

## 室温変動解析における集中定数近似

その他（別言語等） のタイトル	Thermal Analysis of Building Based on Lumped Constant System
著者	窪田 英樹, 鎌田 紀彦, 鈴木 大隆
雑誌名	室蘭工業大学研究報告. 理工編
巻	36
ページ	155-163
発行年	1986-11-30
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/1108">http://hdl.handle.net/10258/1108</a>

# 室温変動解析における集中定数近似

窪田英樹・鎌田紀彦・鈴木大隆

## Thermal Analysis of Building Based on Lumped Constant System

Hideki KUBOTA, Norihiko KAMATA and Hirotaka SUZUKI

### Abstract

This paper presents a new approach to predict temperature of building under intermittent heating applying lumped constant system. It shows that three "time constants", calculated from thermal capacities and thermal resistances of the building, characterize the pattern of changing temperature of the building.

The authors give a theoretical basis for applying thermal lumped system to predicting transient temperature of a massive building using Biot number.

This model includes three processes; cooling down and heating up of massive materials (walls and slabs), and warming up of air and furnitures. Cooling process, that is all materials losing heat through windows and outside walls, and by infiltrating air, has a time constant for a curve of mean declining temperature which ranges from 70 to 300 hours. Through heating, the slabs and walls obtain heat from warm air which has been controlled at the set up temperature. A time constant, for a curve of mean rising temperature of these materials, ranges from 10 to 20 hours. This paper will also show that the temperature of air and furnitures rises to set up temperature within about two hours after heating started.

### 1. 緒 言

ブロックやRC造の建物のような熱容量の大きい建物の熱解析に関しては、コンピュータに頼らざるを得ない、というのが一般的な理解である。しかし、入力から出力に至る途中経過が背後に隠される black box 性の強いコンピュータ解析は、対象を全体的に把握したい場合には必ずしも有効ではない。例えば、計画の初期段階では詳細な定量解よりも、入出力間の因果関係を把握できる単純な近似解のほうがより必要とされるであろう。室内温熱環境の計画・設計においては、コンピュータの精密性に加えて、近似解の見通しの良さが重要な役割を有する。

本論文は、このような観点から室温変動解析における近似解法を論ずるもので、従来その対象とは考えられていなかったRC造建物に対して集中定数近似を適用する。間欠暖房時の室温変動を例にとり、精度を多少犠牲にした集中定数近似が、対象を単純明快に特徴づけ得ることを示す。

## 2. 既存の集中定数近似

熱的薄壁（壁厚 $\delta$ ）のできた単室建物の室温（ $\theta$ ）にかんするインディシャル・レスポンスが下式のように紹介されている。

$$\theta(t) = (1 - e^{-kt})/q \quad (1)$$

ここで  $k$  : 室温変動率 $=q/C$ ,

$q$  : 熱損失係数 $=KF + C_aG$

$C$  : 室の熱容量 $=C_w\delta F/2 + C_aV$

$K$  : 壁の熱貫流率,  $F$  : 壁面積

$G$  : 換気量,  $V$  : 室容積

$C_a, C_w$  : 空気と壁の容積比熱

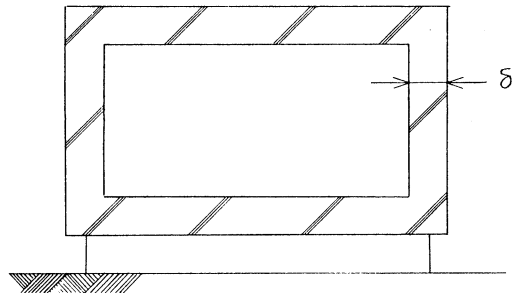


図-1 単層単室モデル

この考え方には次のような問題がある。

- (a) 熱的薄壁に限定され、前田の考えを適用すればRCの壁では厚さ7cm以下に限られる。
- (b) 間仕切り壁や中間階の床など内部の構造体の熱容量が考慮されていない。
- (c) 外壁の熱容量が1/2考慮されているが、熱伝達抵抗を無視しており、また断熱材の存在で大きく異なる……など。

代表的構造形式に対して室温変動率が例示されており実用性も考慮されていることがうかがえるがあいまいな部分が多い。要するにこのモデルは、初心者に熱現象の概念を説明するのが第一の目的と考えられる。

## 3. 平板内の温度分布とビオ( $B_i$ )数

流体とその中に置かれた平板の初期温が共に $0^\circ\text{C}$ で、時刻 $t=0$ で流体温がステップ状に $1^\circ\text{C}$ 上昇したとき、平板の温度は上昇するが表面と中心に差が生ずる。この差の最大値はビオ数 $B_i$ に対して図-2のように示されている。

ここで

$$B_i \equiv \alpha\delta/\lambda \quad (2)$$

$\alpha$  : 表面熱伝達率

$\delta$  : 代表厚さ(両面が流体の場合板厚の1/2)

$\lambda$  : 材料の熱伝達率

例えば、コンクリートスラブ20cmの場合( $\delta=10\text{cm}$ )、表面熱伝達率が3のとき、 $B_i=0.2$ で表面と中心の最大温度差は9%程度であることが読み取れる。表-1は、スラブ厚さと表面熱伝

定率の組合せに対する  $B_i$  数を示したもので、  
( )内に表面と中心の最大温度差を初期温度差に対する割合で示してある。

図-3は、平板の表面と中心の温度上昇の時間変化を示したものである。この図において時間を無次元化している  $T$  は、集中定数近似したときの時定数で次のように定義される。

$$T = C_w \delta / \alpha \quad (3)$$

同図に集中定数近似した時の温度上昇も示してあるが、初期には表面と中心のほぼ中間的な値をとる。従って、表面と中心の最大温度差が約20%もある  $B_i = 0.5$  のときでも、集中定数近似との差は10%程度であることが分かる。

$B_i$  数の0.5という値は、両面が流体に接するコンクリートスラブ20cmの場合、熱伝達率が7に対応する。

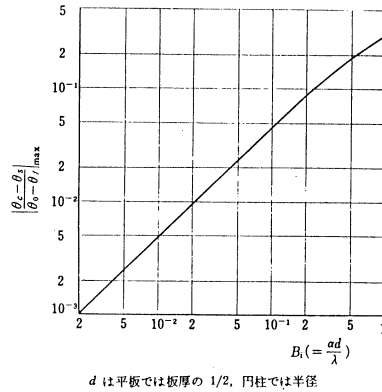


図-2 平板・円柱の表面と中心の最大温度差

表-1 コンクリートスラブにおけるビオ ( $B_i$ ) 数

スラブ両面が流体に接する場合  
( )内の数値はスラブ中心と表面間の最大温度差を初期温度差に対する比率で表したもの

		ス ラ ブ 厚 さ (cm)					
		10	15	20	30	40	50
表面熱伝達率 [ Kcal / h · m <sup>2</sup> · K ]	2	0.07 (0.03)	0.107 (0.05)	0.143 (0.06)	0.214 (0.09)	0.286 (0.12)	0.357 (0.14)
	4	0.143 (0.06)	0.214 (0.09)	0.286 (0.12)	0.429 (0.17)	0.571 (0.20)	0.714 (0.24)
	6	0.21 (0.09)	0.32 (0.13)	0.429 (0.17)	0.643 (0.22)	0.857 (0.27)	1.071 (0.32)
	8	0.286 (0.12)	0.429 (0.17)	0.571 (0.20)	0.857 (0.27)	1.143 (0.33)	1.429 (0.37)

#### 4. RC 造建物における表面熱伝達率とビオ ( $B_i$ ) 数

間欠暖房の場合、室の気温は暖房開始後速やかに上昇する。一方、暖房停止中に冷えた構造体はこの空気から熱を受けて緩やかに昇温する。図-1のような単室モデルの場合、上下気温差や家具の存在を無視すれば、室内においてはふく射による熱交換はないので構造体表面の熱伝達率は対流のみの3 [Kcal/hm<sup>2</sup>K] 程度の値となる。このことは、多層建物の中間階・中間部の室の場合にもほぼあてはまる。一方、事務室や学校の教室のように机などの熱容量の小さい家具類がかなりの面積を占める場合、空気から構造体への熱には家具経由のふく射が加わる。家具の温度は空気温と構造体温のほぼ中間的な温度になることが予想されるので、空気から構造体への等価な表面熱伝達率は5程度となる。

天井板と中空層の存在は、天井スラブに対する等価熱伝達率を小さくするので  $B_i$  数は小さくなり集中定数近似の精度にとっては都合がよい。畳や床板+中空層の床スラブへの効果も同様である。これらのことから、現実のRC建物における  $B_i$  数は概ね0.3~0.4程度以下に収めることが

予想される。

問題は外壁に関する外気側の表面熱伝達率の20という値である。Bi 数は1を越え集中定数近似はできない。しかし、外断熱の場合はこの問題も解消する。内断熱の場合は、外壁の温度自体が外気温に近くなり、室温変動に及ぼす影響も相対的に低下するので集中定数近似による誤差も無視できよう。

以上の考察から、なんらかの形で断熱されているRC 造建物にたいしては、集中定数近似は充分可能である、ということがいえる。

以下では外断熱の例について述べる。

### 5. 構造体の加熱

一仮定一「暖房開始直後、室温は設定温度までステップ状に上昇する」

通常室温の立上がり時間は、暖房時間に比べて充分短かいので、構造体の熱収支に関しては、上記仮定のように近似し得る。

#### 5.1 単室建物の場合 (図-4)

構造体に関する熱収支は次式のように表し得る。

$$C \frac{d\theta_S}{dt} = \alpha_c F_o (\theta_i - \theta_S) - K_o F_o (\theta_S - \theta_o) \quad (4)$$

ここで C : 構造体の熱容量 [Kcal/hk]

F : 構造体面積 [m<sup>2</sup>]

K<sub>o</sub> : 構造体より外側の熱貫流率 [Kcal/hm<sup>2</sup>K]

α<sub>c</sub> : 対流熱伝達率 [Kcal/hm<sup>2</sup>K]

θ<sub>i</sub>, θ<sub>S</sub>, θ<sub>o</sub> : それぞれ設定室温, 構造体温, 外気温 [°C]

上式を解いて次式が得られる。

$$\theta_S = \theta_{S_1} + (\theta_H - \theta_{S_1}) \{ 1 - \exp(-t/T_H) \} \quad (5)$$

ここで,

θ<sub>S1</sub> : 構造体温の初期値

θ<sub>H</sub> : 構造体温定常値 = (θ<sub>i</sub> - θ<sub>o</sub>) α<sub>c</sub> / (α<sub>c</sub> + K<sub>o</sub>) (6)

T<sub>H</sub> : 加熱の時定数 = C / (α<sub>c</sub> + K<sub>o</sub>) (7)

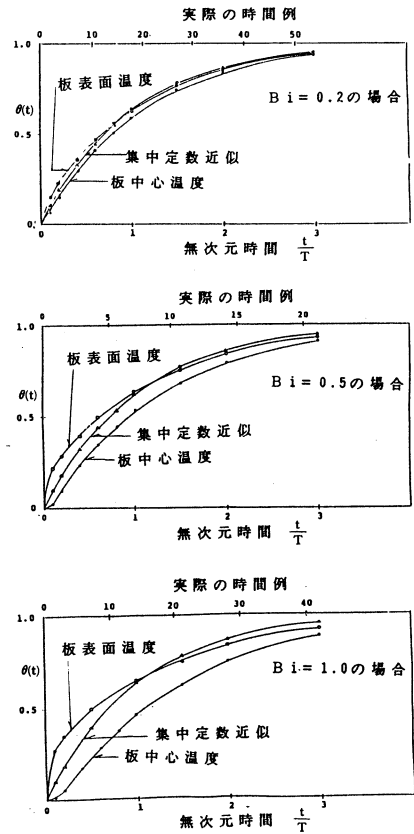


図-3 集中定数近似と理論解との対比

5.2 中間階・中間室（外側は窓のみ）の場合

(図-5)

構造体（床・間仕切り）は総て内部で、熱収支には次の二項を考慮する。

$$\text{空気から構造体への流入熱} = \alpha_c F_i (\theta_i - \theta_{Si})$$

構造体からふく射で外部へ流出する熱量

$$= q_w \alpha_r / \alpha (\theta_{Si} - \theta_o)$$

$$C_{Si} \frac{d\theta_{Si}}{dt} = \alpha_c F_i (\theta_i - \theta_{Si}) - q_w \frac{\alpha_r}{\alpha} (\theta_{Si} - \theta_o) \quad (8)$$

$$\theta_{Si} = \theta_{Si} + (\theta_H - \theta_{Si}) (1 - e^{-\frac{t_H}{T_H}}) \quad (9)$$

ここで  $q_w$  : 窓の熱損失係数 ( $=K_w F_w$ )  $\alpha_r$  : ふく射熱伝達率,  $\alpha = \alpha_c + \alpha_r$ ,  $\theta_{Si}$  : 構造体温の初期値,  $\theta_H$  : 構造体温の定常値  $= (\theta_i - \theta_o) \alpha_c F_i / (\alpha_c F_i + q \frac{\alpha_c}{\alpha})$  (10)

$$T_H : \text{加熱の時定数} = C_{Si} / (\alpha_c F_i + q \frac{\alpha_c}{\alpha}) \quad (11)$$

5.3 一般室（図-6）

ここではつぎのように、内部と外周部の構造体温の平均的な値について考える。

微小時間  $\Delta t$  間の熱収支

◆内部の構造体◆

$$C_{Si} \Delta \theta_{Si} = \alpha F_i (\theta_i - \theta_{Si}) \Delta t \quad (12)$$

◆外周部構造体◆

$$C_{So} \Delta \theta_{So} = \alpha F_o (\theta_i - \theta_{So}) \Delta t + K_o F_o (\theta_{So} - \theta_o) \Delta t \quad (13)$$

◆構造体温の平均値◆

$$C \Delta \theta_S \equiv C_{Si} \Delta \theta_{Si} + C_{So} \Delta \theta_{So}$$

$$\alpha F (\theta_i - \theta_S) \equiv \alpha F_i (\theta_i - \theta_{Si}) + \alpha F_o (\theta_i - \theta_{So})$$

$$K_o F_o (\theta_S - \theta_o) \equiv K_o F_o (\theta_{So} - \theta_o)$$

$$\therefore C \frac{d\theta_S}{dt} = \alpha F (\theta_i - \theta_S) - K_o F_o (\theta_S - \theta_o) \quad (14)$$

上式を解いて

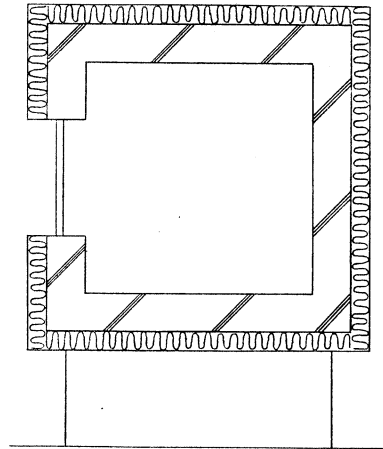


図-4 単室建物

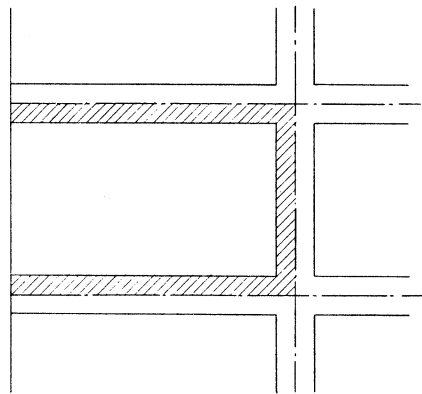


図-5 中間階・中間室（外壁なし）

$$\theta_S = \theta_{S1} + (\theta_H - \theta_{S1})(1 - e^{-t/T_H}) \quad (15)$$

ここで、 $\theta_i$ ：設定温度、 $\theta_S$ ：構造体温、  
 $\theta_{S1}$ ：加熱直前の構造体温度、  
 $T_H$ ：加熱の時定数 $\equiv (C_{Si} + C_{So}) / (\alpha F + K_o F_o)$  (16)  
 $F$ ： $F_i + F_o$   
 $\theta_H = \theta_i - K_o F_o / (\alpha F + K_o F_o) (\theta_i - \theta_o)$

### 6. 構造体の冷却

一仮定一「暖房停止後、室温は速やかに構造体の温度まで降下する。その後は、室温は構造体からの放出熱で保持され、ゆるやかに降下する」

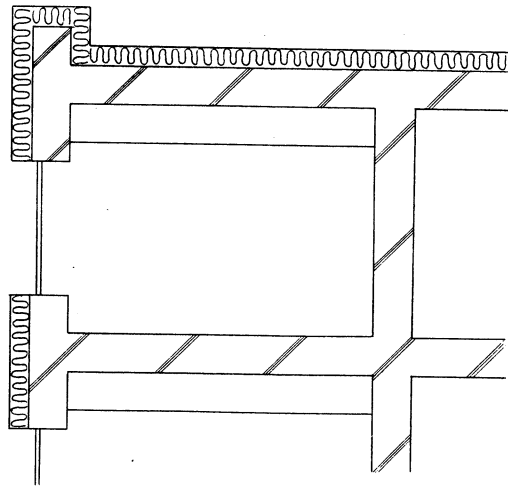


図-6 通常室

#### ◆構造体温度の降下◆

ここでは通常室を念頭に置いて内部と外周部合せた全構造体温の平均温度を $\theta_S$ として、次の近似式を適用する。

$$q(\theta_S - \theta_o)\Delta t \equiv C_S \Delta \theta_S \quad (17)$$

$$\therefore \theta_S - \theta_o = (\theta_{S2} - \theta_o)e^{-t/T_C} \quad (18)$$

ここで、 $T_C$ ：冷却の時定数

$$= C_S / q \quad (19)$$

$C_S$ ：全構造体の熱容量 $= C_{Si} + C_{So}$

$q$ ：熱損失係数

$\theta_{S2}$ ：暖房停止直後の構造体温

$\theta_o$ ：外気温（一定）

### 7. 間欠暖房時の構造体温度

一仮定一「外気温( $\theta_o$ )一定で、土曜・日曜を含めて連日 $t_H$ 時間暖房されている状態を考える」

#### ◆暖房開始( $\theta_{S1}$ )の構造体温度◆

この場合、加熱時の温度上昇( $\theta_{S1} \rightarrow \theta_{S2}$ )と冷却時の温度降下( $\theta_{S2} \rightarrow \theta_{S1}$ )は等しい。

$$\text{暖房時：} \theta_{S2} - \theta_{S1} = (\theta_H - \theta_{S1})(1 - e^{-t_H/T_H}) \quad (20)$$

$$\text{冷却時：} \theta_{S1} - \theta_o = (\theta_{S2} - \theta_o)e^{-t_c/T_C} \quad (21)$$

$$\theta_{S_2} - \theta_o = \frac{1 - e^{-\frac{t_H}{T_H}}}{1 - e^{-\frac{t_C}{T_C}} e^{-\frac{t_H}{T_H}}} \cdot (\theta_H - \theta_o) \quad (22)$$

$$\theta_{S_1} - \theta_o = \frac{1 - e^{-\frac{t_H}{T_H}}}{1 - e^{-\frac{t_C}{T_C}} e^{-\frac{t_H}{T_H}}} \times e^{-\frac{t_C}{T_C}} (\theta_H - \theta_o) \quad (23)$$

## 8. 暖房開始直後の室温の上昇

—仮定—「暖房開始直後の1～2時間に関して、室空気への熱供給はステップ状に為される。また、この間の構造体の温度上昇は無視する」

### ◆熱収支◆

微小時間内の熱平衡式には次の各項を考慮する。

1. 換気及び窓からの貫流失熱	$(q_a + q_w)(\theta_a - \theta_o) \Delta t$	}	
2. 構造体への流入	$\alpha F(\theta_a - \theta_{S_1}) \Delta t$		
3. 空気・家具への蓄熱	$C_a \Delta \theta_a$		

$$\therefore H \Delta t = \{ (q_a + q_w)(\theta_a - \theta_o) + \alpha F(\theta_a - \theta_{S_1}) \} \Delta t + C_a \Delta \theta_a \quad (25)$$

$$(\theta_a - \theta_{S_1}) / (\theta_{a_{\infty}} - \theta_{S_1}) = 1 - e^{-t/T} \quad (26)$$

$T_a$  : 室温上昇の時定数

$$\equiv C_a / (q_a + q_w + \alpha F) \quad (27)$$

$$\theta_{a_{\infty}} - \theta_{S_1} = \{ H - (q_a + q_w)(\theta_{S_1} - \theta_o) \} / (q_a + q_w + \alpha F) \quad (28)$$

ここで、 $H$  : 加熱量、 $C_a$  : 空気・家具の熱容量、 $q_a$  : 空気の比熱×換気量

$q_w$  : 窓の熱貫流率×窓面積

## 9. 諸時定数の概略値

### ◆加熱の時定数： $T_H$

$$T_H = C \delta F / \alpha F = 500 \delta / \alpha = 50 / \alpha = 10 \sim 25 \quad [h] \quad (29)$$

### ◆冷却の時定数： $T_C$

構造体（外断熱の例）の熱容量  $C$  は床面積を  $F_f$  として

$$C = \begin{cases} 200F_f \cdots \text{壁式構造} \\ 300F_f \cdots \text{柱・壁式構造} \end{cases} \quad (30)$$

熱損失係数  $q$  を次のように表す。

$$q = kF_f \quad \text{ここで、} k \text{ は } 1 \sim 3 \text{ 程度}$$

$$T_C = C/q = (200 \sim 300) / k = 70 \sim 300 [h] \quad (31)$$

### ◆室温上昇の時定数： $T_a$



事務室の家具・書籍類に関する熱容量は  $C_a=3V(\text{Kcal/k})$  程度とされる<sup>2)</sup>。

$$T_a=3V/(q_a+q_w+\alpha F)\doteq 3hF_t/\alpha F$$

$$\doteq h/\alpha \rightarrow 0.5\sim 1[\text{h}] \quad (32)$$

ここで、 $V$ ：室容積= $F_t h$ 、 $h$ ：室高さ

10. 暖房負荷＝間欠暖房補正係数 ( $p$ ) と負荷変動係数 ( $n_{t_H}$ )：荒谷法＝

間欠暖房時の熱負荷に関して次式が荒谷により提案されている。

$$\text{平均暖房負荷 } \bar{H}_{t_H}=q(\theta_i-\theta_o-\Delta\theta_n)\frac{24}{t_H}p \quad (33)$$

$$\text{最大負荷 } H_{\max}=\bar{H}_{t_H} n_{t_H}$$

ここで間欠暖房補正係数と称される  $p$  は、24時間暖房に対する間欠暖房時の流出熱量の比である。すなわち、

$$p=\text{t}_H\text{時間暖房時の日消費熱量}/24\text{時間暖房時の日消費熱量}$$

平均暖房負荷には、外部に流出する熱量に加えて暖房停止中に冷えた構造体に流入する熱量が含まれている。暖房停止期間中の構造体の温度降下は式(18)を適用して次式のように表される。

$$\theta_{S_2}-\theta_{S_1}=(1-e^{-\frac{t_H}{T_H}})\left/(1-e^{-\frac{t_C}{T_C}}e^{-\frac{t_H}{T_H}}\right)\times\frac{t_C}{T_C}(\theta_H-\theta_o) \quad (34)$$

この温度降下を暖房時間内に回復させるのに必要な熱量は下記のようなのである。

$$C(\theta_{S_2}-\theta_{S_1}) \quad (35)$$

従って、平均暖房負荷は次のように書ける。

$$q(\theta_i-\theta_o)\frac{t_H}{24}p=q(\theta_i-\theta_o)+\frac{C(\theta_{S_2}-\theta_{S_1})}{t_H} \quad (36)$$

結局  $p$  の値は次式のように表現し得る。

$$p=1+\frac{t_C}{t_H}\frac{1-e^{-\frac{t_H}{T_H}}}{1-e^{-\frac{t_C}{T_C}}e^{-\frac{t_H}{T_H}}}\frac{\theta_H-\theta_o}{\theta_i-\theta_o} \quad (37)$$

ところで、構造体は暖房開始直後が最も冷えていてそこへ流入する熱量も最も多い。最大負荷の式の中の負荷変動係数  $n$  は、このことによる負荷の増加が考慮されている。

$$\alpha F(\theta_i-\bar{\theta}_S)+q(\theta_i-\theta_o)=q(\theta_i-\theta_o)\frac{24}{t_H}p \quad (38)$$

↓

$$\alpha F(\theta_i-\theta_{S_1})+q(\theta_i-\theta_o)=q(\theta_i-\theta_o)\frac{24}{t_H}pn_{t_H} \quad (39)$$

式(15)を利用して暖房時間帯の平均構造体温は次式のように表される。

$$\bar{\theta}_S-\theta_{S_1}=(\theta_H-\theta_{S_1})\left\{1-\frac{T_H}{t_H}\left(1-e^{-\frac{t_H}{T_H}}\right)\right\} \quad (40)$$

## 室温変動解析における集中定数近似

この式からつぎの関係を得る。

$$\frac{\theta_i - \theta_{S_1}}{\theta_i - \theta_S} = \frac{\theta_i - \theta_{S_1}}{\theta_H - \theta_{S_1}} \frac{1}{1 - \frac{T_H}{t_H} (1 - e^{-\frac{t_H}{T_H}})} \equiv k \quad (41)$$

結局、 $n_{t_H}$ の値は次式のように表現し得る。

$$n_{t_H} = \left\{ 1 + \left( \frac{24}{t_H} p - 1 \right) k \right\} / \left( \frac{24}{t_H} p \right) \quad (42)$$

〔例解〕 下記の例について計算する。

$t_H=10$ ,  $T_H=15$ ,  $T_C=100$  [h] とする。

これを式(37)と(42)に代入してつぎの値を得る。

$P=0.93$ ,  $n_{t_H}=1.2$

## 11. 結 言

集中定数近似が RC 造の建物に対しても充分適用し得ることを示すと同時に、間欠暖房時の室温変動について解析した。その結果、室温変動を支配するのが三つの時定数であることを示し具体的な数式で表した。また、暖房負荷に関連する係数をこれらの時定数の関数として表示した。今後、建物を類型化して、熱容量および気温と構造体間の相当表面熱伝達率の具体的な数値を蓄積することと、コンピュータ精密解と当近似解との対応関係を整理することなどが、当近似解法の実用性を高める上で必要と思われる。

この研究は本学の断熱改修に伴う室内環境調査がきっかけとなって構想を得たものであり調査に御協力頂いた建築工学科大築教授並びに施設課の方々に感謝する次第です。

(昭和61年 5 月 21 日 受理)

## 引用文献

- 1) 伝熱資料, 日本機械学会編
- 2) 木村 健一: 建築設備基礎理論実習, 学献社 1970, p. 373