直列コンデンサ補償系統の単相短絡理論と一般非対称回路の取扱い

その他（別言語等）のタイトル	Single-phase Short-circuit Theories on Series-capacitor Compensated Systems and Treatment of General Asymmetrical Circuits
著者	三浦　五郎
雑誌名	室蘭工業大学研究報告
巻	2
号	2
ページ	413-434
発行年	1956-12-20
URL	http://hdl.handle.net/10258/3079

直列コンデンサ補償系統の単相短絡理論と一般非対称回路の取扱い

三　浦　五　郎

Single-phase Short-circuit Theories on Series-capacitor Compensated Systems and Treatment of General Asymmetrical Circuits.

Goro Miura

Abstract

The present writer verified from the theory of matrix transformation that the mathematical analyses of a salient-pole alternator for asymmetrical sudden faults are to be failed in all the coordinate axes except in phase axes, or the resembles, such as α, β, 0 coordinate.

The single-phase short-circuit calculations on series capacitor systems with a salient-pole alternator can be made possible, and the solutions of sudden short circuit current, transient voltage across capacitors, abnormal current in the field winding and voltage in open-phase line are reached, these of which have been left insoluble.

I 緒　論

本論文は凸極同期機系統が不平衡故障を惹起する場合の過渡突流計算に関する基礎事項を明らかにすると共に，凸極機が直列コンデンサ補償線路に接続される際の線間短絡理論を完成したものである。この問題は在来解析不能として未解決の儘にあつた。即ち不平衡故障の動作方程式は定係数微分方程式とならず，係数が時間の三角函数項を含むためヘビサイド演算子による直截的な解析法は存在しない。[1]

本文は先ず凸極機系統の不平衡負荷として，一般非対称回路を採り上げて各変換座標軸に表現しこれより如何なる座標系表現も定係数にならぬことを立証した。ついで直列コンデンサ系統の相軸方程式に Laplace 変換を施し適当な近似と仮定を行う時は近似突流式が導出し得る

1　三浦五郎，山上孝 Laplace 変換による一変定数回路の解析．室工大研報 2, No. 1 5 (1955)

ことを見出したのである。

適用した主なる仮定は次の通りである。

（i） コンデンサは不足補償であること。

これは高圧，超高圧送電線においては普通成立することである。

（ii） 系統は基本周波数以外の周波数で共振を有しないこと。

この条件は（i）と結局一致する。何となれば線路補償度 $\frac{x_c}{x_l} < 1$ の下では $nx_l = \frac{x_c}{n}$ （$n \geq 2$）は決して成立しないからである。

（iii） 回路抵抗は十分小であること。

（iv） 同期機はアモルト捲線を有しないこと。

然しアモルトを有する場合でも解析結果より直ちに求出されるから問題ない。

なお系統の故障が不平衡でなく3相短路故障である時は，既に筆者によつて完成された処である。[2,3]

II 非対称回路の各軸表現

凸極同期機は直交系軸及び静止対称軸において定系数の微分方程式となり恒に解析可能である。然るに非対称回路のインピーダンス・マトリクスは時間項を含み定係数とならない。従つてこの様な表現式はその儘使用できぬ訳で，以下これを立証するために，4軸上即ち相軸，対称軸，直交軸及び静止対称上における各表現式を求めてみる。

（1） 相軸における表現

一般に非対称回路の相軸におけるインピーダンス・マトリクスは次のごとく表わせる。

$$\underset{\cdot}{Z}_{abc} = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & Z_{aa}(p) & X_{ab}(p) & X_{ac}(p) \\ b & X_{ba}(p) & Z_{bb}(p) & X_{bc}(p) \\ c & X_{ca}(p) & X_{cb}(p) & Z_{cc}(p) \end{array} \tag{1}$$

主対角線項は各相の自己インピーダンスを表わし，$X_{mn}(p)$ は mn 両相間の相互インピーダンス（リーカンス，相互キヤパシタンスをも含めて）を表わす。先ず上式を瞬時値対称座標法によつて対称軸へ変換しよう。

（2） 対称軸における表現

対称軸変換マトリクス $\underset{\cdot}{C}'$ によつて変換すれば $\underset{\cdot}{Z}_{120} = \underset{\cdot}{C}'^{-1}\underset{\cdot}{Z}_{abc}\underset{\cdot}{C}'$ を得る。この結果は相

2　三浦五郎：直列コンデンサ補償送電線における三相突流理論（第1報）．電学誌 73 1345 (1953)
3　三浦五郎：同　上　（第2報）．　電学誌 74 930 (1954)

当に繁雑であるので簡略化のため，以下 $X_{ab}=X_{ba}$，$X_{bc}=X_{cb}$，$X_{ca}=X_{ac}$ とおく時は

$$\underset{\cdot}{Z}_{120} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & Z_{aa0}-Z_{ab0} & Z_{aa2}+2aZ_{ab2} & Z_{aa1}-a^2Z_{ab1} \\ \hline 2 & Z_{aa1}+2a^2Z_{ab1} & Z_{aa0}-Z_{ab0} & Z_{aa2}-aZ_{ab2} \\ \hline 0 & Z_{aa2}-aZ_{ab2} & Z_{aa1}-a^2Z_{ab1} & Z_{aa0}+2Z_{ab0} \\ \hline \end{array} \qquad (2)$$

但し

$a=\varepsilon^{j120°}$，$a^2=\varepsilon^{j240°}$

$$\begin{cases} Z_{aa0} = \dfrac{1}{3}(Z_{aa}+Z_{bb}+Z_{cc}) \\ Z_{aa1} = \dfrac{1}{3}(Z_{aa}+aZ_{bb}+a^2Z_{cc}) \\ Z_{aa2} = \dfrac{1}{3}(Z_{aa}+a^2Z_{bb}+aZ_{cc}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_{ab0} = \dfrac{1}{3}(X_{ab}+X_{bc}+X_{ca}) \\ Z_{ab1} = \dfrac{1}{3}(X_{ab}+aX_{bc}+a^2X_{ca}) \\ Z_{ab2} = \dfrac{1}{3}(X_{ab}+a^2X_{bc}+aX_{ca}) \end{cases}$$

普通の送電線のごとく相互インピーダンスが全部等しい時は

$$X_{ab} = X_{bc} = X_{ca}$$

$$Z_{ab1} = Z_{ab2} = 0$$

となるから上式はなお簡略化される。

特別な場合として更に相互インピーダンスが全部零の時は $Z_{ab0}=0$ が成立する。この時 $Z_{aa0}=Z_0$，$Z_{aa1}=Z_1$，$Z_{aa2}=Z_2$ のごとく記号を改めると(2)式は次のごとくなる。

$$\underset{\cdot}{Z}_{120} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & Z_0(p) & Z_2(p) & Z_1(p) \\ \hline 2 & Z_1(p) & Z_0(p) & Z_2(p) \\ \hline 0 & Z_2(p) & Z_1(p) & Z_0(p) \\ \hline \end{array} \qquad (3)$$

この様に非対称回路の対称軸インピーダンス・マトリクスは全要素が演算子インピーダンスで埋まり，対称回路におけるごとき対角マトリクスにならない。このため正，逆及び零相インピーダンスは各相間互いに干渉し合つてくる。ともあれ相軸及び対称軸における表現式は p のみの函数で時間項を含まない。

(3) 静止対称軸と直交軸における表現

前言した様に本2軸上においては時間函数を含み勿論定係数とならない。ここでは(3)式を変換してその要点を示すことにしよう。同式を先ず静止対称軸へ変換すると

$$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{I\,II}\,0}=\begin{array}{c|ccc|} & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline \mathrm{I} & Z_0(p+j) & \varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) & \varepsilon^{-j\theta}Z_2(p) \\ \mathrm{II} & \varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) & Z_0(p-j) & \varepsilon^{j\theta}Z_1(p) \\ 0 & \varepsilon^{j\theta}Z_1(p+j) & \varepsilon^{-j\theta}Z_2(p-j) & Z_0(p) \\ \hline \end{array} \tag{4}$$

上式を更に直交軸へ変換すれば

$$\boldsymbol{Z}_{dq0}=\frac{1}{2}\begin{array}{c|ccc|} & d & q & 0 \\ \hline d & \begin{array}{l} Z_0(p+j)+\varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) \\ +Z_0(p-j)+\varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) \end{array} & \begin{array}{l} -jZ_0(p+j)-j\varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) \\ +jZ_0(p-j)+j\varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) \end{array} & \begin{array}{l} 2\varepsilon^{j\theta}Z_1(p) \\ +2\varepsilon^{-j\theta}Z_2(p) \end{array} \\ \hline q & \begin{array}{l} jZ_0(p+j)-j\varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) \\ -jZ_0(p-j)+j\varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) \end{array} & \begin{array}{l} Z_0(p+j)-\varepsilon^{2j\theta}Z_2(p+j) \\ +Z_0(p-j)-\varepsilon^{-2j\theta}Z_1(p-j) \end{array} & \begin{array}{l} -2j\varepsilon^{j\theta}Z_1(p) \\ +2j\varepsilon^{-j\theta}Z_2(p) \end{array} \\ \hline 0 & \begin{array}{l} \varepsilon^{j\theta}Z_1(p+j) \\ +\varepsilon^{-j\theta}Z_2(p-j) \end{array} & \begin{array}{l} -j\varepsilon^{j\theta}Z_1(p+j) \\ +j\varepsilon^{-j\theta}Z_2(p-j) \end{array} & 2Z_0(p) \\ \hline \end{array}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \tag{5}$$

ここで静止対称軸変換マトリクス $\boldsymbol{C}'$ 及び直交軸静止対称軸間変換マトリクス $\boldsymbol{C}''$ はそれぞれ次のごとくである。

$$\left.\begin{array}{ll} \boldsymbol{C}'=\begin{array}{c|ccc|} & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline 1 & 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ 2 & \varepsilon^{j\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} & \boldsymbol{C}'^{-1}=\begin{array}{c|ccc|} & 1 & 2 & 0 \\ \hline \mathrm{I} & 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ \mathrm{II} & \varepsilon^{j\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \\ \boldsymbol{C}''=\begin{array}{c|ccc|} & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline d & 1 & 1 & 0 \\ q & j & -j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} & \boldsymbol{C}''^{-1}=\frac{1}{2}\begin{array}{c|ccc|} & d & q & 0 \\ \hline \mathrm{I} & 1 & -j & 0 \\ \mathrm{II} & 1 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ \hline \end{array} \end{array}\right\} \tag{6}$$

(4), (5)両式何れの表現も複雑で時間項を含み対角マトリクスにならない。従つて非対称回路と凸極同期機の組合せは如何なる座標軸においても定係数方程式とならぬのである。従つて例えば bc 両線線間短絡の解析において，非対称回路の $Z_{aa}(p)=R_a+f(p)$, $Z_{bb}(p)=R_b+f(p)$, $Z_{cc}(p)=R_c+f(p)$ のごとくして計算した結果 $R_a\rightarrow\infty$ とおいて i_b を求めるごとき解析法は存在しない。また $i_a=0$ であるから，直交軸の平衡回路の方程式にその儘 $e_a=0$ を印加する（その様な e_d, e_q を作つて）のは明らかに誤りである。$e_a=0$ を印加することは

a 相を閉路することとなり $i_a \neq 0$ を意味するからである。

Ⅲ 故障系統の基礎微分方程式と Laplace 変換

仮定（v）により送電線定数 r_e, x_e, x_{l0} 等を凸極機の定数 r_m, $x_{dm}(p)$, $x_{qm}(p)$, $x_{0m}(p)$ 等に直列加算し，これを新に r, $x_d(p)$, $x_q(p)$, x_0 等とおく。凸極機の相軸インピーダンス・マトリクスの各相自己インピーダンス要素に直列コンデンサ・リアクタンス $\frac{x_c}{p}$ を加算し，これを $i_a=0$, $i_b=-i_c$ の条件で変換する時は次の如き基礎微分方程式を得る。

$$\left.\begin{aligned} & x_{afd}\left[T_{d0}'\frac{d}{dt}+1\right]I_{fd}=-\frac{2}{\sqrt{3}}3T_{d0}'(x_d-x_d')\frac{d}{dt}\,i\sin\theta \\ & \sqrt{3}\,e\cos\theta=-\sqrt{3}\,x_{afd}\frac{d}{dt}I_{fd}\sin\theta+2\left[r+\frac{d}{dt}(A-B\cos 2\theta)\right]i+2x_c\int i\,dt \end{aligned}\right\}\quad(7)$$

但し $A=\frac{1}{2}(x_d+x_q)$, $\quad B=\frac{1}{2}(x_d-x_q)$ $\quad i=i_b$

x_{afd} は界磁直軸電機子間の相互リアクタンス，T_{d0}' は過渡直軸開路時定数，θ は a 相磁軸が直軸となす電気角 $\theta=t+\varphi$，e は同期機 1相の無負荷誘導起電力の最大値である。

上式に Laplace 変換を施す。

$$\mathfrak{L}f(t)=\int_0^\infty \varepsilon^{-pt}f(t)dt=F(p) \quad (8)$$

この p はヘビサイド演算子の p とは全く性質を異にし，単なる代数的数に過ぎない。初期条件として過渡現象開始前の回路は無電流並びに無電荷であるから

$$t\leq 0 \text{において}\left\{\begin{aligned} & i(0)=0 \\ & q(0)=\int_{-t(t>0)}^{0} i(t)dt=0 \end{aligned}\right.$$

故に

$$\left\{\begin{aligned} & \mathfrak{L}i(t)=I(p) \\ & \mathfrak{L}I_{fd}(t)=I_{fd}(p) \\ & \mathfrak{L}\frac{d}{dt}i(t)=p\mathfrak{L}i(t)=pI(p) \\ & \mathfrak{L}\int i(t)dt=\mathfrak{L}\int_0^t i(t)dt=\frac{1}{p}\mathfrak{L}i(t)=\frac{1}{p}I(p) \end{aligned}\right.$$

これより（7）式は次のごとく変換される。（$\varepsilon^{j\theta}=\varepsilon^{j\varphi}\varepsilon^{jt}$に注意する）

$$\left.\begin{aligned} & x_{afd}(T_{d0}'p+1)I_{fd}(p)=-\frac{j}{\sqrt{3}}T_{d0}'(x_d-x_d')\varepsilon^{j\varphi}pI(p-j)+Conj \\ & \sqrt{3}\,e\,\frac{p\cos\varphi-\sin\varphi}{p^2+1}=\frac{\sqrt{3}\,j}{2}x_{afd}\varepsilon^{j\varphi}pI_{fd}(p-j)+Conj \\ & \qquad +2\left(r+Ap+\frac{x_c}{p}\right)I(p)-\left\{\varepsilon^{j2\varphi}BpI(p-2j)+Conj\right\} \end{aligned}\right\}\quad(9)$$

但し $I(p-j)$, $I(p-2j)$は$I(p)$において pに $p-j$, $p-2j$ を代置したものを表わす。$Conj$ とはそれに前出した項の共軛値 (Conjugated value) を表わす。なほ上式は Laplace 変換における変移定理

$$F(p+\xi)=\mathfrak{L}\varepsilon^{-\xi t}f(t)$$

を用いて導出した。

(9)式を $I(p)$ に関して解くには全く代数学的運算による。即ち第1式より $I_{fd}(p)$ を求め

$$x_{afd}\, I_{fd}(p)=-\frac{j}{\sqrt{3}}\cdot\frac{T_{d0}'(x_d-x_d')}{T_{d0}'+1}\varepsilon^{j\varphi}pI(p-j)+Conj$$

$$=\frac{j}{\sqrt{3}}\cdot\frac{T_{d0}'(x_d-x_d')}{T_{d0}'p+1}\varepsilon^{-j\varphi}pI(p+j)+Conj \tag{10}$$

この $I_{fd}(p)$ において更にpを$p+j$ 及び $p-j$ と置換して $I_{fd}(p+j)$ 及び $I_{fd}(p-j)$ を作り，これらを(9)式第2式へ代入する時は I_{fd} の項は全部消去される。その結果次式が導かれる。

$$2I(p)\left[r+\frac{p}{2}\{A(p+j)+Conj\}+\frac{x_e}{p}\right]$$
$$-\left[I(p+2j)p\varepsilon^{-j2\varphi}B(p+j)+Conj\right]=\sqrt{3}\,e\frac{p\cos\varphi-\sin\varphi}{p^2+1} \tag{11}$$

但し $A(p+j)$ 等は $A(p)$ に $p+j$ とおいたものと等であり茲に

$$A(p)=\frac{1}{2}\left\{x_d(p)+x_q\right\},\quad B(p)=\frac{1}{2}\left\{x_d(p)-x_q\right\}$$

であり，$x_d(p)$ は直軸演算子インピーダンスである。(但しpは Laplace 変換の p)

今簡単のため次のごとくおく。

$$\left.\begin{aligned}
K(p)&=\frac{-p\,\varepsilon^{-j2\varphi}B(p+j)}{2\left[r+\frac{p}{2}\{A(p+j)+Conj\}+\frac{x_e}{p}\right]}\\
K^*(p)&=K(p)\text{の共軛値}\\
F(p)&=\frac{\sqrt{3}\,e}{2\left[r+\frac{p}{2}\{A(p+j)+Conj\}+\frac{x_e}{p}\right]}\cdot\frac{p\cos\varphi-\sin\varphi}{p^2+1}
\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

然る時は (11) 式は次のごとく簡略して記される。

$$I(p)+K(p)I(p+2j)+K^*(p)I(p-2j)=F(p) \tag{13}$$

上式が Laplace 変換によつて得られた $I(p)$ に関する方程式であつて，$I(p)$ につき代数的に解けば直ちに Laplace 逆変換によつて突流 $i(t)$ が決定されることになる。

IV　Laplace 変換式の一般的解法

今 (13) 式を解くに当りpを $p+j2n(n=-\infty\sim+\infty)$ とおけば，同式は一つの無限マトリ

クス方程式を形成する。

$$[y_n]=[a_{nm}][x_m]$$

但し　$y_n=F(p+j2n)$, $x_m=I(p+j2m)$

$$\begin{cases} a_{nm}=1 & n=m \\ a_{nm}=K(p+j2n) & n=m-1 \\ a_{nm}=K^*(p+j2n) & n=m+1 \\ a_{nm}=0 & |m-n|\geq 2 \end{cases}$$

$m=0$ とおいて解は

$$x_0=I(p)=\frac{1}{|a_{nm}|}\sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n\times(a_{n0}\text{の余因子})$$

$$\frac{a_{n0}\text{の余因子}}{|a_{nm}|}=A_n(p)$$

とおけば $I(p)$ は

$$I(p)=\sum_{-\infty}^{\infty}A_n(p)F(p+j2n) \tag{14}$$

となる。上式を原式 (13) に代入し未定係数法により $F(p)$ の p 同次項を比較すれば

$$\left.\begin{array}{ll} n\neq 0 & A_n(p)+K(p)A_{n-1}(p+j2)+K^*(p)A_{n+1}(p-j2)\equiv 0 \\ n=0 & A_0(p)+K(p)A_{-1}(p+j2)+K^*(p)A_1(p-j2)\equiv 1 \end{array}\right\} \tag{15}$$

n が十分大きい処では $A_{n+1}(p)$ は $A_n(p)$ に比し省略できるのでこの第1式は

$$A_n(p)+K(p)A_{n-1}(p+j2)=0$$

となる。ここで p を $p-j2$ とおき，また第1式で n を $n-1$ におき（n を1段下げた処），この両式から $A_n(p-j2)$ を消去すると

$$\{1-K^*(p)K(p-j2)\}A_{n-1}(p)+K(p)A_{n-2}(p+j2)=0$$

上式で p を $p-j2$ とおき，また (15) 式第1式で n を $n-2$ におき，この両式から $A_{n-1}(p-j2)$ を消去する。同様の操作を繰返すことによつて一般に任意の n に対し

$$Y_a(p)A_n(p)+K(p)A_{n-1}(p+j2)=0 \tag{16}$$

の関係を得る。但し

$$\left.\begin{aligned} Y_a(p)&=1-\cfrac{K^*(p)K(p-j2)}{1-\cfrac{K^*(p-j2)K(p-j4)}{1-\cfrac{K^*(p-j4)K(p-j6)}{1-\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}}} \\ &=1-\frac{K^*(p)K(p-j2)}{Y_a(p-j2)} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

以上は $n>0$ についてであるが同様なことは $n<0$ についてもいえる。この場合は n を $-n$ と

おいて次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned} &Y_a^*(p)A_{-n}(p)+K^*(p)A_{-(n-1)}(p-j2)=0 \\ &Y_a^*(p)=1-\frac{K(p)K^*(p+j2)}{Y_a^*(p+j2)}=Y_a(p)\text{の共軛値} \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

(17)式から $A_n(p)$ は次のごとく求められる。

$$A_n(p)=-\frac{K(p)}{Y_a(p)}A_{n-1}(p+j2)$$

n を $n-1$ とおき，更に p を $p+j2$ とおくと

$$A_{n-1}(p)=-\frac{K(p+j2)}{Y_a(p+j2)}A_{n-2}(p+j4)$$

同様にして $A_{n-2}(p+j4)$, $A_{n-3}(p+j6)\cdots\cdots$ を求めると

$$A_n(p)=(-1)^n\frac{K(p)}{Y_a(p)}\cdot\frac{K(p+j2)}{Y_a(p+j2)}\cdot\cdots\cdots\cdot\frac{K(p+j2\overline{n-2})}{Y_a(p+j2\overline{n-2})}A_0(p+j2n)$$

$$=(-1)^nA_0(p+j2n)\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K(p+j2\nu)}{Y_a(p+j2\nu)}\qquad(n>0) \quad (19)$$

$n<0$ に対しては (18) 式より同様な手続きにより次のごとくなる。

$$A_{-n}(p)=(-1)^nA_0(p-j2n)\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K^*(p-j2\nu)}{Y_a^*(p-j2\nu)}=A_n^*(p) \quad (20)$$

次に (19), (20) 両式中の $A_0(p)$ は次のごとく求まる。両式で $n=1$ とおけば

$$A_1(p)=-A_0(p+j2)\frac{K(p)}{Y_a(p)},\quad A_{-1}(p)=-A_0(p-j2)\frac{K^*(p)}{Y_a^*(p)}$$

上式を (15) 第2式に代入し且つ (17), (18) 式の結果を用いて

$$A_0(p)=\frac{1}{Y_a(p)+Y_a^*(p)-1} \quad (21)$$

以上をもつて一般解 (14) 式の $A_n(p)$ は，すべて (17)～(21) 式により与えられるのである。

(14) 式の解は分母の p 多項式を部分分数に分けその1つについて

$$C_k=\Big\{(p-p_k)I(p)\Big\}_{p=p_k}$$

とおけば C_k は p_k なる特異点における留数となるから，$I(p)$ の Laplace 逆変換により電流 $i(t)$ は次のごとく表わされる。

$$i(t)=\mathfrak{L}^{-1}I(p)=\frac{1}{2\pi j}\int_{C-j\infty}^{C+j\infty}I(p)\varepsilon^{pt}dp=\sum_k C_k\varepsilon^{p_kt} \quad (22)$$

V 特異点の種類

特異点 p_k は物理的見地より次の3種に分けて考えられる。

a) 定常電流項　印加電圧は (12) 式の $F(p)$ で $p=\pm j$ の特異点を有する。故に一般解 (14)式の $F(p\pm j2n)$ より $p_k=\mp j(2n+1)$ の特異点（但し $n=0\sim\infty$）を有する。この場合の解析では近似として電機子及び界磁の回路抵抗をすべて省略する。

b) 界磁に基く過度項　界磁回路に trap された磁束が界磁回路の抵抗に基き減衰する分力で時間の経過につれ定態値 *a*) に落着く。 $p_k=-\alpha\mp j(2n+1)$ 　$(n=0\sim\infty)$ の特異点を有す。α は減衰率である。この場合も電機子回路抵抗を省略して計算する。

c) 電機子に基く過渡項　この場合近似として界磁抵抗は零として $F(p)$ 及び $K(p)$ の分母項

$$r+\frac{p}{2}\left\{A(p+j)+Con\,j\right\}+\frac{x_c}{p}=r+pA''+\frac{x_c}{p}$$

但し $A''=\frac{1}{2}(x_d'+x_q)$

による持異点がある。

$$p_k=-\frac{r}{2A''}\pm j\left(2n\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}}\right)\qquad(n=0\sim\infty)$$

以上より考察して無コンデンサの場合及び有コンデンサの場合の高調波次数の比較をすると次表の通りである。参考のためコンデンサ3相短絡の場合も挙げた。[2,3]

高調波 ＼ 過渡成分		無コンデンサ 線間短絡	有コンデンサ 3相短絡	有コンデンサ 線間短絡
電機子(線路) 定常電流		$1(\omega),3,5,7\cdots\cdots$	$1(\omega)$	$1(\omega),\ 3,\ 5,\ 7,\cdots\cdots$
線路過渡電流	界磁回路に基く過渡項	$1,\ 3,\ 5,\ 7\cdots\cdots$	1	$1,\ 3,\ 5,\ 7,\cdots\cdots$
	電機子回路に基く過渡項	$0,\ 2,\ 4,\ 6\cdots\cdots$	$\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}},\ 2\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}}$	$\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}},\ 2\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}},\ 4\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}},\ 6\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}}\cdots\cdots$
界磁回路の過渡電流		$1,\ 3,\ 5,\ 7\cdots\cdots$ $0,\ 2,\ 4,\ 6\cdots\cdots$	$0,\ 1\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}}$	$1\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}},\ 3\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}},\ 5\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}},\ 7\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}}\cdots\cdots$ $0,\ 2,\ 4,\ 6\cdots\cdots$

2,3 前出

VI 定常電流項の解析

$p_k=-j(2n+1)$ なる特異点を有する $F(p)$ は，$F(p+j2n)$ の他に $F(p+j\overline{2n+2})$ がある従つて留数 C_k は

$$C_k=\Big[p+j(2n+1)\Big]\Big[A_n(p)F(p+j2n)+A_{n+1}(p)F(p+j\overline{2n+2})\Big]_{p=-j(2n+1)} \tag{23}$$

前言したごとく回路（線路）抵抗は省略し，また常規周波数にては界磁抵抗はそのリアクタンスに比し甚少であるから（$R_{fd}\ll x_{ffd}$），$p=j,\ 3j,\ 5j,\ \cdots\cdots$ に対しては $A(p+j)=A''$，$B(p+j)=B''$ が，また $p=-j,\ -3j,\ -5j,\ \cdots\cdots$ に対しては $A(p-j)=A''$，$B(p-j)=B''$ が成立する。但し $A''=\frac{1}{2}(x_d'+x_q)$，$B''=\frac{1}{2}(x_d'-x_q)$

先ず（12）式の $K(p)$ で r を省略し $p\simeq j$ とおく時は明らかに

$$K(p)=-\frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B''}{A''+A(p-j)-2x_c} \tag{24}$$

$p\simeq -j$ の時は

$$K(p)=-\frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B(p+j)}{A(p+j)+A''-2x_c} \tag{25}$$

$p=j$ 及び $p=-j$ の時は，それぞれ上式で $A(p-j)=A$，$A(p+j)=A$ とすれば宜しい。

また $|p|\geq 2j$（$p\geq 2j$ 及び $p\leq -2j$）の時は

$$K(p)=-\frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B''}{2\left(A''+\dfrac{x_c}{p^2}\right)}$$

であるが，仮定（i）によつて不足補償系統では常に $x_c<A''$ が成立するから，$p^2\geq 4$ に対しては近似的に

$$\underset{|p|\geq 2j}{K(p)}\simeq\frac{-\varepsilon^{-j2\varphi}B''}{2A''}=\frac{\varepsilon^{-j2\varphi}}{2}\cdot\frac{x_q-x_d'}{x_d'+x_q} \tag{26}$$

が成立する。過補償の場合は $|p|=3,\ 5,\ 7\cdots\cdots$ の高調波で共振点を有し得るからこの近似は無効である。

同様に $K^*(p)$ についても以上のことがいえるが，この時はむしろ

$$\underset{p\simeq j}{K^*(p)}=\Big[\underset{p\simeq -j}{K(p)}\Big]^*,\qquad \underset{p\simeq -j}{K^*(p)}=\Big[\underset{p\simeq j}{K(p)}\Big]^* \tag{27}$$

（$p=j$，$p=-j$ についても同様）

より直ちに求まる。同様に

$$\underset{|p|\geq 2j}{K^*(p)}=\Big[\underset{p\geq 2j}{K(p)}\Big]^*=\frac{\varepsilon^{j2\varphi}}{2}\cdot\frac{x_q-x_d'}{x_d'+x_q} \tag{28}$$

であり，また上記と同様に次式も誘導される。

$$K(p-j2)_{p\simeq j}=\left[K^*(p+j2)_{p\simeq -2j}\right]^*=-\frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B(p-j)}{A(p-j)+A''-2x_c} \tag{29}$$

$$K^*(p-j2)_{p\simeq j}=\left[K(p+j2)_{p\simeq -j}\right]^*=-\frac{\varepsilon^{j2\varphi}B''}{A''+A(p-j)-2x_c} \tag{30}$$

次に $Y(p)$ については (17) 式に上に得た種々の $K(p)$ を代入して次の如く求まる。

$$Y_a(p)_{p\leq -2j}=1-K^*(p)\frac{K(p)}{Y_a(p)}_{p\leq -2j}$$

故に $$Y_a(p)_{p\leq -2j}=\frac{1}{2}\left\{1+\sqrt{1-\left(\frac{B''}{A''}\right)^2}\right\}=\frac{(\sqrt{x_d'}+\sqrt{x_q})^2}{2(x_d'+x_q)}$$

$$Y_a^*(p)_{p\geq 2j}=\left[Y_a(p)_{p\leq -2j}\right]^*=\text{上と同一値} \tag{31}$$

また (26), (28), (31) 3式より

$$\frac{K(p)}{Y_a(p)}_{p\leq -2j}=\varepsilon^{-j2\varphi}b_1,\quad \frac{K^*(p)}{Y_a^*(p)}_{p\geq 2j}=\varepsilon^{j2\varphi}b_1 \tag{32}$$

但し $$b_1=\frac{\sqrt{x_q}-\sqrt{x_d'}}{\sqrt{x_q}+\sqrt{x_d'}} \tag{33}$$

故に $B''b_1=-A''+\sqrt{x_d'x_q}$ となるからこれらの結果から $Y_a(p)_{p\simeq \pm j}$ の値は(17)式より

$$Y_a(p)_{p\simeq j}=1-\frac{[B(p-j)]^2}{A(p-j)+A''-2x_c}\cdot\frac{1}{A(p-j)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c} \tag{34}$$

$$Y_a(p)_{p\simeq -j}=\frac{A(p+j)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}{A''+A(p+j)-2x_c} \tag{35}$$

となり，$p=j$ 及び $-j$ の時は $A(0)=A$ を代置する。

さて (21) 式の $A_0(p)$ は以上より

$$A_0(p)_{p\simeq j}=\frac{[A''+A(p-j)-2x_c][A(p-j)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c]}{[A(p-j)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c]^2-[B(p-j)]^2} \tag{36}$$

$$A_0(p)_{p\simeq -j}=\left[A_0(p)_{p\simeq j}\right]^*$$

となる。 $p=\pm j$ の時は

$$A_0(p)_{p=\pm j}=\frac{[A''+A-2x_c][A+\sqrt{x_d'x}-2x_c]}{[A+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c]^2-B^2} \tag{37}$$

である。以上より (23) 式の C_k を求めるるに必要な算式はすべて整つた。

(19) 式に (32), (37) 式を代入し

$$A_n(p)_{p=-j(2n+1)}=(-1)^nA_0(-j)\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K[j(2\nu-2n+1)]}{Y_a[j(2\nu-2n+1)]}$$

$$= (-1)^n \frac{[A''+A-2x_c][A+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c]}{[A+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c]^2-B^2}\varepsilon^{-j2n\varphi}b_1{}^n$$

$$A_{n+1}(p)_{p=-j(2n+1)} = (-1)^{n+1}A_0(j)\varepsilon^{-j2n\varphi}b_1{}^n\frac{K(-j)}{Y_a(-j)} \qquad [(25),(35)式代入]$$

$$= (-b_1)^n\varepsilon^{-j(2n+2)\varphi}\frac{B[A''+A-2x_c]}{[A+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c]^2-B^2}$$

また

$$\Big\{[p+j(2n+1)]F(p+j2n)\Big\}_{p=-j(2n+1)} = \frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{-2j}\cdot\frac{\sqrt{3}e}{A+A''-2x_c}$$

$$\Big\{[p+j(2n+1)]F(p+j\overline{2n+2})\Big\}_{p=-j(2n+1)} = 上の共軛値$$

であるから，これらより (23) 式は次のごとくなる。

$$C_k = \frac{\sqrt{3}e(-b_1)^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{-2j\{A+B+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c\}}$$

$p_k=+j(2n+1)$ の特異点に対しては C_k^* が留数となる。結局定常電流項 $i_s(t)$ は Laplace 逆変換により

$$i_s(t) = \sum_{n=0}^{\infty}\Big[C_k\varepsilon^{p_kt}+Conj\Big] = \frac{\sqrt{3}e}{x_d+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\sum_0^{\infty}(-b_1)^n\sin(2n+1)\theta \qquad (38)$$

VII 界磁回路に基く過渡項の解析

前章と同様特異点 $p_k=-\alpha-j(2n+1)$ は $F(p+j2n)$ と $F(p+j\overline{2n+2})$ に存在するから留数 C_k' は

$$C_k' = \Big[p+\alpha+j(2n+1)\Big]\Big[A_n(p)F(p+j2n)+A_{n+1}(p)F(p+j\overline{2n+2})\Big]_{p\simeq-j(2n+1)} \qquad (39)$$

$p+j2n=p'$ とおけば (19) 式より

$$A_n(p)_{p\simeq-j(2n+1)} = (-1)^nA_0(p')\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K[p'+j\overline{2\nu-2n}]}{Y_a[p'+j\overline{2\nu-2n}]}\Bigg|_{p'\simeq-j}$$

$$A_{n+1}(p)_{p\simeq-j(2n+1)} = (-1)^{n+1}A_0(p'+j2)\cdot\varepsilon^{-j2n\varphi}b_1{}^n\frac{K(p')}{Y_a(p')}\Bigg|_{p'\simeq-j}$$

ここで

$$Y_a(p'+j2)_{p'\simeq-j} = 1-\frac{K^*(p'+j2)K(p')}{1-K^*(p')\dfrac{K(p'-j2)}{Y_a(p'-j2)}}\Bigg|_{p'\simeq-j} \qquad [(25),(27),(29)式代入]$$

$$= 1-\frac{[B(p'+j)]^2}{[A''+A(p'+j)-2x_c]A(p'+j)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c]}$$

$$Y_a^*(p'+j2)_{p'\simeq -j} = \frac{A(p'+j)+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c}{A''+A(p'+j)-2x_c} \qquad [(18),(30),(32)\text{式使用}]$$

であるから，これより $A_0(p')_{p'\simeq -j}$ 及び $A_0(p'+j2)_{p'\simeq -j}$ を計算すればこれらは共に等しくなり

$$A_0(p')_{p'\simeq -j} = A_0(p'+j2)_{p'\simeq -j}$$

$$= \frac{[A''+A(p'+j)-2x_c][A(p'+j)+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c]}{[A(p'+j)+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c]^2-[B(p'+j)]^2}$$

故に

$$A_{n+1}(p)_{p\simeq -j(2n+1)} = (-b_1)^n \varepsilon^{-j(2n+2)\varphi} \frac{B(p'+j)[A''+A(p'+j)-2x_c]}{[A(p'+j)+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c]^2-[B(p'+j)]^2}$$

また

$$F(p')_{p'\simeq -j} = \frac{\sqrt{3}\,e}{A(p'+j)+A''-2x_c} \cdot \frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{-2j(p'+j)}$$

$$F(p'+j2)_{p'\simeq -j} = \frac{\sqrt{3}\,e}{A''+A(p'+j)-2x_c} \cdot \frac{\varepsilon^{j\varphi}}{2j(p'+j)}$$

従つて留数は

$$\left.\frac{C_k'}{p+\alpha+j(2n+1)}\right|_{p\simeq -j(2n+1)}$$

$$= \left.\frac{\sqrt{3}\,e(-b_1)^n \varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{A(p'+j)+\sqrt{x_d' x_q}-\ x_c+B(p'+j)} \cdot \frac{1}{-2j(p'+j)}\right|_{p'\simeq -j}$$

今　$\phi(p') = A(p'+j)+B(p'+j)+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c = x_d(p'+j)+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c$

とおけば　$\phi(p')=0$　の根より得られる p_k が特異点である。然るに

$$x_d(p) = \frac{T_{d0}' x_d' p + x_d}{T_{d0}' p + 1}$$

であるから

$$\phi(p') = \frac{(x_d'+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c)}{1+T_{d0}'(p'+j)} T_{d0}'(\alpha+p'+j)$$

但し α は減衰率でありこの逆数 $T_d'{}_{(u)}$ は時定数を与える。

$$T_d'{}_{(u)} = T_{d0}' \frac{x_d'+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c}{x_d+\sqrt{x_d x_q}-2x_c} \tag{40}$$

以上より留数　$C_k'{}_{p'\simeq -j} = C_k'{}_{p\simeq -j(2n+1)}$　が求まり，界磁に基く過渡電流項 $i'(t)$ は次のごとくなる。

$$i'(t) = \sum_0^\infty \left\{ C_k' \varepsilon^{-\frac{t}{T_d'{}_{(u)}}-j(2n+1)t} + Conj \right\}$$

$$= \left[\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d'+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c} - \frac{\sqrt{3}\,e}{x_d'+\sqrt{x_d x_q}-2x_c} \right] \varepsilon^{-\frac{t}{T_d'{}_{(u)}}} \sum_0^\infty (-b_1)^n \sin(2n+1)\theta \qquad \cdots\cdots(41)$$

Ⅷ 電機子に基く過渡電流の解析

前言したごとく2種の特異点 p_{k1} と p_{k2} を有す。

$$p_{k1}=-\alpha'\mp j(2n+\kappa) \qquad (n=0\sim\infty)$$

$$p_{k2}=-\alpha'\mp j(2n-\kappa) \qquad (n=0\sim\infty)$$

$$\kappa \doteqdot \sqrt{\frac{x_c}{A''}} \quad \text{（より妥当な}\kappa\text{は後で求まる）}$$

2種の周波数 $2n\pm\kappa$ において $n=-\infty\sim+\infty$ に変化させることは，$n=0\sim\infty$ に変化させその共軛値を合せ考慮することと同一であるが，但し本章に限り前2章と異り $n=0$ の項は2周波数を通じて1個（但しその共軛値を含める）しか発生しない。即ち $-\infty\sim+\infty$ と $0\sim+\infty$，$0\sim-\infty$ とは本章に限り $n=0$ は2回重複されるからである。

先ず p_{k1} について考える。

$$C''_{k1}=\Big[p+\alpha'+j(2n+\kappa)\Big]\Big[A_n(p)F(p+j2n)\Big]_{p\simeq -j(2n+\kappa)}$$

$p+j2n=p'$ とおけば

$$\Big[A_n(p)F(p+j2n)\Big]_{p\simeq -j(2n+\kappa)}=(-1)^n A_0(p')\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K[p'+j2\nu-2n]}{Y_a[p'+j2\nu-2n]}F(p')\Bigg|_{p'\simeq -j\kappa} \tag{42}$$

ここで Π 値は $\prod\limits_{0}^{n-1}=\varepsilon^{-j2n\varphi}b_1{}^n$ であり，また $p'\simeq -j\kappa$ に対しては $Y_a(p')$，$Y_a{}^*(p')$ は次のごとく計算される。即ち

$$K^*(p')=\frac{-p'\varepsilon^{j2\varphi}B''}{2\Big[r+p'A''+\dfrac{x_c}{p'}\Big]}, \qquad B''b_1=-A''+\sqrt{x_d'x_q}$$

より $Y_a(p')$ を計算すれば

$$Y_a(p')=\frac{r+\dfrac{p'}{2}(A''+\sqrt{x_d'x_q})+\dfrac{x_c}{p'}}{r+p'A''+\dfrac{x_c}{p'}} \tag{43}$$

一方 $Y_a{}^*(p')$ の方は $K(p'+j2)$ と $K^*(p'+j2)$ を求め，これに上の $K^*(p')$ の共軛値 $K(p')$ を用いて

$$Y_a{}^*(p')=1-\frac{p'B''}{2\Big[r+p'A''+\dfrac{x_c}{p'}\Big]}\xi(p') \tag{44}$$

但し

$$\xi(p')=\frac{B''}{\dfrac{(\sqrt{x_d'}+\sqrt{x_q})^2}{2}+\dfrac{2x_c}{(p'+j2)^2}} \tag{45}$$

$\xi(p)$ については $2-\kappa$ の周波数において凸極機を含めた系統のリアクタンスが，コンデンサ・インピーダンスより十分大であれば分母の第2項は省略してよい。この時は

$$\xi(p')=-b_1 \tag{46}$$

この近似は普通の線路補償度では十分成立するが，補償度が 100%前後の場合は多少不正確になる。然しこの場合正確に求めようとすれば，(45) 式の $\xi(p')$ を導入し以下同様に計算を進めることができることを附言する。

さて (43)，(44) 両式と (21) 式より $p'\simeq -j\kappa$ について

$$A_0(p')=\frac{r+p'A''+\dfrac{x_c}{p'}}{r+p'\sqrt{x_d'x_q}+\dfrac{x_c}{p'}}$$

また

$$F(p')=\frac{\sqrt{3}\,e}{2\left[r+p'A''+\dfrac{x_c}{p'}\right]}\cdot\frac{p'\cos\varphi-\sin\varphi}{p'^2+1}$$

であるからこれを (42) 式に代入して

$$\Big[A_n(p)F(p+j2n)\Big]_{p\simeq -j(2n+\kappa)}$$
$$=\frac{\sqrt{3}\,e\,\varepsilon^{-j2n\varphi}(-b_1)^n}{2}\cdot\frac{p'\cos\varphi-\sin\varphi}{p'^2+1}\cdot\frac{p'}{p'^2\sqrt{x_d'x_q}+rp'+x_c}$$

特異点は従つて

$$p'=p+j2n\simeq=\alpha'-j\kappa$$

$$\alpha'=\frac{r}{2\sqrt{x_d'x_q}},\quad \kappa=\sqrt{\frac{x_c}{\sqrt{x_d'x_q}}} \tag{47}$$

となり留数 C_{k1}'' も求まる。

故にこれより電機子過渡項の1つは

$$i_{a1}(t)=\Big[C_{k1}''\varepsilon^{p_{k1}t}\Big]_{n=0}+\sum_{n=1}^{\infty}\Big[C_{k1}''\varepsilon^{p_{k1}t}+Conj\Big]$$

$$=-\frac{\sqrt{3}\,e}{2(\sqrt{x_d'x_q}-x_c)}\varepsilon^{-\alpha't}\sum_{1}^{\infty}(-b_1)^n\{\kappa\cos\varphi\sin(2n\theta+\kappa t)+\sin\varphi\cos(2n\theta+\kappa t)\}$$
$$-\frac{\sqrt{3}\,e}{2(\sqrt{x_d'x_q}-x_c)}\cdot\frac{j\kappa\cos\varphi+\sin\varphi}{2}\varepsilon^{-\alpha't}\varepsilon^{-j\kappa t} \tag{48}$$

のごとくなる。

他の1つの過渡項についても同様にして $p_{k2}=-\alpha'-j(2n-\kappa)$ により求まるがこの場合は

$$\Big[A_n(p)F(p+j2n)\Big]_{p\simeq -j(2n-\kappa)}=(-1)^nA_0(p')\prod_{0}^{n}F(p')_{p'\simeq +j\kappa}$$

となるが $\text{II}=\varepsilon^{-j2n\varphi}b_1^n$ であり，以下 κ が $-\kappa$ と置換される点が相違するのみで p_{s1} に対するのと同一解を得る。

$$i_{a2}(t)=-\frac{\sqrt{3}\,e\,\varepsilon^{-\alpha' t}}{2(\sqrt{x_d' x_q}-x_c)}\sum_1^\infty(-b_1)^n\{-\kappa\cos\varphi\sin(2n\theta-\kappa t)+\sin\varphi\cos(2n\theta-\kappa t)\}$$

$$-\frac{\sqrt{3}\,e\,\varepsilon^{-\alpha' t}}{2(\sqrt{x_d' x_q}-x_c)}\cdot\frac{-j\kappa\cos\varphi+\sin\varphi}{2}\varepsilon^{j\kappa t} \tag{49}$$

これより電機子に基く過渡電流は (48), (49) 両式の和で与えられる。

$$i_a(t)=i_{a1}+i_{a2}(t)$$

$$=-\frac{\sqrt{3}\,e\,\varepsilon^{-\alpha' t}}{\sqrt{x_d' x_q}-x_c}\left\{\kappa\cos\varphi\sin\kappa t+\sin\varphi\cos\kappa t\right\}\left\{\frac{1}{2}+\sum_1^\infty(-b_1)^n\cos 2n\theta\right\} \tag{50}$$

IX 突流の結果

前3節で求めた定常電流 (38) 式，界磁回路に基く過渡電流 (41) 式及び電機子回路に基く過渡電流 (50) 式の総和が，短絡後の回路突流の完全表現式である。

$$i(t)=i_s(t)+i'(t)+i_a(t)$$

$$=\left\{\left[\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d'+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c}-\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c}\right]\varepsilon^{-\frac{t}{T_d'(ll)}}\right.$$

$$\left.+\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d+\sqrt{x_d' x_q}-2x_c}\right\}\sum_{n=0}^\infty(-b_1)^n\sin(2n+1)\theta$$

$$-\frac{\sqrt{3}\,e\,\varepsilon^{-\alpha' t}}{\sqrt{x_d' x_q}-x_c}\left\{\kappa\cos\varphi\sin\kappa t+\sin\varphi\cos\kappa t\right\}\left\{\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^\infty(-b_1)^n\cos 2n\theta\right\} \tag{51}$$

無コンデンサ時の線間短絡では $x_c=0$, $\kappa=0$ と代置すれば宜しい。但しこの場合電機子減衰率 α' は真値の半分となるが，これは電機子に基く過渡成分が重根を有するために Laplace 変換公式の一部が変更されるからである。このことは数式導出上止むを得ないので，この時は (47) 式の α' の2倍を α' として用いればよい。

なお (51) 式におけると同様な突流が，アモルト捲線を有する場合の解析においても誘導される。然し同式結果を容易に改変し適応させることが可能である。即ち VI, VII の定常電流及び界磁に基く過渡電流においては $\sqrt{x_d' x_q}$ を $\sqrt{x_d'' x_q''}$ と置換し且つ $x_d''\to x_d'\to x_d$ の3段階に亘つて減衰させる。また VIII. の電機子に基く過渡成分においてはすべての x_d', x_q を単に x_d'', x_q'' と置換すればよい。即ちアモルト捲線を有する場合の突流式は次の如くなるのである。

$$
\left.\begin{aligned}
i(t)=&\Bigg\{\left[\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d''+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}-\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d'+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\right]\varepsilon^{-\frac{t}{T_d''(II)}}\\
&+\left[\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d'+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}-\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\right]\varepsilon^{-\frac{t}{T_d'(II)}}\\
&+\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\Bigg\}\sum_0^\infty(-b_1)^n\sin(2n+1)\theta\\
&-\frac{\sqrt{3}\,e\,\varepsilon^{-\alpha' t}}{\sqrt{x''_dx''_q}-x_c}\left\{\kappa\cos\varphi\sin\kappa t+\sin\varphi\cos\kappa t\right\}\left\{\frac{1}{2}+\sum_1^\infty(-b_1)^n\cos 2n\theta\right\}\\
\text{但し}\quad & T_d''{}_{(II)}=T_{do}''\frac{x_d''+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}{x_d'+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\\
& T_d'{}_{(II)}=T_{do}'\frac{x_d'+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}{x_d+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\\
& b_1=\frac{\sqrt{x_q''}-\sqrt{x_d''}}{\sqrt{x_q''}+\sqrt{x_d''}}\\
& \alpha'=\frac{r}{2\sqrt{x_d''x_q''}},\qquad \kappa=\sqrt{\frac{x_c}{\sqrt{x_d''x_q''}}}
\end{aligned}\right\}\quad(52)
$$

T_{do}'' は次過渡直軸開路時定数である。$x_c=0$ とおけば無コンデンサ時の線間短絡の式となる。

X　コンデンサ端子間過渡電流

前節の突流式 (52) 式において全時定数を∞とし，且つ式 $i_a(t)$ の｛　｝内部を1個の正弦波函数に変形し，更に三角函数の積をすべて和の形に直す時は

$$
\begin{aligned}
i(t)=&\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d''+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\sum_0^\infty(-b_1)^n\sin(2n+1)\theta\\
&-\frac{\sqrt{3}\,e}{2(\sqrt{x_d''x_q''}-x_c)}\sqrt{\kappa^2\cos^2\varphi+\sin^2\varphi}\Bigg\{\sin\left(\kappa t+\tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right)\\
&+\sum_1^\infty(-b_1)^n\Bigg\{\sin\left(2n\theta+\kappa t+\tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right)\\
&\qquad-\sin\left(2n\theta-\kappa t-\tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right)\Bigg\}\Bigg\}
\end{aligned}
$$

さて $e_c=\int x_c i(t)dt$ を計算する。上式に対応して

$$e_c=(e_{cs}+e_c')+e_{ca}$$

の2項に分ける時は次の結果を得る。

$$
\left\{\begin{aligned}
e_{cs}+e_c'=&\frac{-\sqrt{3}\,e\,x_c}{x_d''+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\sum_0^\infty\frac{(-b_1)^n}{2n+1}\cos(2n+1)\theta\\
e_{ca}=&\frac{\sqrt{3}\,e\,x_c}{2(\sqrt{x_d''x_q''}-x_c)}\sqrt{\kappa^2\cos^2\varphi+\sin^2\varphi}\left\{\frac{1}{\kappa}\cos\left(\kappa t+\tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right)\right.
\end{aligned}\right.\ ※
$$

$$※\quad +\sum_{1}^{\infty}\left\{\frac{(-b_1)^n}{2n+\kappa}\cos\left(2n\theta+\kappa t+\tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right)\right.$$
$$\left.-\frac{(-b_1)^n}{2n-\kappa}\cos\left(2n\theta-\kappa t-\tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]\right)\right\}\Bigg]$$

上2式は $\theta=\pi$ で最大となる。但し第2式においては或る条件の φ 及び t が必要である。第2式において $\theta=\pi$ とすれば $2n\theta=2n\pi$ となるが更に

$$\kappa t+\tan^{-1}\left[\frac{\tan\varphi}{\kappa}\right]=\pi$$

の時に最大振幅を有する。この条件は κ の如何を問わず $\varphi=\pi$, $t=0$ にて成立する。（但し総和は零となる）$\varphi=\pi$, $t=0$ の条件を上に代入する時は最大電圧値は次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned}(e_{cs}+e')_{max}&=\frac{\sqrt{3}\,x_c\,e}{x_d''+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\cdot\frac{\tan^{-1}\sqrt{b_1}}{\sqrt{b_1}}\\(e_{ca})_{max}&=-\frac{\sqrt{3}\,x_c\,e}{2(\sqrt{x_d''x_q''}-x_c)}\left\{1-\kappa^2\sum_{1}^{\infty}\frac{(-b_1)^n}{2n^2}\right\}\end{aligned}\right\}\quad(53)$$

(52) 2式の和は厳密に零とならないがこの理由は主として $p^2\geqq4$ に対して行つた近似減衰比 b_1 によつている。然し近似的に両式は大いさが等しいと考えてよい。$t=0$ 以外の任意の過渡状態ではこの両式の尖頭値は全く随意的に起るため，起り得る最大値は両式の絶対値の和となる。従つて直列コンデンサ端子間に現われる最大電圧値と定常（永久）短絡電流が流れる時の電圧の比は

$$\tau=\frac{\text{最大尖頭電圧}}{\text{定常振幅値}}=\frac{2(x_d+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c)}{x_d''+\sqrt{x_d''x_q''}-2x_c}\quad(54)$$

で表わされる。この比は勿論起り得る最悪の値であり減衰を考慮外とした純理論的の値であつて，実際はこの値より遙かに下廻ることが推定される。

XI 界磁回路の異常突流

界磁電流の微分方程式は (7) 式にて，その Laplace 変換式は (10) 式にて示される。$I(p)$ の一般解式は (14) 式である。改めて計算するまでもなく $I(p)$ は VI, VII. 及び VIII. における函数値より逆算して次のごとく求まる。

$$I(p)=\sum_{0}^{\infty}\frac{\sqrt{3}\,e}{x_d(p+j\overline{2n+1})+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}(-b_1)^n\left\{\frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{-2j(p+j\overline{2n+1})}+Conj\right\}$$
$$-\frac{\sqrt{3}\,e}{2(\sqrt{x_d'x_q}-x_c)}\left\{\sum_{1}^{\infty}(-b_1)^n\frac{\varepsilon^{-j2n\varphi}(j\kappa\cos\varphi+\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n+\kappa)}\right.$$
$$\left.+\sum^{\infty}(-b_1)^n\frac{\varepsilon^{-j2n\varphi}(-j\kappa\cos\varphi+\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n-\kappa)}+\frac{j\kappa\cos\varphi+\sin\varphi}{2(p+\alpha'+j\kappa)}+Conj\right\}\quad(55)$$

p を $p+j$ 及び $p-j$ と置換して $I(p+j)$ 及び $I(p-j)$ を作成して原式 (10) 式に代入すれば $I_{fd}(p)$ の形が決定される。かくして求まる $I_{fd}(p)$ は次のごとく表わされる。

$$x_{afd}I_{fd}(p)=\frac{eT_{do}'(x_d-x_d')}{T_{do}'p+1}\Bigg[(1+b_1)\sum_1^{\infty}\frac{(-b_1)^{n-1}}{x_d(p+j2n)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\cdot\frac{\varepsilon^{-j2n\varphi}}{-2(p+j2n)}$$

$$+Conj+\frac{1}{x_d(p)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\cdot\frac{1}{p}$$

$$-\frac{1}{2(\sqrt{x_d'x_q}-x_c)}\Bigg\{(1+b_1)\sum_0^{\infty}(-b_1)^n\frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(-\kappa\cos\varphi+j\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n+1+\kappa)}+Conj$$

$$+(1+b_1)\sum_0^{\infty}(-b_1)^n\frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(-\kappa\cos\varphi+j\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j2n+1-\kappa)}+Conj\Bigg\}\Bigg] \tag{55}$$

上式は4項 ($Conj$ を含める) より成立するが，明らかに各項特異点はそれぞれ次の様な値である。

$$\begin{cases} \text{第1項}\begin{cases} p_k=-j2n & \text{(定態成分)} \\ p_k=-\alpha-j2n & \text{(界磁に基く過渡成分)}\end{cases} \\ \text{第2項}\quad p_k=-\alpha & \text{(直流分)} \\ \text{第3項}\quad p_k=-\alpha'-j\,\overline{2n+1+\kappa} & \text{(電機子に基く過渡成分)} \\ \text{第4項}\quad p_k=-\alpha'-j\,\overline{2n+1-\kappa} & \end{cases}$$

かくして特異点を知れば，各項に Laplace 逆変換を施して実電流 $I_{fd}(t)$ を得る。但し途中の計算において補償は不足補償である故全系統補償度は小量であるとして，第3，第4項の最低周波数 $1-\kappa$ においても $R_{fd}\ll(1-\kappa)x_{ffd}$ が成立するとしている。なお上式の各4項の外に，過渡問題の解析上最初から省略した直流定常電流 I_{fo} を加算する必要がある。

以上の過程により計算を行えば界磁回路の突発電流 $I_{fd}(t)$ は次のごとく算出される。

$$\left.\begin{aligned} I_{fd}(t)=&-I_{fo}\frac{(1+b_1)(x_d-x_d')}{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}g(t)\sum_1^{\infty}(-b_1)^r\cos 2n\theta \\ &+I_{fo}+I_{fo}\frac{x_d-x_d'}{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\varepsilon^{-\alpha t} \\ &-I_{fo}\frac{(1+b_1)(x_d-x_d')}{\sqrt{x_d'x_q}-x_c}\varepsilon^{-\alpha' t}\{\kappa\cos\varphi\,\sin\kappa t+\sin\varphi\,\cos\kappa t\} \\ &\qquad\times\sum_0^{\infty}(-b_1)^n\sin(2n+1)\theta \\ \text{但し}\quad & \\ g(t)=&\frac{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}{x_d+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}+\left[1-\frac{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}{x_d+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\right]\varepsilon^{-\alpha t} \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

以上アモルトの無い凸極機系統における界磁突流を求めた。アモルトのある場合は $\sqrt{x_d'x_q}$ が $\sqrt{x_d''x_q''}$ に置換され $g(t)$ は3段階に分れて減衰する外，直列コンデンサ系統の3相短絡に

における漏洩リアクタンス比 k によつて若干修整される点が異る。[4]

XII 開放線過渡電圧

開相線 a 相の電圧を解析する。相軸上のインピーダンス・マトリクスにおける a 線の電圧方程式を求め，これに $i_b=-i_c=i$ の条件を代入する時は次の微分方程式を得る。

$$v_a = x_{afd}\frac{d}{dt}\cos\theta\cdot I_{fd}+\frac{2}{3}B\frac{d}{dt}(\cos\overline{2\theta+120}-\cos\overline{2\theta+240})i$$

$$= x_{afd}\frac{d}{dt}\cos\theta\cdot I_{fd}-\frac{2}{\sqrt{3}}B\frac{d}{dt}\sin2\theta\cdot i \tag{58}$$

これに Laplace 変換を施す時は

$$V(p)=\frac{x_{afd}\varepsilon^{-j\varphi}p}{2}I_{fd}(p+j)+Conj-\frac{jB\varepsilon^{-j2\varphi}p}{\sqrt{3}}I(p+2j)-Conj \tag{59}$$

$I_{fd}(p)$ は (10) 式にて与えられるから，その $I_{fd}(p+j)$，$I_{fd}(p-j)$ を作つて上式に代入すれば I_{fd} は消去する。その結果は

$$V(p)=-\frac{j\varepsilon^{-j2\varphi}B(p+j)p}{\sqrt{3}}I(p+2j)+Conj+\frac{jx_d(p+j)p}{2\sqrt{3}}I(p)+Conj \tag{60}$$

$I(p)$ は前章の (55) 式で与えられるから，$I(p+2j)$ 及び $I(p-2j)$ を作つて上式へ代入すれば次のごとくなる。

$$\begin{aligned}V(p) =& (1-b_1^2)E''\sum_1^\infty\frac{e(-b_1)^{n-1}p}{x_d(p+j\overline{2n+1})+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\cdot\frac{\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{2(p+j\overline{2n+1})}\\ &+\left[2B(p+j)-(1+b_1)E''\right]\frac{ep}{x_d(p+j)+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\cdot\frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{2(p+j)}\\ &+\frac{ep}{2(\sqrt{x_d'x_q}-x_c)}\Bigg[(1-b_1^2)E''\sum_1^\infty\frac{(-b_1)^{n-1}\varepsilon^{-j2n\varphi}(-\kappa\cos\varphi+j\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j\overline{2n+\kappa})}\\ &+(1-b_1^2)E''\sum_1^\infty\frac{(-b_1)^{n-1}\varepsilon^{-j2n\varphi}(\kappa\cos\varphi+j\sin\varphi)}{2(p+\alpha'+j\overline{2n-\kappa})}\Bigg]\\ &+\ Conj\ of\ the\ all\ former\end{aligned} \tag{61}$$

上式各4項（*Conj* を含める）の特異点は次の通りである。

第1項	$p_k=-j\overline{2n+1}$	定常成分（基本波項を除く）
	$p_k=-\alpha-j\overline{2n+1}$	界磁回路に基く過渡成分（〃）
第2項	$p_k=-j$	基本波定常成分
	$p_k=-\alpha-j$	界磁に基く基本波過渡成分
第3項	$p_k=-\alpha'-j\overline{2n+\kappa}$	電機子に基く過渡成分
第4項	$p_k=-\alpha'-j\overline{2n-\kappa}$	電機子に基く過渡成分

4　三浦五郎：直列コンデンサ三相故障時の同期機界磁内部における異常突流の解析．三学会連大集 365 (1955)

以上の特異点における留数 C_k を求め Laplace 逆変換によつて実電圧値 $v_a(t)$ を知る。

$$C_k=\left\{(p-p_k)V(p)\right\}_{p=p_k}$$

$$v_a(t)=\mathfrak{L}^{-1}V(p)=\Sigma C_k\varepsilon^{p_kt}$$

なおその他定常成分には過渡問題解析に省略した定常界磁直流 I_{f_0} に基く誘導電圧成分

$$v_{a_0}=x_{afd}\frac{d}{dt}\cos\theta_1\cdot I_{f_0}=-e\sin\theta$$

が存在するからこれを代数的に加算する。途中の計算は既に行つてきたことと同様である。その結果開放線 a 相に発生する過渡電圧は次の如く求まる。

$$\begin{aligned}v_a(t)=&-\frac{2e\sqrt{x_d'x_q}}{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}g(t)\sum_1^\infty(2n+1)(-b_1)^n\sin(2n+1)\theta\\&-\frac{e(x_d'-\sqrt{x_d'x_q})}{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\left[\frac{x_d-\sqrt{x_d'x_q}}{x_d'-\sqrt{x_d'x_q}}\cdot\frac{x_d'+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}{x_d+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}-1\right]\varepsilon^{-\alpha t}\sin\theta\\&-\frac{2e(\sqrt{x_d'x_q}-x_c)}{x_d+\sqrt{x_d'x_q}-2x_c}\sin\theta\\&+\frac{2e\sqrt{x_d'x_q}}{\sqrt{x_d'x_q}-x_c}\varepsilon^{-\alpha' t}\sum_1^\infty(-b_1)^n\Big\{2n(\sin\varphi\cos\kappa t+\kappa\cos\varphi\sin\kappa t)\cos2n\theta\\&+\kappa(\kappa\cos\varphi\cos\kappa t-\sin\varphi\sin\kappa t)\sin2n\theta\Big\}\end{aligned}\tag{62}$$

但し $g(t)$ は (57) 式に挙げたものと同一である。

XIII 結　　言

以上は凸極同期機系統が直列コンデンサを有する場合の単相短絡故障における回路突流，コンデンサ過電圧，界磁巻線内異常電流及び開放線電圧について解析を完成したものである。I. で述べた仮定中最も重要なものは，系統全体としてコンデンサが不足補償であることである。今もし仮に 200 %の過補償の時を考えると $x_l=x$, $x_c=2x$ とおいて $x\left(1-\frac{2}{2^2}\right)=0.5x$, また 300 %の過補償では $x\left(1-\frac{3}{2^2}\right)=0.25x$ のごとく第2調波で相当の誤差を招来する。同様なことは第3，第4……の高調波についていえる。また VIII. の $\xi=-b_1$ の仮定は補償度が1に比し大分小さい時に有効であり 100 %附近の補償では (45) 式の $\xi(p)$ を用いて計算できる。従つて本論文の結果及びその僅かの延長は 100 %以下の補償に対する単相短絡理論を十分完成せしめたといえる。

なお (52) 式より判るごとく，定常状態では x_d-x_c が正相インピーダンス，$\sqrt{x_d''x_q''}-x_c$

が逆相インピーダンスと考えてよい。そして一般に高調波に対してはそれぞれ

$$n_1^2=\frac{2x_c}{x_d(p)+\sqrt{x_d''x_q''}}, \quad n_2^2=\frac{x_c}{\sqrt{x_d''x_q''}} \tag{63}$$

（n_1, n_2 は正整数）

によつて示されるごとき共振条件を有する。n_1, n_2 は高調波の次数である。

本研究の摘要の一部は既に学界で公表した[5] が茲に全容を発表し諸賢の御批判を仰ぎたい。本論文作成に当り種々の教示を載いた北大工学部小串孝治教授に深謝すると共に，色々と便宜を与えられた本学山上教授始め電気工学科諸教官に感謝の意を表する。

（昭和30年4月30日受理）

5 三浦五郎：直列コンデンサ系統の不平衡短絡突流について．三学会連大集 357 (1956)