

## 固有ベクトル解法による直流機整流解析

その他（別言語等） のタイトル	An Analysis of D-C Machine Commutation by the Eigenvector Method
著者	松田 敏彦, 鈴木 好夫
雑誌名	室蘭工業大学研究報告. 理工編
巻	10
号	3
ページ	455-466
発行年	1981-11-30
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3731">http://hdl.handle.net/10258/3731</a>

# 固有ベクトル解法による直流機整流解析

松田敏彦・鈴木好夫

## An Analysis of D-C Machine Commutation by the Eigenvector Method

Toshihiko Matsuda and Yoshio Suzuki

### Abstract

This paper presents a method of analysis of commutation phenomena in d-c machines.

It emphasizes a improved computational procedure through the use of the linearized commutation equation and the numerical solution by the eigenvector method.

In this method, eigenvalues, modes of the solution and exciting strength of the modes in a commutating period are evaluated and these values give us the informations on the commutation quality.

### 1. まえがき

直流機の整流現象は、直流機の性能を直接左右するものであり、設計上最重要問題の一つとなっている。直流機は制御性にすぐれているために、この整流問題の研究は現在なお実用的に価値が高いといわれている<sup>(1)</sup>。整流研究は古くから行なわれているが、近年になって電算機を活用して複雑な整流方程式を解くことが可能となり<sup>(2)~(4)</sup>、設計段階の整流特性の定量的評価が可能となってきた。その際の問題点は、整流方程式が多元性・非線形性・特異性を有し、ブラシ接触抵抗の時変性によりスティフな微分方程式であり、解計算が容易でないという点にある。そのため実用的には、ブラシ接触電圧特性の直線近似、整流コイル間の相互誘導の無視などの簡単化が採られることが多いようである。

本報告は、整流コイル相互誘導を完全に考慮し、ブラシ接触電圧特性については動特性のみを直線近似する標準形整流方程式を導出し、この整流方程式の一解法としてブラシ接触抵抗変化を階段状変化で近似し、固有ベクトル法を適用する数値解法を提案している。

さらに、この計算に付随して得られる短絡電流解のモードとその励振振幅により整流特性を考察する試みも行っている。

## 2. 整流方程式とその線形化

簡単のため図-1の整流回路を考え、方程式線形化の要点を示す。整流方程式は、(1)式にかかれる。

$$L \frac{di}{dt} + v_1 + v_2 + e_c = 0 \tag{1}$$

ここに、 $L$ ：整流コイル実効インダクタンス、 $i$ ：整流コイル短絡電流、 $e_c$ ：整流起電力、 $v_1$ 、 $v_2$ はブラシと整流子間の接触電圧降下である。

直流機運転状態において、ブラシ接触面に流れる電流は、直流にのこぎり波状のパルス電流を重畳したものであることが知られている。この脈流によるブラシ接触電圧降下は、図-2の如く得られ、その特性表現式は、次式に表わされる。

$$v = kG^{-\frac{n-m}{mn}} g^{\frac{1}{m}} \tag{2}$$

ここで、 $g = G + g_p$ ：脈流電流密度、 $G$ ：直流分電流密度、 $g_p$ ：パルス電流密度、 $k$ 、 $n$ ：ブラシ接触電圧静特性から求まる定数、 $m$ ：ブラシ接触電圧動特性から求まる定数である。定数  $k$  は、ブラシ全面接触抵抗  $R_b$  に対応する定数で、

$$R_b = \left( \frac{k}{A^{1/n}} \right) (2I_F)^{-\frac{n-m}{mn}} \tag{3}$$

なる関係をもつ。ここで、 $A$  はブラシ全接触面積であり、 $I_F$  は定格電機子回路電流である。このブラシ接触電圧特性を適用して、図-1の整流回路に対する(1)式の  $v_1$ 、 $v_2$  を求めると次式となる。

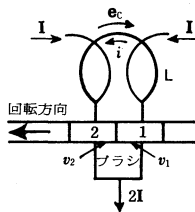


図-1 整流中のコイルの形成する回路

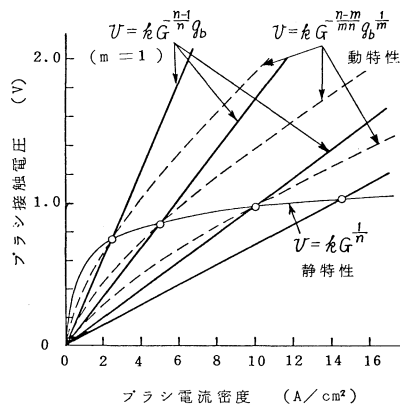


図-2 ブラシ接触電圧特性とブラシ動特性の線形近似

$$v_1 = (2I_F)^{1-\frac{1}{m}} R_b \left(\frac{I}{I_F}\right)^{-\frac{n-m}{mn}} \left(\frac{i-I}{t/T}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (4)$$

$$v_2 = (2I_F)^{1-\frac{1}{m}} R_b \left(\frac{I}{I_F}\right)^{-\frac{n-m}{mn}} \left(\frac{i+I}{1-t/T}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (5)$$

ここで、 $I$ ：電機子並列回路電流、 $T$ ：整流周期である。式(4)、(5)が従来の式と異なる点は、ブラシ接触抵抗  $R_b$  が電機子電流変化により  $(I/I_F)^{-(n-m)/mn}$  に従って変化する形にあらわされたことである。式(4)、(5)のブラシ特性式を適用した整流方程式は、数値計算簡単化のため、 $m=1$  とおいて線形近似を行っても、電機子電流変化による整流特性の変化を表し、線形近似によって主要特性を欠落することはない。

この  $m=1$  とおく直線近似を行った場合のブラシ接触電圧特性曲線は、図-2 に示されている。この場合、ブラシ接触電圧静特性の非線形性は保持され、これが電機子電流の変化効果、整流子温度の高低効果などを表現する。

次に整流コイル数が任意の場合について整流方程式を標準形の状態方程式に定式化する。図-3 は、整流コイル数  $N$  を任意とした重ね巻機の一磁極対部を取り出した整流回路で、単重重ね巻で磁極対当りの整流子片数が奇数の場合を対象としている。

図-3 にみられるように、短絡電流回路は電源、抵抗およびインダクタンス素子からなり、整流子片間容量などすべての漂遊容量は無視して取り扱われる。従って静電容量素子は回路網中に含まれないが、一般的意味で  $C$ -基準木を取り回路網グラフを描くと図-4 を得る。太線は木枝路を、細線は補木枝路を表す。木枝路は電圧源および抵抗素子のみからなり、補木枝路は電流源およびインダクタンス素子のみからなるのでカットセット行列の主要部は次式となる。

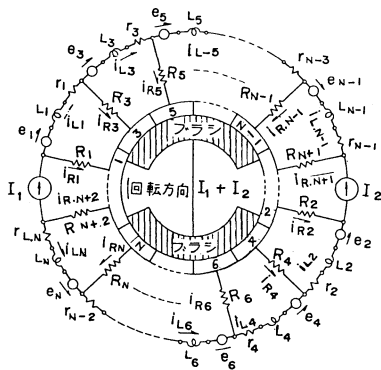


図-3 一般整流回路網

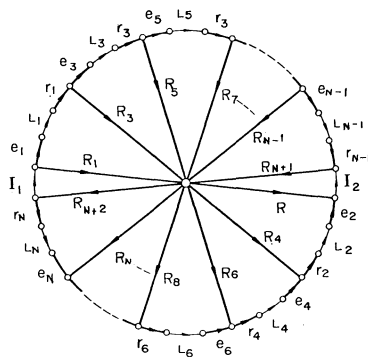


図-4 整流回路のグラフ

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{VL} & \mathbf{O} \\ \mathbf{F}_{GL} & \mathbf{F}_{GI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{VL} & \mathbf{O} \\ \mathbf{F}_{RL} & \mathbf{F}_{RI} \\ \mathbf{F}_{rL} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここに  $\mathbf{F}_{GL} = (\mathbf{F}_{RL}, \mathbf{F}_{rL})^T$  は、ブラシー整流子片間接触抵抗  $R_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N+2$ ) と短絡コイルインダクタンス  $L_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) との接続関係を表わす行列である。また  $\mathbf{F}_{GI} = (\mathbf{F}_{RI}, \mathbf{O})^T$  は、 $R_j$  および  $r_j$  と電流源（非整流中電機子コイル）との接続関係を表わす。式 (6) からキルヒホッフの電流則および電圧則方程式は、次式となる。

$$\mathbf{Q}\mathbf{i}_b(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{VL} & \mathbf{O} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{RL} & \mathbf{F}_{RI} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{F}_{rL} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_v(t) \\ \mathbf{i}_r(t) \\ \mathbf{i}_r(t) \\ \mathbf{i}_L(t) \\ \mathbf{i}_i(t) \end{bmatrix} = \mathbf{O} \quad (7)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{v}_b(t) = \begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{VL}^T & -\mathbf{F}_{RL}^T & -\mathbf{F}_{rL}^T & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{O} & -\mathbf{F}_{RI}^T & \mathbf{O} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_v(t) \\ \mathbf{v}_r(t) \\ \mathbf{v}_r(t) \\ \mathbf{v}_L(t) \\ \mathbf{v}_i(t) \end{bmatrix} = \mathbf{O} \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{i}_r(t)$ ：整流子片電流ベクトル、 $\mathbf{i}_L(t) = \mathbf{i}_r(t)$ ：短絡コイル電流ベクトル、 $\mathbf{v}_r(t)$ ：ブラシー整流子片間接触電圧ベクトル、 $\mathbf{v}_r(t)$ ：短絡コイル抵抗電圧ベクトルである。またインダクタンス枝路電圧ベクトルを  $\mathbf{v}_L(t)$ 、電流ベクトルを  $\mathbf{i}_L(t)$  として、整流回路構造が変化しない小区間内で整流回路インダクタンス行列  $\mathbf{L}$  は定行列であると仮定して、枝路電圧電流関係式は次式となる。

$$\mathbf{v}_L(t) = \mathbf{L}_L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_L(t) \quad (9)$$

以上の関係式から不要変数を消去し、式 (8) と式 (9) から

$$\mathbf{v}_L(t) = \mathbf{L}_L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_L(t) = \mathbf{F}_{VL}^T \mathbf{v}_v(t) + \mathbf{F}_{RL}^T \mathbf{v}_r(t) + \mathbf{F}_{rL}^T \mathbf{v}_r(t) \quad (10)$$

をうる。(10) 式で、ブラシー整流子片間接触電圧ベクトル  $\mathbf{V}_R(t)$  は、

$$\mathbf{v}_R(t) = (2I_F)^{1-\frac{1}{m}} R_b \left( \frac{I}{I_F} \right)^{-\frac{n-m}{mn}} [\mathbf{R}_R \{-\mathbf{F}_{RL} \mathbf{i}(t) - \mathbf{F}_{RI} \mathbf{i}_i\}]^{\frac{1}{m}} \quad (11)$$

と表わされる。(11) 式を (10) 式に代入して次式を得る。なお、 $[\cdot]^{1/m}$  は各行列要素の  $1/m$  乗を表わすものとする。(11) 式を (10) 式に代入して次式を得る。

$$\mathbf{L}_L \frac{di}{dt} = \mathbf{F}_{VL}^T \mathbf{v}(t) + (2I_F)^{1-\frac{1}{m}} R_b \left( \frac{I}{I_F} \right)^{-\frac{n-m}{mn}} \mathbf{F}_{RL}^T [\mathbf{R}_R \{-\mathbf{F}_{RL} \mathbf{i}(t) - \mathbf{F}_{RI} \mathbf{i}\}]^{\frac{1}{m}} - \mathbf{F}_{rL}^T \mathbf{G}_r^{-1} \mathbf{F}_{rL} \mathbf{i}(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_r = \text{diag} \left[ \frac{r}{R_b}, \frac{r}{R_b}, \dots, \frac{r}{R_b} \right] \quad (13)$$

$$\mathbf{R}_R = \text{diag} \left[ \frac{\beta}{\tau}, \frac{\beta}{0.5 + \tau}, \beta, \dots, \beta, \frac{\beta}{0.5 - \delta - \tau}, \frac{\beta}{\delta - \tau} \right] \quad (14)$$

$$\mathbf{u} = [e_1, e_2, \dots, e_N, I, I]^T \quad (15)$$

式(12)を  $\mathbf{x} = \mathbf{i}/I_F$ ,  $\tau = t/T_c$ ,  $\rho = R_b T_c/L_e$ ,  $\mathbf{L}_N^{-1} = \mathbf{L}_e \mathbf{L}^{-1}$ ,  $\alpha = I/I_F$  とおいて正規化し、次式的一般化整流方程式を得る。

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \rho \mathbf{L}_N^{-1} \{ 2 \mathbf{F}_{VL}^T \boldsymbol{\phi} + 2^{1-\frac{1}{m}} \alpha^{-\frac{n-m}{mn}} \mathbf{F}_{RL}^T [\mathbf{R}_R (-\mathbf{F}_{RL} \mathbf{x} - \mathbf{F}_{RI} \boldsymbol{\alpha})]^{\frac{1}{m}} - \mathbf{F}_{rL}^T \mathbf{R}_r \mathbf{F}_{rL} \mathbf{x} \} \quad (16)$$

式(16)において  $m = 1$  とおいて、求める線形化整流方程式をうる。

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} &= \rho \mathbf{L}_N^{-1} \{ 2 \mathbf{F}_{VL}^T \boldsymbol{\phi} + \alpha^{-\frac{n-1}{n}} \mathbf{F}_{RL}^T [\mathbf{R}_R (-\mathbf{F}_{RL} \mathbf{x} - \mathbf{F}_{RI} \boldsymbol{\alpha})] - \mathbf{F}_{rL}^T \mathbf{R}_r \mathbf{F}_{rL} \mathbf{x} \} \\ &= -\rho \mathbf{L}_N^{-1} [\mathbf{F}_{RL}^T, \mathbf{F}_{rL}^T] \left[ \begin{array}{c|c} \alpha^{-\frac{n-1}{n}} \mathbf{R}_R & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{R}_r \end{array} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{RL} \\ \mathbf{F}_{rL} \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ &\quad + \rho \mathbf{L}_N^{-1} [2 \mathbf{F}_{VL}^T, -\alpha^{-\frac{n-1}{n}} \mathbf{F}_{RL}^T \mathbf{R}_R \mathbf{F}_{RI}] \mathbf{u} \end{aligned} \quad (17)$$

$$= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (18)$$

$$\mathbf{A} = -\rho \mathbf{L}_N^{-1} [\mathbf{F}_{RL}^T, \mathbf{F}_{rL}^T] \left[ \begin{array}{c|c} \alpha^{-\frac{n-1}{n}} \mathbf{R}_R & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{R}_r \end{array} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{RL} \\ \mathbf{F}_{rL} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{B} = \rho \mathbf{L}_N^{-1} [2 \mathbf{F}_{VL}^T, -\alpha^{-\frac{n-1}{n}} \mathbf{F}_{RL}^T \mathbf{R}_R \mathbf{F}_{RI}] \quad (20)$$

ここで

$\mathbf{R}_R$  : ブラシー子片間接触抵抗に関する行列

$\mathbf{R}_r$  : 正規化コイル抵抗行列

$\mathbf{F}_{eL}$ ,  $\mathbf{F}_{rL}$ ,  $\mathbf{F}_{RI}$ ,  $\mathbf{F}_{rL}$  は、整流回路のカットセット行列である。

この整流方程式 (18) は筆者らが本報告により提案するもので、

- (i) ブラシの整流子片被覆数が任意の場合に適用しうる一般式であること、
  - (ii) 標準形の状態方程式に定式化されており、計算機による系統的処理に適すること、
  - (iii) 正負ブラシによる短絡コイル及びそれらの相互インダクタンス等に何ら制限がなく完全に考慮されていること、
  - (iv) ブラシ静特性の非線形性 (パラメータ  $n$ ) が保持されていること、
- などの特長を有する。

### 3. 固有ベクトル解法による数値解

零入力状態方程式  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$  の一般解は、システム行列  $\mathbf{A}$  の固有値  $\lambda_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) に対する固有ベクトル  $\mathbf{u}_k$  により次式で与えられる。

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^N \beta_k e^{\lambda_k t} \mathbf{u}_k \quad (21)$$

ここに定数  $\beta_k$  は、初期条件  $\mathbf{x}_0$  と固有ベクトル  $\mathbf{u}_k$  に対する反基底ベクトル  $\mathbf{r}_k$  により次式で得られる。

$$\beta_k = \langle \mathbf{r}_k, \mathbf{x}_0 \rangle \quad (22)$$

従って  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$  の解は、次式となる。

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^N e^{\lambda_k t} \langle \mathbf{r}_k, \mathbf{x}_0 \rangle \mathbf{u}_k \quad (23)$$

ここで

$$\mathbf{x}_k = \beta_k e^{\lambda_k t} \mathbf{u}_k \quad \text{とおくと} \quad \mathbf{x} = \sum_{k=1}^N \mathbf{x}_k \quad (24)$$

とあらわされ、この  $\mathbf{x}_k$  は「システムのモード」といわれる<sup>(6)</sup>。

式 (23) を  $\mathbf{x} = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}_0$  と等しいとおいて状態推移行列  $e^{\mathbf{A}t}$  は、

$$e^{\mathbf{A}t} = \sum_{k=1}^N e^{\lambda_k t} \mathbf{u}_k \langle \mathbf{r}_k \quad (25)$$

で与えられる。

ただし、 $\mathbf{u}_k$  は列ベクトルを、 $\langle \mathbf{r}_k$  は行ベクトルを表し、 $\mathbf{u}_k \langle \mathbf{r}_k$  は、ダイアドと呼ばれる行列である。式 (25) により、入力のある場合の標準形方程式  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$  の解

$$\mathbf{x} = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}_0 + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}\mathbf{u} \, d\tau \quad (26)$$

に、式 (25) を代入して次式を得る。

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^N e^{\lambda_k t} \mathbf{u}_k \langle \mathbf{r}_k, \mathbf{x}_0 \rangle + \sum_{k=1}^N \int_0^t e^{\lambda_k(t-\tau)} \mathbf{u}_k \langle \mathbf{r}_k, \mathbf{B} \mathbf{u} \rangle d\tau \quad (27)$$

以上の固有ベクトル解法を、整流方程式の数値解に適用する。式 (18) のシステム行列  $\mathbf{A}$  及び  $\mathbf{B}$  は、ブラシ整流子片間接触抵抗の時間変化により時変行列である。そこでブラシ接触抵抗変化を適当な時間キザミ幅の階段状変化で近似し<sup>(7)</sup>、以下の式により積分を行う。各時間キザミ内で  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  は定行列であり、かつ  $\mathbf{A}$  は異なる実数固有値  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  を与えるので、解は次式となる。

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^N \exp(\lambda_j \tau) \mathbf{P}_j \langle \mathbf{r}_j, \mathbf{x}_0 \rangle + \sum_{j=1}^N \int_0^{\tau} \exp\{\lambda_j(\tau-\theta)\} \mathbf{P}_j \langle \mathbf{r}_j, \mathbf{B} \mathbf{u} \rangle d\theta \quad (28)$$

ここで、 $\mathbf{P}_j$  :  $\lambda_j$  に対応する固有ベクトル、 $\mathbf{r}_j$  :  $\mathbf{P}_j$  に対する反基底ベクトル、 $\mathbf{x}_0$  :  $\mathbf{x}$  の初期値である。式 (28) の右辺第 2 項の積分を行い、キザミ幅を  $\Delta\tau$  とし、 $\tau_n = n \cdot \Delta\tau$  ( $n=1, 2, \dots, N$ )、 $\tau_n$  時点での  $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{P}_j$  などを各々  $\mathbf{x}_n$ 、 $\mathbf{B}_n$ 、 $\mathbf{P}_{jn}$  などとすると式 (28) は次式となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n = & \sum_{j=1}^N \exp(\lambda_{jn} \cdot \Delta\tau) \mathbf{P}_{jn} [\langle \mathbf{r}_{jn}, \mathbf{x}_{n-1} \rangle + \frac{1}{\lambda_{jn}} \langle \mathbf{r}_{jn}, \mathbf{B}_n \rangle \mathbf{u}_n \\ & \times \{1 - \exp(-\lambda_{jn} \cdot \Delta\tau)\}] \end{aligned} \quad (29)$$

式 (29) の逐次計算を行うことにより短絡電流曲線  $\mathbf{x}$  が求まる。すなわち解計算は、短絡電流が同一変化を繰り返す区間について実行する。その大区間の  $\mathbf{x}$  の初期値  $\mathbf{x}_0$  を仮定して計算を開始し、第  $n$  キザミ区間の初期値を  $\mathbf{x}_{n-1}$  とし、終期値  $\mathbf{x}$  が  $\mathbf{x}_0$  と一致しているか否かを比較し、この一致が得られるまで  $\mathbf{x}$  を  $\mathbf{x}_0$  として計算を反復する。

以上のべた固有ベクトル法による整流解析の特長は、次の通りである。

- (i) 式 (29) は積分された形に得られており、解計算の主要部はキザミ幅ごとの固有値計算であり、従って若干長い計算時間を要するが、計算の安定性にすぐれていること。
- (ii) 解計算に付随して、整流方程式の固有値、解を構成するモード、モードの励振振幅などが同時に計算されること。更に、これらの量の算定のみで整流の良否判定の可能性があること、などである。

#### 4. 数値計算例とその結果

本法による整流解析例の供試機として、表-1 に示す整流回路定数の仮想直流機を用いた。その直流機は、2 極重ね巻、整流子片数が奇数のもので、ブラシの整流子片被覆数  $\beta=1.8$  の場合の整流回路を図-5 に示す。その整流回路のカットセット行列主要部の小行列は、式 (30) の



表-1 仮想直流機の機械定数

定 数 名	数値																
電機子定格電流 $I_F$ (A)	15.0																
ブラシ接触抵抗 $R$ ( $\Omega$ )	0.03																
整流時間 $T$ (ms)	9																
整流コイルインダクタンス $L$ ( $\mu$ H) =	<table border="1"> <tr> <td>10</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>10</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>10</td> </tr> </table>	10	3	6	3	3	10	3	6	6	3	10	3	3	6	3	10
10	3	6	3														
3	10	3	6														
6	3	10	3														
3	6	3	10														

$F_{eL}$	$O$	=	-1	0	0	0	0	0
$F_{rL}$	$F_{rI}$		0	-1	0	0	0	0
$F_{rL}$	$O$		0	0	-1	0	0	0
			0	0	0	-1	0	0
			0	1	0	0	0	-1
			-1	0	1	0	0	0
			0	-1	0	1	0	0
			0	0	-1	0	0	-1
			0	0	0	-1	-1	0
			-1	0	0	0	0	0
			0	-1	0	0	0	0
			0	0	-1	0	0	0
			0	0	0	-1	0	0

(30)

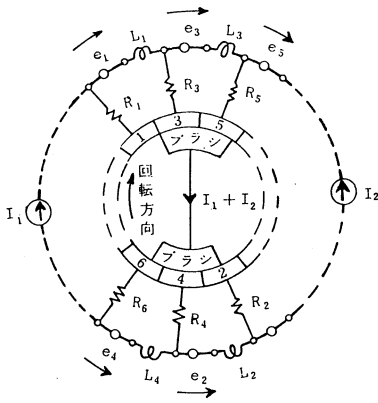


図-5 供試直流機の整流回路網

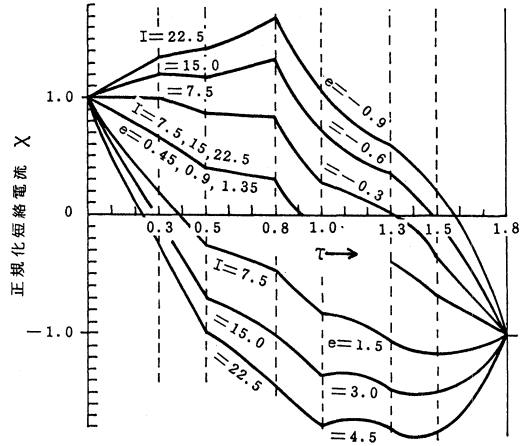


図-6 整流コイル短絡電流曲線

行列となる。

ブラシ接触状態行列では、特異小区間では

$$\mathbf{R}_R = \text{diag} \left[ \frac{\beta}{\tau}, \frac{\beta}{0.5 + \tau}, \beta, \beta, \frac{\beta}{0.5 + \delta - \tau}, \frac{\beta}{\delta - \tau} \right] \quad (31)$$

正則小区間では

$$\mathbf{R}_R = \text{diag} \left[ \frac{\beta}{\delta + \tau}, \frac{\beta}{0.5 + \delta + \tau}, \beta, \frac{\beta}{0.5 - \tau} \right] \quad (32)$$

以下、この供試機による計算例とその考察をのべる。図-6は各短絡電流曲線を  $i/I$  (PU) で描いたもので、電機子電流値による整流曲線の変化を比較したものである。この計算結果は、従来の整流方程式による結果と異なり、電機子電流増大による整流悪化特性が算出されている。

次に、式(29)の数値解により求められる固有値  $\lambda_i$ 、モード  $e^{s_i \tau}$  及びその励振振幅などと整流特性との関係を考察する。

図-7は、固有値の時間変化を示したものである。固有値は  $\mathbf{A}$  行列の時変性のためにいずれも時間的に変化する、本例の同時短絡コイル数4の直流機の場合、変化の小さい固有値3個 ( $\lambda_1, \lambda_3, \lambda_4$ ) と大きく変化する固有値1個 ( $\lambda_2$ ) が得られる。ただしモード番号は任意に付したものである。

図-8は、整流回路のインダクタンス値と固有値の関係を示したもので、インダクタンス値が小さい程固有値の絶対値が大きくなるのが知られる。インダクタンス値が減少すると整流は直線整流に近づく故、整流回路条件について固有値を計算比較することにより、整流の良否の相対評価が可能と考えられる。なお短絡コイルが1個のみの整流回路について、整流は

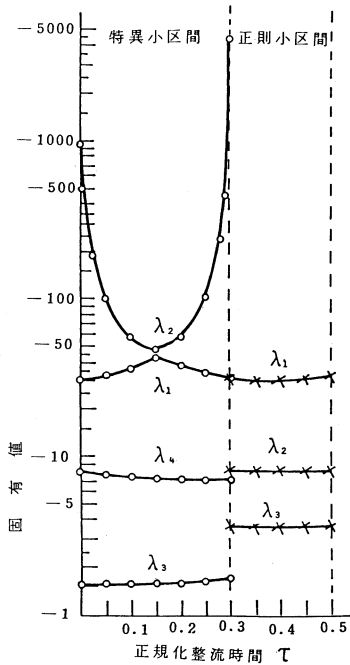


図-7 固有値の時間変化

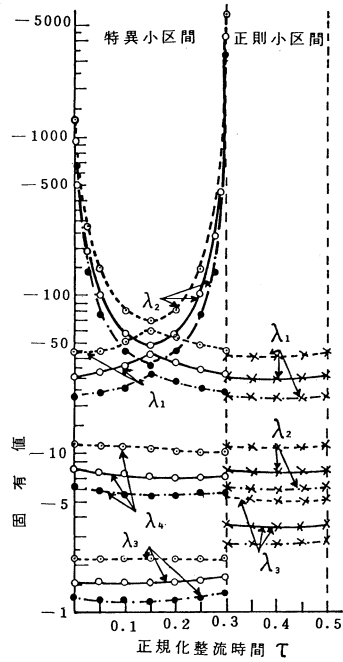


図-8 Lを変化した場合の固有値の時間変化  
(---○--- Lを2割減, ●● Lを2割増)

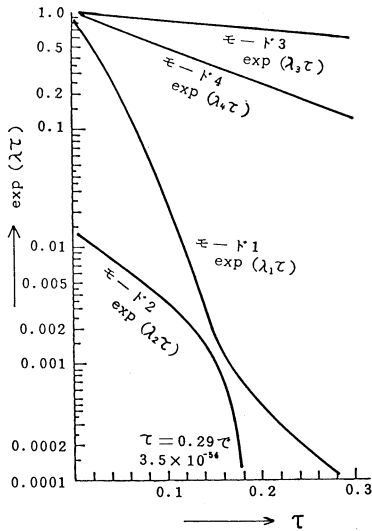


図-9 モードの時間変化

なる量が大きいほど容易であることが知られている。従って  $L$  の小さいことは、 $T$  あるいは  $R_b$  の大きいことと同じ効果を示すので、固有値の大小は  $b$  の大小と関係しており、整流の難易と関係することが知られる。

図-9は、モードの時間変化を示したもので、 $\tau$  の増加に伴い変化のゆるやかなモード3及び4と、極めて小さな値まで大きく変化するモード1及び2が得られている。このモードの変形は、整流回路定数を変えてもほとんど変わらない。

次に整流起電力を変化させた場合のモードの励振振幅の変形を示したのが、図-10、図-11、図-12である。図-10は  $e_c=0.9$  の直線整流の場合、図-11は  $e_c=3.0$  の過整流、図-12は  $e_c=-0.6$  の不足整流の

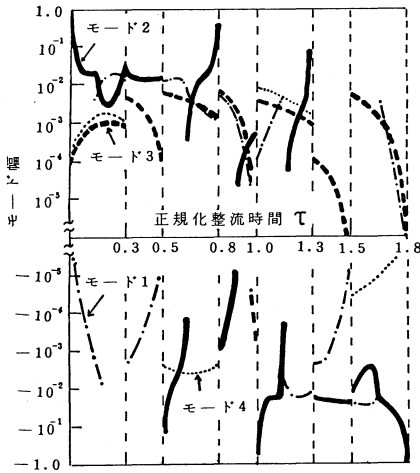


図-10 モードの励振振幅の変化  
( $e_c=0.9$ の直線整流の場合)

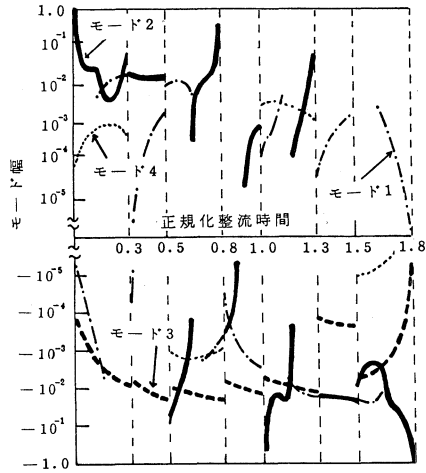


図-11 モードの励振振幅の変化  
( $e_c=3.0$ の過整流の場合)

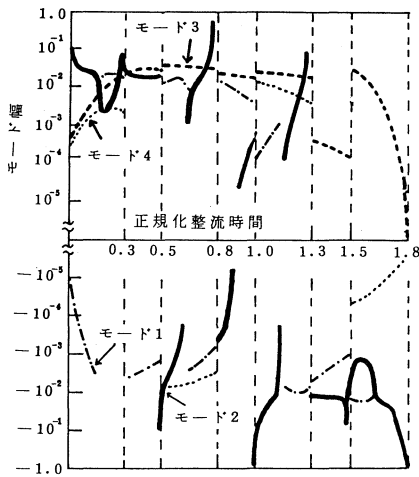


図-12 モードの励振振幅の変化  
( $e_c=-0.6$ の不足整流の場合)

場合のモードの励振振幅の変化形である。これらの図から、各モードの励振振幅変化の特徴として次のことが知られる。特異小区間（整流を開始および終了するコイルが存在する計算小区間）内で大きな変化をするモード2の励振振幅は、整流開始時 ( $\tau=0$ ) で+1, 整流終了時 ( $\tau=1.8$ ) で-1となる。これに対しモード1, 3, 4のそれらは極めて小さい値で始まり、 $\tau=1.8$ で0となる。以上により、モード2の変化が整流曲線の始めと終りの形状を規定するものと考えられる。次に最大固有値で整流周期中の変化が最も小さいモード3の励振振幅は、整流起電力値により大きく変わることが知られる。すなわち、 $e_c=0.9$  (直線整流) の場合はのこぎり波状に断続する波形であるが、 $e_c=3.0$

の過整流の場合は負値の凹形となり、 $e_c=-0.6$ の不足整流の場合は正值の凸形に変化する。これら整流方程式の解を構成するモードと整流曲線の関係を次のように要約できる。

- (i) 固有値がU字形に大きく変わるモード (モード2) の変化が、整流曲線の始めと終りの変化形を規定する。
- (ii) 固有値の最も大きいモード (モード3) の励振振幅の変化は、整流起電力に強く影響され整流曲線の過・不足変化に関連する。
- (iii) 他のモード (モード1及びモード4) は、その値も小さく整流曲線への寄与は小さい。

## 5. む す び

本報告は、多元性・非線形性・特異性を有する整流方程式の新しい線形表現法、および解計算の方法について述べたものである。まず電機子電流による整流特性変化を表現しうる線形化整流方程式を提案し、その標準形整流方程式の数値積分法として固有ベクトル解法の適用を示した。この方法は微少時間キザミ区間毎にブラシ接触抵抗を一定値に近似し、完全解を求めつつ計算を進める方法であり、ルンゲクッタ法等に比し若干長い計算時間を要するが安定性の良い解法であることが確かめられた。次に本解法においては、整流回路の固有値、解を構成するモード、そのモードの励振振幅が同時に算出されることに注目し、これらの諸量と整流特性との関係を考察し、固有値およびモード、励振振幅変化形の計算により整流特性を推定することが可能であることを示した。

終りに本報告は、現沖電気工業株式会社成田良孝氏の室蘭工業大学卒業論文、ならびに本研究室技官荻原進氏の協力に依るところが多い。ここに記して深く感謝の意を表します。

(昭和 56 年 5 月 20 日受理)

### 参考文献

- 1) 高月一, 坪谷兼治: 電気学会雑誌, 100, 3, (昭 55-3)
- 2) 松田敏彦: 電学論誌, 94-B, 10, 47, (昭 49-10)
- 3) 阪部茂一他: 三菱電機技報, 51, 10, (昭 52-10)
- 4) 茂木正二他: 日立評論, 61, 7 (昭 54-7)
- 5) 松田敏彦他: 電学論誌, 97-B, 6 (昭 52-6)
- 6) Zadeh, L. A., et al.: Linear System Theory; McGraw-Hill, New York (1963)
- 7) 森田登: 昭和 53 年電気学会全国大会講演論文集, No.513