

## 内圧をうける円環かくの応力測定

その他（別言語等） のタイトル	Measurement of Stresses of the Toroidal Shell of Circular Section Subjected to Internal Pressure
著者	内藤 正鄰, 臺丸谷 政志, 浜田 恒平, 平野 康博, 工藤 司
雑誌名	室蘭工業大学研究報告. 理工編
巻	36
ページ	211-215
発行年	1986-11-30
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/1111">http://hdl.handle.net/10258/1111</a>

# 内圧をうける円環かくの応力測定

内 藤 正 鄰・臺丸谷 政 志・浜 田 恒 平  
平 野 康 博\*・工 藤 司\*\*

## Measurement of Stresses of the Toroidal Shell of Circular Section Subjected to Internal Pressure

Masachika NAITO, Masashi DAÏMARUYA, Kouhei HAMADA Yasuhiro HIRANO  
and Tukasa KUDO

### Abstract

Thin membrane theory was applied to the toroidal shells of circular section, subjected to the action of uniform internal pressure. Experiments were made by using tire tubes of a motor car. The tangential and meridian stresses were determined by reading the surface strains for two perpendicular directions. Results of experiments were compared with the theoretical calculations.

### 1. 緒 言

円環かくに生ずる応力の理論的解法は Love, Wissler 以来種々試みられている。<sup>1)~6)</sup>しかしながら円環かくの製作上の困難さから、実際に応力を測定した例は殆ど見当たらない。本研究は内圧をうける円環かくに薄膜理論を用いて周方向応力 ( $\sigma_\theta$ ) 子午線方向応力 ( $\sigma_\varphi$ ) の近似解を求め、実験値と比較した。実験は供試体に自動車のタイヤチューブを用い、微小標点距離の変位を読み取り顕微鏡により計測し、表面応力を算出した。チューブは環半径、環中心間距離、厚さの異なる三種類を使用し、内圧も種々に変え実験を行った。

### 2. 計 算

計算は薄膜理論<sup>7)</sup>を用いた。荷重が軸対称に作用するならば変形も対称になり、図 1 (a) のように二つの子午線方向の垂直力  $N_\varphi$ 、平行面内に作用する垂直力  $N_\theta$  のみが作用し曲げモーメントおよびせん断力は作用しないと仮定する。周方向および法線方向の外力を X, Y, Z, とすれば要素 a, b, c, d の力の釣合は図 1 (b) を参照して

---

\* 豊平製鋼(株)

\*\* 北海道日本電気ソフトウェア(株)

$$(N_\varphi + dN_\varphi)(r_0 + dr_0) d\theta - N_\varphi r_0 d\theta - (N_\theta d\theta \cos \varphi) r_1 d\varphi + Y r_1 r_0 d\varphi d\theta = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$\frac{d(r_0 N_\varphi)}{d\varphi} - N_\theta r_1 \cos \varphi + Y r_1 r_0 = 0 \quad \dots\dots (2)$$

$$N_\varphi d\varphi r_0 d\theta + (N_\theta d\theta \sin \varphi) r_1 d\varphi + Z r_1 r_0 d\varphi d\theta = 0 \quad \dots\dots (3)$$

$$\frac{N_\varphi}{r_1} + \frac{N_\theta \sin \varphi}{r_0} = -Z \quad \dots\dots (4)$$

図2のように上半部に作用する外力の合力  $P$  はこの断面に生ずる  $N_\varphi$  の対称軸方向の合力に等しく、 $N_\varphi$  は周方向に一様であるから次のような釣合式が成立つ。

$$2\pi r_0 N_\varphi \sin \varphi + P = 0 \quad \dots\dots (5)$$

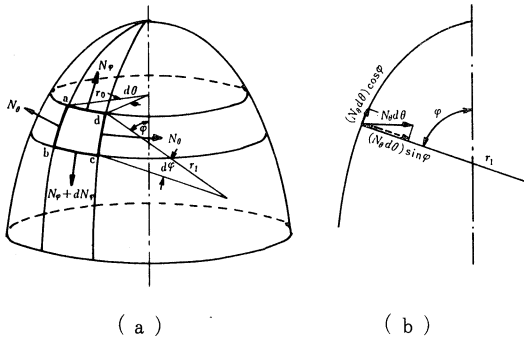


図-1 薄膜応力の釣合い

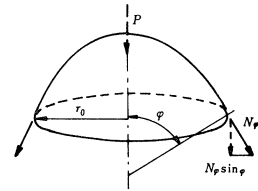


図-2 外力と応力の釣合い

図3の円環かくに内圧  $p$  が作用すれば、曲げモーメントを無視して、AB間に作用する圧力の  $X-X$  軸方向の合力は

$$-P = \pi (r_0^2 - b^2) p \quad \dots\dots (6)$$

これを式(5)に代入し、 $r_0 = b + a \sin \varphi$  であるから

$$N_\varphi = \frac{(r_0^2 - b^2) p}{2r_0 \sin \varphi} = \frac{pa}{2} \left( 1 + \frac{b}{r_0} \right) \quad \dots\dots (7)$$

これを式(4)に代入すれば、 $Z = -P$  であるから

$$N_\theta = \frac{r_0}{\sin \varphi} \left( -Z - \frac{N_\varphi}{a} \right) = \frac{pr_0}{\sin \varphi} \cdot \frac{r_0 - b}{2r_0} = \frac{pa}{2} < N_\varphi \quad \dots\dots (8)$$

従って応力は厚さ  $h$  で除して次式のように得られる。

$$\sigma_\varphi = \frac{pa}{2h} \left( 1 + \frac{a}{h + \sin \varphi} \right) \quad \dots\dots (9)$$

$$\sigma_\theta = \frac{pa}{2h} \quad \dots\dots (10)$$

$\sigma_\varphi$  : 子午線方向応力       $\sigma_\theta$  : 周方向応力

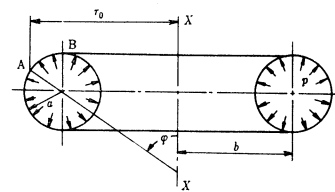


図-3 内圧をうける円環かく

### 3. 実験方法

本実験に使用した装置を図4に示す。使用した円環かくは自動車のタイヤチューブで円環半径は12, 14, 16インチの3種類である。これらをT-1, T-2, T-3と表示し寸法等は表1に示す。実験は円環かく上半分 ( $-90^\circ < \varphi < +90^\circ$ ) に  $\varphi = 90^\circ$  から  $15^\circ$  間

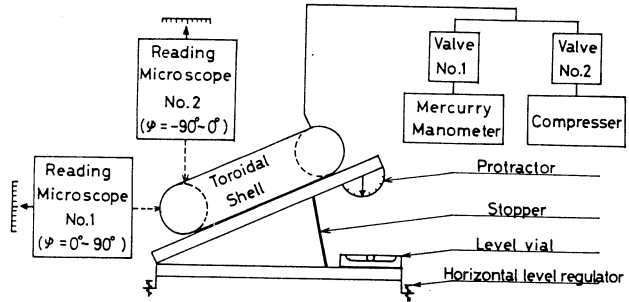


図-4 実験装置

隔に13個の点を定めその点を中心に子午線方向および周方向の方向に標点距離が10mmとなるように十文字の標点を4ヶ所設定した。適当な初期内圧における標点距離を原点とし、内圧の増加に伴う標点間の変位を読み取り顕微鏡で測定した。圧力は水銀柱で計測した。初期圧力における円環半径、環中心とかく中心間の距離もあらかじめ測定した。また素材チューブより試験片を作り引張試験を行い、荷重-伸び曲線と次のような特性値を得た。縦弾性係数  $E=1.4\text{MPa}$  ポアソン比  $\nu=0.36$

表-1

	a (cm)	b (cm)	h (mm)	$\Delta p$ (kPa)
T-1	4.46	9.83	1.75	5.13
	4.46	9.83	1.75	6.47
T-2	5.84	23.52	1.71	1.00
	5.84	23.52	1.71	3.40
T-3	6.40	25.86	1.81	2.67

### 4. 実験結果

ひずみの実測値より応力を求めるには円環かくを平面応力とみなし次式を用いた。

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_\varphi + \nu\epsilon_\theta) \quad \dots\dots (11)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_\theta + \nu\epsilon_\varphi) \quad \dots\dots (12)$$

$\epsilon_\varphi$  : 子午線方向ひずみ       $\epsilon_\theta$  : 周方向ひずみ

チューブの厚さ  $h$  は場所により異り一様ではないので試験終了後切断して各標点部ごとに測定した。原厚さ  $h_0$ 、また厚さは内圧によっても変化するので  $h_0$  の補正値を  $h$  とする。それらはさらに場所によっても異なるのでその平均値を  $\bar{h}$  とする。図5, 6, 7に  $\varphi$  と子午線方向応力  $\sigma_\varphi$ 、周方向応力  $\sigma_\theta$  との関係を示す。理論値が二つあるのは式(9), (10)中の厚さ  $h$  に上記  $h$  と  $\bar{h}$  を用いたものである。なお実験はひずみが10%を越えない程度にとどめた。式(9), (10)より分かるように、

実測応力は円環かく厚さに大きく関係する。厚さは場所および圧力で変化するのでその影響が結果に表されている。

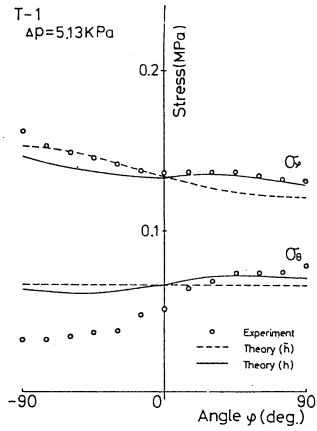


図-5

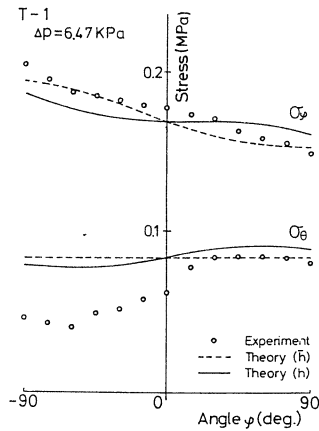


図-6

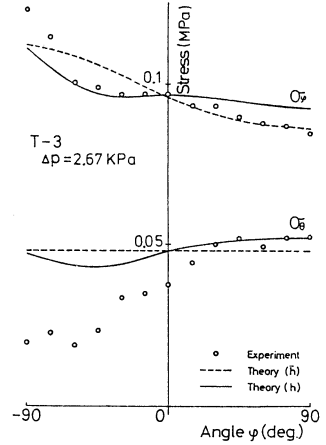


図-7

子午線方向応力  $\sigma_\varphi$  の実測値と計算値は比較的合うが周方向応力  $\sigma_\theta$  はかなり異なっている。この原因は周方向ひずみ  $\epsilon_\theta$  にあると考えられる。

式(11), (12)より

$$\epsilon_\varphi = \frac{\sigma_\varphi - \nu\sigma_\theta}{E} \quad \dots\dots (13)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{\sigma_\theta - \nu\sigma_\varphi}{E} \quad \dots\dots (14)$$

式(9), (10)より

$$\begin{aligned} \epsilon_\varphi &= \frac{1}{E} \left[ \frac{Pa}{2h} \left( 1 + \frac{6}{b+a \sin \varphi} \right) - \frac{Pa\nu}{2h} \right] \\ &= \frac{pa}{2Eh} \left( 1 + \frac{b}{b+a \sin \varphi} - \nu \right) \quad \dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\epsilon_\theta = \frac{pa}{2Eh} \left[ 1 - \nu \left( 1 + \frac{b}{b+a \sin \varphi} \right) \right] \quad \dots\dots (16)$$

式(16)中の [ ] 内で

$$1 - \nu \left( 1 + \frac{b}{b+a \sin \varphi} \right) > 0 \quad \left( \because 0 < \nu < 0.5, \frac{b}{b+a \sin \varphi} \leq 1 \right)$$

従って

$$\epsilon_{\theta} = -\frac{pa}{2Eh} \left[ 1 - \nu \left( 1 + \frac{b}{b+a \sin \varphi} \right) \right] > 0$$

よって  $\epsilon_{\theta}$  は負にはならない。しかしながら式(15), (16)で求めた値と実測値を図8に示すが、これによると  $\varphi = -15^{\circ} \sim -90^{\circ}$  において  $\epsilon_{\theta}$  は負の値になる。すなわちこの範囲では円環かくは周方向において内側で縮む。このために周方向応力は計算値とかなりの違いが出たものと考えられる。

### 5. 結 語

内圧をうける円環かくの応力を求めるために、供試体に自動車用タイヤチューブを用いた実験を行い、薄膜理論で計算した値と比較検討した。その結果、子午線方向応力では比較的良く合うが、周方向応力は環の内側部分ではかなり違いがあることが分かった。

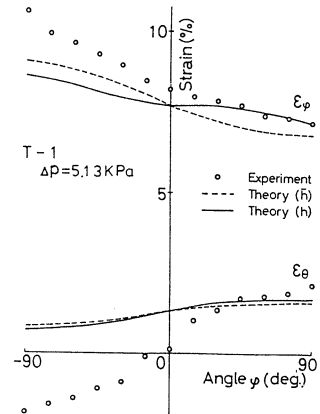


図-8

(昭和61年5月21日 受理)

### 6. 参考文献

- 1) H. Wissler, Festigkeitsberechnung von Ringflächenschalen Diss. Zurich (1916)
- 2) E Reissner, Proc. Symposia in Appl. Mech., p.87 (1951)
- 3) 鬼頭 機論, 16-55 (昭和25), 84.
- 4) 中村 機論, 19-83 (昭和25), 48.
- 5) K. Nakamura, Bulletin of the Faculty of Eng. Yokohama National Univ., Vol.6, March, 1957
- 6) 太田ほか3名 機論, 29-197 (昭和38-1), 142
- 7) 中原一郎, 材料力学 下巻 (昭和45) 養賢堂