



放射熱伝達の解析(第3報) :
放射の二次元的伝達を考慮した平行平板間放射-対流
共存熱伝達の解析

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-07-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 媚山, 政良 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/3716

放射熱伝達の解析

(第3報, 放射の二次元的伝達を考慮した平行平板間
放射-対流共存熱伝達の解析)

媚 山 政 良

Analysis of Radiative Heat Transfer
(3rd Report, Combined heat transfer with radiation and
convection between parallel plates with consideration
of two-dimensional radiative transfer)

Masayoshi Kobiyama

Abstract

A problem of the combined heat transfer with radiation and convection is analyzed with the consideration of two-dimensional radiative heat transfer in conformity with the dimension of a model composed of two flat parallel plates. Numerical examples show the influences of the optical distance, the conduction-radiation parameter, and the length of heating wall, and it is cleared that the conditions of the assumption of one-dimensional radiative propagation are applicable.

1. 緒 言

放射性ガスが流路内を流れる, いわゆる放射と対流の共存熱伝達問題は, これまでも数多く研究報告がなされてきており^{(1)~(5)}, また熱エネルギーの有効利用に伴う高温技術が発達してきた今日, 高温, 高熱流束下における熱伝達の問題, すなわち放射を含む熱伝達問題はその重要性を増してきている。

放射と対流はその熱伝達機構が相互に異なり, エネルギー方程式は温度に関し非線形の微積分方程式となり, その解を得ることは容易ではない。最も基本的な幾何学的形状をもつ平行平板間流路内の共存熱伝達問題^{(4),(5)}に限って検討を行なうと, 放射熱伝達を伝熱系の次元に則り二次元として取扱うことを試みる場合, 基礎方程式中に特異点が表われ, 現在のところ, 既に報告⁽⁵⁾した確率計算による以外の対応策はなく, したがって, その解析結果も十分広範囲に渡り報告されてはいない。また, 数値解析においては, 放射の遠距離作用のため進行形の問題としては取扱えないことおよび非線形性のため反復計算を余儀なくされ, 演算時間が非常に長くなること, および上記の特異点の問題とから, 平行平板間の共存熱伝達問題は, 放射熱流束は流

れに直角な温度勾配の大きな方向にのみ伝播すると近似した解析, すなわち放射の一次元伝播の近似⁽⁴⁾を用い解析されることが多い。

したがって, 本報では確率的手法である Monte Carlo 法を用い解析を行い, 特異点の問題を解消し, 放射熱伝達を系の設定に応じた二次元として取扱い, また, 流れ方向に存在する加熱領域と非加熱領域を連続して系に組込むことを試み, 比較的広範囲な計算結果を示す。

記 号

x : 流れ方向の座標	T : 温度
y : 流れに直角方向の座標	u : 速度
z : $x - y$ 平面に直角方向の座標	q_R : 放射熱流束
X : x 方向無次元距離	q_X : 壁面熱負荷
Y : y 方向無次元距離	κ : 放射吸収係数
x_0 : 加熱壁の長さ	γ : 比重量
y_0 : 二平面間距離	ν : 動粘性係数
Re : レイノルズ数	C_p : 定圧比熱
Pr : プラントル数	λ : 熱伝導率
N_R : 伝導-放射パラメータ	R_E : 演算領域を決める許容誤差
τ_{y0} : 二平面間の光学距離	A^*, B^* : 非加熱領域での演算領域の長さ
τ : 光学距離	ε : 収束判定誤差
$F^\square, \mathcal{F}$: ガスの吸収を考慮した二次元形態係数	
θ, Θ : 無次元温度	添字
Nux : 局所ヌセルト数	g : 流体 w : 壁面 m : 平均値

2. 伝熱系および基礎方程式

伝熱系を図1に示す。 $x - y$ 平面に直角な z 方向に無限長である, 距離 y_0 離れた平行平面間を充分発達した灰色放射性流体が定常状態で流れているものとする。壁は黒体で有限な長さ x_0 の一定温度 T_{w0} の加熱壁をはさみ, 半無限長の非加熱壁すなわち断熱壁が存在するものとする。また, 物性値は一定であり, 加熱壁と十分離れた上流で, 流体および壁は一定温度 T_0 とする。

基礎方程式は第1報⁽¹⁾式(1)から式(6)において, $q_{in} = 0$ として表わされる。なお, 同式中式(2)および式(3)を本報の式(5)を用い無次元表示すると次式を得る。

$$U \frac{\partial \theta_g}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta_g}{\partial Y^2} - \frac{\tau_{y0}}{N_R} \left\{ \theta_g^4 - \int_{0-\infty}^{x_0+\infty} \int_0^{\tau_{y0}} \theta_g^4 \mathcal{F}_{gg} d\tau_y d\tau_x \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \int_{0-\infty}^{x_0+\infty} [\theta_{w1}^4 \mathcal{F}_{wg1} + \theta_{w2}^4 \mathcal{F}_{wg2}] d\tau_x \right\} \quad (1)$$

$$N_{ux1} = -\frac{1}{(1-\theta_m)} \left[\left(\frac{\partial \theta_g}{\partial Y} \right)_{Y=0} + \frac{\tau_{y0}}{N_R} \left\{ \frac{1}{4} \left[\theta_{w1}^4 - \int_{0-\infty}^{x_0+\infty} \theta_{w2}^4 \mathcal{F}_{ww2} d\tau_x \right] \right. \right. \\ \left. \left. - \int_{0-\infty}^{x_0+\infty} \int_0^{\tau_{y0}} \theta_g^4 \mathcal{F}_{gw} d\tau_y d\tau_x \right\} \right] \quad (2)$$

また、境界条件はつぎとする。

$$\left. \begin{aligned} Y=0, 1 : \theta_g = \theta_w = 1 \quad (0 \leq X \leq X_0) \\ N_{ux} = 0 \quad (X < 0, X_0 < X) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$X = -\infty : \theta_g = \theta_w = \theta_o \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} X = (x/y_o)/(Re Pr), X_o = (x_o/y_o)/(Re Pr), Y = y/y_o, U = u/u_m, \\ Re = u_m y_o / \nu, Pr = \gamma c_p \nu / \lambda, N_R = \lambda \kappa / (4\sigma T_{wo}^3), \tau_x = \kappa X, \tau_y = \kappa Y, \tau_{y0} = \kappa y_o, \\ \theta_w = T_w / T_{wo}, \theta_g = T_g / T_{wo}, \theta_o = T_o / T_{wo}, \\ \theta_m = T_m / T_{wo}, T_m = \int_0^{y_o} T_g dy / y_o, N_{ux} = q_x y_o / \{\lambda (T_{wo} - T_m)\}, \\ \mathcal{F}_{gg} = F_{gg}^{II} / d\tau_y d\tau_x, \mathcal{F}_{wg} = F_{wg}^{II} / d\tau_y d\tau_x, \mathcal{F}_{gw} = F_{gw}^{II} / d\tau_x, \mathcal{F}_{ww} = F_{ww}^{II} / d\tau_x \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

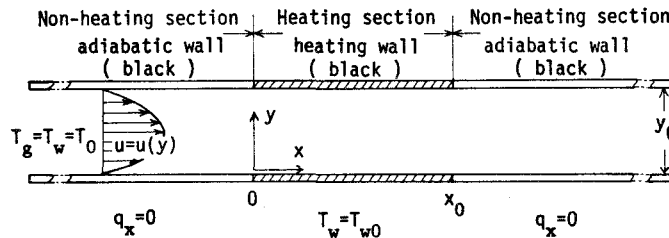


図1 座標系

3. 数値解法

本報で取扱う熱伝達問題の数値解析上の特徴はつぎのとおりである。

- (i) 放射熱伝達の遠距離作用から、進行形の問題としては取扱えず、また、温度に対し非線形であることから反復計算を必要とする。
- (ii) $\mathcal{F}_{gg}$ は差分による数値積分を行なうと、 $\ell = 0$ において特異点をなし、数値解析上の

工夫を必要とする。

(iii) 非加熱壁の温度は、流体温度および加熱壁の温度と相互に依存し合うため、式(1)と式(2)は連立して解く必要がある。

(iv) 放射熱伝達の遠距離作用から、式(1), (2)に示されるように x 方向の積分範囲は無限長となるが、計算機の記憶容量が有限であることから、計算の精度を考慮し非加熱域の計算領域を決める必要がある。

上記(ii)の問題を解決するため、ここでは応用範囲の広い Monte Carlo 法を用い数値積分を行なう。また、確率計算固有の誤差を減じ、演算時間の短縮を図るため、放射物性が一定であることを考慮して、第1報⁽¹⁾で詳述した EFD 法を本報では用いる。このため、演算領域中の全微小要素の x 方向および y 方向の長さ Δx , Δy をそれぞれ等しく採り、また、その代表点を微小要素の重心に置き、対流項の計算および温度、熱負荷の算出のための格子点とする。

つぎに、(iv)に示した非加熱域の流れ方向の領域を決める。放射物性が均一の媒体から成る無限空間を考え、着目する平面から垂直な距離 a 離れた平面より遠方での放射熱伝達を無視した場合、着目する平面も含めそれより後方に伝達される熱量の不足分を R_E とし、その値が許容値以下となる a を選ぶ。なお、ここでは立体角の影響をなくし、一般化を図るためこの様な伝熱系を採っている。 R_E は次式により示される。 a は式(7)となる。

$$R_E = \int_a^\infty \frac{\kappa}{2} e^{-2\kappa x} dx / \int_0^\infty \frac{\kappa}{2} e^{-2\kappa x} dx = e^{-2\kappa a} \quad (6)$$

$$a = -\log_e R_E / \kappa \quad (7)$$

しかし、本報で取扱うような伝熱系では系の条件に R_E を取り込むのは数値解析上での取扱いにしかすぎず、 a を十分長くすると R_E の値は不必要となる。また、 $a < 1$ の場合には、図1に示す二平面の影響すなわち、二次元問題としての影響が表われ、放射熱伝達量の不足量は R_E 以下であっても、流体および壁の温度分布に差異をきたすことになる。したがって、確認のため、式(7)より求められる a を参考に、その長さによる影響を実際に計算し、検討を行なった結果、本計算範囲では $2a$ の長さの採ると有意な差異は認められなかったので、計算の領域を $a^* = 2a$ とする。また、加熱終了点よりも後流側で同様の検討を行なった結果、一般に y 方向に大きな温度変化が存在することから $b^* = 2a^*$ とする必要があった。なお、本報では、加熱域とその近傍(上流側に関しては a^* 、下流側では b^*)を解析の対象とし、また、流れ方向の境界条件を与える領域および解の収束性、安定性を増すため、図2に示す演算の領域の採り方を行なった。なお、この領域のとり方を行なうと、 $-A^* \leq X \leq X_o + B^*$ における温度および熱負荷に及ぼす長さの影響は、それぞれ後述の無次元数 Θ および N_{ux} で示した場合にも R_E 以下であった。ここで、 A^* , B^* は次式で定義する Gartz 数である。

$$A^* = (a^*/y_o)/(R_E Pr), \quad B^* = (b^*/y_o)/(R_E Pr) \quad (8)$$

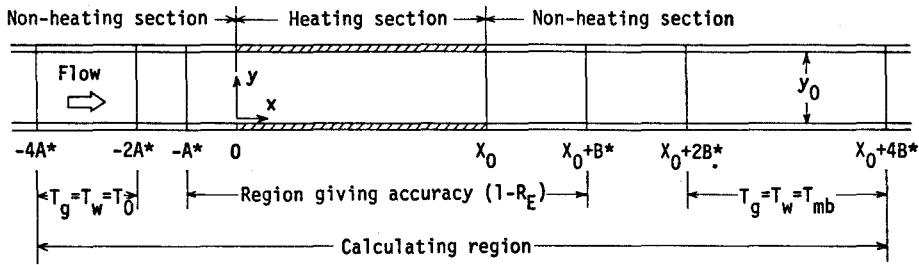


図2 演算の領域

また、図2中に示される T_{mb} は次式により算出される各反復回より一回以前の加熱壁の熱負荷から求めた混合平均温度である。

$$T_{mb} = T_o + 2 \int_0^{x_0} q_x dx / (y_o r u_m c_p) \quad (9)$$

したがって、式(4)に示される境界条件は、数値解析上つぎと書かれる。

$$-4A^* \leq X < -2A^*: \theta_g = \theta_w = \theta_o \quad (4')$$

4. 解析結果と検討

計算の条件を表1および表2に示す。本報の解析では、二平面間の光学距離 τ_{yo} 、伝導-放射パラメータ N_R および加熱域の長さ X_0 をパラメータとする。また、おもに第二報⁽²⁾の解析で用いたつぎの条件を置いた近似解法、すなわち、放射熱伝達の一次元伝播の仮定にもとづく計算方法も、条件によっては実用上有効なので併記し、検討する。なお、温度に関する計算結果の整理には、式(11)で定義する無次元温度 Θ を用いる。

$$\frac{\partial q_{Rx}}{\partial x} \ll \frac{\partial q_{Ry}}{\partial y} \quad (10)$$

$$\Theta = (T - T_o) / (T_{wo} - T_o) \quad (11)$$

4. 1 光学距離 τ_{yo} による影響（#2, 3, 4, 5, 6）

$N_R = 0.05$, $X_0 = 5 \times 10^{-3}$ を例にとり、二平面間の光学距離 τ_{yo} を変化させた場合の結果を示す。

表1 τ_{yo} , N_R 変化時の計算条件

τ_{yo}	0.25	0.50	1.0	5.0	10.0
A^*	9.21×10^{-3}	4.61×10^{-3}	2.30×10^{-3}	0.46×10^{-3}	0.23×10^{-3}
N_R	0.1	0.05	0.01	0.1	0.05
	#2	#3	#4	#1	#6
				#5	
				#7	

$$\text{RePr} = 2000 \quad \theta_{w0} = 1/2 \quad X_0 = 5 \times 10^{-3} \quad R_E = 0.01 \quad \epsilon = 10^{-4}$$

表2 X_0 変化時の計算条件

X_0	5.0×10^{-4}	2.5×10^{-3}	1.0×10^{-2}
NO.	#8	#9	#10

Same values as in case of #5 except X_0

4. 1. 1 温度

加熱領域の入口部、中央部および出口部における温度 Θ_g を図3に、非加熱領域、すなわち、加熱開始点より前方および同終了点より後方の温度を図4に示す。また、混合平均温度 Θ_m および壁温 Θ_w を図5に示す。

加熱領域の入口部（加熱開始点）の温度は、壁面近傍で $\tau_{y0}=1$ の場合が最も高く、放射の遮蔽効果が表われている。また、この断面での混合平均温度は τ_{y0} が大きくなるに従い高くなり、放射の一次元近似の場合との差異が大きくなる。加熱域の中央部では、一次元近似による結果は二次元の場合と定性的な差異は少ないが、二次元として取扱うと加熱開始点近傍において、すでに流体温度が上昇するため、中央部においても一次元とした場合よりも高い温度を示す。加熱領域の出口部（加熱終了点）では、 $Y=0.5$ において一次元と二次元との放射の取扱いによる差異は少ないが、壁近傍の高温部では τ_{y0} が大きくなるにつれ、放射の遠距離作用が顕著となるため、後方の非加熱領域の影響を強く受けるようになり、両者の差異が大きく表われ、とくに τ_{y0} が5以上ではその傾向が顕著である。

つぎに、非加熱領域での温度について考える。この計算例では、表1に示すように A^* 、 B^* における Grentz 数は異なるが、加熱領域からの光学距離 τ_x は同一となる。前方の非加熱領域では、 τ_{y0} が5以下では $X=-A^*/2$ においてもほとんど流体の温度上昇は認められないが、 $\tau_{y0}=$

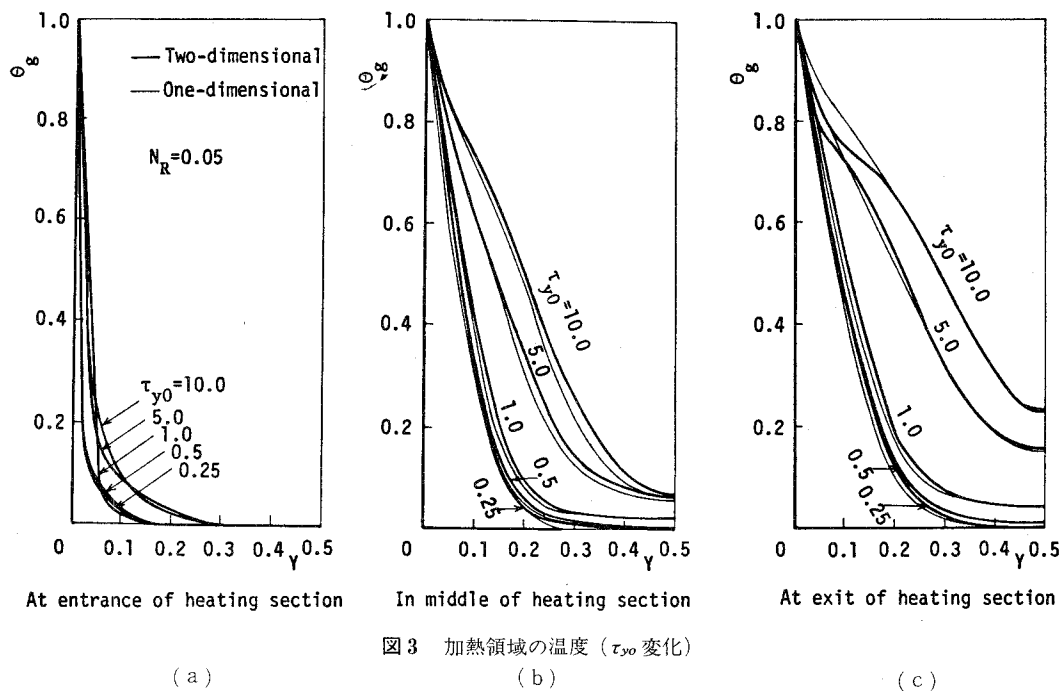


図3 加熱領域の温度 (τ_{y0} 変化)

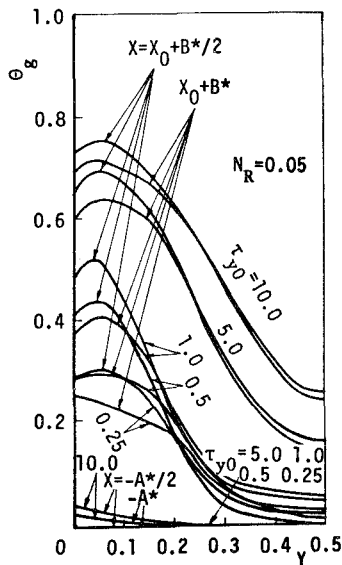


図4 非加熱領域の温度
(τ_{y0} 変化)

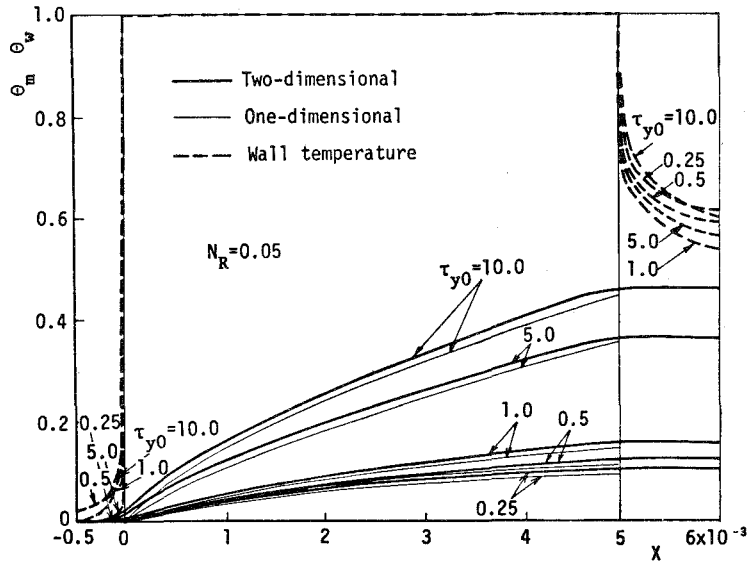


図5 混合平均温度および壁温 (τ_{y0} 変化)

10 の場合には若干上昇する。後方の非加熱領域における τ_{y0} の影響は顕著である。これは加熱領域出口での温度分布の影響を直接受けるためである。また、この領域では、流体温度はY方向のある位置で極大値をとる傾向を示し、その位置は後流側へ進むにつれて低い値となり混合平均温度 T_m に近づく。なお、極大値を示すYは τ_{y0} が1の場合に最も小さく、また、その近傍での温度勾配は最も急である。

4. 1. 2 熱伝達

Nux を図6に示す。放射の一次元近似による二次元の場合との差異はおもに加熱開始点および終了点近傍で表われる。しかし、その差異は温度におけるよりも少ないが、 τ_{y0} が大きくなるにしたがい差異の絶対量は大きくなる。なお、 $X=0$ における Nux は放射を二次元とした場合には定まるが、一次元近似の場合には発散し、また、すでに一次元近似の解析⁽⁴⁾で明らかとされているように、二次元とした場合にも、対流熱伝達のみの場合のような Nux の漸近値は存在しない。

放射の一次元近似による Nux が二次元の場合の Nux と比較的良好一致を示すのはつぎの理由によるものと考えられる。すなわち、放射熱伝達を二次元とすると、加熱開始点および終了点近傍の加熱壁からより低温である非加熱領域への放射熱伝達が存在し、一次元近似の場合におけるよりも多くの熱負荷を必要とするが、その熱放射を受け、加熱領域より前方では流体温度が上昇し、また、後方では流体温度の均一化が遅れ、その領域から再び加熱開始点ないしは終了点近傍の加熱壁へ伝達される放射熱量が存在するためである。すなわち、放射の遠距離作

用は、対流のみの場合となり、空間を隔てた熱交換を可能とし、いわゆる循環熱のごとき効果を熱伝達に性格づけているためであると考えられる。

4.2 伝導-放射パラメータ N_R による影響 (#1, 5, 7)

$\tau_{y0}=5.0$, $X_0=5 \times 10^{-3}$ を例にとり、伝導-放射パラメータ N_R を変化させた場合の結果を示す。なお、ここでは $N_R=\infty$ ないしは $\tau_{y0}=0$, すなわち、対流のみの場合の結果も併記する。

4.2.1 温度

加熱領域における温度 Θ_g を図7に、非加熱領域における温度を図8に示す。また、混合平均温度 Θ_m および壁温 Θ_w を図9に示す。

加熱領域の入口部における温度は N_R が小さく、放射熱伝達の寄与が大きくなるにつれて、一次元と二次元との放射の取扱いによる差異は顕著となってくる。また、放射を二次元として取扱うと、 $N_R=0.01$ の条件下では、加熱領域の入口部において、すでにポテンシャルコアが存在せず、とくに N_R が小さくなるに従い、放射熱伝達の二次元性を考慮に入れ解析を行なう必要がある。加熱領域の中央部では、 N_R が 0.05 以上の場合、一次元と二次元との差異は比較的少ないが、0.01 の場合には $Y=0.5$ 近傍でかなりの差異が認められるが、壁近傍では N_R の値にかかわらず両者の計算法による差異は少ない。加熱領域の出口部では、 Θ_g が大きな領域、すなわち N_R が 0.01 の場合には Y 方向全域、それ以外では壁近傍で一次元との間ではかなりの差異が存在し、一次元近似の場合の方が高い値を示している。また、前方の非加熱領域の温度上昇は N_R が小さく、放射の寄与が大きい場合に認められる。

4.2.2 熱伝達

Nux を図10に示す。一次元と二次元のと扱いは異なる差異は、加熱域の入口部と出口部に特徴的に表われている。流路中央部では、 N_R が 0.05 よりも大きな場合には一次元として取扱った場

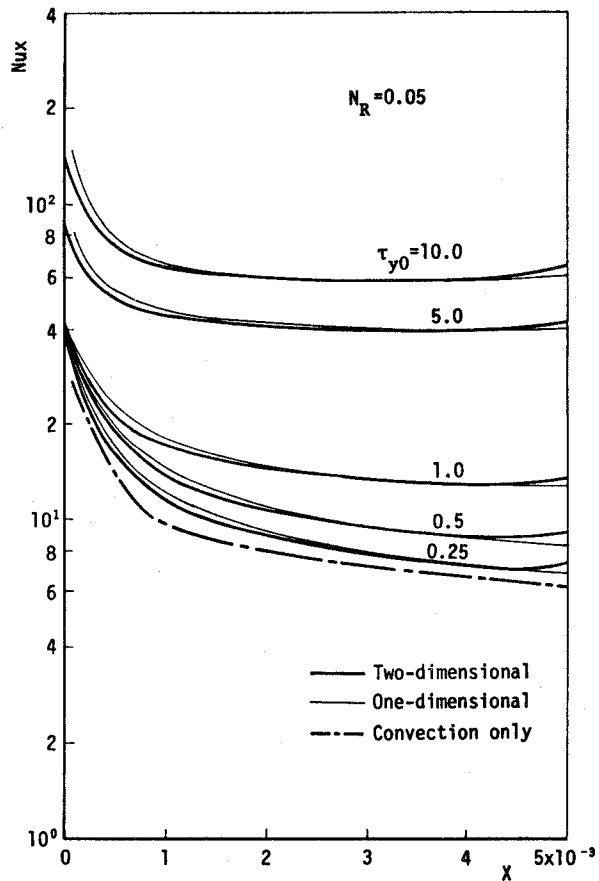
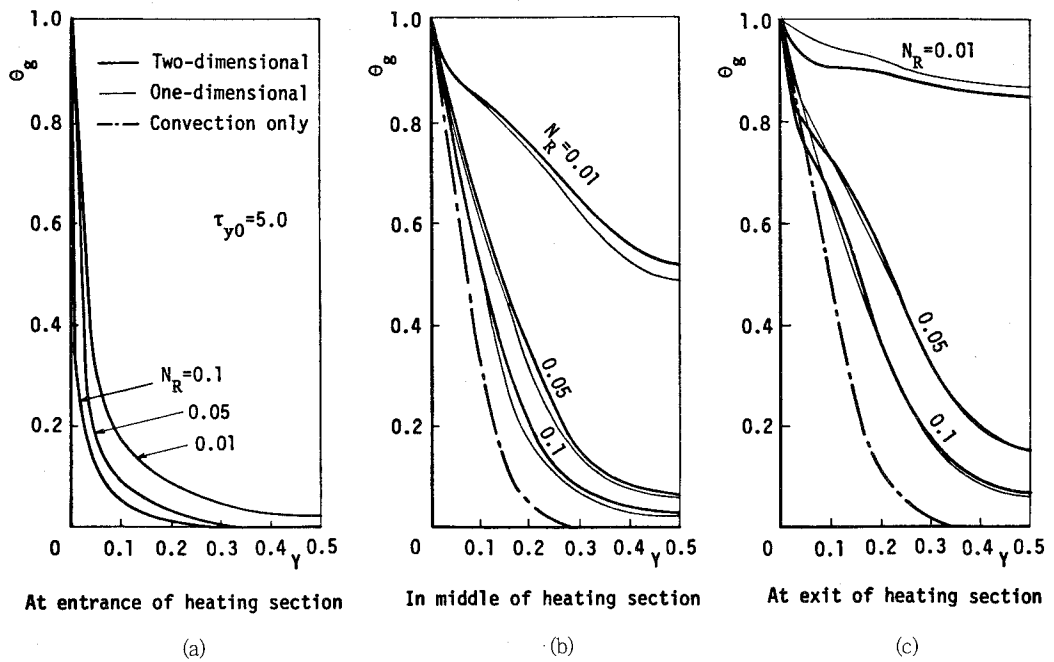
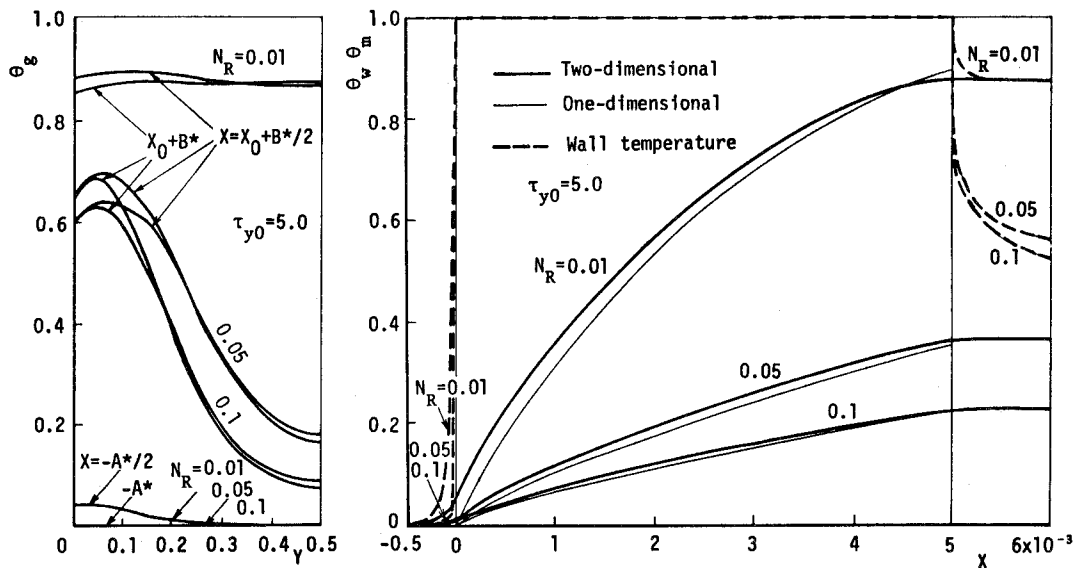


図6 局所ヌセルト数 (τ_{y0} 変化)

図7 加熱領域の温度 (N_R 変化)図8 非加熱領域の温度 (N_R 変化)図9 混合平均温度および壁温 (N_R 変化)

合の方がまた、 Nr が 0.01 よりも小さい場合には二次元とした場合の方が若干高い値を示しているが、4.1. 2での検討のように両者の差異は温度分布におけるほど顕著ではない。

4. 3 加熱域の長さ X_0 (# 8, 9, 5, 10)

$\tau_{y0}=5.0$, $N_R=0.05$ を例にとり、加熱域の長さ X_0 を変化させた場合の結果を示す。

4. 3. 1 温度

加熱領域の加熱開始点および終了点における温度 Θ_g を図 11 に示す。また、混合平均温度 Θ_m および壁温 Θ_w を図 12 に示す。なお、図 11 (b) は放射熱伝達を二次元とした場合の、最も加熱域を長くした # 7 を基準とした相互比較であり、図 11 (c) は放射の一次元近似との比較を示している。

加熱開始点での温度は、本報の計算範囲では加熱域の長さ X_0 による影響をほとんど受けない。しかし、図 11 (b) に示す加熱終了点では、 X_0 が長くなるに従い、 Θ_g の高い高温の領域が広がるため、高温度領域では X_0 の影響が顕著となる。しかし、図 12 に示す Θ_m は X_0 が短い方が、加熱領域全般としては X_0 の影響を受けやすく、また、その傾向は加熱終了点近傍でより顕著に表われている。加熱領域出口部での放射の一次元伝播の近似は、全般的にみると X_0 が短い方が良く成立し、 X_0 が大きくなるに従って、壁近傍および流路中央でその近似は悪くなる。なお、 Θ_m に関する一次元と二次元とによる計算結果の差異は、加熱開始点での Θ_m の差が、 X_0 にかかわらず後流側まで持続する傾向を示している。

4. 3. 2 熱伝達

Nux を図 13 に示す。加熱領域の長さ X_0 が Nux に及ぼす影響は X_0 が短い場合、すなわち $X_0 = 5 \times 10^{-4}$ の場合を除き少なく、また X_0 が長くなるに従い加熱領域の出口部近傍の差異も少なくなる。放射の一次元近似は $X_0 = 5 \times 10^{-4}$ の場合には加熱終了点近傍以外では良い二次

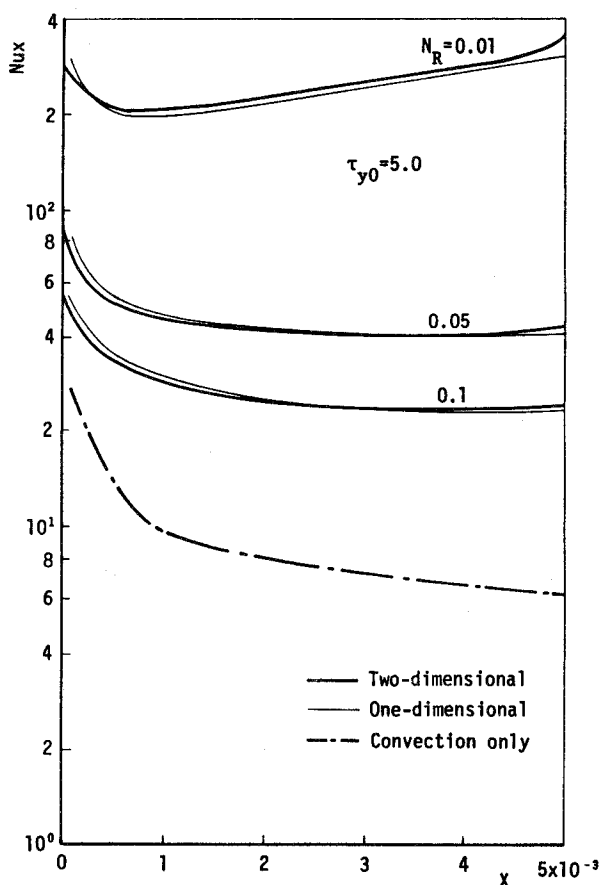
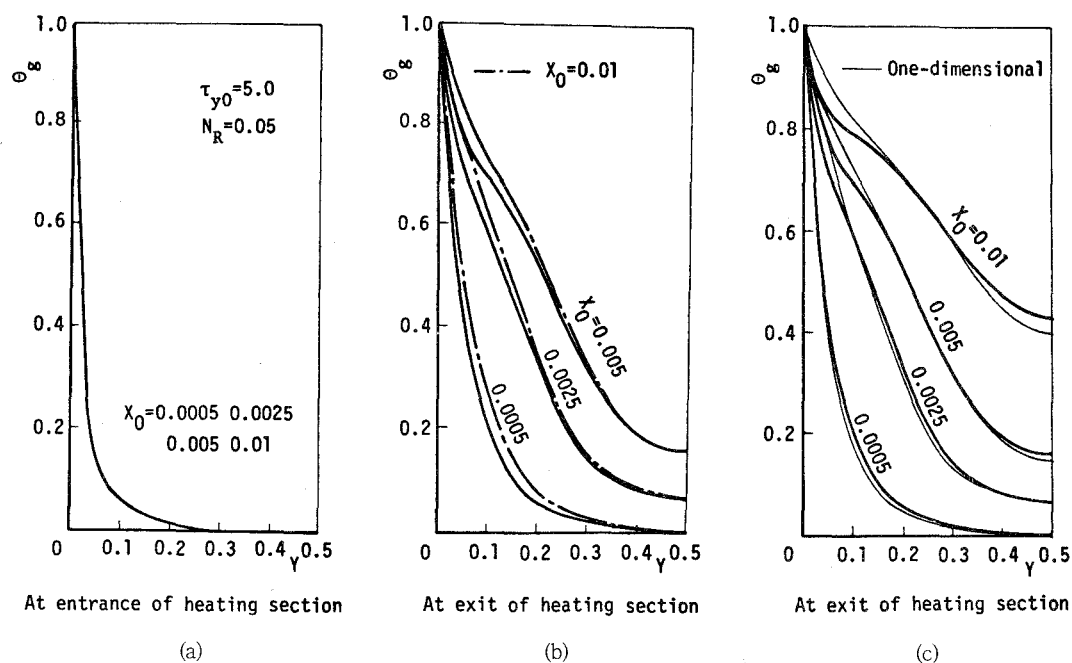
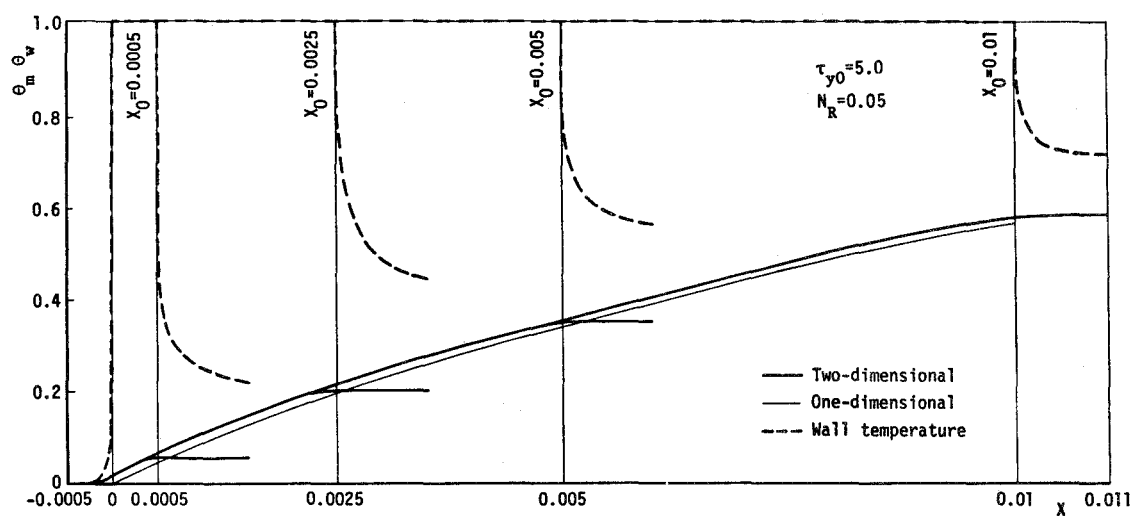
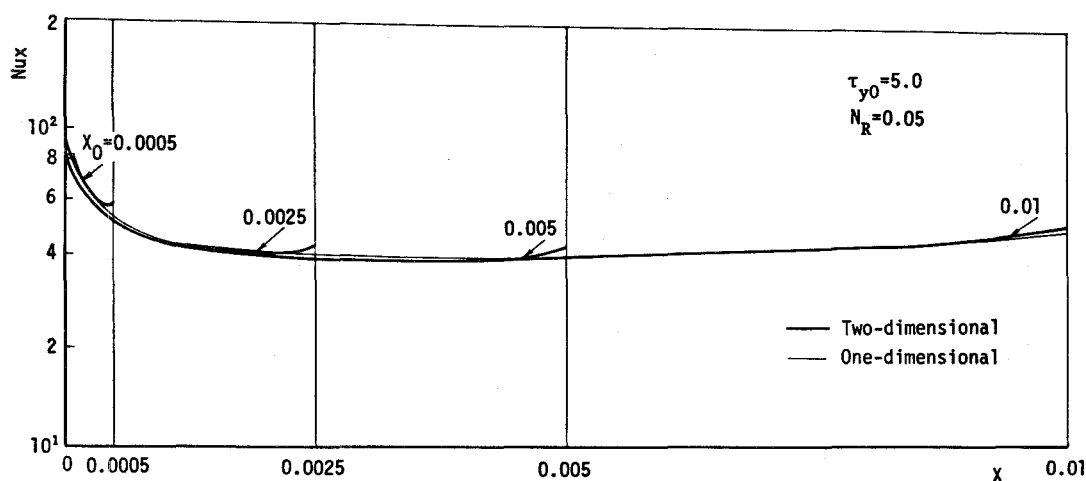


図 10 局所ヌセルト数 (N_R 変化)

図 11 加熱領域の温度 (X_0 変化)図 12 混合平均温度および壁温 (X_0 変化)

図 13 局所ヌセルト数 (X_0 変化)

元への近似を示し、また、流路が長い場合には $X=5 \times 10^{-3}$ 以降で良い近似となる。

5. 結 言

放射性流体が平行二平面間流路を流れる場合の熱伝達問題の解析を行なった。本報では、放射熱伝達を伝熱系の次元に則った二次元として取扱い、それに伴う諸問題の検討を行ない、また、伝熱系を支配するおもなパラメータとして、二平面間の光学距離、放射-伝導パラメータおよび加熱域の長さを取り、広範囲な伝熱特性を明らかとした。本報でのおもな結果を集約するとつぎのとおりである。

1) 加熱領域と隣接する非加熱領域を流れ方向にとり、同一の伝熱系に取り込み、数値解析を行なう一つの方法を提示した。

2) 加熱領域の入口部における温度は、放射熱伝達の寄与が大きくなる、すなわち、二平面間の光学距離が大きくなる、ないしは、伝導-放射パラメータが小さくなるにしたがい、高くなり、放射の一次元近似が成立しなくなる。また、加熱領域の出口部においても放射の寄与が大きくなるにしたがい、一次元近似が成立しなくなるが、とくに二平面間の光学距離が大きくなり、放射の遠距離作用が小さくなるにつれて壁近傍において、また、放射-伝導パラメータが小さくなり、相対的に加熱壁温度が高くなるにつれて、流れに直角方向の全域に渡り、放射熱伝達を一次元とする近似は実際の現象と離れた結果を示す。

3) 加熱領域より前方の非加熱領域における流体および壁面の温度は、流れ方向の光学距離が同一の位置で比較すると、放射熱伝達の寄与が多い場合の方が高くなる。また、後方の非加熱領域の温度は、加熱領域の出口近傍での流体の温度の影響を受け、また、流れに直角方向のある位置で、その断面での最高温度を示し、その位置は後流側に進むにつれ、その値は混合平

均温度に近づき、低くなる。

4) 局所ヌセルト数 N_{ux} に関する、放射の一次元近似による二次元との差異は、おもに加熱開始点および終了点近傍で表われる。しかし、その差異は放射熱のいわゆる循環熱のごとき作用により、温度に比較すると少ない。

5) 本計算範囲では、加熱域の長さが Greatz 数で 5×10^{-4} 以上であれば、加熱開始点近傍の温度は、加熱域の長さによる影響は受けない。しかし、加熱領域全般としては、その領域が短かい方が影響を受けやすい。また、混合平均温度に関してみると、一次元と二次元との解析方法による差異は、加熱開始点での差を加熱領域の長さにかかわらず、後流側まで持続する

(昭和 55 年 4 月 28 日受理)

文 献

- (1) 媚山：室蘭工業大学工学部研究報告 (理工編)，9-3 (昭 53-11)，735.
- (2) 媚山：室蘭工業大学工学部研究報告 (理工編)，10-1 (昭 55-1)，111.
- (3) 越後・ほか 2 名：日本機械学会論文集，40-333 (昭 45-5)，1340.
- (4) 黒崎：日本機械学会論文集，35-278 (昭 44-10)，2099.
- (5) 媚山・ほか 2 名：日本機械学会論文集，44-385 (昭 53-9)，3124.