



等価仮想電圧源法によるサイリスタ回路の解析法： 逆並列接続SCRで制御される単相誘導電動機

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-07-28 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 近藤, 修, 伊藤, 雄三, 藤原, 一 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/3709

等価仮想電圧源法によるサイリスタ回路の解析法

(逆並列接続 SCR で制御される単相誘導電動機)

近 藤 修・伊 藤 雄 三*・藤 原 一*

Analysis of Thyristor Circuit using
"The Method of Equivalent Source"
(Single Phase Induction Motor controlled
by Double Converters Connection SCR)

Osamu Kondo, Yuzo Itoh and Hajime Fujiwara

Abstract

In order to analyze an electrical circuit including switching elements, a method, "the method of equivalent source," has been recently developed by one of the authors. In this method, as a switching element in a circuit which is replaced by an ideal voltage source the circuit configuration is unchanged regardless of "on" or "off" operation of the switching elements and it is expected that the analysis of the circuit is carried out more easily than other methods.

This paper deals with the stationary voltage and current characteristics of single phase induction motor controlled by the double converters connection SCR using this method and its validity on this technique is verified from the process of the analytical treatment and experimental results.

1. ま え が き

SCRなどのスイッチング素子を含む回路網の解析法として、一般的に広く用いられているものは、その素子のON、OFF動作による回路の接続変化に対して、夫々別個の回路方程式を対応させ、適当な境界条件を満たすように解を結合してゆく手法⁽¹⁾や電流解の周期性を用いてフーリエ級数で解を表現する手法⁽²⁾がある。その他スイッチング素子を非線形インピーダンスとして取扱い近似解をうる⁽³⁾または回路のON、OFFを電源電圧の印加と除去に対応させ、その周期性を利用して、フーリエ級数解をうる⁽⁴⁾など、幾つかの手法が開発されている。しかし、回路の接続変化に着目し、それを直接数式モデルに組込む手法では、線形回路網を対象とするかぎり、厳密解をうることは可能であろうが、回路網素子の増加と共に、解析的取扱いも急速に複雑になる。一方フーリエ解析によるものは、解は無限級数の形となるから、これより直ちに動作の特徴を把握することが困難である。

* 北海道大学工学部

本論文は、スイッチング素子のNO, OFF動作に対して、等価な応答を得るような理想電圧源でその素子をおきかえて解を求める等価仮想電圧源法を、回転機を含む回路網に適用し、その有効性の検証を目的とする研究の一報告である。この新手法では、スイッチング素子のON, OFFに無関係に、対象とする回路網には接続の変化がなく、新たに別電源が付加されると見做すものであるから、重畳の定理が適用できる線形回路網を取扱う場合には、回路網構成の対称性の利用などその解析を著しく簡略化できる可能性を秘めることになる⁽⁵⁾⁽⁶⁾

本文においては、この等価仮想電圧源法についてその基本的な発想を概説し、応用例として、逆並列接続SCRによって、その端子電圧が位相制御される単相誘導電動機の定常運転時の電圧、電流特性を解析し、その特徴を明らかにしている。

2. 等価仮想電圧源

本手法の基本的な概念を説明するため、図-1のような回路を考える。図において、電圧源 e_c と負荷 Z_l は線形特性とし、スイッチング素子 S_w で直列に接続されている。いま S_w の周期的なON, OFF動作の下で、回路は定常状態にあるとし、さらに図に示すように、端子 $a-b$ 間には、スイッチング素子の代りに、電源電圧と逆極性の理想電圧源 e_s が直列に挿入されていると仮定しよう。この仮定の下で、回路に流れる電流は、電源 e_c による定常電流 i_c と仮想電圧 e_s による周期電流 i_s の和になる。このような仮想的な回路構成が、実際の現象を忠実に反映できるためには、以下のように仮想電圧 e_s を定めればよい。すなわち、 S_w のOFF期間中では、回路電流は零であるから、

$$\begin{aligned} i &= i_c - i_s = 0 \\ i_s &= e_s / (Z_l + Z_c) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 Z_c は電源 e_c の内部インピーダンスとする。また、 S_w のON期間中では、その両端子は短絡している（素子の順方向電圧降下を無視）、 e_s の値を零とし、結局仮想電圧を次のように定義する。

$$e_s(t) = \begin{cases} 0 & (S_w: \text{ON}) \\ (Z_c + Z_l) i_c & (S_w: \text{OFF}) \end{cases} \quad (2)$$

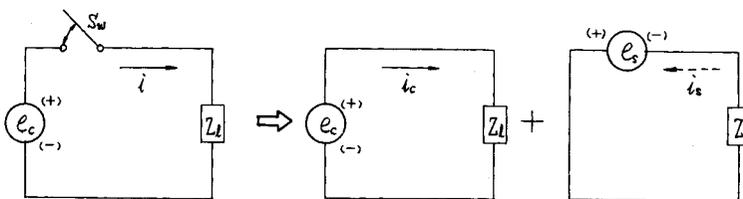


図-1 等価仮想電圧源法の原理図

この電圧を挿入することによって、 S_w のON, OFFに対すると同一の応答を期待できるがこの電圧源を等価仮想電圧源と名付けている。具体的な回路応答の解析に際しては、 Z_i と Z_c は、一般的に、演算子インピーダンスであるから、 S_w の周期的なON, OFF動作、したがって、周期電圧 e_s は未知であり、適当な境界（周期）条件を満たすように決定されねばならない。以下簡単な回路の開、閉現象に本手法を適用して見る。

2-a L-R直列回路のON, OFF

図-2に示す回路において、スイッチング素子 S_w が、 $t=0$ でON動作し、 $t=T$ 秒後にOFF動作をするときの応答を、仮想電圧源法によって解析する。

電源電圧 E_c による定常電流

$$i_c = E_c / R$$

仮想電圧 e_s に対する回路方程式

$$L \frac{di_s}{dt} + R i_s = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < T) \\ e_s(t) & (t \geq T) \end{cases}$$

$t=0$ における仮想電圧分電流 i_s の初期値は

$$i_c - \{i_s\}_{t=0} = 0 \quad \therefore \{i_s\}_{t=0} = i_c$$

回路方程式より $0 \leq t < T$ での電流は

$$i_s = i_c \exp(-Rt/L) u(t)$$

次に、 $t \geq T$ では $i_c - i_s = 0$ であるから、 $i_s = i_c u(t - T)$ とおくことができ、結局 $0 \leq t$ において i_s の一般形として、

$$i_s = i_c [\exp(-Rt/L) \{u(t) - u(t - T)\} + u(t - T)]$$

と表現することができる。仮想電圧は上式と回路方程式より、

$$e_s(t) = L i_c \{1 - \exp(-Rt/L)\} \delta(t - T) + R i_c u(t - T) \quad (t \geq T)$$

となる。またこの電源が回路に供給するエネルギーは

$$\int_0^t e_s(t) i_s(t) dt = (L/2) i_c^2 \{1 - \exp(-RT/L)\}^2 + R i_c^2 (t - T)$$

となる。これはスイッチング素子のOFFの動作に対応して、インダクタンスの有する磁気エネルギーを瞬時に強制消滅に必要な成分（右辺第1項）と見掛上電源 E_c より供給されるジュール損を補償する成分（右辺第2項）からなり、特に前者のため仮想電圧にデルタ関数が表れる。

2-b R-C並列回路のON, OFF

図-3の回路において、 $t < 0$ でON動作定常状態にあるスイッチング素子 S_w が $t=0$ でOFF動作をし、次に $t=T$ で再びON動作する場合について解析する。

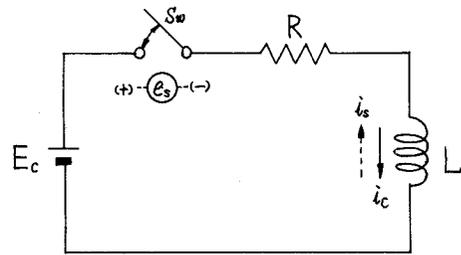


図-2 R-L直列回路の開閉

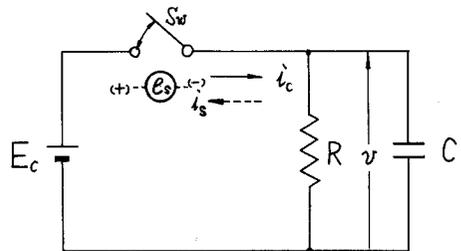


図-3 R-C直列回路の開閉

電源電圧による定常電流

$$i_c = E_c / R$$

仮想電圧に対する回路方程式

$$\frac{e_s}{R} + c \frac{de_s}{dt} = i_s = \begin{cases} i_c u(t) & (0 \leq t < T) \\ i_s(t) & (t \geq T) \end{cases}$$

次に、 $t=0$ において $e_s=0$ であるから、回路方程式より

$$e_s(t) = R i_c \{1 - \exp(-t/RC)\} u(t) \quad (0 \leq t < T)$$

また、 $t \geq T$ では $e_s(t)=0$ であるから、仮想電圧源として一般形は

$$e_s(t) = E_c \{1 - \exp(-t/RC)\} \{u(t) - u(t-T)\} \quad (t > 0)$$

とおくことが出来、回路方程式より、

$$i_s = i_c \{u(t) - u(t-T)\} - CE_c \{1 - \exp(-t/RC)\} \delta(t-T)$$

となる。また仮想電圧より供給されるエネルギーは

$$\int_0^\infty e_s(t) i_s(t) dt = R i_c^2 T - (c/2) E_c^2 \{1 - \exp(-t/RC)\}^2$$

となり、 S_m のOFF期間中の見掛上のジュール損の補償分とON瞬時において、コンデンサの静電エネルギーを強制的に消滅させるための成分からなっている。此の場合デルタ関数は電流の式に含まれる。

以上、スイッチング素子のON、OFF動作時の解析例を示した。一見迂遠のように思われるが、回路の接続の変更がないので、それぞれ共通の回路方程式によって、回路の応答を統一的に取扱うことができる。

3. 単相誘導電動機(系)の等価モデルと等価仮想電圧源

3-a 回路モデルと電圧方程式⁽⁷⁾

逆並列接続SCRで、その印加電圧が位相制御される単相誘導電動機(系)の簡略等価回路を図-4に示す。この系については次の条件を満しているものと仮定する。

- (i) SCRは理想的なスイッチング特性を有する。
- (ii) 電動機の磁気特性は線形である。
- (iii) 電動機の鉄損は無視できる。

さらに、SCRは図-5に示すように、周期的ON、OFF動作を繰返し、電動機は一定速度で定常運転しているとしよう。電源電圧は

$$e_c(t) = E_m \sin \omega t \quad (3)$$

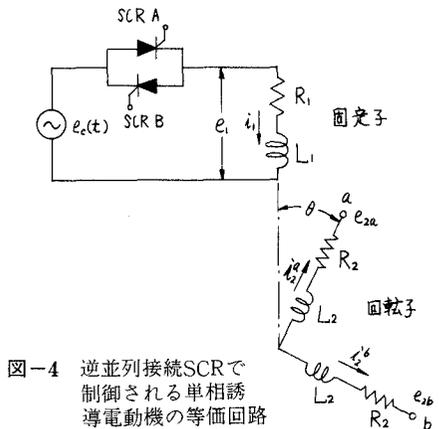


図-4 逆並列接続SCRで制御される単相誘導電動機の等価回路

とし、図-4の電圧、電流分布および回路定数を参照して、電圧方程式を書くと

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_{2a} \\ e_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 p & M p \cos \theta & -M p \sin \theta \\ M p \cos \theta & R_2 + L_2 p & 0 \\ -M p \sin \theta & 0 & R_2 + L_2 p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^a \\ i_2^b \end{bmatrix} \quad (4)$$

こゝで、 e_1, i_1 : 固定子巻線の電圧および電流

e_{2a}, e_{2b} : 回転子 a, b 巻線の端子電圧

i_2^a, i_2^b : 回転子 a, b 巻線の電流

R_1, L_1 : 固定子巻線抵抗と自己インダクタンス

R_2, L_2 : 回転子巻線抵抗と自己インダクタンス

M : 固定子-回転子巻線間の相互インダクタン

スの最大値

$\theta = \omega' t$: 固定子巻線軸と回転子 a 巻線軸の角度

ω' : 回転子角速度 $\omega' = (1-S)\omega$ S : 滑り $p = d/dt$

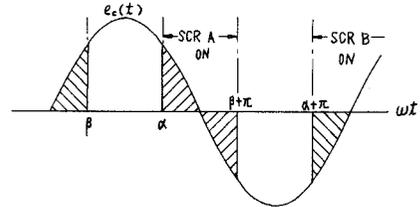


図-5 SCRのON, OFF動作

また図-5において、 α : SCRの点弧角、 β : SCRの消弧角とする。

さて、式(4)は変係数常微分方程式であるから、解析的に閉じた解を直ちに求めることは困難であるから、以下のような電圧又は電流の座標変換によって、定係数線形微分方程式の形に改める。最初に二相対称座標変換を利用して回転子側の量を正相分と逆相分に変換する。すなわち

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i_1 & i_2^a & i_2^b \\ i_1 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ i_2^a & 0 & 1 & 1 \\ i_2^b & 0 & -j & j \end{bmatrix} \quad (5) \quad \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i_1 & i_2^a & i_2^b \\ i_1 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ i_2^a & 0 & 1 & j \\ i_2^b & 0 & 1 & -j \end{bmatrix} \quad (6)$$

により

$$[e_1, e_{21}, e_{22}]_t = \mathbf{A} [e_1, e_{2a}, e_{2b}]_t \quad [i_1, i_2^a, i_2^b]_t = \mathbf{A} [i_1, i_2^a, i_2^b]_t$$

とおくことにより、式(4)を次のように書き換える。

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_{21} \\ e_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(p) & (M/\sqrt{2})p \exp(j\theta) & (M/\sqrt{2})p \exp(-j\theta) \\ (M/\sqrt{2})p \exp(-j\theta) & Z_2(p) & 0 \\ (M/\sqrt{2})p \exp(j\theta) & 0 & Z_2(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^a \\ i_2^b \end{bmatrix} \quad (7)$$

こゝで、 $Z_1(p) = R_1 + L_1 p$ $Z_2(p) = R_2 + L_2 p$

続いて整行列

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(j\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-j\theta) \end{bmatrix} \quad (8) \quad \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-j\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(j\theta) \end{bmatrix} \quad (9)$$

によって、回転子巻線の対称分変数を電源と同一周波数の量に変換する。

$$[e_1, e_{21} \exp(j\theta), e_{22} \exp(-j\theta)]_t = \mathbf{K}^{-1}[e_1, e_{21}, e_{22}]_t$$

$$[i_1, i_2^1 \exp(j\theta), i_2^2 \exp(-j\theta)]_t = \mathbf{K}^{-1}[i_1, i_2^1, i_2^2]_t$$

と変換して、式(7)より

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_{21} \exp(j\theta) \\ e_{22} \exp(-j\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(p) & (M/\sqrt{2})p & (M/\sqrt{2})p \\ (M/\sqrt{2})(p-j\omega') & Z_2(p-j\omega') & 0 \\ (M/\sqrt{2})(p+j\omega') & 0 & Z_2(p+j\omega') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^1 \exp(j\theta) \\ i_2^2 \exp(-j\theta) \end{bmatrix} \quad (10)$$

をうる。

式(10)は定係数の線形方程式であるから、その解析的処理は容易となる。また本論文では、図-5に示すように、SCRの周期的な点弧と消弧動作に対する電動機の定常特性のみを対象とするから、式(10)の解も、SCRのON、OFF周期と同一周期の関数と考えてよく、従って、解の具体的な時間領域は、SCR中1ヶの動作期間を対象とすれば十分であり、 a 素子に対しては図を参照して、

$$t_a \leq t \leq t_\beta \quad (\text{ON期間})$$

$$t_\beta \leq t \leq t_{a+\pi} \quad (\text{OFF期間})$$

を解の定義領域とする。又解析の便宜上、上記の定義区間以外では、解は恒等的に零であると仮定する。解の時間領域の拡張は、その周期性を考えることで十分である。

さて式(10)の解をうるため、電圧、電流のラプラス変換を次のように定義する。

$$E_b(s) = \int_0^\infty e(t) u(t-t_b) \exp(-st) dt$$

$$I_b(s-j\omega') = \int_0^\infty i(t) \exp(j\omega' t) u(t-t_b) \exp(-st) dt$$

こゝで t_b は、SCRのON、OFF動作の開始時刻のため用い、さらに巻線の添字を付加して、具体的に変数を指定する。また

$$\int_0^\infty p e'(t) u(t-t_b) \exp(-st) dt = -e(t_b) \exp(-st_b) + s E_b(s)$$

であることを用いて、式(10)のラプラス変換すると

$$\begin{bmatrix} E_{1b}(s) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(s) & (M/\sqrt{2})s & (M/\sqrt{2})s \\ (M/\sqrt{2})(s-j\omega') & Z_2(s-j\omega') & 0 \\ (M/\sqrt{2})(s+j\omega') & 0 & Z_2(s+j\omega') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_b(s) \\ I_b^1(s-j\omega') \\ I_b^2(s+j\omega') \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_1(t_b) \\ \phi_2^1(t_b) \\ \phi_2^2(t_b) \end{bmatrix} \exp(-st_b) \quad (11)$$

となる。こゝで、回転子側両巻線端子は短絡されているので、 $e_{2a} = e_{2b} = 0$ としている。

$$\begin{aligned} \text{また } \phi_1(t_b) &= L_1 i_1(t_b) + (M/\sqrt{2}) i_2^1(t_b) \exp(j\omega' t_b) + (M/\sqrt{2}) i_2^2(t_b) \exp(-j\omega' t_b) \\ \phi_2^1(t_b) &= (M/\sqrt{2}) i_1(t_b) + L_2 i_2^1(t_b) \exp(j\omega' t_b) \\ \phi_2^2(t_b) &= (M/\sqrt{2}) i_1(t_b) + L_2 i_2^2(t_b) \exp(-j\omega' t_b) \end{aligned}$$

等価仮想電圧源法によって、式(11)の解を求めるのであるが、此の解は上述のように、電源電圧による定常解(添字*c*)と仮想電圧による解(添字*s*)の重畳したものであり(図-6)、各巻線の実電流は

$$i = i_c - i_s$$

となる。以下定常解、非導通時の電流解そして仮想電圧の決定の順序で解析を進める。

3-b 定常電流

SCRがON状態に保持されるとして、電源電圧による各巻線電流の定常解を求める。この電流を式(11)より求めるために、 $t_b=0$ とし、時間領域は

$0 \leq t \leq \infty$ に拡大する。式(11)より、

$$E_1(s) = Z_1(s)I_1(s) + (M/\sqrt{2})s\{I_2^1(s-j\omega') + I_2^2(s+j\omega')\} \quad (12)$$

$$I_2^1(s-j\omega') = \frac{-(M/\sqrt{2})(s-j\omega')}{sL_2 + R_2 - j\omega' L_2} I_1(s) + \frac{1}{sL_2 + R_2 - j\omega' L_2} \phi_2^1(0) \quad (13)$$

$$I_2^2(s+j\omega') = \frac{-(M/\sqrt{2})(s+j\omega')}{sL_2 + R_2 + j\omega' L_2} I_1(s) + \frac{1}{sL_2 + R_2 + j\omega' L_2} \phi_2^2(0) \quad (14)$$

をうるが、定常解の計算のためには、さらに、 $\phi_1(0) = \phi_2^1(0) = \phi_2^2(0) = 0$ および $s = j\omega$ とおく、定常電流のため添字 *c* を付して、結果の式は以下ようになる。

$$i_{ic}(t) = I_m [I_1(s)]_{s=j\omega} = \frac{E_m}{Z_1} \sin(\omega t - \varphi_1) \quad (15)$$

こゝで $Z_1 = (R^2 + X^2)^{\frac{1}{2}} \quad \varphi_1 = \tan^{-1}(X/R)$

$$R = R_1 + \frac{X_m^2}{2} X_2 \left(\frac{S}{R^2 + S^2 X_2^2} + \frac{(2-S)}{R^2 + (2-S)^2 X_2^2} \right)$$

$$X = X_1 + \frac{X_m^2}{2} X_2 \left(\frac{S^2}{R^2 + S^2 X_2^2} + \frac{(2-S)^2}{R^2 + (2-S)^2 X_2^2} \right)$$

$$X_1 = \omega L_1 \quad X_2 = \omega L_2 \quad X_m = \omega M$$

回転子巻線電流は式(13)と(14)より計算するが、そのため固定子電流を*s*領域で

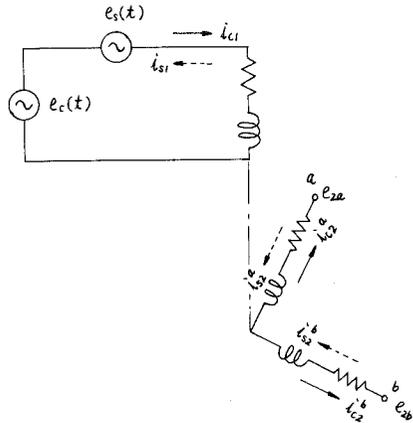


図-6 等価仮想電圧源法による電圧、電流分布

$$I_1(s) = \frac{1}{j\sqrt{2}} \left(\frac{\dot{I}_1}{s-j\omega} - \frac{\dot{I}_1^*}{s+j\omega} \right) \quad (16)$$

と書直す。こゝで $\dot{I}_1 = E_m \exp(-j\varphi_1)/\sqrt{2} Z_1$ 、 \dot{I}_1^* はその共役数である。

式(16)を式(13)と(14)に代入し、 $s = \pm j\omega$ における留数計算を実行して、

$$i_1^2(t) \exp(j\omega t) = \{\dot{I}_1^2 \exp(j\omega t) + \dot{I}_1^{2*} \exp(-j\omega t)\}/\sqrt{2} \quad (17)$$

$$i_1^2(t) \exp(-j\omega t) = \{\dot{I}_1^2 \exp(j\omega t) + \dot{I}_1^{2*} \exp(-j\omega t)\}/\sqrt{2} \quad (18)$$

こゝで $\dot{I}_1^2 = -S X_m (R_2 - j X_2 S) \dot{I}_1 / \sqrt{2} (R_2^2 + S^2 X_2^2)$

$$\dot{I}_1^2 = -(2-S) X_m \{R_2 - j(2-S) X_2\} \dot{I}_1 / \sqrt{2} \{R_2^2 + (2-S)^2 X_2^2\}$$

\dot{I}_1^{2*} 、 \dot{I}_1^{2*} はそれぞれ \dot{I}_1^2 、 \dot{I}_1^2 の共役数

よって、回転子 a 、 b 両巻線電流は

$$i_{c2}^a(t) = (P_1 \cos S\omega t - Q_1 \sin S\omega t + P_2 \cos (2-S)\omega t - Q_2 \sin (2-S)\omega t)/2 \quad (19)$$

$$i_{c2}^b(t) = (P_1 \sin S\omega t + Q_1 \cos S\omega t - P_2 \sin (2-S)\omega t - Q_2 \cos (2-S)\omega t)/2 \quad (20)$$

となる。こゝで

$$P_1 = \frac{-S X_m (R R_2 - S X X_2)}{Z_1^2 (R_2^2 + S^2 X_2^2)} E_m$$

$$Q_1 = \frac{S X_m (S R X_2 + X R_2)}{Z_1^2 (R_2^2 + S^2 X_2^2)} E_m$$

$$P_2 = \frac{-(2-S) X_m \{(2-S) R X_2 + X R_2\}}{Z_1^2 \{R_2^2 + (2-S)^2 X_2^2\}} E_m$$

$$Q_2 = \frac{(2-S) X_m \{(2-S) R X_2 + R_2 X\}}{Z_1^2 \{R_2^2 + (2-S)^2 X_2^2\}} E_m$$

3-c 等価仮想電圧およびSCR非導通時の電流

SCRの非導通期間($t_\beta \leq t \leq t_{a+\pi}$)においては、固定子電流を流れないから、 $i_{s1} = i_{c1}$ であるが、 $i_{c1} u(t-t_\beta)$ を s 領域で表現すると、式(12)~(14)と同様の計算を経て、

$$I_{c1\beta}(s) = \frac{1}{Z(s)} [E_{c\beta}(s) + \{\phi_{c1}(t_\beta) - \frac{M^2 s}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 - j\omega' L_2)} \phi_{c2}^1(t_\beta) - \frac{M^2 s}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 + j\omega' L_2)} \cdot \phi_{c2}^2(t_\beta)\} \exp(-st_\beta)] \quad (21)$$

と表現できる。こゝで

$$Z(s) = R_1 + sL_1 - M^2 s \{(s-j\omega')/(R_2 + sL_2 - j\omega' L_2) + (s+j\omega')/(R_2 + sL_2 + j\omega' L_2)\}/2$$

一方この期間中、等価仮想電圧 $e_s(t) u(t-t_\beta)$ による電流 $i_{s1}(t) u(t-t_\beta)$ は、仮想電圧の s 領域表現を $E_{s\beta}(s)$ とし、定常電流の場合と同様の計算を進めて、

$$I_{s1\beta}(s) = \frac{1}{Z(s)} [E_{s\beta}(s) + \{\phi_{s1}(t_\beta) - \frac{M^2 s}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 - j\omega' L_2)} \phi_{s2}^1(t_\beta) - \frac{M^2 s}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 + j\omega' L_2)} \phi_{s2}^2(t_\beta)\} \exp(-st_\beta)] \quad (22)$$

と書くことができる。ただし、対象とする時間領域は、上述の通り、 $t_\beta \leq t \leq t_{a+\pi}$ である。

式(21)と(22)を等置し、仮想電圧の s 領域表現を求めると、

$$E_{s\beta}(s) = E_{c\beta}(s) + \left\{ \phi_{c1}(t_\beta) - \phi_{s1}(t_\beta) \right\} - \frac{M^2 s}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 - j\omega' L_2)} \left\{ \phi_{c2}^1(t_\beta) - \phi_{s2}^1(t_\beta) \right\} \\ - \frac{M^2 s}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 + j\omega' L_2)} \left\{ \phi_{c2}^2(t_\beta) - \phi_{s2}^2(t_\beta) \right\} \exp(-st_\beta) \quad (23)$$

をうる。時間領域の仮想電圧は

$$e_s(t)u(t-t_\beta) = E_m \sin \omega t u(t-t_\beta) + \left\{ (L_1 L_2 - M^2) / L_2 \right\} i_1(t_\beta) \delta(t-t_\beta) + (M^2 / L_2) i_1(t_\beta) \\ \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 \right\} \cos \omega'(t-t_\beta) + (M / \tau_2) \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 \right\} \left\{ i_2^a(t_\beta) \cos \omega' t_\beta \right. \\ \left. - i_2^b(t_\beta) \sin \omega' t_\beta \right\} + \omega' M \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 \right\} \left\{ i_2^a(t_\beta) \sin \omega' t_\beta + i_2^b(t_\beta) \cos \omega' t \right\} \quad (24)$$

となる。ここで $\tau_2 = L_2 / R_2$

この解にはデルタ関数を含んでいるが、これは、 $t = t_\beta$ で固定子巻線電流が零でないため生ずるものであり、物理的にはこの電圧の存在により、電流は消弧できないことを意味する。したがって、実際の回路においては

$$i_1(t_\beta) = i_{c1}(t_\beta) - i_{s1}(t_\beta) = 0 \quad (25)$$

が消弧条件を与えることになる。消弧条件が成立しているとき、仮想電圧は次のように簡単な形となる。

$$e_s(t)u(t-t_\beta) = E_m \sin \omega t u(t-t_\beta) + \frac{M}{\tau_2} \exp\left\{ -\frac{1}{\tau_2} (t-t_\beta) \right\} \left\{ i_2^a(t_\beta) \cos \omega' t \right. \\ \left. - i_2^b(t_\beta) \sin \omega' t \right\} u(t-t_\beta) + \omega' M \left\{ i_2^a(t_\beta) \sin \omega' t + i_2^b(t_\beta) \cos \omega' t \right\} u(t-t_\beta) \quad (26)$$

次に式(11)に於て、 $I_{1\beta}(s) = 0$ および消弧条件を満たしているとして、回転子両巻線電流を計算すれば、最初に

$$i_1^1(t) \exp(j\omega' t) u(t-t_\beta) = i_2^1(t_\beta) \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 + j\omega' t \right\} u(t-t_\beta) \quad (27)$$

$$i_2^2(t) \exp(-j\omega' t) u(t-t_\beta) = i_2^2(t_\beta) \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 - j\omega' t \right\} u(t-t_\beta) \quad (28)$$

がえられて、続いて、変換 \mathbf{K} および \mathbf{A}^{-1} を用いて、 a, b 両巻線電流として

$$i_2^a(t) u(t-t_\beta) = i_2^a(t_\beta) \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 \right\} u(t-t_\beta) \quad (29)$$

$$i_2^b(t) u(t-t_\beta) = i_2^b(t_\beta) \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 \right\} u(t-t_\beta) \quad (30)$$

がえられる。

この両巻線電流によって、固定子巻線に発生する電圧“残留電圧”は

$$e_r(t)u(t-t_\beta) = (-M / \tau_2) \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 \right\} \left\{ i_2^a(t_\beta) \cos \omega' t - i_2^b(t_\beta) \sin \omega' t \right\} u(t-t_\beta) \\ - \omega' M \exp\left\{ -(t-t_\beta) / \tau_2 \right\} \left\{ i_2^a(t_\beta) \sin \omega' t + i_2^b(t_\beta) \cos \omega' t \right\} u(t-t_\beta) \quad (31)$$

となる。これはまた、電源電圧と仮想電圧の差に等しいことは式(26)から明らかであり、逆に

仮想電圧は電源電圧と残留電圧の差とも考えられる。

4. SCR 導通時の巻線電流, 初期値および消弧条件式

SCR 点弧時($t_\alpha \leq t \leq t_\beta$)の各巻線電流は $e_s(t) = 0$ とおき, 各巻線電流の初期値を仮定し, 解を求め, 続いて, 境界条件(周期条件)を用いて初期値や消弧条件式を求める。

4-a 固定子電流

式(11)に於て, 添字 b を a に換え, 式(12)~(14)の計算を経て, 固定子電流の s 領域表現がえられる。この期間中では $E_{sa}(s) = 0$ であるから

$$I_{s1a}(s) = \frac{1}{Z(s)} \left[\phi_{s1}(t_\alpha) - \frac{Ms}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 - j\omega' L_2)} \phi_{s2}^1(t_\alpha) - \frac{Ms}{\sqrt{2}(R_2 + sL_2 + j\omega' L_2)} \cdot \phi_{s2}^2(t_\alpha) \right] \exp(-st_\alpha) \quad (32)$$

こゝで $Z(s) = 2L_2 \Delta(s) / (R_2 + sL_2 - j\omega' L_2)(R_2 + sL_2 + j\omega' L_2)$

$$\Delta(s) = 2L_1 L_2 \sigma^2 (s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) \quad \sigma^2 = 1 - M^2 / L_1 L_2$$

$$a_2 = (R_1 / L_1 + R_2 / L_2) / \sigma^2 + R_2 / L_2 \quad a_1 = (2R_1 R_2 / L_1 L_2 + R_2^2 / L_2^2) / \sigma^2 + \omega'^2$$

$$a_0 = R_1 (R_2^2 / L_2^2 + \omega'^2) / L_1 \sigma^2$$

特性方程式 $\Delta(s)$ の固有値は, その厳密値を解析的に表現することは可能であるが, 複雑さを増すばかりで得るところは少ないから, こゝでは, $-a \pm jb$ および $-c$ と仮定して, 解析を進める。時間領域での固定子電流解は

$$i_{s1}(t) u(t-t_\alpha) = \left[\frac{2}{bZ_1} \exp\{-a(t-t_\alpha)\} \{ RR \sin b(t-t_\alpha) + SS \cos b(t-t_\alpha) \} + \frac{2TT}{Z_1} \exp\{-c(t-t_\alpha)\} \right] u(t-t_\alpha) \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \text{となる。こゝで } Z_1 &= 2L_1 L_2 \sigma^2 \{ (c-a)^2 + b^2 \} & RR &= R_{11} i_{s1}(t_\alpha) + R_{12} i_{s2}^a(t_\alpha) + R_{13} i_{s2}^b(t_\alpha) \\ SS &= S_{11} i_{s1}(t_\alpha) + S_{12} i_{s2}^a(t_\alpha) + S_{13} i_{s2}^b(t_\alpha) & TT &= T_{11} i_{s1}(t_\alpha) + T_{12} i_{s2}^a(t_\alpha) + T_{13} i_{s2}^b(t_\alpha) \\ R_{11} &= L_1 L_2 \{ (c-a)(a^2 - b^2 - 1/\tau_2^2 - 2a/\tau_2 + \omega'^2) - 2b^2(a-1/\tau_2) \} - M^2 \{ (c-a)(a^2 - b^2 - a/\tau_2) \\ &\quad - b^2(2a-1/\tau_2) \} \\ R_{12} &= (L_2 M / \sqrt{2}) \{ (c-a)(a^2 - b^2 - 1/\tau_2 - 2a/\tau_2 + \omega'^2) - 2b^2(a-1/\tau_2) \} - M L_2 \{ (c-a) \\ &\quad \cdot (a^2 - b^2 - a/\tau_2) - b^2(2a-1/\tau_2) \} \cos \omega' t_\alpha - \omega' M L_2 \{ a(c-a) - b^2 \} \sin \omega' t_\alpha \\ R_{13} &= (L_2 M \sqrt{2}) \{ (c-a)(a^2 - b^2 - 1/\tau_2 - 2a/\tau_2 + \omega'^2) - 2b^2(a-1/\tau_2) \} + M L_2 \{ (c-a) \\ &\quad \cdot (a^2 - b^2 - a/\tau_2) - b^2(2a-1/\tau_2) \} \sin \omega' t_\alpha - \omega' M L_2 \{ a(c-a) - b^2 \} \cos \omega' t_\alpha \\ S_{11} &= -L_1 L_2 \{ b(a^2 - b^2 - 1/\tau_2^2 - 2a/\tau_2 + \omega'^2) + 2b(a-1/\tau_2) \} + M^2 \{ b(a^2 - b^2 - a/\tau_2) \\ &\quad + (c-a)(2a-1/\tau_2) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{12} &= -(L_2 M / \sqrt{2}) \{ b(a^2 - b^2 - 1/\tau_2^2 - 2a/\tau_2 + \omega'^2) + 2b(a - 1/\tau_2) \} + M L_2 c(1/\tau_2 - c) \\
 &\quad \cdot \cos \omega' t_a - \omega' M L_2 c \sin \omega' t_a \\
 S_{13} &= -(L_2 M / \sqrt{2}) \{ b(a^2 - b^2 - 1/\tau_2^2 - 2a/\tau_2 + \omega'^2) + 2b(a - 1/\tau_2) \} - M L_2 c(1/\tau_2 - c) \\
 &\quad \cdot \sin \omega' t_a - \omega' M L_2 c \cos \omega' t_a \\
 T_{11} &= L_1 L_2 \{ (c - 1/\tau_2)^2 + \omega'^2 \} + M^2 c(1/\tau_2 - c) \\
 T_{12} &= (L_2 M / \sqrt{2}) \{ (c - 1/\tau_2)^2 + \omega'^2 \} + M L_2 c(1/\tau_2 - c) \cos \omega' t_a - \omega' M L_2 c \sin \omega' t_a \\
 T_{13} &= (L_2 M / \sqrt{2}) \{ (c - 1/\tau_2)^2 + \omega'^2 \} - M L_2 c(1/\tau_2 - c) \sin \omega' t_a - \omega' M L_2 c \cos \omega' t_a
 \end{aligned}$$

また、この期間中の実固定子電流は

$$i_1(t) = i_{c1}(t) u(t - t_a) - i_{s1}(t) u(t - t_a) \quad (34)$$

となり、 $t = t_\beta$ における仮想電圧分電流は

$$i_{s1}(t_\beta) = A_{11} i_{s1}(t_a) + A_{12} i_{s2}^a(t_a) + A_{13} i_{s2}^b(t_a) \quad (35)$$

と表現できる。こゝで

$$\begin{aligned}
 A_{1i} &= 2 \exp \{ -a(t_\beta - t_a) \} \{ R_{1i} \sin b(t_\beta - t_a) + S_{1i} \cos b(t_\beta - t_a) \} / b Z_1 + 2 \exp \{ -c(t_\beta - t_a) \} \\
 &\quad \cdot T_{1i} / Z_1 \quad (i=1, 2, 3)
 \end{aligned} \quad (36)$$

4-b 回転子電流

回転子巻線電流の仮想電圧成分は、式(13)、(14)および式(33)より以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 i_{s2}^1(t) \exp(j\omega' t) u(t - t_a) &= -\frac{M}{2L_2} \int_0^t i_{s1}(\lambda) u(\lambda - t_a) [\delta(t - \lambda) - \frac{1}{\tau_2} \exp \{ -(1/\tau_2 - j\omega') \\
 &\quad \cdot (t - \lambda) \}] u(t - \lambda) d\lambda + \{ \phi_{s2}^1(t_a) / L_2 \} \exp \{ -(1/\tau_2 - j\omega') \\
 &\quad \cdot (t - t_a) \} u(t - t_a)
 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned}
 i_{s2}^2(t) \exp(-j\omega' t) u(t - t_a) &= -\frac{M}{2L_2} \int_0^t i_{s1}(\lambda) u(\lambda - t_a) [\delta(t - \lambda) - \frac{1}{\tau_2} \exp \{ -(1/\tau_2 \\
 &\quad + j\omega')(t - \lambda) \}] u(t - \lambda) d\lambda + \{ \phi_{s2}^2(t_a) / L_2 \} \exp \\
 &\quad \{ -(1/\tau_2 + j\omega')(t - t_a) \} u(t - t_a)
 \end{aligned} \quad (38)$$

さらに整流変換を用いて、回転子電流の対称成分を求めれば、

$$\begin{aligned}
 i_{s2}^1(t) u(t - t_a) &= \frac{R_2 M}{\sqrt{2} L_2^2} \exp \left(-\frac{t}{\tau_2} \right) \int_0^t i_{s1}(\lambda) u(\lambda - t_a) \exp \left\{ \left(\frac{1}{\tau_2} - j\omega' \right) \lambda \right\} u(t - \lambda) d\lambda \\
 &\quad - \left[\frac{M}{\sqrt{2} L_2} i_{s1}(t) \exp(-j\omega' t) - \{ (M/\sqrt{2} L_2) i_{s1}(t_a) \exp(-j\omega' t_a) + i_{s2}^1(t_a) \} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \exp \{ -(t - t_a) / \tau_2 \} \right] u(t - t_a)
 \end{aligned} \quad (39)$$

$$i_{s2}^2(t) u(t - t_a) = \frac{R_2 M}{\sqrt{2} L_2^2} \exp \left(-\frac{t}{\tau_2} \right) \int_0^t i_{s1}(\lambda) u(\lambda - t_a) \exp \left\{ \left(\frac{1}{\tau_2} + j\omega' \right) \lambda \right\} u(t - \lambda) d\lambda$$

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{M}{\sqrt{2} L_2} i_{s1}(t) \exp(j\omega' t) - \{(M/\sqrt{2} L_2) i_{s1}(t_a) \exp(j\omega' t_a) + i_{s2}^2(t_a)\} \right. \\
& \quad \left. \cdot \exp\{-(t-t_a)/\tau_2\} \right] u(t-t_a) \tag{40}
\end{aligned}$$

となり、 a, b 両巻線電流は、座標変換 A^{-1} によって次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
i_{s2}^a(t) u(t-t_a) &= \frac{R_2 M}{L_2^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \int_0^t i_{s1}(\lambda) u(t-t_a) \exp\left(\frac{1}{\tau_2} \lambda\right) \cos \omega' \lambda u(t-\lambda) d\lambda \\
& - \left[\frac{R_2 M}{L_2^2} i_{s1}(t) \cos \omega' t - \{(M_2/L_2) i_{s1}(t_a) \cos \omega' t_a + i_{s2}^a(t_a)\} \exp \right. \\
& \quad \left. \{-(t-t_a)/\tau_2\} \right] u(t-t_a) \tag{41}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{s2}^b(t) u(t-t_a) &= \frac{R_2 M}{L_2^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \int_0^t i_{s1}(\lambda) u(\lambda-t_a) \exp\left(\frac{1}{\tau_2} \lambda\right) \sin \omega' \lambda u(t-\lambda) d\lambda \\
& - \left[\frac{R_2 M}{L_2^2} i_{s1}(t) \sin \omega' t + \{(M/L_2) i_{s1}(t_a) \sin \omega' t_a + i_{s2}^b(t_a)\} \exp \right. \\
& \quad \left. \{-(t-t_a)/\tau_2\} \right] u(t-t_a) \tag{42}
\end{aligned}$$

式(41)と(42)の右辺の積分を実行すれば、導通時に回転子巻線電流の仮想電圧成分の解が得られる。や、複雑であるが結果の式は以下のように書くことができる。

$$\begin{aligned}
i_{s2}^a(t) u(t-t_a) &= \frac{R_2 M}{L_2^2 b Z_1} \left[\exp\{-a(t-t_a)\} \left\{ \frac{1}{A_1} f_1(b_1 t) + \frac{1}{A_2} f_2(b_2 t) \right\} + \exp\left\{-\frac{1}{\tau_2}(t-t_a)\right\} \right. \\
& \quad \cdot \left\{ \frac{1}{A_1} f_3(\omega' t_a) + \frac{1}{A_2} f_4(\omega' t_a) + \frac{2bT}{A_3} f_5(\omega' t_a) + f_6(\omega' t_a) \right\} \left. \right] u(t-t_a) + \frac{2R_2 M T}{L_2^2 Z_1 A_3} \exp \\
& \quad \{ -c(t-t_a) \} f_7(\omega' t) u(t-t_a) + (2M/L_2) i_{s1}(t) \cos \omega' t u(t-t_a) \tag{43}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{s2}^b(t) u(t-t_a) &= \frac{-R_2 M}{L_2^2 b Z_1} \left[\exp\{-a(t-t_a)\} \left\{ \frac{1}{A_1} f_1(b_1 t) + \frac{1}{A_2} f_2(b_2 t) \right\} + \exp\left\{-\frac{1}{\tau_2}(t-t_a)\right\} \right. \\
& \quad \cdot \left\{ \frac{1}{A_1} f_3(\omega' t_a) + \frac{1}{A_2} f_4(\omega' t_a) + \frac{2bT}{A_3} g_5(\omega' t_a) + g_6(\omega' t_a) \right\} \left. \right] u(t-t_a) + \frac{2R_2 M T}{L_2^2 Z_1 A_3} \exp \\
& \quad \{ -c(t-t_a) \} g_7(\omega' t) u(t-t_a) + (2M/L_2) i_{s1}(t) \sin \omega' t u(t-t_a) \tag{44}
\end{aligned}$$

こゝで

$$\begin{aligned}
f_1(b_1 t) &= (1/\tau_2 - a) \{ RR \cos(b_1 t - bt_a) - SS \sin(b_1 t - bt_a) \} - (b + \omega') \{ RR \sin(b_1 t - bt_a) \\
& \quad + SS \cos(b_1 t - bt_a) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_2(b_2 t) &= (1/\tau_2 - a) \{ RR \cos(b_2 t - bt_a) - SS \sin(b_2 t - bt_a) \} + (b - \omega') \{ RR \sin(b_2 t - bt_a) \\
& \quad + SS \cos(b_2 t - bt_a) \}
\end{aligned}$$

$$f_3(\omega' t_a) = (1/\tau_2 - a) (RR \cos \omega' t_a - SS \sin \omega' t_a) + (b + \omega') (RR \sin \omega' t_a + SS \cos \omega' t_a)$$

$$f_4(\omega' t_a) = -(1/\tau_2 - a) (RR \cos \omega' t_a + SS \sin \omega' t_a) + (b - \omega') (RR \sin \omega' t_a - SS \cos \omega' t_a)$$

$$\begin{aligned}
f_5(\omega' t_a) &= -(1/\tau_2 - c) \cos \omega' t_a - \omega' \sin \omega' t_a \quad f_6(\omega' t_a) = b Z_1 \{ M i_{s1}(t_a) \cos \omega' t_a \\
& \quad + L_2 i_{s2}^a(t_a) \} / R_2 M
\end{aligned}$$

$$f_7(\omega' t) = (1/\tau_2 - c) \cos \omega' t + \omega' \sin \omega' t$$

$$g_5(\omega' t_a) = (1/\tau_2 - c) \sin \omega' t_a - \omega' \cos \omega' t_a \quad g_6(\omega' t_a) = -b Z_1 \{ M i_{s1}(t_a) \sin \omega' t_a - L_2 i_{s2}^b(t_a) \} / R_2 M$$

$$g_7(\omega' t) = -(1/\tau_2 - c) \sin \omega' t - \omega' \cos \omega' t$$

$$b_1 = b + \omega' \quad b_2 = b - \omega' \quad \Delta_1 = (1/\tau_2 - a)^2 + b_1^2 \quad \Delta_2 = (1/\tau_2 - a)^2 + b^2 \quad \Delta_3 = (1/\tau_2 - c)^2 + \omega'^2$$

a, b 両回転子巻線の実電流

$$i_2^a(t) u(t - t_a) = \{ i_{c2}^a(t) - i_{s2}^a(t) \} u(t - t_a) \quad (45)$$

$$i_2^b(t) u(t - t_a) = \{ i_{c2}^b(t) - i_{s2}^b(t) \} u(t - t_a) \quad (46)$$

となる。SCRの周期的なON, OFF動作により、回転子電流はその周波数が、 Sf と $(2-S)f$ の定常成分のほか、式(43)と(44)で表現されるような過渡成分が現れるが、本手法によれば、上述してきたように、これらの両成分を全く別個に求めることができるので、回路網が複雑化するほど、数式処理上有利になることが理解されよう。

$t = t_\beta$ における a, b 両回転子巻線電流の仮想電圧成分は、消弧条件が満されているとの仮定のもとで、各巻線仮想電圧分電流の初期値の線形結合として表現できる。式(43)と(44)において、 $t = t_\beta$ とおき整理すれば、

$$i_{s2}^a(t_\beta) = A_{21} i_{s1}(t_a) + A_{22} i_{s2}^a(t_a) + A_{23} i_{s2}^b(t_a) \quad (47)$$

$$i_{s2}^b(t_\beta) = A_{31} i_{s1}(t_a) + A_{32} i_{s2}^a(t_a) + A_{33} i_{s2}^b(t_a) \quad (48)$$

と書くことができる。こゝで

$$A_{21} = A'_{21} + M \cos \omega' t_a / L_2 \quad A_{22} = A'_{22} + \exp\{-(t_\beta - t_a) / \tau_2\} \quad A_{23} = A'_{23}$$

$$A_{31} = A'_{31} + M \sin \omega' t_a / L_2 \quad A_{32} = A'_{32} + \exp\{-(t_\beta - t_a) / \tau_2\} \quad A_{33} = A'_{33}$$

$$A'_{2i} = -R_2 M [\exp\{-a(t_\beta - t_a)\} \{ f_{1i}(b_1 t_\beta) / \Delta_1 + f_{2i}(b_2 t_\beta) / \Delta_2 \} + \exp\{-(t_\beta - t_a) / \tau_2\} \{ f_{3i}(\omega' t_a) / \Delta_1 + f_{4i}(\omega' t_a) / \Delta_2 \} + 2b T_{2i} f_5(\omega' t_a) / \Delta_3] / L_2^2 b Z_1 + 2R_2 M T_{2i} \exp\{-c(t_\beta - t_a)\} f_7(\omega' t_\beta) / \Delta_3 \quad (i=1, 2, 3)$$

$$A'_{3i} = -R_2 M [\exp\{-a(t_\beta - t_a)\} \{ f_{1i}(b_1 t_\beta) / \Delta_1 + f_{2i}(b_2 t_\beta) / \Delta_2 \} - \exp\{-(t_\beta - t_a) / \tau_2\} \{ f_{3i}(\omega' t_a) / \Delta_1 + f_{4i}(\omega' t_a) / \Delta_2 \} + 2b T_{3i} g_5(\omega' t_a) / \Delta_3] / L_2^2 b Z_1 + 2R_2 M T_{3i} \exp\{-c(t_\beta - t_a)\} g_7(\omega' t_\beta) / \Delta_3 \quad (i=1, 2, 3)$$

$$f_{1i}(b_1 t_\beta) = -(1/\tau_2 - a) \{ R_{1i} \cos(b_1 t_\beta - b t_a) - S_{1i} \sin(b_1 t_\beta - b t_a) \} - (b + \omega') \{ R_{1i} \sin(b_1 t_\beta - b t_a) + S_{1i} \cos(b_1 t_\beta - b t_a) \}$$

$$f_{2i}(b_2 t_\beta) = (1/\tau_2 - a) \{ R_{1i} \cos(b_2 t_\beta - b t_a) - S_{1i} \sin(b_2 t_\beta - b t_a) \} + (b - \omega') \{ R_{1i} \sin(b_2 t_\beta - b t_a) + S_{1i} \cos(b_2 t_\beta - b t_a) \}$$

$$f_{3i}(\omega' t_a) = (1/\tau_2 - a) (R_{1i} \cos \omega' t_a - S_{1i} \sin \omega' t_a) + (b + \omega') (R_{1i} \sin \omega' t_a + S_{1i} \cos \omega' t_a)$$

$$f_{4i}(\omega' t_a) = -(1/\tau_2 - a) (R_{1i} \cos \omega' t_a + S_{1i} \sin \omega' t_a) + (b - \omega') (R_{1i} \sin \omega' t_a - S_{1i} \cos \omega' t_a)$$

A_{2i}, A_{3i} は、未知変数である消弧角 $\beta + \pi$ の関数でもあるから、消弧瞬時における回転子電流、し

たがって、SCR 点弧期間中の回転子巻線電流も、点弧瞬時における各巻線電流の初期値と消弧角 $\beta + \pi$ の値が確定してから計算されねばならない。

4-c 境界(周期)条件と初期値

点弧瞬時における各巻線電流の初期値中、固定子巻線電流は、 $i_1(t_a) = 0$ より

$$i_{s1}(t_a) = i_{c1}(t_a) \quad (49)$$

と一意的に定まるが、回転子巻線電流の初期値は、電源電圧と同一周期で変動する量を用いて決定される。このような周期的変動量としては、固定子巻線の鎖交磁束数や誘起電圧、さらに定義によって、回転子電流 $i_2(t) \exp(j\omega't)$ と $i_2^*(t) \exp(-j\omega't)$ などが考えられるが、こゝでは、回転子電流の周期条件を用いる。この条件は

$$i_2^*(t_a) \exp(j\omega't_a) = -i_2^*(t_a + \pi/\omega) \exp\{j\omega'(t_a + \pi/\omega)\} \quad (50)$$

$$i_2(t_a) \exp(-j\omega't_a) = -i_2(t_a + \pi/\omega) \exp\{-j\omega'(t_a + \pi/\omega)\} \quad (51)$$

と表現できるが、 a, b 両巻線の実電流で書直して

$$\{i_2^a(t_a) + j i_2^b(t_a)\} (\cos \omega't_a + j \sin \omega't_a) = -\{i_2^a(t_a + \pi/\omega) + j i_2^b(t_a + \pi/\omega)\} (\cos \omega'(t_a + \pi/\omega) + j \sin \omega'(t_a + \pi/\omega)) \quad (52)$$

とおく。 $i_2^a(t_a)$ などは実数であるから、結局回転子電流の周期条件とし次の二式をうる。

$$i_2^a\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \cos(1-S)\alpha - i_2^b\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \sin(1-S)\alpha = -i_2^a\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right) \cos\{(1-S)(\alpha+\pi)\} + i_2^b\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right) \sin\{(1-S)(\alpha+\pi)\} \quad (53)$$

$$i_2^a\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \sin(1-S)\alpha + i_2^b\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \cos(1-S)\alpha = -i_2^a\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right) \sin\{(1-S)(\alpha+\pi)\} - i_2^b\left(\frac{\alpha+\pi}{\omega}\right) \cos\{(1-S)(\alpha+\pi)\} \quad (54)$$

こゝで $t_a = \alpha/\omega$, などとしている。

式(51)からも同一の関係がえられる。一方式(29)と(30)から

$$i_2^a\{(\alpha+\pi)/\omega\} = i_2^a\{(\beta+\pi)/\omega\} \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\} \quad (55)$$

$$i_2^b\{(\alpha+\pi)/\omega\} = i_2^b\{(\beta+\pi)/\omega\} \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\} \quad (56)$$

とおくことができる。こゝで $t_b = (\beta+\pi)/\omega$ を用いている。

式(53)と(54)に(55)と(56)の両式を代入し、さらに式(47)と(48)を用いて、 $t = t_a$ における回転子電流の仮想電圧成分を求めれば

$$i_{s2}^a\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = \frac{V_3 \exp\{(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\} + V_4 + V_5 \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\}}{\exp\{(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\} + V_1 + V_2 \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\}} \quad (57)$$

$$i_{s2}^b\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = \frac{V_6 \exp\{(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\} + V_7 + V_8 \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\}}{\exp\{(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\} + V_1 + V_2 \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega\tau_2\}} \quad (58)$$

をうる。こゝで

$$\begin{aligned}
 V_1 &= (A_{22} + A_{23}) \cos \pi(1-S) + (A_{23} - A_{32}) \sin \pi(1-S) \\
 V_2 &= (A_{22} A_{33} - A_{23} A_{32}) \quad V_3 = i_{c2}^a(\alpha/\omega) \\
 V_4 &= \{A_{23} \sin \pi(1-S) + A_{33} \cos \pi(1-S)\} i_{c2}^a(\alpha/\omega) - \{A_{23} \cos \pi(1-S) - A_{33} \sin \pi(1-S)\} \\
 &\quad \cdot i_{c2}^b(\alpha/\omega) + \cos \pi(1-S) i_{c2}^a\{(\beta+\pi)/\omega\} - \sin \pi(1-S) i_{c2}^b\{(\beta+\pi)/\omega\} - \{A_{21} \cos \pi(1-S) \\
 &\quad - A_{31} \sin \pi(1-S)\} i_{c1}(\alpha/\omega) \\
 V_5 &= A_{23} i_{c2}^a\{(\beta+\pi)/\omega\} - A_{23} i_{c2}^b\{(\beta+\pi)/\omega\} - (A_{21} A_{33} - A_{23} A_{31}) i_{c1}(\alpha/\omega) \quad V_6 = i_{c2}^b(\alpha/\omega) \\
 V_7 &= -\{A_{22} \sin \pi(1-S) + A_{32} \cos \pi(1-S)\} i_{c2}^a(\alpha/\omega) + \{A_{22} \cos \pi(1-S) - A_{32} \sin \pi(1-S)\} \\
 &\quad \cdot i_{c2}^b(\alpha/\omega) + \sin \pi(1-S) i_{c2}^a\{(\beta+\pi)/\omega\} + \cos \pi(1-S) i_{c2}^b\{(\beta+\pi)/\omega\} - \{A_{21} \sin \pi(1-S) \\
 &\quad + A_{31} \cos \pi(1-S)\} i_{c1}(\alpha/\omega) \\
 V_8 &= -A_{32} i_{c2}^a\{(\beta+\pi)/\omega\} + A_{22} i_{c2}^b\{(\beta+\pi)/\omega\} + (A_{21} A_{32} - A_{22} A_{33}) i_{c1}(\alpha/\omega)
 \end{aligned}$$

すなわち, SCRのON, OFF両瞬時に於ける各巻線電流の定常値と消弧角 $\beta+\pi$ より, 初期値が確定できることがわかる。巻線電流の定常値は式(15), (19)および(20)を用い, t_α および t_β の値より計算できるが, あらかじめ設定できる t_α は問題ないが, こゝでも尚消弧角 $\beta+\pi$ は未知変数である。

4-d 消弧条件式

前章で見たように, $i_1(t_\beta) \neq 0$ の条件で回路が強制切断されると, 固定子巻線の磁束鎖交数に不連続が生じ, 巻線にはインパルス電圧が発生する。 $i_1(t_\beta) = 0$ はこのような現象が発生しないための, 消弧条件であるが, t_β は今のところ不明であるから, 此の条件は書き直されねばならない。さて固定子電流の初期値の条件式(49)を(34)に代入して

$$i_{c1}\left(\frac{\beta+\pi}{\omega}\right) = A_{11} i_{c1}\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) + A_{12} i_{s2}^a\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) + A_{13} i_{s2}^b\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \quad (59)$$

となるが, この式に式(57)と(58)を代入し整理すると

$$\begin{aligned}
 & i_{c1}\left(\frac{\beta+\pi}{\omega}\right) - A_{11} i_{c1}\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \\
 &= \frac{(A_{12} V_3 + A_{13} V_6) \exp\{(\alpha-\beta)/\omega \tau_2\} + (A_{12} V_4 + A_{13} V_7)}{\exp\{(\alpha-\beta)/\omega \tau_2\} + V_1 + V_2 \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega \tau_2\}} * \\
 & \quad * \frac{(A_{12} V_5 + A_{13} V_8) \exp\{-(\alpha-\beta)/\omega \tau_2\}}{\quad} \quad (60)
 \end{aligned}$$

をうる。この式において, A_{ij} は上述のように t_β の関数であり, 回路定数との関連や物理的意義も直接伺い知ることはできないが, SCRの点弧角 α と電源電圧による定常電流値によって, 消弧角 $\beta+\pi$ を決定できる超越方程式を構成していることがわかる。

5. 数値計算および実験結果

前章迄の解析的取扱いの正当性の検証のため、

- a) 理論式に基づく数値計算
- b) 数式モデル式(4)の二点境界値問題としての数値シミュレーション
- c) 供試機の実験

を並行して実行した。実験および数値解析に使用した供試機の諸元を以下に示す。

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 1.30 & (\Omega) & & R_2 &= 0.383 & (\Omega) \\
 L_1 &= 0.204 & (H) & & L_2 &= 0.0363 & (H) \\
 M &= 0.078 & (H) & & & &
 \end{aligned}$$

印加電圧は交流100(V), 50(Hz)である。

理論式に基づく数値計算結果と数式モデルの直接数値解析結果は、計算誤差の範囲内で、略完全に一致し、本解析法が回転機を含む回路網にも有効であることが確認できた。また理論式による数値計算過程には、特性方程式の固有値解と超越方程式による消弧角決定のため、収束計算を含むが、数式モデルの直接数値解析に比べて、計算時間の大幅な短縮ができ、この点でも本手法の有効性が明らかになった。以下実験値と比較される理論値はすべて理論式に基づく数値計算結果である。

5-a 消弧角

図-7は点弧角 α 一定に設定した場合の、回転数対消弧角の関係を示している。理論値は超越方程式(60)の解であるが、いずれの場合も実測値との差は2度以内で、SCRの理想スイッチング特性や線形回路モデルの仮定のもとでの解析としては、良い精度を示している。

5-b 電圧および電流波形

図-8および図-9は回転数1,455(r/m)と750(r/m)で、点弧角がそれぞれ90°および120°の場合の残留電圧と一次電流波形の、理論値と実験値

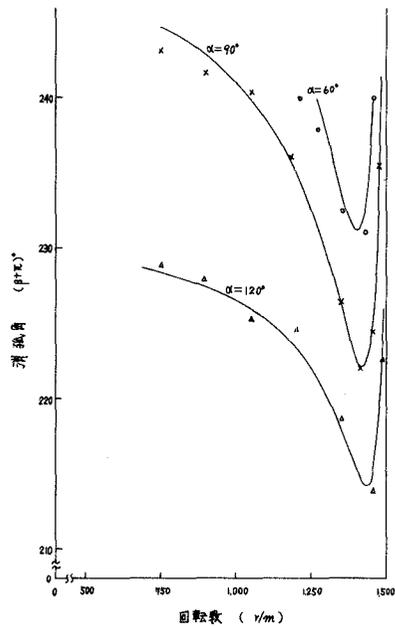


図-7 消弧角と回転数の理論値および実測値

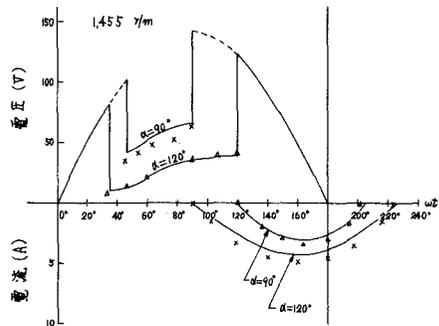


図-8 残留電圧および一次電流の理論値と実測値(I)

の比較である。又図-10~図-13は実測オシログラフであるが、波形に見られる若干の変歪は、主として溝高調波に起因するものであり、図の波形は周期的な動揺の一局面を示しているのみで、理論波形とのずれも、此の影響が大きい。

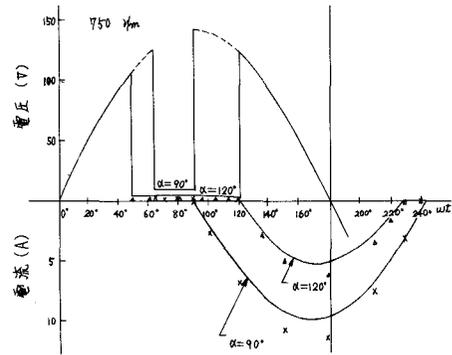
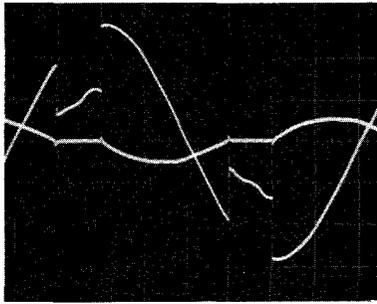
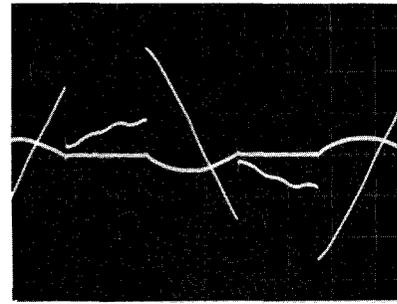


図-9 残留電圧および一次電流の理論値と実測値(II)



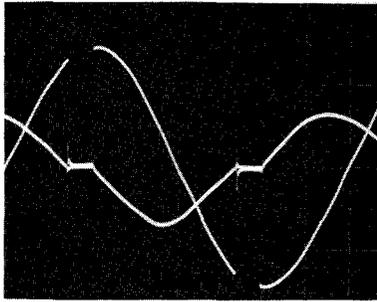
電圧 50 V/div 電流 10 A/div

図-10 固定子巻線電圧, 電流波形($\alpha=90^\circ$, 1455 r/m)



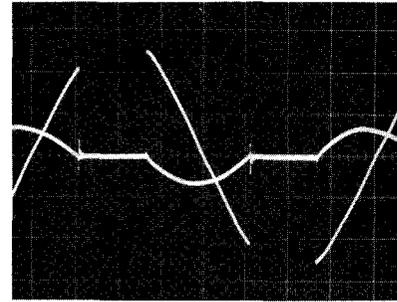
電圧 50 V/div 電流 10 A/div

図-11 固定子巻線電圧, 電流波形($\alpha=120^\circ$, 1455 r/m)



電圧 50 V/div 電流 10 A/div

図-12 固定子巻線電圧, 電流波形($\alpha=90^\circ$, 750 r/m)



電圧 50 V/div 電流 10 A/div

図-13 固定子巻線電圧, 電流波形($\alpha=120^\circ$, 750 r/m)

6. む す び

等価仮想電圧源法を回転機を含む回路網へ拡張適用する第一歩として、逆並列接続SCRで制御される単相誘導電動機をモデルとし、その電圧、電流の定常特性を解析し、本手法の有効性を検証した。スイッチング素子を含む回路網の構成が複雑になるとき、その具体的な解析処理

は急速に困難になり、表現の簡単化のためにも、近似手法の導入を余儀なくされるか、或は数式モデルの直接数値解析に依存しなければならない。本研究では、理想スイッチング素子と線形回路モデルの仮定のほか、特別近似的な手法は導入しなかった。解の表現は電動機回路の構成を反映して、必ずしも明瞭な形式とはなっていないが、その物理的意義や運転特性に及ぼす諸定数の影響を伺うことは困難であるが、解析的処理の過程において、いくつかの利点を有することが明らかになった。主なものをあげると

- a) 等価仮想電圧源の導入により、回路の接続、構成の変更がなく、1組の回路方程式によって、SCRのON、OFF動作に対する回路の応答を取扱うことができる。
- b) 上記の回路方程式の解析に際して、電源電圧による定常解と仮想電圧による周期解を別個に求め、境界条件の設定時に両者を重畳すればよく、取扱いが可成り容易になる。
- c) 解析の経過中、適当な段階でその物理条件の考察や設定が容易であり、又解が定常解と、周期的な過渡解と略完全に分離しているため、物理像の理解が比較的容易となる。

などである。

本論文において対象とした電動機は固定子巻線が非対称構造であり、本手法による解析上の利点は十分生かされなかった。三相誘導電動機など、巻線が対称構造である機種に対しては、この手法の有効性はさらに発揮されるものと推定される。等価仮想電圧源法を具体的な回路網解析に適用するときの数式モデルや解析手法については、この手法の基本的な発想を最大限に活用するような選択がなされるべきであり、本論文での解析手法は、その試みの一端に過ぎず、今後に残されている課題は多い。

終りに本研究は文部省国内研究員として、北海道大学工学部で行なわれたものであり、此の機会を与えて下され、また御援助を頂きました。本学電気工学科 大窪 協教授および教職員各位に深く感謝致します。北海道大学工学部 電気工学科 福田昭治助教授、更科 真助手ならびに新居昭男技官には何かと御支援と御協力を頂きました、心より感謝の意を表します。

(昭和55年5月24日受理)

参 考 文 献

- 1) A. Yair:IEEE Trans vol IA-12 (1975)
- 2) T. G. Bland:IEEE Trans vol IECI-23 (1976)
- 3) 村井 由宏, 他:電気学会論文誌 vol 95-B (1975)
- 4) 竹内寿太郎:SCR回路理論と電動機制御への応用 オーム社
- 5) 伊藤 雄三, 木村 貢, 藤原 一:昭和53年電気四学会北海道支部連合大会講演論文集 NO73
- 6) 木村 貢, 伊藤 雄三, 藤原 一:昭和53年電気四学会北海道支部連合大会講演論文集 NO74
- 7) J. Takeuchi:Matrix Theory of Electrical Machinery The OHM-SHA. LTD