工学部における数学教育論

その他（別言語等）のタイトル	On the methods of Mathematical Education of an Institute of Technology
著者	山口　格
雑誌名	室蘭工業大学紀要
巻	47
ページ	5-9
発行年	1997-11-28
URL	http://hdl.handle.net/10258/2847

室工大紀要第47号(1997)5〜9

工学部における数学教育論

山口　格

On the methods of Mathematical Education of an Institute of Technology

Kaku YAMAGUCHI

(論文受理日　平成9年8月20日)

Abstract

In recent years the methods of mathematical education of the faculty of technology have been reformed. From "Applied Mathematics" to " Mathematical Sciences" is that reform. The aim of this paper is to discuss the methods of teaching mathematics in an institute of tecnology.

Key words : Education of Mathematics, Applied Mathematics, Mathematical Sciences.

1.　はじめに

最近の室蘭工業大学における一般教育課程の改組によつて生まれた、副専門教育課程数理科学コースの教育実践を、「工学部における数学教育論」として、論究してみようと思う。室蘭工業大学における1993年度からの改組の概要については、この紀要特集の他の論文でふれられるので、それらを参照してもらうことにして、ここには述べない。筆者は教授学の一部分としての、数学教育を中心に研究してきたので、教授学的な観点からこのテーマに接近してみることを試みると同時に、室蘭工業大学での筆者の教育実践についても述べてみることにする。

共通講座

2.　応用数学から数理科学へ

旧来の工学部の数学教育は一言でいえば工学を学ぶ為の基礎としての数学教育であつた。その内容は、線形代数、微分積分学、常微分方程式の解法、偏微分方程式の解法、複素関数論、フーリエ解析、確率統計等である。それらははじめの2つを除いていはゆる応用数学と言われている分野である。室蘭工業大学の数学教育も1992年まではそのように行われてきた。

もともと数学はユークリッドの原論に見られるようにギリシャ時代B.C300年頃既に学問としてまとまつた形を持つていた。

一方ギリシャ時代の自然学はアリストテレスに見られるような質的な目的論的理論であつた。物体の運動は物体自身の本性によって決定されたのである。「自然は運動の原理であり、また変化の原理であり、そしてわれわれの研究はこの自然についてであるから、われわれは運動のなんであるか［本質］の考察を忘れてはならない。というのはこれが認識されなくては、必然的にまた自然も認識されないからである。」(1) アリストテレスの自然学では、土、水、空気、火の四元素が存在して、中心から見て、土、水、空気、火という順に、同心円の層となつて宇宙の中心を囲んでいる。例えば土の元素はその本性に従った運動が地球の中心に向かうものであるため、土の元素を多量に含んでいる地上の物質は、地球の中心に向かつて落下するとした。アリストテレスにあつては自然学は目的論的に説明され、物体の運動は物体自身の本性によつて決定されるとされた。従って当時の発達した数学理論と内在的に深く結びついはていなかつた。その後中世ではアリストテレスの世界観はキリスト教世界観の構成要素として指導的な正統見解となつていた。

16世紀になると運動の研究が自然科学の中心的な課題になつた。この頃からアリストテレスの世界観に対する批判が強まつた。ガリレオ（1564−1642）は次のように述べている。「そのうえ、サルシには牢固たる信念をひめているようにわたしにはみえます。哲学的に考えるには、だれか有名な著者に依拠する必要があり、したがつて、われわれの頭脳が他人の論説を妻帯していない場合には、まつたく不毛不妊の状態にとどまらざるをえない、という信念です。（中略）サルシさんとやら、そうは問屋がおろしませんぞ。哲学は、眼の前にたえず開かれているこの最も巨大な書［すなわち、宇宙］のなかに、書かれているのです。しかし、まずその言語を理解し、そこに書かれている文字を解読することを学ばないかぎり、理解できません。その書は数学の言語で書かれており、その文字は三角形、円その他の幾何学図形であって、これらの手段がなければ、人間の力では、その言葉を理解できないのです。それなしには、暗い迷宮を虚しくさまようだけなのです。」(2) このようにガリレオにあつては、自然は数学の言語で書かれていたのである。落体の法則は数学的に記述された自然であつた。運動の原因を研究するのでなく、それを数学的に記述することが、ニュートンのプリンシピアマセマテイカに受けつがれ古典力学として、結実した。この動きの中で数学自身も初等数学の時代から変量の数学の時代へと、変化し、関数概念や微分積分学の誕生となる。このような歴史的起因で、物理学や工学を学ぶ為には、数学の一定の知識が必要とされているのである。そのような知識の集積を今日では応用数学と呼んでいた。応用数学は数学自身の発展の要請にこたえるのはもとより、むしろ諸科学と混然一体となつて発達した。長い間工業大学で教えられて来た数学関係の講義の内容はおおむね19世紀までの数学そのものであろう。その後20世紀になつて純粋数学の発展自立が見られ、19世紀風の数学は応用数学として教えられるようになつた。しかし工学部の数学教育は「他の科学の為の数学教育」（秋月康夫の言葉）であることはまちがいなかつた。秋月康夫(3) は1964年9月琵琶湖湖畔で催された「大学の数学教育に関する日米懇談会」で「他の科学の為の数学教育」論を発表した。この会議の報告書は英文で出ている。弥永昌吉が一部抄訳した中から引用する。

「数学とその応用の近来の発展はたいへん目覚ましいものですので、大学における「他の科学の為の数学教育」は緊急に改めねばならないものと思います。しかしどう改めるべきかを考えますと、なかなかの難題で、解決不可能ではないかとさえ思われます。数学者は数学が他の科学にどのように応用されているかあまりよく知りませんし、他の科学の方々は数学がこのごろどのように発展しているかあまりよくご存じではないと思われるからです。しかしそれだからこそ、こうした事態を一層悪くしないためにも、この問題にはまじめに取り組まねばならないとおもいます。

物理学者や工学者の方たち何人かに、数学や数学教育につぃてのご意見を聞いてみましたところ、次のようなお返事がありました。ある方は数学はわれわれの道具あるいは飾りだと思うといわれました。ある工学者の方は、数学者がおもちゃにしているような数学は、われわれには用はないといはれました。ある物理学者の方は、数学的にあまりきれいな定式化ばかり見ていると、物理的な本質がわからなくなるといわれま

した。」[4]

これを見ると1960年代というのは、数学と他の科学ははつきりと分離していたことがわかる。19世紀頃までの数学の歴史は微分積分学の形成史をみてもわかるように、数学は物理学や天文学と一体になって研究されていたのである。この時代には応用数学という意識も言葉もなかつたのでなかろうか。今から見るとこの時代は数学そのものが応用数学だつたのである。19世紀には微分積分学の分化が進み、数学解析がさまざまな専門に分かれ、それぞれ独自の発展をするようになつた。また解析の基礎に対する反省から、実数論、集合論が生まれた。19世紀後半から20世紀にかけて数学は厳密化・抽象化が進み、他の分野の人達には理解しがたい様子をみせてきた。秋月が述べているのはこの頃のことであろう。数学は他の諸科学とひとまず離れ、独自の世界を確立したかのように見えたのである。したがつてごく最近まで、応用数学と言う言葉は、まず数学があつて、その応用を考えるという意味が強かつた。日本では古くから純粋数学指向が強かつた。江戸時代の和算もほとんど他の自然科学と結び付いていなかつた。理学部の数学科はほとんど純粋数学者で占められており、応用数学は数学研究のなかで不当に遇せられて来た。その様な状況が大きく変化するのは1990年代になつてからである。今、数学、とりわけ日本の数学は本格的に応用数学に目を向け、数学の実践的側面に光を当てようとしている。この流れがはつきり示されたのは、1990年に京都で開催された国際数学者会議においてであろう。そして数理科学という言葉が日本の数学界でも広く受け入れられるようになつてきた。東京大学の数学教室が数理科学研究科に変身し、九州大学もこれに続いた。そして我が室蘭工業大学でもささやかながら、工業数学共通講座と一般教育数学教室が、共通講座数理科学講座と変身し、1994年から発足したのである。そして教育課程の方では、1993年度から工学部の基礎教育課程としての数学科目群（工業基礎数学A,B,C,D 8単位）と副専門教育課程の数理科学コース科目群（18単位）の2本建てになつた。

3.数理科学について

コンピュータが科学に与えた影響はきわめて大きい。自然科学において、理論、実験以外に計算という研究方法がつけ加わったといつてもよい。たとえば流体力学では、これまでの水槽や風洞を用いた実験研究と、基礎方程式であるナビエーストークス（ＮＳ)方程式の解析を中心とした理論研究の二つの柱があつたが、コンピュータの発達によりＮＳ方程式を直接数値計算して流れの場をシミュレートする計算研究の分野がもう一つの柱となつたのである。ＮＳ方程式など非線形方程式は解の重ね合わせができず数学的取り扱いは非常に困難であると考えられてきた。しかしシミュレーションを行うことによって、その解に構造があることが発見され、新しい数学的概念が生み出されてきた。そういった例としてソリトンとカオスがある。

ソリトンについては、非線形格子における再帰現象の観察にはじまって、非線形波動方程式の初期値問題を解くための逆散乱法の発見、広田の方法を初めとするさまざまな解析手法の開発、そしてそれらの根底となる代数構造の解明というふうに研究が拡がっていく。カオスでは、非線形差分方程式の数値計算における複雑な解の観察に始まって、奇妙なアトラクターや周期解の分枝における普遍定数の発見などから、フラクタルという概念の確立へと拡がっていく。これらの研究は古典数学の再発掘をうながした。常微分方程式の理論における特異点の問題や、病的な関数としての、いたるところ微分不可能な関数の再認識である。コンピュータの登場は数学における観察や実験の可能性を拡げたものであるといえる。

1993年度から始めた本学の副専門教育課程数理科学コースでは、数理科学関係の内容として、オートマトン、ファジイ理論、フラクタル、カオス、グラフとネットワーク、パーコレーション、無限粒子系、数理生態学などの内容をいれている。

4.どのように教えるべきか

1985年にＩＣＭＩ(International Comission on Mathematical Instruction 数学教育国際委員会）が数学教育に関する調査を行った項目の中に「どのように数学を教えるとよいか、フランス流に定義から始め、最も一般的な対象から始めるべきか、またはイギリス流に種々の例につぃて説明し、同時にたくさんの計算の仕方を示してみせるやり方か」と言うのがあった。東京大学工学部で薩摩順吉氏がこれに基づいて調査した

工学部3年生の学生の答えの中には、抽象より具体を望む結果がはっきり出ている。[5] フランス流がよいと答えたのは1/6、イギリス流がよいと答えたのは2/3でのこりは折衷意見だと言う。この東大の調査の項目には「これまで学んだ数学の内容について」というのがあった。その中の過激な意見の一っに「授業では不可解な定義や抽象的論理を並べながら、期末試験では計算力を問われたりするのは気持ちわるい」、「定理中心でまじめすぎると感じたが、安易に数学科を選ぶ人間が少しでも減ったと思うので、それなりの効果はあったと思う」等があった。これらの意見には、私にも思い当たるふしがある。

薩摩順吉氏によると東大では数理科学研究科の発足（1992年）以来教養数学の改善を行って講義を複線化したそうである。A, B二っのコースを用意してどちらを受講するかは学生に選択させる。Aコースは、$\varepsilon-\delta$論法によって極限の考え方を説明したのち、その上で微積分について講義する。したがって非常に正確で確固とした知識が得られる。ただし、そのためにはそれなりの辛抱と努力が要求される。また論理的な組立や証明に時間を取られるため具体的な計算面が十分に講義できない。Bコースでは、$\varepsilon-\delta$論法が完成される直前に視点をおいて、実数と極限に関しては少しあいまいな定義のままで微積分について説明する。したがって、考え方の流れは理解しやすいが論理的な完全さを期待することはできない。しかし、実際の計算を実行してみることや、結果の使われ方を学ぶことで数学の考え方を身につけることができる。実は室蘭工業大学における私の講義は、1970年代はAコース風で、1985年から現在まではBコース風で行っている。

もう一つコンピュータの利用を考慮にいれると数学教育にも大きな影響が考えられる。コンピュータは数値計算だけでなく、数式処理も行い、不定積分、行列の計算、因数分解なども記号のままで計算できる。反復操作はコンピュータで容易に行えるので、級数の和を求めると言う計算は簡単になる。さらにコンピュータによる視覚化は重要な要素である。コンピュータによって関数をグラフで示すことや、微分方程式の解をみることも簡単に行えるようになつた。そのためのカリキュラムや教程の作成も課題となつてくる。

5.教養としての数学教育

もともと室蘭工業大学では、数学関係のカリキュラムは一般教養科目としての位置付けではなく、専門の基礎科目として位置付けられていた。1993年の改訂で副専門教育課程がスタートすると、数理科学コースのカリキュラムは、副専門としての位置付けと一般教育の革新としての、多面性、総合性を兼ねそなえることとなつた。

戦後新制大学が始まった頃の教養としての数学は、文系の学生に「数学のお話」をするなど、数学そのものを教えるのでなく、水で薄めた数学を教えていた。須田勝彦と筆者はかねてから「学問としての数学を教える視点」が大切であると主張してきた。[6] この主張はたとえ小学校や中学校、高等学校でも、薄めた形でなく、質の高い本当の数学を教えるべきであるということである。当然学ぶ者の年齢、学年、発達の状態に応じてふさわしい教え方は考慮されるべきだが、本質は数学としての学問的立場を捨てるべきでないのである。この主張は当然大学における数学教育にも当てはまるものである。この点に関して筆者の実践を述べてみよう。

一年目後期の科目「数理科学プレゼミナール」必修2単位では数人の教官がそれぞれ独自のテーマで小人数の学生のゼミを担当する。筆者のテーマは「数の科学」で、1+2=3　となるのは何故かということを考えることにした。テキストはEdmund Landau のFoundations of Analysis で内容はペアノの公理にもとづく自然数論の展開である。25名の学生が自分の意志で参加した。毎時2人づづの学生が発表して論議するゼミの形態で行った。私のねらいは学生たちが小学校以来親しんできた数について、科学的にとらえなおすことができたらよいと考えていた。もう一つ完璧な数学の理論のもつ美しさをわかつてもらえたらという気持ちもあつた。1961年にフランスのロワイヨーモンで数学教育に関する国際セミナーがひらかれた。そこでDieudonne が有名な「Euclid　幾何追放」論を述べ、代わりにペアノの公理からの自然数論の展開をすすめていた。私のあたまにはそれもあつたのである。ペアノの公理からの自然数論の展開は繊細にして玲瓏であ

るが、学生たちは現代数学の香気をその中に認めたと同時に「1+2=3　となるのは何故か」という根本的かつすぐれて教養的な問題に正しい解答をみつけたようである。

6.もう一つの専門に進む

副専門教育課程は主専門である工学の一分科にたいして、もう一っの分野のかなり専門的な知識を教授している。従って数学に強い機械工学技術者等が卒業生にたいする期待されるイメージであつた。しかしながら数理科学のおもしろさにふれ学ぶなかで自分の将来の道を、数理科学の方に変えてしまった学生もいた。この春から静岡大学大学院で数理生物学をやることにしたK君がそうである。彼は数理生物学を数理科学コースの「数理モデルＢ」という科目で、佐藤一憲教官の講義を聞き、次の年「数理科学ゼミナール」で、佐藤一憲教官の指導をうけ、数理生物学を専攻することを決心した。もともと、理学部の数学科に比べて、副専門では単位数がすくなく、数学で一人立ちするには、やや物足りなさを感じていたが、数理生物学のように若い学問では、比較的速く第一線までたどりつけるようである。また数理科学コースを修めてから北大等の大学院理学研究科数学専攻などに進む道も開けている。

7.数理科学でよいのか

これまで室蘭工業大学における数学教育の改革の実態にそつて、そのよって立つかんがえかたを述べてきた。しかし最近になつて、数学教育のせかいでは、「数理科学ではなく数学を教えるべきだ」という主張があらわれてきた。上野健爾は次のように言う。「20世紀の数学は（伊藤）仁斉の表現を借りれば《繁茂稠密》し、実に多様な成果が得られている。数学の分野の区分は名ばかりで、さまざまの分野の成果が互いに取り入れられ、まさに《繁茂稠密》した、現代数学の状況が浮かび上がってくる。その有機的なつながりこそ数学の命である。わが国の一部で行なはれているような「数理科学」の名のもとに知の展示場を作り成果を宣伝しようという試みがいかに見当違いの愚行であるかが明らかになる」[7]　このような批判は当然しつかりと受けとめ考えて行かねばならないことである。この上野の批判は、筆者等の提唱する「学問としての数学を教える視点」と通ずるものがあるようである。

注

（1）　アリストテレス《自然学》、全集第3巻、ｐ82

（2）　ガリレオ「偽金鑑識官」（1623年）、中央公論社「世界の名著」21、山田慶児、谷泰訳（1973年）ｐ308

（3）　秋月康夫　1902－1984京都大学の数学科教授

（4）　「秋月康夫氏の「他の科学のための数学教育」論」、弥永昌吉、岩波講座「応用数学」No,4、月報　1993.7

（5）　薩摩順吉　「大学で数学をどう教えるかー数学専攻でない学生への数学教育」　科学　Vol 57,(1987),No.8　ｐ496－502

（6）　山口　格・須田勝彦　「関数指導体系に関する基礎的研究」　北海道大学教育学部紀要第50号1988年p1-p55

（7）　上野健爾、　現代数学の広がり1.　岩波講座「現代数学の基礎」第3巻　1996.12　ｐ2