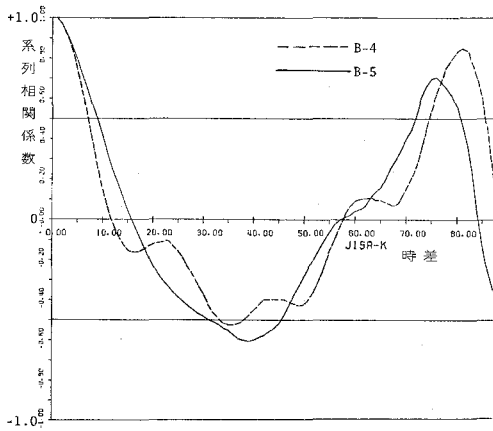
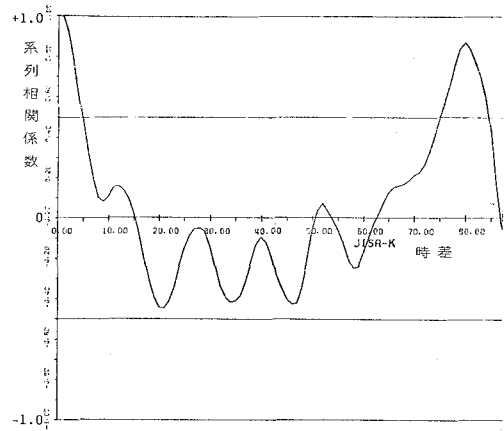


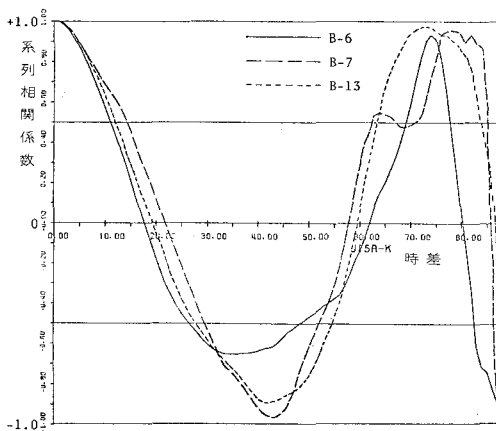
図-8-(b) 事故死者数系列
(B-1, 3, 8, 9)のコレラグラム



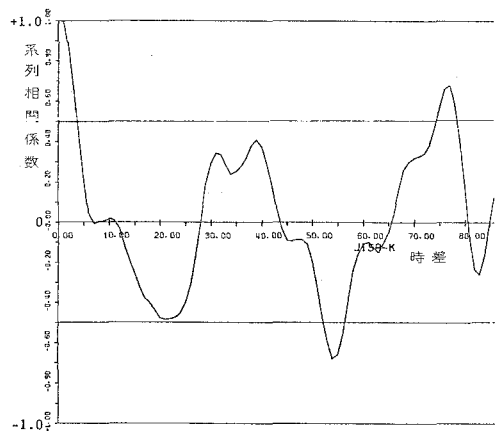
図—8—(c)
事故死者数系列 (B-4, 5) のコラグラム



図—8—(d)
事故死者数系列 (B-2) のコラグラム



図—8—(e)
事故死者数系列 (B-6, 7, 13) のコラグラム



図—8—(f)
事故死者数系列 (B-11) のコラグラム

かったが、その周期については明確でなかった (図—1 参照)。事故死者数系列の5つのパターンはそれぞれ特徴が見られるが特に、系列B-11 (図—8—(f)) は明らかに周期変動パターンを示していた。

6. まとめ

分析の結果、交通事故発生件数と事故死者数のデータ系列の時系列変動について、次のような点が明らかになった。

1) 分散分析により、これらのデータ系列は年変動と月変動の影響が大きいことがわかった。この両変動の寄与率の分析から、各データ系列間に大きな差異があることが示され、交通事故の発生における地域特性の存在が明確になった。

2) 月指数の分析により、事故死者数の系列B-2, 3, 7, 10は他の系列の傾向と明らかに異っていた。これらの系列(北海道・東北・北陸・山陰)がすべて冬期積雪地域であることは注目される。

3) 対象としたデータ系列から循環変動を抽出しコレログラム分析をした結果、すべての系列がおおむね周期変動の合成系列であることが示された。その周期については明確に示されなかったが、系列B-11の変動型はかなりはっきりとした周期特性がみられた。

4-2. スピアマンの順位相関係数による月変動分析について

1. 走行量と交通事故発生件数の月変動分析

日本の走行量と交通事故発生件数のパーセントの推移を表-8, 9に示す。また、このデータと、北海道の事故件数について(11)式で計算したスピアマンの順位相関係数の値をそれぞれ表-10, 11に示す。順位相関係数は英国の統計値²⁾を加えてある。

1) 走行量

走行量はこの10年間に急激に増加している(98,421千キロ—282,705千キロ)。これについて順位相関係数から月変動傾向を分析した結果、1月~6月が正の相関関係そして7月~12月がおおむね負の相関関係を示した(表-10)。すなわち、走行量は増加の一途にある中で、前半期の月が増加し後半期の月が減少傾向にあったことがあきらかになった。統計的には1, 2, 4月が増加そして10, 11, 12月が減少傾向において高度に有意となっていた。

ほぼ同じ時期の英国での9年間の統計と比較すると、走行量は英国においても増加し続けていたが順位相関係数は夏季に減少し、冬季に増加する傾向を示しており日本とは全く異って

表-8. 日本の月別走行量のパーセント, 1966-1975

	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
1 月	6.31	6.59	6.72	6.82	6.99	7.52	7.73	7.94	7.53	7.42
2 月	6.62	6.84	7.04	6.94	7.06	7.38	7.76	7.35	7.25	8.09
3 月	7.80	7.98	7.95	7.95	8.01	8.34	7.86	8.49	8.23	8.01
4 月	7.65	7.87	7.76	7.95	7.86	8.07	7.80	8.18	8.19	8.40
5 月	7.93	8.43	8.32	8.38	8.22	8.52	7.88	8.37	8.54	8.55
6 月	7.86	8.22	8.10	8.26	8.19	8.28	8.03	7.82	8.26	8.43
7 月	9.16	8.70	8.80	8.92	8.73	8.72	8.52	8.80	8.10	8.12
8 月	9.26	8.93	8.96	8.67	8.68	8.58	8.62	9.41	9.12	8.77
9 月	8.88	8.54	8.62	8.66	8.73	8.55	8.09	8.81	8.93	8.84
10 月	9.52	9.24	9.05	9.04	9.04	8.60	9.06	8.51	8.30	8.25
11 月	9.07	8.95	9.05	8.90	8.95	8.47	8.98	8.31	8.45	8.17
12 月	9.94	9.73	9.62	9.53	9.55	8.96	9.67	8.02	9.10	8.96
12月-3月	30.67	31.14	31.33	31.24	31.61	32.20	33.02	31.80	32.11	32.48
6月-9月	35.16	34.39	34.48	34.51	34.33	34.13	33.26	34.84	34.41	34.16
その他	34.17	34.47	34.19	34.25	34.06	33.67	33.72	33.36	33.48	33.36

表-9. 日本の交通事故発生件数の月別パーセント, 1966-1975

	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
1 月	6.14	5.88	6.32	6.75	6.67	7.18	7.47	7.53	6.85	6.98
2 月	6.10	5.86	6.46	6.55	6.68	6.60	7.00	7.30	6.74	6.75
3 月	7.83	7.48	7.81	7.74	8.10	8.21	8.16	8.65	8.04	8.09
4 月	8.15	7.81	7.98	8.04	7.81	8.14	8.38	8.54	8.14	8.40
5 月	8.04	7.67	7.80	8.36	8.74	8.54	8.70	8.99	8.66	8.66
6 月	8.00	7.92	8.03	8.22	8.61	8.19	8.27	8.53	8.57	8.32
7 月	9.21	9.06	8.99	9.13	9.24	9.18	8.98	8.99	9.02	9.00
8 月	9.96	9.84	9.58	9.64	9.61	9.58	9.32	9.23	9.40	8.86
9 月	9.35	9.47	9.21	9.17	8.75	8.59	8.05	8.31	8.24	8.47
10 月	9.37	9.73	9.13	8.86	8.74	8.88	8.65	8.55	8.91	9.15
11 月	9.02	9.28	8.88	8.63	8.54	8.24	8.46	7.82	8.65	8.72
12 月	9.12	10.00	9.83	8.91	8.52	8.70	8.57	7.57	8.79	8.59
12月-3月	29.19	29.22	30.42	29.95	29.97	30.69	31.20	31.05	30.42	30.41
6月-9月	36.52	36.29	35.81	36.16	36.21	35.54	34.62	35.06	35.23	34.65
その他	34.58	34.49	33.79	33.89	33.83	33.80	34.19	33.90	34.36	34.94

表-10. 走行量の月変動のスピアマン順位相関係数

	日 本	英 国
1 月	0.842 **	0.650
2 月	0.879 **	0.567
3 月	0.618	0.275
4 月	0.806 **	0.000
5 月	0.491	0.358
6 月	0.355	-0.633
7 月	-0.676 *	-0.867 **
8 月	-0.079	-0.783 *
9 月	-0.285	-0.133
10 月	-0.870 **	0.275
11 月	-0.809 **	0.683 *
12 月	-0.767 **	-0.050

表-11. 交通事故発生件数の月変動のスピアマン順位相関係数

	日 本	北 海 道	英 国
1 月	0.794 **	0.976 **	0.800 *
2 月	0.879 **	0.885 **	0.867 **
3 月	0.612	0.600	-0.117
4 月	0.594	0.333	-0.483
5 月	0.718 *	0.403	-0.550
6 月	0.745 *	0.221	-0.600
7 月	-0.433	-0.673 *	-0.900 **
8 月	-0.906 **	-0.927 **	-0.550
9 月	-0.879 **	-0.927 **	-0.233
10 月	-0.430	-0.115	-0.083
11 月	-0.539	-0.948 **	0.325
12 月	-0.685 *	-0.091	0.133

(注) 英国のデータは1965-1973の9年間の統計

** t-検定の水準1%で有意

* t-検定の水準5%で有意

いた。特に、11月の変動傾向はこの両国において全く逆の結果を示していた。

2) 交通事故発生件数

交通事故発生件数のこの10年間の推移は1969(昭和44)年を境にして増加、減少の傾向が著しかったが、1975(昭和50)年に至ってその変化がゆるやかになってきている(図-2、

3 参照)。これについて順位相関係数から月変動傾向を分析した結果、1 月～6 月が正の相関係数として 7 月～12 月が負の相関係数になり、この傾向は走行量の月変動傾向と一致することが示された（表—11）。統計的には 1, 2 月が増加そして 8, 9 月（北海道は 11 月も含む）が減少傾向において高度に有意であり、走行量の傾向と比較すると減少傾向を示す月に違いがあった。

英国の統計と比較すると、英国での交通事故発生件数は 9 年間にほとんど大きな変動はみられないが²⁾、順位相関係数は走行量の傾向より強く夏季・冬季の違いが示されていて日本とはその傾向に違いがあった。統計的には両国ともに 1, 2 月に増加傾向において有意あるいは高度に有意であることが示された（表—11）。

2. 交通事故死者数の月変動分析

日本の交通事故死者数のパーセントの推移を表—12 に示す。また、このデータと北海道の事故死者数について(II)式で計算したスピアマンの順位相関係数の値を表—13 に示す。順位相関係数は英国と米国の統計値²⁾を加えてある。

事故死者数の 10 年間の推移は事故件数とはほぼ同じ傾向を示している（図—4, 5 参照）。これについて順位相関係数により月変動傾向を分析した結果、事故件数の傾向とはほぼ同じであることが示された。しかしながら、統計的に有意となった月は日本全体が 2, 3, 9 月そして北海道は 1, 9 月のみであり事故死者数の月変動傾向が一様でないことを示していた（表—13）。

英国においても日本と同様な傾向が示されていたが、米国は 4, 5, 7, 11, 12 月が統計的に有意となっておりこれら三国の事故死者数の月変動傾向の違いが示された。

表—12. 日本の交通事故死者数の月別パーセント, 1966—1975

	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975
1 月	7.57	7.36	7.13	6.93	7.38	8.01	7.88	8.23	7.51	7.40
2 月	6.57	6.41	6.41	6.81	6.80	6.42	6.86	7.37	6.83	6.87
3 月	8.39	7.58	7.82	7.87	8.22	8.17	8.09	8.66	8.68	8.65
4 月	8.43	8.58	7.95	7.93	7.58	8.06	8.18	8.23	8.24	8.12
5 月	8.14	7.49	7.29	7.80	8.46	8.86	7.71	8.86	8.27	8.28
6 月	7.55	7.40	7.56	7.35	7.69	7.00	7.50	7.36	7.54	7.69
7 月	8.19	8.85	8.64	8.16	8.83	8.49	8.28	8.71	7.44	8.66
8 月	9.67	9.84	9.30	9.76	9.23	9.48	8.92	9.21	9.09	9.63
9 月	9.13	8.79	8.40	8.88	8.75	8.44	8.03	8.28	8.23	8.14
10 月	9.08	9.58	9.48	9.21	8.80	9.09	9.64	8.93	8.80	8.38
11 月	8.63	8.68	9.92	9.41	9.04	8.93	9.25	8.46	9.88	9.06
12 月	8.75	9.43	10.10	9.88	9.23	9.04	9.68	7.71	9.50	9.11
12 月—3 月	31.28	30.78	31.46	31.49	31.63	31.64	32.51	31.97	32.52	32.03
6 月—9 月	34.54	34.88	33.90	34.15	34.50	33.41	32.73	33.56	32.30	34.12
そ の 他	34.18	34.34	34.64	34.36	33.87	34.95	34.76	34.47	35.18	33.85

表一13. 交通事故死者数の月変動のスピアマン順位相関係数

	日 本	北 海 道	英 国	米 国
1 月	0.418	0.903 **	0.377	-0.427
2 月	0.791 **	0.139	0.782 **	-0.049
3 月	0.661 *	0.176	0.069	0.270
4 月	-0.091	0.248	0.063	0.517 *
5 月	0.530	0.340	-0.274	0.721 **
6 月	0.076	-0.297	-0.304	0.240
7 月	-0.091	-0.152	-0.410	0.602 *
8 月	-0.558	-0.367	-0.311	0.189
9 月	-0.830 **	-0.721 *	-0.204	-0.187
10 月	-0.536	0.030	-0.225	0.390
11 月	0.218	-0.152	0.331	-0.664 **
12 月	-0.152	0.248	-0.229	-0.860 **

(注) 英国、米国のデータは1956-1972の17年間の統計

** t-検定の水準1%で有意

* t-検定の水準5%で有意

3. まとめ

分析の結果、走行量と交通事故発生件数ならびに事故死者数の月変動傾向について次のような点が明らかになった。

1) 交通事故発生件数の月変動傾向は走行量とほぼ同じ傾向を示していた。しかしながら、各月別については統計的な有意性がこの両者においてかなりの違いがあることも示された。

2) 走行量と交通事故発生件数の月変動傾向について英国と比較すると、両国にはっきりと違いがあることが示された。すなわち、日本では1年の前半期と後半期で月変動傾向が異っていたのに対して、英国では夏と冬という季節の違いにより月変動傾向が異っていた。

3) 交通事故死者数の月変動傾向については交通事故発生件数と同じ傾向にあったが、統計的に有意な月が少ないことからその傾向が一様でないことが示された。これは英国の交通事故死者数についても同様であった。

5. 結 言

統計的方法による交通事故発生の時系列変動分析から、事故発生件数と事故死者数の月変動と年変動の特性、事故死者数の時系列変動に含まれる地域特性による差異そして、これらの時系列データの循環変動特性などが明らかにされた。また、走行量を考慮した交通事故発生の月変動分析から各月別の変動傾向に大きな差異があることや英国、米国の変動傾向との違いについても明らかにされた。

本研究はとり上げたデータ系列の統計量や、用いた時系列分析の方法の点においてマクロ的分析であったが、今後、この点をふまえて、さらに交通事故の発生やそれに影響を及ぼすであろう環境要因との関連を考慮した時系列変動分析をすすめたい。

最後に、本研究の計算処理は室蘭工大 FACOM 230—28 と北海道大学大型計算センター FACOM 230—75 によったことを付記します。

(昭和 52 年 5 月 21 日受理)

参 考 文 献

- 1) 斉藤和夫：「交通安全研究の体系と課題」，土木学会北海道支部論文報告集第 33 号，1977 年 2 月
- 2) S. P. Satterthwaite, "Monthly Variations in Road Accident Frequency", Traffic Engineering + Control, vol. 17-No. 1, Jan. 1976
- 3) S. Erlander, J. Gustavsson and E. Larusson, "Some Investigation on the Relationship between Road Accidents and Estimated Traffic", Accident Analysis & Prevention, vol. 1, 1969
- 4) S. P. Satterthwaite, "An Assessment of Seasonal and Weather Effects on the Frequency of Road Accidents in California", Accident Analysis & Prevention, vol. 8, 1976
- 5) 石井・斉藤：「交通事故発生の時系列変動分析について」，土木学会第 31 回年次学術講演概要集Ⅳ，1976 年 10 月
- 6) 石井・斉藤：「交通事故発生の時系列変動分析について」，土木学会北海道支部論文報告集第 33 号，1977 年 2 月
- 7) 円山由次郎著，「需要予測と時系列分析」，日本生産性本部，1963 年
- 8) 岸根卓郎著，「理論・応用統計学」，養賢堂，1968 年
- 9) 石川栄助編著，「実務家のための新統計学」，楨書店，1969 年
- 10) R. A. フィッシャー著，「研究者のための統計的方法」，森北出版，1970 年

円管内における粒体の水力輸送

第6報 管内濃度、直径比の流動様式に及ぼす影響と粒子の拡散係数について

奥田 教海, 山岸 英明

Hydraulic Transport of Solids in Pipes Part 6. Effects of Particle Concentration and Diameter Ratio on the Flow Pattern of Solid-Liquid Mixtures and on the Vertical Diffusivity

Kyokai Okuda and Hideaki Yamagishi

Abstract

The authors present two items of model test results for the mechanics of solid-liquid flow in hydraulic transport pipeline.

The one is the effect of particle concentration in pipe and diameter ratio of particle to pipe on the flow pattern of solid-liquid mixtures as expressed in the following form :

$$C \times Fr_{dl}^2 \times (d/D)^{0.7728} = 0.5333,$$

where C is particle concentration in pipe, Fr_{dl} particle Froude number at the flow pattern transition from "moving bed" to "asymmetric suspension", and d/D diameter ratio of particle to pipe.

The other is the effect of both particle concentration and diameter ratio on the vertical diffusivity as illustrated in the paper.

I. ま え が き

J. O. Hinze¹⁾はその著書 *Turbulence* において、「乱流中における個別粒子群の挙動は主として(1)粒子の濃度および(2)流体中の乱れ尺度に対する粒子の大きさに左右される。…理論的に余り解明されていないのは、任意の濃度で、ある程度の大きさの個別粒子と流体の混合体の場合で、しかもいずれも乱流状態にある場合の流動機構である」と述べている。我々はこの採り上げ方を考慮に入れて、比較的粗い粒子（球径対管径比 $d/D=0.06-0.30$ 程度）を、低濃度で円管内に水力輸送するモデル実験を行って来た。

本報告では同題名の第5報²⁾の中の流動様式に関する報告と、昭和48-50年度において行った実験とをまとめて「管内濃度、直径比の流動様式に及ぼす影響」として報告し、次に前報³⁾で述べた粒子の拡散係数に関するその後の実験結果を報告する。

上記(2)の乱れ尺度に対する粒子の大きさを問題にするとき、粒子が混在する乱流の乱れ尺度

を測定することは困難を伴うので、この報告では上記の直径比 d/D を以てこれに当てることとする。

II. 実験装置と実験方法

前報までの実験では主として図1に示す $\phi 100$ mm (または $\phi 50$ mm) 管路の実験装置を用い、比重 1.05–1.44 の各種合成樹脂球多数を、流速 0.8–2.8 m/sec で輸送する実験を行い、今回は図2に示すように、新たな $\phi 52$ mm の管路に、オーバー・フロー・タンクを付け、ヘッドを段階的に変化させて実験した。

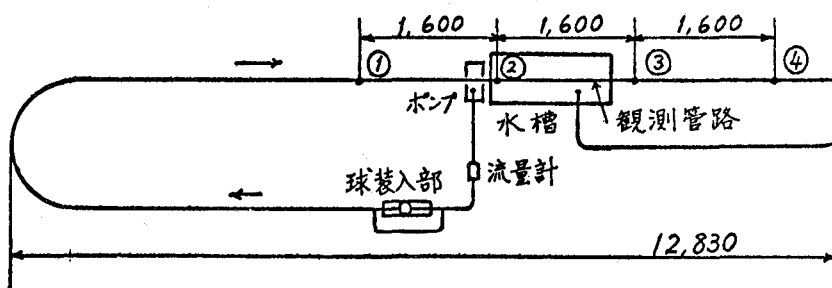


図1. 実験装置 1

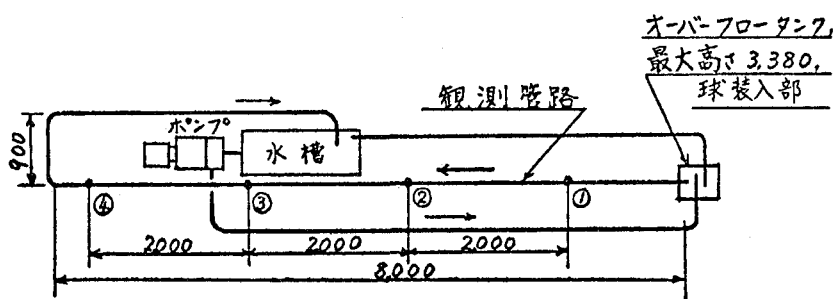


図2. 実験装置 2

用いた合成樹脂球は、埋込樹脂、ナイロン、ポリスチロールの $\phi 6$ mm 球、比重はそれぞれ 1.27, 1.15, 1.05 である。1 回に装入した球の個数はそれぞれについて、25, 50, 100 個、流速は 1.98, 1.55, 1.20 m/sec である。流動様式すなわち管断面内および流れ方向の球群の浮遊状態の変化を測定する方法は従来通りで、管断面を図3に示す5層に分割し、各層を通過する球の量を光源、光電変換素子にビシグラフを組合わせて測定した。その方法の詳細は第5報を参照されたい。

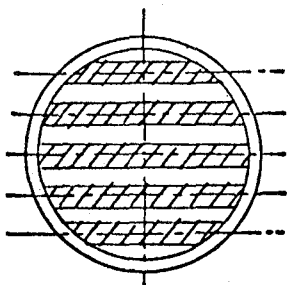
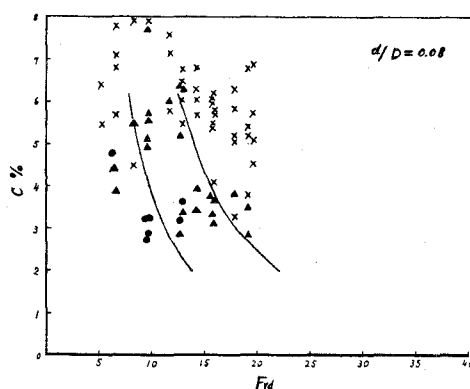
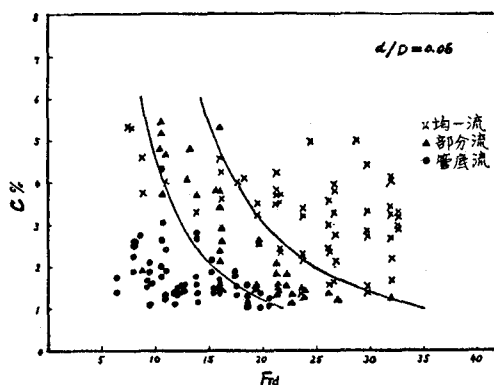
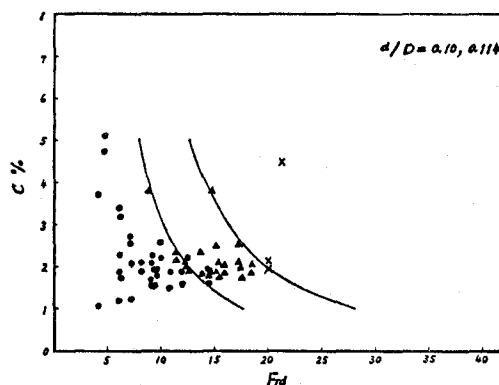


図3. 断面内測定位置


 図5. $C-F_{rd}$ - (流動様式) 2

 図4. $C-F_{rd}$ - (流動様式) 1

 図6. $C-F_{rd}$ - (流動様式) 3

III. 管内濃度、直径比の流動様式に及ぼす影響

「まえがき」に述べた3年度にわたる実験結果を整理して、 d/D の値ごとに粒子フルード数 F_{rd} と管内体積濃度 C によって流動様式がどう変わるかを調べ、管底流（摺動流）を●印、部分流（不均質流）▲印、均一流（均質流）×印で表わしたものの例を図4—6に示す。この流動様式の分類は、第5報で述べた次の判定条件によって行った。

管底流：1層（最下層）と2層の濃度比の和が95%以上のもの、

部分流：1層と2層の濃度比の和が95%以下かつ3層（管中心を含む層）濃度比が15%以下のもの、

均一流：3層濃度比が15%以上のもの。

図4—6はそれぞれ $d/D=0.06, 0.08, 0.10$ （0.114を含む）の場合の $C-F_{rd}$ —（流動様式）関係をプロットしたものである。 $d/D=0.29$ までの結果を総合すると、部分流の下限、上限を示す曲線（図4—6では実線で示した双曲線的な曲線）は d/D の増加につれて、漸次かなり規

則的に座標の原点に近づくことが解った。

部分流の下限を表わす曲線を

$$C = f_l(d/D) \times F_{rd}^n \quad (1)$$

同じく上限を表わす曲線を

$$C = f_u(d/D) \times F_{rd}^n \quad (2)$$

と置く。ただし、 $f_l(d/D)$, $f_u(d/D)$ は d/D のある種の関数とする。

$$f_l = k_1(d/D)^{m_1}, f_u = k_2(d/D)^{m_2} \quad (3)$$

$$n = -2.0$$

とにおいて最小自乗法を用いて曲線のあてはめを行った結果

下限に関しては

$$C \times F_{rd}^2 \times (d/D)^{0.7728} = 0.5333 \quad (4)$$

上限に関しては

$$C \times F_{rd}^2 \times (d/D)^{0.8272} = 1.1912 \quad (5)$$

が得られた。ただし、 F_{rdl} , F_{rdu} はそれぞれ部分流の下限および上限に対応する粒子フルード数 F_{rd} である。式(4), (5)の下限, 上限を示す曲面を等測投影図に表わしたものは図7である。縦軸は管内濃度 $C\%$, 左横軸は直径比 d/D , 右横軸は粒子フルード数 F_{rd} である。実験のデータとしては, 管内濃度 0.5% 程度から 8% 程度またはそれ以上のものもあるが, この図には比較的データ数の多い 1-6% までを曲面として表わしてある。

この図によって見れば, 管内濃度が増加するにつれ, または直径比が増加するにつれて F_{rd} が増すに従い管底流から部分流, 均一流へ流動様式の遷移が早く行われるということを示している。 C , d/D および F_{rd} は相互に関連をもっているので, その中の 2 者だけで流動様式の遷移を議論することは不十分であることがわかる。

さて図8に示したものは, 第5報で報告した図9, $d/D-F_{rd}$ 関係線図である。その報告で

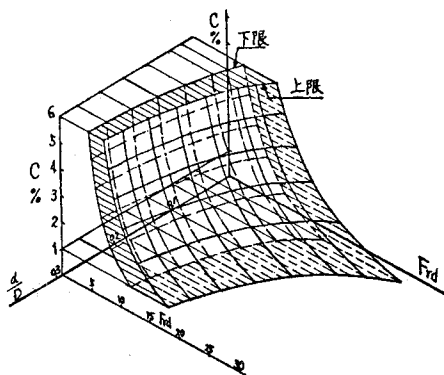


図7. $C-F_{rd}-d/D$ 部分流の上限・下限曲面

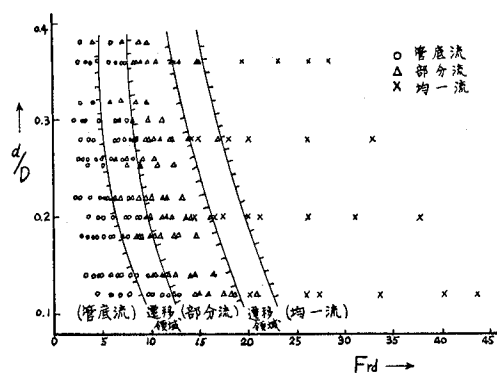


図8. $d/D-F_{rd}$

は粒子の管内濃度は特記してなかったが、この図7と比較対照すると、図8の部分流領域（遷移域を含まない）を示す線は、図7の $C=2.0\%$ の場合とかなりよく一致することが解ったので、第5報の図9は、本報告の図7に含まれるものであることを、ここで追加報告する。

ここで式(4)が実際問題としての水力輸送の限界速度と、どのような関連があるかを見るために、現在使用されている二、三の限界速度の実験式と比較してみる。

比較する対象の式の元となる実験の管径、粒子径、粒子の性状などやその実験範囲も同一ではなく、また限界速度の定義も研究者により幾分異っていると思われるので、厳密な意味での比較はできないのであるが、二、三の管径、粒子径、粒子吐出濃度について、外挿して試算し、比較することとする。

限界速度を与える実験式として提案されているものについての詳細な比較検討は既に W. Wiedenroth⁴⁾によって行われており、式相互の一致はあまりよくないことが報告されている。それでここでは式(4)による値が比較する式の与える値とどの程度近接しているかを見るに止める。限界速度の定義としては「管底流（摺動流）から部分流（不均質流）へ遷移するときの管路の平均流速」を採る。このとき管路の圧力損失は最小になると一般に考えられている。

(1) Smoldyrev の式との比較

A. E. Smoldyrev⁵⁾は直径2 mm以上の粒群に対する限界速度として次式を与えている。限界速度を V_c m/sec とすると、

$$V_c = C'' \sqrt{C_2(s-1)C_v g D} \quad (6)$$

ただし、 C'' は常数で 管径 $D < 250$ mm のとき $C'' = 7-8$,

$D = 250-500$ mm のとき $C'' = 8-9$,

$C_2 = 0.70-0.46$ (岩石), $0.46-0.32$ (砂利),

$0.32-0.20$ (石炭), $0.20-0.10$ (無煙炭),

s : 粒子比重, C_v : 粒子の吐出濃度, g : 重力の加速度。

著者の式(4)を $F_{rdt} = V_c / \sqrt{gd(s-1)}$, ただし d : 粒子の直径, によって変形すると

$$V_c = \sqrt{0.5333gd(s-1) / \{C \times (d/D)^{0.7728}\}} \quad (7)$$

となる。ただし式(7)の粒子濃度 C は管内粒子濃度であり式(6)およびその後に出てくる比較の対象の式の C_v は吐出濃度であるから、 C_v に対応する C を試算して比較することとする。比較の結果を表1—3に示す。

(2) Durand and Condolios の式との比較

R. Durand and E. Condolios⁶⁾は1953年に次式を与えている。

表1 Smoldyrev の式と著者の式による V_c の比較($C_v=0.05$, $C=0.06$, $d/D=0.06$ の場合)

管径D, 粒子比重s	Smoldyrev($C_v=0.05$)	著者($\frac{C=0.06}{d/D=0.06}$)	比
0.1m, 2.65(砂利)	1.54 m/s	2.75 m/s	1 : 1.79
0.1m, 1.6 (石炭)	0.78	1.66	1 : 2.13
0.3m, 2.65	3.01	4.77	1 : 1.58
0.3m, 1.6	1.51	2.88	1 : 1.91

$$V_L / \sqrt{2gD(s-1)} = F_L \quad (8)$$

ただし V_L : 沈殿限界速度, F_L : 固体粒子の大きさと固体粒子濃度によって定まる定数, 粒径 2 mm 以上の砂,石炭の場合 $F_L=1.34$ (一定),この式の実験は水平鋼管 $D=40-700$ mm。

ここでいう V_L と上述の項で問題としている V_c とでは定義が異っているが, 試みに計算してみる。表2に比較の結果を示す。

表2 Durand and Condolios の式の V_L と著者の式の V_c との比較($C_v=0.05$, $C=0.06$, $d/D=0.06$ の場合)

管径D, 粒子比重s	Durand and Condolios	著者	比
0.1m, 2.65	2.41 m/s	2.75 m/s	1 : 1.14
0.1m, 1.6	1.45	1.66	1 : 1.14
0.3m, 2.65	4.17	4.77	1 : 1.14
0.3m, 1.6	2.52	2.88	1 : 1.14

(3)川島の式^{7),8)}との比較

$$V_c = \left[(n-1)C_v K \{ \sqrt{C_D} / gD(s-1) \}^{-n} \right]^{\frac{1}{2n}} \quad (9)$$

ただし $n=1.5$, $K=200$, 実験範囲: ビニール・ペレット, 安山岩碎石, $d=3.5-6.9$ mm, $C_v=0.10$, 水平管内摺動流。 $C_D=1.55^8)$ 。 n , K , C_v , C_D の諸値を代入すると, 式(9)は次のようになる。

$$V_c = 1.931 \sqrt{gD(s-1)} \quad (10)$$

著者の式との比較を表3に示す。

表3 川島の式と著者の式の V_c の比較 $(C_v=0.10, C=0.12, d/D=0.06 \text{ の場合})$

管径D, 粒子比重s	川島 ($C_v=0.10$)	著者 ($C=0.12, d/D=0.06$)	比
0.1m, 2.65	2.46 m/s	1.95 m/s	1 : 0.79
0.1m, 1.6	1.48	1.17	1 : 0.79
0.3m, 2.65	4.25	3.37	1 : 0.79
0.3m, 1.6	2.57	2.03	1 : 0.79

IV. 垂直方向拡散係数 ξ と水平方向拡散係数 $K(\alpha, \gamma)$

ここで述べる ξ は, 前報⁹⁾において述べた垂直方向の分散係数 D を意味する。 $K(\alpha, \gamma)$ の定義は次の通りである。

Batchelor ら⁹⁾は, 粒子の管内速度は時間に関する不規則関数であるとし, 次式を導いている。

$$[T(x) - \overline{T(x)}]^2 / \overline{T(x)^2} = \{2au_\tau / (xv_w)\} \cdot K(\alpha, \gamma) \quad (11)$$

ここで $T(x)$: 距離 x を一つの球が通過するに要した時間,

$\overline{T(x)}$: $T(x)$ の確率平均時間, a : 管半径, u_τ : 摩擦速度,

v_w : 水の平均流速, $\alpha = d/D$, $\gamma = V/v_w$,

V : 粒子の沈降速度, $K(\alpha, \gamma)$: 粒子の水平方向拡散係数で, α, γ の関数。

これより $K(\alpha, \gamma)$ は,

$$K(\alpha, \gamma) = \{xv_w / (2au_\tau)\} \cdot [\overline{T(x) - \overline{T(x)}]^2 / \overline{T(x)^2}] \quad (12)$$

となり, 右辺は実験によって求められる諸量であるから, $K(\alpha, \gamma)$ が求められる。

図9には, ξ - γ 関係を示す。この図で本実験の結果は□, ◇および+印で示してある。他のデータは昭和50年度行った実験結果と, Barnard and Binnie¹⁰⁾の実験結果である。垂直方向拡散係数 ξ は, 粒子の大きさ, 管内濃度などの条件が同一であれば $|\gamma|$ の増加につれて減少すると考えられているが, 図9では球径の異なるもの, 実験のときの装入個数の異なるもの, すなわち管内濃度の異なるものを共にプロットしてあるので, それらの相違による ξ の変化の傾向の方が強く現われている。 d/D が増すにつれ, すなわち球径が6, 12mm (いずれも $d/D=0.12$) から18mm ($d/D=0.18$) となるに従い, ξ は増加する傾向にある。また装入個数が多くなれば管内濃度 C が増し, これも ξ を増加させる傾向にある。

以上の傾向はIII.において述べた「管内濃度, 直径比が増加するにつれ流動様式の遷移が早く行われる」という結果を裏付けるものである。

図10には K - γ 関係を示す。本実験の結果は●印で, 昭和50年度の結果は▲印で示してあ

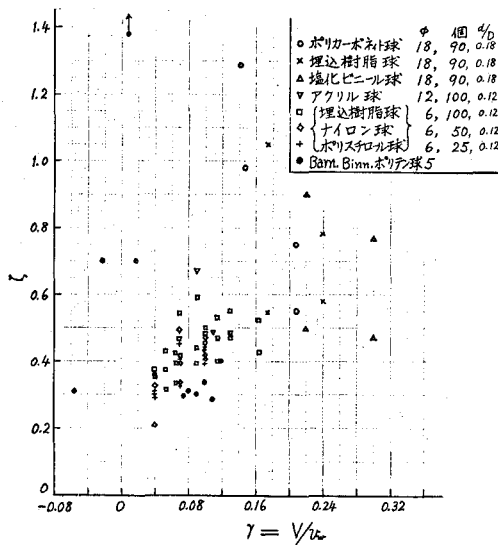
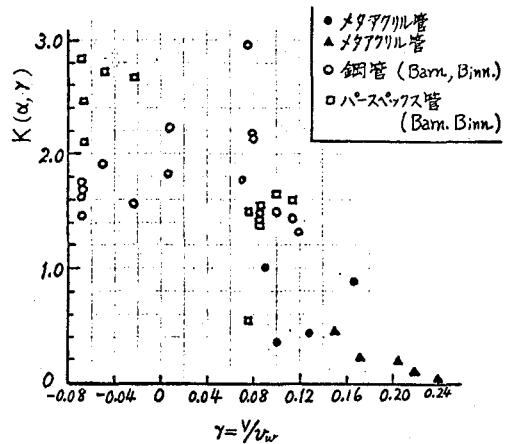


図9. 垂直方向拡散係数と

図10. 水平方向拡散係数 $K(\alpha, \gamma)$

る。○、□印は Barnard and Binnie¹⁰⁾の実験結果である。これらの実験結果を総合してみると、 γ の増加に従い $K(\alpha, \gamma)$ が減少する傾向は明らかである。

V. ま と め

1. 粒子の管内濃度が比較的低い場合の実験により、管内濃度 C と直径比 d/D の、流動様式の遷移に及ぼす影響が、式(4)、(5)で示されるように明らかになった。
2. 限界速度に関して他の3研究者の式と式(4)を二、三の例について比較した。
3. 垂直、水平両方向の拡散係数 K の実験結果を示し、それらをまとめて、沈降速度と流速の比 γ または d/D 、 C との関係を考察した。

(昭和52年5月21日受理)

文 献

- 1) Hinze, J. O.: Turbulence, p. 352 (McGraw-Hill Book Co., 1959)
- 2) 奥田教海: 室蘭工業大学研究報告(理工編), 8, (3) 671 (1976)
- 3) 奥田教海, 山岸英明: 室蘭工業大学研究報告(理工編), 9, (1) 269 (1976)
- 4) Wiedenroth, W.: Proc. of Hydrotransport 2, E 1, (BHRA, 1972)
- 5) スモルズイレフ著, 外尾, 永井共訳: パイプ流送, p. 200 (技術書院, 1963)
- 6) Durand, R. and Condolios, E.: Proc. Minnesota International Convention (1953)
- 7) 川島俊夫: スラリー輸送研究会, スラリー輸送システム実用化技術資料集, p. 120 (日本経済センター, 1974)
- 8) 寺田 進: ハイドロリックコンベア, p. 72 (日刊工業, 1962)
- 9) Batchelor, G. K. et al: Proc. Phys. Soc., B, 68, p. 1095 (1955)
- 10) Barnard, B. J. S. and Binnie, A. M.: J. Fluid Mech., 15, p. 35 (1963)

CHARACTERISTICS OF FUEL FLOW RATE OF A CARBURETTOR ENGINE

Shigenobu Hayashi and Norihiro Sawa*

Abstract

It is necessary to feed always an appropriate mixture into the cylinders for reducing the exhaust emissions from an automobile gasoline engine. Therefore, on the practical gasoline engine, we must be well known in respect of the state of pressure wave characteristics on the throat of a carburettor, by reason of, it is very large influence to the fuel flow rate.

In this paper, the authors have measured in respect of the relationship between the position and opening angle of a carburettor, the length of the fuel injection pipe, the length of intake manifold, the engine revolution speed and fuel flow rate by used crankcase compressed two cycle engine.

Moreover, we have investigated by compared these results to numerical calculation results on unsteady characteristics of a simplified carburettor only for the main fuel system.

Some conclusions reached are summarized as follows.

- (a) The fuel flow amount from a carburettor decreases in inversely proportional to the amplitude of pulsation wave in the throat of carburettor and is partly governed by the matching condition q .
- (b) When the throttle valve of carburettor is small opening, the fuel flow amount increases with the engine speed and the length of main fuel pipe, because of the inertia effect of liquid column in main fuel pipe.
- (c) To prevent the variation of air excess ratio, the utilization of a Helmholtz resonator with elastic membrane is effective.
- (d) When the throttle valve of a carburettor is rapidly closed, the fuel flow rate is remarkably decreased and is violently fluctuated before reaches a given value in the stationary operation. This fluctuation period is approximately equal to the natural vibration period of liquid column composed of the fuel injection pipe and the float chamber.
- (e) Such a variation of fuel flow rate can be observed in the case of accelerating operation.

1. Introduction

To reduce the exhaust emissions from a carburettor engine, it is necessary, during not only steady but also transient operation of it, to feed always an appropriate mixture into the cylinders. Recently, basic researches^{(1),(2),(3)} on carburettor have been actively out, resulting in considerably better understanding of its fundamental characteristics.

Since pressure wave in the intake pipe of an engine used in practice changes complicatedly according as the intake pipe system and operation condition, however, it is difficult to forecast, based on the carburettor's fundamental characteristics, fuel flow amount at each operation condition unless the realities of the pressure wave in intake pipe are understood in detail. Although many authors described, on the other hand, the amount of breathing air, they did not almost touch upon the possible effect of the pressure wave on fuel feed condition so that many problems are left unsolved.

It is possible to discuss the suction process of a four-cycle engine similarly to that of a

* : Prof. Faculty of Engineering, Ibaraki Univ.

two-cycle engine and dependence of the pressure wave in intake pipe on the operation condition, the wave's effect on the carburettor's character etc. may be treated in the same manner. In order to investigate the influence of various factors on the fuel feed condition of a two-cycle engine provided with an AMAL type carburettor, the author has experimentally examined the influences of position, aperture and dimension of the carburettor, the length of intake pipe and examined to some degree the relationship with the experimental and numerical-calculation results on unsteady characteristics of a so-called simple carburettor only for the main fuel system so that these data are described in the following.

2. Experimental Apparatus and Methods

2.1 Carburettor experiment

Fig.1 shows an experimental apparatus, which is composed of a Nash vacuum pump 80 NV5M (maximum flow rate $4.5 \text{ m}^3/\text{min}$), a surge tank, a rotary or poppet valve for producing pulsating and intermittent air flow, piping, a carburettor, a round nozzle and a surge tank for measuring air flow rate, a fuel flowmeter etc. Fig.2 shows the structure and main dimension of the carburettor to be tested, where a float chamber is separated from its frame and the main fuel pipe system is independent of the low-speed one so as to measure the respective fuels. A throttle valve of the carburettor can be finely regulated and flow resistance coefficient ϕ_m of the whole main fuel injection pipe composed of a fuel including needle bar and a fuel jet was obtained from the result of steady-flow experiment for each carburettor aperture, X . The flow resistance coefficient is given by a relation

$$\phi_m = (\alpha + \beta) / |R_e|$$

as shown in Fig.3, where α and β are constants and R_e is the Reynolds number. While α and β depend on the carburettor aperture and the flow direction, they are approximately constant for full aperture ($X=0$), $\alpha=30$ and $\beta=7 \cdot 10^{3(4)}$.

Similary, the flow resistance coefficient ϕ_i of the idle fuel injection pipe system is shown in Fig.4. The fluctuating pressure in the carburettor throat is measured with a strain-gauge

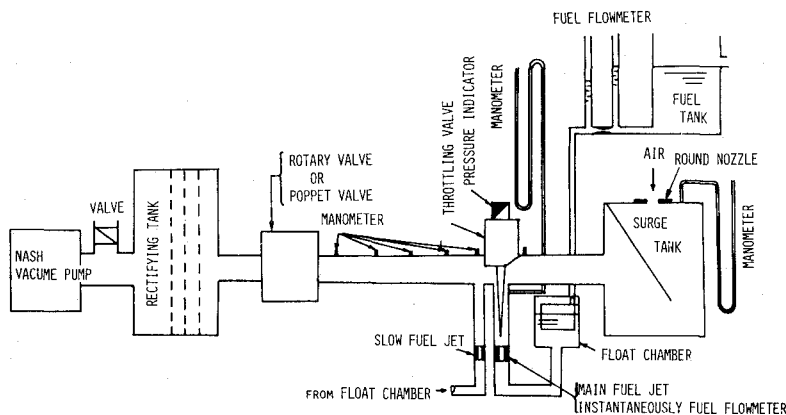


Fig.1 General layout of testing apparatus (carburettor experiment)

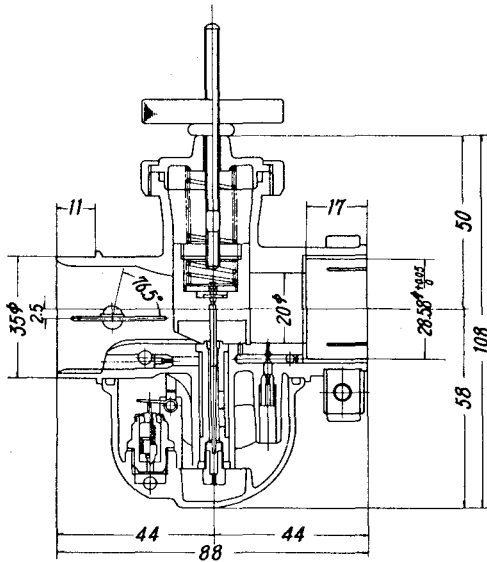


Fig.2 Test carburettor (Engine E-120)

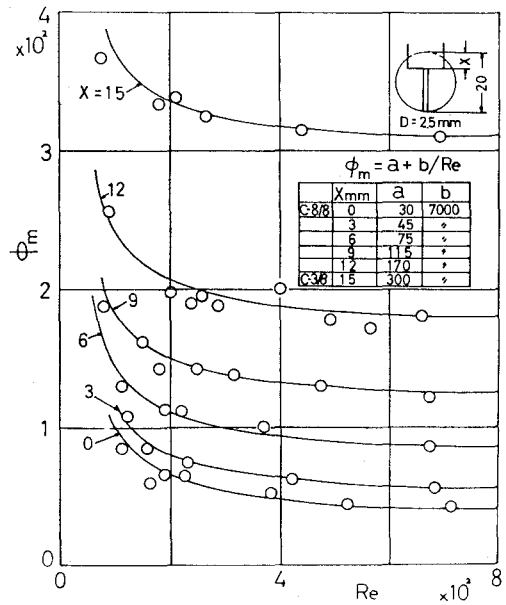


Fig.3 Flow resistance coefficient ϕ_m of main fuel pipe system

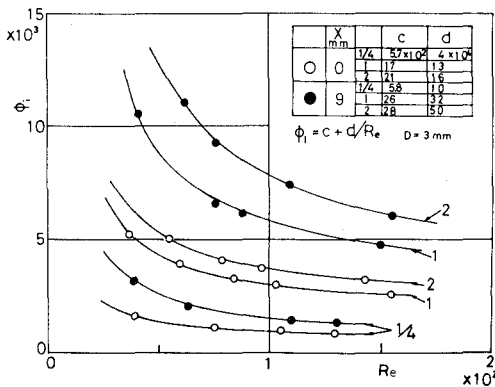


Fig.4 Flow resistance coefficient ϕ_i of idle fuel pipe system

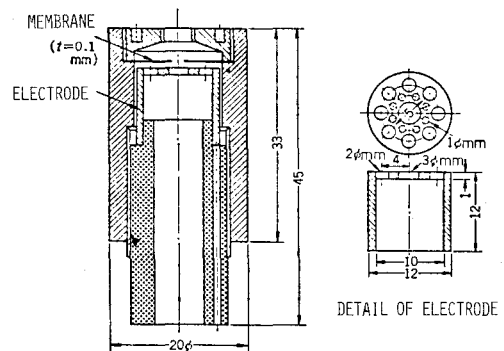


Fig.5 Instantaneous fuel flow-meter

type pressure indicator, the average negative pressure with a manometer and the instantaneous flow rate of fuel with a capacity-type instantaneous flowmeter (see Fig.5)⁽⁶⁾, which was trially assembled by the author. In the experiment, the required sinusoidal and intermittent, half-wave rectified-one-like pressure wave are approximately given to the carburettor throat and its fluctuating pressure, the instantaneous value of fuel flow rate and its average value and the average amount of breathing air are measured. Such experiments are repeated for respective condition.

2.2 Engine experiment

2.2.1 Stationary operation

The tested engine are crankcase compression two-cycle one, which have dimensions as shown in Table · 1. The used carburettor is a standard product, which is the same as that in the carburettor experiment. The experimental apparatus is, as shown in Fig.6, composed of a round nozzle and a surge tank for measuring the amount of breathing air, the carburettor, an intake pipe, the test engine and an exhaust pipe.

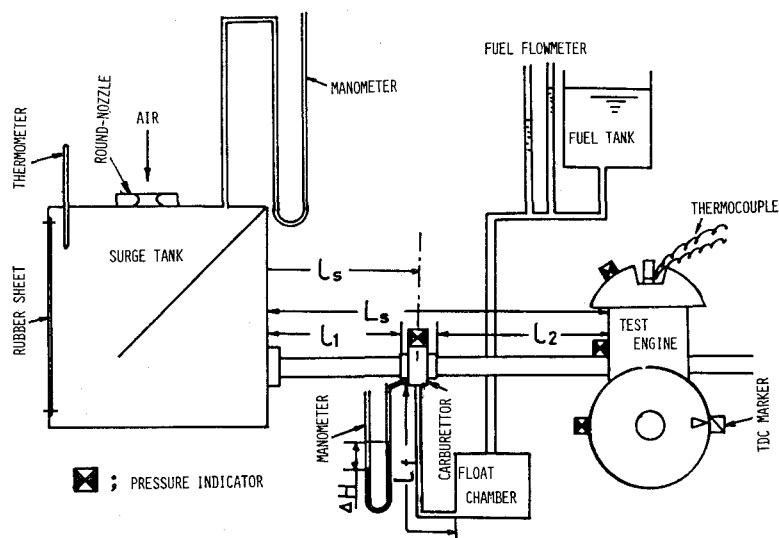


Fig.6 General layout of testing apparatus (engine experiment)

Table 1 Dimensions of test engine

Symbol		E-50	E-120
Cylinder bore × Stroke, mm		40φ × 39.8	52φ × 51
Stroke volume cc		49.8	118.9
Mean volume of crankcase during inlet open period cc		161	390
Compression ratio		7 : 1	7.28 : 1
Inner dia. of inlet pipe mm		14	20
Port timing (symmetrical)	Scavenging	±55(B.D.C.)	±58(B.D.C.)
	Exhaust	±67(B.D.C.)	±76.5(B.D.C.)
	Inlet	±60(T.D.C.)	±60(T.D.C.)

In addition, a manometer and a strain-gauge type pressure indicator are inserted for measuring average negative and pulsating pressures in carburettor throat and a venturi-type fuel flowmeter is set between the float chamber and the fuel tank to measure the average fuel flow rate. With the float chamber separated from the frame, only the main fuel system is made to work, its length l_f being selected variably according to the experimental purpose. Another strain-gauge type pressure indicator and a top dead center are installed to measure pulsating pressure immediately before the inlet port and in the crankcase, respectively. The experimental procedure is as follows. At first, the given intake pipe length L_s , carburettor aperture C and its fitting position l_s are set and the engine is made to start by means of an electric dynamometer to enter into driving operation.

Since combustion fluctuation can cause the variations of the amount of breathing air and fuel flow rate, the engine speed is consecutively changed from 1500 rpm to 6000 rpm usually under the motoring operation and after the temperature of ignition plug seat becomes steady at each engine speed, the amount of breathing air, the fuel flow rate, the negative pressure at carburettor throat etc. are measured.

Similar experiments are repeated with the setting condition changed. The pulsating pressure at each part is further measured and recorded under a representative condition.

Since it is difficult to measure accurately a minute flow rate of fuel, the measured values easily fluctuate and such a slight variation is magnified if it is expressed through excess air

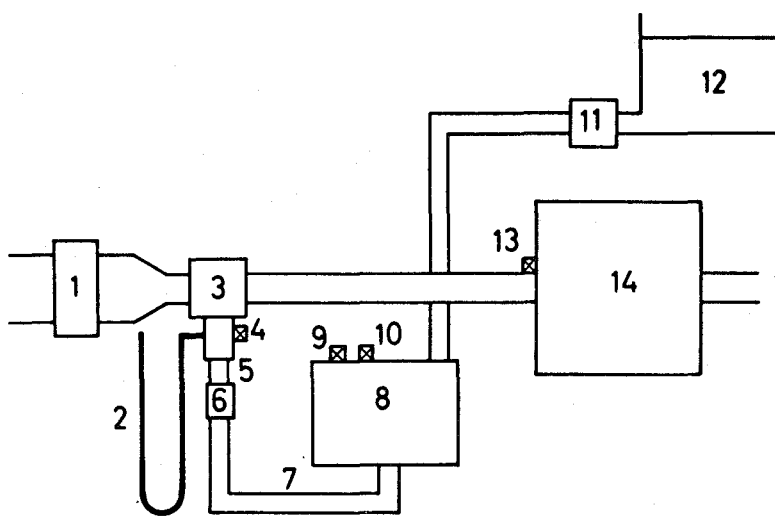


Fig.7 general layout of experimental apparatus (transitional operation)

1. Laminar-flow typed air flow-meter, 2. Manometer, 3. Carburettor
4. Capacity-typed pressure indicator, 5. Main fuel jet,
6. Capacity-typed instantaneous flow-meter, 7. Vinyl pipe,
8. Float chamber, 9. Displacement-meter for float,
10. Measuring probe of fuel level, 11. Fuel flow-meter,
12. Fuel tank, 13. Pressure indicator, 14. Test engine,

ratio, with a larger fuel jet than normal one the experiment is carried out within a range of rich mixture.

2.2.2 Transitional operation

Fig.7 shows a general layout of the experimental apparatus, which is mainly composed of a laminar-type instantaneous air flow meter(1), a capacity-type pressure indicator(4)(5) and a capacity-type instantaneous flow meter(6) for examining the behavior of fuel flow, an in-dicator(9) and a probe(10) for measuring the displacements of the float and fuel level in the float chamber(8) and a test engine etc.

3. Experimental Results and Considerations

3.1 When carburettor aperture is large

3.1.1 Tuning of residual pulsating wave and fuel flow rate

When intake pipe length L_s is kept constant ($L_s=88$ cm) and the carburettor with aperture C-8/8 (α/β in a symbol C- α/β expresses hereinafter aperture area ratio) is brought close to the engine side, the amount of breathing air G_a changes with the carburettor's position by 1 to 2 % only of delivery ratio K but the fuel flow ratio G_f is, as shown in Fig.8, remarkably decreased and it further is varied widely at a particular engine speed N.⁽⁶⁾ Fig.9 shows the experimental result of Fig.8 rearranged in terms of $G_f/\sqrt{\Delta H}$ for the purpose of making more vivid the influence of residual pulsating wave. Fig.9 also comprises the maximum value ΔP^* of positive pressure wave, determined from oscillogram of pulsating pressure at the carburettor throat as well as the cycle number of pulsating wave in the intake pipe during one revolution of engine (from an intake opening, I.O. to that in the next intake process).

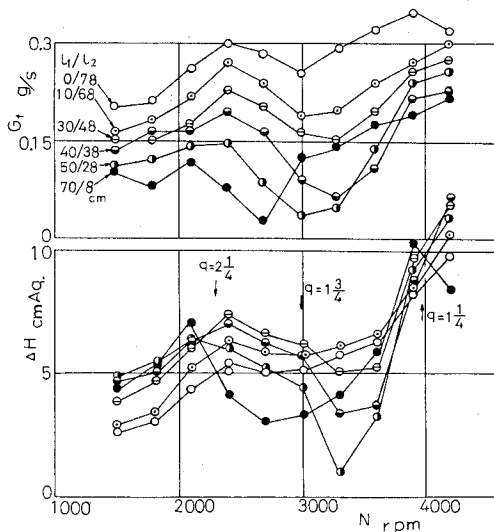


Fig.8 Fuel flow rate G_f , negative pressure in carburettor throat ΔH and engine speed N (Engine E-50)

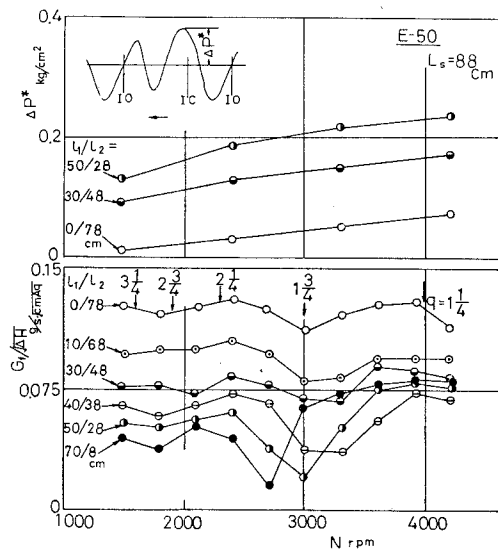


Fig.9 ΔP^* , $G_f/\sqrt{\Delta H}$ and engine speed N (Engine E-50)

In the figure, $G_f/\sqrt{\Delta H}$ curve changes approximately at a specified value of engine speed, its ups and downs appearing near $q=n+1/4$ (n =integer such as 1,2,...) and $q=n+3/4$, respectively. Generally, a pulsation coefficient q^* is given by the following formula :

$$q^*=15 \cdot a / N (L_s + \Delta l) \quad \dots(1)$$

Where a : propagation velocity of pressure wave within the intake pipe [m/sec]

N : engine speed [rpm]

L_s : intake pipe length [m]

Δl : corrected length of pipe end [m]

When $q^* = n + 1/4$, the negative residual pulsating wave and the inlet opening I.O. overlap so that the negative-pressure period of the intake process lengthens as shown in Fig.10.

When $q^* = n + 3/4$, the negative-pressure period shortens on the contrary because the positive wave and I.O. overlap. In the former, for this reason, fuel outflow is promoted, while in the latter it is prevented. Since q^* corresponds to the above-mentioned q , it can be seen that undulation of the $G_f/\sqrt{\Delta H}$ curve depends on the tuning of the residual pulsating wave. If a carburettor is mounted at open end of the intake pipe, influence of such a residual pulsating wave is comparatively, slight, as can be seen on the $G_f/\sqrt{\Delta H}$ curve, Fig.9, for $l_1/l_2=0/78$ (Engine E-50, $L_s=88$ cm) as well as on an excess air ratio curve (E-120, $L_s=88$ cm), Fig.11, even in the case of a longer intake pipe. Since the wave's amplitude is decreased for shorter intake pipe, its influence is gradually lowered and not almost observed at $L_s=16$ cm

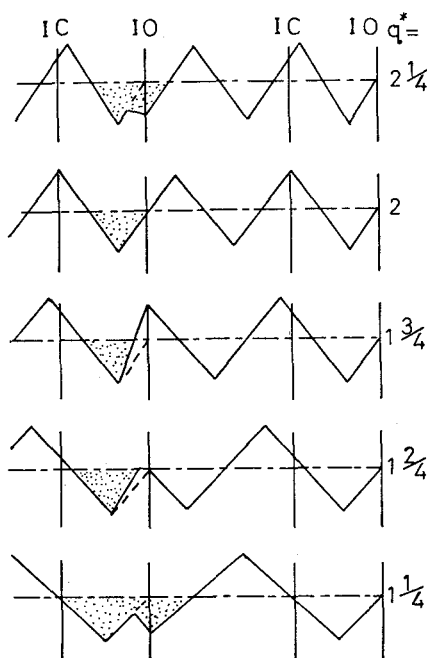


Fig.10 Pulsation factor q^* and superpose of pressure wave

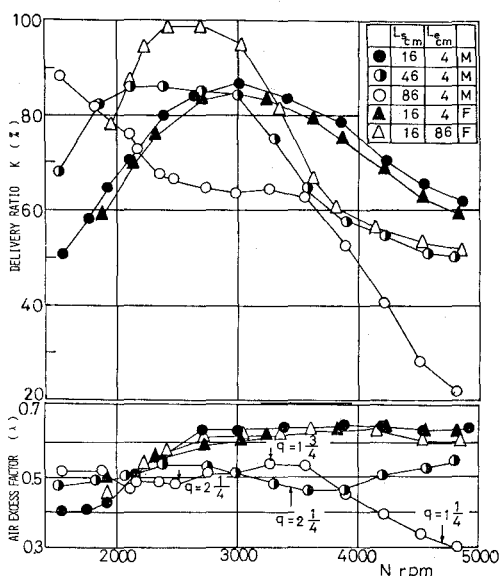


Fig.11 Delivery ratio K , excess air ratio λ and engine speed N (Engine E-120)
Symbol M : motoring, F : firing

(see Fig.11).

For either motoring or firing operation (comparison between the marks $\blacktriangle$ and $\bullet$ in Fig.11), values of the excess air ratio are, even when the exhaust pipe length L_e is lengthened and the delivery ratio K remarkably is changed, almost unchanged only if parameters L_s , l_s C etc. of the intake pipe system are the same.

3.1.2 Carburettor position and fuel flow rate

In the experimental results shown in Figs.8, 9 and 12, even in a range of $q > 3$, the fuel flow rate G_f and the value of $G_f/\sqrt{\Delta H}$ are more decreased the more the carburettor approaches the engine side. This tendency can be recognized within all the engine speed range and its amount is considerably large.

Now, draw a diagram representing a relationship between the fuel flow rate G_f and the carburettor position l_s , l_s corresponding to a length from open end of the intake pipe to fuel injection port of the carburettor, estimate the value of fuel flow rate G_{f0} at a point corresponding to $l_s=0$ and plot G_f/G_{f0} against l_s/L_s , then Fig.13 can be obtained. Experimental result for various values of the intake pipe length L_s , the engine speed N , the carburettor aperture C , the fuel jet hole diameter d_h etc. of an engine E-120 are also shown in Fig.13, the

fuel flow rate G_f in each case is more decreased the more the carburettor approaches the engine side. Such a phenomenon cannot be understood on the basis of influence of the residual pulsating wave under tuning condition, the general relation of a steady flow etc.,

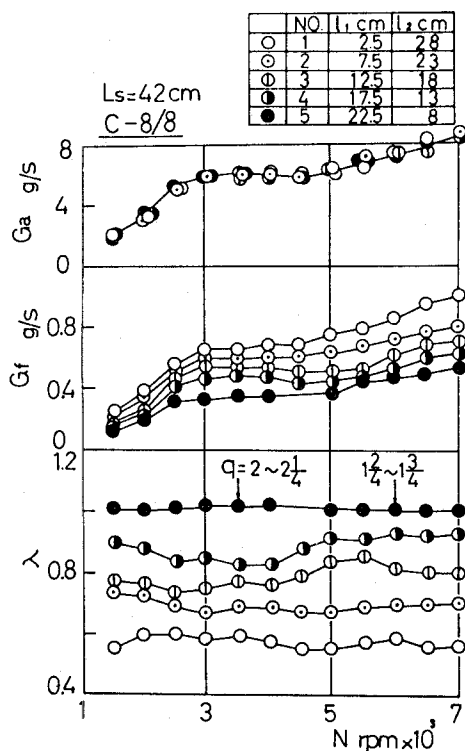


Fig.12 Excess air ratio λ and carburettor position (l_1/l_2)

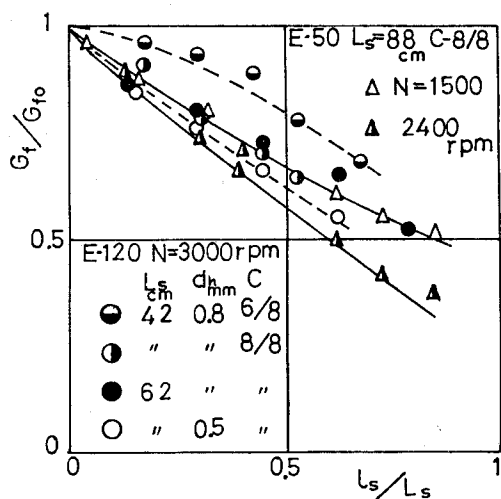


Fig.13 Ratio of fuel flow rate G_f/G_{f0} and carburettor position l_s/L_s

so that it is suggested that it is necessary to treat the flow in injection pipe as unsteady flow. In order to investigate the fuel flow rate characteristics in the case when pulsating pressure wave acts on the carburettor's fuel injection port, the values of instantaneous fuel flow rate G_{fi} have been numerically calculated and experimentally examined on a simple carburettor, which only a main fuel injection pipe works. If the influence of fuel in the carburettor's float chamber, the compressibility of fuel liquid column in the main fuel injection pipe etc. are now neglected, then the equation of motion for the fuel liquid column in the pipe is given by the following :

$$(l_f/g) \ddot{X} + (\phi_m/2g) \dot{X} + X = \Delta p_v / \gamma_f \quad \dots(2)$$

where

l_f : length of the main fuel injection pipe [m]

g : gravitational constant [m/sec²]

X : displacement of the fuel liquid column [m]

Δp_v : pressure difference acting on the fuel outflow port and the fuel surface in the float chamber [Kg/m²]

γ_f : specific weight of fuel [Kg/m³]

ϕ_m : flow resistance coefficient for the whole fuel injection pipe

As for the last-mentioned drag coefficient, its value determined in steady-flow experiment is to be used. While the pressure wave within the intake pipe of an actual engine is that of damped oscillation repeated every revolution, for the simplicity of problem it is here assumed that the following pressure wave of undamped oscillation :

$$\Delta p_v = \Delta p \cdot \sin \omega t + \Delta p_m \quad \dots(3)$$

acts continuously on the fuel outflow port and based on Eq.(2) the instantaneous value $G_{fi} = \gamma_f \cdot A_f \cdot \dot{X}$, where A_f is the cross-sectional area of the main fuel injection pipe[m²], of fuel flow rate are numerically calculated by the Lunge-Kutter-Gill's method with an electronic computer FACOM-231 in the Calculation Center, Muroran Institute of Technology to determine the average fuel flow rate G_m [g/sec] per cycle.

On the other hand, Fig.14 shows a relationship between G_m/G_{ms} and the amplitude of pulsating wave Δp and the steady negative pressure Δp_m on the basis of the value of fuel flow rate G_{ms} , calculated from the relation on steady flow, in the case, where only the steady negative pressure Δp_m acts ($\Delta p=0$).

In the same figure, G_m/G_{ms} is more decreased the large Δp is and the smaller Δp_m is, it being approximately equal to 0.42, for instance, when $\Delta p/\gamma_f=2$ m and $\Delta p_m/\gamma_f=0.6$ m. This is caused by such facts that the drag coefficient ϕ_m is a function of the Reynolds' number Re and that the fuel flow rate depends on the inertia of fuel liquid column in the injection pipe, a counterflow phenomenon due to the pulsating positive pressure wave etc., the calculated value coinciding well with the measured one (shown with $\bullet$ mark in Fig.14(A), $\Delta p_m/\gamma_f=0.6$ m) in carburettor experiment. According to the numerical calculation, the fuel flow rate G_m is increased with increase in angular velocity ω [rad/sec] of the pulsating pressure wave and approaches its value G_{ms} in the case, where an average negative pressure acts, so that the influence of Δp tend to be decreased. As for an actual engine, the angular velocity ω of

pulsating wave in its intake pipe is given by $\omega = 2\pi a/4 \cdot (L_s + \Delta l)$ if the intake pipe system being considered to be a pipe with one end open and another closed, so that the intake pipe length L_s mainly determines ω . The results of basic analysis on carburettor will be applied to an actual engine and it is possible to conclude that the longer the intake pipe length L_s is, the larger the amplitude Δp of pulsating wave is and the smaller the angular velocity ω and that the higher the engine speed N is, the larger the carburettor aperture is and the more the carburettor approaches the engine side, the larger Δp is. Since the longer the intake pipe length L_s is and the higher the engine speed N is, the more the steady negative pressure Δp_m is increased, on the other hand, they have opposite effects to each other.

As can be also observed in the experimental results, Fig.13, this results in a conclusion that the fuel flow rate ratio G_f/G_{f0} mainly depends on the carburettor aperture and its position. Further, Fig.14(B) shows G_f/G_{f0} , instead of G_m/G_{ms} , determined from the results of engine experiment (Figs.8 and 13) and it is plotted with the maximum amplitude Δp (see Fig.7), instead of the pressure amplitude Δp , of pressure wave obtained from oscillogram in order to make clear the influences of Δp and Δp_m . Fig.14(B) also comprizes, with dotted line, the calculated values of G_m/G_{ms} , determined from Eqs.(2) and (3) with negative pressure $\Delta p_m/\gamma_f \div 0.05$ m and the angular velocity of pulsating wave $\omega = 2\pi a/4(L_s + \Delta l) \div 600$ rad/sec, which are approximately average within the experimental range ($N = 1500$ to 4200 rpm) of the tested engine E-50 ($L_s = 88$ cm).

Although the pressure wave in intake pipe is a damped pulsating one, which is repeated every revolution, the experimental values coincide considerably well with the calculated.

Consequently, the decrease of fuel flow rate G_f and $G_f/\sqrt{\Delta H}$ when the carburettor approaches the engine side is principally caused by the unsteady characteristics of the carburettor due to the increased amplitude of pulsating wave acting on the fuel injection port and this is also affected by the residual pulsating wave under superposed condition as described in the preceding section, so that it has such a remarkable influence as brings about impossible combustion at a particular engine speed.

3.2 When carburettor aperture is small

3.2.1 Engine speed and fuel flow rate

In the case of a large carburettor aperture (for example, full opening C-8/8) as described in the preceding section, the value of $G_f/\sqrt{\Delta H}$ approximately the same irrespective of engine speed, if the undulation of $G_f/\sqrt{\Delta H}$ curve (see Fig.9) caused by the residual pulsating wave

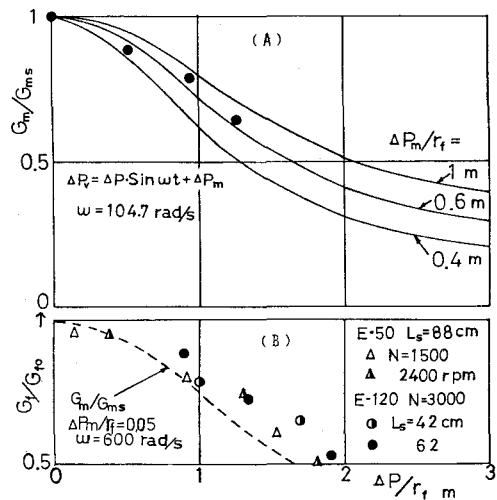


Fig.14 Ratio of fuel flow rate G_m/G_{ms} , G_f/G_{f0} and pulsating pressure wave

under superposed condition are neglected. This is also observed from the curve of excess air ratio λ (points marked with $\bullet$ and $\circ$) in the experimental results (see Fig.15) on engine E-120. When the carburettor aperture is smaller, C-2/8 to C-3/8, as during low-load or engine-brake operation, on the contrary, the higher the engine speed N is, the more both the breathing air amount G_a and fuel flow rate G_f are increased but since the latter's increase is more remarkable, the excess air ratio λ is, as shown with the points $\circ$, $\bullet$ and $\blacktriangle$, Fig.15, gradually decreased. Fig.16 also comprizes oscillograms a, b, c, ... of pressure wave at the

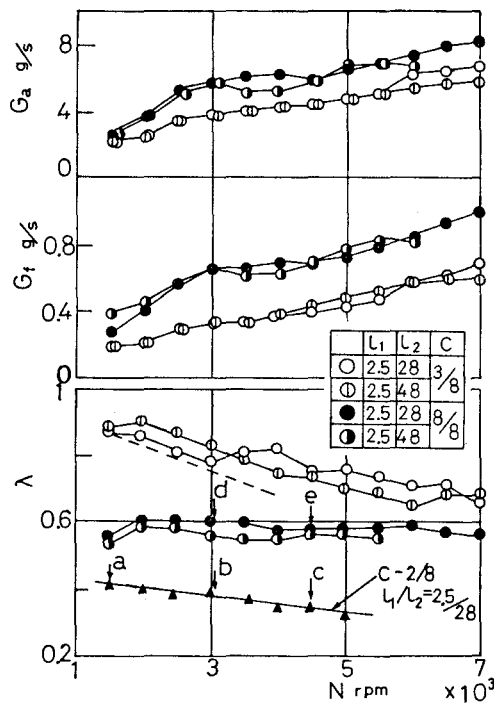


Fig.15 Excess air ratio λ and engine speed N
(Engine E-120)

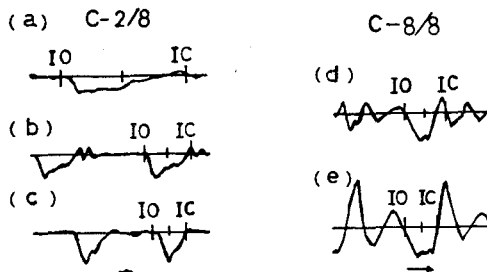


Fig.16 Pulsating pressure in carburettor throat

carburettor throat under the conditions (l_1 , l_2 , C , N etc.) corresponding to arrows a, b, c, ..., respectively, on the λ curve. When the carburettor aperture is small, the pressure wave in the intake pipe is damped and the wave acting on the fuel injection port is approximately so-called half-wave rectification type negative one such as shown in oscillogram a, which is produced every revolution during the inlet period. In order to make clear the fun-

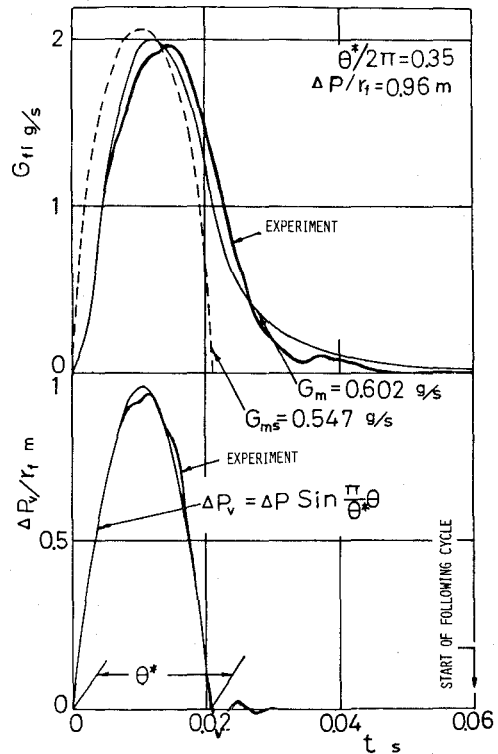


Fig.17 Instantaneous fuel flow rate G_{fi}
and pressure wave ΔP_v

damental characteristics of fuel flow rate when such a pressure wave acts on the fuel injection port of a carburettor, let us assume that a pressure wave given by the following expression :

$$\Delta p_v = \Delta p \cdot \sin \frac{\pi}{\theta^*} \cdot \theta \quad \dots(4)$$

as shown in Fig.15, acts on the effective inlet period θ^* rad., where θ is crank angle rad.. Fig.17 shows the instantaneous fuel flow rate G_{fi} , with solid line, calculated from Eqs.(2) and (4) and those determined from a relation of steady flow with dotted line, the average fuel flow rate G_m and G_{ms} being also indicated. Although the author could not succeed in produce experimentally such a pressure wave as satisfies Eq. (4), the measured values of instantaneous fuel flow rate when the approximate pressure wave acts are also drawn with thick solid line. In Fig.17, the response of the instantaneous fuel flow rate G_{fi} toward the negative pressure wave are bad because of the inertia of fuel liquid column within the injection pipe and in particular for decelerating flow.

For this reason, the average fuel flow rate G_m is higher than that G_{ms} determined from the relation of steady flow.

Since the increase in engine speed N shortens in addition the required time of one revolution, fuel outflow does not perfectly interrupted before the intake process of the following cycle begins. Consequently, it can be concluded that the average flow rate G_m is increased in proportion to the engine speed N . This fact can be also confirmed its good qualitative coincidence with the measured values in carburettor experiment. In the next place, the average fuel flow rate G_m is calculated while the engine speed N rpm in $\theta = (2\pi N/60) \cdot t$, Eq.(4), being changed to determine G_m/G_{m0} on the basis of a value G_{m0} at $N=1600$ rpm. In order to compare with the result of engine experiment shown in Fig.15, further, the excess air ratio λ at a given engine speed is determined from $\lambda = \lambda_0 (G_{m0}/G_m)$, where λ_0 is the value of excess air ratio under the conditions of $N=1600$ rpm, carburettor position $l_1/l_2=2.5/28$ and its aperture C-3/8, and the thus obtained values of λ are shown with dotted line in Fig.15. They coincide well qualitatively with the experimental values and it can be seen that the fundamental characteristics of carburettor affect the fuel flow rate. Since the pressure wave of the test engine is not of such a perfect half-wave rectification type negative one as that shown in Oscillogram a and its amplitude is increased to some degree as can be seen in Oscillograms b and c when the engine speed becomes higher, it seems necessary to take into consideration these influences in detail.

3.2.2 Length of fuel injection pipe and fuel flow rate

In an actual engine, the float chamber is sometimes separated from the carburettor's frame and connected to the latter with pipe to prevent choppy oil surface in the chamber due to mechanical vibration. If it is possible to consider such a connecting pipe to be rigid, then it corresponds to the lengthening of pipe length l_f in the Eq.(2). The larger the fuel injection pipe length l_f is, the more the response of instantaneous fuel flow rate G_{fi} when a half-wave rectification type negative-pressure given by Eq.(4) acts on the fuel injection port is deteriorated, its value in an accelerating flow region is decreased and its value in a decelerating flow region increased. For this reason, the average fuel flow rate G_m is increased. If $G_m/$

G_{m0} is calculated from Eqs.(2) and (4) on the basis of its value G_{m0} for the fuel injection pipe length $l_f=0.03$ m, G_m/G_{m0} is increased, as shown in Fig.16, in proportion to l_f and thus $G_m/G_{m0}=1.43$ at $l_f=1$ m. Experimental values G_f/G_{f0} obtained in engine experiment are also indicated in Fig.18. The calculated and experimental results cannot be quantitatively compared with each other because in engine experiment the pressure wave in intake pipe is not of perfect half-wave rectification type and the carburettor frame and the float chamber are partially connected with vinyl hose, but the experimental values are increased in proportion to the pipe length l_f with $G_f/G_{f0} \div 1.22$, for example, at $l_f=1$ m to coincide qualitatively with the calculated values. In this way, the fundamental characteristics of carburettor's fuel flow rate are also reflected in that of engine experiment.

3.2.3 Position of carburettor and fuel flow rate

While in the case of large carburettor aperture, for example, C-8/8 or C-6/8, the more the carburettor approaches the engine side, the more the fuel flow rate G_f is decreased as shown in Fig.13, in the case of small carburettor aperture, for example, C-2/8 or C-3/8, as that during low-load or engine-brake operation the fuel flow rate G_f is not always decreased.

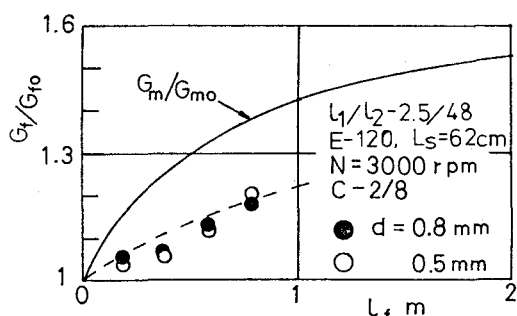


Fig.18 Ratio of fuel flow rate G_f/G_{f0} and fuel pipe length l_f (Engine E-120, Inlet pipe length $L_s=62$ cm)

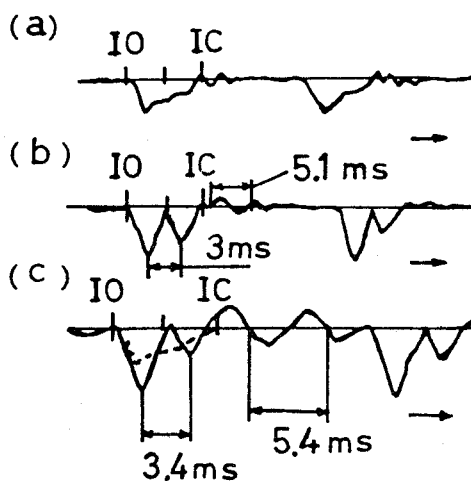


Fig.20 Fluctuating pressure in carburettor throat

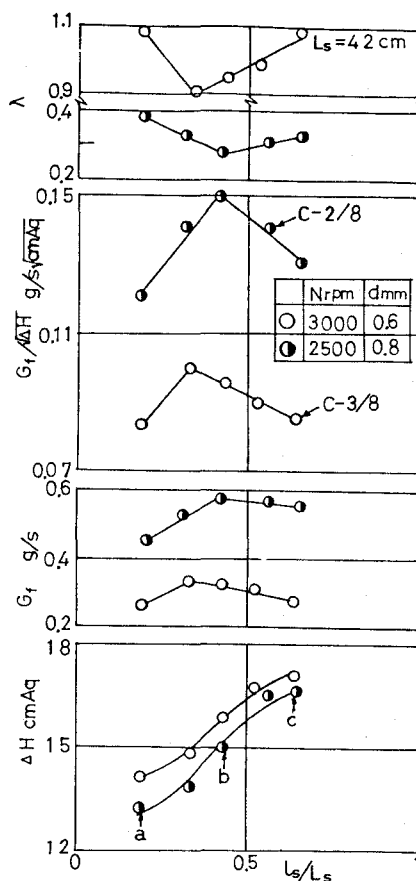


Fig.19 Excess air ratio λ and carburettor position l_s/L_s (Engine E-120)

As is shown in Fig.19 (engine E-120, $L_s=42$ cm), it becomes maximum near the center of intake pipe ($l_s/L_s=0.3$ to 0.4) and tends on the contrary to be decreased as the carburettor approaches the open end of pipe. This position of maximum G_f approaches more the open end side the larger the carburettor aperture is and coincides with the open end itself at more than $C-5/8$ of aperture. In the case of small carburettor aperture there is thus no relation among the fuel flow rate G_f , the carburettor position l_s and the average mean pressure ΔH and it appears that this is based on remarkable variation, according as the carburettor position, of pressure wave acting on the fuel injection port. As is shown in Fig.20, Oscillograms a, b and c of pressure wave under the conditions (l_s/L_s , N , C , etc.) corresponding to the arrows a, b and c on the ΔH curve, a pressure wave, similar to such a half-wave rectification type negative one as shown in Fig.a, acts during inlet period in the case of the carburettor lying at the open end of intake pipe ($l_s/L_s=0.19$) but two large negative pressure wave are produced during inlet period at $l_s/L_s \doteq 0.43$ (Fig.b) realized when the carburettor approaches the engine side.

If it approaches further the engine side, a large residual pulsating wave can be observed, as shown in Fig.c ($l_s/L_s \doteq 0.65$), even after inlet closure (I.C.). Such a wave appears because the damping effect of throttle on the pressure wave is more decreased the more the carburettor is situated near the node of vibration system in the air column and the experimental values 5.1 to 5.4 ms of period of the residual pulsating wave are approximately equal to a value $T=4 \cdot (L_s + \Delta l)/a \doteq 5.3$ ms, obtained on the assumptions of pressure propagation velocity $a=330$ m/sec and pipe end correction $\Delta l=2$ cm (equal to the inner diameter of intake pipe d_i). As can be seen from the pressure wave of Fig.c, where that of Fig.a is also reproduced with dotted line, it appears that the pressure wave during inlet period is a resultant of two components, that is, one (dotted line) produced by the negative pressure in crankcase and the inertia of breathing air another of a comparatively short period. Its period is considerably close to a value $T = 4 \cdot (L_s + \Delta l) / a \doteq 3.6$ ms, calculated with the distance l_s from the open end of intake pipe. This may be caused by superposition of a pressure vibration, which has a closed end at the throat of carburettor. In Fig.b, however, the experimental value 3 ms is not so close to the calculated one 2.5 ms as in Fig.c. Although the pressure wave in intake pipe is thus not simple, it appears that such a result as shown in Fig.18 is brought about because increase in negative pressure wave during intake process increases the fuel flow rate G_f and the residual pulsating wave prevents fuel outflow.

Since pressure in the intake pipe changes complicatedly according as the conditions concerned and affects also the fuel flow rate, so that it is impossible to forecast the rate under each operation unless the pressure's particulars are well understood.

3.3 Resonator and fuel flow rate

it is said that when the intake pipe of an engine is longer and the carburettor is nearer the engine side, addition of Helmholtz resonator to the intake pipe can contribute to the damping of pulsating wave and be thus effective to the improvement of excess air ratio. In this research on a two-cycle engine, for example, Alfred Jante⁽⁷⁾ has proposed a resonance speed $N_r=60 \cdot \nu$ based on tuning of the natural frequency ν of air column in a Helmholtz

resonator with the inlet number $N/60$ into the engine and described that a resonator of natural frequency ν can improve the excess air ratio curve within a range of engine speed, higher than N_r .

If a Helmholtz resonator is used to make flat the excess air ratio curve in a range of higher-speed than the minimum engine speed assumed to be $N=1500$ rpm, let us take the resonator's dimension $d=2$ cm and $l=5$ cm and pressure propagation velocity $a=330$ /sec, then from $N_r=60 \cdot \nu$ and $\nu=(a \cdot d/4\pi) \cdot \sqrt{\pi/V(l+\pi d/4)}$ the volume can be approximately calculated to be $V=2.07 \times 10^4$ cc. Although the author used two resonator, $V=2.1 \times 10^4$ and 1.3×10^3 cc. and confirmed its effect, such a resonator with large volume violently vibrates so that its practical application is difficult. For this reason, the author prepared another resonator $52.9 \phi \times 54$ mm of a volume, equal to that of engine's stroke volume $V_h=118.9$ cc.

and investigated the effects of the resonator mounted on an engine and of an elastic (rubber) diaphragm covering the resonator's closed end. The experimental results are shown in Figs.21 and 22, where in the case of the engine E-120, $L_s=62$ cm, $l_1/l_2=22.5/28$ cm, the pulsating pressure wave becomes larger and the

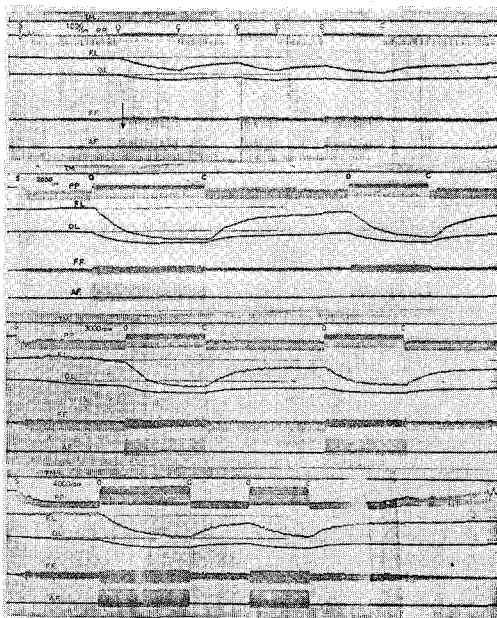
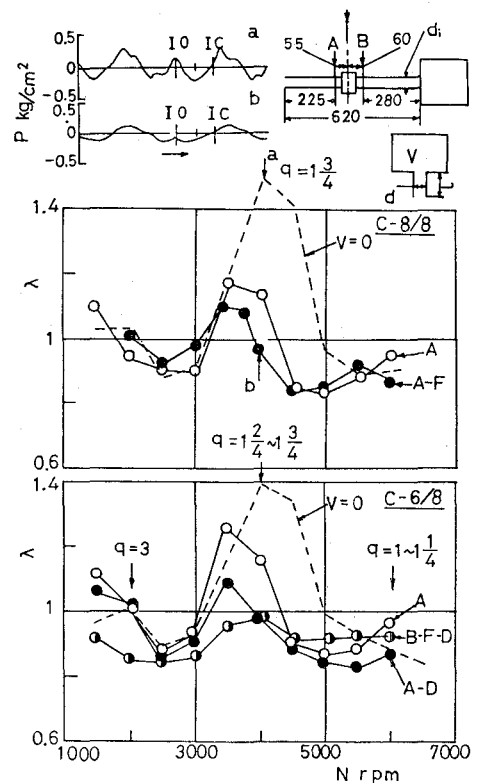


Fig.22 Behavior of various factors in transient operation

A. F. : air flow rate, F. F. : fuel flow rate
O. L. : fuel level in float chamber, F. L. : float
P. P. : Inlet port pressure, T. M. : top dead center



Oscillograms a, b and the pressure wave under the conditions corresponding to the arrows a, b on the λ curve

Fig.21 Excess air ratio curve and Helmholtz resonator

mixture does weaker ($\lambda \approx 1.5$), as is shown in Oscillogram 1, near $N=4000$ rpm ($q \approx 1 \cdot 3/4$) but if the resonator is mounted at A, immediately before the carburettor, the pulsating pressure wave is, as shown in Oscillogram 2, remarkably damped and the influence of residual pulsating wave on the fuel flow rate is also reduced so that it is possible to prevent, to some degree, the mixture's weakening ($\lambda \approx 1.2$). The value of engine speed, corresponding to a peak of the excess air ratio is shifted near $N=3500$ rpm, because the equivalent length of the whole intake pipe system is lengthened and the period of pressure wave increased⁽⁷⁾.

Suitable throttling of the inlet of resonator (marked with symbol D) and attaching of elastic diaphragm (marked with symbol F) can reduce further variation of the excess air ratio curve to attain approximately the required object. On the contrary, attention should be paid to a fact that in an engine utilizing a breathing-air inertia effect to increase the maximum delivery ratio, resonator also reduces the inertia effect⁽⁸⁾.

3.4 Transitional operation and fuel flow rate

when the engine speed is kept constant and the throttle valve of a carburettor is rapidly opened or is rapidly closed, the instantaneous air flow rate, the instantaneous fuel flow rate, the variation of fuel level in the float chamber, the movement of float and the pressure wave before inlet port are simultaneously measured. A typical oscillogram of them is shown in Fig.23. In this figure, when the pressure wave before inlet port has changed as a result of opening of the throttle valve, the breathing air and the fuel begin to flow in after a while, and then the fuel level in the float chamber and the float do to be lowered. At this time, the float follows the fuel level with a retard of about 0.3 sec. and about 3 sec. is necessary to reach a stationary condition.

Since this period is, consequently, accompanied the lowering of the fuel level, the outflow of fuel must be affected. If the fuel flow rate is calculated from Eq.(2) while the influences of fuel level and the characteristics of the drag coefficient in the carburettor throat and the fuel injection pipe being taken into consideration, the fuel flow rate (G_f , g/s) reaches, as can

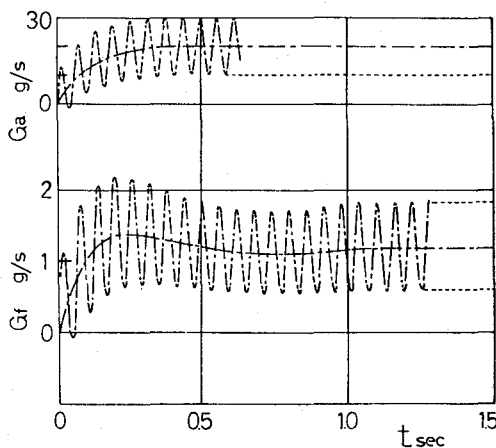


Fig.23 Fuel flow rate during carburettor opening

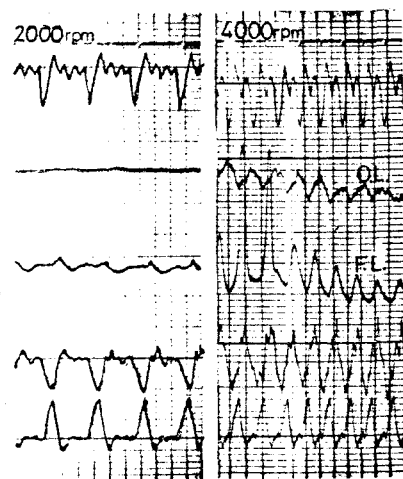


Fig.24 Characteristics of carburettor (F. L., O.L.)

be seen from Fig.24, a maximum value at about 0.25 sec. from the beginning of fuel outflow and a minimum value at about 0.8 sec.. This value (0.8 sec) coincides well with the time (0.8 to 1.0) marked with an arrow mark in Fig.23, so that this correspond to a characteristic of a tested carburettor. And then the variation of fuel flow rate, which occurs after the arrow

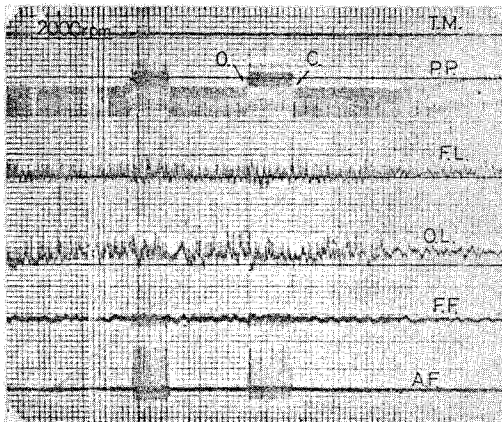


Fig.25 Behavior of float (F.L.) and fuel level (O. L.)
O : carburettor open
C : carburettor close

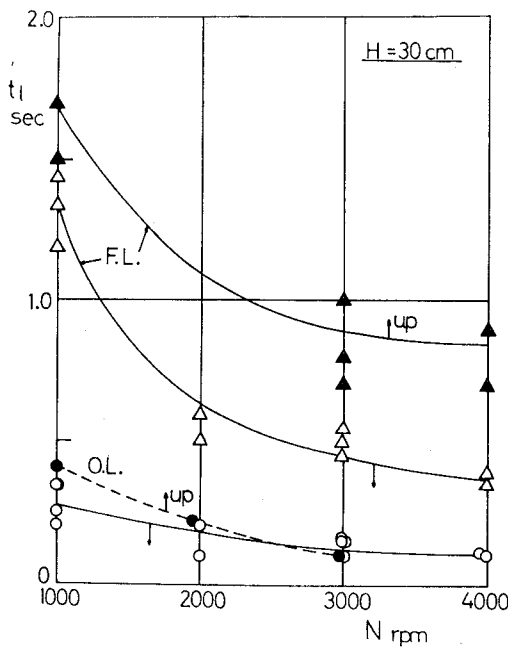


Fig.27 Response retard of float (F. L.)
and fuel level (O. L.)

mark, coincides with the natural frequency period of a liquid column in the fuel injection pipe of the carburettor. If the float chamber is directly connected to the carburettor frame, the mechanical vibration from the engine body becomes more violent with the increase of engine speed. For this reason, the fuel level in the float chamber ascends and fluctuates violently as shown in Fig.25. Consequently, the cycle-by-cycle variations of the fuel flow

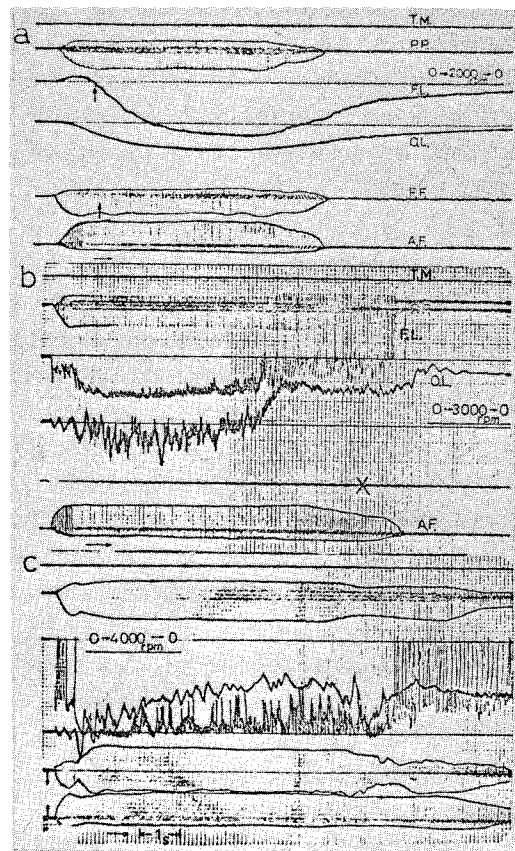


Fig.26 Behavior of fuel flow (F. F.), float (F. L.)
and fuel level (O. L.) during accelerating operation

rate and the irregular fluctuation at an interval of about 0.1 to 0.2 sec. become remarkable. Even if the throttle valve of carburettor is opened and is closed in such a condition, the fuel level and the float do not almost change as shown in Fig.26. By making the electric power supply on, the rapid accelerating driving is carried out while the opening of carburettor being kept constant and the dynamometer for driving the engine being set at a position of constant rotation. Moreover, some time after that, the rapid decelerating driving is carried out by making the electric power supply off. An example of the experiment is shown in Fig.27. In the case of Fig.27 (a), the response retard of fuel level and float are remarkable and then the float is later than the fuel level, the difference between them being about 0.8 to 1.0 sec. as shown in Fig.27. Owing to these influences, the fuel flow rate is temporarily decreased at the period of accelerating operation as shown with an arrow mark in Fig.27. The same phenomenon can be observed also at the period of decelerating operation. If, on the contrary, the rapid acceleration is carried out under a condition of the float chamber directly connected to the carburettor frame, the float descends rapidly and vibrates violently while the fuel level beginning to swell and eventually ascending as shown in Figs.(b) and (c). In this case, the back flow of fuel becomes remarkable. If the decelerating driving is then carried out, the float vibrates violently and the fuel level is rapidly increased so that the abnormal outflow of fuel can be observed. Such an abnormal state depends on the fixing state of the carburettor and the dimension of the intake pipe system, and that is unstable phenomenon. Since there remain many unknown matters, the authors wish to continue systematically the experiment in the future.

4. Conclusion

The author experimentally investigated the influences of carburettor position, aperture, fuel injection pipe length, intake pipe length and engine speed on the fuel flow rate of a small sized two-cycle engine and carried out numerical calculation on a simplified model of carburettor. The results obtained can be summarized as follows :

- (1) A larger amplitude of pulsating wave affects the next intake process and if the pulsation coefficient is $q = 15 \cdot a / N(L_s + \Delta l) = n + 1/4$ a negative pulsating wave is superposed on inlet port open-period (I.O.) so that the fuel flow rate is increased, while if $q = n + 3/4$ a positive wave superposed on I.O. so that the flow rate is decreased. This fluctuation of fuel flow rate due to the tuned pulsating wave is not so remarkable as bring about any impossible combustion.
- (2) When a carburettor is mounted to a fixed length of intake pipe, the amplitude of pulsating wave acting the carburettor's throat becomes larger the more the carburettor approaches the engine side and in proportion to it the fuel flow rate is decreased. This coincides with the result of numerical calculation on the unsteady characteristics of fuel flow rate in a model carburettor.
- (3) when carburettor aperture is small and pressure wave acting the carburettor throat is a so-called half-wave rectification type negative one, which is repeated every revolution, the response of instantaneous fuel flow rate with regard to the negative pressure wave is more

deteriorated due to the inertia of fuel liquid column the higher engine speed is and the longer the fuel injection pipe is.

for this reason, the average fuel flow rate per revolution is increased and the excess air ratio is decreased.

- (4) In the case of a small carburettor aperture, pressure wave acting the carburettor throat remarkably changes if the carburettor is made to approach the engine side so that the fuel flow rate is not so always gradually decreased as in the case of a large carburettor aperture and it attains the maximum on the way.
- (5) If fuel flow rate or excess air ratio remarkably fluctuates with engine speed, it is possible to reduce considerably such a fluctuation of the ratio with a small Helmholtz resonator, which has a suitably throttled inlet and a body made of elastic membrane.
- (6) When the throttle valve of a carburettor is rapidly closed, the fuel flow rate is remarkably decreased and is violently fluctuated before reaches a given value in the stationary operation. This fluctuation period is approximately equal to the natural vibration period of liquid column composed of the fuel injection pipe and the float chamber.
- (7) Such a variation of fuel flow rate can be observed in the case of accelerating operation.

Acknowledgement

The authors would like to express their thanks to Dr. T. Asanuma, professor in the Aeronautical Research Institute of Tokyo University for his instructions in this study and to Mr. K. Fukushima, Mr. T. Ameya, Mr. M. Shibata, Members in Heat Engine Laboratory of Muroran Institute of Technology for their assistant,

(Received May. 21, 1977)

References

- (1) K. C. Bier et. al. : SAE paper 690137 (1969-1)
- (2) D. L. Harrington, J. A. Bolt et. al. : SAE paper 700082 (1970-1)
- (3) J. A. Bolt et. al. : SAE paper 710207 (1971-1)
- (4) N. Sawa, M. Yamanobe : preprint of Japan Soc. Mech. Engrs. (Tokai) (1968)
- (5) K. Hata et. al. : preprint of Japan Soc. Mech. Engrs. No. 98 (1963)
- (6) T. Asanuma, N. Sawa : Trans. Japan Soc. Mech. Engrs. Vol. 25, No. 159 (1959)
- (7) Alfred Jante : SAE Trans. (1971)
- (8) N. Sawa, N. Honma : Memoirs of Muroran Inst. of Tech. Vol. 5, No. 2 (1966)

圧縮式冷凍機による排気タービン 過給機付ディーゼル機関の吸気冷却

水野忠治・吉田 豊・榎 清・媚山政良

The Suction Air Cooling Surpercharged Diesel Engine with Vapor Compression Refrigerator

Chuji Mizuno, Yutaka Yoshida,
Kiyoshi Enoki and Masayoshi Kobiyama

Abstract

To improve the performance of a supercharged Diesel engine, the suction air cooling supercharged Diesel engine cycle with vapor compression refrigerator is investigated, where refrigerator driven directly with a part of engine output cools the suction air to reduce the required power of the supercharger.

The thermodynamic analysis about this combination cycle clears that the specific power increases remarkably in comparison with conventional one, but a larger increase in the thermal efficiency is not expected.

1. 緒 言

圧縮式冷凍機を用い空気圧縮機の所要動力を低減する研究¹⁾²⁾の一環として、本報では排気タービン過給機付ディーゼル機関を対象とし、過給機（空気圧縮機）の吸気を機関出力の一部を用いた圧縮式冷凍機により冷却し、サイクルの性能の向上を図る研究を試みた。

過給機の吸気を冷却するとその所要動力を低減することが可能となり、相対的に過給機の圧力比を高めることができ、機関の平均有効圧力の上昇、すなわち機関出力の増加を期待することができる。また、吸気の冷却により機関の充填空気量を増すことができる。しかし、既報¹⁾²⁾のガスタービンにおけるような機関からの排ガスを再生し加熱熱量を低減する方法は往復動式の熱機関では採り得ないため、吸気の冷却は直接、機関の加熱々量の増加を招き、熱効率の顕著な増加は期待できない。このような特性を有する本サイクルは、その利用目的に応じて有用なものとなる可能性が明らかとなったので熱力学的な一般特性について報告する。

記 号

本文の基礎式などに用いる記号、添字および単位のおもなものをつぎに示す。

η_c : 過給機の断熱効率

η_T : タービンの断熱効率

η_{CR} : 冷媒圧縮機の断熱効率

η_m : 機械効率

η_B : 燃焼効率

η_r : 冷却器の温度効率

η : 熱効率

W : 機関一サイクルあたりの仕事 kgm/cycle

w : 単位空気流量あたりの仕事 kgm/kg

L_s : (正味) 比出力 PS/kg/s

q_{cc} : 単位空気量あたりの機関供給熱量 kcal/kg

A : 仕事の熱当量 kcal/kgm

C_p : 定圧比熱 kcal/kg $^{\circ}$ K

C_v : 定容比熱 kcal/kg $^{\circ}$ K

κ : 比熱比

R : ガス定数 kgm/kg $^{\circ}$ K

G_a : 単位時間あたりの空気流量 kg/s

G_{a-c} : 一サイクルあたりの空気流量 kg/cycle

G_r : 冷媒流量 kg/s

ϵ : 成績係数

θ : 吸気温度降下率 $= T_1/T_0$ ($0 < \theta < 1$)

ϕ_b : 過給度 (過給機の圧力比) $= P_b/P_o$

ϕ_r : タービンの圧力比 $= P_r/P_o$

α : 圧力上昇比 $= P_z/P_c$

β : 締切比 $= V_D/V_c$

ϵ_E : 圧縮比 $= V_B/V_c$

P : 圧力 kg/cm 2

P_{mth} : 理論平均有効圧力 kg/cm 2

t : 温度 $^{\circ}$ C

T : 温度 $^{\circ}$ K

V : 容積 m 3

V_h : シリンダ行程容積 m 3 $= V_B - V_c$

なお、圧力、温度、容積に対する添字は図2、3のサイクル線図の各位置に対応しており、比熱比に対する添字は b: 過給機 c: 機関圧縮過程 e: 燃焼-膨張過程 r: タービン内の各代表値を意味する。

2. サイクルの構成

図1に本サイクルの配置図を示す。過給機Cへの吸気は、直接膨張方式を採った蒸発器すなわち吸気冷却器Rにより大気温度 t_0 から t_1 まで冷却される。冷却された吸気は排気タービンTにより駆動される過給機で圧縮され機関へ入り、サバテ・サイクルを行なう。機関からの排気はタービンに送られ、大気圧まで膨張し、得られたタービン出力はすべて過給機に使用される。図2には排気タービン過給サイクルのP-V線図を、図3には冷却系のP-h線図を示す。図1の各要素の記号は同図中に、また、各位置の記号、数字はつぎのものを示しており、図2、3の数字と対応させてある。

- 0：大気状態（吸気冷却器入口）
- 1：過給機入口（吸気冷却器出口）
- B：過給機出口（機関入口）
- rI：排気タービン入口（機関出口）
- ro：排気タービン出口
- A, B, C, Z, D, E, F, G,

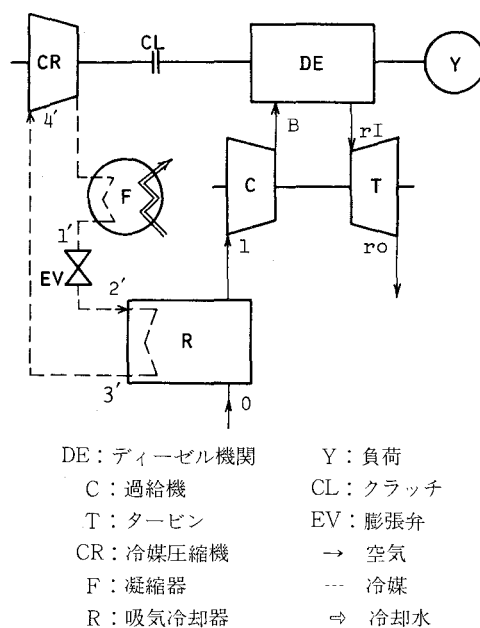


図1 吸気冷却サイクルの配置図

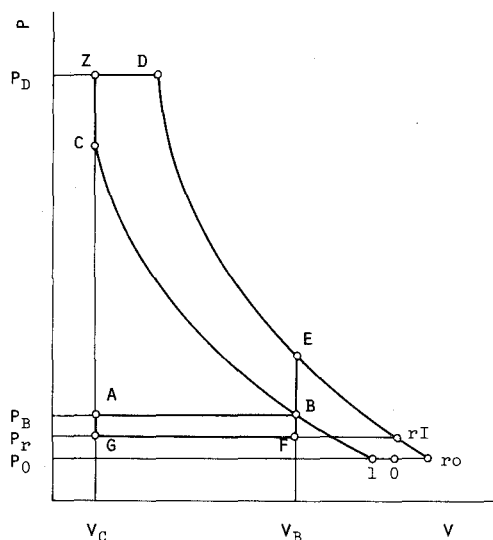


図2 吸気冷却サイクルP-V線図

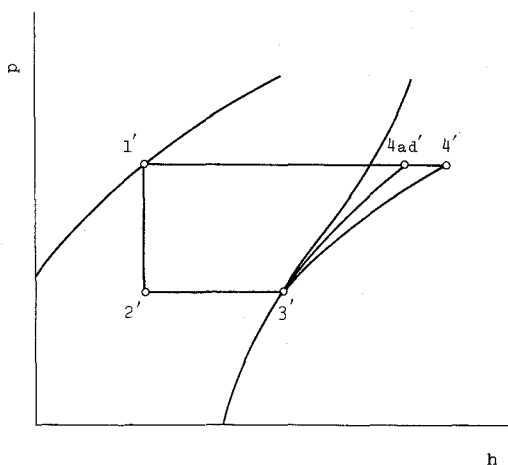


図3 冷却系P-h線図

A：理論過給サバテ・サイクル

1'：膨張弁入口（凝縮器出口）

2'：吸気冷却器（蒸発器）入口

3'：冷媒圧縮機入口（吸気冷却器出口）

4'：凝縮器入口（冷媒圧縮機出口）

4 ad'：断熱変化としての凝縮器入口

3. サイクルの基礎式

基礎式を求めるにあたり、つぎの仮定をおいた。

- (1) サバテ・サイクルの作動ガスは空気とし、空気標準サイクルとして考える。
- (2) 作動空気の比熱は過給機内、排気タービン内、機関における圧縮、燃焼—膨張の各過程において異なる値をとるものとする。
- (3) 冷媒は、使用予定の温度範囲で比較的成绩係数の高い R-21 とするが、蒸気表³⁾は -40°C までしか発表されていないので、近似的に -80°C まで求め用いる。
- (4) 圧力損失、流量損失ならびにふく射、伝導などによる熱損失はないものとする。
- (5) 冷媒の圧縮始めは乾燥飽和状態に、膨張弁前は飽和液の状態にあるものとする。
- (6) 大気温度 t_o は 15°C とし、冷媒の凝縮温度 t_F は 25°C とする。

機関内サイクルにおける各部温度および圧力は、つぎのとおりである。

$$T_1 = \theta T_o \quad (1)$$

$$T_B = \phi_b^{(\kappa_b-1)/\kappa_b} \theta T_o \quad (2)$$

$$T_C = \varepsilon_E^{(\kappa_c-1)} T_B \quad (3)$$

$$T_z = \alpha T_C \quad (4)$$

$$T_D = \beta T_z \quad (5)$$

$$T_E = (\beta/\varepsilon_E)^{(\kappa_e-1)} T_D \quad (6)$$

$$P_B = \phi_b P_o \quad (7)$$

$$P_C = \varepsilon_E^{\kappa_c} P_B \quad (8)$$

$$P_D = \alpha P_C \quad (9)$$

$$P_E = (T_E/T_D)^{\kappa_e/(\kappa_e-1)} P_D \quad (10)$$

また、理論過給サイクルを考えると次式を得る。

$$T_{rI} = (P_r/P_E)^{(\kappa_r-1)/\kappa_r} T_E \quad (11)$$

$$T_{ro} = (1/\phi_r^{(\kappa_r-1)/\kappa_r}) T_{rI} \quad (12)$$

冷媒の蒸発温度 T_E' は、吸気冷却器の温度効率を用い次式として求められる。

$$T_E' = T_o \{1 - (1 - \theta)/\eta_R\} \quad (13)$$

ここで、過給機の圧力比 ϕ_b は、次式より与えられるタービンの仕事 W_T 、過給機の仕事 W_c をもとに、両者相互間の機械効率 η_m を考慮し、式(16)のごとく求められる。

$$W_T = \eta_T \kappa_r R T_{rt} \{1 - 1/\phi_r^{(\kappa_r-1)/\kappa_r}\} / (\kappa_r - 1) \quad (14)$$

$$W_c = \kappa_b R \theta T_o \{ \phi_b^{(\kappa_b-1)/\kappa_b} - 1 \} / \{ \eta_c (\kappa_b - 1) \} \quad (15)$$

$$\phi_b = \left\{ \eta_c \eta_T \eta_m \frac{T_{rt}}{\theta T_o} (1 - 1/\phi_r^{(\kappa_r-1)/\kappa_r}) \frac{\kappa_r (\kappa_b - 1)}{\kappa_b (\kappa_r - 1)} + 1 \right\}^{\kappa_b / (\kappa_b - 1)} \quad (16)$$

したがって、各要素の動力、熱量などはつぎの諸式で求められる。一サイクル間に機関がなす仕事 W は次式となり、また、単位空気流量あたりの仕事 w は式(18)となる。

$$W = \alpha \varepsilon_E^{\kappa_e} \phi_b P_o V_c (\beta - 1) + \frac{\phi_b P_o V_B}{\kappa_e - 1} \{ \beta \alpha \varepsilon_E^{(\kappa_e-1)} - \beta^{\kappa_e} \alpha \} \\ + \frac{\phi_b P_o V_B}{\kappa_c - 1} \{ 1 - \varepsilon_E^{(\kappa_c-1)} \} + (\phi_b P_o - P_r) V_h \quad (17)$$

$$w = W / G_{a-c} \quad (18)$$

機関へ供給される加熱熱量 q_{cc} は次式となる。

$$q_{cc} = C_p \phi_b^{(\kappa_b-1)/\kappa_b} T_o \varepsilon_E^{(\kappa_e-1)} \{ (\alpha - 1) + \kappa_e \alpha (\beta - 1) \} / \eta_B \quad (19)$$

冷媒の凝縮温度 t_F と蒸発温度 t_E がきまると冷媒の $P-h$ 線図から成績係数 ε が求められ、 ε と冷媒圧縮機の断熱効率 η_{CR} ならびに図 2, 3 の関係からつぎの式が求められる。

$$\eta_{CR} = (h_{4ad'} - h_{3'}) / (h_{4'} - h_{3'}) \quad (20)$$

$$G_R (h_{3'} - h_{1'}) = G_a (h_0 - h_1) \quad (21)$$

$$\varepsilon = (h_{3'} - h_{1'}) / (h_{4ad'} - h_{3'}) \quad (22)$$

したがって、単位空気流量あたり必要な冷媒圧縮機仕事 w_{CR} は次式となる。

$$w_{CR} = G_R (h_{4'} - h_{3'}) / (A G_a \eta_m) = C_p T_o (1 - \theta) / (A \varepsilon \eta_{CR} \eta_m) \quad (23)$$

以上の諸式から正味仕事 w_s は次式、理論平均有効圧力 P_{mth} は式(25)となる。

$$w_s = w - w_{CR} \quad (24)$$

$$P_{mth} = w_s G_{a-c} / V_h \quad (25)$$

したがって、正味比出力 L_s および熱効率 η は次式となる。

$$L_s = w_s / 75 \\ = \left\{ \left[\alpha \varepsilon_E^{\kappa_e} \phi_b P_o V_c (\beta - 1) + \frac{\phi_b P_o V_B}{\kappa_e - 1} (\beta \alpha \varepsilon_E^{(\kappa_e-1)} - \beta^{\kappa_e} \alpha) + \frac{\phi_b P_o V_B}{\kappa_c - 1} (1 - \varepsilon_E^{(\kappa_c-1)}) + (\phi_b P_o - P_r) V_h \right] / G_{a-c} - C_p T_o (1 - \theta) \right\} / (A \varepsilon \eta_{CR} \eta_m) / 75 \quad (26)$$

$$\begin{aligned}\eta &= AL_s/q_{cc} \\ &= AL_s\eta_B/[C_v\phi_b^{(\kappa_b-1)/\kappa_b}T_o\varepsilon_E^{(\kappa_e-1)}\{(\alpha-1)+\kappa_e\alpha(\beta-1)\}] \quad (27)\end{aligned}$$

したがって、吸気冷却を施すことによる正味比出力の利得 ΔL_s ならびに熱効率の利得 $\Delta \eta$ はつぎのように求められる。

$$\Delta L_s = L_s - L_{s(\theta=1)} \quad (28)$$

$$\Delta \eta = \eta - \eta_{(\theta=1)} \quad (29)$$

4. 計算結果とその検討

4. 1 一般特性

式(28), (26), (16)の関連から吸気の冷却を行ない比出力の利得を増すには、吸気温度降下率 θ を小とし過給機の圧力比 ϕ_b を高め、また、冷却系の成績係数 ε を大にするとよいことがわかる。しかし、熱効率の利得に関しては、式(29), (27), (19)および式(16)の関連から吸気温度降下率を小とすることは必然的に供給熱量 q_{cc} の増加を招くため、利得を増すには吸気冷却器の温度効率 η_R および成績係数の改善がとくに必要となる。これらの傾向および大気温度 t_o 、冷媒凝縮温度 t_F' 、吸気冷却器の温度効率などの影響はガスタービンに圧縮冷凍機による吸気冷却を施した場

表-1. 吸気冷却サイクル計算のための設定値ならびに性能値

過給機の断熱効率	$\eta_c = 0.85$
タービンの断熱効率	$\eta_T = 0.85$
冷媒圧縮機の断熱効率	$\eta_{CR} = 0.85$
機械効率	$\eta_m = 0.98$
燃焼効率	$\eta_B = 0.99$
冷却器の温度効率	$\eta_R = 0.85$
定圧比熱	$C_p \text{ kcal/kg}^\circ K = 0.2401 \text{ (冷却器内)}$
定容比熱	$C_v \text{ kcal/kg}^\circ K = 0.2255 \text{ (燃焼過程)}$
比熱比	$\kappa_b = 1.40 \text{ (過給機内)}$
	$\kappa_c = 1.33 \text{ (圧縮過程)}$
	$\kappa_e = 1.31 \text{ (燃焼-膨張過程)}$
	$\kappa_r = 1.36 \text{ (タービン内)}$
機関回転数	$N \text{ rpm} = 2000$
すき間容積	$V_c \text{ m}^3 = 6.43 \times 10^{-4}$
行程容積	$V_h \text{ m}^3 = 9.0 \times 10^{-3}$
大気温度	$T_o \text{ }^\circ K = 288$
最高温度	$T_D \text{ }^\circ K = 2273$
過給機入口温度	$T_1 \text{ }^\circ K = 208 \sim 288$
最大気圧	$P_o \text{ kg/cm}^2 = 1.033$
タービン入口圧力	$P_D \text{ kg/cm}^2 = 60 \sim 100$
圧縮比	$P_{r1} \text{ kg/cm}^2 = 1.90$
締切比	$\varepsilon_E = 15$
	$\beta = 1.6 \sim 2.2$

合りに準じている。

計算を実行するにあたり用いた設定値および性能値を表1に示す。

計算結果の代表例として、図4に最高圧力 $P_D=80\text{ kg/cm}^2$ 、締切比 $\beta=1.9$ における熱効率 η 、比出力 L_s PS/kg/sを吸気温度降下率 θ に対応し示す。また同図には、過給機の圧力比 ϕ_b 、機関入口空気温度 T_B °K、圧力上昇率 α 、冷媒の成績係数 ϵ および冷凍機駆動動力 w_{CR} PS/kg/sを併記する。

図4より吸気温度降下率 θ を小さくするほど過給機の動力は低減し、過給機の圧力比 ϕ_b が上昇することがわかる。これに伴い理論平均有効圧 P_{mth} は顕著な増加を示し、 $\theta=0.75$ で約80%の増加率を示している。しかし、吸気温度降下率の低下に伴い機関の回転数を一定とする本サイクルでは空気流量 G_a も増加する。このため、正味比出力の最大値を示す吸気温度降下率 $\theta_{Ls, opt}$ が存在することとなり、その値は最高圧力、圧縮比、締切比、最高温度など機関の特性を示す諸値に依存し変化するとともに、冷却系に用いる冷媒の種類、凝縮温度、吸気冷却器の温度効率によっても変化する。また、熱効率に対しても吸気温度降下率の低下は正味比出力に対すると同様の影響を与えると同時に加熱熱量の増加を招き、熱効率の最大値を与える吸気温度降下率 $\theta_{\eta, opt}$ が存在し、熱機関の排熱を再生しえない往復動機関では機関入口（吸気冷却器出口）の空気温度の影響が正味比出力に対する

よりも大きく作用するため $\theta_{\eta, opt}$ は正味比出力に対する $\theta_{Ls, opt}$ よりも高い値を示す。また、上記の理由により吸気冷却を施すことによる利得は正味比出力では約7%と顕著な性能向上を示すのに対し、熱効率では約0.4%と低い値となっている。したがって、本サイクルは熱効率の向上をあまり期待せず比出力の増加を要求する分野で利用することが望ましく、また装置の複雑化をさけるため冷凍船ないしは比較的冷凍容量の大きい冷凍装置を有する建造物内でその冷凍容量の一部を機関過給機の吸気冷却に用いる²⁾のが設備費からみると有利であると考えられる。また、その場合熱効率を損なわず正味比出力の増加を図るため図4の設定条件では $\theta=0.85$

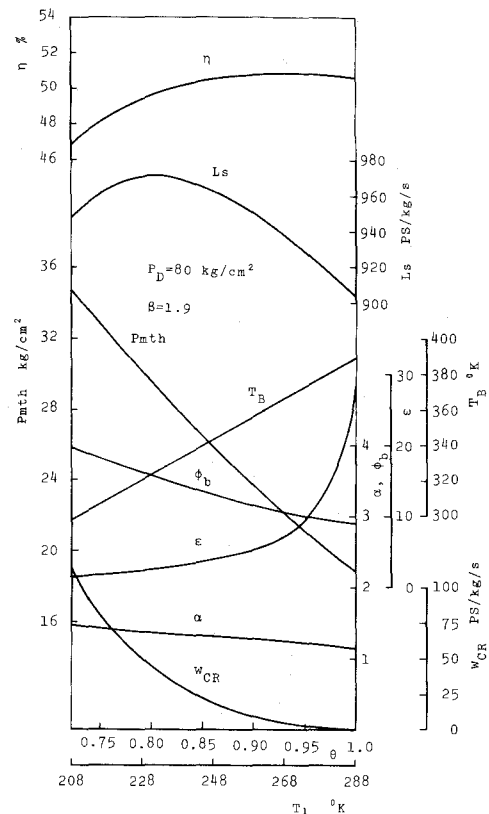


図4 吸気温度降下率による熱効率、正味比出力および他の性能値の変化

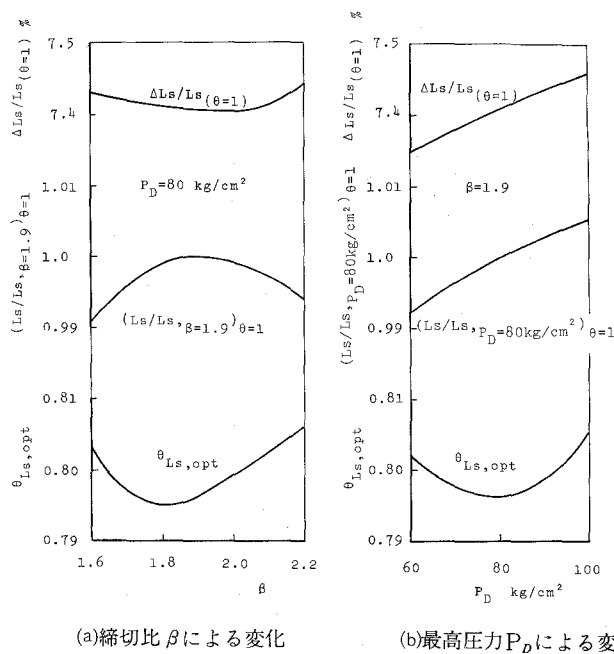


図5 吸気冷却が比出力に及ぼす影響

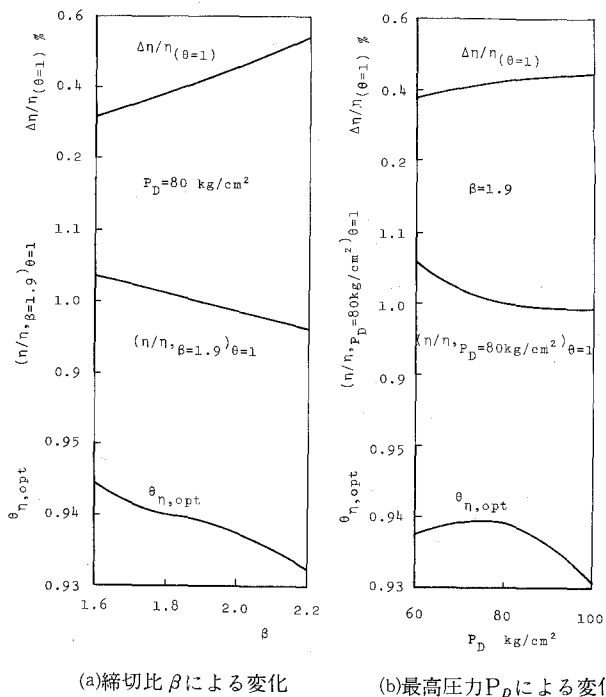


図6 吸気冷却が熱効率に及ぼす影響

～0.90 の範囲で作動することが望ましいと考えられる。

4. 2 比出力

最高圧力 P_D および締切比 β を変数とし計算を行なった結果のうち比出力に関する諸値を図 5 に示す。同図には、吸気冷却を施すことによる正味比出力の利得 $\Delta L_s / L_s (\theta=1)$ 、利得の最大値を示す吸気温度降下率 $\theta_{Ls, opt}$ および最高圧力 $P_D=80 \text{ kg/cm}^2$ 、締切比 $\theta=1.9$ を基準とした吸気冷却を施さない場合 ($\theta=1$) の比出力 ($L_s / L_{s, P_D=80 \text{ kg/cm}^2, \beta=1.9} \theta=1$) を示す。

本計算範囲では 7% 以上の正味比出力の利得を得ている。また、利得の最小値および正味比出力の最大値を示す締切比が存在し、 $\beta=1.9$ 近傍で正味比出力の最大値 971 PS/kg/s を得ている。なお、吸気冷却を施さない場合にも $\beta=1.9$ 近傍で比出力の最大値を得、その値は 904 PS/kg/s である。最高圧力に関しては、その値が大きくなるにつれ正味比出力の利得、利得、吸気冷却を施さない場合の比出力は増加の傾向を示している。しかし、正味比出力の最大値を示す吸気温度降下率 $\theta_{Ls, opt}$ は $P_D=80 \text{ kg/cm}^2$ 付近で極小値をもつ傾向を示し、その値は約 $\theta=0.80$ ($T_1=234^\circ\text{K}$) である。

4. 3 熱効率

比出力におけると同様に熱効率に関する結果を図 6 に示す。

本計算範囲では約 0.4% の熱効率の利得を得、正味比出力の増加率に比較するとその値は低い。熱効率の最高値を示す吸気温度降下率 $\theta_{\eta, opt}$ は約 $\theta=0.90$ ($T_1=270^\circ\text{K}$) であり、比出力に対する $\theta_{Ls, opt}$ よりもかなり高い値を示している。また、締切比 β 、最高圧力 P_D が増加するにつれ熱効率の利得は増加する傾向を示すが、締切比、最高圧力の小なる方が熱効率は高い値となる。 $\theta_{\eta, opt}$ は最高圧力 P_D に対し極大値を持ち、締切比 β に対しては本計算範囲では極値を持たず単調減少の傾向を示す。

5. 結 言

圧縮式冷凍機を用い排気タービン過給機付ディーゼル機関の吸気冷却を行なうサイクルについて熱力学的解析を行ない、本設定条件、計算範囲内でつぎの結果を得た。

(1) 在来形のサイクルに比較し、比出力、熱効率ともに向上するが、その割合は比出力の方が大きいため、おもに比出力を増加させる要求のある場合に本サイクルを用いる方がサイクルの特徴を生かすことができる。

(2) 比出力の利得は約 7%、熱効率の利得は約 0.4% であり、そのおのおのに対し最高値を与える吸気温度降下率が存在し、熱効率に対する吸気温度降下率の方が比出力に対する値よりも高い。

(3) 比出力の利得は最高圧力が一定の場合にはある締切比で最小値を示し、締切比が一定の場合には最高圧力が高くなるにつれ単調増加する。熱効率の利得は最高圧力が一定の場合には締

切比の高い方が、締切比が一定の場合には最高圧力の高い方が高い値を示す。しかし、一般に最高圧力、締切比が熱効率、比出力の利得に及ぼす影響は吸気温度降下率に比較し少なく、また、利得の最大値を示す最高圧力、締切比は比出力、熱効率の最大値を示す値とは必ずしも一致するとは限らない。

以上熱力学的解析の結果をのべたが、本サイクルは在来型のディーゼル機関のほかに圧縮式冷凍機による冷却系を必要とし、装置の複雑化、熱機関と冷却系のマッチングの問題、吸気冷却器の防霜の問題さらに冷却系において冷却水を必要とするなど実際に利用するには解決すべき諸問題があるが、とくに比出力の増加が顕著であるため、たとえば、排気タービン過給機を伴うディーゼル機関の出力を用い冷凍を行なうプラントなどにおいて、その冷凍容量の一部を用い吸気冷却を行なう場合などにおいては有用なサイクルとなり得るものと考えられる。

終わりに、本研究報告のため協力をいただいた本学卒業生川畑康司君ならびに北海道大学大型計算機センターの方々に対し深く謝意を表す次第である。

(昭和 52 年 5 月 21 日受理)

文 献

- 1) 水野忠治, 媚山政良, 吉田豊, 榎清: 日本機械学会論文集, 42-363 (昭 51-11), 3571.
- 2) 水野忠治, 海淵俊明, 媚山政良, 吉田豊: 冷凍, 48-549 (昭 48-7), 1.
- 3) 冷凍空調便覧編纂委員会: 冷凍空調便覧, (昭 38), 109, 日本冷凍協会.

自動車に関する人間工学的研究 (II)

正常時と飲酒時の運転特性

内藤正鄰, 浜田恒平, 角田充*, 坂本裕一**, 稲川敬晃***

Human Engineering Study on the Automobile (II)

-On characteristics of driving when drivers are drunk
and when they are not drunk-

Masachika Naito, Kouhei Hamada, Mitsuru Tsunoda,
Yuichi Sakamoto and Noriaki Inagawa

Abstract

In the first report, in order to examine characteristics of driving when drivers were drunk and when they were not drunk, the simulator of the automobile was used. In this report drivers used automobile on the test road. The flicker test, lamp test, slalom test and running test were carried out. The responsive function, the power of attention and judgment and handling faculty were investigated.

1. 緒 言

飲酒することにより、人間は注意力、判断力、反射機能などが低下することは当然予想されることである。そこでこれらが自動車の運転上どのような形であらわれるかを調べることにした。前報⁽¹⁾ではこれらの数量的表示を目的に模擬運転装置による非飲酒時(以後正常時と呼ぶ)と飲酒時の生理機能、運転機能の特性の比較を行なった。この模擬運転装置は軽自動車を改造した装置で実験室内に設置され、路上走行時の映画を見ながら自動車運転のシュミレーションを行なうもので、実際に路上で自動車を運転する場合と比較して、かなり条件が異なるものと考えられる。それで本研究では法規上の点を考慮して、自動車学校内のコース上において正常時および飲酒時の運転を行ない前報同様な各種の実験測定を行なった。

2. 実 験 方 法

実験は41年式日産セドリックワゴンを用いて、室蘭自動車学校の図1に示すコースにおいて実験を行なった。被験者は合計21名、年令18~24才、運転歴1~4年の室蘭工大学生、教職

* アイコク工業(株) ** 宮澤鋼業(株) *** 日産ディーゼル販売(株)

員とした。正常時で所定の実験終了後、2～3週間後、同様の飲酒時での実験を行った。飲酒量は各被験者の適量（ほろ酔い感する程度）を清酒で与えた。この量を約30分間で飲み、更に30分経ってから実験を開始した。実験に先立って北川式検知器を用いて各被験者の呼気アルコール濃度の測定を行なった。実験は初めに周回方法と実験要領の説明を行なってからスラロームテストを行なった。次にコースを2周して実験コースを覚えさせ、本実験に入る。本実験は実験コースを2周させ、その間に各種の試験を実施した。試験した項目は次の通りである。

1) フリッカー検査

フリッカー検査は実験直前、スラローム走行後、本実験終了直後、各々3回測定しこれらの平均値とする。

2) ウィンカー操作

コース内に16ヶ所のチェックポイントを置き、そこでの右、左折合図の有無を数へた。

3) ブレーキ操作

コース内の交差点、曲り角に入る前では必ずブレーキをかけて減速することを命じ、コース内17ヶ所でチェックした。

4) 安全確認

コース内13ヶ所で左右確認の有無を調べた。

5) ハンドル操作

縁石に対する接輪、脱輪の回数を調べた。

6) ミスコース

設定された実験コースを誤って走行しようとした場合の回数を調べた。

7) ランプテスト

図2に示すような装置をフロントガラスに取付けた。これらの電球（右5W赤色、左25W橙色）が点灯してからブレーキペダルを踏むまでの時間を測定した。コース周回中左電球3回、右電球2回、計5回点灯して反応時間を調べた。

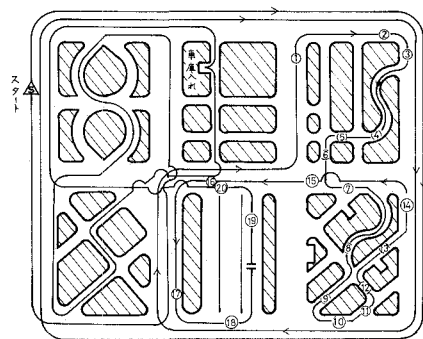


図1 実験コース回路図

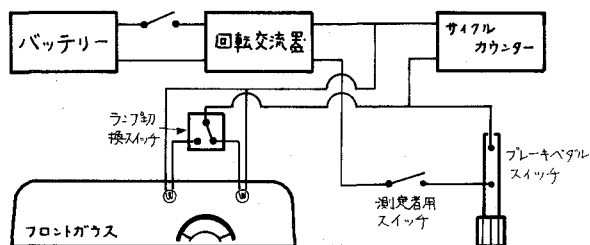


図2 ブレーキテスト回路図

8) 通過判断

試験車の車巾が1.6 mあるので、コース中に3種類のポール間隔(1.5 m, 1.7 m, 2.0 m)を設定してポール間を走行させ、通過判断を行なわせた。判定としてはブレーキ操作をせずにポール間を通過したか、しなかったか。ブレーキ操作をして一旦停止してからポール間を通過したか、しなかったか。ポールに車体が触れたか倒したかによって行なった。

9) スラロームテスト

図3に示すようなポール配置を本実験コースと別の所に設置してスラロームテストを行なった。試験はポール通過後再びUターンして逆に同じコースをスラロームして出発点に戻させた。ポール下部に触れた場合をミス1点、衝突したり倒した場合をミス2点としてミス点を合計した。また試験の所用時間も計測した。

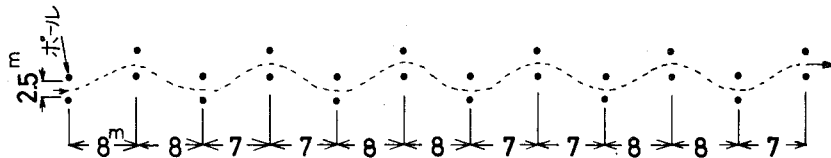


図3 スラローム用ポール配置図

3. 実験結果および考察

3. 1 飲酒量と呼気アルコール濃度

図4に被験者全員についての飲酒量と呼気アルコール濃度との関係を示す。同じアルコール濃度に達するのに各人によって相当飲酒量に開きがある。これは、また同じ量飲んでもかなり異なったアルコール濃度になることを示す。これがいわゆる酒の強さで、弱い人は濃度が高く出る。即ち個人差があり両者は完全には比例しない。しかし全体としてみれば、飲酒量が増大すれば呼気アルコール濃度も増加する傾向がみられる。

3. 2 フリッカー検査

フリッカー値は個人差があるので、各実験値から実験開始直前値を引いた偏差値を用いる。図5は本実験終了時の飲酒量に対するフリッカー偏差値差(飲酒時-正常時)を示す。3名を除きほとんどの者が飲酒によりフリッカー値が低下した。またスラローム試験終了時のフリッカー値もほぼ同様の傾向がみられた。宇留野⁽²⁾によれば酒の麻酔作用により脳の中樞神経の活動がにぶり、フリッカー値が低下するものと言われている。

3. 3 ウィンカー操作

飲酒量とウィンカー操作ミスの回数の関係を図6に示す。図より操作ミスのなかった者は正

常時 14 人, 飲酒時 11 人であった。酒量 3.5 合未満の者のミス回数は, 3.5 合以上の者にくらべて相当少ない。これは前報でものべた様にウィンカー操作のような習慣性のものは軽い酒酔ではあまり影響はないが, 酔が増すにつれて急にミスが目立つようになる。今回の場合, 被験者全体の平均で飲酒時のミスは正常時にくらべて約 3 倍となった。個人的にみれば飲酒時にミスの増加した者 9 名, 減少した者 3 名, 変らなかったもの 9 名であった。特に酒量 9 合の 2 名のミスは 10 回以上であった。

3. 4 ブレーキ操作および安全確認

飲酒量とブレーキ操作ミス回数の関係を図 7 に示す。また飲酒量と, 飲酒時と正常時のブレーキミス回数の差との関係を図 8 に示す。これらより正常時においてミスの無い者が 4 名, 7 回以上の者は 1 名である。しかし飲酒時にはミスの無い者はいない。また 7 回以上の者は 8 名であった。個人的には飲酒時の方がミスの増加した者が 14 名, 減少した者は 4 名。被験者

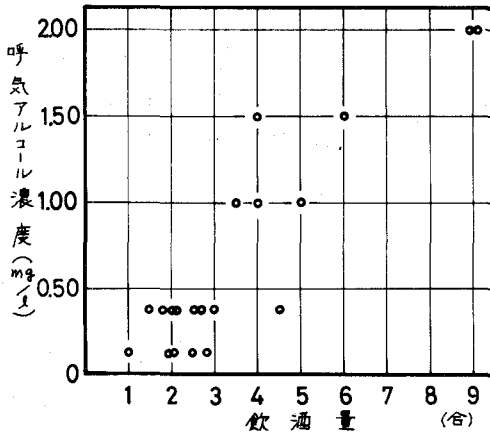


図 4 飲酒量と呼吸アルコール濃度

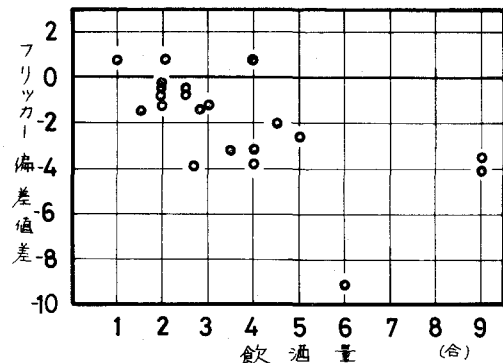


図 5 飲酒量とフリッカー値

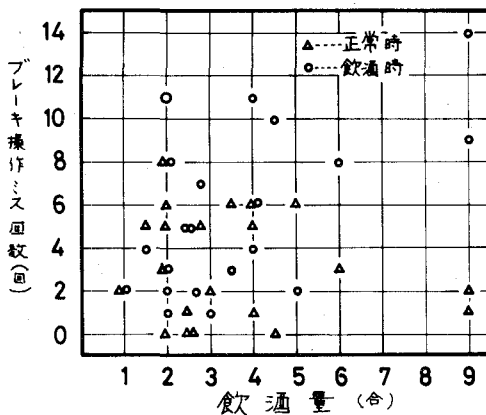


図 6 飲酒量とウィンカー操作ミス回数

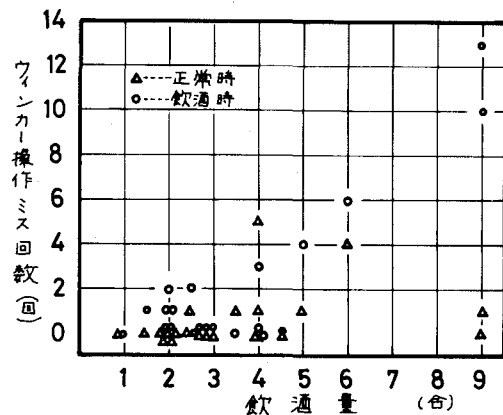


図 7 飲酒量とブレーキ操作ミス回数

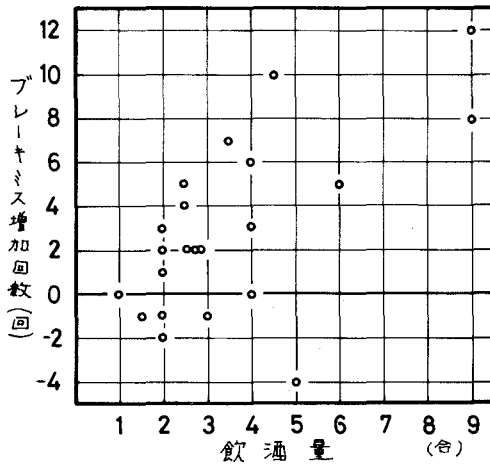


図8 飲酒量と、飲酒時と正常時の
ブレーキ操作ミス回数の差

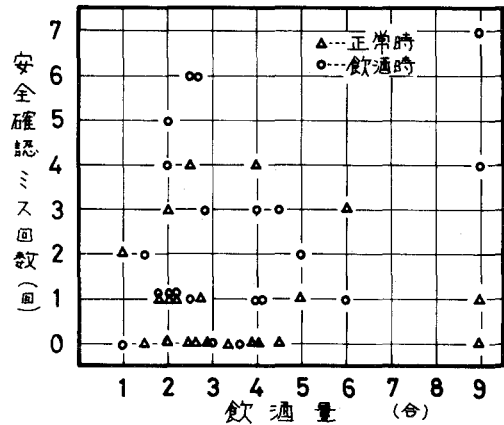


図9 飲酒量と安全確認ミス回数

全体の平均では飲酒時のミスは正常時にくらべて約2倍となった。安全確認のミス回数と飲酒量の関係を図9に示す。ここでミスの無い者は正常時9名飲酒時3名、ミス3回以上は4名対9名。個人的にみれば飲酒により増加した者13名、減少した者6名。被験者全体の平均は飲酒時の方が約2.4倍多い。

3.5 ハンドル操作

実験コースにおいて主に縁石への接輪、脱輪があったのは、S字、クランク、車庫入れのバックなどの所であった。測定結果を表1に示す。これより正常時において接輪した者は1名1回のみであったが、飲酒時には3名12回、脱輪については正常時は7名、最高2回合計9回、飲酒時7名、最高5回、合計15回。接、脱輪を合せて、個人的にみれば飲酒により増加した者9名、減少した者4名、全体の平均では飲酒時の方が約2.5倍ハンドル操作に影響した。

3.6 ミスコース

ミスコースの特長は進行方向をまちがえるよりもコースの途中を省略して次のコースへ入ってしまう形が多かった。ミスコース回数を表1に示す。正常時ミスコースの無かった者8名、飲酒時5名、また個人的には飲酒時に増加した者12名、減少した者6名。全体の平均では約2.2倍飲酒時にミスが増加した。また参考のためコース周回に要する時間も測定した。ただこの時間には、ランプ反応時間の測定や一時停止、ミスコース、コースのなれ（飲酒時は2回目以上なのでなれてくる）などがあるので画一的には判断出来ない。

実験コースの周回の標準時間は正常時において約9分であった。飲酒時においては15名が正常時よりも所用時間が短かった。最も早い者で周回7分、又5分時間を短縮した者もいた。逆に正常時より長かった者の内9名飲んだ者は脱輪やミスコースが多くこれが時間に影響して

表1.

飲 酒 量 (合)			1.0	1.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.5	2.7	2.8	3.0	3.5	4.0	4.0	4.0	4.5	5.0	6.0	9.0	9.0	合 計
ハンド おける ル線 石への 作に	(回) 接 輪	正 常 時	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
		飲 酒 時	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	4	0	12
	(回) 脱 輪	正 常 時	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	2	1	0	2	9
		飲 酒 時	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	3	2	0	1	0	0	0	5	15
	(回) ミスコース回数	正 常 時	3	1	0	2	0	0	1	1	1	0	1	0	0	2	1	0	1	2	1	3	0	20
		飲 酒 時	0	0	4	1	1	1	2	1	1	2	0	0	3	3	0	2	3	1	2	5	1	33
実 所 用 時 間	(分・秒) コース 時間	正 常 時	10.12	10.28	9.00	8.21	8.40	10.00	10.17	10.10	10.17	12.00	10.44	10.06	10.15	14.00	9.54	9.00	10.00	9.15	8.28	10.23	10.28	212.58
		飲 酒 時	7.45	7.06	8.21	8.05	7.00	8.16	9.15	10.18	7.40	9.45	8.30	9.34	9.45	9.00	9.56	9.15	10.25	8.16	8.41	9.13	15.27	191.33
ス ラ ロ ー ム テ ス ト	(本) ボ ー ル 接 触	正 常 時	0	0	1	2	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	4	1	0	3	1	0	16
		飲 酒 時	1	4	1	4	2	2	3	1	4	1	5	1	0	0	2	5	2	2	1	6	9	56
	(本) ボ ー ル 突 撃	正 常 時	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	2	0	1	2	0	0	0	0	2	0	5	15
		飲 酒 時	0	4	1	0	4	1	5	0	2	0	1	2	0	9	1	2	0	3	5	5	6	51
	(分・秒) 通過時間	正 常 時	1.58	1.23	2.08	1.13	1.33	1.41	2.22	1.52	1.47	2.33	1.56	1.46	1.31	2.01	1.50	1.33	2.33	2.07	1.46	2.28	2.18	40.19
		飲 酒 時	1.34	1.21	2.12	1.14	1.01	1.36	2.02	1.38	1.24	1.24	1.31	1.45	1.28	1.43	2.06	1.34	2.29	1.52	2.04	1.54	2.51	36.43

表2. ポール通過記録

酒 量 (合)			1.0	1.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.5	2.5	2.7	2.8	3.0	3.5	4.0	4.0	4.0	4.5	5.0	6.0	9.0	9.0
ポ ー ル 間 隔	1.5m	正 常 時	t	a	t	t	S	t	t	t	t	t	t	t	t	S	t	t	t	a	t	t	t
		飲 酒 時	t	t	t	t	t	t	t	t	t	a	t	a	t	S	a	t	a	a	t	t	t
	1.7m	正 常 時	T	t	t	t	T	T	T	a	T	T	a	t	t	t	t	t	t	A	A	t	T
		飲 酒 時	t	t	t	t	a	T	S	t	t	a	A	a	S	S	A	t	A	a	T	t	T
	2.0m	正 常 時	T	A	T	a	T	T	T	T	T	T	T	A	T	T	a	T	T	T	T	a	T
		飲 酒 時	T	A	T	t	T	T	T	T	T	a	T	A	T	T	T	t	T	A	T	a	T

T: ポール間通過 t: 通過せず A: 一旦停止後通過

a: Aで通過せず S: Tのときボールに衝突

いる。いずれにしろこれはやはり酒のためスピード感が鈍り、飲酒時のスピードが上がったためと思われる。

3. 7 ランプテスト

反応時間即ちランプの点灯を見てからブレーキを踏むまでの時間は正常で1.01~1.36秒、飲酒時で0.8~1.39秒であった。前報は室内で条件が一定であったが、本実験は屋外であったので、晴天の明るい日と、曇った暗い日とではランプの見え方に極端な差があり、比較は困難であった。ただ飲酒時、5回のランプ点灯に一度もブレーキを操作しなかった者が1名いた。

3. 8 通過判断

表2に被験者全員の正常時、飲酒時のポール間を通過したか、しないかの記録を示す。ここでポール間隔1.5mの場合は、車は通過出来ない。正常時においてブレーキ操作をしながら通過をこころみた者が2名、飲酒時には5名に増加。1.7mの場合は4名と7名とこれまた増加し

ている。またブレーキなしで1.7 mを通過しようとした者は正常時、飲酒時で7名：6名。これらのうち飲酒した3名がポールに接触している。2.0 mの場合、飲酒時にノーブレーキでポールを通らなかった者が2名いた。これらより考えて、車が通過出来るかどうかの高度な判断をすばやく行なわなければならないような時には飲酒の影響がみられる。

3. 9 スラロームテスト

実験結果を表1に示す。これらのうち飲酒量とスラロームミス点の関係を図10に示す。これらより正常時、ミス点0の者は9名、4点未満9名、最高10点、飲酒時は0点1名、4点未満8名、8点以上10名。被験者全体の平均でも飲酒の方が約3.5倍増加している。通過時間につ

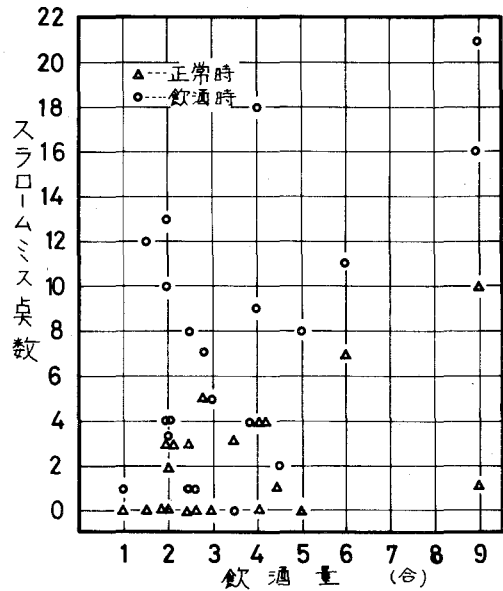


図10 飲酒量とスラロームミス点

いては、通過するコースが外側に大きくふくらむ場合とコースを内側にとる場合が考えられるが、今回の実験ではこれらは記録出来なかった。しかしポール接触、衝突本数(以後両者合わせて単にポール数と呼ぶ)が多く、かつ通過時間の早い場合は内側コース、遅い場合は外側コースではないかと考えられる。正常時に比べて飲酒時の通過時間の10秒以上早い者が10名、10秒以上遅い者3名、特に遅い者は酒量も多くポール数も15本と多く外側コースを通ったのではないと思われる。またポール数1本で69秒も早い者は正常時に比べて約1.8倍の早さでポールを通過している。これは試験コースのなれを考慮に入れても、やはり飲酒の影響があらわれ、スピード感を鈍らし、行動を大胆にするためではないと思われる。

4. 結 言

飲酒時と正常時の自動車の路上運転における諸特性を比較して次の結論を得た。

- (1) 飲酒によりフリッカー値は低下する。また瞬間的な高度な判断力も低下する。
- (2) ウィンカー操作のような割合単純な習慣性による動作は飲酒量の少ないうちには影響は少ない。しかし飲酒量が3.5合以上の者では影響が大きく出て来る。正常時のミス回数の平均にくらべて飲酒時のそれは約3倍の増加が記録された。
- (3) ブレーキ操作、安全確認、ハンドル操作、ミスコースなどはいずれも飲酒量に対して似た傾向がみられた。すなわちそれらは正常時のミス回数の平均にくらべて飲酒時のそれは約2~2.4倍増加した。

(4)スラロームテストにおいて、正常時のミス点の平均にくらべて飲酒時のそれは約3.5倍に増加している。又飲酒によりスピード感が鈍り、最も影響の大きい者は、正常時にくらべて約1.8倍のスピードで通過した。

本研究を行うに当り御協力頂いた室蘭警察署、ならびに室蘭自動車学校に厚く感謝いたします。

(昭和52年5月21日受理)

文 献

- | | |
|---------------|----------------|
| 1) 内藤ほか：室工大研報 | 8(2)115 (1974) |
| 2) 宇留野 ；交通心理学 | 技術書院P 77 |

Some Advancements in the Structural Theory of Integrals

Yoshio Kinokuniya*

Abstract

To establish an epistemo-geometrical interpretation of the integration process to be based on the a priori measure, we meet some difficulties. Especially, an important classical theorem does not hold in this theory of integrals. However, through some renovations, relations are found in refreshed fashions.

O. Introduction

When we look into a euclidean space (of finite dimension) E , it is found requisite that the arrangement of its points is forced to have its geometrical form to conform to the coordinate system thereto given. So, we may specifically associate the points themselves of E with their forms. Moreover, sizes of the points are accordingly considered to be associated with them. For instance, if we adopt the polar coordinate system, the size of a point must accordingly be considered to be the larger as its distance from the origin increases. We denote by $[p]$ the spatial occupation of a point p in E associated with its geometrical form and size such as abstracted in the above and posit such that

$$\mu_p = \tilde{m}[p], \quad (0.1)$$

$\tilde{m}$ being the a priori measure. Then, μ_p will be taken as an abstract measure of a point p .

Using μ_p , for a set A in E we may have the integral expression of $\tilde{m}A$ in the form

$$\tilde{m}A = \int_{p \in A} \mu_p = \int_{p \in A} dp. \quad (0.2)$$

However, there is an important criticism on this construction. For instance, if A is a closed circular disk, for a boundary point p of A , it may be considered natural that

$$\tilde{m}[p] \cap A = \frac{1}{2} \tilde{m}[p]. \quad (0.3)$$

So then, in the integration of (0.2), to such a p $\frac{1}{2} \mu_p$ will rather be taken to be assigned instead of μ_p . However, to avoid such a complexity, we will find it better if we apply instead of (0.2) the expression

$$\tilde{m}A = \nu(A) \cdot \mu \quad (0.4)$$

on condition that all the points of E are assumed to be of the same size measured as μ . In this relation $\nu(A)$ is called the *inversion number* of A in respect to μ .

If $U(p)$ is a neighborhood of p , in case of a circular disk A , we may, with regard to the

* 紀國谷 芳雄

formula (0.3), have

$$\tilde{m}U(p) \cap A = \frac{\nu(U(p) \cap A)}{\nu(U(p))} \tilde{m}U(p).$$

Thus, if the diameter of $U(p)$ tends to zero, the right hand tends to

$$\frac{1}{2} \lim \tilde{m}U(p),$$

which will give a duplicate version of (0.3). Incidentally, if we take μ_p in the relation (0.2) as a primitive summand simply corresponding to the spatial position of p which is not directly connected with any limiting process as $\lim \tilde{m}U(p)$, then the preference of $\frac{1}{2}\mu_p$ may not necessarily be claimed, because the relation (0.2) then, instead of the construction

$$\frac{\tilde{m}[p] \cap A}{\tilde{m}[p]} = \frac{1}{2},$$

simply suggest that the density of the points of A at the point p is equal to $\frac{1}{2}$. However, if we particularly insist on this version, the definition (0.1) is thereby to meet a contradiction. So, we shall henceforth renounce the expression (0.3). We may thus eventually regard the formulas (0.2) and (0.4) are telling the same meaning in case $\mu_p = \mu$ for every point in E .

A similar thing to the above-stated correlation is observed on the limiting process of a function $f(x)$ of a real variable x . By G. Cantor was adopted the conventional version that

$$1 = 0.999\cdots$$

This is considered as based on the admission that

$$1 = 1 - 0. \quad (0.5)$$

However, the mere formula (0.5) apparently meets a contradiction when we have

$$f(1) \neq f(1-0). \quad (0.6)$$

In this context, we may regard (0.5) is, as it were, a static expression about the point 1 whereas (0.6) is a sort of kinetic relation between the values of $f(x)$. So, also in the above-stated case, we may regard $[p]$ is the static notion of the point-occupation whereas

$$\lim U(p)$$

is the kinetic notion of the practical limit.

The integral

$$\int_A f(p) dp \quad (0.7)$$

is primarily defined as the limit of the summation

$$\sum_k \frac{k}{2^n} \tilde{m} \left\{ p \in A \left| \frac{k-1}{2^n} < f(p) \leq \frac{k}{2^n} \right. \right\}$$

for $n \rightarrow \infty$, and thus we have the relation

$$\int_A f(p) dp = E(f, A) \tilde{m}A,$$

$E(f, A)$ being the mathematical expectation of the values of f over a set A . (0.7) may be referred as an *integral by the Lebesgue process*. But, since $\tilde{m}$ is a generalized extension of the

2. Stieltjes Construction

Since we may write

$$\int_{p \in A} f(p) dp = \int_{p \in A} f(p) \mu_p = \int_{p \in A} f(p) \tilde{m}[p],$$

we denote this integral by $m(f, A)$, and since

$$H(A) = \int_{p \in A} h(p) dp,$$

regarding H as a measure to be applied instead of $\tilde{m}$, we may possibly have an integral of Stieltjes type

$$H(f, A) = \int_{p \in A} f(p) H([p]).$$

In effect, we can define this integral by the following Lebesgue-Stieltjes process :

$$H(f, A) = \lim \sum_n \frac{k}{2^n} H(A_{(n, k)}) \quad (2.1)$$

with

$$A_{(n, k)} = \left\{ p \in A \mid \frac{k-1}{2^n} < f(p) \leq \frac{k}{2^n} \right\}.$$

We decompose h in the form

$$h(p) = h_{(+)}(p) - h_{(-)}(p),$$

where $h_{(+)}$ and $h_{(-)}$ are defined such that

$$h_{(+)}(p) = h(p) \text{ and } h_{(-)}(p) = 0 \text{ when } h(p) \geq 0$$

and

$$h_{(+)}(p) = 0 \text{ and } h_{(-)}(p) = -h(p) \text{ when } h(p) < 0.$$

Then $H(f, A)$ may correspondingly be decomposed as

$$H(f, A) = H_{(+)}(f, A) - H_{(-)}(f, A). \quad (2.2)$$

Since (in the bounded case) both of the limitations

$$\lim \sum \frac{k}{2^n} H_{(+)}(A_{(n, k)}) \text{ and } \lim \sum \frac{k}{2^n} H_{(-)}(A_{(n, k)})$$

are easily ascertained to be convergent, the relation (2.1) is found adoptable as a definition, provided that h and f are both bounded in A .

Now, having regard to the composition (2.2), let us assume that $h(p) > 0$ everywhere in A . Then, for each $A_{(n, k)}$ we have

$$H(A_{(n, k)}) \geq 0,$$

hence

$$\frac{k-1}{2^n} H(A_{(n, k)}) \leq \frac{k}{2^n} H(A_{(n, k)}) \quad (2.3)$$

Then, by the definition of $A_{(n, k)}$, we have

$$\frac{k-1}{2^n} H(A_{(n, k)}) = \int_{A_{(n, k)}} \frac{k-1}{2^n} h(p) dp \leq \int_{A_{(n, k)}} f(p) h(p) dp$$

and

$$\int_{A_{(n, k)}} f(p) h(p) dp \leq \int_{A_{(n, k)}} \frac{k}{2^n} h(p) dp = \frac{k}{2^n} H(A_{(n, k)}),$$

so that, interpolating these relations in (2.3), we have

$$\frac{k-1}{2^n} H(A_{(n, k)}) \leq \int_{A_{(n, k)}} f(p) dp \leq \frac{k}{2^n} H(A_{(n, k)}).$$

Thus, from the definition (2.1), we conclude the following theorem.

Theorem D. *If $\bar{m}A \neq \infty$ and if one-valued functions f and h are both bounded in A , then we have*

$$H(f, A) = F(h, A) = \int_A f(p) h(p) dp.$$

By the way, if A is a subset of an open set G and at almost every point of A has the determinate density $h(p)$ and if $f(p)$ is bounded in G , it is notable that we may then have the relation

$$m(f, A) = H(f, G)$$

on extension of $h(p)$ such that $h(p) = 0$ when $p \notin A$. In addition, this case can be regarded as the one where it is almost everywhere in G observed that $h^*(p) = h(p)$.

3. Relative Expectance

We define $E_H(f, A)$ as

$$E_H(f, A) = H(f, A) / H(A)$$

on condition $H(A) \neq 0$, and refer to it as the *expectation* of f in A with respect to H or the *H-expectation* of f in A . If the value $f_H^*(p)$ defined as

$$f_H^*(p) = \lim E_H(f, U(p))$$

where the neighborhood $U(p)$ of p is let to tend to the singleton $\{p\}$, does not vary with the choice of the tending behavior of $U(p)$ except for the condition that the diameter of $U(p)$ tends to zero, then we say f is *strongly expectant in respect of H* and refer to f_H^* as the *relative expectance* of f to H or the *H-expectance* of f .

When f and h are functions bounded in an open set G , if f is strongly expectant in respect of H almost everywhere in G and yet if h is strongly expectant almost everywhere in G , then we may, at almost every point p of G , have

$$\lim \frac{H(f, U(p))}{\bar{m}U(p)} = \lim \frac{H(f, U(p))}{H(U(p))} \cdot \frac{H(U(p))}{\bar{m}U(p)} = f_H^*(p) h^*(p).$$

Therefore, the function $f \cdot h$ is found to be strongly expectant almost everywhere in G , because, by Theorem D, $H(f, U(p)) = \bar{m}(f \cdot h, U(p))$. This being so, by virtue of the relation (1.1), we then have the relation

$$H(f, G) = (c) \int_{G_1} f_H^*(p) h^*(p) dp$$

G_1 being the largest subdomain of G where $f(p) h(p)$ is found to be strongly expectant.

If we take up an application (or a general additive function of a set) γ instead of an integral $H(A) = \bar{m}(h, A)$ in (2.1), we may define a general integral by the Lebesgue process

$$\gamma(f, A) = \int_A f(p) \gamma_p \quad (3.1)$$

with

$$\gamma_p = \gamma[p].$$

Lebesgue measure m , the integral (0.7) is sometimes found to meet unexpected critical conditions which have never been met in case of m .

1. Strong Expectance

When the integral is produced by the Lebesgue process in respect of the a priori measure $\bar{m}$, the following well-known theorem¹⁾ does not generally hold :

If Φ is the indefinite integral of a bounded measurable function φ , then $\Phi'_s(x) = \varphi(x)$ at almost every point x , when Φ'_s means the strong derivative* of Φ .

In this theorem 'measurable' means 'Lebesgue measurable' whereas we intend to mean ' $\bar{m}$ measurable'. Inconsistency of this theorem can be shown by the following counter-example : If A is a subset of an interval I and has everywhere in I constant density λ ($\neq 0$, and < 1) and if $\varphi(x)$ is the characteristic function of A (that is, $=1$ for $x \in A$ and $=0$ otherwise), then denoting by I_x the set $\{y \in I \mid y < x\}$ we have

$$\Phi(x) = c + \int_{I_x} \varphi(y) dy = c + \lambda \cdot \bar{m} I_x$$

(c being an arbitrary constant) so that

$$\Phi'_s(x) = \lambda \neq \varphi(x) \quad \text{for every point } x \text{ of } I.$$

When $f(p)$ is a one-valued real-valued function of a variable point p in a finite dimensional euclidean space E , by the capital letter of f we indicate the integral which is a set function such that

$$F(A) = \int_{p \in A} f(p) d\bar{p},$$

A being an arbitrary subset of the domain of f . Then the derivation of F is closely related to the expectation of f , because

$$F(U(p)) = E(f, U(p)) \cdot \bar{m} U(p).$$

If the value of

$$\lim \frac{F(U(p))}{\bar{m} U(p)} = \lim E(f, U(p))$$

is uniquely determined whenever the diameter of the neighborhood $U(p)$ of the point p tends to zero, then f is said to be *strongly expectant* at the point p and is indicated such that

$$f^*(p) = \lim E(f, U(p)).$$

As it is, this $f^*(p)$ may be regarded as the strong derivative of $F(A)$, though we emphasize its relation to $f(p)$ itself and refer to f^* as the (*strong*) *expectance* of f at the point p .

Now let us assume $f(p)$ is strongly expectant almost everywhere in a bounded open set G in E . For the sake of simplicity, we take E as of two dimensions and provided with rectangular coordinates. We draw x -lines $y = k/2^n$, y -lines $x = k/2^n$ ($k = 0, \pm 2, \dots$; $n = 0, 1,$

* $\lim \frac{\Phi(I)}{\bar{m} I}$ if exists, I being intervals which contain p and tend to p .

2, ...) and denote by G_0 the remained part of G after the removal of all these x - and y -lines from G . Then it is easily seen that $\bar{m}G_0 = \bar{m}G$.

Since f is strongly expectant everywhere in G and therefore in G_0 , for almost every point p of G_0 and for any given positive real number ε there must be found an open square cell $Q(p)$ which satisfies the following conditions :

(i) $Q(p)$ is enclosed by four lines out of the above-stated x - and y -lines for the same n ;

(ii) $p \in Q(p) \subseteq G$;

(iii) $|F(Q(p)) - f^*(p) \cdot \bar{m}Q(p)| < \varepsilon \cdot \bar{m}Q(p)$.

If G_1 is the remained part of G_0 after the removal of all points at which f is not strongly expectant, then evidently $\bar{m}G_1 = \bar{m}G_0 = \bar{m}G$ and the family of the cells $Q(p)$ ($p \in G$, and $n = 1, 2, \dots$ if possible, i. e., on restriction that at least one $Q(p)$ exists for n) obviously gives an open covering of G . Thus, by virtue of the Lindelöf theorem²⁾, there must be an enumerable covering $(Q(p_k))$ ($k = 1, 2, \dots$) of G_1 .

Now, about the cells $Q(p_k)$ ($k = 1, 2, \dots$), it may be easily seen that if $Q(p_j) \neq Q(p_k)$ we have

$$Q(p_j) \cap Q(p_k) = \emptyset. \quad \forall. \quad Q(p_j) \subseteq Q(p_k). \quad \forall. \quad Q(p_k) \subseteq Q(p_j).$$

So we may eventually suppose that the sequence $(Q(p_k))$ satisfy the condition that if $k \neq j$ then

$$Q(p_j) \cap Q(p_k) = \emptyset.$$

Thus we consequently have the relation :

$$\begin{aligned} |F(G) - \sum_{k=1}^{\infty} f^*(p_k) \bar{m}Q(p_k)| &< \varepsilon \sum \bar{m}Q(p_k) \\ &= \varepsilon \cdot \bar{m}G_1 \\ &= \varepsilon \cdot \bar{m}G. \end{aligned}$$

Then, letting ε tend to zero, we have

$$F(G) = \lim \sum f^*(p_k) \bar{m}Q(p_k).$$

The right side of this relation may be regarded as a kind of integral. So we denote it by

$$(c) \int_{G_1} f^*(p) dp$$

and refer to it as an *integral by the covering process*. Then we have

$$F(G) = (c) \int_{G_1} f^*(p) dp. \quad (1.1)$$

However, on the above-stated discourse, it should be noted that the integral by the covering process on the right side of (1.1) cannot always be constituted if the domain of integration G is not given as an open set.

In this case too, the set A will be decomposed into two parts, $A_{(+)}$ where $\gamma_p > 0$ and $A_{(-)}$ where $\gamma_p < 0$. But the most important point is that we may possibly have

$$\gamma A \neq 0$$

even when $\bar{m}A=0$. Thus the value of $\gamma(f, A)$ may possibly not vanish even when $\bar{m}A=0$.

The relative expectance f_r^* of a function f to the application γ will analogously be defined by the formula

$$f_r^*(p) = \lim \frac{\gamma(f, U(p))}{\gamma U(p)}$$

It should, among other things, be noted that, even when f has at almost every point of an open set G the γ -expectance to vanish, we may possibly have

$$\gamma(f, G) \neq 0.$$

4. Incompetence of a General System of Neighborhoods

In constructing an integration of any sort so far discoursed, a general system of neighborhoods may not always be found adoptable, because it may possibly be incompetent to restrict our eyes toward the specific sightviewing around a single point. Particularly, we may, in a euclidean space E , have a system of neighborhoods which may not make E separable. That is, if N is a general system of neighborhoods, for some two points p and q there may possibly exist two sequences (U_k) and (V_k) ($k=1, 2, \dots$) from N such that

$$\cap U_k = \{p\} \quad \text{and} \quad \cap V_k = \{q\},$$

but, for every $k=1, 2, \dots$, we have

$$U_k \cap V_k \neq \emptyset.$$

In effect, on defining $B(p, \rho)$ as

$$B(p, \rho) = \{x \mid |x-p| < \rho\}$$

indicating by $|x-p|$ the distance between the points x and p , if we construct a system of neighborhoods $(U(p, \rho))$ ($\rho > 0, p \in E$) such that

$$\begin{aligned} \text{and} \quad & U(p, \rho) = B(p, \rho) \quad \text{for } p \neq q \\ & U(q, \rho) = B(q, \rho) \cup B(p_0 + \rho, \rho) \end{aligned}$$

where q and p_0 are different fixed points and $p_0 + \rho$ means the point $(x_{01} + \rho, x_{02}, \dots, x_{0n})$ when $p_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n})$, then we have

$$\begin{aligned} \text{and} \quad & \bigcup_{\rho > 0} U(p, \rho) = \{p\} \\ & \bigcup_{\rho > 0} U(q, \rho) = \{q\}. \end{aligned}$$

However, for any positive real numbers ρ and ρ' , we identically have

$$U(q, \rho) \cap U(p_0, \rho') \neq \emptyset.$$

Mathematical Seminar of the Muroran Inst. Tch., Hokkaido

(Received Apr. 20, 1977)

References

- 1) e. g., S. Saks, *Theory of the Integral* (Monographie Matematyczne T. VII, 1937) 132.
- 2) e. g., K. Kuratowski, *Introduction to Set Theory and Topology* (International Series of Monographs on Pure and Applied Mathematics Vol. 13, 1961) 155.

A note on R. DeMarr's conjecture concerning the order isomorphism of an ordered linear space and its order dual

Kôji Honda

Abstract

R. DeMarr had a conjecture : *if an ordered linear space X is order isomorphic to its order dual X' , then X becomes a real Hilbert space with an inner product which is compatible with the order.* And, in his paper, he proved the conjecture under an assumption. In this note, we prove the conjecture under a simple assumption which is equivalent to DeMarr's assumption.

The conjecture of R. DeMarr is the following.

If a partially ordered linear space X is order isomorphic to its order dual X' , then it is possible to define an inner product $[\cdot, \cdot]$ on $X \times X$ in such a way that X becomes a real Hilbert space with this inner product. Furthermore, the inner product can be defined so that it has the following properties :

- (a) *if $x \in X$ and $x \geq 0$, then $[x, \cdot]$ is a positive linear functional on X ,*
- (b) *if $f \in X'$ and $f \geq 0$, then there exists $x \in X$ with $x \geq 0$ such that $[x, \cdot] = f$.*

Let T be the order isomorphism of X and X' , namely T is a positive linear transformation of X onto X' and the inverse T^{-1} of T exists. DeMarr showed in his paper that X is Dedekind complete, i. e., for a down-directed set E of positive elements in X , $\inf E$ exists. Furthermore, he proved his conjecture under the assumption :

$$(D) \quad (x, Ty) = 0^* \text{ whenever } x \cap y = 0 \text{ and } x, y \in X.$$

In this note, although we can not to be prove that the conjecture is true or not, we shall consider the another assumption to be equivalent to (D), because we are thinking to give something to get a grip of whether the conjecture is true or not.

Let X be a Dedekind complete vector lattice and X' be its order dual, i. e., the totality of positive linear functionals on X , in this note.

A subset M of X is said to be a normal manifold, if for each $x \in X$, there exist two elements x_1 and x_2 such that

$$(\#) \quad x = x_1 + x_2, \quad x_1 \in M \text{ and } x_2 \in M^\perp$$

where $M^\perp = \{y ; y \text{ is orthogonal to every element in } M\}$ and $M^\perp$ is called the orthogonal complement of M .

When M is a normal manifold, the above decomposition $(\#)$ for each $x \in X$ is uniquely determined. Therefore, a normal manifold M defines a projection operator $[M]$ of X on M by $[M] x = x_1$. Specially, for an element p in X , if $\{p\}^{\perp\perp}$ is a normal manifold, then the projection operator $[\{p\}^{\perp\perp}]$ is called the projector and denoted by $[p]$. In the Dedekind complete vector lattice X , each element p in X defines always a projector $[p]$ and it is known in [2] that $[p]$ has the property : $[p] x = \sup \{n | p \cap x\}$ for each positive element x in X .

* Ty means an element in X' corresponding to an element y in X and (x, Ty) means the value of Ty at x .

The detailed properties on projection operator and the projector are found in Nakano [2; §4~§6]

The aim of this note is to prove the following theorem.

Theorem. *Let X be a Dedekind complete vector lattice and X' be its order dual. If there exists an order isomorphism T from X onto X' such that*

$$(H) \quad (x, Tx) \neq 0 \text{ for every non-zero element } x \text{ in } X,$$

then X becomes a real Hilbert space with an inner product $[\cdot, \cdot]$ on $X \times X$ having the above mentioned properties (a) and (b).

If it is proved that (H) implies (D), our theorem comes to be true by DeMarr's result. However, we shall give another proof

Let Λ be an index set. For a set $\{a_\lambda\} (\lambda \in \Lambda)$ in X , we make use of the notation $a_\lambda \uparrow_{\lambda \in \Lambda}$ if for any indices $\lambda, \mu \in \Lambda$ there exists an index $\nu \in \Lambda$ such that $a_\lambda \leq a_\nu$ and $a_\mu \leq a_\nu$, and if $\sup a_\lambda = a$ exists, then we write $a_\lambda \uparrow_{\lambda \in \Lambda} a$. Similarly, we make use of the notation $a_\lambda \downarrow_{\lambda \in \Lambda}$ and $a_\lambda \downarrow_{\lambda \in \Lambda} a$.

Lemma 1. *T is order continuous, i. e., if $a_\lambda \downarrow_{\lambda \in \Lambda} a$ in X , then $Ta_\lambda \downarrow_{\lambda \in \Lambda} Ta$ in X' .*

Proof. This is evident from the fact that T is the order isomorphism of X onto X' .

For $x \in X$, we define $x^+ = x \cup 0$, $x^- = (-x) \cup 0$ and $|x| = x^+ + x^-$ so that $x = x^+ - x^-$ holds. Then, we can easily see that for each $x \in X$, we have $|Tx| = T|x|$ in X' .

Now, for each x in X , we denote by $N(x)$ the totality of elements y in X for which $(|x|, T|y|) = 0$ hold. We can see that $N(x)$ is a normal manifold as follows. Obviously, $N(x)$ possesses the property that $y \in N(x)$ and $|z| \leq |y|$ implies $z \in N(x)$. Namely, $N(x)$ is a semi-normal manifold in Nakano [2]. Furthermore, if $a_\lambda \in N(x)$, $a_\lambda \uparrow_{\lambda \in \Lambda} a$ and $a \geq 0$, then by Lemma 1 we have $\sup \{(|x|, Ta_\lambda); \lambda \in \Lambda\} = (|x|, Ta)$ and consequently $(|x|, Ta) = 0$ so that we have $a \in N(x)$. Therefore, $N(x)$ is a normal manifold by Nakano's theorem [2, Theorem 4.9].

Lemma 2. *If X satisfies the assumption (H), then it follows that $N(a)^\perp \cdot N(b)^\perp = \{0\}$ whenever $0 \leq a, b \in X$ and $a \cap b = 0$.*

Proof. Putting $\tilde{N}(a) = \{f \in X'; (a, |f|) = 0\}$ and $\tilde{N}(b) = \{f \in X'; (b, |f|) = 0\}$, we get $\tilde{N}(a) = \{Tx; x \in N(a)\}$ and $\tilde{N}(b) = \{Tx; x \in N(b)\}$ by $|Tx| = T|x|$. For any positive linear functional h on X , we can make two positive linear functionals $h_1 = h|_b$ and $h_2 = h|_a = h[\{a\}^\perp][\{b\}^\perp]$ **. Then, it follows that $(x, h_1) + (x, h_2) = ([b]x + [a]x + (1 - [b])x, h)$ for every x in X , because $a \cap b = 0$ implies $[a][b] = 0$. And hence we have $h = h_1 + h_2$ in X' . Furthermore, since $(a, h_1) = ([b]a, h) = 0$ and $(b, h_2) = ([a]b, h) + [\{a\}^\perp][\{b\}^\perp]b, h = 0$, we have $h_1 \in N(a)$ and $h_2 \in N(b)$. By this fact, for any positive element z in X , the positive linear functional $h = Tz$ is represented such that $h = h_1 + h_2$ where $0 \leq h_1 \in N(a)$, $0 \leq h_2 \in N(b)$ and consequently we have $z = z_1 + z_2$ where $0 \leq z_1 = T^{-1}h_1 \in N(a)$ and $0 \leq z_2 = T^{-1}h_2 \in N(b)$. If a positive element z is belong to the intersection $N(a)^\perp \cdot N(b)^\perp$, then, z is orthogonal to both z_1 and z_2 by the definition of the orthogonal complement so that z is orthogonal to z and

** For a linear functional f on X and a projection operator $[M]$, $f[M]$ means a linear functional such that $(x, f[M]) = ([M]x, f)$ for every x in X .

hence we get $z = 0$. Since $N(a)^\perp$ and $N(b)^\perp$ are semi-normal manifolds, the intersection $N(a)^\perp \cdot N(b)^\perp$ is also a semi-normal manifold. Therefore, for any x in $N(a)^\perp \cdot N(b)^\perp$ the absolute $|x|$ is also belong to $N(a)^\perp \cdot N(b)^\perp$ so that by the above mentioned fact, we have $x=0$. This is complete the proof of the lemma.

Lemma 3. *If X satisfies (H), then for every orthogonal elements x, y in X we have $(x, Ty)=0$.*

Proof. Let x and y be positive elements and be mutually orthogonal. If $(x, Ty) \neq 0$, then putting $y_1 = [N(x)]y$ and $y_2 = [N(x)^\perp]y$, y_2 is belong to $N(x)^\perp$ and $y_2 > 0$ by the definition of $N(x)$. On the other hand, we have $N(x)^\perp \subset N(y)^{\perp\perp} = N(y)$ from the result $N(x)^\perp \cdot N(y)^\perp = \{0\}$ in Lemma 2. Therefore, we have $y_2 \in N(x)^\perp \subset N(y)$ which contradicts to (H), because $0 \leq (y_2, Ty_2) \leq (y, Ty_2) = 0$ and $0 < y_2$. Thus, we get $(x, Ty)=0$ for positive orthogonal elements x, y in X . For any orthogonal elements x, y in X , we obtain $(|x|, T|y|)=0$ so that the values $(x^+, Ty^+), (x, Ty^-), (x^-, Ty^+)$ and (x^-, Ty^-) are all zero by the positivity of T . Consequently, we get the disired result $(x, Ty)=0$ by the linearity of T .

In the following, we shall give a proof of the theorem as aforesaid.

We define a functional $[\cdot, \cdot]$ on $X \times X$ as

$$[x, y] = ((x, Ty) + (y, Tx)) / 2 \quad \text{for } x, y \in X.$$

We can see first that the Schwarz's inequality

$$(1) \quad [x, y]^2 \leq [x, x] [y, y]$$

is satisfies. If X is one dimentional, then the equality holds in (1). Therefore, let X be at least two dimentional. It is enough to prove for linearly independent x, y in X . Since $x + \lambda y \neq 0$ for every real λ , by (H), we have $(x + \lambda y, T(x + \lambda y)) \neq 0$. Now, by a simple caluculation, it follows that $(x + \lambda y, T(x + \lambda y)) = [x, x]^2 + 2\lambda [x, y] + [y, y]^2$ and it holds a definite sign for λ . Consequently, we have $[x, y]^2 - [x, x][y, y] < 0$, because $[x, x]$ and $[y, y]$ are both non-zero by (H). Thus, the Schwarz's inequarity is proved.

Let x be a non-zero element in X . Taking a positive element y in X such that x, y are linearly independent, the above inequalty $[x, y]^2 < [x, x] [y, y]$ and $0 < [y, y]$ yield $0 < [x, x]$. Namely, we have

$$(2) \quad [x, x] > 0 \quad \text{for every } 0 \neq x \in X.$$

The following properties (3) and (4) are evident from the definition of $[\cdot, \cdot]$.

$$(3) \quad [x, y] = [y, x] \quad \text{for every } x, y \in X.$$

$$(4) \quad [\cdot, \cdot] \text{ is a bilinear form on } X \times X.$$

Therefore, $[\cdot, \cdot]$ defines an inner product on $X \times X$ and hence X becomes a preHilbert space.

By Lemma 3, it follows that for any $x \in X$, $(x^+, Tx^-) = (x^-, Tx^+) = 0$ so that $(x, Tx) = (|x|, T|x|)$. Therefore, we have

$$(5) \quad [x, x] = [|x|, |x|] \quad \text{for each } x \in X.$$

and the norm $\|x\| = [x, x]^{1/2}$ has the property

$$(6) \quad \|x\| = \||x|\| \quad \text{for each } x \in X.$$

By this fact, X becomes a normed lattice in the sense of Nakano [2].

Lemma 4. *Each element f in the order dual X' is a norm bounded linear functional on X .*

Proof. Let f be a positive linear functional. Putting $u = T^{-1}f$, u is a positive element in X . Then, by (1), we have $|(x, f)| = |(x, Tu)| \leq (|x|, Tu) \leq (|x|, u) \leq \|x\| \|u\|$ for every x in X . This shows that f is norm bounded. For any f in X' , the norm boundedness of f is evident, since f is always represented as difference of two positive elements f^+ and f^- , i. e., $f = f^+ - f^-$ in X' . (Cf. see [3, p. 27])

Lemma 5. *The space X is complete with respect to the norm induced by the inner product $[\cdot, \cdot]$*

Proof. First, we shall show that the norm is continuous, i. e., $a_n \in X$ ($n=0, 1, \dots$) and $a_n \downarrow 0$ implies $\lim \|a_n\| = 0$. Under the assumption, we have, by Lemma 1, $\inf \{(a_1, Ta_n); n=1, 2, \dots\} = 0$ and $0 \leq (a_n, Ta_n) \leq (a_1, Ta_n)$ for every n . Therefore, we have $\lim \|a_n\| = 0$ by the definition of the norm. Next, we shall show that the norm is monotone complete, i. e., if $0 \leq a_n \uparrow, a_n \in X$ and $\sup \{\|a_n\|; n=0, 1, \dots\} < +\infty$, then there exists an element $a \in X$ such that $a_n \uparrow a$. For each positive element x in X , $\{(x, Ta_n)\}$ is a non-decreasing and bounded, because $0 \leq (x, Ta_n) \leq (x, a_n) \leq (\|x\| \|a_n\|)^{1/2} < +\infty$ by (1). Therefore, there exists the limit (x, f) such that $\lim (x, Ta_n) = (x, f)$. For any x in X , putting $(x, f) = (x^+, f) - (x^-, f)$ we get a positive linear functional f on X by Nakano [2, Theorem 18.2]. If we put $u = T^{-1}f$, we have $a_n \leq u$ for every n and hence there exists an element a in X such that $a_n \uparrow a$ since X is Dedekind complete. Thus, the norm is complete by Nakano's theorem [2, Theorem 30.17] on the normed lattice.

We have shown that X is the Hilbert space with the inner product $[\cdot, \cdot]$. Finally, we shall show that the inner product $[\cdot, \cdot]$ satisfies the properties (a) and (b). The property (a) is shown from the definition of $[\cdot, \cdot]$. Let $f \geq 0$ be an element in X' . Since f is norm bounded by Lemma 4, there exists an element a in X such that $(x, f) = [a, x]$ for every x in X by the Riesz's representation theorem. From the positivity of f , we have $0 \leq [a, x] = [a^+, x] - [a^-, x]$ for every positive x in X and hence $0 \leq [a^-, a^-] \leq [a^+, a^-] = 0$ by Lemma 3. Thus, it follows that $a^- = 0$ from (2) and hence $a = a^+ \geq 0$. This shows that the property (b) is satisfied. The proof of the theorem is completed.

(Received May. 20, 1977)

References

- 1) R. DeMarr, *On order isomorphism of a partially ordered linear space and its dual*, Ill. J. Math., 11 (1967), 71-77.
- 2) H. Nakano, *Linear Lattices*, Wayne State Univ. Pr., Detroit, 1966.
= *Modulated Semi-ordered Linear Spaces*, Tokyo, 1950.
- 3) I. Namioka, *Partially Ordered Linear Topological Spaces*, Mem. Amer. Math. Soc., number 24, 1957.

ON A CONFORMAL TRANSFORMATION IN AREAL SPACES

Takanori Igarashi

Abstract

Concept of "conformal transformation" is introduced in areal spaces. Under this transformation, changes of various geometric objects in areal spaces of the general type and of the submetric class are considered.

§1. Conformal transformation in the areal space of the general type.

We assume that there be given two metric m -tensors g_{IJ} and $'g_{IJ}$ in the areal space of the general type.* Let us consider a transformation

$$(A_n^{(m)}, g_{IJ}) \rightarrow (A_n^{(m)}, 'g_{IJ}), \quad (1.1)$$

which satisfies the relation ;

$$'g_{IJ} = \phi^2 g_{IJ}, \quad (1.2)$$

where ϕ is a scalar function such that

$$\phi = \phi(x^j, p_\alpha^j) > 0. \quad (1.3)$$

Differentiating (1.2) by p_γ^k , we have

$$'g_{IJ,k} = 2\phi\phi_{,k} g_{IJ} + \phi^2 g_{IJ,k},$$

and contracting by p^I , we obtain

$$\phi_{,k} = 0, \quad (1.4)$$

by means of Iwamoto's theorem 6)** we can insist that the function ϕ in (1.2) does not depend on arguments p_γ^k but depend on only x^i .

On the other hand, if we assume ϕ be in the form such that

* Latin indices $i, j, k, \dots$ run over $1, 2, \dots, n$; Greek indices $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ over $1, 2, \dots, m$; while Latin capital indices $I, J, K, \dots$ denote compound indices $i[m], j[m], k[m], \dots$. In what follows, we use the same notations and terminologies as those in papers 1), 2), 5).

* * Numbers in brackets refer to the references of the end of this paper.

* * * In this paper, we use the concept "partial differentiation in p^I ", such as

$$\Phi_{IJ} = \Phi_{i[m]} = m \Phi_{i[i_1] i_2 \dots i_m}^{[1] 1 2 \dots m], \quad \Phi_{,i}^a = \partial \Phi / \partial p_a^i,$$

for any homogeneous function Φ of order ρ in p^I , cf. 4)

$$\phi = \phi(x^i, p^j) > 0 \quad (1.5)$$

instead of (1.3), then differentiating (1.2) partially.*** we have

$${}'g_{I,J;K} = 2\phi\phi_{,K}g_{I,J} + \phi^2 g_{I,J;K},$$

and contracting p^j , we get

$$\phi_{,K} = 0.$$

Hence, we can also insist that the function ϕ in (1.2) does not depend on p^j but depend on only x^i .

An angle θ between m-vectors X^I and Y^J is defined as follows;

$$\cos\theta = \frac{g_{I,J} X^I Y^J}{\|X\| \|Y\|} \quad (1.6)$$

where $\|X\|$ is a magnitude of X^I such that $\|X\|^2 = \frac{1}{m!} g_{I,J} X^I X^J$.

Measuring the angle θ between x^I and y^J with use of ${}'g_{I,J}$, we have

$$\begin{aligned} {}'\cos\theta &= \frac{{}'g_{I,J} X^I Y^J}{\|X\| \|Y\|} = \frac{{}'g_{I,J} X^I Y^J}{\sqrt{\frac{1}{m!} {}'g_{K,L} X^K X^L} \sqrt{\frac{1}{m!} {}'g_{M,N} Y^M Y^N}} \\ &= \frac{\phi^2 g_{I,J} X^I Y^J}{\phi \sqrt{\frac{1}{m!} g_{K,L} X^K X^L} \phi \sqrt{\frac{1}{m!} g_{M,N} Y^M Y^N}} = \frac{g_{I,J} X^I Y^J}{\|X\| \|Y\|} = \cos\theta \end{aligned}$$

Consequently, the angle θ is invariant transformation (1.1) satisfying (1.2). In such a sense, we call this transformation as conformal transformation.

There is a relation such that

$$g_{I,J} p^I p^J = (m!)^2 F \quad (1.7)$$

between the metric m -tensor $g_{I,J}$ and the fundamental function $F(x^i, p^j)$ of $A_n^{(m)}$, it is to say, $F(x^i, p^j)$ represents the magnitude of m -dimensional area element p^j ,

Now, we assume that the fundamental function F is transformed to ${}'F$ under the conformal transformation. Then,

$${}'F = \frac{1}{(m!)^2} {}'g_{I,J} p^I p^J = \frac{1}{(m!)^2} \phi^2 g_{I,J} p^I p^J = \phi^2 F,$$

i.e., we obtain

$${}'F = \phi F. \quad (1.8)$$

So, we find that (1.8) is hold good when the transformation satisfies (1.2).

Next, let us start from (1.8), conversely. Since there is a function $f(x^i, p_a^i)$ such that $F(x^i, p^j) = f(x^i, p_a^i)$, we may identify f as F unless there is no confusion¹⁾.

Differentiating (1.8), i.e.,

$${}^iF(x^i, p_a^i) = \phi F(x^i, p_a^i) \quad (1.8')$$

by p_a^i , and making use of (1.4), we have followings;

$${}^iF_{,j}^a = \phi F_{,i}^a \quad (1.9)$$

$${}^ip_i^a = p_i^a, \quad (p_i^a = F^{-1} F_{,i}^a), \quad (1.10)$$

$${}^iL_{ij}^{a\beta} = L_{ij}^{a\beta}, \quad (1.11)$$

where $L_{ij}^{a\beta}$ is a Legendre's form such that $L_{ij}^{a\beta} = p_{i,j}^{a\beta} + p_j^\beta p_i^a$.

With the help of $p_j^a, L_{ij}^{a\beta}$, etc., the metric m-tensor g_{IJ} is expressed;⁴⁾

$$g_{IJ} = \sum_{\lambda=0}^m \binom{m}{\lambda}^2 \varepsilon_{\alpha_1 \dots \alpha_m} \varepsilon_{\beta_1 \dots \beta_m} F^2 L_{[j_1 [j_1}^{\alpha_1 \beta_1} \dots L_{i_\lambda j_\lambda}^{\alpha_\lambda \beta_\lambda} p_{i_{\lambda+1}}^{\alpha_{\lambda+1}} p_{j_{\lambda+1}}^{\beta_{\lambda+1}} \dots p_{i_m}^{\alpha_m} p_{j_m}^{\beta_m}]. \quad (1.12)$$

Taking account of (1.10) and (1.11), we can conclude the following theorem;

THEOREM. 1. *To what g_{IJ} satisfies (1.2), it is equivalent that F satisfies (1.8).*

The contravariant component $g^{I,K}$ of g_{IJ} defined by $g^{I,K} g_{IJ} = \frac{1}{m!} \delta_J^K$ is transformed to ${}^i g^{I,K}$ as

$${}^i g^{I,K} = \phi^{-2} g^{I,K} \quad (1.13)$$

under the conformal transformation.

Next, we have to show how connection coefficients changes. Put

$$g_{ij}{}^{hk} = g_{ii_2 \dots i_m, jj_2 \dots j_m} g^{hh_2 \dots h_m, kk_2 \dots k_m},$$

$$\Lambda_{ij}{}^{hk} = \left(\frac{n-2}{m-1} \right)^{-1} \{ (m-1)! \}^{-2} g_{(ij)}{}^{hk} - \left(\frac{n-2}{m-1} \right) \delta_{(i}^h \delta_{j)}^k \},$$

$$\Lambda_{ij}{}^{\alpha\beta} = \Lambda_{ij}{}^{hk} p_h^\alpha p_k^\beta,$$

$$\Lambda^{*ij}{}^{\alpha\beta} = F^{\frac{2}{m}} \Lambda_{ij}{}^{\alpha\beta}, \quad \Lambda^{*ij}{}_{\alpha\beta} = F^{-\frac{2}{m}} \Lambda^{ij}{}_{\alpha\beta},$$

where $\Lambda^{ij}{}_{\alpha\beta}$ is derived from $\Lambda_{ij}{}^{\alpha\beta} \Lambda^{hj}{}_{\alpha\beta} = \delta_i^h \delta_j^\alpha$ under the assumption that the mn -rowed det. $|\Lambda_{ij}{}^{\alpha\beta}| \neq 0$.

Then, we give a covariant differential of a vector V^i in the form;³⁾

$$\delta V^i = dV^i + \Gamma_{jk}^{*i} V^j dx^k + C_{j,l}^{i\delta} V^j \delta p_\delta^l, \quad (1.14)$$

where $\delta p_a^i = \gamma_j^i (dp_a^j + B_{ak}^j dx^k)$, $\gamma_j^i = \delta_j^i - p_j^i p_a^a$,

$$\Gamma_{jk}^{*i} = \gamma_{jk}^i - C^{\times i\gamma}_{j,h} B_{\gamma k}^h - C^{\times i\gamma}_{k,h} B_{\gamma j}^h + C^{\times i\gamma}_{jk,h} B_{\gamma r}^h, \quad (1.15)$$

$$\gamma_{jk}^i = \frac{1}{2m} \Lambda^{*ir}{}_{\alpha\beta} \{ \Lambda^{*rk}{}^{\alpha\beta} + \Lambda^{*jr}{}^{\alpha\beta}{}_{,k} - \Lambda^{*ik}{}^{\alpha\beta}{}_{,r} \}, \quad (1.16)$$

$$C^{\times i\gamma}_{jk,h} = \frac{1}{2m} \Lambda^{*ir}{}_{\alpha\beta} \Lambda^{*jk}{}^{\alpha\beta}{}_{,h}, \quad C^{\times i\gamma}_{j,h} = C^{\times ki\gamma}_{kj,h}, \quad (1.17)$$

$$B_{rs}^h = \gamma_{jk}^i p_\delta^j \tilde{W}_{js,\gamma}^{hk\delta}, \quad \tilde{W}_{is,\gamma}^{hk\delta}, \quad W_{ik,\delta}^{ra} = \delta_a^h \delta_s^r \delta_\gamma^\alpha, \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned}
W_{lk\delta}^{j\tau\alpha} &= (C^{\times i\alpha}_{k,l}\delta_j^\tau + C^{\times i\alpha}_{j,l}\delta_k^\tau - C^{\times j\tau\alpha}_{j,kl})p_\delta^j + \delta_l^i\delta_k^\tau\delta_\tau^\alpha, \\
C_{j,k}^{i\gamma} &= C^{\times i\tau}_{j,k} - p_a^h p_j^a C^{\times i\alpha}_{h,k}.
\end{aligned} \tag{1.19}$$

Under the conformal transformation, quantities g_{ij}^{hk} , $\Lambda_{ij}^{\alpha\beta}$, $\Lambda_{\alpha\beta}^{ij}$ are invariant. Hence, $\Lambda_{ij}^{*\alpha\beta}$ and $\Lambda_{\alpha\beta}^{*ij}$ are transformed as

$${}'\Lambda_{ij}^{*\alpha\beta} = \phi^{\frac{2}{m}}\Lambda_{ij}^{*\alpha\beta}, \quad {}'\Lambda_{\alpha\beta}^{*ij} = \phi^{-\frac{2}{m}}\Lambda_{\alpha\beta}^{*ij},$$

which give us follows;

$$\begin{aligned}
{}'\gamma_{jk}^i &= \frac{1}{2m}\phi^{-\frac{2}{m}}\Lambda_{i\tau\alpha\beta}^{*ir}\{\phi^{\frac{2}{m}}(\Lambda_{rk}^{*\alpha\beta}{}_{,j} + \Lambda_{jr}^{*\alpha\beta}{}_{,k} - \Lambda_{jk}^{*\alpha\beta}{}_{,r}) \\
&\quad + \frac{2}{m}\phi^{\frac{2}{m}-1}(\phi_{,j}\Lambda_{rk}^{*\alpha\beta} - \phi_{,r}\Lambda_{jk}^{*\alpha\beta})\}.
\end{aligned}$$

With use of the fact that $\Lambda_{\alpha\beta}^{*ir}\Lambda_{rj}^{*\alpha\beta} = m^2\delta_j^h$ and of notation such as $\frac{1}{m^2}\Lambda_{\alpha\beta}^{*ir} = \Lambda_{jk}^{*iv}$ and $\phi^{-1}\phi_{,r} = \phi_r$, we obtain the expression

$${}'\gamma_{jk}^i = \gamma_{jk}^i - (\Lambda_{jk}^{*ir}\phi_r - \delta_j^i\phi_r - \delta_k^i\phi_i), \tag{1.20}$$

which give us the transformation law of the Christoffel's symbol of the areal space of the general type.

$\tilde{W}_{is,r}^{hk\delta}$ being invariant under the conformal transformation, the change of B_{as}^h is given by

$${}'B_{as}^h = B_{as}^h - (\Lambda_{jk}^{*iv}\phi_r - \delta_j^i\phi_k - \delta_k^j\phi_j - \delta_k^j\phi_j)p_\delta^i\tilde{W}_{is,\gamma}^{hk\delta}, \tag{1.21}$$

by means of (1.18).

On making use of (1.21) and of the invariance of $C_{ij,k}^{\times h\tau\gamma}$, $C_{j,k}^{\times i\tau}$ and $\tilde{W}_{is,\gamma}^{hk\delta}$, we can express the transformation law of Γ_{jk}^{*i} in the form;

$${}'\Gamma_{jk}^{*i} = \Gamma_{jk}^{*i} - U_{jk}^i, \tag{1.22}$$

where

$$\begin{aligned}
U_{jk}^i &= \Lambda_{jk}^{*ir}\phi_r - \delta_j^i\phi_k - (\Lambda_{bc}^{*hr}\phi_d - \delta_b^a\phi_d - \delta_c^a\phi_d) \\
&\quad \times (C^{\times i\tau}_{k,r}\tilde{W}_{a,j,\gamma}^{rc\gamma} + C^{\times i\tau}_{j,r}\tilde{W}_{a,k,\gamma}^{rc\gamma} - C^{\times ih\gamma}_{j,k,r}\tilde{W}_{ah,\gamma}^{rc\alpha}))p_a^b.
\end{aligned}$$

On account of the invariance of $C_{j,k}^{\times i\tau}$, we can immediately show, from (1.19), that the connection coefficient $C_{j,k}^{i\gamma}$ is a conformal-invariant, i.e.,

$${}'C_{j,k}^{i\gamma} = C_{j,k}^{i\gamma}. \tag{1.24}$$

Accordingly, we have the the following theorem;

THEOREM. 2. *In the areal space of the general type, if there be given a connection (1.14), the connection coefficient Γ_{jk}^{*i} is transformed such as (1.22), while the another coefficient $C_{j,k}^{i\gamma}$ is invariant under the conformal transformation.*

§ 2. Conformal transformation in the areal space of the submetric class.

In this section, we take up an areal space of the submetric class.

Let us consider a conformal transformation

$$(A_n^{(m)}, g_{ij}) \rightarrow (A_n^{(m)}, {}'g_{ij}) \quad (2.1)$$

with

$${}'F = \phi F, \quad \phi > 0, \quad (2.2)$$

where g_{ij} is a normalized metric tensor which is given such as

$$g_{ij} = \left(\frac{1}{m} L_{ij}^{\alpha\beta} + p_i^\alpha p_j^\beta \right) g_{\alpha\beta}, \quad |g_{\alpha\beta}| = F^2, \quad (2.3)$$

$g_{\alpha\beta}$ being a metric tensor in an m -dimensional subspace of $A_n^{(m)}$.

$$\text{Since } |{}'g_{\alpha\beta}| = ({}'F)^2 = \phi F^2 = \phi^2 |g_{\alpha\beta}| = |\phi_m^2 g_{\alpha\beta}|,$$

(or $|g_{\alpha\beta}|$ is a polynomial homogeneous in each $g_{\alpha\beta}$), we have

$${}'g_{\alpha\beta} = \phi_m^{\frac{2}{m}} g_{\alpha\beta}, \quad {}'g^{\alpha\gamma} = \phi^{-\frac{2}{m}} g^{\alpha\gamma}, \quad g_{\alpha\beta} g^{\alpha\gamma} = \delta_\beta^\gamma. \quad (2.4)$$

Taking (2.3), and making use of (2.4), (1.11) and (1.12), it is evident that

$${}'g_{ij} = \phi_m^{\frac{2}{m}} g_{ij}.$$

On the other hand, the metric m -tensor $g_{i,j}$ decomposes in the form ;

$$g_{i,j} = m! g_{[i_1 j_1] [i_2 j_2] \dots [i_m j_m]} + J_{i[m], j[m]}, \quad (2.5)$$

in which $J_{i[m], j[m]}$ vanishes in the case that the space is of the metric class.

Taking thought that the expression ${}'g_{ij} = \psi^2 g_{ij}$ hold good in Riemannian, Finsler and Cartan spaces, it is natural that (2.5) would be transformed to

$${}'g_{i,j} = m! (\phi_m^{\frac{2}{m}} g_{[i_1 j_1]}) (\phi_m^{\frac{2}{m}} g_{[i_2 j_2]}) \dots (\phi_m^{\frac{2}{m}} g_{[i_m j_m]}) + J_{i[m], j[m]}.$$

Consequently, for the normalized metric tensor g_{ij} and g^{ik} , the transformation laws are given such that

$${}'g_{ij} = \phi_m^{\frac{2}{m}} g_{ij}, \quad {}'g^{ik} = \phi^{-\frac{2}{m}} g^{ik}. \quad (2.6)$$

(Otherwise, these expressions hold good, since $C_{ij,k}^{\times h l \gamma} = \frac{1}{2} g^{kl} g_{ij, \gamma}$ and (1.4)).

For a Christoffel's symbol

$$\left\{ \begin{smallmatrix} i \\ jk \end{smallmatrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{ih} \{ g_{hk,j} + g_{jh,k} - g_{jk,h} \}, \quad (2.7)$$

substituting (2.6), we have

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{smallmatrix} i \\ jk \end{smallmatrix} \right\} &= \frac{1}{2} \phi^{-\frac{2}{m}} g^{ih} \{ (\phi_m^{\frac{2}{m}})_{,j} g_{hk} + (\phi_m^{\frac{2}{m}})_{,k} g_{jh} - (\phi_m^{\frac{2}{m}})_{,h} g_{jk} \\ &\quad + \phi_m^{\frac{2}{m}} (g_{hk,j} + g_{jh,k} - g_{jk,h}) \}. \end{aligned}$$

Putting $\phi_j = \frac{1}{m} \phi^{-1} \phi_j$, $\phi^i = g^{ij} \phi_j$, we obtain

$${}^i\left\{\begin{matrix} i \\ jk \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} i \\ jk \end{matrix}\right\} - (\phi^i g_{jk} - \phi_j \delta_k^i - \phi_k \delta_j^i). \quad (2.8)$$

Under the assumption that the metric tensor g_{ij} is not necessarily real-valued, an affine connection is defined for a contravariant V^i as follows;⁵⁾

$$DV^i = dV^i + \Gamma_{jk}^{*i} X^j dx^k + C_{j,h}^{i\delta} X^j Dp_\delta^h, \quad (2.9)$$

$$\text{where } Dp_\alpha^i = \gamma_j^i dp_\alpha^j + B_{\alpha k}^i dx^k, \quad \gamma_j^i = \delta_j^i - p_\alpha^i p_j^\alpha, \quad (2.10)$$

$$\Gamma_{jk}^{*i} = \left\{\begin{matrix} i \\ jk \end{matrix}\right\} - \frac{1}{2} g^{il} (g_{lk,h}^a B_{aj}^h + g_{jl,h}^a B_{ak}^h - g_{jk,h}^l B_{al}^h), \quad (2.11)$$

$$B_{\alpha k}^i = \left\{\begin{matrix} i \\ jk \end{matrix}\right\} p_j^i \tilde{W}_{pk,\alpha}^{iq\gamma}, \quad \tilde{W}_{pk,\alpha}^{iq\gamma} W_{j\alpha}^{p h \beta} = \delta_j^i \delta_k^h \delta_\alpha^\beta, \quad (2.12)$$

$$W_{hk,\alpha}^{i\gamma\gamma} = (g^{il} g_{lk,h}^l \delta_j^r + g^{il} g_{lk,h}^l \delta_k^r - g^{ir} g_{jk,h}^l) p_\alpha^j + \delta_\alpha^r \delta_h^i \delta_k^r. \quad (2.13)$$

The connection coefficient $C_{j,k}^{i\gamma}$ is defined by

$$C_{j,k}^{j\alpha} = g^{hi} C_{hj,k}^{\alpha}, \quad (2.14)$$

$$C_{hj,k}^{\alpha} = \frac{1}{2} (g_{hj,k}^{\alpha} - 2p_\beta^l g_{li} L_{j\beta}^{*\alpha} L_{ik}^{\beta\alpha}), \quad (2.15)$$

where $L_{ij}^{*\alpha\beta}$ is an "ecmetric tensor" which is defined by by A. KAWAGUCHI such that

$$L^{*\alpha\beta}_{ij} = L_{ij}^{\alpha\beta} g''_{i\beta}, \quad g''_{ij} = \frac{1}{m} L_{ij}^{\alpha\beta} g_{\alpha\beta}, \quad (2.16)$$

and which vanishes in the case that the space is of the metric class.

The ecmetric tensor $L_{ij}^{*\alpha\beta}$ is invariant under the conformal transformation, because $L_{ij}^{\alpha\beta}$ is also invariant.

$C_{hj,k}^{\gamma}$ in (2.5) is transformed such that

$${}^i C_{ij,k}^{\gamma} = \phi^{\frac{2}{m}} C_{ij,k}^{\gamma}, \quad (2.7)$$

thus, the connection coefficient $C_{j,k}^{i\gamma}$ given by (2.14) is conformal-invariant.

The transformation law of the another connection coefficient is derived from (2.11), (2.12) and (2.13), in the same way as that in §1.

$B_{\alpha k}^j$ is transformed such as

$${}^i B_{\alpha k}^j = B_{\alpha k}^j - (\phi^p g_{hl} - \phi_h \delta_l^p - \phi_l \delta_h^p) p_\alpha^h \tilde{W}_{pk,\alpha}^{j l \gamma}, \quad (2.18)$$

hence, Γ_{jk}^{*i} is transformed in the form;

$${}^i \Gamma_{jk}^{*i} = \Gamma_{jk}^{*i} - U_{jk}^i, \quad (2.19)$$

with

$$U_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{il} \{ (g_{lk,h}^l B_{aj}^h + g_{jl,h}^l B_{ak}^h - g_{jk,h}^l B_{al}^h) \\ - (\phi^p g_{st} - \phi_s \delta_t^p - \phi_t \delta_s^p) (g_{lk,h}^l \tilde{W}_{pk,\gamma}^{ht\delta} + g_{jl,h}^l \tilde{W}_{pk,\gamma}^{ht\delta} - g_{jk,h}^l \tilde{W}_{pl,\gamma}^{ht\delta}) p_\delta^s \}. \quad (2.20)$$

Consequently, we have the following theorem;

THEOREM. 3. *In the areal space of the submetric class, if there be given a connection such as (2.9), then, the connection coefficient Γ_{jk}^{*i} is transformed as in (2.19), while the another connection coefficient $C_{j,k}^{i\gamma}$ is invariant, under the conformal transformation.*

Seminar of Mathematics,
Muroran Institute of Technology,
Muroran, Japan.

(Received May. 21, 1977)

References

- 1). A. KAWAGUCHI: On areal spaces I., Tensor, 1(1950), 14-45.
- 2). A. KAWAGUCHI: On areal spaces. II., Tensor, 1(1950), 89-103.
- 3). A. KAWAGUCHI & Y. KATSURADA: On areal spaces. IV., "Tensor, 1(1951), 137-156.
- 4). A. KAWAGUCHI & K. TANDAI: On areal spaces. V., Tensor, 2(1952), 47-58.
- 5). K. TANDAI: On areal spaces. VII., Tensor, 4(1954), 78-90.
- 6). H. IWAMOTO: On geometries associated with multiple integrals., Mathematica Japonicae, 1(1948), 74-91.

振り自由振動法による加硫ゴムの初期ねじり角に 対する動粘性率の依存性(1)

山 中 厚

The study of the dependence of dynamic Viscosity
for vulcanized rubber on primal twisting angle
by means of torsional free Oscillation

Atsushi Yamanaka

Abstract

The Study has been made of the dynamic shear modulus of viscosity for natural rubber vulcanized at 110°C and 5 mins on variety of primal twisting angle by means of torsional free Oscillation and then influence of temperature on dynamic property of the viscosity in the temperature range of 20–60 (°C). In this paper, the work is undertaken to explain the results obtained. The cross-section of test specimen used in this experiment is rectangular and the length of it is about 30.0 (mm). It was found that the cause of the results could not be explained in terms of the torque and the shearing stress only.

ま え が き

物質の動的粘性定数を定める方法として動的方法があり、種々のゴム、複合材料、繊維、ブレンド物質、異なる結晶度のプラスチックなどはこの方法により、動的粘性率、動的剛性率及び散逸エネルギーなどの力学的特性が調べられている⁽¹⁾⁽²⁾。これ等の動的方法の中で測定も比較的簡単なねじり自由減衰振動法がある。この方法は装置も簡単であり、迅速に結果が求められる、但し試料に振動を加え周波数に対する依存性などの知見を得ることはできない。一般に試料に微小角の回転を加えて生ずる振り振動の方程式から初期ねじり角に無関係な動的粘性率、動的剛性率を算出することができる。しかしこの動特性の値はどの程度までの初期ねじり角に対して一定値として保持されるのか、今回の実験ではこの点を確かめるためにねじり自由減衰振動法により初期ねじり角を大きくしたときの動特性を加硫ゴムに対して行ない、次にその結果に対して考察を加えることを目的とした。一般に図-1の様な振動系で微小角なねじりの振動を考えたとき、運動方程式は次式で示され

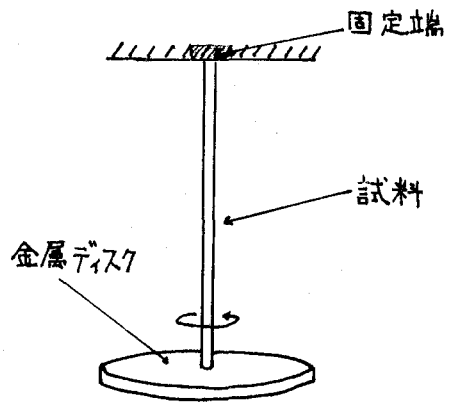


図-1

ることが知られている。

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\eta'}{A} \frac{d\theta}{dt} + \frac{G'}{A} \theta = F \sin \omega t \quad (1)$$

I : 金属ディスク慣性モーメント θ : ねじり角

η' : 試料の動ねじり粘性率 F : 外力の振幅

t : 時間 A : 試料の形に依る定数

ω : 角振動数

G' : 試料の動ねじり剛性率

試料が直方体のとき A は次の様に表わされる。

$$A = \frac{16l}{\beta bc^3} \quad (2)$$

l : 長さ b : 幅 c : 厚さ β : b/c に依る形状因子

$$\text{今ここで} \quad 2\varepsilon = \eta'/AI, \quad n^2 G'/AI \quad (3)$$

$L = F/I$ とおき自由減衰振動の場合 ($L = 0$), 初期ねじり角 θ_0 に対しては(1)式の解は次式で与えられる。〔但し $I > \frac{\eta'^2}{4G'A}$ 〕

$$\theta = \theta_0 \operatorname{cosec} \phi \sin(\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} t + \dots) e^{-\varepsilon t} \quad (4)$$

但し $\tan \phi = \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} / \varepsilon$ である。

対数減衰率を Δ とすれば(4)より次式が導びかれる。

$$n^2 = \frac{4\pi^2 + \Delta^2}{p^2} \quad \varepsilon = \frac{\Delta}{p} \quad p: \text{周期}$$

この式と(3)により更に

$$G' = \left(\frac{4\pi^2 + \Delta^2}{p^2} \right) AI \quad \eta' = 2 \left(\frac{A}{p} \right) AI \quad (5)$$

したがって p と Δ を測定し G' と η' を求めることが出来る。

実験装置と測定方法

実験装置は図—2に示す。試料は灯の中で両端をクランプする、下部のクランプに結合した金属棒の中間に 1 (mm) 四方の正方形の鏡をとり付けておき更にその下方に適当な慣性モーメントと重量を有する金属製のディスクを負荷できる様にしておく、又炉の温度は自動温度調節器により $\pm 1^\circ\text{C}$ の精度で調整する。次に炉内を一定温度にしておき、試料に一定の負荷を加える。又この試料よりもわずかに軽度に加流されたゴムの応力緩和曲線が 20 時間程度で平衡状態に達することが実験的に確かめられている。したがって 2 本実験においては試料に荷重を加えた後 40 時間経過した後、測定値に変動がないのを確かめた後、試料をある角度 (0.40 rad 以下)

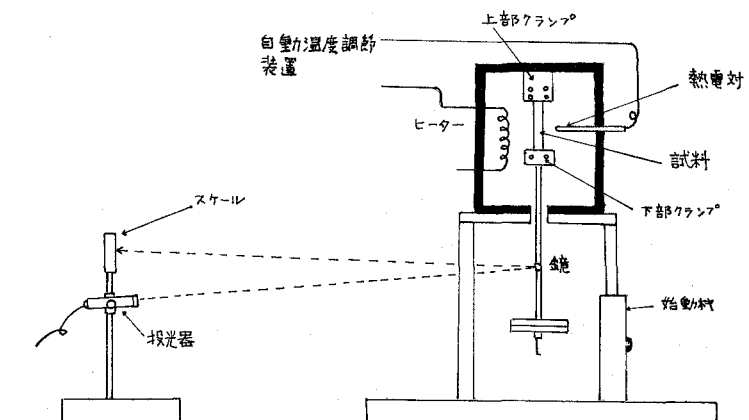


図-2

にねじり、急に放すと試料がねじり振動を始める、これをランプスケール方式により測定した。使用した試料は（クランプする部分を除いた箇所）が長さ 30.0 (mm)、幅 3.00~5.00 (mm)、厚さ 2.20 (mm) の直方体のものである。使用温度範囲は 20~70°C とした。但しこの実験に於て室温の変化を考慮しない温度の指示調整ミスの為、各データー温度間隔が等しく採られていない。又上記した実験手段と(5)式に基づき測定と物理定数の算出を行なった。次に試料に引張り応力を加え、ねじり角 θ でねじったとき、試料の l 伸長時に於けるねじり角 θ とトルク T の関係は次式で与えられる⁽³⁾。

$$T = \frac{bc^3\beta G}{16l} \theta + \frac{b^3c\sigma}{16l} \theta + \frac{Eb^5c}{360} \left(\frac{\theta}{l} \right)^3 \quad (6)$$

但し、 σ : 引張り応力、 E : ヤング率、 G : 引張り応力が零の時のねじり剛性率、当実験に於ては(6)式の第三項目を無視できる様にするには b , c は各々少なくとも 5.00 (mm) 以下、2.25 (mm) 以下であるならば十分であることがわかった。次に(7)式を用いて動ねじり剛性率と動ねじり粘性率を求めるときに、 $I = (\text{ディスクの慣性モーメント}) + (\text{下部クランプと金属棒の慣性モーメント})$ 、減衰が小さいので $\Delta^2 \approx 0$ とした、したがって(2)と(5)より G' と η' は更に次式で表わされる。

$$G' = \frac{64\pi^2 I}{p\beta bc^3} \quad \eta' = \frac{32\Delta I}{p\beta bc^3} \quad (7)$$

故にこの実験において G' 及び η' は(7)式を用いて求める。

実験結果と考察

20~70°C の温度範囲での各温度に於て初期ねじり角 θ_0 を次第に大きくしていったときの η' の値の変化を調べた、その結果は図-3 で示す様になった。図-3 に於て η' は θ_0 のある値で急

に跳躍しその θ_0 の値は温度によって異なる。次に図-3で示されたその特性の試料の断面積の違いによる変化を調べるために b と c の比率を変えて跳躍点 θ'_0 の温度依存性を調べた。その結果は図-4で示される。図-4に於て跳躍が起った後の η' の値はそれ以前と同じく θ_0 に対して一定の値が求められた、即ち(7)式を用いることが可能であった。言い換えれば η' は試料が微小ねじり振動状態にあるという条件、即ち初期ねじり角 θ_0 には無関係な一定値を有するということである。しかし図-3に於て $\theta_0 = \theta'_0$ で η' の値が跳躍している、したがってこの跳躍点に於ては η' が θ_0 に無関係であるということは云えない、しかしこの跳躍点 θ'_0 で変化する η' の値の測定に於て(7)式が適用できた。このことは跳躍点 θ'_0 のところで試料の変形が微小変形の条件からのずれが無視できる程小であるか、又はその条件を満足しているかのいずれかである。この事から跳躍点 θ'_0 における試料の変形量 (b , c , l) 以外の物理定数 G' (動ねじり剛性率) の値が関与すると考えられる、故に跳躍点 θ'_0 のねじり角における試料の力学的物理量が図-3, 図-4の現象を解釈するために重要と思われる、特にその時点に於けるトルク T の値がその目安になると予測される、故にその為に必要な G' の値を求めるために各温度に於ける l を測定した、又この実験で温度による熱膨張は小さいと見なし無視した。したがって各温度での b , c の値は室温で b , c と l の関係を求めておき各温度での l の値と対応させて算定した。 l の値より算出される伸長率 $(l - l_0)/l_0$ の温度依存性は図-5で示した。図-5に於て一定荷重に対する伸長率の温度に対する依存性はエントロピー弾性に見られる現象とは異なっている、これは架橋構造の熱崩壊に起因する現象が共存するためと考えられる。測定後の試料に永久変形が生じていることから云える。次に図-5の伸長率の温度特性に伴なって変化する l , b , c の値と(7)式を用いて G' を求めた、その温度依存性は図-6で示される。図-6と図-4を対比させてみると G' の値の変化のみが図-4の η' の特性を決定しないことが解かった。次に上述した理由により跳躍点におけるトルク T を求めてみる。一般に厚さ c , 幅 b , 長さ l

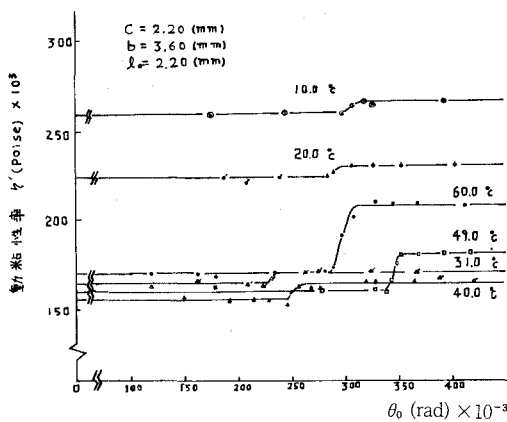


図-3

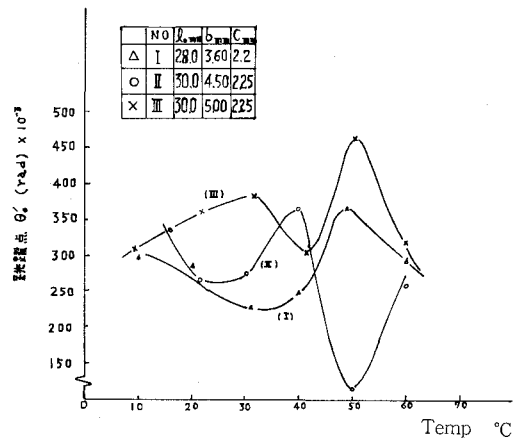


図-4

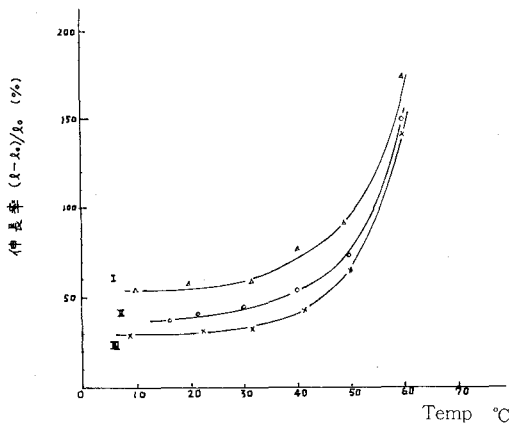


図-5

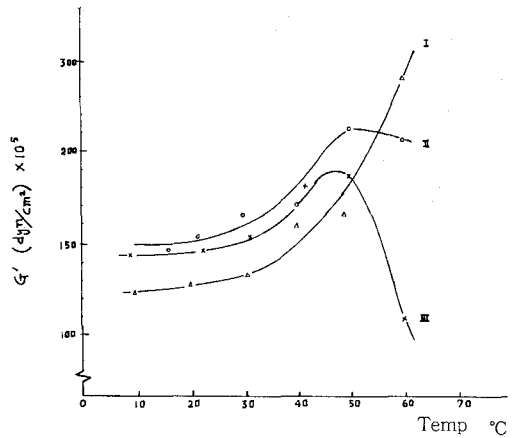


図-6

$$T = \frac{\beta d c^3 G'}{16l} \theta_0 \quad (8)$$

の直方体の試料を微小角 θ_0 だけねじるに要するトルクの大きさ T は(8)式で与えられる。

但し β は形状因子であり、又 G' は(6)式に於て試料に一定荷重が加えられている場合の二項目も考慮した動ねじり剛性率であり、 G とは異なる。次に求めたトルクの温度依存性は図-7で示される。図-7と図-4を比較してみると図-7は b , c , l 及び G が一定である試料に対するねじり角を図-4に従って変化させたとき(8)式に基づいてトルクの大きさもそれに伴

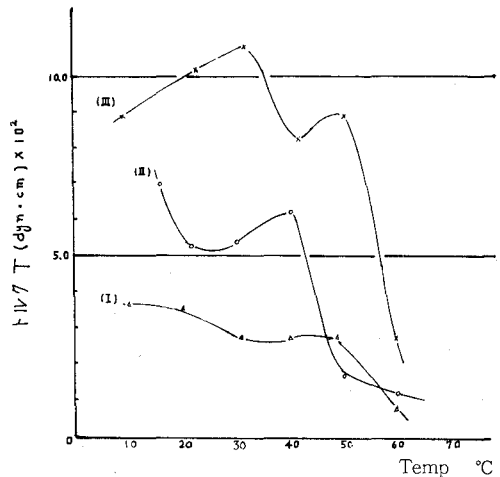


図-7

なって定性的に同じ変化を当然の結果と類似した特性を示した、このことは各温度に於て b , c 及び図-5, 図-6で示される l , G' の値がトルク T の温度依存性に対して規則性を見い出させる程の寄与をしていないという事である、又トルクと関連して同様にして剪断応力を求め θ'_0 に対する特性を調べてみたがトルクの場合と同様に規則性は見い出せなかった。したがって図-3の現象を説明するために試料を θ'_0 の角度に振ったときの他の要因、例えばねじりエネルギーの値の影響も考慮を要すると思われるが今回はそこまで言及しなかった。故にこの実験で得られた結果は上記の試料を初期ねじり角 θ_0 ($0 \sim 0.40$ rad) で自由ねじり振動を行なうと、ある初期ねじり角 θ'_0 までは微小ねじり自由振動の特性に基づいて η' が θ_0 に無関係な一定の

値を有し θ' の所で急に η' の値が跳躍して 0.40 (rad) まで再び一定値を示す、従来あまり報告されていない図—3 の特異な現象が見い出されたということ、又トルクそして剪断応力の物理量だけからはこの現象に対し十分な解釈は下せないということである。以上を今回の実験の結論として留める。使用した加硫ゴムは北日本化工株式会社の好意によることを付記しておく。この報告を終えるに当たり、日頃、物理研究室の諸先生方には何かとお世話になりここに感謝の意を表する次第です。

(昭和 52 年 5 月 21 日受理)

参 考 文 献

- 1) 実験化学講座(8)高分子化学 (丸善)
- 2) 高分子測定法 高分子学会編 (培風館)
- 3) Laurence. E. Nielsen, "Some Instrument for Measuring the Dynamic Mechanical properties of plastic Materials" ASTM Bull. April 1950
- 4) 高分子物理学 斉藤信彦著 (裳華房)

教官学術研究発表集録

(昭和51. 4. 1 ~ 52. 3. 31)

電 気 系 (電気工学科, 電子工学科, 二部電気工学科, 附属情報処理教育センター)

伊達隆三 長谷川博一 岡所忠	マイクロモータのトルク分布について	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	51.10.16
藤田義弘 伊達隆三 岡所忠	誘導電動機の過渡特性実験報告 第3報	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	51.10.16
鈴木好夫 吉住弘 岡所忠	誘導電動機駆動インバータの脱調現象	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	51.10.16
近藤修	固定子動力帰還形駆動系の動特性	電気学会論文誌 96-B, 5, 227, (1976)	
近藤修	周波数急変時における同期電動機の動特性 (I)初期過渡特性	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	51.10.15
奥寺祐直 山崎裕史 近藤修 大窪協	限界故障除去時間決定の一計算法 (系統安定化装置を含む場合)	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	51.10. 5
織笠桂太郎	自然の降雪とロータリー車などによる人工地吹雪 によって発生する大・中・小・極小イオンの挙動	大気電気研究第16号	51.10. 1
織笠桂太郎	アンチモン・ビスマス・シリコンなどの粉体のエ アジェット分散による帯電現象	大気電気研究第16号	51.10. 1
佐本守 二木治 秋山口 聡	0°~360°アナログ移相器について	電気四学会 北海道 支部連合大会で発表	51.
竹村康雄 二木治 秋山村 桐徹	デジタル位相差測定器について	電気四学会 北海道 支部連合大会で発表	51.
山田進 松谷隆 橋本幸 南条淳 野村滋 原進	FeS ₂ 単結晶の Morphology と成長機構について	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	51.10.15

森鈴南野原	田木條村	孝祐淳進	夫之二滋一	N型 Si の陽極酸化に於ける光照射の効果と発行現象	電気四学会 北海道支部連合大会講演論文集	51.10.15
森佐南野原	田野條村	孝裕淳進	夫之二滋一	シリコンの陽極酸化と電解液の pH の関係について	同上	同上
栗嶋前南野原	田崎田條村	典義伊佐進	明則夫二滋一	半導体電極を用いた水の光電解について	第12回応用物理学会北海道支部学術講演会講演予稿集	52. 2. 5
橋松山南野原	本谷田條村	幸隆淳進	男司進二滋一	黄鉄鉱単結晶の電気的特性	同上	同上
森小南野原	田山條村	孝淳進	夫聡二滋一	シリコン陽極酸化膜のプラズマエッチング	同上	同上
坂松	口浦	威二		降雨減衰特性の理論と実験との比較 —センチメートル波帯, 20GHZ まで—	電子通信学会技術研究報告 AP 76-59	51.10.22
中村英夫				送電用がいしの塩分付着特性について (北海道日本海岸の冬期塩害の特徴)	電気四学会 北海道支部連合大会	51.10.15
中武精(北電)	村英夫			新形フリッカ評価装置の開発	同上	同上
中武精(北電)	村英夫			VOLTAGE DIP の評価法と許容限界に対する一考察	同上	同上

化 学 系 (工業化学科, 化学工学科, 一般教育化学)

室渡石	住込井	正寛秀	世人樹	チアゾリルアゾジメチルアミノフェノールと非イオン性界面活性剤を用いるニッケルの吸光光度定量	日本化学会第34春季年会(東京)	51. 4. 1
三石渡室	浦井辺住	潤一秀寛正	郎樹人世	界面活性剤ミセルへのキレート濃縮分離を利用する新液々抽出法	第37回分析化学討論会(鹿児島)	51. 5.21
石渡室	井辺住	秀寛正	樹人世	非イオン性界面活性剤ミセル溶液の相分離を利用するキレートの液々抽出	日本化学会第35秋季年会(札幌)	51. 8.29
後田福太渡	藤口江田辺	克陽恵寛	己茂子子人	PAN と非イオン性界面活性剤を用いるマンガンの吸光光度定量	日本化学会第35秋季年会(札幌)	51. 8.29

石井秀樹 渡辺寛正 室住人世	非イオン性界面活性剤溶液の相分離を利用する銅、コバルト、ニッケルの液々抽出	日本分析化学会第25年会（新潟）	51.10.10
室住正世人 渡辺寛裕	キシリジルブルーと非イオン性界面活性剤を用いるマグネシウムの吸光光度定量	日本化学会、日本分析化学会道支部、1977年冬季研究発表会（札幌）	52. 2. 3
渡辺寛人 三浦潤一郎	チアゾリルアゾナフトールと界面活性剤を用いるニッケルの定量法におけるマスキング剤の選択	分析化学	51.10
三浦潤一郎 石井秀樹 渡辺寛人	非イオン性界面活性剤ミセル溶液の相分離を利用するキレート抽出、分離	分析化学	51.11
石井秀樹 渡辺寛人	チアゾリルアゾジメチルアミノフェノールと非イオン性界面活性剤を用いるニッケルの吸光光度定量	分析化学	52. 2
渡辺寛人 三浦潤一郎	ジチゾン亜鉛錯体と非イオン性界面活性剤を用いる銅の吸光光度定量	分析化学	52. 3
Masayo Murozumi	Geochemical Investigations of Ice Sheets in Mizuho Plateau and West Endenby Land	Draft Translation 543. Cold Regions Research and Engineering Laboratory, U.S.A.	Sept. 1976
阿部友二 室住正世 伊藤藤好	海水中の銅の同位体希釈質量分析	分析機器	66, 1976
室住正世	クリーン・ラボラトリー ppb 及び ppt レベル超微量分析のかぎ	ぶんせき	No. 5, 320, 1976
山崎一雄 室住正世	鉛の同位体比による産地分析の試み 本邦出土の青銅鏡ならびに古銭について	考古学と自然科学 9号, 53, 1976	
室住正世 中藤井向 日次志誠	超微量鉛の同位体希釈質量分析法	分析化学 Vol. 2, 81, 1977	
室住正世 伊藤藤村 中精次	同位体希釈質量分析法による河川水試料中の銅の定量	日本化学会誌 No. 2, 214, 1977	
室住正世 中藤村精好	海水中の銅の同位体希釈質量分析法 (I)	分析化学 Vol. 25, 706, 1976	
岩島昌清 藤田昌彦 安孫子勤登 山県登	昭和基地周辺の微量元素の分布 (I), 一大気中の粒子状ヒ素含量一	南極資料	投稿中
T. ABIKand T. TORII.	Continuous measurement of atmospheric nitrogen oxides (NO _x) at Syowa Station in east Antarctica.	南極資料	投稿中
金塚高次 加納久雄	工程解析における測定誤差の影響 (第4報) 分散に関する検定	日本化学会 第35秋季年会	51. 8.30
金塚高次	測定誤差を考慮した工程解析について	北海道 QC 研究会会報, No.3, 16(1976)	52. 3.

加小 小 金 村	納林 蒲塚 本	久隆 明高 晴	雄夫 己次 久	エチレンの酸化に対する銀触媒の担体としてのアルミナ的作用—アルミナの焼成温度の影響	日化第34春季年会 予稿集 I, p. 79	51. 4. 3
加小 竹 金	納林 内蒲 塚	久隆 和明 高	雄夫 史己 次	銀触媒の担体としてのアルミナ的作用—アルカリ処理による選択率の改良	日化第35秋季年会 第39回触媒討論会(A) 予稿集, p. 162	51. 8.31
小原	松田	藤尚	男之	高炉スラッグの再生利用に関する研究(第1報) 変性ポリエチレンと高炉スラッグ主成分とによる複合材料化への粘弾性的研究	日本化学会第35秋季 年会	51. 8.28
F. Komatsu A. P. Plochcki (Poland) T. Shoji				Polyolefins Blends of Polymer Blends	Academic Press (New York and London)Fig. 6, 10—11—14, 16, 24, 25 in MIT Res. Rept. 7/3/1972 and Fig. 2—13 idem p. 131 ff /1972 by. F. Komatsu	Aug. 15 1976
小渡	幡辺	英治	二夫	不連続排泥シックナーの解析	化学工学協会 第41 年会講演要旨集	51. 4. 2
小渡	幡辺	英治	二夫	連続濃縮槽の変動要因と槽高	化学工学協会 東北 大会講演要旨集	51. 7.27
渡富	辺田	治和	夫彦	充填層の圧力損失と空間率関数	化学工学協会 東北 大会講演要旨集	51. 7.27
渡上 野山	辺治	治夫	清	ステレオロジーによる粒子形状係数の統計的測定	粉体に関する討論会 講演要旨集	51.11.26
渡	辺治	治夫		粒子群沈降の空間率関数	粉体工学研究会誌 13, 546 (1976)	
渡	辺治	治夫		2成混合粒子の回収率	粉体工学研究会誌 13, 480 (1976)	
福井 佐安 遠	田川 藤藤 藤	隆光 公一	至清 二二 夫	通気法によるシアン化水素の放散速度の測定	日本化学会誌 (4), 712 (1976)	
福安 佐遠	田藤 藤藤 藤	隆公 忠一	至二 二夫 夫	横型攪拌槽による液中シアン放散の実用化試験	工業用水 Vol. 219, 19 (1976)	
五川 安杉	藤村 藤田	道徹 公治	博也 二八 郎	横型攪拌槽の動力特性	化工協会東北大会	51. 7.26
竹安 長	内藤	隆公 哲	男二 郎	横型かくはん槽によるアクロレインの液相酸化	石油学会誌 19, (12), 1022(1976)	

富士川 佐藤喜	計真英	吉理明	白金電極上でのエチレン電解還元 —重水素トレーサーによる反応機構の研究—	日本化学会第34春季 年会	51. 4. 3
富士川 北向	計一	吉博	白金電極へのアンチモンの吸着	日本化学会北海道支 部1976年夏季研究発 表会	51. 7.19
富士川 石田中	計良裕	吉一敏	鉛を吸着した白金電極によるエチレンおよびアセ チレンの電解還元	日本化学会北海道支 部1976年夏季研究発 表会	51. 7.19
富士川 佐藤喜	計真英	吉理明	白金電極によるエチレン電解還元 —重水による軽エチレンの還元—	日本化学会第35秋季 年会	51. 8.28
喜多 富士川	英計	明吉	電極反応の有機物理化学 —電極触媒と有機物の電解還元—	表面, 51(2), 1, 1977	52. 2. 1

開発工学科

佐藤 磯部	藤和俊	干城美郎	石炭の自然発火性	日本鉱業会秋季 分科研究会資料	51.10.
山田 大塚	久之助 一	助郎	札幌市内の地下水還元井について	日本地下水学会秋季 講演会	51.10.22
山口 久之助			豊平川扇状地の地下水の動向について	日本応用地質学会北 海道支部講演会	51.12.18
横堀 山津	秀多三郎	吉三郎	位相差電気探鉱法の水槽実験 (第2報)	物理探鉱技術協会	51. 5.20
横堀 山津	秀多三郎	吉三郎	中山平温泉における物理探査について	日本温泉科学会	51. 7.22
沢朝 三	田日 上	義秀芳	砂粘土混合土の透水係数に関する2, 3の実験的 考察	開発技報 (19号)	1977. 3
沢朝 遠	田日 藤	義秀順	粘土の一軸及び等方圧密脱水における pF 特性	開発技報 (19号)	1977. 3
沢渡 田辺	義謙	男二	北海道岩内郡小沢地区における地質と温泉につい ての一考察	開発技報 (19号)	1977. 3

土木系 (土木工学科, 建築工学科, 一般教育図学)

中松 田	村岡 中	作太郎 健一 功	繰り返し荷重を受ける立体トラスの疲労と振動特 性について	土木学会 第31回年 次学術講演会概要集 I-185	51.10. 9
中松 竹	村岡 本	作太郎 健和 生	帯鉄筋円柱の角柱要素法による応力解析について	土木学会 第31回年 次学術講演会概要集 I-17	51.10. 9
中松 田	村岡 中	作太郎 健一 功	繰り返し荷重を受ける立体トラスの疲労現象とそ の振動解析	土木学会 北海道支 部論文報告集 第33号	52. 2. 3

中 村 作太郎 竹 本 和 生	フラットスラブの柱頭部の応力分布について	土木学会 北海道支 部論文報告集 第33号	52. 2. 3
Kenichi G. Matsuoka Sumio G. Nomachi	On Stress Wave of a Cylinder Embedded in an Elastic Medium	THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS Vol. 24	Apr. 1976
松 岡 健 一 能 町 純 雄	弾性媒体中にある円柱を伝わる曲げ波動の伝播速 度について	土木学会 論文報告 集 第258号	52. 2
松 岡 健 一 能 町 純 雄 杉 田 修 一	表面に部分荷重を受ける円孔を有する半無限体の 応力解析について	土木学会北海道支 部論文報告集 第33号	52. 2
松 岡 健 一 能 町 純 雄	剛な円柱で圧縮した多層弾性体の3次元応力解析	土木学会 第31回年 次学術講演会講演概 要集第1部	51.10
松 岡 健 一 能 町 純 雄	円孔を有する半無限体の円孔周辺の応力分布につ いて	第26回応用力学連合 講演会講演論文抄録 集	51.10
尾 崎 諷 杉 本 博 之 志 村 政 雄 扇 芝 哲 行	鋼繊維コンクリートについて	土木学会 北海道支 部論文報告集 第33号	52. 2

鋼繊維補強コンクリートについて、本学土木工学科においておこなわれた過去4年間の実験結果を、在外研究で得た知見に基づいてまとめた論文で、ワーカビリティ、圧縮・曲げ・引張強度、圧縮疲労強度、膨張材との複合などが研究の内容となっている。

特に、鋼繊維コンクリートのスランプ低下や強度増加などが、単なる鋼繊維混入率によるのではなく、これと鋼繊維の形状寸法から求まる“鋼繊維間隔とアスペクト比”できまり、これを用いると比例関係が得られることを明らかにした点に特徴がある。

杉 本 博 之	幾何計画法の応用に関する一考察	土木学会第31回年次 学術講演会講演概要 集	1976.10
杉 本 博 之	吊橋の最小重量設計とその二、三の特性	土木学会 北海道支 部論文報告集 第33号	1977. 1
杉 本 博 之	アーチ系橋梁の最適設計および構造特性に 関する研究	昭和50年度北海道科 学研究費による一般 研究報告(概要)	1977. 2
近 藤 俣 郎 藤 間 聡 高 玉 佳 育	消波構造物による波の変形に関する数値解析	土木学会北海道支 部論文報告集 第33号	52. 2
近 藤 俣 郎 谷 野 賢 二	各種透過性防波構造物における波の変形特性	第23回海岸工学講演 会論文集	51.11
Hideo Kondo Satoshi Toma Kenji Yano	Laboratory Study on Pervious Core Breakwaters	15th International Conference on Coastal Engineering, ASCE	July 12, 1976

近藤高	藤間玉	俣佳	郎聡育	消波工による波の変形に関する数値解析	第31回土木学会年次学術講演会	51.10
近藤葛	藤間西	俣勝	郎聡栄	複層透過性防波堤の反射率・伝達率の一推定法	室蘭工業大学研究報告(理工編)第9巻1号	51.12
近藤	藤	俣	郎	複層透過性防波堤	文部省科学研究費、自然災害特別研究成果, No. A-51-2「海岸における波の制御に関する研究」	52. 2
近佐小	藤山	俣隆	郎一茂	各種多孔板式防波堤による波の反射・伝達特性	土木学会 北海道支部論文報告集, 第33号	52. 2
藤寺	間島	俊	聡夫	有限要素法による堤体内非 Darcy 浸透流の一解法	土木学会北海道支部論文報告集	52. 2. 3
丹穂新	保積妻	憲哲	仁準也	清浄砂層における損失水頭公式の検討	土木学会 第31回年次学術講演会概要集, II-242	51.10
穂河	積野	芳	準宜	沈降濃縮に及ぼす pH の影響について	土木学会 第31回年次学術講演会概要集, II-282	51.10
穂積	積		準	凝集性スラリーの圧縮沈降特性	第1回環境サイエンス北見シンポジウム講演論文集	51.11
穂新	積妻	哲	準也	濁質抑留に伴う砂層閉塞に関する一考察	第13回衛生工学研究会講演論文集	52. 1
穂新	積妻	哲	準也	急速ろ過における濁質抑留に関する一考察	土木学会 北海道支部論文報告集, 33	52. 2
穂河	積野	芳	準宜	活性汚泥フロックの圧縮沈降性状	土木学会 北海道支部論文報告集, 33	52. 2
穂積	積		準	接触高速凝集沈澱池の合理的設計(その4)	工業用水	51. 7
穂渡	積部	公	準治	高分子凝集剤による水産加工廃水の処理	土木学会 北海道支部論文報告集, 33	52. 2
石新後	川田藤			サンドアスファルト混合物の締固め抵抗	土木学会 第31回年次学術講演会概要集	51.10. 8
石新後	川田藤			アスファルト混合物の締固め過程に関する一考察	土木学会北海道支部論文報告集33号	52. 2
新田				鉦滓の路盤材料への利用に関する研究	北海道科学研究費による一般研究報告	52. 1
新田				アスファルト舗装の耐久性と締固め問題	舗装事業協会講演会テキスト	52. 3
斉藤	藤	和	夫	著者(共著), 土木計画数理	朝倉書店	51. 9
斉藤	藤	和	夫	道路網における交通安全対策対象区間(事故多発区間)選定方法の検討	土木学会第31回年次学術講演会概要集	51.10

石 井 憲 一 夫 斉 藤 和 夫	交通事故発生の時系列変動分析について	土木学会第31回年次 学術講演会概要集	51.10
Kazuo Saito	Towards a Statistical Approach of Identifying Hazardous Highway Locations.	室蘭工業大学研究報 告(理工編) Vol. 9, No. 1	51.12
斉 藤 和 夫	交通安全研究の体系と課題	土木学会 北海道支 部論文報告集, 第33号	52. 2
石 井 憲 一 夫 斉 藤 和 夫	交通事故発生の時系列変動分析について	土木学会 北海道支 部論文報告集, 第33号	52. 2
斉 藤 和 夫 武 田 準一郎	判別関数による道路区間の危険性評価について	土木学会 北海道支 部論文報告集, 第33号	52. 2
友 田 勝 己 夫 斉 藤 和 夫 宮 崎 亮 亮 司	住民意識を媒介とした生活環境評価について —室蘭市におけるケース・スタディー—	土木学会 北海道支 部論文報告集, 第33号	52. 2
斉 藤 和 夫	都市生活環境とその総合評価	第1回環境サイエン ス 北見シンポジウム 講演論文集	51.11
斉 藤 和 夫	都市づくりの基本条件と市民の役割	「室蘭市総合計画策 定のための市民参加 による都市づくり」	52. 3
泉 清 人	騒音の心理的不快感に関する属性についての考察 —騒音のやかましさに関する研究(13)—	日本建築学会 北海 道支部研究報告集 No. 46	51. 9. 4
泉 清 人 佐 藤 哲 身	規則的断続音のやかましさと驚がく効果 —騒音のやかましさに関する研究(Ⅳ)—	日本建築学会大会学 術講演集	51.10.16
Kiyoto Izumi	The Startle Effect and the Perceived Noisiness of Periodically Intermittent Sounds	Proceedings of International Conference on Noise Control Engineering (INTHRNOISE 77), p. B363-B368	2. Mar. 1977
泉 清 人 佐 藤 哲 身 他	断続音のやかましさ評価法に関する検証実験 —騒音のやかましさに関する研究(14)—	日本建築学会 北海 道支部研究報告集 No. 47	52. 3. 26
窪 田 英 樹 山 田 則 行 水 野 正 弘	気流感に関する研究(その1)	日本建築学会 秋季 大会学術講演梗概集	昭51.10.
窪 田 英 樹 石 村 幸 博 青 柳 茂 茂	上向き水平面に沿う温噴流の特性(その5)	同上	同上
窪 田 英 樹	劇場冷房のための鉛直吹き出し気流の基礎的特性	日本建築学会 北海 道支部第46回講演論 文集	昭51. 9. 4

窪山 水原	田 野 子	英 則 正 博	樹 行 弘 光	気流感に関する実験的研究	日本建築学会 北海道支部第46回講演論文集	昭51. 9. 4
窪山 原丸	田 子 藤	英 則 博	樹 行 光 睦	気流の刺激感に関する研究	空気調和・衛生工学会北海道支部・第11回学術講演論文集	昭52. 3. 19
窪山 前	田 谷	英 則	樹 行 努	気流感における弁別閾に関する研究	同上	同上
窪山 加	田 山	英 則 友	樹 行 己	気流感に関する研究—マグニチュード推定法による尺度構成—	空気調和・衛生工学会 北海道支部・第11回学術講演論文集	昭52. 3. 19
窪山 清	田 野	英 則	樹 行 明	室内気候における気流の快適性に及ぼす影響	同上	同上
窪棟 星	田 方 野	英 泰	樹 敏 伸	暖房時の室温分布に関する研究(1)	同上	同上
窪星 棟	田 野 方	英 泰	樹 伸 敏	暖房時の室温分布に関する研究(2)	同上	同上
窪	田	英	樹	劇場冷房のための鉛直吹き出し気流の基礎的特性	室蘭工業大学研究報告 第9巻第1号	昭51.12
眞加	嶋 藤	二 玲 他2名	郎 玲	日常生活圏構造と都市の地域機能における仕置づけについて(住宅事情の「地方性」に関する一考察・その5)	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 46.	1976. 9
眞荒	嶋 川	二 達 他1名	郎 美	住宅事情の「地方性」に関する類型的研究 (その1)都市の住宅事情の類型的分析に関する基本的考え方 (その2)日常生活圏における地域機能分化よりみた都市分類と住宅事情	日本建築学会 大会学術講演梗概集	1976.10
眞荒 藤	嶋 川 井	二 達 正 他2名	郎 美 紀	住宅事情の「地方性」分析における都市化類型について (3)都市類型の設定 (4)住宅需給関係よりみた類型間の構造的関係	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 47.	1977. 3.
荒米 大	川 沢 野	俊 和	卓 広 男	既存鉄筋コンクリート造校舎の耐震性の実態について(その1:胆振・日高地区における調査結果)	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 46	51. 9
荒米	川 沢	俊	卓 広	鉄筋コンクリート短柱の崩壊防止に関する総合研究(その36: DWC-2シリーズ・帯筋の中央部低減の影響)	日本建築学会 大会学術講演梗概集(東海)	51.10
荒米	川 沢	俊	卓 広	既存鉄筋コンクリート柱の帯板補強による効果について	日本建築学会 大会学術講演梗概集(東海)	51.10
荒米	川 沢	俊	卓 広	鉄筋コンクリート部材のせん断補強法の実態とその改善に関する研究	室蘭工業大学研究報告第9巻第1号	51.12

荒米末石家宇松	川沢永亀村田原	俊政弘則重	卓広悦光行雄拓	R C柱の耐力と変形性能に及ぼす副補強筋の効果	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No.47	52. 3
荒相高田若大	川羽田村杉野	信大敏和	卓也茂輔之男	既存鉄筋コンクリート造校舎の耐震性の実態について（その2：渡島・十勝・釧路地区の場合と調査結果の要約）	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No.47	52. 3
後丹	藤羽	知以博		単粒砂モルタルの「軟らかさ」に関する基礎実験	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No.46	51. 9
金後田	野藤口	時知政	見以昭	2粒群混合骨材の空隙率の算定に関する実験的研究	同上	同上
後藤	藤	知以		コンクリート骨材粒度の統計的記述表示	日本建築学会 大会 学術講演梗概集（東海）	51.10
後金	藤野	知時	似見	砂の実積率によらず粒子寸法分布の影響	同上	同上
後藤	藤	知以		コンクリート骨材粒度の数値化	室蘭工業大学研究報告（理工編） vol. 9, No. 1	51.12
後金松相安上	藤野原東原	知時浩秀俊	以見司幸直次	骨材の実積率によらず測定容器寸法と試料の詰め方の影響	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 47	52. 3
松渡後金	原辺藤野	浩正知時	司継以見	骨材粒子表面を被膜するペースト厚さ(JASS 5 砂利コンクリート)	同上	同上
小幡	他1名	守名		有限要素法による溶接時応力の解析	学会部研究報告集 No. 46	1976. 9
小幡	他1名	守名		有壁ラーメンの温度応力について—III	学会道支部研究報告集 No. 46	1976. 9
小幡	他2名	守名		差分法と有限要素法による独立フーチン基礎の解析結果の比較	学会道支部研究報告集 No. 46	1976. 9
小幡	他1名	守名		溶接による温度応力について	学会大学術講演梗概集	1976.10
小幡	他2名	守名		有壁ラーメンの温度応力について（1）	学会大会学術講演梗概集	1976.10
小幡	他2名	守名		有壁ラーメンの温度応力について（2）	学会大会学術講演梗概集	1976.10
小幡	他1名	守名		正方形独立フーチン基礎の有限要素法弾性解と実験結果の比較	学会大会学術講演梗概集	1976.10

小幡	守	有限要素法による布基礎の応力解析について	学会大会学術講演梗概集	1976.10
他1名				
小幡	守	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析結果に及ぼす分割方式の影響について	複合材料シンポジウム講演論文集	1976.12
大築	和			
他1名	夫			
小幡	守	鉛直荷重を受ける正方形フーチング基礎の応力に関する理論的研究	室蘭工大研究報告理工編	1976.12
小幡	守	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の収縮解析	コンクリート構造物のひびわれに関するシンポジウム発表報文集	1977. 3
他2名				
小幡	守	有限要素法による長方形独立フーチングの解析について-I	学会道支部研究報告集 No. 47	1977. 3
他1名				
小幡	守	有限要素法による溶接時応力の解析-II	学会道支部研究報告集 No. 47	1977. 3
他2名				
大築	和	プレキャスト鉄筋コンクリート壁板の有限要素解析	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 46	51. 9
夫				
工藤	仁	鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析に及ぼす余長部形状の影響について	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 46	51. 9
小幡	司			
大築	和			
松原	浩	軸力を受ける鉄筋コンクリート部材の弾塑性有限要素解析	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 46	51. 9
大築	和			
大築	和	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析	室蘭工業大学研究報告理工編	51.12
夫				
大築	和	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析法の検討一分割方式及び単位要素について-I	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 47	52. 3
小幡	夫			
西	第二郎			
工藤	仁	鉄筋コンクリート梁の弾塑性解析結果に及ぼす余長部形状の影響について (その2)	日本建築学会 北海道支部研究報告集 No. 47	52. 3
大築	和			
杉野	目	矩形ラーメンの塑性崩壊型式のグラフ理論的表現について (第二報)	日本建築学会北海道支部報告集 No. 47	51. 8
章				
杉野	目	矩形ラーメンの塑性崩壊型式のグラフ理論的表現について (第三報)	日本建築学会北海道支部報告集 No. 48	52. 3
章				

機 械 系 (機械工学科, 産業機械工学科, 二部機械工学科)

内藤	正	アコースティック・エミッションの基礎的研究	日本機械学会 北海道支部第19回講演会論文集	昭51. 9. 29
浜田	恒			
原	章			
内藤	正	自動車に関する人間工学的研究II (実車による飲酒運転実験)	日本機械学会 北海道支部第19回講演会論文集	昭51. 9. 29
浜田	恒			
坂本	裕			
角田	一			
稻川	充			
敬	晃			

内藤 正 鄭 浜田 恒 平 原 章	アコースティック・エミッションに関する実験	精機学会 北海道支部 学術講演会	昭52. 2. 5
杉山 弘 平 川 恵 司	わん曲流路内の遷音速流に関する実験	日本機械学会 北海道支部第19回講演会 講演論文集 No. 762-2	51. 9.29
杉 山 弘	非軸対称超音速すい状流に対する一数值解法	日本機械学会 論文 集第42巻第362号	51.10
杉 山 弘	わん曲流路内の遷音速流の実験	第26回応用力学連合 講演会講演論文抄録 集	51.11.27
奥田 教 海 山 岸 英 明	円管内を水力輸送される固体球群の垂直方向の確 率密度関数について	日本機械学会 北海 道支部第19回講演会 講演論文集 No. 762-2	51. 9.29
奥田 教 海 山 岸 英 明	水平円管内における粒体の水力輸送に関するモデ ル実験, 第3報粒子浮遊の確率的取扱いについて	全国地下資源関係学 協会合同秋季大会, 分科研究会資料J1	51.10.11
奥田 教 海 山 岸 英 明	円管内における粒体の水力輸送第10報粒子浮遊の 確率的取扱い	日本機械学会 第54 期全国大会講演会, 講演論文集 No. 760-15	51.10.17
奥田 教 海 山 岸 英 明	直線翼列内のフローパターンについて	日本機械学会 第11回シンポジウム 「フローパターンの 予測」講演論文集 No. 760-18	51.11.20
K. Okuda	Trajectory and Diffusion of Particles in Liquid-Solid Flow of Freight Pipelines	Proceedings of the International Symposium on Freight Pipeline, Washington, D. C., U. S. A.	51.12. 8
奥田 教 海	円管内における粒体の水力輸送	流体工学第12巻, 第 12号	51.12
西田 公 至 千々岩 健 児	融点近傍でのアルミニウム及びその合金ADC- 12の引張諸特性	日本機械学会講演論 文集 No. 760-2	1976. 4
西田 公 至 黒崎 壽 芳	工作機械構造の有限要素法による振動特性解析	日本機械学会: 群制 御工作機械システム の自動保守に関する 研究Ⅲ研究成果報告 書RC-S-C31	1976. 6
Koshi Nishida Kenji Chijiwa	Tension Characteristics of High Purity Aluminum and its Alloy ADC-12 at Temperatures Approaching Each Melting Point	Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo(B) vol.xxxiii No. 3	1976. 7
西田 公 至 黒崎 壽 芳	工作機械構造の有限要素法による振動特性解析	日本機械学会講演論 文集 No. 760-17	1976.10

西田公至	Al, ADC-12の高温引張特性と高温粒界破壊	生産研究 vol. 28, No.11	1976.11
西田公至	機械騒音研究の現状について	日本機械学会MT P 分科会	1977. 3
林澤重信 則弘	小型四サイクル機関の速度応答性に関する実験	日本機械学会 北海 道支部第19回講演 文集 No. 762-2.	51. 9.29
澤林則弘 重信	小型二サイクル機関の燃料供給状態に及ぼす吸気 管系の影響	日本機械学会論文集 42巻363号	51.11
星野悟	高力ボルト摩擦接合部の回転すべりについて 第4報適切なボルト配置法	精機学会 春季大会	51. 4. 6
水野忠治 媚山政良 吉田豊 榎清	圧縮式冷凍機によるガスタービンの吸気冷却 (第1報, 一般特性について)	日本機械学会論文 集, 第42巻第363号	51.11
岸浪絃機	垂直円管外表面への水の凍結現象—非凍結温度水 中における先端部二次元熱伝導の影響—	日本冷凍協会誌第51 巻第582号	51. 4
岸浪絃機 斉藤郁夫	曲率一定内面壁に沿う自然対流の研究(第2報)	日本機械学会 第 875回講演会講演論 文集 No. 760-19	51.11.25
平井善雄 岸浪絃機 斉藤郁夫	垂直加熱壁に続く非加熱壁における自然対流の研 究	日本機械学会 北海 道支部 No. 760-2 第19回講演論文集	51. 9.29
斉藤信弘 関倉郁夫	ステップ状加熱を受ける生砂鋳型内熱移動	日本機械学会 第54 期全国大会講演論文 集 No. 760-16	昭51.10
H. Saito N. Seki S. Sakatsume	An Investigation of Heat Transfer Coefficients of Some Molding Sand	Transaction of A. F. S. vol. 84	1976.11
H. Saito H. Seki	Mass Transfer and Pressure Rise in Moist Porous Material Subjected to Step-wise Heating	Transaction of A. S. M. E. vol. 99. Ser. C No. 1	1977. 2
正田弘光 池田隆志	閉ループ系における極の感度	日本機械学会講演論 文集 No. 760-3	51. 4. 1
正田弘光	多入力多出力フィードバック制御系の設計につい て	計測自動制御学会 第15回学術講演会予 稿集	51. 8.25
正田弘光	多変数線形追従システムの設計	計測自動制御学会 第9回計測・制御に 関する北海道研究集 会論文集	51.12. 3
戸倉郁夫 斉藤絃機 岸浪	霜層の成長に関する一考察	伝熱研究15巻第59号	1976.10
吉田豊 恒川昌美 高森隆勝	振動ボールミルの粉碎過程についての一考察	日本鋳業会 北海 道支部昭51年度春季大 会講演会	51. 6.17

吉田 豊 徳田 昭八郎	インパクト・クラッシャーの粉碎過程に関する考察	日本鉱業会 秋季全国大会分科研究会資料 F-1	51.10
吉田 豊 徳田 昭八郎	インパクト・クラッシャーの粉碎過程についての確率過程論的検討	室蘭工大研究報告 vol. 9, No. 1	51.12
吉田 豊 徳田 昭八郎 田下 和男	浮遊炭じんの粒径分布についての統計的検討	室工大開発技報	52. 3
吉田 豊 西辻 昭	レーザによる炭じんの定量に関する基礎的研究 (第2報)	日本鉱業会 春季全国大会講演要旨集 1212.p. 57	52. 4
塚原 実 平田 裕 佐藤 茂 昆野 茂	定容燃焼における燃焼ガスの研究 (第3報渦流の影響について)	日本機械学会 北海道支部第19回講演論文集 No. 762-2	51. 9.29
村山 正 塚原 実	ディーゼル機関における NOx 低減に関する研究 -軽質燃料の使用による NOx の低減-	日本機械学会 日立地方講演会講演論文集	51.10. 7
鴨田 秀一 花村 重幸 (道立工試) 田頭 孝介 橋本 達哉 (金材技研)	球状黒鉛鑄鉄の電子ビーム溶接-純 Ni 板をインサート金属として用いた突合せ溶接-	北海道立工業試験場報告 No. 258 (1966), p.12	51.11
田頭 孝介 小林 雅晴 (旭川工専)	珪素鉄単結晶の切削現象 -走査電顕による観察-	精機学会道支部講演会	52. 2. 5

金属工学科

T. Misawa N. Ringshall J. F. Knott	Fatigue Crack Propagation in a Low Alloy Steel in a De-aerated Distilled Water Environment	Corrosion Science 16(1976), 805	Nov.1976
T. Misawa Y. Kobayashi	Effect of pH on Corrosion Fatigue Crack Propagation in a Low Carbon Steel	防食技術 25(1976), 493	Aug.1976
T. Misawa H. Murakami	Intergranular Stress Corrosion Cracking of α -Brass in an Ammoniacal Non-tarnishing Solution	防食技術 25(1976), 505	Aug.1976
三沢 俊平 辻恒平 菅原 英夫	$\text{CuSO}_4-(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4-\text{NH}_4\text{OH}$ 水溶液中における α -黄銅の腐食疲労	日本金属学会誌 41(1977), 55	52. 1
三沢 俊平	低炭素鋼の腐食疲労強度と pH の関係	材料 26(1977), 172	52. 2
三沢 俊平 菅原 英夫 小林 芳樹	炭素鋼の腐食疲労き裂伝播におよぼす pH の影響	腐食防食協会 春期学術講演大会	51. 5.13
三沢 俊平 J. F. Knott	低合金鋼の蒸留水における疲労き裂伝播	腐食防食協会 春期学術講演大会	51. 5.13

三 沢 俊 平	低合金鋼の蒸留水中における疲労き裂伝播	日本金属学会 北海道支部秋期大会	51.11.11
辻 恒 平 三 沢 俊 平 菅 原 英 夫	α -黄銅のアンモニア水溶液中における腐食疲労と応力腐食割れ	日本金属学会秋期大会	51.10. 3
三 沢 俊 平	大老 U. R. Evans 先生の近況と Manchester 大学腐食防食センター	防食技術 25(1976), 469	51. 7
片 山 博 田 中 章 彦	クロマイトの水素還元挙動	日本鉄鋼協会 第91回講演大会	51. 4. 4
片 山 博	酸化クロムの炭素還元速度におよぼす全圧の影響	日本鉄鋼協会 第92回講演大会	51.10. 3
片 山 博	酸化クロムの炭素還元機構	日本金属学会誌 40(1976), p.993	
片 山 博	クロマイトの各種雰囲気中における炭素還元およびCOガス還元挙動	鉄と鋼 63(1977), p.207	
片 山 博	クロマイト (FeCr_2SO_4) の炭素還元過程	日本金属学会誌 41(1977), p.275	
井 川 克 也	鑄鉄の鑄造特性一押湯低減についての一考察一	鑄鍛造 No. 341(1976. 4) p.1	
田 中 雄 一 井 川 克 也	球状黒鉛鑄鉄の結晶粒微細化に及ぼす合金元素の影響	鑄物 48(1976) p.227	
K. IKAWA Y. TANAKA	Spheroidal Graphite Cast Iron with Pearlite-Ferrite Fine Duplex Structure	日本鑄物協会論文賞 受賞記念講演前刷	1976. 5
桃 野 正 井 川 克 也	Al-3% Cu 合金鑄塊の凝固組織に及ぼす溶湯流動の影響	軽金属 26(1976) p.175	
井 川 克 也	鑄鉄の破壊 (上, 下)	コークダイジェスト No. 106, 107(1976) p. 12, 23	
田 中 雄 一 井 川 克 也	球状黒鉛鑄鉄の超塑性現象に及ぼす基地組織の影響	日本金属学会誌 40(1976) p.375	
桃 野 正 井 川 克 也	人工対流により結晶微細化した Al 合金鑄塊の機械的性質	軽金属 26(1976) p.441	
田 中 雄 一 井 川 克 也	フェライト・パーライト微細混合組織球状黒鉛鑄鉄の引張特性	鑄物 48(1976) p.622	
田 中 雄 一 井 川 克 也	球状黒鉛鑄鉄の共析変態温度近傍における圧縮および圧延加工	塑性と加工 17(1976) p.835	
田 中 雄 一 井 川 克 也	フェライト・パーライト微細混合組織球状黒鉛鑄鉄の耐衝撃性	鑄物 48(1976) p.700	
井 川 克 也 桃 野 正	共晶合金の組織制御と複合材料	金属学会北海道支部 講習会テキスト	1977. 2
井 川 克 也 田 中 雄 一	塑性加工材としての鑄鉄	金属学会会報 16(1977) p.71	
田 中 雄 一 井 川 克 也	フェライト・パーライト微細混合組織球状黒鉛鑄鉄の疲れ特性	日本鑄物協会第90回 講演大会	1976.10

桃井	野川	克	正也	非共晶組成合金の整列組織成長について	日本金属学会 第79 回講演大会	1976.10
藤二井	原口川	幹滋	男啓也	フェライト・パーライトの量比を変えた球状黒鉛 鑄鉄の強度と破壊	日本鑄物協会 北海 道支部昭和51年度研 究発表会	1977. 6
井渡広	川辺川	克修	也貢三	オーステナイト・マルテンサイトを主たる基地組 織とした耐摩耗性球状黒鉛鑄鉄について	日本鑄物協会 北海 道支部昭和51年度研 究発表会	1977. 6
土佐井	岡川	政克	洋也	共晶系を含む Zn-Al 合金の一方凝固組織	鉄鋼協会・金属学会 両北海道支部昭和51 年秋期合同講演大会	1977.11
石井	川川	克	一也	一方凝固による Al-Zn 合金のデンドライト組 織	鉄鋼協会・金属学会 両北海道支部昭和51 年秋期合同講演大会	1977.11
新井	川川	克	豊也	球状黒鉛鑄鉄およびチタンの変態超塑性を利用し た拡散接合	鉄鋼協会・金属学会 両北海道支部昭和51 年秋期合同講演大会	1977.11
師岡	保弘			高炭素高クロム耐摩耗鉄合金の球状化処理と機械 的性質	日本金属学会秋期大 会	51.10. 2
本佐太	田藤川	英忠	幸夫平	$AlCl_3$ -NaCl 系溶融塩における WO_3 の溶解度	第10回溶融塩化学討 論会講演要旨集	51.11.19
中佐太	沢藤川	直忠	幸夫平	NaI-KI 系状態図	第10回溶融塩化学討 論会講演要旨集	51.11.19
菅小	原西	英憲	夫治	13~52% Cr-Fe 合金のアノード分極挙動および 孔食におよぼす475°C 時効の影響	日本金属学会誌 40(1976), 551 No. 6 (1976)	
菅原	英夫			フェライトステンレス鋼の熱処理と腐食の関係	防食技術 25(1976), 671 No.11 (1976)	
菅原	英夫			熱中性子照射による脆化と耐食性	科研費総合研究B報 告書	51. 5.13
菅笠佐々	原谷木	英昌	夫史造	希薄硝酸による α -ステンレス鋼の耐食性試験	腐食防食協会 第23 回腐食防食討論会	51.10.15
菅上原	原出田	英彦	夫彦正	電子ビーム溶解304ステンレス鋼の成分変化と耐 食性	日本金属学会北海道 支部大会	51.11.11
笠菅	谷原	昌英	史夫	フェライトステンレス鋼の粒界腐食	第12回北海道腐食防 食研究会	52. 1.14
上坂菅	出本原	英博	彦司夫	応力腐食割れにおよぼす加工後の熱処理と加工温 度の影響	日本金属学会春期大 会	51. 4. 4
上菅	出原	英彦	夫彦	応力緩和法による18-8鋼の応力腐食割れにおよ ぼす予ひずみの影響	日本金属学会誌 40(1976) 946	
上菅	出原	英彦	夫彦	H_2SO_4 -NaCl 溶液中における18-8鋼の応力腐 食割れにおよぼすサブゼロ処理の影響	日本金属学会秋期大 会	51.10. 4
上菅	出原	英彦	夫彦	H_2SO_4 -NaCl 溶液中における18-8鋼の応力腐 食割れにおよぼす加工組織の影響	日本金属学会誌 40(1976) 1243	

CONTENTS

Science and Engineering

Vol. 9, No. 2

Dec., 1977

Whole No. 27

A Study of Bubble Generation on Underwater Discharge by Laser Doppler Method Yoshitaka Nakao, Noriyuki Takeshima, Masataka Matsuo and Taikichi Hattori	2 (1) 399
Investigation of Hydrogen Production with an Electrochemical PhotocellNoriaki Kurita, Junji Nanjo, Shigeru Nomura and Shin-ichi Hara	2 (17) 415
Analysis of Continuous Thickener Using Solid Flux-Concentration CurveEiji Obata and Haruo Watanabe	2 (25) 423
On the Historical Changes of Bridges and the Tendency of Their Progress (3) The Bridges of Ancient Times, Middle Ages and Modern Times in the OrientSakutaro Nakamura	2 (35) 433
On Three Dimensional Stress Problems of Finite Hollow CylinderKenichi Matsuoka and Sumio Nomachi*	2 (67) 465
On An Application Of the Geometric Programming to An Optimum DesignHiroyuki Sugimoto	2 (81) 479
A Fundamental Study on the Use of Statistical Methods in the Evaluation of Traffic Accident Risk of Highway SectionKazuo Saito and Jun-ichiro Takeda	2 (99) 497
A Statistical Analysis on the Time Serial Variations of Traffic Accident OccurrenceKen-ichi Ishii and Kazuo Saito	2 (119) 517
Hydraulic Transport of Solids in Pipes. Part 6. Effects of Particle Concentration and Diameter Ratio on the Flow Pattern of Solid-Liquid Mixtures and on the Vertical DiffusivityKyokai Okuda and Hideaki Yamagishi	2 (137) 535
CHARACTERISTICS OF FUEL FLOW RATE OF A CARBURETTOR ENGINE...Shigenobu Hayashi and Norihiro Sawa*	2 (145) 543
The Suction Air Cooling Surpercharged Diesel Engine with Vapor Compression RefrigeratorChuji Mizuno, Yutaka Yoshida, Kiyoshi Enoki and Masayoshi Kobiyama	2 (165) 563

Human Engineering Study on the Automobile (II)

On characteristics of driving when drivers are drunk
and when they are not drunk

..... Masachika Naito, Kouhei Hamada, Mitsuru Tsunoda,

Yuichi Sakamoto and Noriaki Inagawa

2 (175) 573

Some Advancements in the Strurtural Theory

of IntegralsYoshio Kinokuniya 2 (183) 581

A note on R. DeMarr's conjecture concerning the order

isomorphism of an ordered linear space and its order dual ...Koji Honda 2 (191) 589

On a Conformal Transformation in

Areal SpacesTakanori Igarashi 2 (195) 593

The study of the Dependence of dynamic Viscosity for vulcanized rubber on
primal twisting angle by means of torsional free Oscillation

.....Atsushi Yamanaka 2 (203) 601

昭和52年12月5日 印 別
昭和52年12月10日 発 行 (非売品)

編 集 兼 室 蘭 工 業 大 学
発 行 者

印 刷 所 協業 高速印刷センター
組 合

営業所／札幌市中央区北4条西3丁目
北洋相銀ビル6F

TEL 271-5101 (代)

工 場／札幌市西区手稲稲穂472

TEL 682-1325

