

## 霜層の熱伝導率と水蒸気拡散について

その他（別言語等） のタイトル	A Study on Thermal Conductivity and Vapor Diffusion in Frost Layer
著者	戸倉 郁夫, 斎藤 図, 岸浪 紘機, 村本 和夫
雑誌名	室蘭工業大学研究報告. 理工編
巻	9
号	3
ページ	767-775
発行年	1978-11-20
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3689">http://hdl.handle.net/10258/3689</a>

# 霜層の熱伝導率と水蒸気拡散について

戸倉郁夫・斉藤 暁・岸浪紘機・村本和夫

## A Study on Thermal Conductivity and Vapor Diffusion in Frost Layer

Ikuo Tokura, Hakaru Saito  
Koki Kishinami, Kazuo Muramoto

### Abstract

In a refrigeration system, frost formation on a surface of heat exchanger often causes reduction of heat transfer rate and increase of flow resistance of fluid flowing through the exchanger and is eventually bound to an undesirable increase of power supplied to the system. Therefore, to study heat and vapor transfer in a frost layer is very much important from the viewpoint of heat engineering practice.

The authors presented, in this report, new formulas to estimate the thermal conductivity and the diffusion resistance factor in a frost layer, both of which have correlational effect not only on porosity but also on microscopic structure of ice crystal in the frost layer. The utilities of these formulas were examined by comparing the experimentally determined rates of growth of frost layer and the predicted ones obtained based on the formulas.

### 1. は じ め に

低温熱交換器などでは付着した霜による伝熱量の低下のため運転を休止して除霜しなければならない状態に陥ることもしばしばある。さらに、霜がつくこのことによって熱交換器を通過する流体の圧力損失が増加することになり、エネルギー損失を招く結果となる。それゆえ、着霜量を予測することは除霜開始時間を設定する上でも工業的に重要な問題の一つとなっている。

着霜現象を、相変化を伴う熱移動の問題と考えると、霜層の成長を予測しようとする場合に霜層の物性（密度、熱伝導率など）が問題となる。霜層の熱伝導率については、その密度と関連づけようとして、これまでもさまざまな理論式が提唱されている<sup>(1)</sup>。しかしながらそれらの式は実際の霜層の構造との対応が十分でなく、霜の熱伝導率の測定値とはあまり良く一致しないようである。最近林<sup>(2)</sup>らは、霜層成長の時期による構造の違いを考慮した霜層のモデル化のもとで熱伝導率の検討を行なっている。

本報告は、霜層の構造を考慮した熱伝導率と拡散抵抗係数に対する新しい式を導入し、提案するとともに、それらの式による値にもとづく霜層成長の計算結果を実測値と比較することにより、それらの式の妥当性と適用の限界について考察したものである。

2. 霜層の熱伝導率と拡散抵抗係数<sup>(3)</sup>

一般に霜は水の結晶とその間に存在する空気から成る混合物質と考えられる。観察によれば霜層を形成している水の結晶は、水蒸気および熱流方向（-r方向）とは一般に一致しない任意の角度で配列されているもので、それゆえこれら個々の結晶中の熱流の挙動を微視的に厳密に把握することは極めて困難であろう。しかし、巨視的に熱伝導の観点から考えると、それら個々の結晶の熱流に対する効果を、熱流に対して直列的な役割を担う部分と、並列的な役割を受持つ部分の2つに分けて考えることができよう。そこで霜層内に、水の結晶の熱流に対する寄与を抽象的に表現した図1のような小さな要素を考える。水の結晶全体に対して、熱流に直列的な寄与をする部分を図中のSで示し、並列的な役割を担う部分をbで示してある。

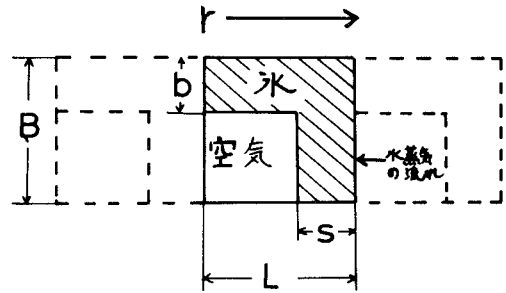


図1 霜層のモデル

空隙率Pは、図より明らかなように

$$P = \frac{(B-b) \cdot (L-S)}{B \cdot L} = 1 - \frac{\gamma_f}{\gamma_{ice}} \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここで、後の計算の便利のために、係数Eを

$$E = 1 - \frac{S}{L} \quad (P \leq E \leq 1) \dots\dots\dots (2)$$

と定義する。すなわち、Eは霜層が熱流に対してどの程度直列的であるか（または並列的であるか）を意味する係数であって、E=Pのときは霜層が直列構造のみで構成されている場合に相当し、E=1の場合には並列構造だけで構成されていることを示すことになる（図2）。

水蒸気および熱流方向に垂直な断面では温度が一樣であるものと仮定すると、霜層の熱伝導率 $k_f$ について

$$\frac{k_f}{k_{ice}} = \frac{1 - \frac{P}{E}(1-K)}{1 - \frac{P}{E}(1-E) \cdot (1-K)} \quad (3)$$

が得られる。ここで、 $K = k_{air}/k_{ice}$ である。

式(3)は、 $E=P$ とおいた場合

$$k_{fmin} = \frac{1}{P/k_{air} + (1-P)/k_{ice}} \quad (3-a)$$

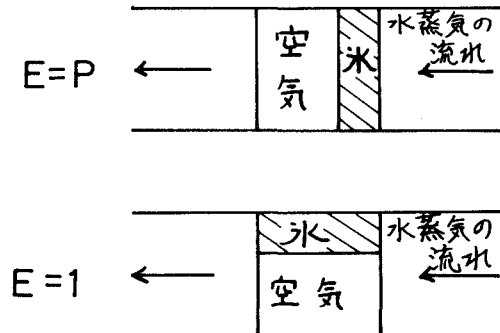


図2 直列および並列の構成

となり、 $E = 1$ とおいた場合には

$$k_{fmax} = P k_{air} + (1-P) \cdot k_{ice} \dots\dots\dots (3-b)$$

が得られ、図2で示される通常の直列および並列構成の熱コンダクタンスに一致する。

霜層の拡散抵抗係数  $C$  (Krisher<sup>(4)</sup>)による diffusion resistance factor の逆数)を

$$C = \dot{m}_f / \dot{m}_e \dots\dots\dots (4)$$

と定義する。ここで、 $\dot{m}$ は障害物のない空気のみを流れる水蒸気流束であり、 $\dot{m}_f$ は霜層内を流れる水蒸気流束(霜層内の閉じられた空隙内であっても、 $r$ 方向の温度差に起因する飽和水蒸気分圧差による水蒸気拡散が存在する)をあらわす。すなわち、拡散抵抗係数  $C$ は水蒸気の流れが霜層により妨げられる割合を意味することになるから、霜層が完全に氷の層となった場合には  $C = 0$ となることは勿論である。

図1に示されるような要素に対しては、空隙の部分を通る水蒸気量のみを考慮すればよいから、拡散抵抗係数  $C$ は

$$C = \frac{P}{1 - (1-E) \cdot (1-K) \cdot P/E} \dots\dots\dots (5)$$

となることがわかる。式(5)において、直列構成のみの場合には  $E = P$ となることから、拡散抵抗係数  $C$ は最大値をとり

$$C_{max} = \frac{P}{P + (1-P) \cdot K} \dots\dots\dots (5-a)$$

となる。他方、並列構成だけの場合には拡散抵抗係数  $C$ は最小値となり、式(5)において  $E = 1$ とおくことにより、つぎのように求めることができる。

$$C_{min} = P \dots\dots\dots (5-b)$$

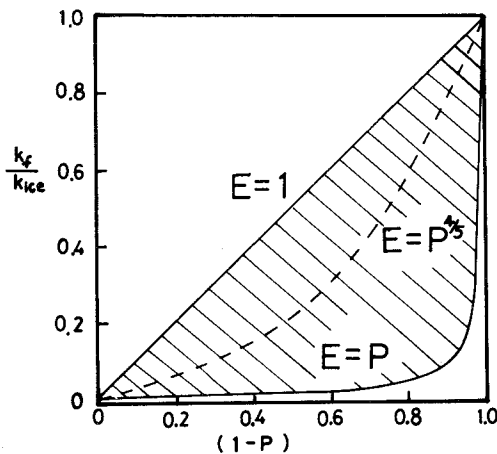


図3 霜層の熱伝導率

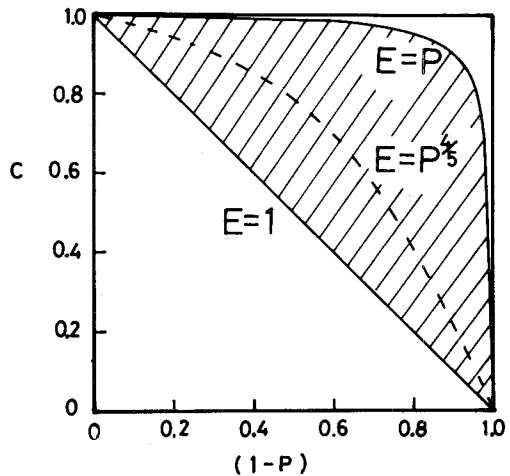


図4 霜層の拡散抵抗係数

さきにも述べたように、実際の霜層は一般的に直列および並列構造を併せ持つものと考えられるから、拡散抵抗係数Cは式(5-a)で計算される値よりは小さく、式(5-b)から計算される値よりは大きな値となることが予想される。

図3および図4に霜層の熱伝導率 $k_f$ ならびに拡散抵抗係数Cの存在範囲をそれぞれ斜線で示した。

### 3. 霜層成長の予測

前節で導入した霜層の熱伝導率と拡散抵抗係数を使用して、霜層の成長を計算してみる。現在のところ、霜層の構造と熱伝導率を対応づける研究は、まだ十分にはなされておらず、したがって、係数Eに対する実測値は報告されていない。それゆえ、ここでは霜層の熱伝導率が空隙率だけの関数であると仮定して $E = P^{4/5}$ とおくと、霜層の熱伝導率および拡散抵抗係数はそれぞれ式(3)および式(5)より

$$\frac{k_f}{k_{ice}} = \frac{1 - P^{1/5} \cdot (1 - K)}{1 - P^{1/5} \cdot (1 - P^{4/5}) \cdot (1 - K)} \dots\dots\dots (6)$$

$$C = \frac{P}{1 - P^{1/5} \cdot (1 - P^{4/5}) \cdot (1 - K)} \dots\dots\dots (7)$$

となる。図3および図4中の破線は、それぞれ式(6)および式(7)による値を示したものである。

一方、坂爪と関<sup>(5)</sup>は氷や雪の熱伝導率の測定値に良く一致し、霜の場合にも適用できる式として次式を提唱している。

$$\frac{k_f}{k_{ice}} = \frac{(1 - P)}{(1 - P^{1/3}) + \frac{P^{1/3}}{(1 - P^{2/3}) + KP^{2/3}}} + \frac{KP}{\{1 - (1 - P)^{1/3}\} + \frac{(1 - P)^{1/3}}{\{1 - (1 - P)^{2/3}\} + \frac{1}{K}(1 - P)^{2/3}}} \dots\dots\dots (8)$$

図5は式(6)および式(8)の値を、これまでに報告されている霜の熱伝導率と比較して示したものである。この図によると、式(6)および式(8)はともに良く実測値を代表することがわかるが、空隙率が小さな領域で著者らの式(6)は式(8)による値に比較して、わずかに低目の値となる傾向がある。しかしながら、図中に示されるごとく、この種の測定法にはかなり大きな実験誤差を伴うものであることを考慮すれば、著者らの式(6)は、式(8)に比べてかなり簡単な形であることも含めて、十分、信頼できるものであるといえよう。

つぎに、式(6)および式(7)を用いて、半径 $r_0$ の冷却面上に付着する霜層の成長を計算してみよう。計算方法は、JonesとParker<sup>(6)</sup>が平板上に成長する霜層に対して適用したものを、

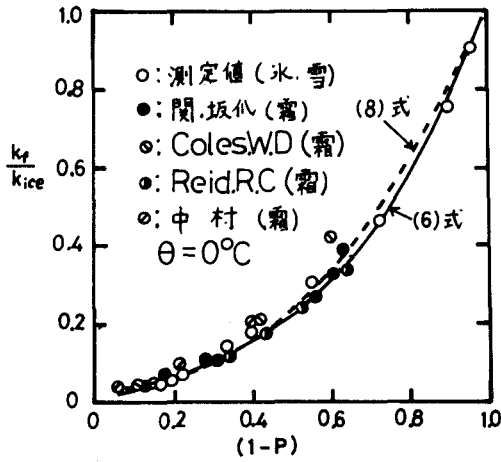


図5 霜の熱伝導率の比較<sup>(5)</sup>

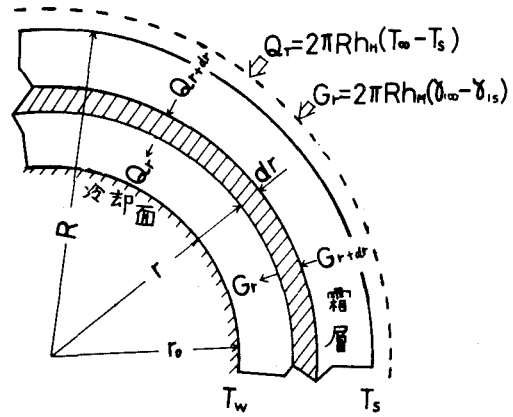


図6 座標系

円筒座標系に拡張したものを使用した。以下にその概要を述べる。

霜層の密度は時間とともに変化するが、半径方向には密度は一様であると仮定する(図6)。霜層表面に物質伝達によって致達した水蒸気の一部は、霜層表面から内部へ拡散によって伝達してゆき、霜層の密度を増加させる。すなわち

$$\pi(R^2 - r_0^2) \frac{d\gamma_f}{d\tau} = G_s \quad \dots\dots\dots (9)$$

が成立する。水蒸気の残りの部分は霜層表面に堆積し、その厚さを増加させる。すなわち

$$2\pi R \gamma_f \frac{dR}{d\tau} = 2\pi R h_M (\gamma_{1\infty} - \gamma_{1s}) - G_s \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。式(9)および式(10)中の $G_s$ は、単位時間当り表面から霜層内部に拡散してゆく水蒸気量を表わし

$$G_s \doteq 2\pi R \left[ D \cdot C \frac{d\gamma_1}{dr} \right]_{r=R} \quad \dots\dots\dots (11)$$

として求めることができる。式(9)および式(10)を解くためには、霜層表面の温度と温度勾配が必要になる。霜層内で顕熱変化を無視して、温度分布に対して準定常状態を仮定すると、密度が半径によらず一様であることから、温度に関してつぎの関係が得られる。

$$\frac{d}{dr} \left( r k_f \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{2rRH}{R^2 - r_0^2} \left[ D \cdot C \left( \frac{H'p}{R_g^2 T^3} - \frac{p}{R_g T^2} \right) \frac{dT}{dr} \right]_{r=R} \quad \dots\dots\dots (12)$$

境界条件  $r = r_0 =$  で  $T = T_w$

および  $r k_f \frac{dT}{dr} = R h_H (T_\infty - T_s) + R H h_M (\gamma_{1\infty} - \gamma_{1s}) \quad \dots\dots\dots (13)$

を使用して式 (12) を積分すると、霜層表面の温度と温度勾配についてそれぞれ

$$T_s = \frac{H}{k_f} \left( \frac{r_o^2 R}{R^2 - r_o^2} \ln \frac{R}{r_o} - \frac{R}{2} \right) \cdot \left[ DC \left( \frac{H' \dot{p}}{R_g^2 T^3} - \frac{\dot{p}}{R_g T^2} \right) \frac{dT}{dr} \right]_{r=R} \\ + \frac{R \{ h_H (T_\infty - T_s) + H h_M (r_{1\infty} - r_{1s}) \}}{k_f} \ln \frac{R}{r_o} + T_W \dots \dots \dots (14)$$

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R} = \frac{h_H (T_\infty - T_s) + H h_M (r_{1\infty} - r_{1s})}{k_f + H \left[ DC \left( \frac{H' \dot{p}}{R_g^2 T^3} - \frac{\dot{p}}{R_g T^2} \right) \right]_{r=R}} \dots \dots \dots (15)$$

が得られる。ただし、ここでは水蒸気は霜層と熱力学的平衡状態にあると仮定してクラジウス・クラペインの式を使用し、さらに、水蒸気は濃度が小さいので完全ガスと見なしてある。

実際の計算は以下のような手順で行なった。最初、ある微小厚さの霜層の存在を仮定しないと計算を開始することができないので、霜層の初期厚さと初期比重量を仮定する。つぎに霜層表面温度を、式 (14) を試行錯誤法により計算することにより求めて、式 (9) および式 (10) をルンゲ・クッタ・ジル法により数値積分した。なお、飽和水蒸気圧力は Goff-Gratch の式<sup>(7)</sup>より求め、水蒸気の拡散係数には Krisher<sup>(8)</sup>の提唱した式を使用した。計算では、霜層の初期厚さを 0.02 mm、初期比重量を 40 kg/m<sup>3</sup>、表面の熱伝達率  $h_H$  を 8 kcal/m<sup>2</sup>h°C、物質伝達率  $h_M$  を 20 m/h とした。

計算結果は、図 8 から図 10 に実験結果と比較して示してある。

#### 4. 実験結果との比較および検討

前節で行なった計算結果を実験結果と比較するために、冷却面として直径 15 mm、長さ 46 cm の銅管を用いて実験を行なった。実験装置概略図は図 7 に示してある。銅管は、高さ 55 cm、幅 40 cm、奥行 48 cm の木製箱の中に格納されており、冷却装置より循環してくる冷却液によって冷却される。箱内部の湿度は、食塩の飽和塩水溶液によって一定に保った。霜の厚さは観測窓の外部より読取り顕微鏡で測定して求めた。霜重量は、冷却液をすばやく抜き取った後、霜の付着した銅管をはずして全重量を秤で測定し、銅管重量との差を計算することにより求めた。

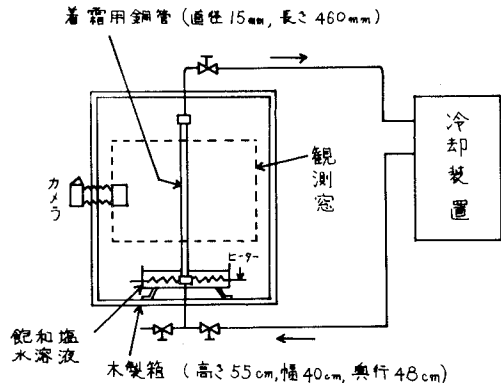


図 7 実験装置概略図

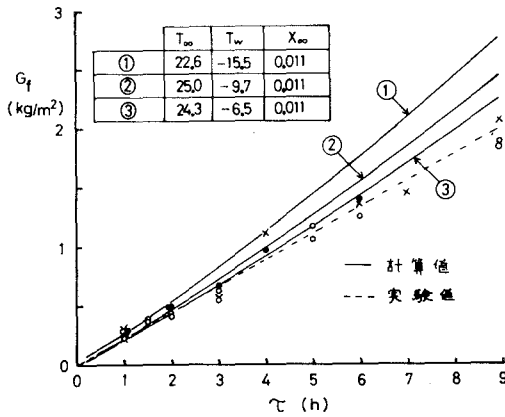


図8 霜重量の比較

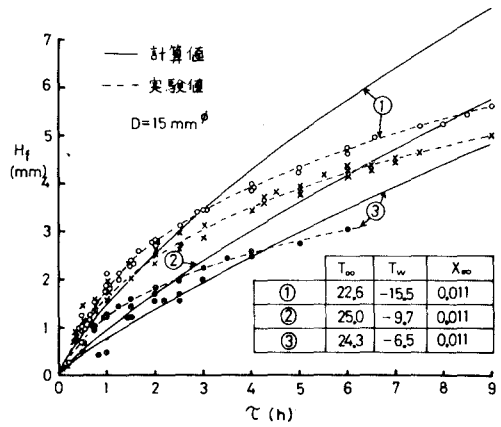


図9 霜の厚さの比較

図8に、単位冷却面積当りに付着する霜の重量を示してある。実線が計算値を、破線は実験値を示している。両者とも、ほぼ同様な傾向を示しているが、実験値は3つの実験とも同じような値を示しており、区別が困難であったので、一本の破線で示してある。

霜の厚さに対する計算値と実験値の比較は、図9に示してある。霜の厚さの実験結果と計算値では、値そのものは大体一致しているが、時間的な増加の傾向が両者で若干異なるように思われる。これは、計算においては霜層の熱伝導率が $E = P^{4/5}$ で変化するものと仮定しているのに対して、著者らの観察によれば、実際の着霜現象は、まず冷却面上に微細な針状結晶が密生した状態が現われ、時間の経過につれて、その大きさを増すとともに樹枝状あるいは板状結晶へと成長していくことから、着霜の初期には極めて並列的な要素の強い（すなわち $E = 1$ ）霜が付着し、その後徐々に直列的な要素が増して来るというような、構造上の相違を反映しているものと考えられる。

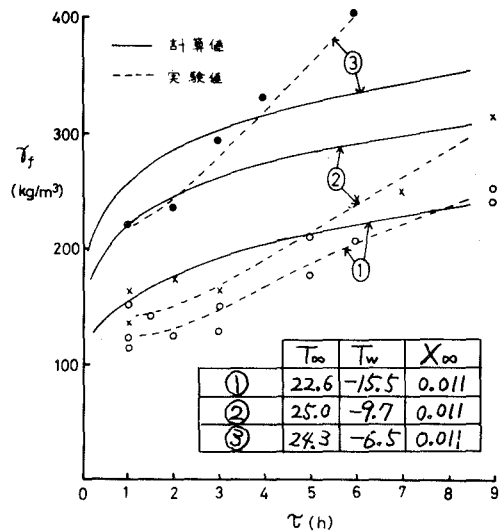


図10 霜の比重量の比較

図10は、霜の比重量の比較を示したものである。霜の比重量は、単位冷却面積当りに付着する霜の重量を霜の厚さで割ったものになるので、霜の厚さの実験結果と計算値の差が、そのまま霜の比重量にも現われている。



## 5. お わ り に

本報告では、霜層の熱伝導率 $k_f$ と拡散抵抗係数 $C$ に対する簡単な表現式を提唱した。それらの式はいずれも、霜層の構造の相違を実験的に把握することができるならば、その影響を包含できる余地を残しているものである。しかし、現在のところ、実際の霜層の構造と熱伝導率との対応が十分に解明されていないので、霜層の熱伝導率と拡散抵抗係数の算出は、それらが空隙率だけに依存するものと仮定し、これまでに得られている熱伝導率の測定値と一致するように係数 $E$ の値を選ぶことによって行なった。そのようにして求めた熱伝導率と拡散抵抗係数を使用して霜層の成長を計算し、実測値との比較を試みることにより、導入した熱伝導率と拡散抵抗係数の妥当性と適用性を検討した。その結果、霜層の成長をかなり良く予測できることがわかったが、霜の厚さの時間に対する増加の傾向が、予測値と実測とでは若干異なることが明らかとなった。すなわち、これは、先にも述べたように実際の霜層との構造の相違が現われたものと解釈できるものであって、霜層の熱伝導率は、厳密には空隙率だけの関数ではなく、霜層の構造にも依存することを意味していると考えられる。換言すれば、霜層の成長挙動をさらに良い精度で予測するためには、霜層内の結晶構造の経時変化と物性（密度や熱伝導率など）を対応づける研究が、より重要であるといえよう。

最後に、本研究を行なうにあたり御指導を受けた北海道大学工学部の関信弘教授に心から感謝の意を表します。

(昭和53年5月20日受理)

## 主 要 記 号

$C$ ; 式(4)で定義される拡散抵抗係数	$[-]$	$h_h$ ; 熱伝導率	$[kcal/m^2h^{\circ}C]$
$D$ ; 拡散係数	$[m^2/h]$	$h_m$ ; 物質伝達率	$[m/h]$
$E$ ; 式(2)で定義される係数	$[-]$	$k_{air}$ ; 空気の熱伝導率	$[kcal/mh^{\circ}C]$
$G_s$ ; 霜層表面の水蒸気流束	$[kg/h]$	$k_{ice}$ ; 氷の熱伝導率	$[kcal/mh^{\circ}C]$
$H$ ; 蒸発の潜熱	$[kcal/h]$	$k_f$ ; 霜層の熱伝導率	$[kcal/mh^{\circ}C]$
$H'$ ; 蒸発の潜熱	$[kg \cdot m/h]$	$p$ ; 水蒸気分圧	$[kg/m^2]$
$K$ ; 熱伝導率比 ( $K=k_{air}/k_{ice}$ )	$[-]$	$r_0$ ; 管中心から冷却面までの距離	$[m]$
$P$ ; 空隙率	$[-]$	$r$ ; 半径方向の座標	$[m]$
$R$ ; 管中心から霜層表面までの距離	$[m]$		
$R_g$ ; 水蒸気ガス定数	$[kg \cdot m/kg^{\circ}k]$	$\gamma_f$ ; 霜層の比重量	$[kg/m^3]$
$T$ ; 温度	$[^{\circ}C]$	$\gamma_i$ ; 水蒸気比重量	$[kg/m^3]$
$T_s$ ; 霜層表面温度	$[^{\circ}C]$	$\tau$ ; 時間	$[h]$
$X_{\infty}$ ; 周囲の絶対温度	$[kg/kg]$		

## 参 考 文 献

- 1) たとえば, Biguria, G. and Wenzel, L. A. ; I & EC Fundamentals Vol. 9, No 1. 129 (1970)
- 2) 林勇二郎 他; 日本機械学会第 861 回講演会講演論文集 No. 750-20 181 (1975)
- 3) 戸倉郁夫 他; 伝熱研究 Vol. 15, No. 59 62 (1976)
- 4) たとえば, Auracher, H ; Heat and mass transfer in refrigeration systems and in air conditioning, Commissions B-1, B-2 & E-1, 477 (International Institute of Refrigeration, 1972)
- 5) 坂爪伸二, 関信弘; 日本機械学会講演論文集 No. 770-4 122 (1977)
- 6) Jones, B. W. and Parker, J. D. ; Trans. ASME Series C, **97**, 255 (1975)
- 7) たとえば, 林俊孝編; 湿度・水分測定 P. 7 (日刊工業新聞社, 1965)
- 8) Krischer, O. und Rohralter, H. ; VDI Forsch. **402** 1 (1940)