

## 合成桁の接合部における弾性学的挙動

その他（別言語等） のタイトル	On Elastic Behavior at the Connecting Part in a Composite Beam
著者	尾崎 ?, 能町 純雄
雑誌名	室蘭工業大学研究報告
巻	5
号	2
ページ	719-727
発行年	1966-08-25
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3272">http://hdl.handle.net/10258/3272</a>

# 合成桁の接合部における弾性学的挙動

尾崎 詔・能町純雄

## On Elastic Behavior at the Connecting Part in a Composite Beam

Sinobu Ozaki and Sumio G. Nomachi

### Abstract

The bending theory of a composite beam which is made up of two kinds of materials by means of a binding agent, is discussed, with the consideration of not only tangential distortion but also normal strain at the plane of connection, and the theory is expressed by simultaneous differential equations, with respect to tangential and normal forces of connection.

The tangential force of connection can approximately be calculated by a simpler equation neglected the effect of the connecting normal force, which takes the maximum value at the point of loading as compression, and promptly decreases down distant from the point of loading, so doing it takes sign opposite to the maximum value.

### 1. 緒 言

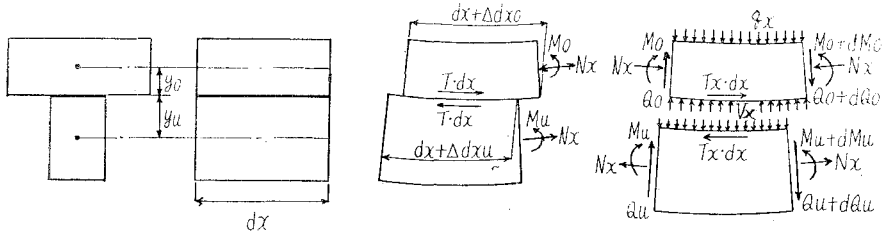
橋梁における鋼桁と鉄筋コンクリート床版との合成はすでに目新しい問題ではなくなっているが、構造物のプレファブ化が進むにつれて、曲げを受ける部材の合成に関する問題は重要な課題となるであろう。この合成は、鋼、鉄筋コンクリート、プレストレストコンクリートなどの部材相互間に適用できるが、問題は接合部における合成効果である。

さきに著者らは合成桁におけるジベルの合成効果を検討するために、有限個のジベルのズレを考慮した理論を明らかにし<sup>1)</sup>、連続したジベルの振動学的考察をおこない<sup>2)</sup>、さらに接着剤を用いた合成桁に関する研究を進めてきた<sup>3)</sup>。

これら従来の研究では合成面に水平な方向のズレのみに注目してきたが、その後合成面に垂直な方向の合成部の変位も考慮した理論式を導いたので、この計算式を求め、数値計算例を示して、その挙動を紹介したい。

### 2. 基本式の誘導

いま、上部材  $o$  と下部材  $u$  が面接合しているとして第1図のような桁の断面を考える。この場合、接合部には水平方向のズレ剪断力  $T_x$  と垂直方向の圧縮力 (あるいは引張力)  $V_x$  が働くから、この両者を考慮した式を誘導する。



第 1 図

まず、面に平行なズレ剪断力はズレに比例すると仮定し、ズレ定数を  $C$  とおくと、

$$T_x = C \cdot \delta_x \quad (1)$$

ここで  $\delta_x$  は  $x$  位置における上下部材間のズレで、図のように

$$\delta_x = (dx + \Delta dx_u) - (dx + \Delta dx_0)$$

なる関係があるから、(1)式は

$$\frac{dT_x}{dx} = \left( \frac{\Delta dx_u}{dx} - \frac{\Delta dx_0}{dx} \right) \quad (2)$$

となるが、 $\Delta dx_0/dx$  および  $\Delta dx_u/dx$  はそれぞれ、上部材および下部材のヒズミであるから

$$\frac{\Delta dx_0}{dx} = -\frac{N_x}{E_0 A_0} + \frac{M_0 y_0}{E_0 I_0}, \quad \frac{\Delta dx_u}{dx} = \frac{N_x}{E_u A_u} - \frac{M_u y_u}{E_u I_u} \quad (3)$$

上式中、 $E_0, E_u$  はそれぞれ上部材および下部材の弾性係数、 $A_0, A_u$  は同上断面積、 $I_0, I_u$  は同上断面二次モーメント、 $N_x$  は同上重心に作用する軸力、 $M_0, M_u$  は同上重心に作用する曲げモーメント、 $y_0, y_u$  はそれぞれ接合面から同上重心までの距離である。

また、 $x$  点におけるズレ剪断力は

$$T_x = \frac{dN_x}{dx} \quad (4)$$

となるから、(3)を(2)に代入し、(4)の関係を用いて微分すれば、次式のようになる。

$$\frac{d^4 N_x}{dx^4} - C \left( \frac{1}{E_0 A_0} + \frac{1}{E_u A_u} \right) \frac{d^2 N_x}{dx^2} + \frac{C y_0}{E_0 I_0} \frac{d^2 M_0}{dx^2} + \frac{C y_u}{E_u I_u} \frac{d^2 M_u}{dx^2} = 0 \quad (5)$$

一方、接合部に働く垂直力  $V_x$  は上部材と下部材が異なる曲率を示すと考える時、上部材のタワミを  $w_0$ 、下部材のタワミを  $w_u$  とし、反力係数を  $K$  とすれば、

$$V_x = K(w_0 - w_u) \quad (6)$$

と書けるから、

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{M_0}{E_0 I_0}, \quad \frac{d^2 w_u}{dx^2} = -\frac{M_u}{E_u I_u}$$

の関係から次式のようになる。

$$\frac{d^4 V_x}{dx^4} + \frac{K}{E_0 I_0} \frac{d^2 M_0}{dx^2} - \frac{K}{E_u I_u} \frac{d^2 M_u}{dx^2} = 0 \quad (7)$$

ところで、垂直方向の力の釣合は、上部材および下部材でそれぞれ

$$\frac{dQ_0}{dx} = -q + V_x, \quad \frac{dQ_u}{dx} = -V_x \quad (8)$$

モーメントの釣合はそれぞれ

$$\frac{dM_0}{dx} = Q_0 - T_x y_0, \quad \frac{dM_u}{dx} = Q_u - T_x \cdot y_u \quad (9)$$

となるから、(8)と(9)とから上部材および下部材ではそれぞれ次のような関係が成立する。

$$\frac{d^2 M_0}{dx^2} + y_0 \frac{d^2 N_x}{dx^2} = V_x - q_x, \quad \frac{d^2 M_u}{dx^2} + y_u \frac{d^2 N_x}{dx^2} = -V_x \quad (10)$$

(10)を(5)および(7)に代入すれば、次のような基本微分方程式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 N_x}{dx^4} - \alpha_c \frac{d^2 N_x}{dx^2} + \epsilon_c V_x &= \gamma_c \cdot q_x \\ \frac{d^4 V_x}{dx^4} - \epsilon_k \frac{d^2 N_x}{dx^2} + \beta_k V_x &= \gamma_k \cdot q_x \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし

$$\alpha_c = \left\{ \frac{1}{E_0 A_0} + \frac{1}{E_u A_u} + \frac{y_0^2}{E_0 I_0} + \frac{y_u^2}{E_u I_u} \right\} \cdot C, \quad \epsilon_c = \left\{ \frac{y_0}{E_0 I_0} - \frac{y_u}{E_u I_u} \right\} \cdot C, \quad \gamma_c = \frac{y_0}{E_0 I_0} \cdot C$$

$$\beta_k = \left\{ \frac{1}{E_0 I_0} + \frac{1}{E_u I_u} \right\} K, \quad \epsilon_k = \left\{ \frac{y_0}{E_0 I_0} - \frac{y_u}{E_u I_u} \right\} \cdot K, \quad \gamma_k = \frac{1}{E_0 I_0} \cdot K$$

### 3. 計 算 式

(11)式の基本微分方程式を連立に解いて、 $N_x$ 、 $V_x$ を求めれば、接合部に働く水平方向および垂直方向の応力は、接合部の幅を  $b$  とすると、 $b\tau_x = dN_x/dx$ 、および  $b\sigma_x = V_x$  とから、それぞれ明らかになるのであるが、 $N_x$ 、 $V_x$ をそれぞれ次のようにおいて計算する。

$$N_x = \bar{N}_x + N'_x, \quad V_x = \bar{V}_x + V'_x \quad (12)$$

上式中、 $\bar{N}_x$ 、 $\bar{V}_x$ は荷重項で  $N'_x$ 、 $V'_x$ は境界値によるものである。

i)  $\bar{N}_x$ 、 $\bar{V}_x$ の計算

両端が単純支持されている合成桁に関する計算式を求めてみよう。この時、点荷重  $P$ が  $x=x_0$ なる点に作用した場合を考えれば、任意点  $x$ における  $\bar{N}_x$ 、 $\bar{V}_x$ は次のようになる。

$$\bar{N}_x = \sum_m \frac{\gamma_c \times \left\{ \left( \frac{m\pi}{l} \right)^4 + \beta_k \right\} - \epsilon_c \gamma_k}{\left\{ \left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 + \alpha_c \right\} \left\{ \left( \frac{m\pi}{l} \right)^4 + \beta_k \right\} - \epsilon_c \epsilon_k} \times \frac{2P}{\left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 l} \sin \frac{m\pi}{l} x_0 \cdot \sin \frac{m\pi}{l} x \quad (13)$$

$$\bar{V}_x = \sum_m \frac{\left\{ \left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 + \alpha_c \right\} \times \tau_k - \tau_c \varepsilon_k}{\left\{ \left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 + \alpha_c \right\} \left\{ \left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 + \beta_k \right\} - \varepsilon_c \varepsilon_k} \times \frac{2P}{l} \sin \frac{m\pi}{l} x_0 \cdot \sin \frac{m\pi}{l} x \quad (14)$$

これらの級数和を計算すると  $\bar{N}_x$ ,  $\bar{V}_x$  はそれぞれ次のようになる。(  $x < x_0$  の場合)

$$\bar{N}_x = P \left[ \left( \frac{A_1}{\lambda} + \frac{aA_2 + bA_3}{a^2 + b^2} \right) \cdot \frac{(l-x_0)x}{l} - \frac{A_1}{\lambda\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\sinh\sqrt{\lambda}(l-x_0) \cdot \sinh\sqrt{\lambda}x}{\sinh\sqrt{\lambda}l} \right. \\ \left. + \frac{\{(b\beta - a\alpha)A_2 - (a\beta + b\alpha)A_3\} R[\lambda] - \{(a\beta + b\alpha)A_2 + (b\beta - a\alpha)A_3\} I[\lambda]}{(a^2 + b^2)(\alpha^2 + \beta^2)(\sinh^2\alpha l \cdot \cos^2\beta l + \cosh^2\alpha l \cdot \sin^2\beta l)} \right] \quad (15)$$

$$\bar{V}_x = P \left[ \frac{B_1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\sinh\sqrt{\lambda}(l-x_0) \cdot \sinh\sqrt{\lambda}x}{\sinh\sqrt{\lambda}l} \right. \\ \left. + \frac{(\alpha \cdot B_2 + \beta B_3) R[\lambda] + (\beta \cdot B_2 - \alpha B_3) I[\lambda]}{(a^2 + \beta^2)(\sinh^2\alpha l \cdot \cos^2\beta l + \cosh^2\alpha l \cdot \sin^2\beta l)} \right] \quad (16)$$

上式中

$$R[\lambda] = \{\sinh\alpha(l-x_0)\cos\beta(l-x_0) \cdot \sinh\alpha x \cdot \cos\beta x - \cosh\alpha(l-x_0) \cdot \sin\beta(l-x_0) \cosh\alpha x \\ \cdot \sin\beta x\} \cdot \sinh\alpha l \cdot \cos\beta l + \{\sinh\alpha(l-x_0) \cdot \cos\beta(l-x_0) \cdot \cosh\alpha x \cdot \sin\beta x \\ + \cosh\alpha(l-x_0) \cdot \sin\beta(l-x_0) \cdot \sinh\alpha x \cdot \cos\beta x\} \cdot \cosh\alpha l \cdot \sin\beta l$$

$$I[\lambda] = \{\sinh\alpha(l-x_0) \cdot \cos\beta(l-x_0) \cdot \cosh\alpha x \cdot \sin\beta x + \cosh\alpha(l-x_0) \cdot \sin\beta(l-x_0) \\ \cdot \sinh\alpha x \cdot \cos\beta x\} \cdot \sinh\alpha l \cdot \cos\beta l + \{\cosh\alpha(l-x_0) \cdot \sin\beta(l-x_0) \cdot \cosh\alpha x \cdot \sin\beta x \\ - \sinh\alpha(l-x_0) \cdot \cos\beta(l-x_0) \cdot \sinh\alpha x \cdot \cos\beta x\} \cdot \cosh\alpha l \cdot \sin\beta l$$

しかし、 $\alpha l$ ,  $\beta l$  の値が相当大きいので  $\bar{N}_x$ ,  $\bar{V}_x$  は次のような近似式にて表わされる。(  $x < x_0$  )

$$\bar{N}_x = P \left[ \left( \frac{A_1}{\lambda} + \frac{aA_2 + bA_3}{a^2 + b^2} \right) \frac{(l-x_0)x}{l} - \frac{A_1}{\lambda\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\sinh\sqrt{\lambda}(l-x_0) \cdot \sinh\sqrt{\lambda}x}{\sinh\sqrt{\lambda}l} \right. \\ \left. + \frac{e^{-\alpha(x_0-x)}}{2(a^2 + b^2)(\alpha^2 + \beta^2)} \left\{ (b\beta - a\alpha)A_2 - (a\beta + b\alpha)A_3 \cos\beta(x_0-x) \right. \right. \\ \left. \left. + ((a\beta + b\alpha)A_2 + (b\beta - a\alpha)A_3) \sin\beta(x_0-x) \right\} \right] \quad (15')$$

$$\bar{V}_x = P \left[ \frac{B_1}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{\sinh\sqrt{\lambda}(l-x_0) \cdot \sinh\sqrt{\lambda}x}{\sinh\sqrt{\lambda}l} + \frac{e^{-\alpha(x_0-x)}}{2(\alpha^2 + \beta^2)} \right. \\ \left. \times \left\{ (\alpha \cdot B_2 + \beta B_3) \cos\beta(x_0-x) + (\alpha B_3 - \beta B_2) \sin\beta(x_0-x) \right\} \right] \quad (16')$$

ただし、上式中、 $\lambda$ ,  $a$ ,  $b$  は

$$\lambda^3 - \alpha_c \left( \frac{l}{\pi} \right)^2 \lambda^2 + \beta_k \left( \frac{l}{\pi} \right)^4 \lambda - (\alpha_c \beta_k - \varepsilon_c \varepsilon_k) \left( \frac{l}{\pi} \right)^6 = 0$$

を解いて得られた三根

$$\lambda_1 = \lambda \left( \frac{l}{\pi} \right)^2, \quad \lambda_2 = (a + bi) \left( \frac{l}{\pi} \right)^2, \quad \lambda_3 = (a - bi) \left( \frac{l}{\pi} \right)^2$$

から求まる値であり、 $\alpha$ ,  $\beta$  の値はそれぞれ

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}}$$

とおいたものである。

また、係数  $A_1, A_2, A_3$  および  $B_1, B_2, B_3$  は次式のようなものとなる。

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\gamma_c \lambda^2 + (\gamma_c \beta_k - \epsilon_c \gamma_k)}{b^2 + (a-\lambda)^2}, & A_2 &= \frac{\{b^2 - a(2\lambda - a)\} \gamma_c - (\gamma_c \beta_k - \epsilon_c \gamma_k)}{b^2 + (a-\lambda)^2}, \\ A_3 &= \frac{\{a^2(\lambda - a) - b^2(\lambda + a)\} \gamma_c - (\gamma_c \beta_k - \epsilon_c \gamma_k)(a-\lambda)}{\{b^2 + (a-\lambda)^2\} \cdot b} \\ B_1 &= \frac{(\alpha_c \gamma_k - \gamma_c \epsilon_k) - \gamma_k \lambda}{b^2 + (a-\lambda)^2}, & B_2 &= \frac{\gamma_k \lambda - (\alpha_c \gamma_k - \gamma_c \epsilon_k)}{b^2 + (a-\lambda)^2} = -B_1, \\ B_3 &= \frac{\gamma_k \{b^2 + a(a-\lambda)\} - (\alpha_c \gamma_k - \gamma_c \epsilon_k)(a-\lambda)}{b \{b^2 + (a-\lambda)^2\}} \end{aligned}$$

ii)  $N'_x, V'_x$  の計算

上記  $\bar{N}_x$  は  $x=0$  および  $x=l$  において  $N_x=0$  なる境界条件の通りであるから問題はないが  $V_x$  に対しては境界値による補正が必要となる。ただし、この場合  $a$  支点の影響が  $b$  支点まではおよばないから、それぞれ次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} V'_{xa} &= B_{a1} e^{-\sqrt{\lambda} x} + \{B_{a2} \cos \beta x + B_{a3} \sin \beta x\} \cdot e^{-\alpha x} \\ V'_{xb} &= B_{b1} e^{-\sqrt{\lambda}(l-x)} + \{B_{b2} \cos \beta(l-x) + B_{b3} \sin \beta(l-x)\} \cdot e^{-\alpha(l-x)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

上式に  $x=0$  および  $x=l$  における境界条件

$$\frac{d^2 V_x}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^4 V_x}{dx^4} + \beta_k V_x = 0, \quad R_A = -\int V_x dx \quad \text{または} \quad R_B = \int V_x dx$$

を適用して、係数は次のように求まる。

$$\begin{aligned} B_{a1} &= \frac{-2\alpha \sqrt{\lambda} (\alpha^2 + \beta^2) \{\beta_k - (\alpha^2 + \beta^2)\} \cdot P_a}{\sqrt{\lambda} (3\alpha^2 - \beta^2) \{\lambda^2 + \beta_k - 2\lambda(\alpha^2 - \beta^2)\} - \{\beta_k - (\alpha^2 + \beta^2)\} \{2\alpha(\alpha^2 + \beta^2) + \lambda \sqrt{\lambda}\}} \\ B_{a2} &= \frac{2\alpha \sqrt{\lambda} (\alpha^2 + \beta^2) \{\lambda^2 + \beta_k - 2\lambda(\alpha^2 - \beta^2)\} \cdot P_a}{\sqrt{\lambda} (3\alpha^2 - \beta^2) \{\lambda^2 + \beta_k - 2\lambda(\alpha^2 - \beta^2)\} - \{\beta_k - (\alpha^2 + \beta^2)\} \{2\alpha(\alpha^2 + \beta^2) + \lambda \sqrt{\lambda}\}} \\ B_{a3} &= \frac{\sqrt{\lambda} (\alpha^2 + \beta^2) [(\alpha^2 - \beta^2) \{\lambda^2 + \beta_k - 2\lambda(\alpha^2 - \beta^2)\} - \lambda \{\beta_k - (\alpha^2 + \beta^2)\}] \cdot P_a}{\beta [\sqrt{\lambda} (3\alpha^2 - \beta^2) \{\lambda^2 + \beta_k - 2\lambda(\alpha^2 - \beta^2)\} - \{\beta_k - (\alpha^2 + \beta^2)\} \{2\alpha(\alpha^2 + \beta^2) + \lambda \sqrt{\lambda}\}]} \end{aligned}$$

ただし

$$P_a = P \left[ \frac{l-x_0}{l} \left\{ 1 - \frac{B_1}{\lambda} - \frac{(\beta^2 - \alpha^2) B_2 + 2\alpha\beta \cdot B_3}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right\} + \frac{B_1 \cdot \sinh \sqrt{\lambda} (l-x_0)}{\lambda \cdot \sinh \sqrt{\lambda} l} \right]$$

また、 $B_{b1}, B_{b2}, B_{b3}$  は  $B_{a1}, B_{a2}, B_{a3}$  式中の  $P_a$  の代りに次の  $P_b$  の値を乗ずればよい。

$$P_b = P \left[ \frac{x_0}{l} \left\{ 1 - \frac{B_1}{\lambda} - \frac{(\beta^2 - \alpha^2) B_2 + 2\alpha\beta \cdot B_3}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right\} + \frac{B_1 \cdot \sinh \sqrt{\lambda} x_0}{\lambda \cdot \sinh \sqrt{\lambda} l} \right]$$

次に  $N'_x$  を計算する。これは  $V'_x$  による  $N_x$  への影響値としての補正值である。すなわち、(11) 式より求まる

$$N'_x = \frac{1}{\varepsilon_k} \left\{ \frac{d^2 V'_x}{dx^2} + \beta_k \int V'_x dx + C_1 x + C_2 \right\}$$

に  $x=0$ ,  $x=l$  において,  $N'_x=0$  なる境界条件を適用して次のように求まる。

$$\begin{aligned} N'_x = & \frac{P}{\varepsilon_k} \left[ \left( \lambda + \frac{\beta_k}{\lambda} \right) \left\{ B_{a1} \left( \frac{l-x}{l} - e^{-\sqrt{\lambda} x} \right) + B_{b1} \left( \frac{x}{l} - e^{-\sqrt{\lambda} (l-x)} \right) \right\} \right. \\ & + \left\{ (\alpha^2 - \beta^2) + \frac{(\alpha^2 - \beta^2) \beta_k}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right\} \left\{ B_{a2} \left( \frac{l-x}{l} - e^{-\alpha x} \cdot \cos \beta x \right) - B_{a3} e^{-\alpha x} \cdot \sin \beta x \right. \\ & + B_{b2} \left( \frac{x}{l} - e^{-\alpha (l-x)} \cdot \cos \beta (l-x) \right) - B_{b3} \cdot e^{-\alpha (l-x)} \cdot \sin \beta (l-x) \left. \right\} \\ & + \left\{ \frac{2\alpha\beta \cdot \beta_k}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} - 2\alpha\beta \right\} \left\{ B_{a2} \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin \beta x + B_{a3} \left( \frac{l-x}{l} - e^{-\alpha x} \cdot \cos \beta x \right) \right. \\ & \left. \left. + B_{b2} \cdot e^{-\alpha (l-x)} \cdot \sin \beta (l-x) + B_{b3} \left( \frac{x}{l} - e^{-\alpha (l-x)} \cdot \cos \beta (l-x) \right) \right\} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

#### 4. 特殊な場合の略算式

i)  $V_x$  を無視した場合の  $N_x$

$K = \infty$  として (11) 式から  $V_x$  を消去すれば従来の研究で明らかになっている次式と一致する。

$$\frac{d^4 N_x}{dx^4} - \omega^2 \frac{d^2 N_x}{dx^2} = \bar{r} \cdot q_x \quad (19)$$

ただし

$$\omega^2 = \alpha_c - \frac{\varepsilon_c \cdot \varepsilon_k}{\beta_k}, \quad \bar{r} = r_c - \frac{\varepsilon_c \cdot \bar{r}_k}{\beta_k}$$

これを  $x_0$  点の点荷重に対して解くと次式の値をうることはすでに知られている。

$$N_x = \frac{\bar{r}}{\omega^2} \cdot \frac{P(l-x_0)x}{l} \left\{ 1 - \frac{l \sinh \omega (l-x_0) \cdot \sinh \omega x}{(l-x_0)x \omega \cdot \sinh \omega l} \right\} \quad (\xi < \xi_0 \text{ の場合}) \quad (20)$$

ii)  $\varepsilon=0$  とした場合の  $V_x$

$\varepsilon$  の値は上部材と下部材の特性値の差であるから, 上下部材の弾性係数および断面の選り方によっては  $\varepsilon \neq 0$  と見做せる場合があるので, この場合を考えてみると, (11) 式から次式をうる。

$$\frac{d^4 V_x}{dx^4} + \beta_k V_x = r_k \cdot q_x \quad (21)$$

これを,  $x=x_0$  点に集中荷重  $P$  が作用した場合の無限桁に対して解けば,  $x=x_0$  で  $dV_x/dx=0$ ,  $x=\pm\infty$  で  $V_x=0$  を満足するところの次式が求まる。

$$V_x = C e^{\pm \frac{\sqrt[4]{\beta_k}}{\sqrt{2}} (x-x_0)} \left\{ \cos \frac{\sqrt[4]{\beta_k}}{\sqrt{2}} (x-x_0) \mp \sin \frac{\sqrt[4]{\beta_k}}{\sqrt{2}} (x-x_0) \right\} \quad \left( \begin{array}{l} x < x_0 \\ x > x_0 \end{array} \text{ の場合} \right) \quad (22)$$

ただし、 $C$  の値は

$$\left. \frac{d^3 V_x}{dx^3} \right)_{x \rightarrow +x_0} = \sqrt{2} (\sqrt[4]{\beta_k})^3 \cdot C, \quad \left. \frac{d^3 V_x}{dx^3} \right)_{x \rightarrow -x_0} = -\sqrt{2} (\sqrt[4]{\beta_k})^3 C$$

の差が (6) 式を 3 度微分したものと、(8) 式を積分した値から得られる  $r_k \cdot P$  に等しいという条件から次のようになる。

$$C = \frac{r_k \cdot P}{2\sqrt{2} (\sqrt[4]{\beta_k})^3} \tag{23}$$

### 5. 数値計算例

いま、実験に用いたプレストレストコンクリート合成桁の模型断面寸法にて数値計算をおこなってみる。断面に関する諸値は次の通りである。

$$A_0 = 125 \text{ cm}^2, \quad A_u = 150 \text{ cm}^2, \quad I_0 = 260 \text{ cm}^4, \quad I_u = 2,820 \text{ cm}^4,$$

$$E_0 = E_u = 300,000 \text{ kg/cm}^2,$$

$$y_0 = 2.5 \text{ cm}, \quad y_u = 7.5 \text{ cm}, \quad l = 180 \text{ cm},$$

$$\alpha_c = 19.5 \times 10^{-8} \times C, \quad \beta_k = 1.40 \times 10^{-8} \times K, \quad \epsilon_c = 2.32 \times 10^{-8} \times C,$$

$$r_c = 3.20 \times 10^{-8} \times C, \quad r_k = 1.28 \times 10^{-8} \times K,$$

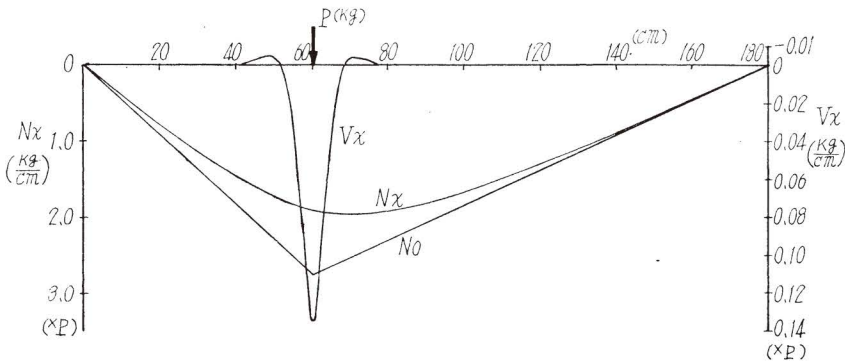
i)  $C, K$  を考慮した値

$C$  と  $K$  を同時に考慮した場合について計算してみる。この時、 $C, K$  は普通に用いられるであろう接着剤による接合では、大略の特性値として  $C=10,000 \text{ kg/cm}^2, K=2,000,000 \text{ kg/cm}^2$  程度の値を仮定できるので、この時の断面に関する特性値を求めると次のようになる。

$$\alpha_c = 0.195 \times 10^{-2} \text{ 1/cm}^2, \quad \epsilon_c = 0.0232 \times 10^{-2} \text{ 1/cm}^3, \quad r_c = 0.032 \times 10^{-2} \text{ 1/cm}^3$$

$$\beta_k = 2.80 \times 10^{-2} \text{ 1/cm}^4, \quad \epsilon_k = 4.64 \times 10^{-2} \text{ 1/cm}^3, \quad r_k = 2.56 \times 10^{-2} \text{ 1/cm}^4$$

また、三次方程式を解いて求めた根に関する諸値は



第 2 図



$$\lambda = 0.00157 \text{ 1/cm}^2, \quad a = 0.00019 \text{ 1/cm}^2, \quad b = 0.1673 \text{ 1/cm}^2, \quad \alpha = 0.2894 \text{ 1/cm}, \\ \beta = 0.2891 \text{ 1/cm}$$

となり、 $\bar{N}_x$ ,  $\bar{V}_x$  の計算式における係数は次のような値となる。

$$A_1 = 1.079 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}^3, \quad A_2 = 2.12 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}^3, \quad A_3 = -0.00727 \times 10^{-4} \text{ 1/cm}^3 \\ B_1 = -0.000182 \text{ 1/cm}^2, \quad B_2 = 0.000182 \text{ 1/cm}^2, \quad B_3 = 0.153 \text{ 1/cm}^2$$

以上の諸値によって求めた  $N_x$ ,  $V_x$  の分布は第2図のような曲線となった。なお、 $N_0$  は完全接合された合成桁の値で  $C=K=\infty$  の場合に相当する。

## ii) 略算式による値

$N_x$  の値は  $K=\infty$  とした時は(20)式で求まるが、この時  $\omega^2 = 0.157 \times 10^{-6} \times C$ ,  $r = 0.0108 \times 10^{-6} \times C$  となるから、 $C=10,000 \text{ kg/cm}^2$  を仮定して求めると、第2図の  $N_x$  曲線とほぼ完全に一致し、 $K=2,000,000 \text{ kg/cm}^2$  程度の値では略算式によって計算した方が簡単でよいことがわかった。

また、 $V_x$  の計算では  $\epsilon=0$  を仮定した(22)式で計算すれば、 $K=2,000,000 \text{ kg/cm}^2$  の場合、 $\sqrt{\beta_k} = 0.409 \text{ 1/cm}$ ,  $C=0.1324 \text{ kg/cm}$  となり、 $V_x$  の分布は第2図の曲線と0.2%程度の差でほぼ完全に一致した。したがって、 $V_x$  の値もこのような略算式で計算してもさしつかえないことが分った。

なお、桁端部に生ずる  $V_x$  の値を  $K=\infty$  として検算してみると次のようになる。

$$V_x)_{x=0} = \frac{\beta_k - r_k}{\beta_k} \cdot \frac{\omega \cdot \sinh \omega l}{\cosh^2 \omega l - 1} \left\{ \frac{l - x_0}{l} \cdot \cosh \omega l - \frac{x_0}{l} \right\} \cdot P = 0.0023 \times P$$

これは非常に小さな値で、しかも端部から僅か離れた点では急激に減少して0となるものであるから、 $K$  の値がかなり大きい実際の接合では考慮する必要がない。

## 6. 結 言

$N_x$  についてみれば、完全接合を仮定した合成桁に比べて  $C=10,000 \text{ kg/cm}^2$  程度の接合では  $K$  を同時に考慮すれば、より小さな値を示すが、實際上問題となるような接合では  $K=\infty$  と仮定した値とほぼ一致するので、従来の簡単な計算式を用いてよい。

$V_x$  については、 $K$  を考慮した理論によってその大きさが明らかになるが、 $K$  の値が大きいほど荷重点下に大きな圧縮力を生じ、荷重点から僅か離れると圧縮力が急激に減少し、荷重点から20 cmほど離れると引張力を生じる。これは無限桁を仮定した略算式によっても殆んど同じ結果を示す。

上記の数値計算例の場合を例にとれば、荷重点下の圧縮力は  $0.140 P \text{ kg/cm}$ 、その近傍の引張力が  $0.004 P \text{ kg/cm}$  となり、これを設計荷重時の応力に換算すれば大体、圧縮応力で50

kg/cm<sup>2</sup>, 引張応力で 1.5 kg/cm<sup>2</sup> となる。またこの時の最大ズレ剪断力は桁端に生じ, その値は 0.045  $P$  kg/cm となるから剪断応力にして 16 kg/cm<sup>2</sup> 程度となる。

したがって  $V_x$  による引張破壊の心配は殆んどなく, もっぱらズレ剪断破壊を検討するだけでよさそうである。

なお, 本研究は北海道科学研究費補助金を受けた研究の一部であることを付記する。

#### 文 献

- 1) 能町純雄・尾崎 諒: 土木学会北海道支部技術資料, No. 17, 54 (1961).
- 2) 能町純雄・尾崎 諒: 土木学会北海道支部技術資料, No. 18, 74 (1962).
- 3) 能町純雄・尾崎 諒: 土木学会第 20 回年次学術講演会概要; IV-7, 7-1 (1965).