

関数展開法による偏波の違いを考慮した光導波路のトポロジー最適設計に関する検討

著者	辻 寧英, 千田 宏幸, 安井 崇, 平山 浩一
雑誌名	電子情報通信学会技術研究報告
巻	116
号	255
ページ	103-107
発行年	2016-10-13
URL	http://hdl.handle.net/10258/00009451

関数展開法による偏波の違いを考慮した 光導波路のトポロジー最適設計に関する検討

辻 寧英[†] 千田 宏幸[†] 安井 崇^{††} 平山 浩一^{††}

[†] 室蘭工業大学情報電子工学系専攻

〒 050-8585 北海道室蘭市水元町 27-1

^{††} 北見工業大学電気電子工学科

〒 090-8507 北海道北見市公園町 165 番地

E-mail: †{y-tsuji,15043040}@mmm.muroran-it.ac.jp, ††{yasui,hirakc}@mail.kitami-it.ac.jp

あらまし 光通信の高速大容量化を目指して、小型で高性能な光デバイスの開発が活発に行われている。目的とする特性を実現する構造のデバイスを自動最適設計できれば設計者の経験に依存せずに高性能な光デバイスを実現できる可能性がある。本研究では、関数展開法に基づくトポロジー最適化を TE, TM 両方の偏波に対して適用し、偏波無依存化素子、偏波分離素子の最適設計について検討を行っている。数値解析に有限要素法、感度解析に随伴変数法を用い、設計領域内の構造の表現には関数展開法を用いたトポロジー自動最適設計法の検討を行なっている。

キーワード トポロジー最適化、有限要素法、光導波路デバイス、関数展開法、偏波分離素子

Study on Topology Optimization of Optical Waveguide Devices Considering Polarization Dependence

Yasuhide TSUJI[†], Hiroyuki CHIDA[†], Takashi YASUI^{††}, and Koichi HIRAYAMA^{††}

[†] Muroran Institute of Technology, 27-1 Mizumoto-cho, Muroran, Hokkaido, 050-8585 Japan

^{††} Kitami Institute of Technology, 165 Koen-cho kitami, Hokkaido 090-8507 Japan

E-mail: †{y-tsuji,15043040}@mmm.muroran-it.ac.jp, ††{yasui,hirakc}@mail.kitami-it.ac.jp

Abstract In recent years, high performance and compact photonic devices are intensively developed to realize large capacity photonic network. In order to develop novel photonic devices, several kinds of optimal design method using numerical simulation have been developed. Among them, topology optimization is the most flexible optimization method and has potential to find out unconventional photonic devices. In this report, we study on the function-expansion-based topology optimization method considering both TE and TM wave and a compact polarization splitter is actually optimized. In our approach, finite element method (FEM) is employed to numerically analyze photonic devices and adjoint variable method (AVM) is utilized for sensitivity analysis.

Key words Topology optimization, Finite element method, Photonic circuit devices, Function expansion method, Polarization Splitter

1. ま え が き

近年、スマートフォンなどの情報端末の普及による情報通信技術の急激な発展に伴い、通信の高速大容量化が求められている。通信の大容量化には基幹となる光通信の大容量化は必須であり、そのための高性能な光デバイスの開発が盛んに進められている。光デバイスの開発では、現在は、計算機およびシミュレーション技術の発展により計算機シミュレーションが広く用いられているが、デバイスの開発においては既存の構造の改良

であったり発見的な方法であるなど、設計者の経験に依るところも大きい。

既存の概念を超えたより高性能な光デバイスの開発には、設計者の経験に頼らない最適設計手法もまた有効である。近年、光デバイスの最適設計技術も発展し、寸法や形状のみならず、トポロジーまでを含めた最適設計法が開発されており、様々な興味深いデバイスが提案されている [1]-[14]。中でも関数展開法に基づくトポロジー最適設計法 [8]-[12] は、通常の密度法で見られるグレー領域の問題を回避することができ、選択する関数

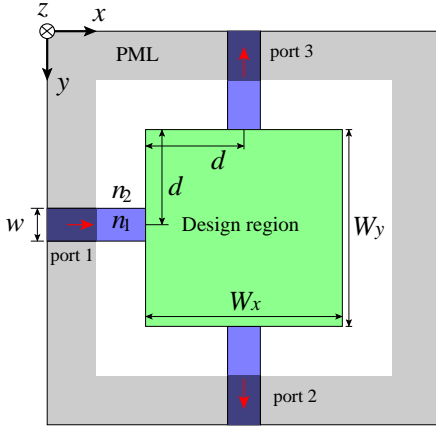


図1 二次元光導波路デバイス設計の問題設定

系により構造の自由度を制限することも比較的容易である。しかしながら、関数展開法に基づくトポロジー最適化の二次元光回路設計への適用はこれまで主に TE 波のみに対して検討されている [8], [9], [12]。近年、強導波路を用いたデバイスの小型化が盛んに検討されるなか、偏波無依存化や偏波分離といった偏波の違いを考慮した設計もまた重要になっている。

本研究では、関数展開法に基づくトポロジー最適設計法を TE, TM 両方の偏波に対して適用し、偏波無依存パワー分岐素子、小型な偏波分離素子の設計について検討を行っている。本検討では、数値解析に有限要素法、感度解析に随伴変数法を用いている。

2. 二次元光導波路のトポロジー最適設計

2.1 設計領域内の屈折率分布の表現

図1に示すような二次元光導波路デバイスの設計問題を考える。標準的な二媒質を対象とした関数展開法では最適化領域内の比誘電率分布を適当な解析関数 $w(x, y)$ を用いて以下のように表現する [8]。

$$\varepsilon_r(x, y) = \varepsilon_{ra} + (\varepsilon_{rb} - \varepsilon_{ra}) H(w(x, y)) \quad (1)$$

ここで、 ε_{ra} , ε_{rb} は使用可能な二つの材料の比誘電率、 $H(\xi)$ は ξ の値によって 0 か 1 の値を取る関数であり、 ε_r は $w(x, y)$ の値によって ε_{ra} あるいは ε_{rb} のどちらかの比誘電率となる。ただし、実際には感度解析の際に ε_r が微分可能となるように、 $H(\xi)$ は以下のように定義される連続関数とする [8]。

$$H(\xi) = \begin{cases} 0 & (\xi \leq -t) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\xi + t}{t} \right)^2 & (-t < \xi < 0) \\ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\xi - t}{t} \right)^2 & (0 \leq \xi < t) \\ 1 & (\xi \geq t) \end{cases} \quad (2)$$

ここに t は $H(\xi)$ が連続関数となるように導入された量であり、 $|w(x, y)| < t$ となる領域において比誘電率は中間的な値をとるが、 t を十分に小さく取ることによってグレイ領域を縮小でき、最終的に $t \rightarrow 0$ とすることでグレイ領域を除去することができる。

最適化領域内の屈折率分布を決める関数 $w(x, y)$ は一般的に

$$w(x, y) = \sum_i c_i f_i(x, y) \quad (3)$$

という形で与えられる。 $w(x, y)$ の具体的な形として、フーリエ級数や標準化関数による表現が提案されている [13]。

2.2 有限要素法による光導波路解析

図1に示すような x 方向に対して構造が一様な等方性誘電体からなる二次元光導波路を考える。このとき、マクスウェル方程式から、光波の伝搬を表す波動方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + k_0^2 q \Phi = 0 \quad (4)$$

ここに k_0 は自由空間波数であり、 Φ , p_x , p_y , q は TE 偏波に対して

$$\Phi = E_z, \quad p_x = \frac{s_y}{s_x}, \quad p_y = \frac{s_x}{s_y}, \quad q = s_x s_y \varepsilon_r$$

TM 偏波に対して

$$\Phi = H_z, \quad p_x = \frac{s_y}{s_x \varepsilon_r}, \quad p_y = \frac{s_x}{s_y \varepsilon_r}, \quad q = s_x s_y$$

で与えられる。ここで、 s_x, s_y はスプリアス反射を抑圧するために解析領域端に置かれた完全整合層 (PML: Perfectly Matched Layer) に関するパラメータであり、PML 以外では $s_x = s_y = 1$ である [15]。

いま、解析領域を三角形二次節点要素を用いて分割し、各要素内において Φ を

$$\Phi_e = \{N\}^T \{\Phi\}_e \quad (5)$$

と近似する。ここで $\{N\}$ は三角形節点要素の形状関数である。これを式 (4) に代入し、ガラーキン法に基づく有限要素法を適用すると以下の式を得る [15]。

$$[P] \{\Phi\} = \{u\} \quad (6)$$

ここに

$$\begin{aligned} [P] &= [K] - k_0^2 [M] \\ [K] &= \sum_e \iint_e \left[p_x \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} + p_y \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right] dx dy \\ [M] &= \sum_e \iint_e q \{N\} \{N\}^T dx dy \\ \{u\} &= \sum_{\Gamma} \int_{\Gamma} -p_n \frac{\partial \Phi_{in}}{\partial n} d\Gamma \end{aligned}$$

であり、 \sum_e は全ての要素に関する和を、 $\int_{\Gamma} d\Gamma$ は入射境界上での線積分を、 \sum_{Γ} は入射境界に接する要素に関する和を表す。また、 $\partial/\partial n$ は入射境界边上での外向き法線微分を表し、 Φ_{in} は入射電磁界を表す。

2.3 随伴変数法による感度解析

光導波路デバイスの特性を改善する方向に構造を更新していくためには、構造が変化したときにどのように特性が変化するかを知らなければならない。この方法として、実際に構造を変

化させてみて特性を調べるのもひとつの方法であるが、そのためには新たな光導波路解析が必要であり、最適化するパラメータが増えるとその計算量は膨大になる．ここでは、構造の変化に対する特性の変化を効率的に調べる方法として、随伴変数法 (AVM : Adjoint Variable Method) [5]-[12] を用いる．

いま図 1 の port 1 から光を入射したとして式 (6) を解いて伝搬界分布 $\{\Phi\}$ が求まると、port n への固有モードの振幅透過係数 S_{n1} は

$$S_{n1} = \{\Phi\}^T \{g_n\} \quad (7)$$

により求めることができる． $\{g_n\}$ は二次元解析の場合は以下のように与えられる．

$$\{g_n\} = \frac{\beta_i}{k_0} [M] \{\Phi_n^*\} \quad (8)$$

ここに $\{\Phi_n\}$ は n 番目の port における固有モード界振幅からなるベクトルである．このとき、 i 番目の設計パラメータ c_i が微小変化したときの S_{n1} の変化は c_i の変化による電磁界振幅の変化を用いて

$$\frac{\partial S_{n1}}{\partial c_i} = \left\{ \frac{\partial S_{n1}}{\partial \Phi} \right\}^T \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial c_i} = \{g_n\}^T \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial c_i} \quad (9)$$

と表すことができる．一方、式 (6) を c_i で微分し、入出力境界が最適化領域に含まれないとすると

$$\frac{\partial \{\Phi\}}{\partial c_i} = -[P]^{-1} \frac{\partial [P]}{\partial c_i} \{\Phi\} \quad (10)$$

が得られ、式 (10) を式 (9) に代入すると

$$\frac{\partial S_{n1}}{\partial c_i} = \{\lambda_n\}^T \frac{\partial [P]}{\partial c_i} \{\Phi\} \quad (11)$$

が得られる． $\{\lambda_n\}$ は以下の式を解くことで得られる．

$$[P]^T \{\lambda_n\} = \{g_n\} \quad (12)$$

一度 $\{\lambda_n\}$ が求まると、パラメータ c_i に対する感度は式 (11) より単純なベクトル同士の積で計算できることがわかる．なお、等方性材料からなる光導波路デバイスの場合には、 $[P]$ は対称行列であるため、連立一次方程式を直接法で解く場合には、導波路解析および感度解析を通して行列の LU 分解は一度で良く、感度解析の負荷はほとんど無視できる．

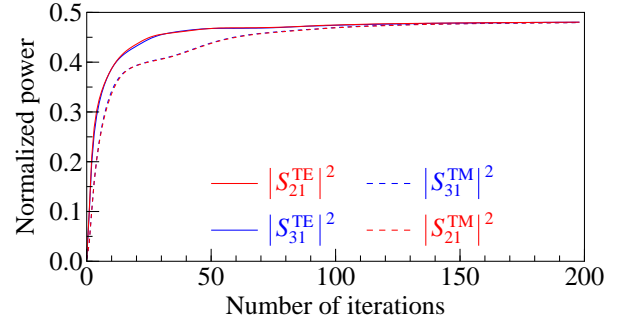
なお、式 (11) の計算では有限要素行列 $[P]$ の設計パラメータでの微分が必要であるが、これは解析的に計算することができ、TE 波に対して

$$\frac{\partial [P]}{\partial c_i} = -k_0^2 \sum_e \iint_e \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial c_i} \{N\} \{N\}^T dx dy \quad (13)$$

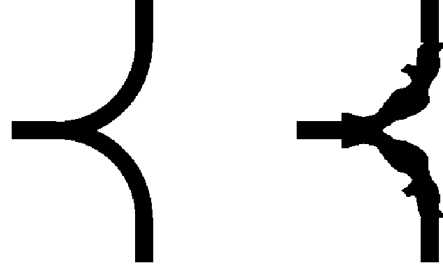
TM 波に対して

$$\frac{\partial [P]}{\partial c_i} = - \sum_e \iint_e \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial c_i} \frac{1}{\varepsilon_r^2} \left[\frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right] dx dy \quad (14)$$

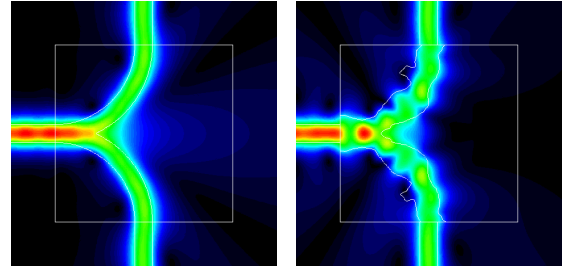
で与えられる．ここで、 $\partial \varepsilon_r / \partial c_i$ は



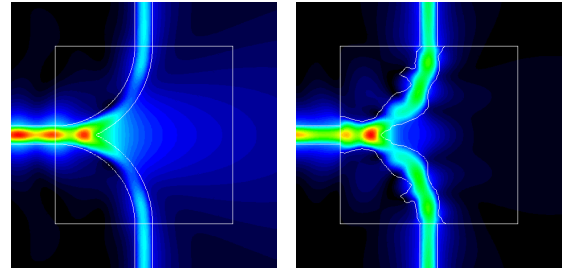
(a) 出力パワーの収束の様子



(i) 構造



(ii) TE 波の伝搬界分布



(iii) TM 波の伝搬界分布

(a) 初期構造 (b) 最適化構造

図 2 偏波無依存 2 分岐素子の最適化結果

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial c_i} = (\varepsilon_{rb} - \varepsilon_{ra}) f_i(x, y) \frac{\partial H(\xi)}{\partial \xi} \quad (15)$$

である．

3. 最適設計例

3.1 問題の設定

図 1 に示す 1 入力 2 出力の二次元光導波路デバイスの設計問題を考え、目的の特性を実現できる設計領域内の屈折率分布を最適設計する．設計領域内の構造表現として、ここでは、構造の複雑化を避けるため以下の標準化関数による表現を考える [12]．

$$w(x, y) = \sum_{i=-N_x}^{N_x} \sum_{j=-N_y}^{N_y} a_{ij} \text{sinc} \left(\frac{\pi(x-x_i)}{\Delta x} \right) \times \text{sinc} \left(\frac{\pi(y-y_j)}{\Delta y} \right)$$

ここに $\Delta x = W_x/(2N_x)$, $\Delta y = W_y/(2N_y)$ であり, x_i, y_j は標本点の座標である. 以下の数値例を通して, 材料の屈折率は $n_1 = 3.4, n_2 = 1.45$, 導波路幅は $w = 0.2 \mu\text{m}$, 設計領域は $W_x = W_y$ として, 導波路位置は $d = W_x/2$ とする.

3.2 偏波無依存 2 分岐素子

図 1 に示す問題設定において, 波長 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ の TE 基本モード, TM 基本モードともに port 2, port 3 へパワーを等分配するようなデバイスの最適設計を行う. 設計領域サイズは $W_x = W_y = 2 \mu\text{m}$ とし, 目的関数は以下のように設定する.

$$\text{Minimize } C = \left(\frac{1}{2} - |S_{21}^{\text{TE}}|^2 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} - |S_{31}^{\text{TE}}|^2 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} - |S_{21}^{\text{TM}}|^2 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} - |S_{31}^{\text{TM}}|^2 \right)^2 \quad (16)$$

図 2 に初期構造を二分岐導波路とした場合の最適化結果を示す. 設計パラメータの数は $N_x = N_y = 16$ とし, 最適化の反復は 200 回とした. 最適化の反復とともに各偏波の port 2, port 3 への規格化出力が 0.5 に近づいていることがわかる. なお, 最適化の初期段階ではグレイ領域の広さを決める t の値を大きく設定し, この値を指数関数的に減少させることで設計の初期段階では広い領域の探索をし後半で局所探索を行うようにしている. そのため, 最適化の初期段階では透過率が低くなっている. 図 2(b), (c) に $t = 0$ としてグレイ領域を除去したときの初期構造と最適化構造および光の伝搬の様子を示す. 最適化構造において, TE 波の port 2, port 3 への出力はそれぞれ 0.480, 0.480 であり, TM 波では 0.480, 0.480 であった. 初期構造においては TE 波の各 port への出力は 0.482, 0.482, TM 波の出力は 0.214, 0.214 であり, TM 波の出力が小さいのに対して, 最適化構造では両方の偏波に対して高い透過率が得られている.

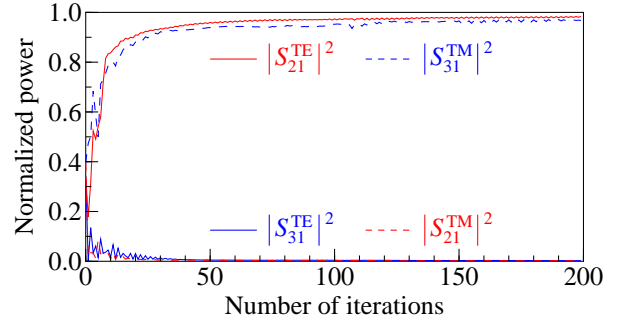
3.3 偏波分離素子

図 1 に示す問題設定において, 波長 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ の TE 基本モードを port 2 へ, TM 基本モードを port 3 へ出力するようなデバイスの最適設計を行う. 設計領域サイズは $W_x = W_y = 3 \mu\text{m}$ とし, 目的関数は偏波分離を実現するように以下のように設定する.

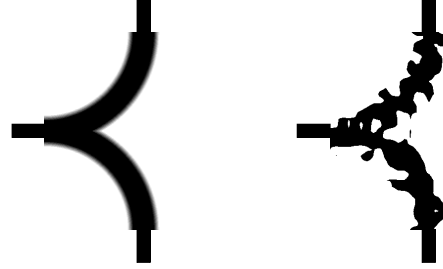
$$\text{Minimize } C = \left(1 - |S_{21}^{\text{TE}}|^2 \right)^2 + \left(1 - |S_{31}^{\text{TM}}|^2 \right)^2 + W \left(|S_{31}^{\text{TE}}|^4 + |S_{21}^{\text{TM}}|^4 \right) \quad (17)$$

ここに W は目的関数の中でクロストークを抑圧する効果と目的 port への出力を増大させる効果のどちらに重みを置くかの係数であり, ここでは $W = 4$ としてクロストークを抑圧する方をより重視している.

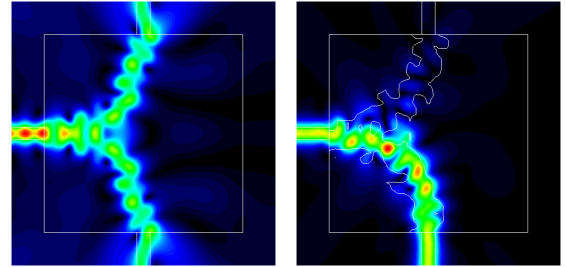
図 3 に初期構造を二分岐導波路とした場合の最適化結果を示



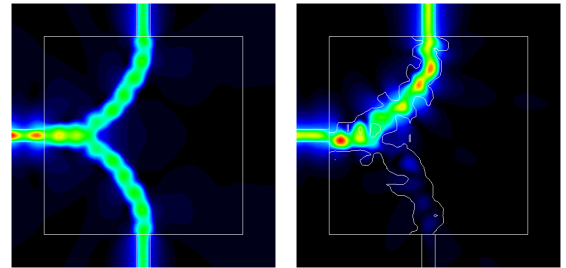
(a) 出力パワーの収束の様子



(i) 構造



(ii) TE 波の伝搬界分布



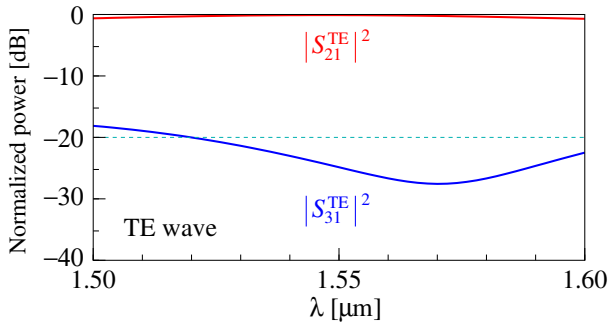
(iii) TM 波の伝搬界分布

(b) 初期構造

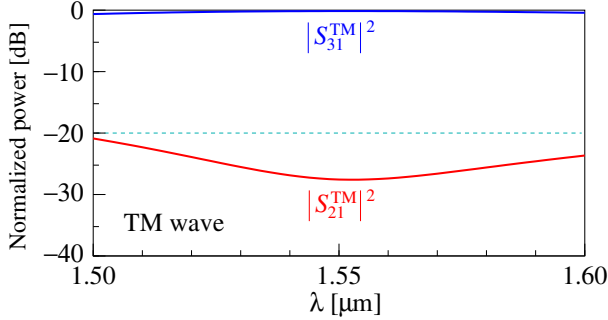
(c) 最適化構造

図 3 偏波分離素子の最適化結果

す. 分岐部の導波路は, 最適化の過程で導波路が分断されるのを避けるため, あらかじめ入出力導波路の幅の 2 倍として設定した. 設計パラメータの数は $N_x = N_y = 16$ とし, 最適化の反復は 200 回とした. 最適化の反復とともに各偏波の目的 port への出力が改善し, クロストークも低減されていく様子がわかる. 最適化構造において, TE 波と TM 波の目的とする port への規格化出力はそれぞれ 0.983, 0.968 であり, クロストークも -20 dB 以下に抑えられ, 偏波分離を実現できていることがわかる. このときの各 port への規格化出力の波長依存性を図 4 に示す. 波長 $1.55 \mu\text{m}$ を中心に比較的に特性が平坦であることがわかる.



(a) TE 波



(a) TM 波

図 4 偏波分離素子の波長依存性

4. ま と め

二次元光導波路に対する関数展開法に基づくトポロジー最適化を用いて、偏波依存デバイスの最適設計について検討を行い、TE 波と TM 波の特性を同時に最適化できることを示した。最適化構造が複雑化することを避けるため、関数展開法には局所化された基底関数として標準化関数を用いることで、得られる最適化構造を比較的単純化できることを示した。今後は本手法をさらに拡張し様々な光デバイスの設計に応用していく予定である。

文 献

- [1] J. Jiang, J. Cai, G.P. Nordin, and L. Li, "Parallel microgenetic algorithm design for photonic crystal and waveguide structures," *Opt. Lett.*, Vol. 28, pp. 2381–2383, Dec. 2003.
- [2] Y. Sakamaki, T. Saida, T. Shibata, Y. Hida, T. Hashimoto, M. Tamura, and H. Takahashi, "Y-branch waveguides with stabilized splitting ratio designed by wavefront matching method," *Photon. Technol. Lett.*, Vol. 18, pp. 817–819, April 2006.
- [3] W. R. Frei, D. A. Tortorelli, and H. T. Johnson, "Geometry projection method for optimizing photonic nanostructures," *Opt. Lett.*, vol. 32, pp. 77–79, Jan. 2007.
- [4] J. Liu and J. Vuckovic, "Nanophotonic computational design," *Opt. Express*, vol. 21, no. 11, pp. 13351–13367, May 2013.
- [5] J. S. Jensen and O. Sigmund, "Systematic design of photonic crystal structures using topology optimization: Low-loss waveguide bends," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 84, no. 12, pp. 2022–2024, Mar. 2004.
- [6] J. S. Jensen, O. Sigmund, L. H. Frandsen, P. I. Borel, A. Harpoth, and M. Kristensen, "Topology design and fabrication of an efficient double 90° photonic crystal waveguide bend," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 17, no. 6, pp. 1202–1204, Jun. 2005.
- [7] Y. Tsuji, K. Hirayama, T. Nomura, K. Sato, and S. Nishiwaki, "Design of optical circuit devices based on topology optimization," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 18, no. 7, pp. 850–852, Apr. 2006.
- [8] Y. Tsuji and K. Hirayama, "Design of optical circuit devices using topology optimization method with function-expansion-based refractive index distribution," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 20, no. 12, pp. 982–984, Jun. 2008.
- [9] K. Fujimoto, Y. Tsuji, K. Hirayama, T. Yasui, S. Sato, and R. Kijima, "A study on topology optimization of optical circuits consisting of multi-materials," *J. Lightw. Technol.*, vol. 30, no. 13, pp. 2010–2215, July 2012.
- [10] T. Yasui, Y. Tsuji, J. Sugisaka, and K. Hirayama, "Design of three-dimensional optical circuit devices by using topology optimization method with function-expansion-based refractive index distribution," *J. Lightw. Technol.*, vol. 31, no. 23, pp. 3765–3770, Dec. 2013.
- [11] H. Goto, Y. Tsuji, T. Yasui, and K. Hirayama, "A study on optimization of waveguide dispersion property using function expansion based topology optimization method," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E97-C, no. 7, pp. 670–676, July 2014.
- [12] Z. Zhang, Y. Tsuji, T. Yasui, and K. Hirayama, "Design of ultra-compact triplexer with function-expansion based topology optimization," *Opt. Express*, vol. 23, no. 4, pp. 3936–3950, Feb. 2015.
- [13] 辻 寧英, "関数展開法に基づく 3 次元光導波路デバイスのトポロジー最適設計," 信学論 (C), submitted for publication.
- [14] A. Iguchi, Y. Tsuji, T. Yasui, and K. Hirayama, "Topology optimization of optical waveguide devices based on beam propagation method with sensitivity analysis," *J. Lightw. Technol.*, to be published.
- [15] Y. Tsuji and M. Koshiba, "Finite element method using port truncation by perfectly matched layer boundary conditions for optical waveguide discontinuity problems," *J. Lightw. Technol.*, vol. 20, no. 3, pp. 463–468, Mar. 2002.