

円管内における粒体の水力輸送について：単球体の沈降速度と単球体浮遊時の流速について

その他（別言語等）のタイトル	Study on Hydraulic Conveying by Water Power Relation between terminal velocities of a sphere in a conduit and mean flow velocities of water for suspending a sphere in a tube
著者	奥田 教海
雑誌名	室蘭工業大学研究報告
巻	5
号	1
ページ	217-236
発行年	1965-07-08
URL	http://hdl.handle.net/10258/3240

円管内における粒体の水力輸送について

単球体の沈降速度と単球体浮遊時の流速について

奥田 教海

Study on Hydraulic Conveying by Water Power
Relation between terminal velocities of a sphere in a
conduit and mean flow velocities of water
for suspending a sphere in a tube

Kyōkai Okuda

Abstract

As the first step of studying the mechanism of hydraulic transportation with water, the terminal velocities of spheres and the other related items are examined in the present paper.

The terminal velocities of spheres in unbounded fluid that might be named as "theoretical terminal velocities, v_t " are well known, but "the terminal velocities of spheres in a tube, v_2 ," which is essentially subjected to the interference of the boundary, have not yet been sufficiently clarified. The experiments were performed by changing the diameter of sphere d , the diameter D and the inclination θ of the tube. As it was expected, the magnitude of "the mean flow velocity in a tube to maintain the suspension of a sphere, v_1 " showed a noticeable difference from the interfered terminal velocity v_2 . The spheres used for the experiments were made of vinylchloride-, polystyrol- and polycarbonate-plastics, and the pipes, of clear methacryl-plastics.

The results obtained in the present experimental investigation can be summarized as follows:

a) the relation between v_2 and v_t can be expressed by

$$v_2/v_t = \alpha_1 - \beta_1 (d/D),$$

where α_1 and β_1 are constants to be determined by experiments. Further, it can also be formulated as a function of Froude number;

$$v_2/v_t = \alpha_2 + \beta_2 F_{r,1},$$

where $F_{r,1}$ is particle Froude number, v_1/\sqrt{gd} , α_2 and β_2 are constants again to be determined by experiments.

b) the $F_{r,2}$ - R_{e1} relation is parabolic, and the $F_{r,1}$ - R_{e1} relation is hyperbolic, where $F_{r,2}$ is v_2/\sqrt{gd} and R_{e1} is particle Reynolds number, $v_1 d/\nu$.

c) the $F_{r,2}$ - d/D relation is parabolic, and $F_{r,2}$ attains a maximum at a certain d/D value.

d) Increments of v_2 with respect to θ are always larger than those of v_1 .

I. 研究目的

工業的に流体による粒体の輸送を行なっている例は数多い。化学機械装置における粉粒体の流体輸送, 沈降分離, 鉱山における石炭の水力輸送, 港湾荷役における粒体の空気輸送, 製

粉工場における空気輸送など皆流体輸送の範囲に属する。

現在、それらの機械装置の設計製作に際して、当面の問題は実験的にまとめられた資料によって一応解決されて来てはいるが、その装置内における粒体の運動機構の解明に関する基礎的な資料は余り多く発表されていない¹⁾。従ってこれらに関する流体力学的究明を行なうことは重要な意義を有するものと考えられる。

流体内における粒体の運動機構を究明する場合に、方法として次の2つの困難な点があると思われ。

(1) 工業的に利用されている流体の管内における流動状態は殆んど乱流領域にあり、その中で粒体が運動するのであるから、その流体力学的取扱いは、層流の場合に比べて甚だしく複雑になる。

(2) 対象物である粒体の多くは自然物であり、その形態は幾何学的に表現しにくい不整形をなし、理論的取扱いを一層困難にする。またそのような不整形の粒体の流れに対する挙動も一つの数式に表わし得るような簡単なものではない。

以上を考慮の上、ここでは粒体の被輸送機構解明の基礎的事項として、上記(2)の粒体を先ず球体に置換えて簡単化し、運動状態に関しては、その考えの基本となるべき球体の沈降速度を採り上げ、実験的に吟味する。また実際問題との関連において、管は滑かな円管とし、その姿勢は垂直管の場合だけでなく、傾斜角度の異なる管および水平管の場合についても検討する。

さて無限の広がりをもつ流体内における球の沈降速度については、従来、 R_e (レイノルズ数) <1 に対して Stokes の沈降速度として

$$v_t = \frac{d^2 r_w}{18\mu} \left(\frac{r_s}{r_w} - 1 \right) \quad \dots (1)$$

$R_e > 2.5 \times 10^3$ に対して Newton の沈降速度として

$$v_t = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{gd}{C_D} \left(\frac{r_s}{r_w} - 1 \right)} \quad \dots (2)$$

また上記2者のほぼ中間の R_e 、すなわち $8 < R_e < 2.5 \times 10^3$ に対しては、それらの調和平均値として

$$\frac{1}{v_t} = \frac{1}{v_t(\text{Stokes})} + \frac{1}{v_t(\text{Newton})} \quad \dots (3)$$

によって直ちに見込むことができると云われている²⁾。ただし

d : 球の直径	μ : 流体の粘性係数
r_s : 球の比重量	r_w : 流体の比重量
g : 重力の加速度	C_D : 球の抗力係数

である。以下これらの速度を「理論沈降速度」と呼ぶことにする。

しかしながら実際の流体輸送の場合には、有限の大きさをもつ円管またはダクトが用いられるので、そのような管の中の沈降速度は、管壁の影響、管内流れの状態の差異の影響などを受けて、理論沈降速度とは、おのづから異なった値を示すことが予想される。以下この速度を「管内干渉沈降速度」⁹⁾と呼ぶことにする。

また垂直管内において管内干渉沈降速度と等しい平均流速をもつ鉛直方向上向きの流れを球に与えれば、球は管内に浮遊停滞または停止すると考えられているが⁹⁾、実際はそれと異なり、後に実験結果の所で述べるように明白な差異が認められる。球を管内に浮遊停滞させるために必要な上向き流れの管内平均流速を、以下「釣合わせ流速」と呼ぶことにする。

傾斜管内および水平管内では管壁が球の重量のある部分または全部を支えるので、球と管壁との摩擦現象が入って来て、上記の管内干渉沈降速度、釣合わせ流速は本来の意義を失なうが、実験操作上、垂直管の場合と同様に取扱うことにする。またこの場合には、球が管壁の下側部分を転動するので、このときの管内干渉沈降速度を「転動速度」と呼び換えることにする。

本報告では、関係する要因により、上記の速度がどのように変化するかを求め、それら3種の速度の比較検討を行なっている。

II. 実験計画および方法

1. 供試球および管

実際の場合に近い状態の、管内における球の沈降速度を予想するのに(2)式を頼りにして予備的な実験を行ない、球の直径、球の比重量を目論み、実験操作上測定可能な(あるいは容易な)沈降速度が管内で得られるようにし(狙いは理論沈降速度で30 cm/sec程度以下)、実際問題との関連において球直径対管内径比を、0.12~0.45程度に設定し、管内径を定めた。球の比重量は、石炭の比重量などを考慮し、水のそれよりも少し大きめのものを選び、材料として塩化ビニール樹脂、ポリステイロール樹脂およびポリカーボネイト樹脂を採用した。また管内の球の運動がよく観察できるように、管は透明なメタクリル樹脂管とした。球の材料の入手、管寸法の標準等を考え合わせ、現在までに供試したものを表-1、表-2に示す。管の傾斜角

表-1 球の材料、比重量、直径

球の材料	比重量 (gr/cm ³)	呼称直径 (mm)	測定平均直径 (mm)	直径差 (mm)	重量 (gr)
塩化ビニール樹脂	1.413	8	8.04	0.10	0.389
		6	6.33	0.15	0.186
		5	4.79	0.18	0.081
		4	3.96	0.11	0.046
		3	2.92	0.16	0.019

球の材料	比重量 (gr/cm ³)	呼称直径 (mm)	測定平均直径 (mm)	直径差 (mm)	重量 (gr)
ポリカーボネイト樹脂	1.197	10	9.89	0.06	0.607
		12	11.95	0.03	1.072
		14	13.97	0.07	1.711
		16	16.05	0.11	2.587
		18	17.99	0.05	3.651
		20	20.10	0.04	5.083
		22	22.09	0.06	6.751
ポリステイロール樹脂	1.047	10	9.49	0.22	0.469
		12	12.73	0.19	1.129
		14	14.31	0.21	1.611
		16	16.05	0.22	2.256
		18	17.84	0.19	3.109
		20	19.02	0.20	3.792
		22	22.03	0.12	5.854

註) 1) 直径差 (mm) は測定した最大直径と最小直径との差である。

2) 上表は、塩化ビニール樹脂球では5個の平均、ポリカーボネイト、ポリステイロール樹脂球では2個の平均値を示す。

表-2 メタアクリル樹脂管の内径、長さ

管内径呼称 D (mm)	管内径実寸法 (mm)	管内径呼称 D (mm)	管内径実寸法 (mm)	管内径呼称 D (mm)	管内径実寸法 (mm)	管有効長さ (m)
19	19.00	28	27.80	50	51.44	2
22	22.25	40	40.73			

表-3 実験計画表

項目	D (mm)	19	22	28	40	50
	d (mm)					
d/D	3	0.158	0.135			
	4	0.211	0.180	0.144		
	5	0.263	0.225	0.180	0.215	
	6	0.316	0.270	0.216		0.120
	8	0.421	0.359	0.288	0.200	
	10		0.450	0.360		0.200
	12			0.432	0.300	
	14					0.280
	16				0.400	
	18				0.450	0.360
	22					0.440
θ°		上記の d/D に対して、 0° , 22.5° , 45° , 67.5° , 90° の5段階				
球材料		塩化ビニール樹脂, ポリカーボネイト樹脂, ポリステイロール樹脂の3種				

度は水平を 0° とし、 22.5° 、 45° 、 67.5° 、 90° の5段階とした。今回の実験計画を表-3に示す。

2. 実験装置概要

実験装置の概要は図-1に示す通りである。水の経路は

水槽→ポンプ→弁装置→管路下部→管路上部→弁装置→水流切換函または計量タンク→水槽

である。このとき使用する1対の弁を閉じて他の1対の弁を開くと、水は管路を逆方向に流れるようになっている。球が管路外に流されるのを防ぐため管路の両端に真鍮金網を挿入してある。球の出し入れは管路端管の孔で行なう。ポンプは片吸込渦巻ポンプ(荏原製作所製 50 SGM, 1.5 kW)である。

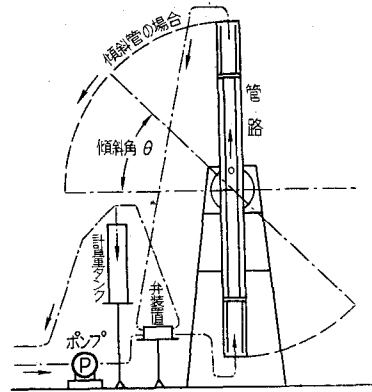


図-1 実験装置

3. 実験方法

先ず、垂直管の場合について述べる。管内に球を1個入れ、常温の水を上向きに流し、弁を調節して球を管路のほぼ中央に浮遊停滞させ、そのときの管内平均流速を算出して釣合わせ流速とする。この平均流速は吐出流量を計量タンクで測定し、管の断面積で割って求める。同様の操作を同一球につき少なくとも5回行ない、その平均をとる。管内干渉沈降速度は、管内の静止した水中に球を初速度0で落下させ、一定の沈降速度に達してから後の落下時間を、2名の観測者がストップ・ウォッチで測定し、沈降距離で割って求める(管内干渉沈降速度に達する距離は、無限に広い流体内での球の沈降に関する微分方程式を解いて求めた値を参考にして検討したところ、管路上部のごく短い区間であることが解ったので、実際は管路の下部90 cmの区間で測定を行なった。)この場合も同一球に対して少なくとも5回測定しその平均をとる。

傾斜管の場合には、前述の通り、垂直管の場合と同様に実験を行なう。

なお、実験結果の取りまとめは、後述の次元解析の結果を利用することとする。

4. 計算に用いた諸数値

表-4 水の動粘性係数 ν (m^2/sec)

温度 (°C)	ν	温度 (°C)	ν	温度 (°C)	ν	温度 (°C)	ν
1	1.731×10^{-6}	6	1.473×10^{-6}	11	1.275×10^{-6}	16	1.116×10^{-6}
2	1.673×10^{-6}	7	1.430×10^{-6}	12	1.242×10^{-6}	17	1.088×10^{-6}
3	1.618×10^{-6}	8	1.389×10^{-6}	13	1.209×10^{-6}	18	1.062×10^{-6}
4	1.566×10^{-6}	9	1.348×10^{-6}	14	1.177×10^{-6}	19	1.036×10^{-6}
5	1.519×10^{-6}	10	1.310×10^{-6}	15	1.146×10^{-6}	20	1.010×10^{-6}

(機械工学便覧による)

表-5 球の抗力係数 C_D (Re : レイノルズ数)

Re	C_D	Re	C_D	Re	C_D	Re	C_D
10^{-1}	240	4×10^2	0.60	4×10^3	0.40	4×10^4	0.49
1	24	6×10^2	0.53	6×10^3	0.40	6×10^4	0.50
10	4.4	8×10^2	0.48	8×10^3	0.405	8×10^4	0.50
10^2	1.10	10^3	0.45	10^4	0.41	10^5	0.495
2×10^2	0.78	2×10^3	0.42	2×10^4	0.45	2×10^5	0.45

(機械工学便覧, Eck, B: Technische Strömungslehre 等による)

III. 管内の球に作用する力の解析

1. 管内の球に作用する力に関する一考察

垂直管および傾斜管内において球の重量を上向き水流によって釣合させた場合は、図-2に示すように、球は一様な流れの場に置かれているのではなく、速度分布の変化している流れ、すなわち剪断流れの場に置かれていることが予想される。このような状態での球の抗力および揚力については、古くは A. Einstein 氏の研究⁵⁾があり、近くは S. I. Rubinow 氏等⁶⁾、有江幹男氏等⁷⁾ および R. Eichhorn 氏等⁸⁾ などの理論的ならびに実験的研究がある。何れも Re (レイノルズ数) の低い領域について行なわれたものである。

それ故、これらの結果をこの場合に直ちに当てはめることは出来ないが、R. Eichhorn 氏

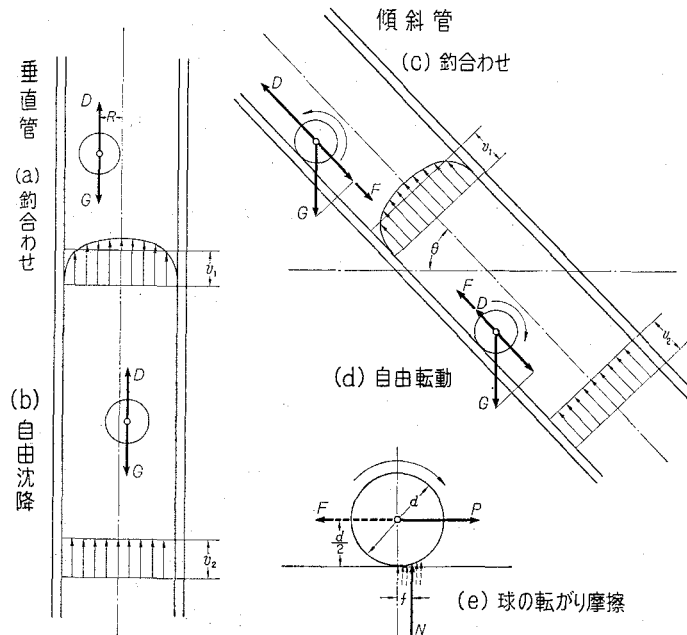


図-2 球に作用する力 (1)

等の実験的研究の結果から予想すれば、この場合の球に作用する揚力は抗力に比べて非常に小さいと考えられる。

それで、ここでは一つの試みとして、流体が球に与える力としては、揚力を一応省略し、抗力のみを考慮することとし、傾斜管の場合に管壁が球に及ぼす摩擦力については球の転がり摩擦の一般的な考え方を採り、それを上記の抗力に附加して考えることとする。

また管内での球の自由沈降の場合は、球に対する相対的流れが、上の場合と異なり、図-2に示すように全くの平行流であると解することができる。

次に記号の意味を以下のように定めて、一般力学的に力の釣合いを考察する。

D : 球に作用する流れの抗力,

B : 球に作用する浮力,

W : 球に作用する重力, すなわち球の重量,

F : 球と管壁との摩擦力,

$G = W - B$: 流体内における球の見掛けの重量, すなわち, 沈降力。

A. 垂直管の場合

図-2 (a) は釣合わせ, (b) は自由沈降の場合を示す。(a) で球が管軸を外れていることについては後の実験経過の項で説明する。(a), (b) 何れの場合も

$$D = G \quad \dots (4)$$

が成立するものと考えられる。ただし (a), (b) の場合, 球に対する流れの相対速度 v_1, v_2 は必ずしも同一の値になるとは限らない。後述するように実験の結果からはむしろ多くの場合異なっている。

$$G = W - B = \frac{\pi}{6} d^3 (r_s - r_w) \quad \dots (5)$$

ただし d : 球の直径,

r_s : 球の比重量,

r_w : 水の比重量,

であるから, 球自体を測定することによって G はそれぞれ求められる。一方において D は

$$D = C_{DS} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \frac{\rho_w}{2} v^2 \quad \dots (6)$$

ただし C_{DS} : 管内における球の抗力係数,

ρ_w : 水の密度,

v : 球に対する相対速度, (a) では釣合わせ流速 v_1 ,

(b) では管内干渉沈降速度 v_2 ,

と表わすことができるので、(4)式によって実験のそれぞれの場合に応じて C_{DS} を求めることができる。すなわち、

$$\frac{\pi}{6} d^3 (\gamma_s - \gamma_w) = C_{DS} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \frac{\rho_w}{2} v^2$$

$$\therefore C_{DS} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\rho_w} \cdot \frac{d}{v^2} = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) \cdot \frac{gd}{v^2} \quad \dots (7)$$

ただし ρ_s : 球の密度。

B. 傾斜管の場合

図-2(c) は釣合わせ、(d) は自由転動の場合を示す。球の転がり摩擦については 図-2(e) において

$$P \times \frac{d}{2} = N \times f \quad \dots (8)$$

ただし P : 球を転動させるのに必要な力、

d : 球の直径、

N : 球の底面に作用する、平板面に垂直な摩擦の抵抗力、

f : N の腕、長さの次元を持つてはいるが、仮に摩擦係数と呼ぶことにする、

と一般に考えられているので、ここでもこの考え方を採る。上式より

$$P = \frac{2f}{d} \cdot N \quad \dots (9)$$

となる。傾斜管内の球の場合には、摩擦力 F は、この P と大きさ等しく方向反対なるものとし、 N は球の見掛けの重量 G の、管壁に垂直な分力をとることにする。すなわち

$$F = \frac{2f}{d} \cdot G \cos \theta \quad \dots (10)$$

ただし θ : 管の傾斜角、図-2 参照

である。

この F を考慮に入れて力の釣合いの式を立てると次のようになる。

i. 釣合わせの場合

$$D = G \sin \theta + F = G \sin \theta + \frac{2f}{d} G \cos \theta$$

$$\therefore C_{DS} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \frac{\gamma_w v_1^2}{2g} = \frac{\pi}{6} d^3 (\gamma_s - \gamma_w) \sin \theta + f \frac{\pi}{3} d^2 (\gamma_s - \gamma_w) \cos \theta$$

$$\therefore 3v_1^2 \cdot C_{DS} - 8g \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right) \cos \theta \cdot f - 4gd \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right) \sin \theta = 0$$

ここで $\alpha = \gamma_s / \gamma_w - 1$ とおけば

$$3v_1^2 \cdot C_{DS} - 8g\alpha \cos \theta \cdot f - 4gd\alpha \sin \theta = 0 \quad \dots (11)$$

となる。

ii. 自由転動の場合

この場合の F の作用は、前の場合と異なり、転動する方向と反対方向に作用すると考える。すなわち

$$D = G \sin \theta - F$$

である。前と同様に式を誘導して

$$3v_2^2 \cdot C_{DS} + 8g\alpha \cos \theta \cdot f - 4gd\alpha \sin \theta = 0 \quad \dots (12)$$

が得られる。

さて、(11)、(12)式において未知数は C_{DS} 、 f である。 g 、 α は一定値であるし、 θ も傾斜角度を固定した実験中は勿論一定である。もし「 θ を一定にした実験中は、 C_{DS} 、 f が変化しない」という仮定が成り立つものとすれば、 $d-v_1$ 、 $d-v_2$ の関係は実験によって求められるから (11)、(12) 式のそれぞれについて球径の種類の数だけ方程式が得られ、それらを観測方程式と見做せば、それより正規方程式を立て最小自乗法によって C_{DS} 、 f が求められる。一つの試みとして C_{DS} 、 f を求めた結果は、実験結果の項で述べる。

C. 水平管の場合

この場合は沈降力 G は管壁に垂直に作用し、球を移動させる方向には何等の成分も持たないことは云うまでもない。従ってこの場合問題となるのは、水平管内で球を移動させるのに必要な最低の流速と、それから導かれる抗力およびそのときの摩擦力である。この抗力および摩擦力は、前の垂直管、傾斜管のときに考えた、それらの力に相当する。

一般に静摩擦力は動摩擦力よりも大きいので、球を移動させるのに必要な最低の流速（便宜上、これを「移動最低流速」と名附ける。）なり、力なりを測定することは、実験操作上、困難である。というのは、初、球を停止させて置き、徐々に流速を上げて球が移動し始めるときの平均流速 v' と、初に球を遅く転動させて置き、徐々に流速を下げて将に停止するときの平均流速 v'' とは、実験の結果では 図-3 に示すように明白な差が認められるからである。その実験結果では殆んど $v' > v''$ であって、これより推量すれば v' は静摩擦に関係し、 v'' は動摩擦に関係がある。実際の流体輸送の場合には、粒体の「移動開始流速」が重要な問題であり、上述の移動最低流速はこの移動開始流速と密接な関係を持っているものと考えられる。移動最低流速という言葉で移動開始流速と区別

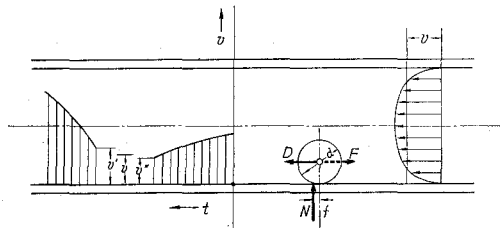


図-3 球に作用する力 (2)

するのは次の理由による。

すなわち、球が何等かの原因で運動状態にありさえすれば、移動開始流速より低い移動最低流速をもつ流れをその球に与えれば、球は移動を続けるという意味を含ませたいからである。

とは云え、実験操作上は v' , v'' 何れも測定値の変動が多く (恐らく摩擦面の微視的構造の差異によるものと考えられる。) 確定値を得にくい。そこで次のように定義する管内平均流速 v をもって移動最低流速とする。これは理論的に明確な根拠を持っていないが、実験を進める上で一つの試みである。

$$v = v'' + \frac{1}{3}(v' - v'') \quad \dots (13)$$

さて、水平管の場合の力の釣合いは

$$D = F$$

であるから、

$$\begin{aligned} C_{DS} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \frac{\rho_w}{2} v^2 &= \frac{2fG}{d} = \frac{2f}{d} \cdot \frac{\pi}{6} d^3 (r_s - r_w) \\ \therefore \frac{f}{C_{DS}} &= \frac{3}{8} \cdot \frac{\rho_w}{r_s - r_w} \cdot v^2 = \frac{3}{8g} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w} \cdot v^2 \\ \therefore \frac{f}{C_{DS}} &= \frac{3}{8g\alpha} \cdot v^2 \quad \dots (14) \end{aligned}$$

$$\text{ただし } \frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w} = \frac{1}{\rho_s/\rho_w - 1} = \frac{1}{r_s/r_w - 1} = \frac{1}{\alpha} \text{ である。}$$

すなわちこの場合は、実験によって v を測定すれば (14) 式により f/C_{DS} なる比を求めることができる。

2. 球の管内沈降に関する次元解析

球の管内沈降に關与する要因として

v_t : 球の理論沈降速度,	v_1 : 釣合わせ流速,
v_2 : 球の管内干渉沈降速度,	d : 球の直径,
ρ_s : 球の密度,	ρ_w : 水の密度,
D : 管の内径,	g : 重力の加速度,
μ : 水の粘性係数,	f : 摩擦係数, (8) 式参照,
C_{DS} : 球の管内における抗力係数,	θ : 管の傾斜角度, 図-2 参照,

の 12 個を考えれば、求める一般式は

$$f(d, D, \rho_w, \rho_s, \mu, v_t, v_1, v_2, g, f, C_{DS}, \theta) = 0 \quad \dots (15)$$

となる。繰り返し変数として d, ρ_w, v_t を選び Π 項を求めると、次の 9 個が得られる。すなわち

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{d}{D}, & \Pi_2 &= \frac{\rho_s}{\rho_w}, & \Pi_3 &= \frac{v_t d}{\nu} = Re \text{ (レイノルズ数)}, \\ \Pi_4 &= \frac{v_t}{\sqrt{gd}} = Fr \text{ (フルード数)}, & \Pi_5 &= \frac{v_1}{v_t} \equiv \xi_1, & \Pi_6 &= \frac{v_2}{v_t} \equiv \xi_2, \\ \Pi_7 &= \frac{f}{d}, & \Pi_8 &= C_{DS}, & \Pi_9 &= \theta \end{aligned}$$

である。ここで Π_3, Π_4 の v_t に v_1, v_2 を代入した

$$\begin{aligned} \Pi'_3 &= \frac{v_1 d}{\nu} = Re_1, & \Pi''_3 &= \frac{v_2 d}{\nu} = Re_2, \\ \Pi'_4 &= \frac{v_1}{\sqrt{gd}} = Fr_1, & \Pi''_4 &= \frac{v_2}{\sqrt{gd}} = Fr_2 \end{aligned}$$

も場合によって有意義である。この報告では主として $d/D, Re_1, Re_2, Fr_1, Fr_2, \xi_1, \xi_2, C_{DS}, \theta$ などの間の関係を求めている。

IV. 実験経過ならびに結果

1. 実験経過

表-3 に示す計画によって実験を行なった。これらの実験中観察された事項について述べ、後の考察の参考とする。

釣合わせ流速を求める実験で、垂直管の場合、球は管軸からある距離 R だけ距った位置に浮遊停滞している場合が多く (図-2(a) 参照)、時には R を半径とする円周上を非常に遅い速度で旋回することもある。よく釣合っているときには球の自転は起らない。(この浮遊する半径位置については、Poiseuille flow の場合、管半径のほぼ $1/2$ であるという報告⁹⁾がある。) また管壁に接近して急に中央部に向い上昇することも稀にある。従って終始同一の状態で釣合わせることは相当困難である。

傾斜管においては球の静止状態は比較的安定している。しかし径の大きな球の場合に、管の下側部分を振子のように往復運動することがある。

水平管の場合、前述の通り球と管壁の微視的構造が影響を与えるものと考えられ、実験は困難を伴う。

管内干渉沈降速度を求める実験では、多くは球は管の中央部を直線的に落下する (図-2(b) 参照) しかし、球径および球径対管内径比がともに大きく、比重量の小さい球では、横揺れしたり、管壁に沿って転動または摺動する場合も見受けられる。

傾斜管の転動速度を求める実験でも、多くは球は管の下側部分を直線的に転動落下するが上と同様の条件の場合、蛇行しながら転動落下することがある。

表-6.1 測定値の例

θ (度)	D (mm)	d (mm)	d_i (mm)	球材料と r_s	d_i/D	ν ($\times 10^{-6} \text{m}^2/\text{sec}$)	v_1 (cm/sec)	v_2 (cm/sec)
90	22	3	2.92	塩 化 ビ ニ ー ル 1.413	0.131	1.0412	15.28	14.85
			2.90		0.130	1.0360	15.63	15.05
			2.91		0.131	1.0438	15.43	15.18
			2.94		0.132	1.0386	15.94	15.25
			2.92		0.131	1.0360	15.64	15.44
90	22	4	3.93		0.177	1.0412	16.86	18.87
			3.97		0.178	1.0412	16.97	18.75
			3.96		0.178	1.0386	16.85	18.99
			3.99		0.179	1.0360	17.09	18.52
			3.95		0.178	1.0360	16.92	18.48
90	22	5	4.81		0.216	1.0438	18.46	21.63
			4.78		0.215	1.0308	18.38	21.03
			4.82		0.217	1.0308	18.32	20.93
			4.77		0.214	1.0282	18.33	20.98
			4.76		0.214	1.0256	18.21	21.13
90	22	6	6.36		0.286	1.0360	20.60	23.81
			6.33		0.284	1.0360	20.65	24.19
			6.29		0.283	1.0308	20.65	23.08
			6.37		0.286	1.0334	20.74	23.32
			6.28		0.282	1.0308	20.82	24.59
90	22	8	8.04		0.361	1.0438	22.44	25.86
			8.03		0.361	1.0412	22.41	26.32
			8.03		0.361	1.0360	22.50	26.09
			8.05		0.362	1.0308	22.20	26.09
			8.05		0.362	1.0360	22.66	26.09

表-6.2 測定値の例

θ (度)	D (mm)	d (mm)	d_i (mm)	球材料と r_s	d_i/D	ν ($\times 10^{-6} \text{m}^2/\text{sec}$)	v_1 (cm/sec)	v_2 (cm/sec)
45	50	10	9.515	ポ リ ス テ ィ ロ ー ル 1.047	0.185	1.2820	7.99	5.17
			9.472		0.184		7.66	5.12
		14	14.359		0.279	1.2820	8.90	5.86
			14.269		0.277		8.71	5.83
		18	17.842		0.347	1.2820	8.96	6.01
			17.836		0.347		8.93	6.01
		22	22.022		0.428	1.2820	9.09	6.05
			22.037		0.428		9.10	6.03

表-6.3 測定値の例

θ (度)	D (mm)	d (mm)	d_i (mm)	球材料と τ_s	d_i/D	v' (cm/sec)	v'' (cm/sec)	v (cm/sec)
0	22	10	9.890	ポリ カー ボネ イト 1.197	0.447	1.90	1.06	1.34
			9.896		0.445	1.92	1.23	1.46
	28	10	9.890		0.356	2.28	1.59	1.82
			9.896		0.356	1.86	1.31	1.49
	40	12	11.919		0.293	3.00	1.73	2.15
			11.985		0.294	2.66	1.45	1.85
	40	16	16.010		0.393	2.37	1.34	1.68
			16.101		0.395	1.86	1.41	1.56
	40	18	18.119		0.445	2.75	1.24	1.74
			17.866		0.439	2.60	1.15	1.97
	50	10	9.890		0.192	2.64	1.97	2.19
			9.896		0.192	2.56	1.84	2.08
	50	14	13.920		0.271	2.17	1.64	1.82
			14.026		0.273	2.49	1.46	1.80
	50	18	18.119		0.352	2.00	1.30	1.53
			17.866		0.347	2.12	1.51	1.71
	50	22	22.025		0.428	2.54	1.64	1.94
			22.160		0.431	2.58	1.53	1.88

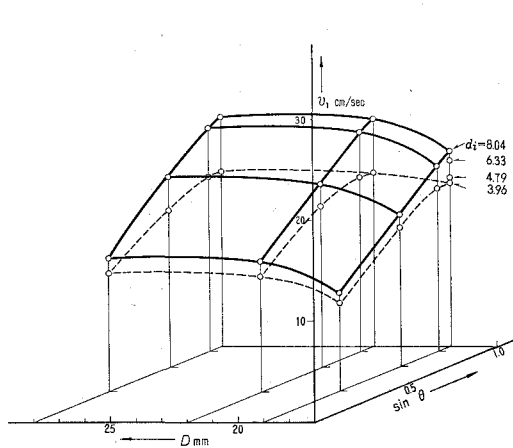


図-4 傾斜管の v_1 (塩化ビニール球)

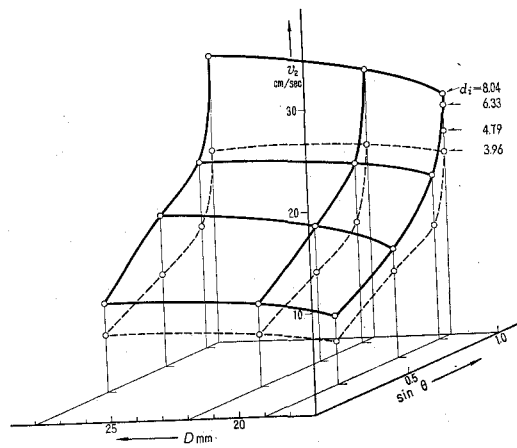


図-5 傾斜管の v_2 (塩化ビニール球)

2. 実験の測定値

実験の測定値の総てを記載することは冗長になるので、ここにはその中の2・3の例を表-6・1~表-6・3 および 図-4, 図-5 に示すに止める。これらの表で d_i とあるのは実験に用いた個々の球の実測直径である。

図-4, 図-5 は塩化ビニール球についての実験結果を表わしたもので、管内径 D と管傾斜角 θ とを両軸にとり、第3軸に速度 v_1, v_2 をとってある。他の材料の球についてもほぼ同様な結果が得られている。この2つの図を比較すれば、釣合わせ流速 v_1 と管内干渉沈降速度 v_2 の変化が明らかに了解される。

3. 計算結果

測定値に基づいて計算した結果をとりまとめたものも長くなるので、その一例を表-7 に示す。

表-7 計算結果の例

θ (度)	D (mm)	d_i (mm)	球材料と τ_s/τ_w	d_i/D	v_i (cm/sec)	F_{r1}	F_{r2}	Re_1	Re_2	ξ_1	ξ_2	C_{DS}	f (cm)	
90	22	2.92	塩 化 ビ ニ ー ル	1.413	0.131	16.12	0.992	0.896	438	426	0.937	0.912	(1)	(1)
		3.96			0.178	21.10	0.860	0.950	646	714	0.803	0.887	釣合わせ 0.765	釣合わせ —
		4.79			0.215	24.23	0.847	0.976	851	981	0.757	0.872	(2)	(2)
		6.33			0.284	28.51	0.831	0.956	1270	1460	0.726	0.835	自由転動 0.623	自由転動 —
		8.04			0.361	32.54	0.799	0.930	1740	2020	0.670	0.802		
67.5	22	2.92		0.131	16.48	0.912	0.538	404	239	0.935	0.552	(1)	(1)	
		3.96		0.178	20.55	0.870	0.584	611	410	0.834	0.560	1.077	0.285	
		4.79		0.215	23.96	0.841	0.609	753	545	0.760	0.550	(2)	(2)	
		6.33		0.284	28.51	0.824	0.639	1240	960	0.720	0.558			
		8.04		0.361	32.54	0.757	0.623	1650	1340	0.661	0.537	1.094	0.143	
45	22	2.92		0.131	16.33	0.829	0.408	361	178	0.858	0.423	(1)	(1)	
		3.96		0.178	20.67	0.805	0.453	543	306	0.767	0.432	1.563	0.282	
		4.79		0.215	23.96	0.745	0.476	672	430	0.673	0.430	(2)	(2)	
		6.33		0.284	28.17	0.699	0.512	932	690	0.611	0.452			
		8.04		0.361	32.14	0.638	0.477	1220	912	0.557	0.417	1.360	0.0547	
22.5	22	2.92	0.131	16.48	0.652	0.225	289	100	0.669	0.231	(1)	(1)		
		3.96	0.178	20.71	0.581	0.254	404	176	0.552	0.241	2.226	0.206		
		4.79	0.215	23.96	0.525	0.270	487	251	0.475	0.244	(2)	(2)		
		6.33	0.284	28.17	0.498	0.292	703	412	0.440	0.258				
		8.04	0.361	32.14	0.456	0.286	912	573	0.399	0.250	2.031	0.0300		
0	22	2.92	0.131									$f/C_{DS} = 0.02515$		
		3.96	0.178									0.01122		
		4.79	0.215									0.01596		
		6.33	0.284									0.01331		
		8.04	0.361									0.01071		

これらの計算結果を基として、前述の無次元項間の関係を求めた。相関関係があると想定されるものの中、代表的なものを次項 図-6 より 図-14 に示す。

4. ま と め

A. $\xi_1-d/D-\theta$ および $\xi_2-d/D-\theta$ について

管内径 5 種、球材料 3 種、球直径 12 種および管の傾斜角度 4 種の総てについての実験結果を ξ_1 および ξ_2 と $d/D, \theta$ に関してプロットすると 図-6, 図-7 のようになる。この 2 つの図から ξ_1, ξ_2 何れも $d/D, \theta$ によって規則的に変化するが、それぞれ異なった様相を示すことが解る。 θ が一定するときのおおのこの線を式に表わせば、

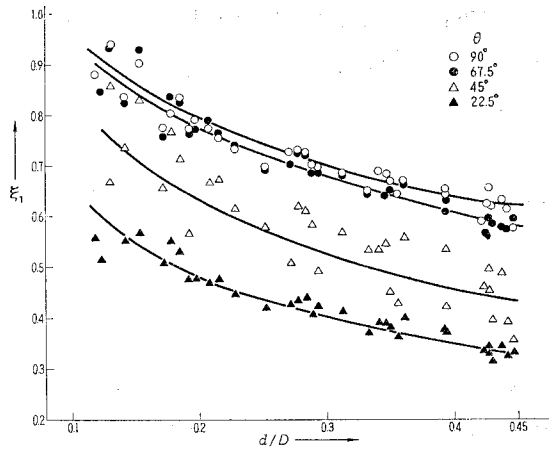


図-6 $\xi_1-d/D-\theta$ (塩化ビニール, ポリカーボネイト, ポリスチロール)

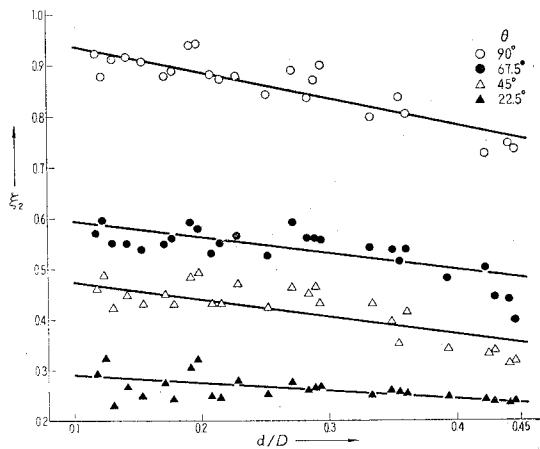


図-7 $\xi_2-d/D-\theta$ (塩化ビニール, ポリカーボネイト, ポリスチロール)

ξ_1 については

$$\xi_1 = \frac{v_1}{v_t} = \alpha_0 + \beta_0 e^{-k\left(\frac{d}{D}\right)} \quad \dots (16)$$

ξ_2 については

$$\xi_2 = \frac{v_2}{v_t} = \alpha_1 - \beta_1 \left(\frac{d}{D}\right) \quad \dots (17)$$

となる。ただし、 $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$ は定数とする。

すなわち ξ_1 は、例えば「非週期減衰運動」の変位時間曲線と同様な曲線の変化をし、 ξ_2 は右下りの直線的变化をする。これは釣合わせの場合の球の周りの流れが、自由沈降および自由転動の場合の球の周りの相対流れと異なることに起因すると思考される¹⁰⁾。(17) 式と同等の意味をもつ式が既に発表されて居り、古くは J. フィンケイ氏¹¹⁾ の

$$v'_t = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right] v_t \quad \dots (17')$$

(ただし v'_t は v_2 に相当し、 v_t は本文の v_t と同一の意味をもつ。)

があり、また三雲氏¹²⁾ によれば

$$v'_t = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^{1.5}\right] v_t \quad \dots (17'')$$

なる式がある。 d/D のべき数の異なっていることに注目すべきである。

図-6、図-7において、球材料の差異によってプロットした点は幾分偏ってはいるが、総体的に大きな差はない。球の材料すなわち、球の比重量の差異が球の沈降速度に影響を与えるのは、Stokes および Newton の沈降速度の式から解るように $(r_s/r_w - 1)$ の項であるが、この実験範囲では

$$\frac{r_s}{r_w} - 1 \doteq 0.05 \sim 0.4$$

であるから、他の項に比べその位数が低いので余り大きな影響を与えないものと考えられる。

B. $\xi_2 - F_{r,1} - \theta$ について

塩化ビニール球について求めた結果を図-8に示す。(この図以降は塩化ビニール球のみについて示してある。) $\xi_2 - F_{r,1}$ については直線的関係が得られ

$$\xi_2 = \alpha_2 + \beta_2 F_{r,1} \quad \dots (18)$$

すなわち

$$\frac{v_2}{v_t} = \alpha_2 + \beta_2 \cdot \frac{v_1}{\sqrt{gd}} \quad \dots (19)$$

である。これによって v_1 と v_2 との直接的な結び付きが得られることになる。

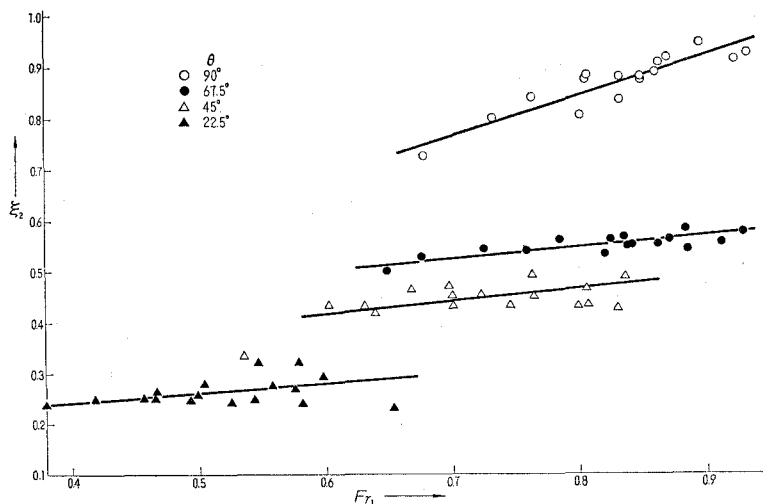


図-8 $\xi_2 - F_{r1} - \theta$ (塩化ビニール)

C. $F_{r2} - d/D$ について

これは 図-9 に示すように、上に凸の放物線関係にあり、管内径により曲線が異なる。 $(F_{r2})^2$ は流れに対する球の抗力と球の沈降力との比に比例するから*、 F_{r2} の極大値は垂直管内流体輸送の場合、重要な意義をもつものと思される。

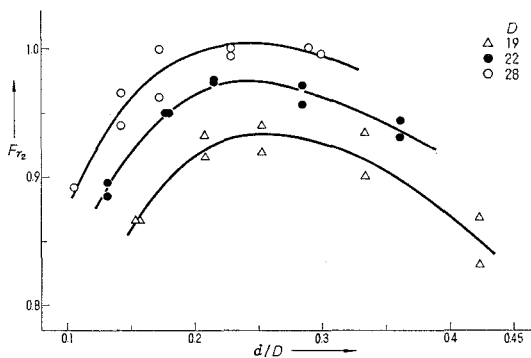


図-9 $F_{r2} - d/D$

* $F_{r2} = v_2 / \sqrt{gd}$ であるから

$$(F_{r2})^2 = \frac{v_2^2}{gd} = \frac{\pi d^2 \rho_w v_2^2}{\pi d^3 \rho_w g} = \frac{4 \times 2 \times \frac{1}{C_D}}{6 \times \frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w}} \cdot \frac{C_D \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot \rho_w \cdot \frac{v_2^2}{2}}{\frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho_w) g} = \frac{4(\rho_s - \rho_w)}{3C_D \rho_w} \cdot \frac{D(\text{球の抗力})}{G(\text{球の沈降力})}$$

となる。流体と球が与えられ $Re < 2.5 \times 10^3$ の場合には、 $(\rho_s - \rho_w) / (C_D \rho_w)$ は一定値であるから $(F_{r2})^2$ は球の抗力と沈降力の比に比例する。

D. $F_{r2}-R_{e1}, F_{r1}-R_{e1}$ について

$\theta=90^\circ$ の場合の例を図-10, 図-11 に示す。管内径によって異なっているが、それぞれ上に凸の放物線, 上に凹の双曲線状を呈する。

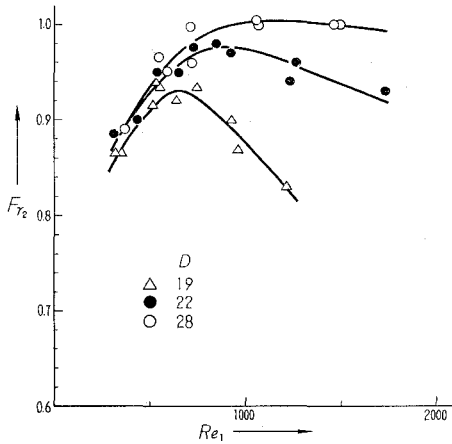


図-10 $F_{r2}-R_{e1}$ ($\theta=90^\circ$)

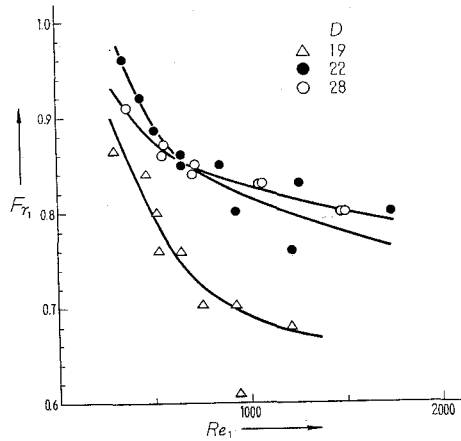


図-11 $F_{r1}-R_{e1}$ ($\theta=90^\circ$)

E. $R_{e1}-d/D, R_{e2}-d/D$ について

$\theta=90^\circ$ の場合の例を図-12 に示す。これは総て直線関係にある。また R_{e2} が R_{e1} に比べ、その値の高い方にずれているのは、A 項の事柄を裏書きするものである。

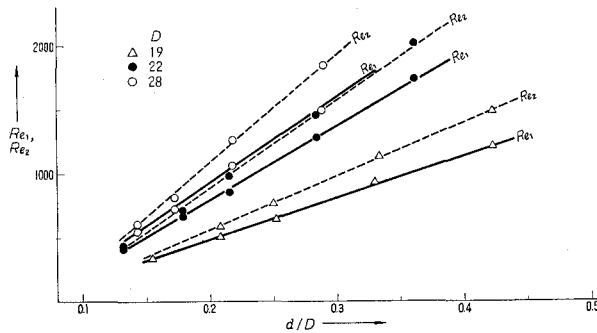


図-12 $R_{e1}, R_{e2}-d/D$ ($\theta=90^\circ$)

F. $C_{DS}, f-\theta$ について

III, 1, B で述べた仮定の下に計算した結果を、釣合わせの場合につき図-13, 自由沈降, 転動の場合につき図-14 に示す。「球に作用する揚力を考慮しない」という理論的な欠陥はあるが、図に示すように、 C_{DS}, f は θ の変化に応じほぼ一定の傾向をもっていることが知られる。 C_{DS}, f を求める一つの試みとして提案する。

ここで注目に値するのは、釣合わせ, 自由沈降, 転動の場合のそれぞれ異なった速度を代

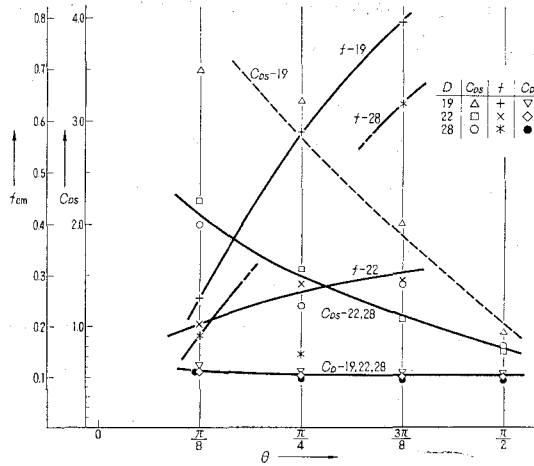


図-13 C_{DS}, f-θ (釣合わせ)

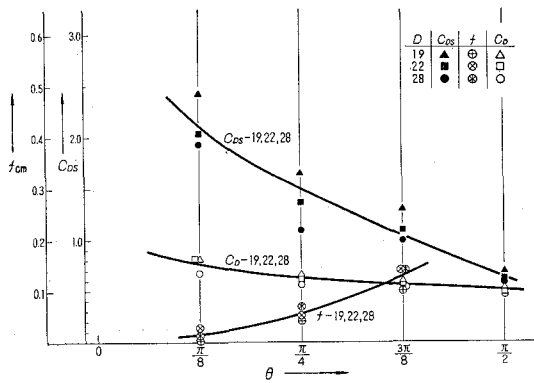


図-14 C_{DS}, f-θ (自由沈降, 転動)

入して得られる観測方程式より求めた C_{DS} が、一部分 19 mmφ の管の場合を除き、図-13 と図-14 とで殆んど符合することである。偶然であるかどうか、今後の検討を要する。摩擦係数と仮に名付けた f は釣合わせの場合は値が変動して求めにくい、自由沈降、転動の場合はほぼ一定の傾向を示している。因みに同図中には、無限に広い流体中における球の抗力係数の、それぞれの場合に相当するものを C_D として示してある。 $(R_{e1}, R_{e2}$ と等しい R_e に対応する C_D を表-5 より求めた。) 傾斜角度の小さい程 C_{DS} と C_D との差は大きい。

V. 結 び

流体輸送における基本的な問題として、球の管内における沈降速度、釣合わせ流速について、球直径、球材料、管内径および管傾斜角度を変えて実験し、関与する無次元項によって、それらをまとめた。定性的ではあるが、求められた実験式は (16)~(19) などがある。また一つ

の仮定の下に管内における球の抗力係数を求める方法を提案し、その結果を図-13, 図-14に示した。以上大方諸賢の御参考となれば幸である。

終に当り、本実験は昭和38年度、北海道大学工学部への内地研究と、昭和39年度の文部省科学研究費の助成により行なわれたもので、ここに記して謝意を表する。

本実験の計画ならびに遂行に当り、終始指導された北海道大学工学部流体工学講座有江幹男教授ならびに飯田誠一助教授に深甚なる感謝の意を表する。

実験の実施に際し、流体工学実験室において種々助力を受けた山崎輝夫氏、羽幌炭礦鉄道株式会社奥村広司氏、太平洋炭礦株式会社小川利行氏ならびに同実験室の諸氏、また本学水力機械実験室において実験に当った技術員海鉦武司君、当時学生の高津潔、森岡輝男両君に謝辞を呈する。

(昭和40年4月30日受理)

文 献

- 1) 次のような論文では、何れも Re 数の低い領域、すなわち Poiseuille flow について取扱っている。
 - a) Proudman, I. & Pearson, J. R. A., J. Fluid Mechanics, Vol. 2, 237 (1957).
 - b) Brenner, H. & Happel, J., J. Fluid Mechanics, Vol. 4, 195 (1958).
 - c) Rubinow, S. I. & Keller, J. B., J. Fluid Mechanics, Vol. 11, 447 (1961).
 - d) Segré, G. & Silberberg, A., Nature, Lond. Vol. 189, 209 (1961).
 - e) Segré, G. & Silberberg, A., J. Fluid Mechanics, Vol. 14, 115 (1962).
- 2) 粒体をガラス球に置換え、球の流体中における運動について論じているものとして、次の一篇がある。
 - f) 三雲英之助外1名：空気充填法の基礎的研究，第1報，日本機械学会論文集，第19巻，第85号，88頁 (1953).
- 2) たとえば 池森亀鶴： 固体の水力輸送の力学的取扱，日本機械学会誌，第66巻，第537号，1417頁 (1963).
- 3) 寺田 進： ハイドロリックコンベア，73頁。
- 4) 同 上： 77頁および渡辺慶輝；水力採炭，41頁。
- 5) Einstein, A., Ann. Phys. Vol. 19, 289 (1906).
- 6) 上記1)のc).
- 7) 有江幹男・木谷 勝： 球をよぎるおそいせん断流，日本機械学会北海道支部第9回講演会前刷集，第2室，93頁 (1963).
- 8) Eichhorn, R. & Small, S., J. Fluid Mechanics, Vol. 20, 513 (1964).
- 9) 上記1)のd).
- 10) たとえば W. Kaufmann: Technische Hydro-und Aeromechanik.
- 11) 渡辺慶輝： 水力採炭，40頁。