

和文変換による吊橋撓度理論の解法について

その他（別言語等） のタイトル	On a Method of Solving the Deflection Theory for Suspension Bridges by Means of Finite Integration Transforms
著者	能町 純雄, 松岡 健一, 小針 憲司
雑誌名	室蘭工業大学研究報告. 理工編
巻	8
号	1
ページ	187-200
発行年	1973-10-15
URL	http://hdl.handle.net/10258/3584

和分変換による吊橋撓度理論の解法について

能町純雄・松岡健一・小針憲司*

On a Method of Solving the Deflection Theory for Suspension Bridges by Means of Finite Integration Transforms

Sumio G. Nomachi, Kenichi G. Matsuoka
and Kenji Kohari

Abstract

In this paper, the difference equations are derived from the equilibrium of vertical forces about each tie disregarding its elongation, and the suspension bridges with stiffening truss is analytically solved by means of "Finite Integration Transforms".

A numerical results, which shows that the method can handle the bridge of a great number of ties with a digital computer of smaller size, lastly given.

1. はじめに

補剛桁を有する吊橋については、吊材を膜近似とする撓度理論が有力な解析方法と考察を与えているが、補剛トラスを有する吊橋については、電子計算機利用によって厳密に解くことは容易であるが、解析的考察は行ない難い。この点について著者等は有限和分変換理論を用いて、補剛トラス吊橋に撓度理論を拡張して解析する方法を試みたものである。

2. 予備公式

a) フーリエ逆変換公式

Symbolic Notation

$$S_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \sin \frac{i\pi}{n} x$$

$$C_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \cos \frac{i\pi}{n} x$$

$$\bar{S}_i[f(x+1/2)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x+1/2) \sin \frac{i\pi}{n} (x+1/2)$$

$$\bar{C}_i[f(x+1/2)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x+1/2) \cos \frac{i\pi}{n} (x+1/2)$$

* 室工大研究生

を導入すると

$$f(x) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{S}_i[f(x)] \sin \frac{i\pi}{n} x$$

$$f(x) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i[f(x)] \cos \frac{i\pi}{n} x$$

ただし $\mathbf{R}_0[f(x)] = \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{C}_0[f(x)] + \frac{1}{2} f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\}$

$$\mathbf{R}_i[f(x)] = \mathbf{C}_i[f(x)] + \frac{1}{2} (-1)^i f(n) + \frac{1}{2} f(0)$$

$$\mathbf{R}_n[f(x)] = \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{C}_n[f(x)] + \frac{1}{2} (-1)^n f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\}$$

$$f\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{\mathbf{S}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{n} (-1)^n \bar{\mathbf{S}}_n\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$f\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{\mathbf{C}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \cos \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{n} \bar{\mathbf{C}}_0\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$i, x = 0, 1, 2, \dots, n;$$

b) 各種差分のフーリエ和分

$$f(x+1) + f(x) = \nabla f(x), \quad f(x+1) - f(x) = \Delta f(x)$$

$$f(x+1) - f(x-1) = \mathbf{A}f(x), \quad f(x+1) - 2f(x) + f(x-1) = \Delta^2 f(x-1)$$

とすると, sin 変換は,

$$\mathbf{S}_i[\Delta^2 f(x-1)] = -\sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} - \mathbf{D}_i \mathbf{S}_i[f(x)],$$

$$\mathbf{S}_i[\mathbf{A}f(x)] = -2 \sin \frac{i\pi}{n} \mathbf{R}_i[f(x)],$$

$$\mathbf{S}_i\left[\Delta f\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] = -2 \sin \frac{i\pi}{2n} \bar{\mathbf{C}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right],$$

$$\mathbf{S}_i\left[\nabla f\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] = 2 \cos \frac{i\pi}{2n} \bar{\mathbf{S}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right],$$

$$\bar{\mathbf{S}}_i[\Delta f(x)] = -\sin \frac{i\pi}{2n} \mathbf{R}_i[f(x)],$$

$$\bar{\mathbf{S}}_i[\nabla f(x)] = \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ f(0) - (-1)^i f(n) \right\} + 2 \cos \frac{i\pi}{2n} \mathbf{S}_i[f(x)],$$

cos 変換は,

$$\mathbf{C}_i[\Delta^2 f(x-1)] = (-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) - \mathbf{D}_i \mathbf{R}_i[f(x)],$$

$$\mathbf{C}_i[\mathbf{A}f(x)] = -(-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) + \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n}\right) \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\}$$

$$+ 2 \sin \frac{i\pi}{n} \mathbf{S}_i[f(x)],$$

$$C_i \left[\Delta f \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] = (-1)^i f \left(n - \frac{1}{2} \right) - f \left(\frac{1}{2} \right) + 2 \sin \frac{i\pi}{2n} \bar{S}_i \left[f \left(x + \frac{1}{2} \right) \right],$$

$$C_i \left[\nabla f \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] = -(-1)^i f \left(n - \frac{1}{2} \right) - f \left(\frac{1}{2} \right) + 2 \cos \frac{i\pi}{2n} \bar{C}_i \left[f \left(x + \frac{1}{2} \right) \right],$$

$$\bar{C}_i [\Delta f(x)] = -\cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ f(0) - (-1)^i f(n) \right\} + 2 \sin \frac{i\pi}{2n} S_i[f(x)],$$

$$\bar{C}_i [\nabla f(x)] = 2 \cos \frac{i\pi}{2n} R_i[f(x)],$$

ただし $D_i = 2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right),$

3. トラスを補剛桁とする吊橋の解法

a) 仮 定

- 1) 任意の格点において、吊材の伸び及び軸方向片向きを無視する。
- 2) ロープは格点間において、直線とする。
- 3) 荷重は全て鉛直方向とし、断面回転に伴う吊材の軸直角方向水平分力を無視する。水平荷重についても考慮する時は、吊材の水分力を考慮すると良い。

b) 記 号

記号等については、図-1を参照し、 A_L, A_u, A_t, A_d, A は夫々横構、上弦材、下弦材、斜材、対傾構の断面積を、 $\lambda, \lambda', h, b, h'$ 等は夫々図に示す如く各部材の長を示す。 E は弾性係数。

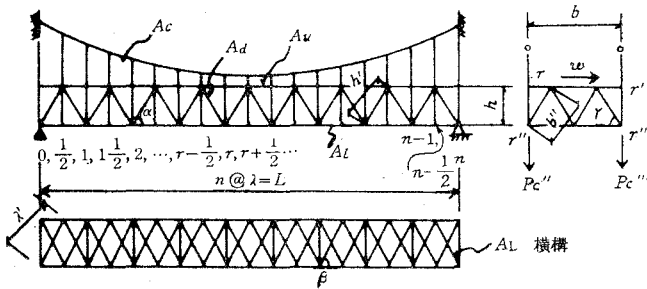


図-1

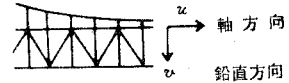


図-2 変位方向図

c) 部材式式とつりあい式

ロープより吊材を通して補剛トラスに作用する鉛直力は次式で示される。今格点死荷重 g^t 、活荷重 q^t 、死荷重水平張力 H_g^t 、活荷重水平張力 H^t 、 $\eta = H/H_g$ とすると、 r 点に関し

$$\lambda_q = g\eta\lambda - (1+\eta) H_g (v_{r+\frac{1}{2}} - 2v_r + v_{r-\frac{1}{2}})$$

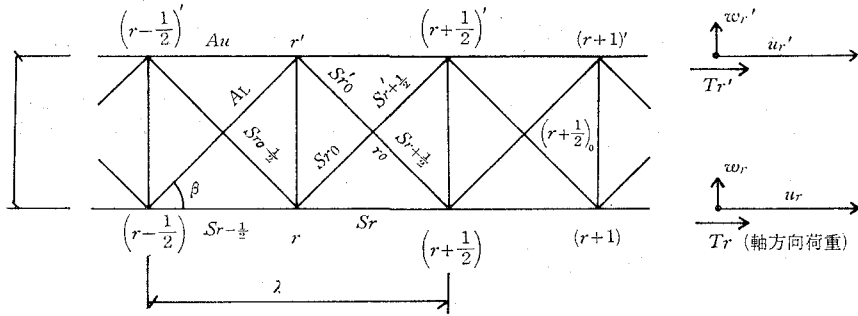


図-3 上構面平面図

$(r+\frac{1}{2})$ 点に関し

$$\lambda_q = g\eta\lambda - (1+\eta)H_g(v_{r+1} - 2v_{r+\frac{1}{2}} + v_r)$$

又補剛トラス上構面のつりあいをとると、

$$K_1 = 2EA_L/\lambda', \quad K_2 = 2EA_u/\lambda, \quad K_3 = 2EA_L/\lambda, \quad K_4 = EA_d/h', \\ K_5 = EA/b'', \quad \text{とすると}$$

r_0 点回りについて、フックの法則により変位と部材力の間に次の関係がある。

$$S'_{r+\frac{1}{2}} = K_1 \left\{ (u'_{r+\frac{1}{2}} - u_r^0) \cos \beta + (w'_{r+\frac{1}{2}} - w_r^0) \sin \beta \right\}$$

$$S_{r+\frac{1}{2}} = K_1 \left\{ (u_{r+\frac{1}{2}} - u_r^0) \cos \beta + (w_r^0 - w_{r+\frac{1}{2}}) \sin \beta \right\}$$

$$S_r^0 = K_1 \left\{ (u_r^0 - u_r') \cos \beta + (w_r' - w_r^0) \sin \beta \right\}$$

$$S_r^0 = K_1 \left\{ (u_r^0 - u_r) \cos \beta + (w_r^0 - w_r) \sin \beta \right\}$$

r_0 点回りに関して w_r^0 方向 (軸直角方向), u_r^0 方向 (軸方向) のつりあいを取り, u_r^0, w_r^0 を消去して, 例えば S_r^0 については,

$$S_r^0 = K/2 \cdot \left\{ (u_{r+\frac{1}{2}} - u_r) \cos \beta + (w'_{r+\frac{1}{2}} - w_r) \sin \beta \right\}$$

となる。他についても同様の関係が成立し, r 点回りの u 方向つりあい式

$$S_r - S_{r-\frac{1}{2}} + (S_r^0 - S_{r-\frac{1}{2}}^0) \cos \beta = -T_r \text{ に代入して}$$

$$K_2(u_{r+\frac{1}{2}} + u_{r-\frac{1}{2}}) + K_1/2 \cdot (u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}}) \cos^2 \beta - 2(K_2 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) u_r \\ + \frac{K_1}{2} \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta (w'_{r+\frac{1}{2}} - w'_{r-\frac{1}{2}}) = -T_r \quad (1)$$

他のつりあい関係についても (1) 式と同様の方法を用いて表示出来, 今ロープ張力を考慮して式を整理すると以下のである。

w 方向 (以下において $w_r = w'_r$, $w_r'' = w_r'''$ とする。) つりあい式

$$K_1/2 \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta (u'_{r+\frac{1}{2}} - u'_{r-\frac{1}{2}}) - K_1 \sin^2 \beta \cdot w_r + K_1/2 \cdot \sin^2 \beta (w'_{r+\frac{1}{2}} + w'_{r-\frac{1}{2}}) \\ + K_5 \cdot \cos \gamma \left\{ 4(w_r'' - w_r) \cos \gamma + (v_r''' - v_r'') \sin \gamma \right\} = 0 \quad (2)$$

r' 点 u 方向つりあい式

$$K_2(u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}}) + K_1/2 \cdot (x_{r+\frac{1}{2}} + u_{r-\frac{1}{2}}) \cdot \cos^2 \beta - 2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u'_r \\ - \frac{K_1}{2} \cdot \cos \beta \sin \beta (w_{r+\frac{1}{2}} - w_{r-\frac{1}{2}}) = -T'_r \quad (3)$$

r'' 点 u 方向つりあい式

$$-4 \left\{ K_1 K_3 \cos^2 \beta + K_4 \cos^2 \alpha \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) \right\} u_r'' + \left(K_3 - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_3 \Delta^2 u_{r-1}'' \\ + K_1 \cos^2 \beta K_3 (\Delta^2 u_{r-1}'' + 4u_r'') + K_3 K_1 \cos \beta \sin \beta (w_{r+1}'' - w_{r-1}'') \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha (u_{r+\frac{1}{2}} + u_{r-\frac{1}{2}}) \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos \alpha \sin \alpha (-v_{r+\frac{1}{2}} + v_{r-\frac{1}{2}}) \\ = -2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) T_r'' \quad (4)$$

w 方向のつりあい式

$$\frac{K_1}{2} K_3 \sin^2 \beta (\Delta^2 w_{r-1}'' + \Delta^2 w_r''') - K_1 K_3 \sin \beta \cos \beta (u_{r+1}'' - u_{r-1}'' - u_{r+1}''' + u_{r-1}''') \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos^2 \gamma \cdot 4(w_r - w_r') \\ + \frac{1}{2} \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos \gamma \cdot \sin \gamma \cdot 4(v_r'' - v_r''') = 0 \quad (5)$$

v 方向のつりあい式

$$K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (u_{r+\frac{1}{2}} - u_{r-\frac{1}{2}}) + 2K_4 \sin^2 \alpha v_r'' - K_4 \sin^2 \alpha (v_{r+\frac{1}{2}} + v_{r-\frac{1}{2}}) \\ + K_5 \sin \gamma \cos \gamma (w_r - w_r') + \frac{1}{4} K_5 \sin^2 \gamma (v_r'' - v_r''') \\ - \frac{(H\eta)}{\lambda} H_0 (v_{r+\frac{1}{2}} - 2v_r'' + v_{r-\frac{1}{2}}) = -g\eta + P_r'' \quad (6)$$

r''' 点 u 方向つりあい式

$$-4 \left\{ K_3 K_1 \cos^2 \beta + \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha \right\} u_r''' + \left(K_3 - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_3 \Delta^2 u_r''' \\ + K_1 K_3 \cos^2 \beta (\Delta^2 u_{r-1}''' + 4u_r''') + K_3 K_1 \sin \beta \cos \beta (w_{r-1}''' - w_{r+1}''') \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha (u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}})$$

$$\begin{aligned}
& +2\left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta\right) K_4 \cos \alpha \sin \alpha (-v'_{r+\frac{1}{2}} + v'_{r-\frac{1}{2}}) \\
& = -2\left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta\right) T_r''''
\end{aligned} \tag{7}$$

v 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_4 \sin \alpha \cos \alpha (u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}}) + 2K_4 \sin^2 \alpha v_r'''' - K_4 \sin^2 \alpha (v'_{r+\frac{1}{2}} + v'_{r-\frac{1}{2}}) \\
& + K_5 \sin \gamma \cos \gamma (w_r'' - w_r) + \frac{1}{4} K_4 \sin^2 \gamma (v_r'''' - v_r'') \\
& - \frac{(1+\eta)}{\lambda} H_g (v'_{r+\frac{1}{2}} - 2v_r'''' + v_{r-\frac{1}{2}}) = -g\eta + P_r''''
\end{aligned} \tag{8}$$

$(r-\frac{1}{2})$ 点 u 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_2(u_r + u_{r-1}) + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta (u'_r + u'_{r-1}) - 2(K_2 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) u_{r-\frac{1}{2}} \\
& + \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta (w'_r - w'_{r-1}) + K_4 \cos^2 \alpha (u_r'' + u_{r-1}'') - 2K_4 \cos^2 \alpha u_{r-\frac{1}{2}} \\
& + K_4 \cos \alpha \cdot \sin \alpha (v_r'' - v_{r-1}'') = -T_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{9}$$

w 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_1/2 \cdot (-u_r + u_{r-1} + u'_r - u'_{r-1}) \sin \beta \cos \beta + K_1/2 \cdot \sin^2 \beta (w'_r + w'_{r-1} + w_r + w_{r-1}) \\
& - K_1 \sin^2 \beta (w_{r-\frac{1}{2}} + w'_{r-\frac{1}{2}}) = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

v 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_4 \sin \alpha \cos \alpha (u_r'' - u_{r-1}'') + K_4 \sin^2 \alpha (v_r'' + v_{r-1}'') - 2K_4 \sin^2 \alpha v_{r-\frac{1}{2}} \\
& + \frac{(1+\eta)}{\lambda} \cdot H_g \cdot (v_r'' - 2v_{r-\frac{1}{2}} + v_{r-1}'') = g\eta - P_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{11}$$

$(r-\frac{1}{2})$ 点 u 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_2(u'_r + u'_{r-1}) + \frac{K_1}{2} (u_r + u_{r-1}) \cos^2 \beta - 2(K_2 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) u'_{r-\frac{1}{2}} \\
& - K_1/2 \cdot \cos \beta \sin \beta (w_r - w_{r-1}) + K_4 \cos^2 \alpha (u_r'' + u_{r-1}'') - 2K_4 \cos^2 \alpha u'_{r-\frac{1}{2}} \\
& + K_4 \cos \alpha \cdot \sin \alpha (v_r'' - v_{r-1}'') = -T'_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{12}$$

v 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_4 \sin \alpha \cos \alpha (u_r''' - u_{r-1}''') + K_4 \sin^2 \alpha (v_r''' + v_{r-1}''') - 2K_4 \sin^2 \alpha v'_{r-\frac{1}{2}} \\
& + \frac{(1+\eta)}{\lambda} H_g (v_r''' - 2v'_{r-\frac{1}{2}} + v_{r-1}''') = g\eta - P'_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{13}$$

d) フーリエ定和分変換と境界条件

端部橋軸方向外向水平力を正とし、今 T で表示すると

$$-T_0 = K_1/2 \cdot \left\{ (u'_{\frac{1}{2}} - u_0) \cos \beta + (w'_{\frac{1}{2}} - w_0) \sin \beta \right\} \cos \beta + K_2(u_{\frac{1}{2}} - u_0)$$

$$\begin{aligned}
T_n &= K_1/2 \cdot \left\{ (u_n - u'_{n-\frac{1}{2}}) \cos \beta + (w'_{n-\frac{1}{2}} - w_n) \sin \beta \right\} \cos \beta + K_2 (u_n - u_{n-\frac{1}{2}}) \\
&\quad - 2(K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) T'_0 = K_1/2 \cdot \cos^2 \beta \left\{ K_3 (u''_1 + u''_0) + \frac{1}{2} K_1 \cos^2 \beta (u''_1 + u''_0) \right. \\
&\quad \left. - \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta (w'_1 - w'_0) \right\} - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \cdot 2(K_3 + K_1/2 \cos^2 \beta) u'_0 \\
&\quad - \frac{K_1}{2} \cos \beta \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) \left\{ (u'_1 - u'_0) \cos \beta - (w'_1 - w'_0) \sin \beta \right\} \\
&\quad + K_3^2 (u'_1 + u'_0) + \frac{1}{2} K_1 \cos^2 \beta K_3 (u''_1 + u''_0) + \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta K_3 (w''_1 - w''_0) \\
&\quad - K_3 \cdot 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u'_0 + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha \\
&\quad \times \left\{ (u_{\frac{1}{2}} - u'_0) \cos \alpha + (v'_0 - v_{\frac{1}{2}}) \sin \alpha \right\} 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) T''_n = - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \\
&\quad \times \left\{ K_3 (u''_n + u''_{n-1}) + \frac{1}{2} K_1 \cos^2 \beta (u''_n + u''_{n-1}) - \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta (w''_n - w''_{n-1}) \right\} \\
&\quad + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \cdot 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u''_n - \frac{K_1}{2} \cos \beta \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) \\
&\quad \times \left\{ (u''_n - u''_{n-1}) \cos \beta + (w''_n - w''_{n-1}) \sin \beta \right\} - K_3^2 (u''_n + u''_{n-1}) \\
&\quad - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta K_3 (u''_n + u''_{n-1}) - \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta K_3 (w''_n - w''_{n-1}) \\
&\quad + K_3 \cdot 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u''_n + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos \alpha \\
&\quad \times \left\{ (u''_n - u_{n-\frac{1}{2}}) \cos \alpha + (v''_n - v_{n-\frac{1}{2}}) \sin \alpha \right\}
\end{aligned}$$

O' , n' , O'' , n'' 点についても同様の式が成立つことを考慮し、各つりあい式についてフーリエ変換をとり整理する。

尚簡単のため

$$\begin{aligned}
\tilde{u}_i &= \frac{1}{2} u_n (-1)^i + \frac{1}{2} u_0 + \mathbf{C}_i [u_r], & \tilde{u}'_i &= \frac{1}{2} u'_n (-1)^i + \frac{1}{2} u'_0 + \mathbf{C}_i [u'_r], \\
\tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}}_i [u_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{u}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}} [u'_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{u}''_i &= \frac{1}{2} u''_n (-1)^i + \frac{1}{2} u''_0 + \mathbf{C}_i [u''_r], \\
\tilde{u}''_i &= \frac{1}{2} u''_n (-1)^i + \frac{1}{2} u''_0 + \mathbf{C}_i [u''_r], & \tilde{v}''_i &= \mathbf{S}_i [v''_r], & \tilde{v}'''_i &= \mathbf{S}_i [v'''_r], \\
\tilde{v}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i [v_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{v}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i [v'_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{w}_i &= \mathbf{S}_i [w_r], & \tilde{w}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i [w_{r+\frac{1}{2}}], \\
\tilde{w}'_i &= \mathbf{S}_i [w'_r], & \tilde{T}_i &= \mathbf{C}_i [T_r], & \tilde{T}'_i &= \mathbf{C}_i [T'_r], & \tilde{T}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}} [T_{r+\frac{1}{2}}], \\
\tilde{T}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}}_i [T'_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{T}''_i &= \mathbf{C}_i [T''_r], & \tilde{T}'''_i &= \mathbf{C}_i [T'''_r], & \tilde{H}'_r(g\eta) &= \mathbf{S}_i [g\eta], \\
\tilde{P}''_i &= \mathbf{S}_i [P''_r], & \tilde{P}'''_i &= \mathbf{S}_i [P'''_r], & \tilde{P}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i [P_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{P}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i [P'_{r+\frac{1}{2}}], \\
\tilde{W}_i &= \mathbf{S}_i [W_r], & \tilde{W}_{i+1} &= \bar{\mathbf{S}}_i [W_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{W}''_i &= \mathbf{S}_i [W''_r], & \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) &= \bar{\mathbf{S}}_i [g\eta],
\end{aligned}$$

とおくと前記(13)個の式は次式となる。

$$\begin{pmatrix}
 a_{1,1} & 0 & a_{1,3} & a_{1,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,12} & 0 \\
 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{2,12} & 0 \\
 a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & 0 & a_{3,5} & 0 & a_{3,7} & 0 & 0 & 0 & a_{3,11} & 0 & 0 \\
 a_{4,1} & a_{4,2} & 0 & a_{4,4} & 0 & a_{4,6} & 0 & a_{4,8} & 0 & 0 & a_{4,11} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & a_{5,3} & 0 & a_{5,5} & a_{5,6} & 0 & 0 & a_{5,9} & 0 & 0 & 0 & a_{5,13} \\
 0 & 0 & 0 & a_{6,4} & a_{6,5} & a_{6,6} & 0 & 0 & 0 & a_{6,10} & 0 & 0 & a_{10,13} \\
 0 & 0 & a_{7,3} & 0 & 0 & 0 & a_{7,7} & a_{7,5} & a_{7,9} & 0 & a_{7,11} & 0 & a_{7,13} \\
 0 & 0 & 0 & a_{8,4} & 0 & 0 & a_{8,7} & a_{8,8} & 0 & a_{8,10} & a_{8,11} & 0 & a_{8,13} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_{9,5} & 0 & a_{9,7} & 0 & a_{9,9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{10,6} & 0 & a_{10,8} & 0 & a_{10,10} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & a_{11,3} & a_{11,4} & 0 & 0 & a_{11,7} & a_{11,8} & 0 & 0 & a_{11,11} & a_{11,12} & a_{11,13} \\
 a_{12,1} & a_{12,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{12,11} & a_{12,12} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_{13,5} & a_{13,6} & a_{13,7} & a_{13,8} & 0 & 0 & a_{13,11} & 0 & a_{13,13}
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 \tilde{u}_i \\
 \tilde{u}'_i \\
 \tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} \\
 \tilde{u}'_{i+\frac{1}{2}} \\
 \tilde{u}''_i \\
 \tilde{u}''_{i+\frac{1}{2}} \\
 \tilde{v}''_i \\
 \tilde{v}''_{i+\frac{1}{2}} \\
 \tilde{v}_{i+\frac{1}{2}} \\
 \tilde{v}'_{i+\frac{1}{2}} \\
 \tilde{w}_i \\
 \tilde{w}_{i+\frac{1}{2}} \\
 \tilde{w}''_i
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 C_1 \\
 C_2 \\
 C_3 \\
 C_4 \\
 C_5 \\
 C_6 \\
 C_7 \\
 C_8 \\
 C_9 \\
 C_{10} \\
 C_{11} \\
 C_{12} \\
 C_{13}
 \end{pmatrix}$$

ただし

$$\begin{aligned}
 a_{1,1} &= a_{2,2} = -2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right), & a_{1,3} &= a_{2,4} = a_{3,1} = a_{4,2} = 2K_2 \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, \\
 a_{1,4} &= a_{4,1} = a_{2,3} = a_{3,2} = K_1 \cos^2 \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, & a_{3,5} &= a_{4,6} = 2K_4 \cos^2 \alpha \cos \frac{i\pi}{2n} \\
 a_{1,12} &= -a_{2,12} = a_{3,11} = -a_{4,11} = a_{11,3} = -a_{11,4} = a_{12,1} = -a_{12,2} = K_1 \sin \beta \cos \beta \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
 a_{3,7} &= a_{4,8} = -a_{7,3} = -a_{8,4} = -a_{9,5} = -a_{10,6} = 2K_4 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
 a_{3,3} &= a_{4,4} = -2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta + K_4 \cos^2 \alpha \right), \\
 a_{5,3} &= a_{6,4} = 4 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha \cos \frac{i\pi}{2n}, \\
 a_{5,5} &= a_{6,6} = -4 \left\{ K_3 K_1 \cos^2 \beta + K_4 \cos^2 \alpha (K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) \right\} - \left(K_3 - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_3 \cdot D_i \\
 a_{5,9} &= a_{6,10} = -4 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos \alpha \sin \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
 a_{5,6} &= a_{6,5} = K_1 K_3 \cdot \cos^2 \beta (4 - D_i), & a_{5,13} &= -a_{6,13} = a_{13,5} = -a_{13,6} = 2K_3 K_1 \cos \beta \sin \beta \cdot \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
 a_{7,7} &= a_{8,8} = 2K_4 \sin^2 \alpha + \frac{K_5}{4} \sin^2 \gamma + 4(1 + \eta) H_g / \lambda, & a_{7,8} &= a_{8,7} = -\frac{K_5}{4} \sin^2 \gamma, \\
 a_{9,9} &= a_{10,10} = -2K_4 \sin^2 \alpha - 4(1 + \eta) H_g / \lambda, & a_{7,9} &= a_{8,10} = -a_{9,7} = -a_{10,8} = a_{9,9} \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, \\
 a_{7,11} &= -a_{7,13} = -a_{8,11} = a_{8,13} = -a_{11,7} = a_{11,8} = K_5 \sin \gamma \cos \gamma, & a_{11,13} &= 4K_5 \cos^2 \gamma, \\
 a_{11,11} &= -2K_1 \sin^2 \beta - 4K_5 \cos^2 \gamma, & a_{11,12} &= a_{12,11} = 2K_1 \sin^2 \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, & a_{12,12} &= -2K_1 \sin^2 \beta, \\
 a_{13,7} &= -a_{13,8} = 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \sin \gamma \cdot \cos \gamma, & a_{13,11} &= 8 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos^2 \gamma, \\
 a_{13,13} &= -K_1 K_3 \sin^2 \beta \cdot D_i - 8 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos^2 \gamma \\
 C_1 &= -\tilde{T}_i - T_0 - (-1)^i T_n + \frac{K_1}{2} \cos \beta \cdot \sin \beta \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_2 &= -\tilde{T}'_i - T'_0 - (-1)^i T'_n - \frac{K_1}{2} \cos \beta \cdot \sin \beta \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\}, \\
 C_3 &= \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\} \\
 &\quad + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ v'_0 - (-1)^i v'_n \right\} - \tilde{T}'_{i+\frac{1}{2}}, \\
 C_4 &= -\frac{K_1}{2} \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\} \\
 &\quad + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ v'''_0 - (-1)^i v'''_n \right\} - \tilde{T}'_{i+\frac{1}{2}}, \\
 C_5 &= -K_3 K_1 \cos \beta \sin \beta \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ w''_n (-1)^i - w''_0 \right\} \\
 &\quad - 2(K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) \left\{ \tilde{T}''_i + T''_0 + (-1)^i T''_n + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (v''_0 - (-1)^i v''_n) \right\}, \\
 C_6 &= K_3 K_1 \cos \beta \cdot \sin \beta \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ w''_n (-1)^i - w''_0 \right\} \\
 &\quad - 2(K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) \left\{ \tilde{T}''_i + T''_0 + (-1)^i T''_n + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (v''_0 - (-1)^i v''_n) \right\}, \\
 C_7 &= -\tilde{H}_i(g\eta) + \tilde{P}'_i, \quad C_8 = -\tilde{H}_i(g\eta) + \tilde{P}'''_i, \\
 C_9 &= -K_4 \sin^2 \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v''_0 - (-1)^i v''_n \right\} - 2(1+\eta) H_g \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v''_0 - (-1)^i v''_n \right\} / \lambda \\
 &\quad + \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) - \tilde{P}'_{i+\frac{1}{2}} \\
 C_{10} &= -K_4 \sin^2 \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v'''_0 - (-1)^i v'''_n \right\} - 2(1+\eta) H_g \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v'''_0 - (-1)^i v'''_n \right\} / \lambda \\
 &\quad + \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) - \tilde{P}'_{i+\frac{1}{2}} \\
 C_{11} &= 0, \quad C_{12} = -K_1 \sin^2 \beta \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\}, \\
 C_{13} &= K_1 K_3 \sin^2 \beta \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i w''_n - w''_0 \right\}
 \end{aligned}$$

以上 13 元の連立方程式を n 個求めて、その解について逆変換を施し解が得られる。

今荷重は対称荷重とし、両端単純支持即ち $v_0 = v'_0 = v''_0 = v'''_0 = v_n = v'_n = v''_n = v'''_n$ として上式を書き直すと次の如く元 5 の連立方程式にまとまる。

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 \\ 0 & a_{3,2} & a_{3,3} & 0 & a_{3,5} \\ 0 & a_{4,2} & 0 & a_{4,4} & a_{4,5} \\ 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} \\ \tilde{u}'_i \\ \tilde{v}'_i \\ \tilde{v}'_{i+\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_4 \\ C_4 \end{pmatrix} \quad \text{ここで} \quad a_{1,1} = -2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right),$$

$$a_{1,2} = a_{2,1} = -a_{1,1} \cdot \cos \frac{i\pi}{2n},$$

$$a_{2,2} = a_{1,1} - 2K^4 \cos^2 \alpha,$$

$$a_{2,3} = a_{3,2} = 2K_4 \cos^2 \alpha \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, \quad a_{3,3} = -K_3/2 \cdot (D_i + 4K_4 \cos^2 \alpha / K_3),$$

$$a_{2,4} = -a_{4,2} = -a_{3,5} = -a_{5,3} = 2K_4 \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n},$$

$$a_{4,4} = -a_{5,5} = 2K_4 \sin^2 \alpha + 4(1+\eta) H_0/\lambda, \quad a_{5,4} = -a_{4,5} = a_{4,4} \cdot \cos \frac{i\pi}{2n},$$

$$C_4 = -\tilde{H}_i(g\eta) + \tilde{P}'_i, \quad C_5 = \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) - \tilde{P}'_{i+\frac{1}{2}},$$

e) 閉じた関数表示

上式について電子計算機を用いて直接5元連立方程式を計算し、求めることも出来るが、手計算を容易にするため、式の上で各未知数を求める。

今上式より

$$\tilde{u}_i = \left\{ \frac{1}{2} \cdot \xi_1 \cdot C_4 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} + \xi_2 C_5 \cdot (4 - D_i) / 4 \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} = \left\{ \xi_1 \cdot C_4 \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} + \frac{1}{2} \cdot \xi_2 \cdot C_5 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{u}'_i = \left\{ \frac{1}{8} \cdot \xi_4 \cdot C_4 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} + \xi_3 \cdot C_5 \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{v}'_i = \left\{ (-\xi_5 + \xi_6 D_i) C_5 \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} - (-\xi_5 + \xi_8 \cdot D_i) C_4 \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{v}_{i+\frac{1}{2}} = \left\{ -(-\xi_5 + \xi_6 D_i) C_4 \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} + (-\xi_5 + \xi_7 D_i) C_5 \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

ただし $M_1 = a_{1,2} \cdot a_{2,1} \cdot a_{3,3} \cdot a_{4,5} \cdot a_{5,4} / 16.0$;

$$M_2 = a_{1,1} \left\{ a_{4,4} \cdot a_{5,5} (-4a_{3,3} a_{2,3} + a_{3,2} a_{2,3} - a_{3,2} a_{1,1}) + a_{4,2} a_{2,4} (2a_{3,2} a_{5,5} + a_{5,3} a_{3,5}) - a_{4,2} a_{5,5} (4a_{2,4} a_{3,3} - a_{1,1} a_{3,5}) \right\} / 16.0;$$

$$\xi_1 = a_{1,1} (a_{2,4} a_{3,5} a_{5,3} + a_{2,3} a_{5,4} a_{3,5} - 4a_{2,4} a_{3,3} a_{5,5}) / 4.0;$$

$$\xi_2 = a_{1,1} a_{2,4} a_{3,3} a_{4,5}; \quad \xi_4 = a_{1,1} a_{1,1} x_{5,4} a_{3,5};$$

$$\xi_3 = a_{1,1} (a_{2,4} a_{3,5} a_{4,2} + a_{2,4} a_{3,2} a_{4,5} - a_{1,1} a_{4,4} a_{3,5}) / 4.0;$$

$$\xi_5 = a_{1,1} (a_{2,3} a_{4,2} a_{3,5} - 4a_{2,3} a_{3,3} a_{5,5} - a_{2,2} a_{2,2} a_{5,5}) / 4.0;$$

$$\xi_6 = -a_{1,1} a_{1,1} a_{3,3} a_{5,5} / 4.0; \quad \xi_7 = a_{1,1} a_{3,3} (a_{1,1} a_{4,4} - a_{2,4} a_{4,2}) / 4.0;$$

$$\xi_8 = a_{1,1} a_{1,1} (a_{2,5} a_{5,3} / 4.0 - a_{3,3} a_{5,5}) / 4.0;$$

上記の値について逆変換し直接計算によっても求められるが、計算を容易にするため D_i について部分分数に展開し、閉じた関数で表示出来る。

即ち

$$u_r = -\frac{1}{2} P_{c+\frac{1}{2}} \xi_2 \left[\left\{ -G_1(r-0.5, c+0.5) + G_1(r+0.5, c+0.5) \right\} / M_2 - (0.25/M_1 + 1/M_2) \right. \\ \left. \times \left\{ -G_2(r-0.5, c+0.5) + G_2(r+0.5, c+0.5) \right\} \right] + \frac{1}{4} P_c \xi_1 / M_2 \left\{ -G_1(r-1, c) \right.$$

$$\begin{aligned}
& + G_1(r+1, c) + G_2(r-1, c) - G_2(r+1, c) \Big\} - \frac{1}{2} g\eta/M_2 \cdot (\xi_1 - \xi_2) F_1(r) \\
& + \frac{1}{2} g\eta \left\{ \xi_1/M_2 \cdot (\varepsilon/4 + 1) - \xi_2(0.25/M_1 + 1/M_2) \right\} F_2(r); \quad r = 0, 1, 2, \dots, n-1, n; \\
u_{r+\frac{1}{2}} = & -\frac{1}{4} P_{c+\frac{1}{2}} \xi_2/M_2 \left\{ -G_1(r-1.5, c+0.5) + G_1(r+0.5, c+0.5) + G_2(r-1.5, c+0.5) \right. \\
& \left. - G_2(r+0.5, c+0.5) \right\} + \frac{1}{2} P_c \xi_1/M_2 \left\{ -G_1(r-1, c) + G_1(r, c) + G_2(r-1, c) - G_2(r, c) \right\} \\
& - g\eta/M_2 \cdot \left[\xi_1/2.0 \left\{ -F_3(r-1) + F_3(r) + 2.0/\varepsilon \cdot F_4(r) \right\} \right. \\
& \left. - \xi_2/4.0 \cdot \left\{ F_1(r-1) + F_1(r) - F_2(r-1) + F_2(r) \right\} \right]; \quad r = 0, 1, 2, \dots, n-2, n-1; \\
u_r'' = & -\frac{1}{2} P_{c+\frac{1}{2}} \xi_3/M_2 \cdot \left\{ -G_1(r-0.5, c+0.5) + G_1(r+0.5, c+0.5) + G_2(r-0.5, c+0.5) \right. \\
& \left. - G_2(r+0.5, c+0.5) \right\} + \frac{1}{16} P_c \cdot \xi_4/M_2 \cdot \left\{ -G_1(r-1, c) + G_1(r+1, c) + G_2(r-1, c) \right. \\
& \left. - G_2(r+1, c) \right\} - g\eta/M_2 \cdot \left[(\xi_4/8 - \xi_3/2) F_1(r) + \left\{ -\frac{1}{8} (1 + \varepsilon/4) \xi_4 + \xi_3/2 \right\} F_2(r) \right]; \\
& r = 0, 1, 2, \dots, n-1, n; \\
v_r'' = & P_{c+\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{2} \cdot \xi_5/M_2 \cdot \left\{ G_1(r, c) + G_1(r, c+1) \right\} - \frac{1}{2} (\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) \left\{ G_2(r, c) + G_2(r, c+1) \right\} \right] \\
& + P_c \left[\xi_5/M_2 \cdot G_1(r, c) - (\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) \cdot G_2(r, c) \right] - g\eta \left[2\xi_5/M_2 \cdot F_3(r) - \left\{ (\xi_6 + \xi_8)/M_1 \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\xi_5/M_2 \right\} / \varepsilon \cdot \left\{ 1.0 - F_5(r) \right\} \right]; \quad r = 1, 2, 3, \dots, n-2, n-1; \\
v_{r+\frac{1}{2}} = & P_{c+\frac{1}{2}} \left[\xi_5/M_c \cdot G_1(r-0.5, c+0.5) - (\xi_7/M_1 + \xi_5/M_2) \cdot G_2(r-0.5, c+0.5) \right] \\
& + \frac{1}{2} P_r \left[\xi_5/M_2 \cdot \left\{ G_1(r-1, c) + G_1(r, c) \right\} - (\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) \left\{ G_2(r-1, c) + G_2(r, c) \right\} \right] \\
& - g\eta/M_2 \cdot \xi_5 \left\{ F_3(r-1) + F_3(r) \times 3.0 - F_1(r) \right\} / 2 + g\eta \left[(\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) / \varepsilon \cdot \left\{ 1.0 - F_6(r) \right\} \right. \\
& \left. + (\xi_7/M_1 + \xi_5/M_2) \left\{ 1.0/\varepsilon \cdot (1.0 - F_5(r)) - \frac{1}{2} F_2(r) \right\} \right]; \quad r = 0, 1, 2, \dots, n-2, n-1;
\end{aligned}$$

ただし $\varepsilon = M_2/M_1$; $2 \cosh \theta = 2 + \varepsilon$;

$$G_1(r, c) = \begin{cases} r(n-c)/n & r \leq c \\ c(n-r)/n & r \geq c \end{cases}$$

$$G_2(r, c) = \begin{cases} \sinh \theta(n-c) \cdot \sinh \theta \cdot r / \sinh n\theta & r \leq c \\ \sinh \theta \cdot c \cdot \sinh \theta(n-r) / \sinh n\theta & r \geq c \end{cases}$$

$$F_1(r) = - \left[2nr - n_2 + (-1)^r \left\{ 1 - (-1)^n \right\} / 2 \right] / 2n;$$

$$F_2(r) = -2 \sinh(n\theta/2) \cdot \sinh \theta(r-0.5n) / (\sinh \theta \cdot \sinh n\theta) - (-1)^r \left\{ 1 - (-1)^n \right\} / \left\{ n(\varepsilon+4) \right\};$$

$$F_3(r) = r(n-r)/2; \quad F_4(r) = 2 \sinh(\theta/2) \cdot \sinh(n\theta/2) \cdot \sinh \theta(r-0.5n-0.5)/\sinh(n\theta);$$

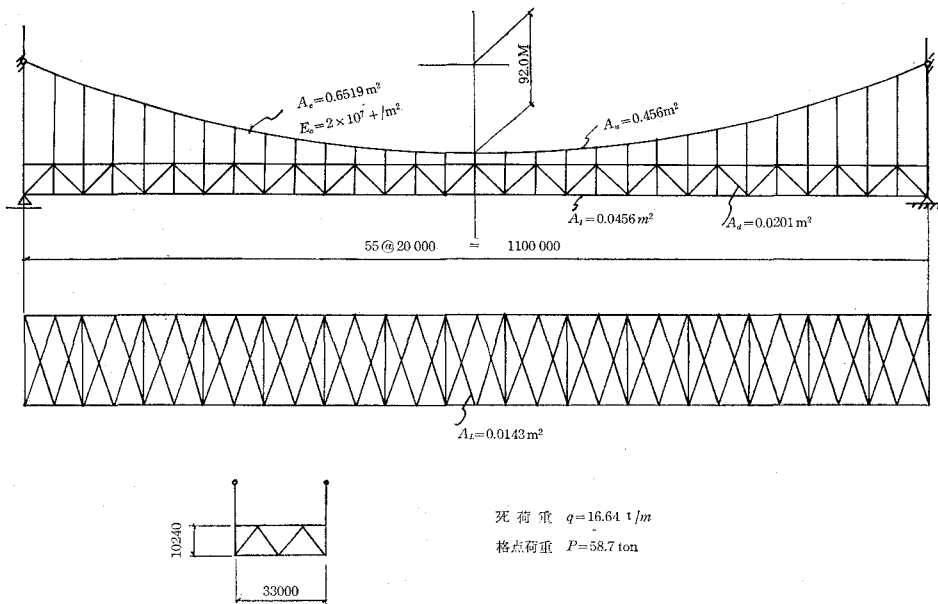
$$F_5(r) = 2 \sinh(n\theta/2) \cdot \cosh \theta(r-0.5n)/\sinh(n\theta);$$

$$F_6(r) = 2 \cosh(\theta/2) \cdot \sinh(n\theta/2) \cdot \cosh \theta(r-0.5-0.5n)/\sinh n\theta;$$

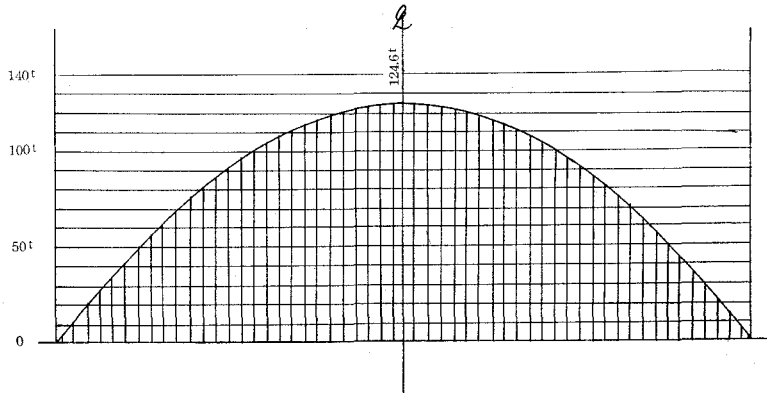
又活荷重張力は、鉛直変位の和分により与えられる。

$$H \cdot L_8 / E_c A_c - \frac{1}{r} \cdot \sum_0^n v \cdot \lambda / 2 = 0; \quad \frac{1}{r} = 8f/L_2; \quad f: \text{サグ};$$

$$L_8 = \int_0^L \sec^3 \varphi dx \doteq L(1+8f^2/L^2); \quad A_c: \text{ロープ断面積};$$



図—4



図—5 ロープ水平張力 H

以上によって両端単純支持かつ対称荷重状態での吊橋の解が求まったことになるが連続吊橋の場合は境界(支点)において, $u_0, u'_0, u''_0, u'''_0, u_n, u'_n, u''_n, u'''_n, w_0, w'_0, w_n, w'_n$ に関するつりあい式を求め, 又逆対称荷重の場合には, 軸直角方向水平変位を含めた8元の連立方程式を解くことに帰する。

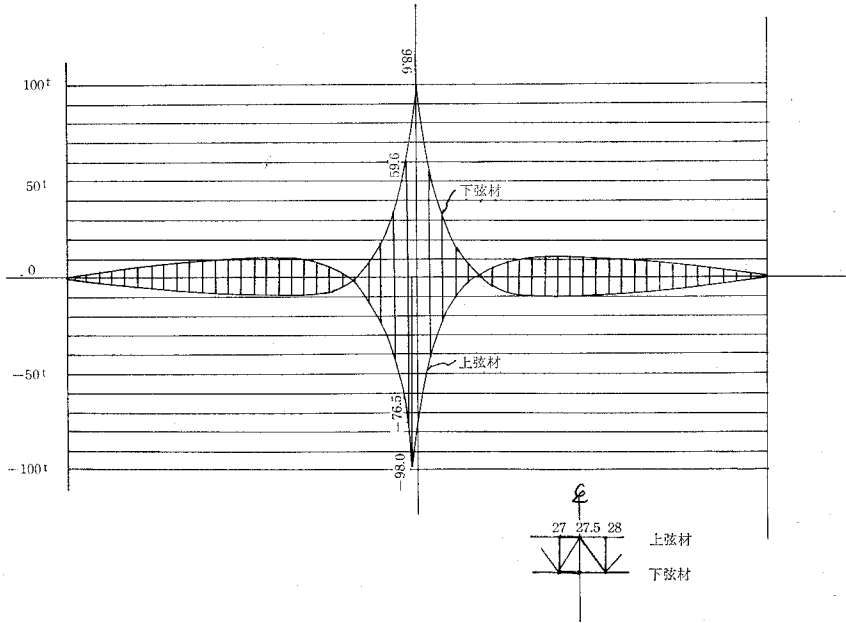


図-6 軸力影響線

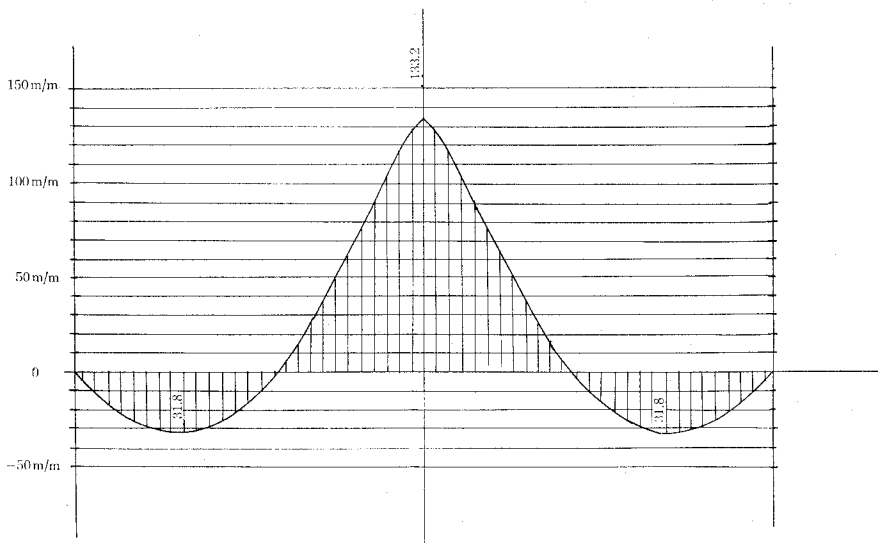


図-7 鉛直変位影響線 注目点 $n=27.5$

4. 計 算 例

図-4に示す各部材諸元によった計算結果は以下(図-5~図-7)となった。

5. む す び

横構面積 $A_L=0$ の場合についても計算した結果と比べ、作用力、鉛直変位ともに1%程度の増加となった。これは隔間長に比し幅員が広く、弦材と横構との角度 β を大きく取ったことにより、横構の弦材に対する効果が小さくなったと考えられる。

尚実施計算の一部は室蘭工業大学 *FACOM-231-ALGOL* によった。

又計算例は本州四国連絡橋 *L-1100* のデーターを用いた。(昭和48年5月21日受理)

文 献

- 1) S. G. Nomachi: "On Finite Fourier Sine Series with Respect to Finite Difference", the Memoirs of the Muroran Ins. Tech., Vol. 5, No. 1, pp. 187-202, July, 1965.
- 2) S. G. Nomachi: "A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration", the Memoirs of the Muroran Ins. Tech., Vol. 5, No. 2, pp. 205-212, Augst, 1966.
- 3) S. G. Nomachi, K. G. Matsuoka: "Application of Finite Fourier Integration Transforms for Structural Mechanics", Proceedings of the Twen tieth Japan National Congress for Applied Mechanics, pp 117-123, 1970.
- 4) S. G. Nomachi, K. G. Matsuoka: "Some Formuras Derived from Finite Integration", the Memoirs of the Muroran Ins. Tech., Vol. 7, No. 3, pp. 225-228, September, 1972.
- 5) T. Fukuda: "ANALYSIS OF LONGITUDINALLY LOADED SUSPENSION BRIDGES", oJurnal of the STRUCTURAL DIVISION, April, 1968.
- 6) 平井 敦・他著: 鋼橋 (III), 技報堂, pp. 382, 1967.