室蘭工業大学
学術資源アーカイブ
Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive

フッサールの数理哲学(1)：「意味論的完全性」概念の不存在

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2007-06-15 キーワード (Ja): キーワード (En): definite multiplicity, semantic completeness, phenomenology, mathematics 作成者: 二宮, 公太郎 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/178

室工大紀要第48号(1998)107～116

フッサールの数理哲学(1)
―「意味論的完全性」概念の不存在―

二宮公太郎

Husserl's Philosophy of Mathematics(1)
―Non-Existence of the Notion 'Semantic Completeness'―

Kohtaroh NINOMIYA

(原稿受付日　平成10年5月8日　　論文受理日　平成10年8月31日)

Abstract

We would think in this treatise over Husserl's theory of the 'definite multiplicity'. The 'definiteness' is interpreted generally in three different meanings. ――― D1: inextensibility. D2: decidability. D3: semantic completeness.

It should be insisted that D3 is not necessary. Husserl reduces the concept in mathematics 'true' to the 'proved-through-axioms', and the concept 'false' to the 'refuted-by-axioms'. Husserl has not any idea of the 'semantic completeness'.

Key words : definite multiplicity, semantic completeness
phenomenology, mathematics

1．問題

本稿は、フッサールの「確定的多様体」論の一部を扱う。

「確定的多様体」の理念は、『プロレゴメナ』(『論理学研究』第一巻) にまず現われ、『イデーン』でも触れられ、『形式論理学と超越論的論理学』において明確に語られたもので、終生を通じたフッサールの思想であったが、この思想は、フッサールが『算術の哲学』を著わした頃の、極く初期の草稿の内において胚胎したものであった。

フッサールの言う「多様体」は、〈無限個の対象――数――の領域〉と〈それらを扱う公理系〉とから成る。「確定的」とは、この公理系の理念的な性格を表わすフッサール固有の術語である。

フッサーリアナ第１２巻 ３４０頁－５００頁 には、数学の基礎付けを扱った１０編の論文から成る未刊の草稿が、収められている。 以後これを《数理哲学草稿》と呼ぶことにしよう。 編集者のエリーによれば、第１論文から第４論文までは『算術の哲学』の第二巻のために準備されたようである。 この草稿の内に在る思想は、その基本的なものが『プロレゴメナ』およ

共通講座

び『イデーン』の内に現われているが、特に『形式論理学と超越論的論理学』の内には、草稿の具体的な表現を含めて、最も包括的に現われている。

「確定性」に関しては、R・シュミットが、フッサールの数理哲学に関する最もまとまった研究書である彼の著作（Roger SCHMIT, Husserls Philosophie der Mathematik, 1981）の内で、この《数理哲学草稿》――特に、その第七論文「確定性と公理系の拡張とについての三つの研究」――の詳細で緻密な研究を通して、フッサールにおいて三つの意味を区別している（ibid.,S.74-S.75）。 すなわち ――――――

D１：公理系の拡張不可能性
　矛盾することなしに新しい公理を付け加えることができない。

D２：あらゆる命題(式)の決定可能性
　公理系の言葉で理解され得る何れの命題(式)も、証明ないし反駁され得る。

D３：公理系の意味論的完全性
　真なる何れの命題(式)も、公理系の内で証明され得る。

の三つである。

シュミットはさらに、これら D1・D2・D3 を フッサールが同値と見なしている、と解する。

フッサールの数理哲学に関する研究文献で、この「確定性」の意味に或る程度詳しく言及したものは、日本には極めて少ない。

しかしそのうちでも、既に 渡辺二郎が『イデーン』第一巻の翻訳において挿入した詳細な注（『イデーンⅠ-Ⅱ』１９８４年 みすず書房 ３７６頁－３８０頁）が在る。 その中で彼は、先のR・シュミットの著作からその解釈を引きつつ、シュミットがフッサールの内に読み取った三つの定義を紹介すると同時に、これに関わる幾つかの基本的な問題点を指摘している。

ただしここには、シュミットの言う D１ に関して誤解が在るように思われる。 シュミットが言っているのは、公理系の「無矛盾性」のことではなく、公理系の「拡張不可能性」――当該の諸公理に矛盾することなしに新しい公理を付け加えることができない――のことである。

また、常俊宗三郎の研究（『現象学の現在』１９８９年 世界思想社 ４６頁-６８頁 所収）は、シュミットの同著作を前提した上で、「確定性」の意味に関して、「拡張不可能性」をも顧慮しつつ、基本的には「決定可能性」の問題を中心に理解すべきであることを示唆している。

フッサールの「確定的多様体」の理論は、数学の対象を虚数へまで拡大した場合に、無矛盾性を確保しながら公理系の「拡張」を行なうことが如何にして可能なのか、という問題関心が導いた理論である。 それだけに、公理系の「拡張不可能性」がフッサールにとって極めて重要な概念である、ということは確かである。 しかも、これと「決定可能性」との同値は、フッサールが幾つもの箇所で明言している。 この「拡張不可能性」に関しては、S・バシュラールが、ヒルベルトの「モデルの拡張不可能性」の理論との比較を行なってもいる（Suzanne BACHELARD, A Study of Husserl's Formal and Transcendental Logic, 1968 (La logique de Husserl: Etudes sur "Logique formelle et logique transcendentale", 1957), pp.60-63）。 しかし、この比較の必要性や評価をも含めて、「拡張不可能性」に関する諸問題は、稿を更めて論ずることにしたい。

本稿は、「決定可能性」と「意味論的完全性」に関する限りで、フッサールがそれらの「同値」を主張しているとするシュミットの解釈を、問題とする。 フッサールは決してこれらの「同値」を主張してはいないということ、それどころか 後者「意味論的完全性」の概念そのものがフッサールには存在しなかったということ、このことが、本稿で言わんとすることである。

２．「意味論的完全性」の「主張」

シュミットが『形式論理学と超越論的論理学』中に参照を指示する（Schmit,op.cit., S.75,Anm.168）箇所では、フッサールはこう述べている。

「一つの'ノモローギシュな学'という理念には、……〈ノモローギッシュな学の'諸法則'の内に演繹的に含まれていないような、この領域にとって妥当する真理〉は存在しない、ということが属する……。」（Husserliana,Bd.XVII,S.100）

と。

フッサールのこの表現は、「ノモローギッシュ――法則論的――な学においては、それの内で理解される命題ないし式に関して、証明されず・しかも真なるものは存在しない」という意味である。 これは確かに、「すべての真なる命題ないし式は、証明される」というのと同じことを意味する表現である。 それは、「意味論的完全性」を表現したように見える。

そこでシュミットは、このフッサールの記述を、こうパラフレーズする（Schmit,op.cit.,S.75)。

「或る公理系は、それが一つの規定された領域のあらゆる妥当な（真なる）諸定式を証明することを許すという場合に、その領域に関して完全である。」

と。 そして、彼はこれを「確定性」の第三の「定義」とするのである（ibid.)。

3. 決定可能性との「同値」の「主張」

シュミットはさらに、フッサールが、この「意味論的完全性」を〈決定可能性〉と同値であると主張している、と解する。

シュミットは、《数理哲学草稿》の或る箇所を参照するように指示する（Schmit,op.cit.,S.75,Anm.170)。フッサールはそこで、

「或る領域を境界づける一つの公理系は、次の場合に確定的であるという。 それは、その公理系に基づいて理解し得るあらゆる命題が、すなわちその領域に関して把握されるあらゆる命題が、〈諸公理に基づいて真である〉か、または〈諸公理に基づいて偽である〉か、何れか一方である、という場合である。 或いは他の表現をすれば、その命題が、〈諸公理から帰結する〉か、または〈諸公理に矛盾する〉か、ただ二様のことのみが可能である、という場合である。」(Husserliana Bd.XII,S.457)

と述べている。

シュミット自身が『イデーン』から引用する(ibid.)箇所は、「同値」という語に関して、もっと明瞭である。

「一つの数学的-確定的な多様体においては、'真'という概念と'諸公理の形式論理的帰結'という概念とは、同値(äquivalent)である。 また、'偽'という概念と'諸公理からの形式論理的な反帰結'という概念とも、同様［に同値］である。」(Husserliana,Bd.III,S.157)

と、フッサール自身が記しているのだから。

4. 歴史的展開

〈決定可能〉ということに関しては、二つの意味を区別する必要が在る。 或る公理系に関してこの語が現代で普通に用いられる際には、それは、〈或る公理系において有意味な任意の命題ないし式――或いはその否定――が当の公理系の定理であるか否かを判定するための、一般的で機械的な手続きが存在する〉ということを意味する。 いま、この意味での決定可能性を、「機械的」な意味での決定可能性と呼ぶことにしよう。 しかし、この機械的な手続きが仮に存在しないとしても、そのことは、〈当の公理系において有意味ではあるが、しかし実際に証明ないし反駁し得ないような、何らかの命題ないし式〉が存在するということを、直ちに意味する訳ではない。 機械的な判定手続きが存在するか否かということと、〈有意味な任意の命題ないし式が当の公理系において証明ないし反駁され得ることが、原理的に定まっている――この意味で「決定」されている――〉か否かということとは、別のことである。 この後の意味での決定可能性を、「原理的」な意味での決定可能性と呼ぶことにしよう。 「機械的」な意味で決定可能であれば、「原理的」にも決定可能であるということは、容易に理解される。 しかし、「機械的」な決定が不可能であっても、「原理的」には決定可能であり得る。

シュミットは、〈決定可能性〉の定式化――彼の言うD2――において、フッサールの考える〈決定可能性〉が「機械的」な意味でのそれをも含んでいる、というふうに解釈しているようである。 しかし、フッサールは、「確定的多様体」の〈理念〉を語っている。 証明も反駁もされ得ないような命題ないし式が、公理系の内に存在しないこと、それが「確定的多様体」を規定するような公理系の〈理念〉である。この〈理念〉が目指すのは、「原理的」な意味での決定可能性のはずである。

シュミットが『意味論的完全性』と〈決定可能性〉との「同値」の主張を見た先の引用（Husserliana,Bd.XII,S.457）の少し後で、この〈原理的な決定可能性〉を、フッサールは次のように表現している。

「次の規定は、先のものと同値である。 すなわち、或る領域を有つ公理系は、その公理系が、この領域に関係付けられ・その公理系によって有意味であるような如何なる問題をも、開かれたままにしておかず、決定されないままにしておかない、そのような場合、確定的である。」(Husserliana, Bd.XII,S.457)

と。　ここでフッサールが言っているのは、有意味なあらゆる問題の〈解決可能性〉のことだが、これは、有意味なあらゆる命題ないし式の〈「原理的」な決定可能性〉と内容的に同じことなのである。

「機械的」な意味での決定可能性は、「原理的」な決定可能性を確証するためには、一つの方途ないし方法になり得る。　「機械的」な判定を含めて、この「方法」一般をフッサールは、『形式論理学と超越論的論理学』の時点においても、ただ期待するだけではあった。

> 「ここへ、最高に意味深い諸問題が結ばれる。……或る公理系が一つの確定的な体系であり一つの'完全な体系'であるということを、ひとは如何にして知ることができ、如何にして証明することができるのか？」(Husserliana,Bd.XVII,S. 100)

と。

このための判定手続きの存在に関する体系的な解明は、歴史的な展開を待たなければならない。　現代論理学は「理念」を扱っている訳ではない。　現実的で「技術」に長けた〈メタ論理〉こそが、それぞれの論理領域において、この「機械的」な決定可能性の存否を明らかにし得た。　しかしまた、シュミットの解する通りに、フッサールが「意味論的完全性」と〈決定可能性〉との「同値」を主張しているとすれば、そしてまた、フッサールの考える〈決定可能性〉が、「機械的」な意味でのそれを含むものであったとすれば、その「主張」は、シュミットの言う通り、この歴史的な展開を通じて論駁された、ということにもなるだろう。

命題論理においては、任意の式がトートロジーであるか否かを判定するための機械的な手続きが存在する。また、トートロジーがすべて定理であること（意味論的完全性）――およびその逆――は、容易に示される。　従ってまた、任意の式が定理であるか否かを決定するための機械的な手続きも、存在することになる。

一階述語論理においては、１９３０年にゲーデルが、すべての妥当式が定理であること（意味論的完全性）を示す。　しかし１９３６年、チャーチによって、妥当式であるか否かを判定するための一般的な機械的手続きは存在しないということ、それゆえまた、述語論理の有意味な任意の式が定理であるか否かを一般的・機械的に決定することはできないということ、が示される。

これらのことから、意味論的完全性が「機械的」な意味での決定可能性を原理的に含意する訳ではないということもまた、示され得ることになる。

しかし、フッサールの言う〈決定可能〉が必ずしも「機械的」な意味でのそれを含むものではないとすれば、或いはむしろ「原理的」な意味に限られるものであるとすれば、これらの歴史的展開は、その限りでは、フッサールを「論駁」したことにはならない。

二階述語論理と それに基づく自然数論 においては、１９３１年にゲーデルが、有限の立場から成るメタ数学との関係においてではあるが、〈「自分自身は証明できない」ということを意味し、しかも実際、自然数論の公理系の内では証明も反駁もすることができない、或る式〉を、自然数論の公理系の内に「構成」して見せる。　この式は、それの存在によって既に、二階述語論理 およびそれに基づく自然数論の〈決定可能性〉を否定している。　この式はさらに、それが或る意味で「真」として解されるならば、同時にこの体系の意味論的「不完全性」を示すものとしてもまた、見られることになる。　そして、決定可能性と意味論的完全性とのいずれもが成立しないところでは、それらの間の「同値」を語ることも、意味の無いことになるだろう。

フッサールが〈決定可能〉に関して「論駁」されることが在り得るとすれば、ここにおいてである。『形式論理学と超越論的論理学』の直後に現われた、このゲーデルの「不完全性定理」は、まさにフッサール的な意味での「原理的」な決定可能性の「理念」に対して、「有限主義」のメタ数学との関係においてではあるが、それが達成不可能であることを証示するという意味を有っている、からである。

しかし、フッサールがゲーデルの「不完全性定理」に答えた形跡は、その後の彼の著作のうちの何処にも見いだされない。　フッサールは、なぜこれに答えないのか？　　或いは、答える意思が在ったとすれば、推測される答えは如何なるものなのか？　　これらのことは、稿を更めて検討すべき問題である。

さて、いずれにせよ、我々の関心は、フッサールが〈決定可能性〉を「意味論的完全性」と「同値」であると考えているとする、シュミットの解釈を巡ってである。

フッサールの考える〈決定可能性〉が「原理的」な

ものに限られるとすれば、シュミットがフッサールから「同値」の主張を読み取る二つのもののうち、一方が、その意味の重要なものを失う。 しかし、このことは、本稿の主題ではない。

これに対して、フッサール自身が「意味論的完全性」の概念そのものを有っていなかったとすれば、シュミットが「同値」の主張を読み取る二つのものうち、もう一方は、その存在を失う。 本稿の主題は、こちらの方に在る。

5. シンタクスとセマンティクスとの「混同」か?

フッサールは確かに、「証明」や「定理」といったことが関わる決定可能性の文脈の内、すなわちシンタクスを問題とする文脈の内に、「真」ないし「偽」という語、すなわちセマンティクスの術語を、ときとして用いる。

シュミットは、彼が先に「意味論的完全性」をフッサールの内に読み取った『形式論理学と超越論的論理学』における箇所 (Husserliana,Bd.XVII,S.100) の少し後に、次の記述を指摘している (Schmit,op.cit. S.74)。

> 「このような多様体を形式的に定義する一つの公理系は、次のことによって際立たせられる。 それは、この公理系の内に登場する諸概念 (もちろん概念諸形式) から純粋に論理的ー文法的に構成され得る何れの命題 (命題形式) も、'真'すなわち諸公理の分析的 (純粋に演繹的) な一帰結であるか、或いは'偽'すなわち分析的な一矛盾であるか、いずれか一方であるということ、すなわち、第三のものは与えられないということ、である。」
> (Husserliana,Bd.XVII,S.100)

このような表現を以って、フッサールの内に「シンタクスとセマンティクスとの混同」を指摘する、S・バシュラールのような見かた (S.Bachelard,op.cit., p.60) も出てくることになる。 しかし、それは全くの的外れである。

しかしまた、シュミットのように、この表現の裏面に「意味論的完全性」と〈決定可能性〉との「同値」の主張を読み取ろうとする (Schmit,op.cit.,S.75) のも、やはり的外れである。

シンタクスの場面に「真」とか「偽」とかの語がたまたま混入するのは、一つの理論にとって、それほど致命的な問題になる訳ではない。 既に我々は、命題論理の記号を定義するのに真理値表を用いるといったことで、このことに慣れている。 フッサールにおける「混入」も、これと本質的に異なるものではない。重要なことは、「真」とか「偽」とかという語をシンタクスの場面で用いる際に、それらをシンタクスの内にどのように位置づけるか、或いは別の言い方をすれば、それらにシンタクスの上でどのような役割を有たせるか、ということである。

「混同」や「同値」どころか、このような表現は、全く別の重要な意味を有っている。

6. 「諸公理に基づいて……」という表現

シュミットが〈決定可能性〉と「意味論的完全性」との「同値」の主張と見た《数理哲学草稿》からの先の引用 (Husserliana,Bd.XII,S.457) の中に在る、「諸公理に基づいて真」および「諸公理に基づいて偽」という表現に、注意する必要が在る。 もう一度見てみよう。

> 「或る領域を境界づける一つの公理系は、次の場合に確定的であるという。 それは、その公理系に基づいて理解し得るあらゆる命題が、すなわちその領域に関して把握されるあらゆる命題が、〈諸公理に基づいて真(aufgrund der Axiome wahr)である〉か、または〈諸公理に基づいて偽(aufgrund derselben falsch)である〉か、何れか一方である、という場合である。 或いは他の表現をすれば、その命題が、〈諸公理から帰結する〉か、または〈諸公理に矛盾する〉か、ただ二様のことのみが可能である、という場合である。」
> (Husserliana Bd.XII,S.457)

というものである。

「混同」が問題とされた先の引用もそうであったが、ここでも、主旨は〈決定可能性〉についてである。その文脈の内で我々は、「他の表現をすれば」という記述から、シュミットらのように「同値」を云々するよりも前に、〈証明されること〉と〈反駁されること〉への、それぞれ「諸公理に基づいて真」と「諸公理に基づいて偽」との、単なる言い換えを、読み取る必要が在る。 その際に、「真」や「偽」には、「諸公理に基づいて」という限定が付せられているということに、注意しなければならない。 ここで言われている「真」や「偽」は、公理系の言わば「外」から、それだけで独自に定まるような「真」や「偽」なのでは、

初めからない。

この「諸公理に基づいて」という表現は、数理哲学の草稿の内には、フッサールが〈決定可能性〉を語る際に、繰り返し現われる表現である。

フッサールは、確定的な――決定可能な――公理系に関して、こう記す。

「いま、Sが一つの命題で、それが'[公理系]Aによって現実存在するものとして証明された多様体にとって、Sは妥当する'ということを述べ立てているとすれば、この命題は、この多様体にとって、Aに基づいて'真'であるか、或いはAに基づいて'偽'であるか、いずれか一方である.」
(Husserliana,Bd.Ⅺ,S.454)

と。 フッサールはここでは、〈証明される〉とか〈反駁される〉とかの表現を用いずに、まさにこれらに替えて、「[公理系] Aに基づいて真」とか「[公理系] Aに基づいて偽」とかという表現を、直接に用いている。

もう一つ見てみよう。

「一つの確定的な公理系は、それの操作諸基体に対して、定義された諸操作に関して、全く何ひとつをも開かれたままにしておかない。 仮に、その公理系が何かを開かれたままにしておくとしたならば、諸公理に基づいて'真'とか'偽'とかであるのではないような諸関係が、まさに存在することになるであろう.」(Husserliana,Bd.Ⅺ,S.456)

ここで「開かれたまま」とフッサールが記しているのは、或る式について、それが〈'証明'も'反駁'もされない〉ということを意味する。 すなわち、ここでは、公理系が確定的ではない――決定可能ではない――場合が、問題とされている。 そして彼は、まさにこの「証明も反駁もされない」という内容を表現するのに、「諸公理に基づいて真とか偽とかであるのではない」という言い方を以ってしているのである。

これら三つの引用は、すべて〈決定可能性〉に関わっている。 次の引用の内では、この〈決定〉のことを、「諸公理を通して」という語とともに、「真」および「偽」という語を以って、直接に表現している。

「一つのこのような[拡張不可能な]操作体系は、次の意味においても確定的である。 すなわち、如何なる命題にとっても、それが当該の領域に当てはまるか否かが、いまや見て取られ得る、という意味においてである。 その命題は、およそ、操作記号と関係記号を含み、かつそれらを有意味に結合する、ということが必要であるが、しかしそれだけでよい。 或る命題が、諸公理に適合して意味を有つならば、その命題は、諸公理を通して 真と偽とへと決定されて(entschieden)いる.」
(Husserliana,Bd.Ⅺ,S.455)

と。

「言い換え」であるのならば、「諸公理に基づいて」等の限定が付せられたとしても、これら「真」や「偽」は、固有の術語としては、実は不要なものでもある。しかし、不要であるということそれ自体の重要さを、見逃してはならない。

数学においては、〈証明〉や〈反駁〉を離れて「真」「偽」を語ることは、意味の無いことである。 数学における「真」を〈証明されること〉に解消し、「偽」を〈反駁されること〉に解消すること ――――― フッサールがシンタクスの文脈の内に「真」や「偽」の語を用いることの狙いは、実はここに在る。 フッサールの、「諸公理に基づいて」ないし「諸公理を通して」という限定を付した上での「真」とか「偽」とかの語は、このような彼の意図が自ずと採らせる表現なのである。

ところが、このような限定の付せられた「真」とか「偽」とかは、公理系を離れては存在し得ない。 このことは同時に、フッサールにおいては「意味論的完全性」という概念そのものが存在しない、ということを意味する。 この概念は、公理系とは無関係に或る命題ないし式の「真」が定まることを前提として、そのような「真」なる命題ないし式のすべてが、或る特定の公理系において証明される、ということを意味する概念である、からである。 すなわち、シュミットがフッサールの「確定性」概念の内に読み取った三つの意味のうち、第三のものは、実はフッサールには存在しないのである。

7．「真」「偽」の定義

既に引用したフッサールによる二つの記述を再び参照しながら、フッサール自身の内にどのような論理が働いているのかを探ってみよう。

『イデーン』では、フッサールはこう言う。

「一つの数学的-確定的な多様体においては、'真'

という概念と'諸公理の形式論理的帰結'という概念とは、同値である。 また、'偽'という概念と'諸公理からの形式論理的な反-帰結[矛盾]'という概念とも、同様［に同値］である.」
(Husserliana,Bd.Ⅲ,S.157)

と。 ここでは、公理系が確定的である場合———あらゆる有意味な式が決定可能である場合———について、「証明される」ことと「真」との「同値」が、また「反駁される」ことと「偽」との「同値」が、それぞれ語られている。

《数理哲学草稿》には、フッサールはこう記していた。

「仮に、その公理系が何かを開かれたままにしておくとしたならば、諸公理に基づいて'真'とか'偽'とかであるのではないような諸関係が、まさに存在することになるであろう.」(Husserliana, Bd.Ⅻ,S.456)

と。 ここでは、公理系が確定的でない———決定可能でない———場合に関して、彼固有の限定が付せられた限りでの「真」でも「偽」でもない式が存在する、とフッサールは考えていることになる。

無限個の有意味な式について、原理的にそれらは、証明されるかされないかのいずれかであり、また、反駁されるかされないかのいずれかである。 いま諸公理の「真」を前提した上で、証明される場合を「真」と呼び、反駁される場合を「偽」と呼ぶことは、数学においても意味の在ることである。 更に、直前の二つの引用のうち後のものが要求する厳格さの内では、証明されない限りは「真」と呼ぶことはできず、また反駁されない限りは「偽」と呼ぶことはできない、と考えられなければならない。 実は、数学における「真」という語と「偽」という語との用法をこのように定めること、このことこそ、フッサールが「諸公理に基づいて真」とか「諸公理に基づいて偽」とかという表現を用いる際に、彼が考えていることなのである。

その上で、いま原理的な諸場合の区別を明確にするために、或る公理系Aを考えた場合、そこにおける有意味な式 x について、「証明される」ことを B_A と表示し、「真」を W_A と、「偽」を F_A と表示して、これらを整理すれば、次のようになるだろう。

① $B_Ax \longrightarrow W_Ax$
② $\sim B_Ax \longrightarrow \sim W_Ax$
③ $\sim B_A\sim x \longrightarrow \sim F_Ax$
④ $B_A\sim x \longrightarrow F_Ax$

ここで、「反駁される」とは、「否定が証明される」という意味であること、また、「真ではない」ことが直ちに「偽」であることにはならず、同様に「偽ではない」ことが直ちに「真」であることにはならない、ということに、注意されたい。

ところで、直前の二つのうち先の引用の内で、〈公理系が確定的———決定可能———な場合には、証明されることと真とが同値であり、反駁されることと偽とが同値である〉とフッサールが言うのは、どういう意味であろうか。

上の①～④は、用語のシステムを決めるものであるから、すべてが連言で成立している。 我々は容易に、①と②から「証明されることと真との同値」を導くことができ、③と④から「反駁されることと偽との同値」を導くことができる。 しかし、この意味での「同値」ならば、公理系が決定可能ではなくとも、成立していることになる。 この限りでは、これらの関係を我々は、「同値」というよりは、むしろ「同義」と呼ぶべきであろう。 特に公理系が確定的———決定可能———な場合に限ってフッサールが「同値」を語るのは、公理系が決定可能ではない場合との間で、或る意味での対比を彼がしている、からである。

8. 公理系が確定的である場合 ———— 「意味論的完全性」の外観を含む、〈証明される〉ことと〈真〉との「同値」

①～④の諸場合から各々の前件のみに着目し、証明されるか否か、反駁されるか否か、に従って、それらを機械的に組み合わせれば、四通りの排他的選言が形式的には可能である。 しかし、いま我々は、公理系の〈無矛盾性〉については特に問題とせず、これを前提している。 このことのもとでは、証明されれば反駁されることはなく、また、反駁されれば証明されることはない。 結局、実際に成立するのは、

a. 証明される
b. 証明も反駁もされない
c. 反駁される

の三通りの排他的選言である。

「決定可能」は、〈理念〉のうちでこそ、成り立ち得る事態である。 フッサールが無限の対象について「排中律」を適用しているように見えることがしばし

ば在るのは、フッサールがこの「理念」を語っているからである。

決定可能とは、任意の有意味な式について、「証明される」ことと「反駁される」こととの二者の間にのみ選言が成立する、ということである。 この確定性の〈理念〉の内では、「中間」bが排除される。 このことのもとに、先の ① ④ を通して、我々は、或る公理系Aに関して、

a. $B_A x \longrightarrow W_A x$

c. $B_A \sim x \longrightarrow F_A x$

という二通りのみの含意関係を、両前件どうしの（排他的）選言と共に、連言として得ることになる。 そして、〈決定可能な場合に固有の意味での、証明されることと真との「同値」、反駁されることと偽との「同値」〉は、まさにこのことの効果に他ならない。

公理系が決定可能であるという前提のもとで、「〈真であるが証明されない式〉が存在する」ということを仮定してみよう。

この存在が仮定された式は、決定可能という前提のもとでは、証明されない以上、〈反駁される〉ことになる。

そして、一般に――――決定可能であるか否かに拘らず、語の定義に従って――――、或る式が反駁されるならば、その式は〈偽である〉。

ところが、同様に一般に、真と偽とは、初めから排他的に設定されている。 「真」という述語は、或る式 x とその否定 ～x とのいずれにも付せられるような述語なのではない。 同時に、x が「偽」であるとは、その否定 ～x が「真」であることに他ならない、ということに注意されなければならない。 この問題の式は、その否定に「真」という述語が付せられる以上、それ自身に「真」という述語を要求することはできない。 すなわち、存在が仮定された当該の式は、〈真ではない〉。

こうして、問題の式は、真であると同時に真ではない。 これは矛盾であるから、仮定された「真であるが証明されない式が存在する」ことの否定、すなわち、「任意の有意味な式について、真であれば証明される」ことが妥当する。

他方、任意の有意味な式について「証明されれば真である」ことは、「真」の言わば定義である。 公理系が決定可能である場合に固有の、〈証明される〉ことと〈真〉との「同値」は、こうして容易に示される。

同様にして、公理系が決定可能である場合の、「反駁される」ことと「偽」との「同値」もまた、示されることになる。

この簡単な「証明」中に現われた〈「仮定」の否定〉は、そのまま表現すれば、「真であって証明されない式は存在しない」ということになる。 この表現こそ、シュミットがフッサールの内に「意味論的完全性」の主張を読み取った『形式論理学と超越論的論理学』からの先の引用（Husserliana,Bd.XVII,S.100）の中で、フッサールがまさに用いた表現である。

しかし、フッサールの言う「真」は、既に見てきたように、諸公理によって「証明」されることから独立に定まるような「真」なのでは、初めからない。 あたかも「意味論的完全性」を表現しているかの如き外観が、シュミットに誤解を生じさせる。 しかし、「意味論的完全性」に関わる問題を考える必要は、我々には全く無いのである。

そして、そうである以上、この「意味論的完全性」に関して、〈決定可能性〉との間に、現代論理学が言う意味での「同値」をフッサールから読み取る、という必要もまた、全く無いということになるであろう。

9. 公理系が確定的でない場合 ―――― 「外観」の根拠をフッサールの内に探る。

シュミットが「意味論的完全性」を読み取るのは、「真」が、フッサールにおいても、あたかも公理系の「外」から定まるかの如き印象が、一般に与えられるからである。 しかし、シュミットのように主張するためには、それが単なる印象なのではなく、フッサール自身の内にその根拠が存在する、ということを示すことが必要であろう。

そうは言っても、この「根拠」をフッサールから引き出すのは容易なことではない。 「真」を「証明されること」に還元しようとするフッサールの基本的な考え方に矛盾することなく、それは如何に可能であろうか？

この「根拠」は、フッサール自身が明言していない以上、我々が推測するしかない。 そして、このことの内で、シュミットが「意味論的完全性」およびそれと〈決定可能性〉との「同値」をフッサールから読み取るようになることの原因もまた、明らかとなるであ

ろう。

そのために我々は、公理系が確定的でない場合、を考えてみよう。

或る公理系Aが確定的ではない———決定可能でない———場合には、先の「中間」b が存在し、従って〈証明も反駁もされない式〉が、少なくとも一個は存在する。

それでも、真偽は「いずれか」に定まるはずである、真偽は それらのうち「いずれかである」、———— フッサールには、おそらくこの考え方が在ったはずである。 フッサールは、こう記している。

「数の算術にとっては、諸々の数の間のあらゆる関係が、真か偽かの何れかであるということは、自明のことである。」(Husserliana,Bd.XII,S.463)

と。 それは、真偽に関する一種の「排中律」であるようにも見える。

ところが、真と偽とは「いずれかである」としても、その「いずれであるか」は、また別の問題である。当該の公理系において証明も反駁もされない式について、その真偽の「いずれであるか」は、如何にして定まるのか?

「諸公理に基づいて真」という表現 ———— これは、数学における「真」を、あくまでも諸公理からの証明に基づかせようとする、フッサールの基本的な考え方を示す表現である。 フッサールにとって、数学における「真」が、諸公理からの「証明」を離れて成立するということはない。

フッサールは、いまの場面でも、この原則を貫くであろう。 当該の確定的ではない公理系Aの内に現われた問題の〈証明も反駁もされない式〉の「真」は、従って、この公理系が「拡張」され、新たに付け加えられた公理を含めた 新しい公理系A'によって定まるのでなければならないだろう。

新しい公理は、当該の式 x が、証明されるか反駁されるか何れかであるようにして、付け加えられる。証明されるように付け加えられれば、この式 x は、「諸公理に基づいて」という定義の内において、それ自身が「真」となり、反駁されるように付け加えられれば、それ自身は「偽」、すなわち、それの否定 ～x が「真」、となる。

我々はいま、「諸公理からの証明」のみが「真」の基準であるという、フッサール固有の論理の内にいる。

〈証明・反駁されない式〉も、真か偽かの「いずれかである」。———— それは、真偽の「排中律」のように見える考え方であった。 しかし、その「いずれであるか」は、新しい公理が付け加えられることによって初めて定まることになる。 一見「排中律」の単純な適用のように見える考え方も、実は、公理系の「拡張」と「確定」化を導く、一つの指導理念に他ならないものであることが分かる。 それは、「真・偽は、何れかに定まらなければならない」という〈シンタクスを超えた、或いは別の表現をすれば、シンタクスを包み込む、一般的な要請ないし「当為」〉に従った、論理全体を貫く一つの指導理念として、考えられるべきものなのである。

「真」が定まるのに、新しい公理が付け加わることを通して、とは、当該の公理系の「外」から、ということをまさに意味する。 不確定な公理系について、〈新しい公理系 A'で「真」であるが、当該の公理系Aで証明されない、そういう式〉が在る、というふうに言うことは、新旧二つの公理系にまたがった論理を立てることではある。 しかし、「真」が「諸公理に基づいて」定まるというフッサールの基本的な考え方を前提する限り、当該の公理系の「外」から「真」が定まるという構造は、おそらくこのようにしてしか現われないだろう。

この構造、ないしそれが現われてくる過程、さらにはこの構造の内で引き出され得る次のような諸帰結、等を詳しく示すことは、紙幅の都合から、機会が在る限りで別稿にゆだねざるを得ない。

ともかく、この構造の内では、シュミットがフッサールから望むのと同じ———或る一つ意味においてだが 同じ———諸結論が、容易に引き出され得る。

公理系Aが〈確定的———決定可能———である〉場合、フッサールによればAは「拡張」することができないから、A' は実質的にはAと同一であり、また、A' における「真」は、実質的には Aにおける「真」がそのまま移し込まれたものである。 しかし、この場合を、この構造における一つの特殊な事例として見て取ることは、おそらく可能であろう。 この限りで、この場合における「真と証明されることとの同値」は、見かけの上では、「真」が当該の公理系Aの「外」から定まるという前提のもとで、成立することができるだろう。

〈決定可能性〉と「意味論的完全性」との「同値」に関しても同様である。 すなわち ――――

先の「真と証明されることとの同値」における一方の含意関係は、まさに「意味論的完全性」を意味する。そして、公理系が〈決定可能である〉という前提のもとでのこの「意味論的完全性」は、同時に、求められている「同値」に必要な一方の含意関係を構成する。

他方、公理系が〈決定可能でない〉場合には「真であって証明されない式が存在する」ということも、直ちに明らかである。 このことの対偶は、「同値」に必要な他方の含意関係を構成する。

しかし、これらすべてが我々の推測に基づくということ、「公理系が確定的でない場合に、真と証明されることとは同値ではない」とは断言せず、この表現をフッサールが注意深く避けているということに、我々は注意しなければならない。 この「構造」をフッサールから読み取ることには、我々は慎重でなければならないだろう。

10. 結語

フッサールの基本的な考え方を要約しよう。

諸公理の「真」を前提した上で、有意味な式について、「真」を諸公理から「証明される」ことに還元し、「偽」を諸公理によって「反駁される」ことに還元すること、或いは、そのように「定義」すること、―― ―――― このことこそ、「諸公理に基づいて……」という表現によって、フッサールが考えていることであった。

フッサールは、命題論理の場合に典型的なように任意の命題ないし式について証明を離れて「恒に真」が先に分かるといった事態を、想定している訳ではない。証明を離れた「真」という概念は、フッサールには存在しない。 従ってまた、これを前提した上で、それらの命題ないし式が或る特定の公理系の諸公理から証明され得るか否かを問題とするといった、いわゆる「意味論的完全性」の問題も、フッサールにおいては生ずる余地がない。 それどころか、現代論理学に固有な意味での「セマンティクス」そのものが、実はフッサールには存在しないのだと言ってもよいのである。

フッサールのこのような行き方を、一方ではヒルベルト的な「意味抜き」に対比してみること、他方では直観主義の有つ「真」概念に対比してみること、―― ―――― これらは、極めて興味のそそられる課題ではある。 しかし、これらを行なうことは、現在の筆者の手には、遺憾ながら余る。

フッサールが このような「真」「偽」概念を導入するのは、これを以って「無矛盾性の論理学」における形式的な意味での真理概念を特徴付け、これを、「超越論的論理学」における実質的な意味での真理概念に対置する、というためであろう。

この後者こそが実は、フッサールにとって「セマンティクス」の成立する場所である。 そしてここでは、先の「諸公理に基づいて……」に替わって、「諸知覚に基づいて……」という仕方における真偽の決定が、まさに妥当するであろう。 実質的な「意味」を有ったあらゆる命題は、明証性の原的な体験である諸々の知覚に、その真偽が究極的に掛かっているのだから。

しかし、「諸公理に基づいて……」という形式的真理の特徴付けの意味は、ただ単にそれだけではない。それは、フッサール現象学の重層的な構造全体に関わることでもある。

「形式的存在論」は、あらゆる「実質的な存在論」に妥当し、これらを貫くものでなければならない。言い換えると、それは、実質的な真理の基礎的な枠組みそのものを支えるものでなければならない。 フッサールにとって、形式的な意味での「真」は、実質的な諸学の「真」を支える枠組みそのものの「真」として、要請されなければならないものなのである。

公理系は、もともと「真」「偽」の概念を全く欠いたままで立派に成立すべきものである。 しかし、もともと、その公理系の全体を導く諸公理を「真」として設定すること、さらには、それらから導出される「定理」を含めた公理系全体に「真」の性格を有たせること、それは、我々の思惟の正当性を我々自身が要求することが、我々をしてそれに向かわしめることである。我々の思惟は「正しい」ものでなければならない ―― ―――― この一般的で或る意味では素朴な要請の内にこそ、我々が「真」概念を以ってシンタクスに言わば介入することの根拠が在るのだ、と言えるだろう。

(にのみや こうたろう・哲学)