

## トラスの一次, 二次応力測定

その他（別言語等） のタイトル	Measurements of the Primary Stress and the Secondary Stress of the Truss
著者	浜田 恒平, 内藤 正鄰, 門脇 良一, 小田中 一夫, 前田 三憲
雑誌名	室蘭工業大学研究報告. 理工編
巻	8
号	3
ページ	631-639
発行年	1976-01-30
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3616">http://hdl.handle.net/10258/3616</a>

# トラスの一次，二次応力測定

浜田恒平・内藤正鄰・門脇良一・小田中一夫\*・前田三憲\*\*

## Measurements of the Primary Stress and the Secondary Stress of the Truss

Kouhei Hamada, Masachika Naito, Ryoichi Kadowaki,  
Kazuo Odanaka and Mitzunori Maeda

### Abstract

To examine the primary and the secondary stress of the truss, some experiments on the model truss were carried out. The model truss made of steel pipes was overhead crane type, span length  $l = 320$  cm, height  $h = 32$  cm, pipe diameter  $d = 27.2$  mm. Joints of members were welded. The truss was supported at its ends and carried concentrated loads at the joint of the upper cord. The stress of the member was measured with the electric resistance strain gauge. The axial force and the bending moment of the joint were measured and calculated individually. Experimental results were compared with the values of the theoretical calculation.

### 1. 緒 言

普通静定トラスの応力解析は節点がピンであると仮定し，静力学的に求める。したがって部材はすべて軸力で，曲げについては考慮しない。これが一次応力である。しかしながら実際の構造物では，ピン継手ではなく，溶接あるいは鉄止めになっている。その結果，節点における固定モーメントの影響があらわれてくる。これが二次応力で，厳密な設計の際には，このことを考慮する必要がある。二次応力については計算方法はあるが<sup>1)</sup>実験でこれを確めた例はあまりない。そこで著者らは模型トラスを製作し，これの一次，二次応力についての計算値と実験値との比較検討を行った。実際の骨組構造物の構成部材は型鋼類が多く用いられており，特に山型鋼の場合，重心は断面の外に出るため，型鋼表面にストレインゲージを接着し，ひずみを測定しても，部材に働く軸力と曲げを簡単に分離することは出来ない。そこでこの模型トラスの構成部材として円型断面のパイプを用い，応力測定箇所においては，パイプ断面の上下左右のひずみを別々に測定することにより，軸力と曲げを分離することにした。

### 2. 実験装置および方法

実験に用いた模型トラスの形状の概略を図1に示す。ここでA，B，Cは荷重の負荷位置，

---

\*日本ケミカルコンデンサー(株)，\*\*巴組鉄工所(株)

また 1, 2, 3...9 は各部材との節点を示す。×印はひずみの測定位置である。部材としては配管用炭素鋼管 J I S 34521, 呼び径 15 A, 外径 27.2<sup>mm</sup>, 厚さ 2.8<sup>mm</sup> を用いた。これらの材料の機械的性質は, 降伏点 25 kg/mm<sup>2</sup>, 引張強さ 38 kg/mm<sup>2</sup>, 伸び 26% であった。各部材節点は溶接継手であり, 主桁のみとし, 横構桁は通しボルトを用いた。荷重の載荷装置は既報<sup>2)</sup>と同様で, 支点には反力計を用い荷重の配分を検定した。荷重の負荷位置はトラス中央の A 点, これより 320<sup>mm</sup>, 640<sup>mm</sup> 隔れた B 点, C 点の 3ヶ所とした。荷重は 500 kg, 1,000 kg, 1,500 kg, 2,000 kg の 4 種類とした。それ故, 片側主桁には, これらの半分の荷重が負荷される。トラスは左右対称なので, ひずみ測定のためのストレインゲージは図 1 に示す左半分の部材に 1ヶ所につき上下左右 4 枚接着した。ここで二次応力の影響が大きく現われると考えられる部材には 3ヶ所, 影響の少ない部材では中央のみとした。またトラス中央の撓みはダイヤルゲージを用いて測定した。

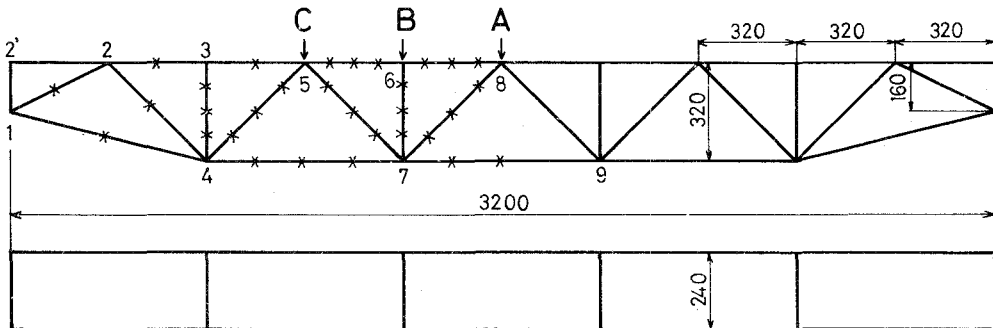


図 1 模型トラス

### 3. 理論計算

一次応力は普通の図式解法により, 二次応力は次の撓角分配法により求めた。

基本撓角式は

$$M_{ab} = K_{ab}(2\varphi_a + \varphi_b + \psi_{ab}) \quad (1)$$

$M_{ab}$ : 部材 a - b における材端 a の曲げモーメント

$K_{ab}$ : 部材 a - b の断面二次モーメントを部材長で割ったもの

$\varphi_a, \varphi_b$ : 部材 a - b の a 端, b 端の撓角の 2 E 倍。E は縦弾性係数。

$\psi_{ab}$ : 部材 a - b の回軸角の -6 E 倍 (Willot. Mohr の変位図より求める)

図 2 に示すようにトラスの一節点 (m) を取り出して考える。節点 (m) が荷重により (m') に移動し, 他端 1, 2, 3...n が 1', 2', 3'...n' に移動し, かつそれぞれ撓角を生じたものとすれば節点 (m) における曲げモーメントの釣合条件は

$$M_{m1} + M_{m2} + M_{m3} + \dots + M_{mn} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_{m1} &= K_{m1}(2\varphi_m + \varphi_1 + \psi_{m1}) \\ M_{m2} &= K_{m2}(2\varphi_m + \varphi_2 + \psi_{m2}) \\ &\vdots \\ M_{mn} &= K_{mn}(2\varphi_m + \varphi_n + \psi_{mn}) \end{aligned}$$

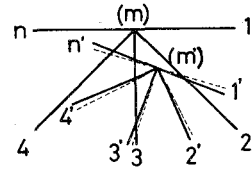


図 2

よって

$$\varphi_m j_m + \varphi_1 K_{m1} + \varphi_2 K_{m2} + \dots + \varphi_n K_{mn} + \psi_{m1} K_{m1} + \psi_{m2} K_{m2} + \dots + \psi_{mn} K_{mn} = 0 \quad (3)$$

ここに

$$j_m = 2(K_{m1} + K_{m2} + \dots + K_{mn}) \quad (4)$$

あるいは (3) より

$$\varphi_m = -(\varphi_1 \gamma_{m1} + \varphi_2 \gamma_{m2} + \dots + \varphi_n \gamma_{mn} + \psi_{m1} \gamma_{m1} + \psi_{m2} \gamma_{m2} + \dots + \psi_{mn} \gamma_{mn}) \quad (5)$$

ここで

$$\gamma_{m1} = K_{m1}/j_m, \gamma_{m2} = K_{m2}/j_m, \dots, \gamma_{mn} = K_{mn}/j_m \quad (6)$$

$\gamma$  は撓角分配率と呼ばれ、また  $\psi_{m1}, \psi_{m2}, \dots, \psi_{mn}$  は次式で示される。

$$\psi_{m1} = -6E d_{m1}/l_{m1}, \psi_{m2} = -6E d_{m2}/l_{m2}, \dots, \psi_{mn} = -6E d_{mn}/l_{mn} \quad (7)$$

よって

$$\varphi_m = \Delta_m - (\varphi_1 \gamma_{m1} + \varphi_2 \gamma_{m2} + \dots + \varphi_n \gamma_{mn}) \quad (8)$$

ここで

$$\Delta_m = 6 \left( \frac{Ed_{m1}}{l_{m1}} \gamma_{m1} + \frac{Ed_{m2}}{l_{m2}} \gamma_{m2} + \dots + \frac{Ed_{mn}}{l_{mn}} \gamma_{mn} \right) \quad (8)'$$

式中  $d_{m1}, d_{m2}, \dots, d_{mn}$  は Willot, Mohr の変位図より求める。したがって与えられた荷重に対しては  $\Delta_m$  の値は一定の数値となる。 $\Delta_m$  は (8) 式において  $\varphi_1$  より  $\varphi_n$  までの  $\varphi$  を 0 とした場合の  $\varphi_m$  の値に等しく、換言すれば図 2 に与えられた節点 1, 2,  $\dots$ , n をすべて固定端と考え、それらの変位のみを許した場合の節点 (m) における撓角を示すことになる。故に今、トラスのすべての節点においてかくのごとき撓角を考え、これを  $\varphi^{(0)}$  で表わす時は

$$\varphi_m^{(0)} = \Delta_m \quad (9)$$

本解法においては各節点において求めた  $\Delta_m$  をその節点の撓角の概算値にとる。したがって節点 1 では撓角の概算値  $\varphi_1^{(0)}$  は次式で与えられる。

$$\varphi_1^{(0)} = \Delta_1 \quad (10)$$

同様に節点 2, 3, 4 に対しては、 $\varphi_2^{(0)} = \Delta_2, \varphi_3^{(0)} = \Delta_3, \varphi_4^{(0)} = \Delta_4$  となる。(8) 式中の  $\varphi$  にこれらの  $\varphi^{(0)}$  を使い、得られた  $\varphi_m$  を  $\varphi_m^{(1)}$  とすれば

$$\varphi_m^{(1)} = \Delta_m - \{\varphi_1^{(0)} \gamma_{m1} + \varphi_2^{(0)} \gamma_{m2} + \dots + \varphi_n^{(0)} \gamma_{mn}\} \quad (11)$$

例えば  $\varphi_1^{(1)} = \Delta_1 - \{\varphi_2^{(0)}\gamma_{12} + \varphi_4^{(0)}\gamma_{14}\}$  である。次に  $\varphi_2^{(1)}$  を求めるには  $\varphi_1^{(1)}$  の値を用いて  $\varphi_2^{(1)} = \Delta_2 - \{\varphi_1^{(1)}\gamma_{21} + \varphi_3^{(0)}\gamma_{23} + \varphi_4^{(0)}\gamma_{24}\}$  となる。計算を 5, 6 回行くと  $\varphi_m^{(4)} \doteq \varphi_m^{(5)} \doteq \varphi_m^{(6)}$  となるのでこの値を  $\varphi_m$  とする。かくして  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$  の値が決定される。

以上計算で求めた  $\varphi$  および  $Ed/l$  の値を用いて曲げモーメントを求める。(1) 式より

$$\begin{aligned} M_{ab} &= K_{ab}(2\varphi_a + \varphi_b + \psi_{ab}) \\ &= \frac{I_{ab}}{l_{ab}}(2\varphi_a + \varphi_b - 6\frac{Ed_{ab}}{l_{ab}}) \end{aligned}$$

従って二次応力は次式で求まる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ab} &= \frac{M_{ab}}{I_{ab}} y_{ab} \\ &= \frac{I_{ab}}{l_{ab}}(2\varphi_a + \varphi_b - 6\frac{Ed_{ab}}{l_{ab}}) \frac{y_{ab}}{l_{ab}} \\ &= \frac{y_{ab}}{l_{ab}}(2\varphi_a + \varphi_b - 6\frac{Ed_{ab}}{l_{ab}}) \end{aligned}$$

$\sigma_{ab}$ : 部材 a - b の二次応力

$y_{ab}$ : 部材 a - b の断面において、その中立軸より極縁維までの距離

$l_{ab}$ : 部材 a - b の長さ

$E_{ab}$ : 部材 a - b の縦弾性係数

$d_{ab}$ : a, b 節点の変位 (W. Mohr の変位図より求める)。

#### 4. 実験結果

計算に用いた部材の諸値は次の通りである。

パイプ横断面積, 2.05 cm<sup>2</sup>, 断面二次モーメント, 1.568 cm<sup>4</sup>

##### 4-1 反力

支点 4 ヶ所における反力は表 1 の通りで、荷重位置 A の場合 51.6 : 48.4 : 48.6 : 51.4 で、ほぼ均等に配分されている。他の場合もほぼ理論通りの荷重配分になっている。

##### 4-2 一次応力

理論値と実験の測定結果を表 2 に示す。1-4 部材, 1-2 部材では理論値と実験値の間で若干の差が出たがその他の部材については大体一致した。

##### 4-3 二次応力

理論値と実験値の結果を図 3 ~ 5 に示す。各部材につき、縦軸に応力、横軸は部材長を示すが、便宜上部材長は同じスケールにしてある。また荷重は 250 kg 増分の平均を取った。なを応力の正負は梁が上方に凸になるような曲げモーメントを受けた場合の応力を正にとっている。

表1 反力の測定結果

反力計 番 号	荷 重 位 置 A				荷 重 位 置 B			荷 重 位 置 C			
	500kg	1000kg	1500kg	2000kg	500kg	1000kg	1500kg	500kg	1000kg	1500kg	2000kg
1	126	254	378	495	97	194	290	74	145	219	284
2	113	227	340	456	95	186	272	69	132	199	264
3	135	264	383	519	158	310	462	178	355	531	702
4	120	246	364	486	150	301	443	170	343	505	672
合 計	494	991	1465	1956	500	991	1467	491	975	1454	1922

一次応力にくらべ、理論値と実験値が大体合う部材もあるが、かなり異なる部材がある。この原因として次のようなことが考えられる。溶接のためにひずみが生じ幾何学的に正確な形を保つことが出来なかった。このため、ここには省略してあるが水平方向にも若干の変位が生じ、これが影響したものと考えられる。また荷重位置B、Cの場合の5-6部材、6-8部材では節点への直接荷重の影響があらわれている。1-2'部材、2'-2部材は一次応力の場合には力を受けない部材として取り扱うが、二次応力の場合では固定モーメントの影響がかなりあらわれ、特に1-2部材で顕著である。2-3部材のように応力の正負が逆になっているものがあるが、これらは上記の原因が重なり合ったために起ったものと考えられる。

表2 一次応力

部 材	荷重位置 A		荷重位置 B		荷重位置 C	
	理論値	実験値	理論値	実験値	理論値	実験値
	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>
1 - 2	- 269	- 223	- 334	- 272	- 382	- 310
1 - 4	249	291	310	340	352	359
2 - 3	- 366	- 330	- 439	- 417	- 513	- 456
2 - 4	174	155	204	209	242	209
3 - 5	- 366	- 330	- 439	- 388	- 513	- 456
4 - 5	- 258	- 233	- 315	- 281	- 363	- 330
4 - 7	549	554	660	678	768	757
5 - 6	- 730	- 694	- 878	- 825	- 659	- 614
5 - 7	258	252	315	291	- 154	- 141
6 - 7	-	-	- 366	- 340	-	-
6 - 8	- 730	- 703	- 878	- 836	- 659	- 621
7 - 8	- 258	- 254	- 211	- 184	154	136
7 - 9	915	934	732	733	549	546

## 4-4 撓み

荷重位置A 荷重1,000kgの場合の撓みは、トラス中央で理論値は0.61cm、実験値は0.63cmであった。

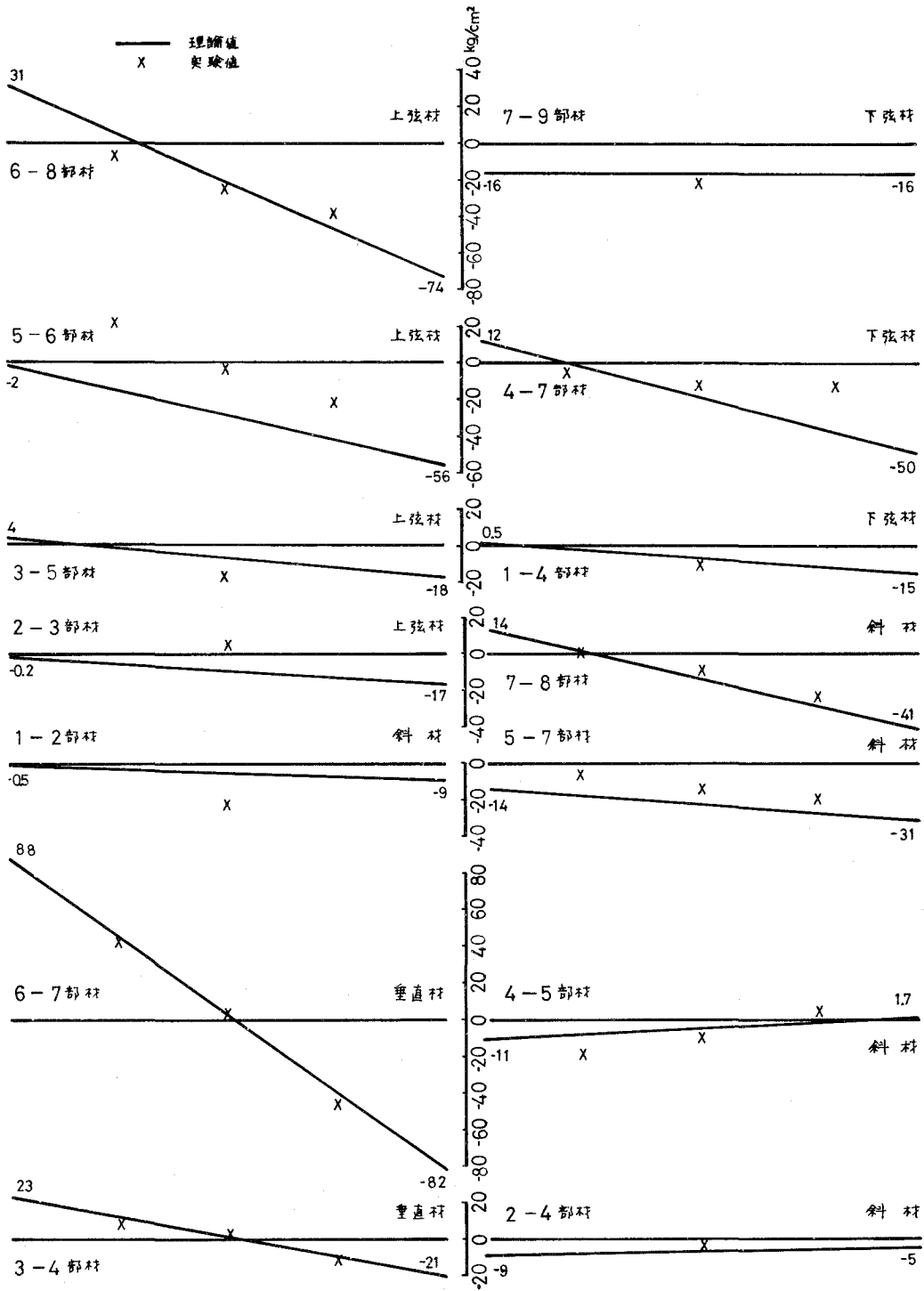


図3 二次応力 (荷重位置A)

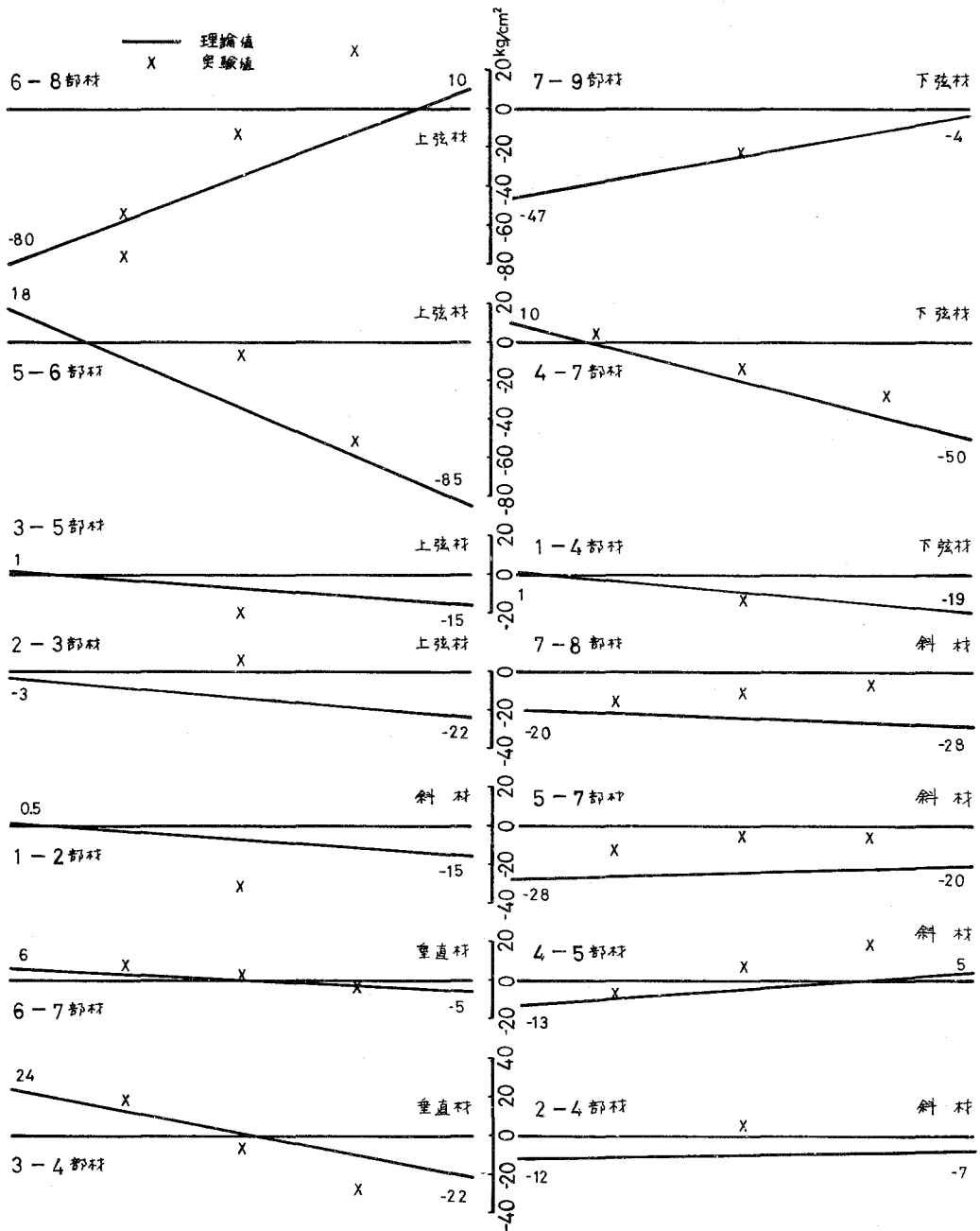


図4 二次応力 (荷重位置B)



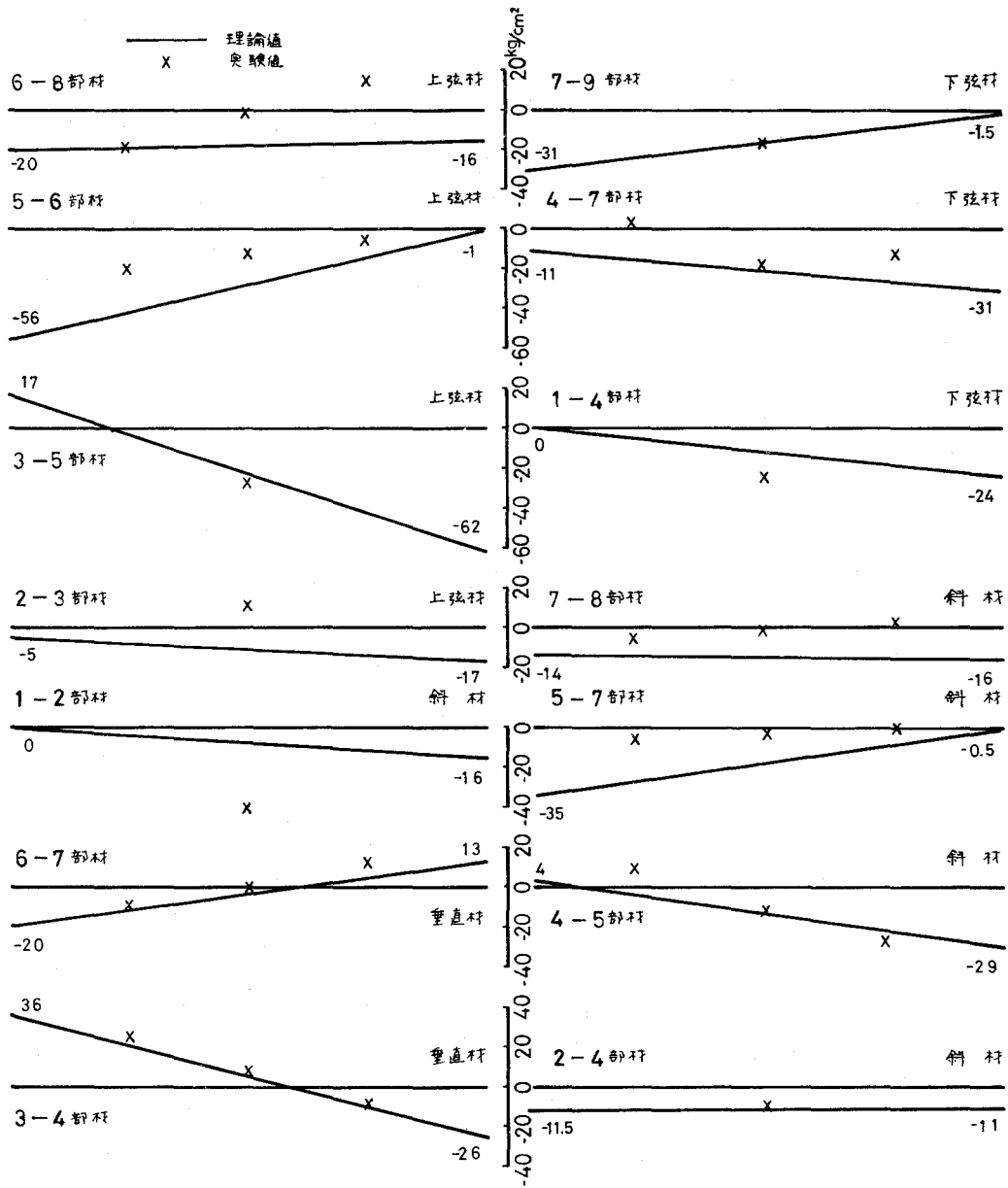


図5 二次応力 (荷重位置C)

## 5. 結 言

天上クレーン型模型トラスをパイプの溶接構造で作製し、部材の一次応力、二次応力の検討を行った。一次応力に関しては理論計算と実験値は比較的良い一致をみた。しかしながら二次応力については理論計算に近い実験結果を示す部材もあるが、部材によっては若干の相違がみられた。この形状のトラスで理論上得られる二次応力の最大値は軸力（一次応力）の25%に達する。実験では節点の応力は測定出来ないが、節点近傍ではほそれに近い測定結果が得られている。従って設計に当っては二次応力についても充分考慮する必要があるものと考えられる。

(昭和50年5月10日受理)

## 文 献

- 1) 鷹部屋福平：構造力学，IV，12，彰国社，昭和36年
- 2) 浜田恒平・内藤正鄰：室工大研報，Vo 18 No 1. 1.