

## 回転電気機械スロット内コイルの速度起電力計算について

その他（別言語等）のタイトル	On the evaluation of speed electromotive force in the coil put in core slots of rotating electric machines
著者	倉重 龍一郎, 橋本 幸男, 松田 敏彦
雑誌名	室蘭工業大学紀要
巻	47
ページ	83-87
発行年	1997-11-28
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/190">http://hdl.handle.net/10258/190</a>

# 回転電気機械スロット内コイルの速度起電力計算について

倉重 龍一郎\*<sup>1</sup>, 橋本 幸男\*<sup>2</sup>, 松田 敏彦\*<sup>2</sup>

## On the evaluation of speed electromotive force in the coil put in core slots of rotating electric machines

Ryuichiro KURASHIGE, Yukio HASHIMOTO and Toshihiko MATSUDA

(原稿受付日 平成9年5月9日 論文受理日 平成9年8月20日)

### Abstract

In the almost all rotating electrical machines, the armature winding is wound in the armature core slots. Nevertheless, the electromotive force (emf as letter word) in the coils put in the slots is often expressed by air-gap magnetic flux and the Fleming's right-hand rule (so-called *B<sub>lv</sub>-rule*). And, it is not clear whether the speed emf in the coils put in the slots is correctly calculated by the *B<sub>lv</sub>-rule*. This paper clarifies the applicability of the *B<sub>lv</sub>-rule* to calculate the speed emf in the coils put in the slots by the study of calculated results of the speed emf and by the analysis of the expressions of electromagnetic induction. The expressions to evaluate the speed emf in the coils put in the slots are explained.

Key words : Fleming's right-hand rule, Speed emf, Coils put in slots, rotating electric machines

### 1. はじめに

大多数の回転電気機械の電機子巻線は、鉄心にスロット内に巻き込まれている。それにもかかわらず、電気機器学のテキストの多くは、電機子巻線の起電力を空隙の磁束密度分布とフレミングの右手則（以下、*B<sub>lv</sub>則*と略記する）を基に表現している。しかし、鉄心スロット内コイルの誘導起電力計算に*B<sub>lv</sub>則*を適用することの可否は一つの不明確事項になっていると考えられる。

スロット内コイル起電力の空隙磁束密度と*B<sub>lv</sub>則*による表現は、初学者が理解し易いという面から適切なことと考えられるが、一方でコイルが空隙にあると仮定する点で不明確さを残す原因になっていると思われる。

近年、計算機利用によってコイル起電力の短時間内の変化や磁気飽和による巻線インダクタンスの時間変化などを詳細に計算するような作業が増加してきている。これは、コイル起電力などの瞬時値を計算することであるが、空隙の平均磁束密度分布と*B<sub>lv</sub>則*による間接的計算では正確な結果は得られない場合がある。

以上により、本論文は回転機鉄心スロット内コイルの起電力計算における*B<sub>lv</sub>則*の適用について考察し、その物理的内容を明らかにしている。まず、直流機を供試機として空隙磁束密度分布およびスロット内磁束密度を計算し、両者について*B<sub>lv</sub>則*による誘導起電力を求めてその正否を考察している。次に、*B<sub>lv</sub>則*による起電力計算の数式上の成り立ち、および電磁誘導作用の鎖交磁束変化の場合分けから見た考察を行い、スロット内コイルの速度起電力計算の取り扱いを明らかにしている。

\* 1 情報メディア教育センター

\* 2 電気電子工学科

2. 鉄心スロット内コイル誘導起電力の  $Blv$  則による計算例

2.1 計算例

回転機のスロット内コイルが電機子表面の空隙にあると仮定した場合とスロット内にある場合について  $Blv$  則による起電力を計算し比較する。供試機として 100V, 3 kW, 1500rpm の他励直流機を用い, 整流子片間 2 ターン 1 コイルの起電力を求める。計算は, 全巻線に定格電流を与えて磁束密度分布を有限要素法により求め, 定格回転速度の周速によって, 次式(1)を用いて行った (図 1 参照)。

$$E_s = -w_1 l v_x \frac{\partial}{\partial x_a} \int_{x_a}^{x_b} B_n(x, t) dx$$

$$= -w_1 l v_x \cdot [B_{2n}(x_b, t) - B_{1n}(x_a, t)] \quad (1)$$

ここで,  $E_s$ : 速度起電力,  $x$ : コイルの電機子周辺の位置,  $W$ : コイル幅,  $w_1$ : コイルの巻数,  $l$ : 鉄心積厚,  $v_x = dx/dt$ : コイル移動速度,  $B_n(x_a, t)$  および  $B_n(x_b, t)$ : それぞれコイル辺位置  $x_a$  および  $x_b$  ( $= x_a + W$ ) における磁束密度の法線方向成分である。

(a) 空隙磁束密度による誘導起電力

図 2 に示すように, 空隙に置かれた仮想コイルが空隙磁界を切ることによる起電力を求める。回転子回転角 3 度ごとに空隙磁束密度分布を求め, それを用いて式(1)により計算した。1 磁極ピッチについての計算結果を図 3 に示す。図中細線の脈動波形が計算結果であり, 台形状太線の曲線は脈動成分を平滑化したものである。平滑化台形曲線の平均波高値は約 5.5 V である。供試機のブラシ間の直列コイル数は 33 個, 起電力発生有効コイル数率を 0.6 として,  $33 \times 0.6 \times 5.5V$  でほぼ定格電圧となる。なお, 脈動成分を平滑化した波形の方が実際波形に近い。

(b) スロット内コイルの誘導起電力

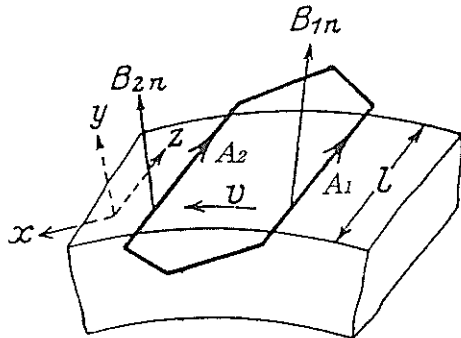


図 1 式(1)の説明図

次に, コイルがスロット内にある場合の起電力の計算を行った。図 2 に示すように, コイルをスロット内の位置のままとし, その位置の磁束密度と定格回転速度を用いて式(1)により計算した。その誘導起電力を図 4 に示す。起電力脈動の原因は不明であるが, その平均値は約 0.04V で, 空隙磁束密度による起電力の 1% 以下の大きさであった。

スロット内コイル速度起電力の式(1)による計算値が極めて小さい値になるのは, 鉄心スロット内磁束密度が低いためである。  $Blv$  則による起電力は磁束密度  $B$  に比例するので, 図 3 および 4 から本供試機のスロット内の磁束密度は平均空隙磁束密度の 1% 以下の大きさである。もし, 磁束が鉄心の一つの歯から隣の歯へスロットとコイルを横断して移動すると考えると  $Blv$  則が有効になるが, コイル横断磁束の計算は空隙磁束密度分布によらざるを得ないと考えられる。

2.2  $Blv$  則による起電力計算の考察

$Blv$  則による起電力計算の内容について考察する。

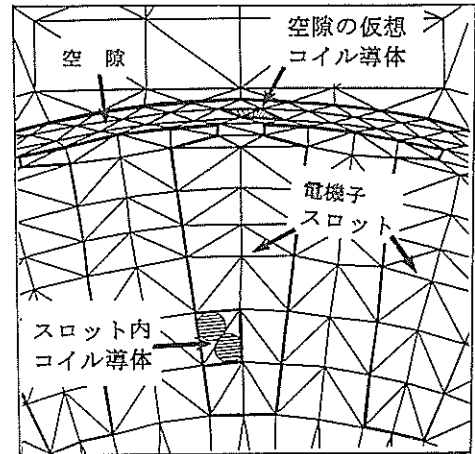


図 2 スロット内導体と仮想空隙コイル導体

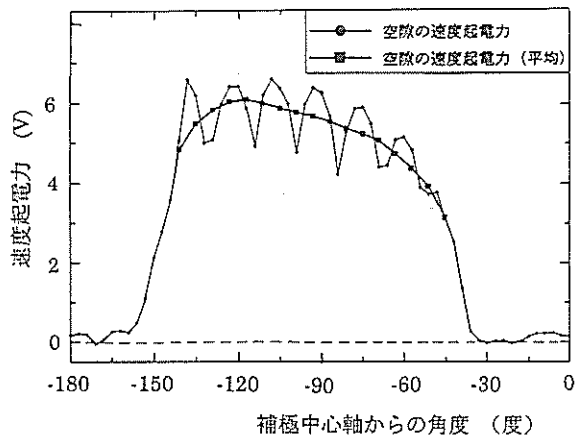


図 3 空隙磁束密度による速度起電力曲線とその脈動成分を平滑化した曲線

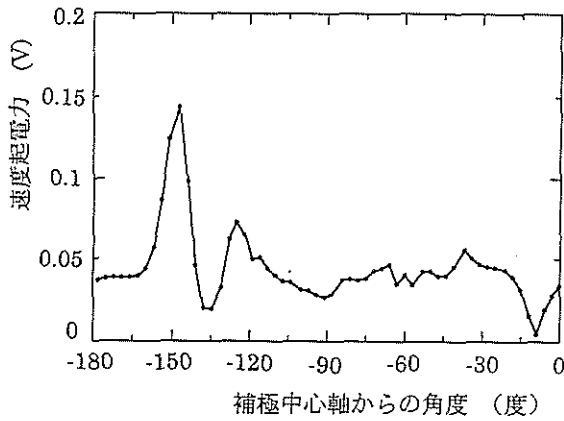


図4 スロット内磁束密度による速度起電力

図1において、コイル面内の磁束密度分布を  $B_n(x, t)$  とし、時間  $t$  が微小時間  $\Delta t$  だけ経過し、 $x$  が  $\Delta x$  移動したときの鎖交磁束の変化分  $\Delta\Phi$  は、式(2)に書かれる。

$$\Delta\Phi = -B_n(x_1, t) \cdot \Delta x + \int_{x_2+\Delta x}^{x_2} [B_n(x, t + \Delta t) - B_n(x, t)] dx + B_n(x_2, t + \Delta t) \cdot \Delta x \quad (2)$$

ただし、 $x_1, x_2$  は  $x_0 \pm \langle x_1 \rangle \pm \Delta x \langle x_2 \rangle \pm \Delta x$  で、平均値の定理を満足する  $x$  座標値、鉄心積厚  $l = l[m]$  にしている。

式(2)を  $\Delta t$  で割り、 $\Delta t \rightarrow 0$  で  $\Delta x \rightarrow 0$ 、 $x_1 \rightarrow x_0$ 、 $x_2 \rightarrow x_0$  になるとして

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_{x_0}^{x_0} \frac{\partial B}{\partial t} dx + B(x_0, t) \frac{dx_2}{dt} - B(x_0, t) \frac{dx_1}{dt} \quad (3)$$

式(3)で、 $dx_0/dt = dx_0/dt = v_x$ 、 $dB/dt = 0$  の前提と巻線数  $w_1$  と鉄心積厚  $l$  を加味して式(1)をうる。

以上によると、式(1)は、式(2)の右辺第1項および第3項の磁束変化、あるいは、式(3)の右辺第2項および第3項の  $x_0$  および  $x_0$  における  $B_n$  の値のみによる起電力を与えるものである。スロット内コイルのように、コイル辺が移動してもその位置の磁束密度が常に平均磁束密度より低い磁束密度を取り続けるような場合は、コイル全面の鎖交磁束変化量とコイル導体が切断する磁束量とが異なるため、 $B/v$  則はその式の成り立ちから適用できないことが分る。

### 3 スロット内コイル誘導起電力の考察

#### 3.1 テキストにおける取り扱い

スロット内コイルの速度起電力およびこれと類似する場合の誘導起電力の取り扱いについて、手元にある電気機器学および電磁気学のテキストを調べた。

電気機器学のテキストでは、直流機については全てのテキストが、交流機では一部のテキストが空隙磁束密度分布と  $B/v$  則を基礎とした起電力の式を記述している。二、三のテキストが「運動する座標系における場の座標変換」を取り扱い、 $B/v$  則のみに限定されない速度起電力の式を記述しているが(1)~(3)、スロット内コイルの起電力に言及しているものは見当たらない。

電磁気学のテキストでは、それぞれが電磁誘導式の導出とその説明について特長を有しているが、それらを次の記述例で代表させることができる、すなわち、電磁誘導の鎖交磁束  $\Phi$  の変化原因として、

- (a) コイル面（積分すべき面）は静止し、磁束密度  $B$  が時間的に変化するために生ずる  $\Phi$  の変化
- (b)  $B$  は時間的に変化しないが、積分をなすべき面  $S$  の周辺曲線  $C$  が移動するために生ずる  $\Phi$  の変化
- (c)  $B$  は時間的に変化せず、 $C$  もまた移動しないが、積分をなすべき面の形状が変化するために生ずる  $\Phi$  の変化

の三者をあげ、次式(4)を与えている(4)~(6)、

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= \frac{d}{dt} \int B dS \\ &= \int \left\{ \frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \times [B \times v] + v \cdot \nabla B \right\} \cdot dS \quad (4) \end{aligned}$$

式(4)の右辺は、 $\nabla \cdot B = 0$  であるから変圧器起電力と速度起電力の和を表している。その右辺第2項の計算を式(1)の表現形でのみ取り扱おうと、計算例のようにスロット内コイルの起電力計算に適合しないが、このような場合に言及したテキストは見当たらない。

#### 3.2 スロット内コイルに対する速度起電力の式

式(4)は以下のように書きかえられる。図5に示すように、時刻  $t$  において面  $S_1$  にあり、微小時間  $\Delta t$  後の時刻  $t + \Delta t$  において、 $v$  を速度ベクトルとして、 $v \Delta t$  だけ移動して面  $S_2$  になるとする。面  $S_1$  から  $S_2$  へ移動した場合の磁束変化率は次式に書かれる。

$$\frac{1}{\Delta t} (\Delta \int B dS) = \frac{1}{\Delta t} \left( \int_{S_2} B_{t+\Delta t} dS - \int_{S_1} B_t dS \right) \quad (5)$$

ここで、 $B_t = B(x, y, z, t)$ 、 $B_{t+\Delta t} = B(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, t + \Delta t)$  :  $t$  および  $t + \Delta t$  における磁束密度ベク

トル,  $dS$ : 任意の曲面の面素である.

$B_{t+\Delta t}$  をテイラー級数で表して2次の項までをとって式(5)に代入し,  $\Delta t \rightarrow 0$  の極限をとり,  $S_1, S_2 \rightarrow S$ ,  $B_t$  を  $B$  と書いて次式(6)をうる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int B dS &= \int \left[ \frac{\partial B}{\partial t} + (v \cdot \nabla) B \right] dS \\ &= \int \frac{\partial B}{\partial t} dS + \int \left( v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) B dS \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 節の考察により,  $B_{lv}$  則の形式が適用できるのは, 図5において, 面  $S_1$  の周辺  $C$  が移動して  $S_2$  の周辺  $C'$  に移る際に描く面 ( $dS = dt[v \times dl]$  の積分) を通してのみ磁束鎖交数変化が生ずる場合である. 式(6)の右辺第2項は,  $B(x, y, z, t)$  を生ずる起磁力が時間的に一定であっても, 位置の関数として磁束密度分布に変化を生ずる場合の起電力をも陽に表している. すなわち, 3章で示した電磁誘導の磁束鎖交数  $\Phi$  の変化原因 (a), (b) および (c) の他に,

(d) 積分すべき面  $S$  が移動するとき, 面  $S$  の周辺  $C$  が描く面積による磁束鎖交数変化と面  $S$  内の磁束密度分布の変化による磁束鎖交数の変化が異なるような  $\Phi$  の変化

がある. スロット内コイルの速度起電力発生 の主体は上記(d)によるものと考えられる.

#### 4 スロット内コイル起電力の $B_{lv}$ 則によらない計算例と考察

##### 4.1 計算例

式(6)の右辺第2項によるスロット内コイル起電力の計算例を, 簡単のため直流機の場合で示す. 図1を参照して,  $w_1$  巻きのコイルの磁束鎖交数を

$$\Phi(x, t) = w_1 \int B_n(x, t) dx \quad (7)$$

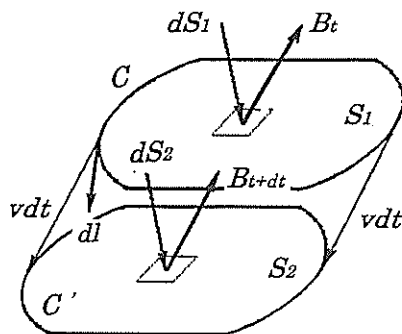


図5 速度起電力の磁束鎖交数変化

で表しうる場合を考える. そのとき式(6)の右辺第2項は式(8)になる.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (8)$$

式(8)は多くのテキストに記述されている式であるが, 右辺第2項の実用形として  $B_{lv}$  則の形に書き換えてしまう記述が多い. しかし, 前記(d)のような  $\Phi$  の変化がある場合には式(8)右辺第2項の形の表現が有効である. この右辺第2項の計算は, 磁界解析によりベクトルポテンシャル  $A$  を計算し, 次式(8)により求めるのが一般的である.

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi(t)}{dt} &= v_x \frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial x} \\ &= w_1 I \cdot v_x \cdot \frac{[(A_b - A_a)_2 - (A_b - A_a)_1]}{\Delta x} \end{aligned} \quad (9)$$

ただし,  $(A_b - A_a)_1$ ,  $(A_b - A_a)_2$ : それぞれ, コイル位置1および2におけるコイル辺  $a$ ,  $b$  のベクトルポテンシャル値,  $\Delta x = x_2 - x_1$ : コイル位置の微小移動量である.

式(9)によるスロット内コイル誘導起電力の計算結果を図6に示す. 図7は, 図3の空隙磁束密度による起電力の平滑化曲線と図6のスロット内コイルの起電力曲線を比較して示したものである. 図7から, 空隙の磁束密度による速度起電力と式(9)によるスロット内コイル速度起電力はよく一致した値に得られた.

##### 4.2 スロット内コイル誘導起電力に関する考察のまとめ

鉄心スロット内コイルの速度起電力計算への  $B_{lv}$  則適用に関する考察結果を次のように要約することができる.

- (1) 回転機鉄心スロット内コイルの速度起電力の計算において,  $B_{lv}$  則形の計算は正しい値を与えない. すなわち,  $B_{lv}$  則の適用には制限条件がある.
- (2) 電磁誘導則の速度起電力の表現式には  $B_{lv}$  則の形と  $v_x \cdot (\partial \Phi / \partial x)$  の形の2形式があるが, 後者の算法によらなければ正しい値が求められない場合がある.
- (3) 一磁極ピッチ間の起電力計算について, 空隙の磁束密度分布による  $B_{lv}$  則の計算値と直接スロット内コイルについて磁気ベクトルポテンシャルにより計算した値は良い一致を示した.

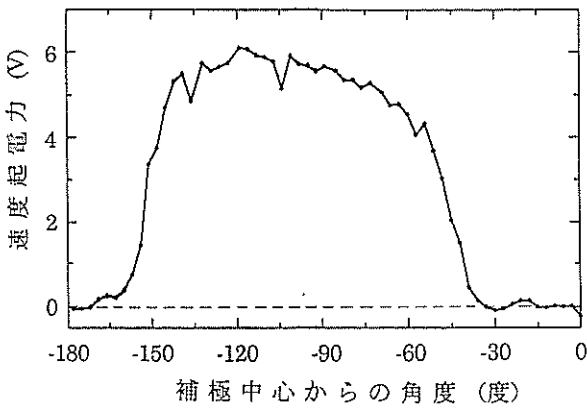


図6 スロット内コイルの速度起電力

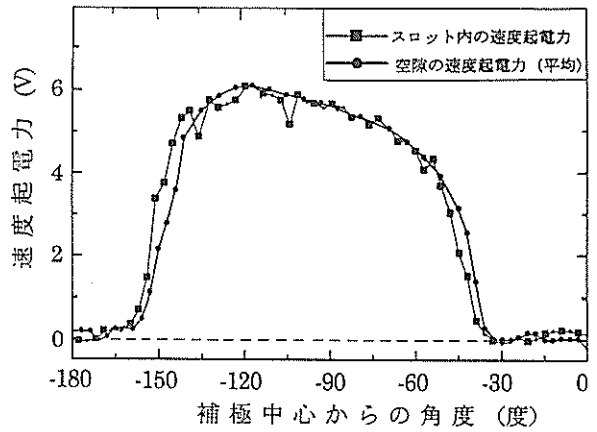


図7 空隙磁束密度による速度起電力とスロット内コイルの誘導起電力の比較

### 5. あとがき

回転電気機械の鉄心スロット内コイルに対するフレミングの右手則の適用について考察し、その物理的内容を明らかにした。特に、電磁誘導作用の鎖交磁束変化の場合分けとして、コイル導体の磁束切断量とコイル面全体の鎖交磁束変化量が一致しないような磁束変化があり、その場合  $B\ell v$  則以外の起電力計算法に拠らなければならないことを指摘した。

これまで、回転機における起電力の表現が每極磁束数あるいは空隙の平均磁束密度分布などの平均値的な量によっていたのは、理論の実用上でスロット内磁界あるいは磁気ベクトルポテンシャルの定量的取り扱いが困難であったためと思われる。計算機利用環境が分散化・低価格化し、電気機器解析・設計技術において電磁界解析の利用が必須化した現在<sup>(6)</sup>、電気機器学テキストにおける記述においても、鉄心スロット内磁界や磁気ベクトルポテンシャル等の導入が有効な

環境になっていると考えられる。

最後に、有限要素法による直流機の誘導起電力計算に協力頂いた、平成8年度電気電子工学科卒業研究学生 桜田順也、吉田 敬 の両君に感謝する。

### 文献

- (1) H.H.Woodson and J.R.Melcher : Electromechanical Dynamics, Part.I Discrete Systems, John Wiley & Sons, (1968)
- (2) 西村正太郎編：電気機器学，オーム社，(1982)
- (3) 穴山 武著：電磁エネルギー変換工学，丸善，(1983)
- (4) 竹山説三著：電気磁気学現象論，丸善，(1944)
- (5) パノフスキー，フィリップス著（林、西田訳）：電磁気学（上），吉岡書店，(1962)
- (6) 坂部茂一：回転機の進歩と多様化 I. 解析技術の進歩，電気学会論文誌，Vol.115-D, No.7, (1995)