軸力のみを受ける部材のサブオプティミゼーションとその応用

その他（別言語等）のタイトル	Suboptimization of Axial Member and Its Application
著者	杉本　博之
雑誌名	室蘭工業大学研究報告．理工編
巻	8
号	2
ページ	217-231
発行年	1974-10-15
URL	http://hdl.handle.net/10258/3585

軸力のみを受ける部材のサブオプティミゼーションとその応用*

杉 本 博 之

Suboptimizrtion of Axial Member and Its Application

Hiroyuki Sugimoto

Abstract

A lot of reports were presented in the field of optimum design in these past 10 years. Some of them presented the optimum design of steel structures, others presented that of prestressed concrete bridges and so on. Many nonlinear programming methods were also studied.

A few problems were pointed out. One of them is an application of optimum design to real structures which consist of many members and are complex.

It is argued that suboptimization is necessary for optimum design to decrease the design variables.

This paper presents the exact solution of suboptimization of axial member with box or H-section and every kind of steel, and applies the solution to the fully stressed design of axial members.

The details of the structural design referred to are in the Highway Bridge Specification of 1972.

1. まえがき

構造総合あるいは最適設計という分野が最近注目されており，各方面（種々の鋼橋，プレストレストコンクリート橋等）に応用され，線形計画法，非線形計画法，動的計画法等を用いて多くの研究がなされている。

筆者はすでに，全応力設計の結果を利用する最適設計法を，修正全応力最適設計法として提案，発表している。ここで，全応力設計とは，従来の経験的な方法ではなく，部材断面の最適設計（サブオプティミゼーション）の結果を用いるものである。

本論文は，軸力のみを受ける部材（以下軸力部材とする）のサブオプティミゼーションと，その全応力設計への応用に関する数式をまとめたものであり，一般的な非線形計画法による最適設計にも応用できるものである。

細部の規定は，道路橋示方書（以下道示とする）昭和48年に従っている。

---

* 本論文は，北海道大学審査学位論文「アーチ系橋梁の最適設計と構造特性に関する研究」の1部である。

2. 記号の定義

x_1, x_2, x_3, x_f, B; 各断面寸法 (cm)
A; 断 面 積 (cm^2)
r; 断面2次半径 (cm)
l; 部 材 長 (cm)
σ_{ca}; 許容軸方向圧縮応力度 (kg/cm^2)
$k_1 \sim k_7$; 道示に規定されている各定数 (表-1 参照)
$a_1, a_2, b_1, b_2, a, b, c$; 最適断面における $r-A$ 関係式の各係数 (付表参照)
F_0; 作 用 軸 力 (kg)

表—1

	SS 41, SM 41 SMA 41	SM 50	SM 53, SM 53 Y SMA 53	SM 58 SMA 58
k_1	1400	1900	2100	2600
k_2	20	15	14	14
k_3	93	80	76	67
k_4	8.4	13	15	21
k_5	6700	5000	4500	3600
k_6	40	34	32	28
k_7	13	12	11	10

3. サブオプティミゼーション

軸力のみを受ける正方形断面，内幅 B を拘束された箱形断面，H 形断面の最適設計の結果を以下に示す。ただし，軸方向圧縮力を受ける場合である。

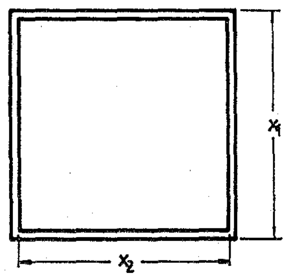
(1) 正方形断面

図-1 に示す正方形断面の最適設計の結果は次のようになる。

① $2.56 \leqq A \leqq 2.56\,(k_6+1)$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 0.3125\,A+0.8 \\ x_2 &= 0.3125\,A-0.8 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$r=\sqrt{\frac{(0.3125\,A)^2+0.64}{6}} \qquad (2)$$



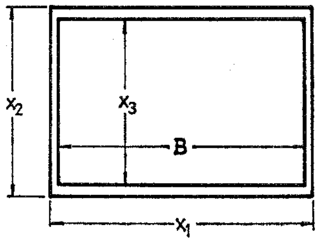
図—1

② $2.56\,(k_6+1)<A$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{k_6+2}{2\sqrt{k_6+1}}\sqrt{A} \\ x_2 &= \frac{k_6}{2\sqrt{k_6+1}}\sqrt{A} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$r=\sqrt{\frac{k_6^2+2k_6+2}{24(k_6+1)}}\sqrt{A} \qquad (4)$$

(2) 内幅を拘束された箱形断面



図—2

図-2に示す箱形断面の最適設計の結果は次のようになる。

i) $B \leqq 0.8k_6$

① $1.6(B+1.6) \leqq A \leqq 1.6(2B+1.6)$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= B+1.6 \\ x_2 &= 0.625A-B \\ x_3 &= 0.625A-(B+1.6) \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

$$r=a_1A+b_1 \qquad (6)$$

② $1.6(2B+1.6)<A$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_2=\sqrt{B^2+A} \\ x_3 &= B \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

$$r=\sqrt{\frac{2B^2+A}{12}} \qquad (8)$$

ii) $B>0.8k_6$

① $\frac{2B}{k_6}(B+1.6) \leqq A \leqq \frac{2B}{k_6}(B+1.6)+1.28k_6$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= B+1.6 \\ x_2 &= 0.625A-1.25\frac{B^2}{k_6} \\ x_3 &= 0.625A-\frac{2B(0.625B+1)}{k_6} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

$$r=a_1A+b_1 \qquad (10)$$

② $\frac{2B}{k_6}(B+1.6)+1.28k_6<A \leqq \left(\frac{2B}{k_6}\right)^2(1+k_6)$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= B-\frac{2}{k_6}\left(\frac{B}{k_6}-\sqrt{\left(\frac{B}{k_6}\right)^2-\left(B^2-\frac{k_6A}{2}\right)}\right) \\ x_2 &= \frac{B}{k_6}+\sqrt{\left(\frac{B}{k_6}\right)^2-\left(B^2-\frac{k_6A}{2}\right)} \\ x_3 &= -\frac{B}{k_6}+\sqrt{\left(\frac{B}{k_6}\right)^2-\left(B^2-\frac{k_6A}{2}\right)} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

$$r=\sqrt{a_2A+b_2} \qquad (12)$$

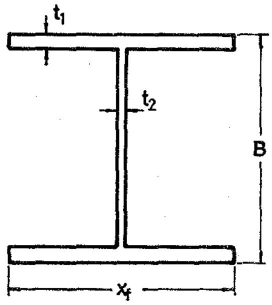
③ $\left(\frac{2B}{k_6}\right)^2(1+k_6)<A$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_2=\sqrt{B^2+A} \\ x_3 &= B \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

$$r=\sqrt{\frac{2B^2+A}{12}} \tag{14}$$

ここで，断面2次半径—断面積の関係式において，a_1, a_2, b_1, b_2 等の係数は，それぞれの区間の厳密に導かれた断面寸法の式を用い，区間の両端の値を用いて決定することができる。付表1～4は，それらを各鋼材ごとにまとめたものである。表中，$A_{\min}$, A_1, A_2 は，$r-A$ 曲線式を形成する曲線群の境界の部材断面積である。

(3) H 形 断 面



図—3

図-3 に示すH形断面の最適設計の結果は次のようになる。

① $B \leqq 0.8k_5+1.6$ かつ $A \leqq 0.8B+2.56k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1&=t_2=0.8\\ x_f&=\frac{A-0.8B}{1.6}+0.8 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

② $B>0.8k_6+1.6$ かつ $A \leqq B(B-1.6/k_6+2.56k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1&=0.8\\ t_2&=\frac{B-1.6}{k_6}\\ x_f&=\frac{1}{1.6}\left\{A-\frac{(B-1.6)^2}{k_6}\right\} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

③ $B<0.8k_6+1.6$ かつ $A \geqq 0.8B+2.56k_7$ あるいは

$B \geqq 0.8k_6+1.6$ かつ $A \geqq 0.8B+(B-0.8k_6)^2k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1&=\frac{0.5(x_f-0.8)}{k_7}\\ t_2&=0.8\\ x_f&=0.8+\sqrt{k_7(A-0.8B)} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

④ $A>B(B-1.6)/k_6+2.56k_7$ かつ $A<0.8B+(B-0.8k_6)^2k_7$

$$\left.\begin{aligned} t_1&=\frac{0.5(k_6x_f-B)}{k_6k_7-1}\\ t_2&=\frac{Bk_7-x_f}{k_6k_7-1}\\ x_f&=\frac{B(3k_6k_7-1)+\sqrt{B^2(3k_6k_7-1)^2-4k_6^2k_7\{B^2k_6k_7^2-(k_6k_7-1)^2A\}}}{2k_6^2k_7} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

また，$r-A$ 曲線は次のようになる。

$$A \leqq A_{**};\quad r=\sqrt{aA^2+bA+C} \tag{19}$$

$$A > A_{**};\quad r=r_u \tag{20}$$

ここで，r_u は次式で計算することができる。

$$\left.\begin{aligned} r_u &= 0.458B-0.25 \quad (\mathrm{SM}41) \\ r_u &= 0.455B-0.23 \quad (\mathrm{SM}50) \\ r_u &= 0.452B-0.22 \quad (\mathrm{SM}53) \\ r_u &= 0.449B-0.21 \quad (\mathrm{SM}58) \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

式(19)において，係数 a, b, c は，区間内の任意の断面積に対して厳密に計算された断面2次半径より計算することができる。それらを各鋼種ごとにまとめたのが，付表5～8である。

4. 修正全応力設計法

サブオプティミゼーションの結果を利用して，単一部材に軸方向圧縮力 F_0 が作用した場合の最適断面の計算方法を以下に示す。

それは，次の式を断面積 A について解くことになる。各断面寸法は，断面積 A の関数としてすでに誘導されている。

$$F_0 = A\times\sigma_{ca} \tag{22}$$

許容軸方向圧縮応力度 σ_{ca} は，道示により以下のように定められている。

$$\sigma_{ca} = j_1\times\left[k_1-j_2k_4\left(\frac{l}{r}-k_2\right)\right]+(1-j_1)\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+\left(\dfrac{l}{r}\right)^2} \tag{23}$$

ここで，

$$\begin{aligned} l/r \leqq k_2\ &;\ j_1=1,\quad j_2=0 \\ k_2<l/r<k_3\ &;\ j_1=1,\quad j_2=1 \\ k_3\leqq l/r\ &;\ j_1=0,\quad j_2=1 \end{aligned}$$

式(23)及び式(2), (4), (6), (8), (10), (12), (14), (19), (20)を式(22)に代入することにより求めるAを計算することができる。それらを各断面形ごとに以下に示す。

(1) 正方形断面

道示により許容軸方向圧縮応力度は3つの曲線に分かれている。それぞれの曲線の境界の断面積及び許容軸方向圧縮力を A_l, F_l $(l/r=120)$, A_m, F_m $(l/r=k_3)$, A_u, F_u $(l/r=k_2)$, また，最適な断面における $r-A$ 曲線は2つの部分に分かれており，その境界の断面積及び許容軸方向圧縮力を A_1, F_1 とする。

上に述べた定義より，F_l, F_m, F_u は次式で表現できる。

$$\left.\begin{aligned} F_l &= A_l\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+14400} \\ F_m &= A_m\times\{k_1-k_4(k_3-k_2)\} \\ F_u &= A_u\times k_1 \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

また，

$$A_1 = 2.56\,(k_6+1)$$

であり，$A \leqq A_1$ において

$$r = \sqrt{\frac{(0.3125\,A)^2+0.64}{6}} \fallingdotseq 0.1276\,A$$

と仮定する。さらに，

$$Z = \sqrt{\frac{k_6^2+2k_6+2}{24\,(k_6+1)}}$$

$$L_1 = 39.192\sqrt{k_6^2+2k_6+2}$$

$$L_2 = 0.3266\,k_3\sqrt{k_6^2+2k_6+2}$$

$$L_3 = 0.3266\,k_2\sqrt{k_6^2+2k_6+2}$$

とすると，A_l, A_m, A_u は，与えられた部材長により以下のように定義される。

$$\text{i)}\quad l \leqq L_3;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = l/15.312, & A_m = l/(0.1276\,k_3) \\ A_u = l/(0.1276\,k_2) & \end{array}\right\} \tag{25}$$

$$\text{ii)}\quad L_3 < l \leqq L_2;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = l/15.312, & A_m = l/(0.1276\,k_3) \\ A_u = \{l/(k_2 Z)\}^2 & \end{array}\right\} \tag{26}$$

$$\text{iii)}\quad L_2 < l \leqq L_1;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = l/15.312, & A_m = \{l/(k_3 Z)\}^2 \\ A_u = \{l/(k_2 Z)\}^2 & \end{array}\right\} \tag{27}$$

$$\text{iv)}\quad L_1 < l;\quad \left.\begin{array}{ll} A_l = \{l/(120\,Z)\}^2, & A_m = \{l/(k_3 Z)\}^2 \\ A_u = \{l/(k_2 Z)\}^2 & \end{array}\right\} \tag{28}$$

以上の諸量を決定しておくことにより，外力 F_0 が与えられると部材断面積は以下のように決定することができる。

① $F_0 \geqq F_u$

$$A = \frac{F_0}{k_1} \tag{29}$$

② $F_u > F_0 \geqq F_m$

a) $l \leqq L_3$

$$A = \frac{k_4\,l/0.1276+F_0}{k_1+k_2\,k_4} \tag{30}$$

b) $L_3 < l \leqq L_2$

$$F_1 = A_1 \times \left\{k_1 - k_4\left(\frac{l}{Z\sqrt{A_1}} - k_2\right)\right\}$$

• $F_0 < F_1$

$$A = \frac{k_4\,l/0.1276+F_0}{k_1+k_2\,k_4} \tag{31}$$

・$F_0 \geqq F_1$

$$A=\left\{\frac{k_4 l/Z+\sqrt{(k_4 l/Z)^2+4F_0(k_1+k_2k_4)}}{2(k_1+k_2k_4)}\right\}^2 \tag{32}$$

c）$L_2<l$

$$A=\left\{\frac{k_4 l/Z+\sqrt{(k_4 l/Z)^2+4F_0(k_1+k_2k_4}}{2(k_1+k_2k_4)}\right\} \tag{33}$$

③ $F_m>F_0\geqq F_l$

a）$l\leqq L_2$

$$1.2\times10^7A^3-k_5F_0A^2-F_0\left(\frac{l}{0.1276}\right)^2=0 \tag{34}$$

この3次方程式の最大実根。

b）$L_2<l\leqq L_1$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+\left(\frac{l}{Z\sqrt{A}}\right)^2}$$

・$F_0<F_1$

$$1.2\times10^7A^3-k_5F_0A^2-F_0\left(\frac{l}{0.1276}\right)^2=0 \tag{35}$$

この3次方程式の最大実根。

・$F_0\geqq F_1$

$$A=\frac{k_5F_0+\sqrt{(k_5F_0)^2+4.8\times10^7l^2F_0/Z^2}}{2.4\times10^7} \tag{36}$$

c）$L_1<l$

$$A=\frac{k_5F_0+\sqrt{(k_5F_0)^2+4.8\times10^7l^2F/Z^2}}{2.4\times10^7} \tag{37}$$

④ $F_0<F_l$

$$A=A_l \tag{38}$$

(2) 内幅を拘束された箱形断面

正方形断面の場合と考え方は同様である。

まず最初に，A_l, A_m, A_u, F_l, F_m, F_u 及び A_1, F_1, $B>0.8k_6$ の場合は $r-A$ 曲線が3つに分かれるのでさらに A_2, F_2 を求めておく。

① $B\leqq0.8k_6$；　$A_1=1.6(2B+1.6)$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{a）}\ l\leqq k_2\sqrt{\dfrac{2B^2+A_1}{12}}; & A_l=\dfrac{l/120-b_1}{a_1}\\[2ex] A_m=\dfrac{l/k_3-b_1}{a_1}, & A_u=\dfrac{l/k_2-b_1}{a_1}\end{array}\right\} \tag{39}$$

$$F_1 = A_1 k_1 \tag{40}$$

b） $$\left.\begin{aligned} & k_2\sqrt{\frac{2B^2+A_1}{12}}<l\leqq k_3\sqrt{\frac{2B^2+A_1}{12}}\,; \qquad A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1} \\ & A_m=\frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u=12\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2 \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

$$F_1 = A_1\times\left\{k_1-k_4\left(\frac{l}{\sqrt{(2B^2+A_1)/12}}-k_2\right)\right\} \tag{42}$$

c） $$\left.\begin{aligned} & k_3\sqrt{\frac{2B^2+A_1}{12}}<l\leqq 120\sqrt{\frac{2B^2+A_1}{12}}\,; \qquad A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1} \\ & A_m=12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2, \qquad A_u=12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

$$F_1 = A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+(l/\sqrt{2B^2+A_1)/12})^2} \tag{44}$$

d） $$\left.\begin{aligned} & 120\sqrt{\frac{2B^2+A_1}{12}}<l\,; \qquad A_l=12\times\left(\frac{l}{120}\right)^2-2B^2 \\ & A_m=12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2, \qquad A_u=12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

$$F_1 = A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+(l/\sqrt{(2B^2+A_1/12)})^2} \tag{46}$$

② $B>0.8\,k_6$

$$A_1=\frac{2B}{k_6}(B+1.6)+1.28\,k_6, \qquad A_2=\left(\frac{2B}{k_6}\right)^2(1+k_6)$$

$$R_1=\frac{l}{a_1A_1+b_1}, \qquad R_2=\frac{l}{\sqrt{(2B^2+A_2)/12}}$$

a） $R_1\leqq k_2$ かつ $R_2\leqq k_2$；

$$A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1}, \qquad A_m=\frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u=\frac{l/k_2-b_1}{a_1} \tag{47}$$

$$F_1=A_1\times{}_1k, \qquad F_2=A_2\times k_1 \tag{48}$$

b） $k_2<R_1\leqq k_3$ かつ $R_2\leqq k_2$；

$$A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1}, \qquad A_m=\frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u=\frac{(l/k_2)^2-b_2}{a_2} \tag{49}$$

$$F_1=A_1\times\{k_1-k_4(R_1-k_2)\}, \qquad F_2=A_2\times k_1 \tag{50}$$

c） $k_2<R_1\leqq k_3$ かつ $k_2<R_2\leqq k_3$；

$$A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1}, \qquad A_m=\frac{l/k_3-b_1}{a_1}, \qquad A_u=12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \tag{51}$$

$$F_1=A_1\times\{k_1-k_4(R_1-k_2)\}, \qquad F_2=A_2\times\{k_1-k_4(R_2-k_2)\} \tag{52}$$

d） $k_3<R_1\leqq 120$ かつ $R_2\leqq k_2$

$$A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1},\qquad A_m=\frac{(l/k_3)^2-b_2}{a_2},\qquad A_u=\frac{(l/k_2)^2-b_2}{a_2} \tag{53}$$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_1^2},\qquad F_2=A_2\times k_1 \tag{54}$$

e) $k_3<R_1\leqq120$ かつ $k_2<R_2\leqq k_3$

$$A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1},\qquad A_m=\frac{(l/k_3)^2-b_2}{a_2},\qquad A_u=12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \tag{55}$$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_1^2},\qquad F_2=A_2\times\{k_1-k_4(R_2-k_2)\} \tag{56}$$

f) $k_3<R_1\leqq120$ かつ $k_3<R_2\leqq120$

$$A_l=\frac{l/120-b_1}{a_1},\qquad A_m=12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2,\qquad A_u=12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \tag{57}$$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10_7}{k_5+R_1^2},\qquad F_2=A_2\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_2^2} \tag{58}$$

g) $R_1>120$ かつ $R_2\leqq k_2$

$$A_l=\frac{(l/120)^2-b_2}{a_2},\qquad A_m=\frac{(l/k_3)^2-b_2}{a_2},\qquad A_u=\frac{(l/k_2)^2-b_2}{a_2} \tag{59}$$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_1^2},\qquad F_2=A_2\times k_1 \tag{60}$$

h) $R_1>120$ かつ $k_2<R_2\leqq k_3$

$$A_l=\frac{(l/120)^2-b_2}{a_2},\qquad A_m=\frac{(l/k_3)^2-b_2}{a_2},\qquad A_u=12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \tag{61}$$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_1^2},\qquad F_2=A_2\times\{k_1-k_4(R_2-k_2)\} \tag{62}$$

i) $R_1>120$ かつ $k_3<R_2\leqq120$

$$A_l=\frac{(l/120)^2-b_2}{a_2},\qquad A_m=12\times\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^2,\qquad A_u=12\times\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \tag{63}$$

$$F_1=A_1\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_1^2},\qquad F_2=A_2\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_2^2} \tag{64}$$

j) $R_1>120$ かつ $R_2>120$

$$A_l=12\left(\frac{l}{120}\right)^2-2B^2,\quad A_m=12\left(\frac{l}{k_3}\right)^2-2B^?,\quad A_u=12\left(\frac{l}{k_2}\right)^2-2B^2 \tag{65}$$

$$F_1=A_1\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_1^2},\qquad F_2=A_2\times\frac{1.2\times10^7}{k_5+R_2^2} \tag{66}$$

以上の式をもちいると，F_l, F_m, F_u は以下のように計算される。

$$\left.\begin{aligned}F_l&=A_l\frac{1.2\times10^7}{k_5+14400}\\F_m&=A_m\times\{k_1-k_4(k_3-k_2)\}\\F_u&=A_u\times k_1\end{aligned}\right\} \tag{67}$$

これらの諸量を決定しておくことにより，外力F_0が与えられると部材断面積は以下のように計算される。

① $F_0 \geqq F_u$

$$A=\frac{F_0}{k_1} \tag{68}$$

② $F_u > F_0 \geqq F_m$

a) $F_0 \geqq F_1$

・$B \leqq 0.8k_6$ あるいは $B>0.8k_6$ かつ $F_0 \geqq F_2$

$$(k_1+k_2k_4)^2A^3-\{2F_0(k_1+k_2k_4)+12k_4^2l^2-2B^2(k_1+k_2k_4)^2\}A^2+ \\ +\{F_0^2-4F_0B^2(k_1+k_2k_4)\}A+B^2F_0^2=0 \tag{69}$$

この3次方程式の $A_1 \leqq A < A_u$ あるいは $A_2 \leqq A < A_u$ なる実根。

・$B>0.8k_6$ かつ $F_0<F_2$

$$a_2(k_1+k_2k_4)^2A^3-\{2F_0a_2(k_1+k_2k_4)+k_4^2l^2-b_2(k_1+k_2k_4)^2\}A^2+ \\ +\{a_2F_0^2-2F_0b_2(k_1+k_2k_4)\}A+b_2F_0^2=0 \tag{70}$$

この3次方程式の $A_m \leqq A < A_2$ なる実根。

b) $F_0<F_1$

$$A=\{k_4l+a_1F_0-b_1(k_1+k_2k_4)+\sqrt{\{k_4l+a_1F_0-b_1(k_1+k_2k_4)\}^2+ +4a_1b_1F_0(k_1+k_2k_4)}\}/\{2a_1(k_1+k_2k_4)\} \tag{71}$$

③ $F_m > F_0 \geqq F_l$

a) $F_0 \geqq F_1$

・$B \leqq 0.8k_6$ あるいは $B>0.8k_6$ かつ $F_0 \geqq F_2$

$$A=\frac{k_5F_0}{2.4\times10^7}-B^2+\sqrt{\left(\frac{k_5F_0}{2.4\times10^7}-B^2\right)^2+\frac{F_0(k_5B^2+6l^2)}{3.6\times10^7}} \tag{72}$$

・$B>0.8k_6$ かつ $F_0<F_2$

$$A=\left\{\frac{a_2k_5F_0}{1.2\times10^7}-b_2+\sqrt{\left(\frac{a_2k_5F_0}{1.2\times10^7}-b_2\right)^2+\frac{a_2F_0(b_2k_5+l^2)}{0.3\times10^7}}\right\}\Big/(2a_2) \tag{73}$$

④ $F_0<F_l$

$$A=A_l \tag{74}$$

(3) H 形 断 面

この場合も，正方形断面の場合と考え方は同じである。

まず最初に，A_l, A_m, A_u, F_l, F_m, F_u, A_1, F_1 を求めておく。

$$A_l=\frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/120)^2\}}}{2a} \tag{75}$$

① $l \leqq k_2 r_u$

$$A_m = \frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/k_3)^2\}}}{2a}, \quad A_u = \frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/k_2)^2\}}}{2a} \tag{76}$$

$$F_1 = k_1 A_{**} \tag{77}$$

② $k_2 r_u < l \leqq k_3 r_u$

$$A_m = \frac{-b+\sqrt{b^2-4a\{c-(l/k_3)^2\}}}{2a}, \qquad A_u = \infty \tag{78}$$

$$F_1 = A_{**} \times \{k_1 - k_4 (l/r_u - k_2)\} \tag{79}$$

③ $k_3 r_u < l \leqq 120 r_u$

$$A_m = A_u = \infty \tag{80}$$

$$F_1 = A_{**} \times \frac{1.2\times 10^7}{k_5+(l/r_u)^2} \tag{81}$$

ここで，A_m, A_u が無限大になる場合があるのは，$A > A_{**}$ では $r > r_u$ とはなり得ず，A_m, A_u を求めることができない場合があり，その場合仮りにそれらの断面積を無限大としている。

以上の諸量が求まると，与えられた外力 F_0 に対して部材断面積は次のように求めることができる。

① $F_0 \geqq F_u$

$$A = \frac{F_0}{k_1} \tag{82}$$

② $F_u > F_0 \geqq F_m$

a） $F_0 \geqq F_1$

$$A = \frac{F_0}{k_1 + k_4 (k_2 - l/r_u)} \tag{83}$$

b） $F_0 < F_1$

$$\begin{aligned} & a(k_1+k_2 k_4)^2 A^4 + (k_1+k_2 k_4)\{b(k_1+k_2 k_4) - 2aF_0\} A^3 + \{c(k_1+k_2 k_4)^2 - \\ & \quad -2bF_0(k_1+k_2k_4) + aF_0^2 - k_4^2 l^2\} A^2 + F_0\{bF_0 - 2c(k_1+k_2k_4)\} A + cF_0^2 = 0 \end{aligned} \tag{84}$$

この4次方程式の $A_1 > A \geqq A_m$ なる実根。

③ $F_m > F_0 \geqq F_l$

a） $F_0 \geqq F_1$

$$A = \frac{F_0\{k_5+(l/r_u)^2\}}{1.2\times 10^7} \tag{85}$$

b） $F_0 < F_1$

$$aA^3 + \left(b - \frac{a k_5 F_0}{1.2\times 10^7}\right) A^2 + \left(c - \frac{b k_5 F_0}{1.2\times 10^7}\right) A - \frac{F_0 (c k_5 + l^2)}{1.2\times 10^7} = 0 \tag{86}$$

この3次方程式の $A_1 > A \geqq A_l$ なる実根。

④ $F_0 < F_l$

$$A = A_l \tag{87}$$

なお，以上の(1), (2), (3)において，圧縮部材の細長比の制限 $l/r \leqq 120$ は考慮されている。

5. あとがき

軸力のみを受ける部材のサブオプティミゼーション，および，その結果を利用する全応力設計（修正全応力設計）について説明した。

最適設計法を，実際に存在する橋梁のように大型で複雑な構造物に適用するには，設計変数を減少させるために，サブオプティミゼーションの存在が不可欠の条件となる。その意味で，本論文で示したサブオプティミゼーション，および，外力 F_0 に対して断面積を決定する式は，一般的な非線形計画法を用いる最適設計にも応用できるものである。

本論文の結果を利用して，トラス橋，ランガー桁橋の最適設計を行なった例が，文献(1), (2)にあるので参照されたい。

最後に，本研究は北海道大学工学部橋梁学研究室において，工博渡辺昇教授，工博稼農知徳助教授（当時）の御指導のもとで行なわれたものの一部であることを付記し，感謝の意を表したい。

(昭和49年5月20日受理)

参考文献

1) 杉本博之： 土木学会論文報告集，第208号，23頁，1972年.
2) 渡辺 昇・杉本博之： 土木学会第28回年次学術講演会講演概要集，208頁，1973年.

付 表

付表—1 SM 41

B	a_1	b_1	a_2	b_2	$A_{\min}$	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2524	−12.30	—	—	50.56	98.56	—
40	0.2657	−21.53	2.677	−158.7	83.20	134.40	164.00
50	0.2770	−35.02	2.838	−289.2	129.00	180.20	256.25
60	0.2846	−51.73	2.950	−457.9	184.80	236.00	369.00
70	0.2898	−71.61	3.030	−663.3	250.60	301.80	502.25
80	0.2934	−94.61	3.088	−904.3	326.40	377.60	656.00
90	0.2960	−120.7	3.131	−1180	412.20	463.40	830.25

付表—2 SM 50

B	a_1	b_1	a_2	b_2	A_{min}	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2580	−13.88	2.192	− 79.8	55.76	99.28	109.00
40	0.2736	−26.10	2.376	−177.5	97.88	141.40	193.77
50	0.2832	−42.13	2.496	−313.9	151.76	195.28	302.77
60	0.2893	−61.89	2.577	−487.1	217.41	260.93	435.99
70	0.2933	−85.29	2.632	−695.8	294.82	338.34	593.43
80	0.2960	−112.3	2.671	−939.2	384.00	427.52	775.09
90	0.2979	−142.9	2.700	−1217	484.94	528.46	980.97

付表—3 SM 53

B	a_1	b_1	a_2	b_2	A_{min}	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2613	−14.94	2.101	− 84.1	59.25	100.21	116.02
40	0.2762	−28.00	2.268	−184.0	104.00	144.96	206.25
50	0.2852	−45.08	2.376	−322.1	161.25	202.21	322.27
60	0.2907	−66.08	2.446	−496.5	231.00	271.96	464.06
70	0.2943	−90.93	2.494	−706.0	313.25	354.21	631.64
80	0.2967	−119.6	2.528	−950.0	408.00	448.96	825.00
90	0.2983	−152.1	2.552	−1228	515.25	556.21	1044.14

付表—4 SM 58

B	a_1	b_1	a_2	b_2	A_{min}	A_1	A_2
10	0.2475	− 4.13	—	—	18.56	34.56	—
20	0.2511	− 8.22	—	—	34.56	66.56	—
30	0.2681	−17.54	1.908	− 93.0	67.71	103.55	133.16
40	0.2812	−32.60	2.042	−197.0	118.86	154.70	236.73
50	0.2887	−52.17	2.123	−338.0	184.29	220.13	369.90
60	0.2932	−76.16	2.175	−514.4	264.00	299.84	532.65
70	0.2959	−104.5	2.210	−725.3	358.00	393.84	725.00
80	0.2976	−137.1	2.234	−970.2	466.29	502.13	946.94
90	0.2987	−174.1	2.252	−1249	588.86	624.70	1198.47

付表—5 SM 41

B	$a(\times 10^{-4})$	$b(\times 10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	−520.17	410.32	−62.02	45	4.33
20	5.660	99.80	−23.28	110	8.91
30	3.159	99.02	−34.28	210	13.56
40	4.374	91.83	−48.87	360	18.19
50	7.485	73.12	−59.92	570	22.74
60	10.210	51.15	−64.46	810	27.28
70	12.243	29.85	−61.14	1110	31.83
80	13.552	4.56	−49.16	1440	36.38
90	14.240	−17.80	−28.09	1830	40.92

付表—6 SM 50

B	$a(\times 10^{-4})$	$b(\times 10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	−1136.3	831.06	−132.87	45	4.32
20	4.809	92.75	− 21.53	115	8.89
30	1.652	95.44	− 34.50	220	13.52
40	5.158	79.71	− 48.65	390	18.06
50	8.286	59.22	− 57.35	610	22.57
60	10.774	36.15	− 58.33	880	27.08
70	12.436	12.46	− 50.28	1190	31.60
80	13.348	−10.61	− 32.45	1560	36.11
90	13.677	−32.38	− 4.43	1970	40.63

付表—7 SM 53

B	$a(\times 10^{-4})$	$b(\times 10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	−600.97	466.60	−71.78	40	4.30
20	4.505	84.96	−19.57	110	8.86
30	2.569	85.39	−32.14	235	13.48
40	5.328	70.63	−45.18	420	17.97
50	8.310	50.47	−52.23	660	22.46
60	10.569	28.20	−51.54	940	26.95
70	11.992	5.66	−41.88	1280	31.44
80	12.699	−16.08	−22.55	1670	35.94
90	12.875	−36.44	− 6.85	2110	40.43

付表—8 SM 58

B	$a\,(\times 10^{-4})$	$b\,(\times 10^{-2})$	c	A_{**} (cm²)	r_u (cm)
10	185.32	8.97	− 5.79	40	4.28
20	3.814	77.69	−17.76	120	8.83
30	2.724	76.05	−31.70	255	13.37
40	5.804	59.72	−43.02	460	17.83
50	8.602	39.04	−47.71	710	22.28
60	10.529	16.91	−43.88	1020	26.74
70	11.598	− 4.99	−30.35	1390	31.20
80	12.000	−25.73	− 6.41	1810	35.66
90	11.945	−44.93	28.33	2290	40.11