



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



## 単純ロータ系の軸振動と平行環状シールのロータダイナミック流体力の連成解析

メタデータ	言語: jpn 出版者: ターボ機械協会 公開日: 2019-11-12 キーワード (Ja): キーワード (En): Annular plane seal, Rotordynamic fluid force, Shaft vibration, Fluid Structure Interaction 作成者: 三宅, 建次郎, 井上, 剛志, 内海, 政春, 池本, 篤史 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/00010041">http://hdl.handle.net/10258/00010041</a>

〔論文〕

## 単純ロータ系の軸振動と平行環状シールの ロータダイナミック流体力の連成解析

三宅建次郎\*<sup>1</sup> 井上剛志\*<sup>2</sup> 内海政春\*<sup>3</sup> 池本篤史\*<sup>1</sup>

### Coupled Analysis of the Shaft Vibration of the Simple Rotor System and the Rotor-Dynamic Fluid Forces in the Annular Plain Seal

Kenjiro MIYAKE, Tsuyoshi INOUE, Masaharu UCHIUMI and Atsushi IKEMOTO

Rotor dynamic (RD) fluid force generated in turbomachinery has significant influence on stability of the entire rotor system. Therefore, in order to improve system reliability, predicting RD fluid force from the initial design stage is important. In this study, a coupled analysis method of finite difference analysis of RD fluid force acting on an annular plain seal and shaft vibration analysis of simple rotor system is constructed. In this analysis method, both calculations of fluid force and shaft motion are performed at the same time considering the interaction between them. Using the constructed coupled analysis method, the behavior and stability of the rotor system in the case of large whirl amplitude where the nonlinearity of fluid force becomes prominent are investigated. Moreover, domain of entrainment of stable equilibrium position is focused, and the influence of pre-swirl ratio on this domain is investigated.

**Keywords** : Annular plane seal, Rotordynamic fluid force, Shaft vibration, Fluid Structure Interaction

#### 1. はじめに

ターボ機械の軸振動問題の原因の一つとして、シールやインペラ等の流体要素で軸運動に起因して発生し、ターボ機械の安定性に多大な影響を及ぼすロータダイナミック(RD)流体力<sup>(1)~(6)</sup>がある。このRD流体力は軸振動と流体力の相互作用によって発生するため予測が難しく、また、強い非線形性を有している。そのため、ターボ機械の信頼性を向上すると同時に、開発コストを削減するために、初期設計の段階からRD流体力の影響を考慮し、ロータ系の安定性を予測することが求められている。

非接触環状シール(以下シールと記述)は、タ

ーボ機械において流れを抑制するために用いられる機械要素である。多数のシールを有する立軸水中ポンプやロケット用ターボポンプなどのターボ機械では、シールに起因する振動問題や事故事例が数多く報告されている<sup>(7)~(10)</sup>。そのため軸振動解析においてシールに作用するRD流体力の影響を考慮することは、ターボ機械設計において非常に重要である。

従来のRD流体力のモデル化は、Bulk-flow解析やCFD解析である点(例えば平衡点)周りの線形RD係数(等価質量、等価減衰、等価剛性)を求めることにより考慮されてきた<sup>(11)</sup>。しかし、この線形RD係数はその点周りの微小振幅の振れまわりを仮定して得られるものであるため、それを用いた線形軸振動解析では、RD流体力の非線形性の影響は考慮できない。そのため、特に非線形性の影響が顕著となる大振幅時の軸挙動を調べることはできなかった。また、この

\* 1 名古屋大学 大学院 工学研究科

\* 2 名古屋大学

E-mail : inoue.tsuyoshi@nagoya-u.jp

\* 3 室蘭工業大学

原稿受付日 平成30年11月30日

線形RD係数を算出する際には、解析に先立って軸の軌道を与える必要がある。しかし、軸の振れまわり軌道は本来RD流体力と軸振動の相互作用によって決定されるものであり、RD流体力の特性を知らずに予測することはできない。

本研究では、上記のような課題に対し、シールに作用するRD流体力の有限差分解析と単純ロータ系の軸振動解析の連成解析手法を構築する。RD流体力の解析にはBulk-flow理論<sup>4,20,3)</sup>で用いられる半径方向に平均化した連続の式と運動量の式を用い、ロータ系にはジェフcottロータを用いる。そして、RD流体力と軸振動の相互作用を考慮しながら、同時シミュレーションを行う。

そして、従来の微小振れ回り時の線形RD係数を用いた軸振動解析では調べることができなかった、軸が大振幅で振れまわる場合の連成挙動や系の安定性を調べ、また、予旋回速度がそれらに与える影響を明らかにする。

2. 本論文に用いる主要な記号

- $M$  : ジェフcottロータ系の質量 (kg)
- $C$  : ジェフcottロータ系の減衰 (N s/m)
- $K_x, K_y$  : ジェフcottロータ系の水平方向および鉛直方向剛性 (N/m)
- $K_0$  : ジェフcottロータ系の基準剛性 (N/m)
- $e$  : ロータの不釣り合い量 (m)
- $\omega$  : 軸回転角速度 (rad/s)
- $t$  : 時間 (s)
- $F_{RDx}, F_{RDy}$  : RD流体力の水平方向および鉛直方向成分 (N)
- $q_x, q_y$  : ロータの水平方向および鉛直方向変位 (m)
- $h$  : 半径方向隙間 (m)
- $v, w$  : 半径方向に平均化した流速の周方

向成分および軸方向成分 (m/s)

- $P$  : 圧力 (Pa)
- $R$  : シール部のロータ半径 (m)
- $\theta$  : シールにおける周方向角度 (rad)
- $\tau$  : 流体のせん断応力 (Pa)
- $C_r$  : シールの半径クリアランス (m)
- $e$  : 単位ベクトル
- $U$  : シール表面 (境界) における流速 (m/s)
- $\mu$  : 流体粘度 (Pa s)
- $\rho$  : 流体密度 (kg/m<sup>3</sup>)
- $f$  : 摩擦係数
- $r, s$  : ロータおよびシールを表す下付き添え字

3. 理論モデル

平行環状シールのモデルをFig. 1に示す。また、ロータ系にはFig. 2に示すような両端単純支持のジェフcottロータモデルを用いる。流体力が作用する位置に関しては、ロータ位置と

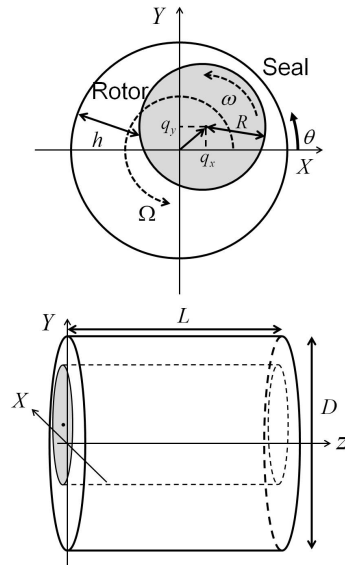


Fig. 1 Seal model

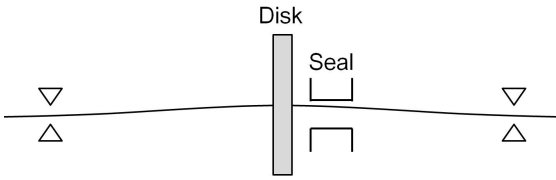


Fig. 2 Jeffcott rotor model

同じ位置に作用するものとする。平行環状シールの長さは回転軸の長さに比べて十分短いとし、シール内の軸方向の隙間変化は無視できるものとする。

RD流体力が作用するロータ系の運動方程式は、行列形式で以下の式(1)のように表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}_{um} + \mathbf{F}_{RD},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix}, \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{um} = \begin{bmatrix} Me\omega^2 \cos \omega t \\ Me\omega^2 \sin \omega t \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{RD} = \begin{bmatrix} F_{RDx} \\ F_{RDy} \end{bmatrix} \quad \dots(1)$$

ここで、 $\mathbf{q}$ は変位ベクトル、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ はそれぞれ系の質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクス、 $\omega$ は軸の回転角速度、 $e$ はロータの不釣り合い量、 $\mathbf{F}_{um}$ は不釣り合い力を表す。 $\mathbf{F}_{RD}$ はシールで発生するRD流体力を表しており、次章で詳しく説明する。

## 4. ロータダイナミック流体力

### 4-1 流体系の支配方程式

シール等の隙間流れでは半径方向隙間がシール長さやロータ直径等の幾何寸法に比べて微小である。そのため、流速の半径方向成分は他の成分に比べて十分微小であるとして、以下の半径方向に平均化した連続の式と運動量の式<sup>(12)~(13)</sup>を用いる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} + \frac{\partial(hw)}{\partial z} = 0 \quad \dots(2)$$

$$-h \frac{\partial p}{\partial y} = \rho \left( \frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(hv^2)}{\partial y} + \frac{\partial(hvw)}{\partial z} \right) + \tau_{sy} + \tau_{ry} \quad \dots(3)$$

$$-h \frac{\partial p}{\partial z} = \rho \left( \frac{\partial(hw)}{\partial t} + \frac{\partial(hvw)}{\partial y} + \frac{\partial(hw^2)}{\partial z} \right) + \tau_{sz} + \tau_{rz} \quad \dots(4)$$

ただし、流体系での周方向の座標を  $y = R\theta$  とする。ここで、 $\rho$ は流体密度、 $\tau_{sy}$ 、 $\tau_{ry}$ 、 $\tau_{sz}$ 、 $\tau_{rz}$ はせん断応力、 $v$ 、 $w$ はそれぞれ周方向および軸方向の流速(厚み方向の平均流速)、 $p$ は圧力、 $h$ は流体の半径方向の厚さ、すなわち半径隙間を示している。軸変位  $\mathbf{x}$  と半径隙間  $h$  の間には、Fig. 1 より以下の関係がある。

$$h(\theta) = C_r - q_x \cos \theta - q_y \sin \theta \quad \dots(5)$$

本論文で取り扱う作動流体は非圧縮性流体であり、解析手法にはMAC法<sup>(16)(17)</sup>を用いる。MAC法では運動量の式とそれらの発散から導かれる圧力のポアソン方程式を支配方程式として解析が行われる。圧力のポアソン方程式を次式に示す。

$$-(\nabla h \cdot \nabla p + h \nabla^2 p)$$

$$= \rho \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial(hv)}{\partial y} + \frac{\partial(hw)}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial t} \right\} - \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - \frac{\partial^2(hv^2)}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2(hvw)}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2(hw^2)}{\partial z^2} \right] + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{sy} + \tau_{ry}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{sz} + \tau_{rz}) \quad \dots(6)$$

ここで、 $\nabla = \mathbf{e}_y \cdot \partial/\partial y + \mathbf{e}_z \cdot \partial/\partial z$  であり、 $\mathbf{e}_y$ 、 $\mathbf{e}_z$ は周方向および軸方向の単位ベクトルである。流体領域では、式(3)(4)(6)を支配方程式として用いる。

せん断応力に関しては、Hirs'のせん断応力モデル<sup>(3)</sup>を用いる。ロータ側とステータ側のせん断応力の軸方向成分と周方向成分は以下のように定義する。

$$\begin{cases} \tau_{rz} = \frac{w}{U_r} \tau_r = \frac{1}{2} \rho f_r w U_r \\ \tau_{ry} = \frac{v - R\omega}{U_r} \tau_r = \frac{1}{2} \rho f_r (v - R\omega) U_r \\ \tau_{sz} = \frac{w}{U_s} \tau_s = \frac{1}{2} \rho f_s w U_s \\ \tau_{sy} = \frac{v}{U_r} \tau_s = \frac{1}{2} \rho f_s v U_s \end{cases} \quad \dots(7)$$

ここで、 $f_s, f_r$  はそれぞれステータ側とロータ側の摩擦係数を表す。そして、 $U_s, U_r$  はそれぞれステータ表面とロータ表面の流速を表す。せん断応力における摩擦係数  $f_s, f_r$  は以下の Blasius Model<sup>(11)</sup>を用いる。

$$\begin{cases} f_r = nr \left( \frac{2\rho h U_r}{\mu} \right)^{mr} \\ f_s = ns \left( \frac{2\rho h U_s}{\mu} \right)^{ms} \end{cases} \quad \dots(8)$$

ここで、 $nr = ns = 0.079, mr = ms = -0.25$  を用いる。この係数は Yamada が行った円筒流れの実験結果<sup>(8)</sup>から得たものである。

境界条件に関しては、以下のように与える。まず、入口境界条件に関しては、周方向流速は予旋回速度が  $\alpha R\omega$  で与えられ、軸方向には流速勾配はゼロとする。また、圧力に関しては圧力損失を考慮して、次式で表す。

$$\begin{cases} v|_{z=0} = \alpha R\omega \\ \frac{\partial w}{\partial z}|_{z=0} = 0 \\ P_s = p|_{z=0} + \frac{1}{2} \rho (1 + \zeta_s) w|_{z=0}^2 \end{cases} \quad \dots(9)$$

ここで、 $\alpha$  は予旋回速度係数、 $R$  はシール半

径、 $P_s$  は入口圧力、 $\zeta_s$  は入口損失係数である。

出口境界条件に関しては、周方向及び軸方向流速の軸方向勾配はゼロとし、圧力損失を考慮して次式のように表す。

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial z}|_{z=L} = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial z}|_{z=L} = 0 \\ P_e = p|_{z=L} + \frac{1}{2} \rho (1 - \zeta_e) w|_{z=L}^2 \end{cases} \quad \dots(10)$$

ここで、 $L$  はシール長さ、 $P_e$  は出口圧力、 $\zeta_e$  は出口損失係数である。

#### 4-2 有限差分解析

流体力の解析には有限差分法 (FDM) を採用する。時間発展についてはアダムス法 (アダムス・バッシュフォース法とアダムス・モルトン法による予測子修正子法) を式(3)(4)に用い、次の時刻  $t = t_{n+1}$  における周方向および軸方向の平均流速場  $\mathbf{v}_{n+1}, \mathbf{w}_{n+1}$  を得る。なお、ロータ系の運動方程式(1)の時間発展により得られる軸の位置  $\mathbf{x}_{n+1}$  から、各グリッド位置の半径隙間  $\mathbf{h}_{n+1}$  は式(5)を用いて得られる。

空間に関する離散化については、スタガード格子<sup>(17)</sup>を用いて差分化する。圧力のポアソン方程式(6)を差分化すると、以下のような圧力場  $\mathbf{P}$  に関する線形代数方程式が得られる。

$$\mathbf{A}_{n+1}(\mathbf{h}_{n+1})\mathbf{P}_{n+1} = \mathbf{b}_{n+1}(\mathbf{v}_{n+1}, \mathbf{w}_{n+1}, \boldsymbol{\tau}_{n+1}, \mathbf{h}_{n+1}, \dot{\mathbf{h}}_{n+1}, \ddot{\mathbf{h}}_{n+1}) \quad \dots(11)$$

式(3)(4)の時間発展から得られた平均流速場  $\mathbf{v}_{n+1}, \mathbf{w}_{n+1}$  をこの式(11)に代入して解くことで、時刻  $t = t_{n+1}$  における圧力場  $\mathbf{P}_{n+1}$  を得る。

### 5. 流体力と軸振動の連成解析

#### 5-1 連成解析の手順

Fig. 3 に軸振動と流体力の連成解析の時間発展シミュレーションのフローチャートを示す。

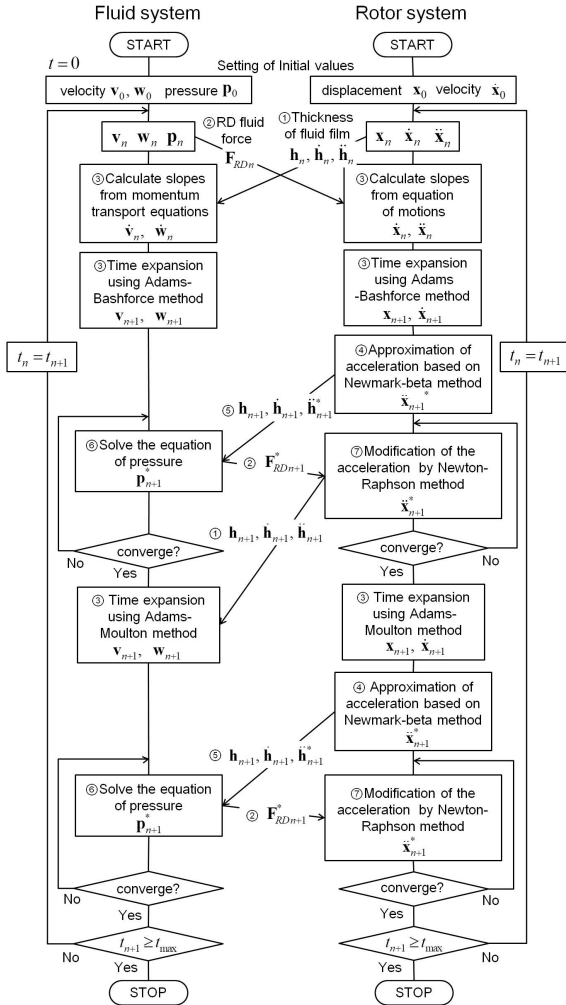


Fig. 3 Flow chart of coupled analysis

図中の①～⑦について、下記で詳しく述べる。

- ① 軸振動解析より得られた軸の状態量(変位  $\mathbf{x}_n$ 、速度  $\dot{\mathbf{x}}_n$ 、加速度  $\ddot{\mathbf{x}}_n$ )から隙間  $\mathbf{h}_n$  およびその時間微分  $\dot{\mathbf{h}}_n$ 、 $\ddot{\mathbf{h}}_n$  を算出し、流体力解析の入力として用いる。
- ② 流体力解析により得られた圧力  $\mathbf{p}_n$  を積分しRD流体力  $\mathbf{F}_{RDn}$  を算出する。そしてこれを軸振動解析の入力として用いる。
- ③ 流速  $\mathbf{v}_n$ 、 $\mathbf{w}_n$  および軸状態量  $\mathbf{x}_n$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_n$  を

用い、流体系と軸振動についてアダムス法により同時に時間発展させ、 $\mathbf{v}_{n+1}$ 、 $\mathbf{w}_{n+1}$  および  $\mathbf{x}_{n+1}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_{n+1}$  を得る。

- ④ 軸状態量  $\mathbf{x}_n$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_n$ 、 $\mathbf{x}_{n+1}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_{n+1}$  から軸加速度  $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^*$  の近似値を求める。なお、\*はその時刻における収束計算中の近似値を示す(次節で詳しく説明する)。
- ⑤ 得られた軸状態量  $\mathbf{x}_{n+1}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_{n+1}$  と  $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^*$  から隙間  $\mathbf{h}_{n+1}$ 、 $\dot{\mathbf{h}}_{n+1}$ 、 $\ddot{\mathbf{h}}_{n+1}^*$  を求め、圧力ポアソン方程式を解くステップの入力として用いる。
- ⑥ 流速  $\mathbf{v}_{n+1}$ 、 $\mathbf{w}_{n+1}$  と隙間  $\mathbf{h}_{n+1}$ 、 $\dot{\mathbf{h}}_{n+1}$ 、 $\ddot{\mathbf{h}}_{n+1}^*$  から圧力ポアソン方程式を解き、圧力  $\mathbf{p}_{n+1}^*$  を求め、その積分によりRD流体力  $\mathbf{F}_{RDn+1}^*$  を得る。
- ⑦ 得られた軸状態量  $\mathbf{x}_{n+1}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_{n+1}$  と  $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^*$  とRD流体力  $\mathbf{F}_{RDn+1}^*$  が運動方程式(1)を満足するまで、ステップ⑤⑥を繰り返して軸加速度の近似値  $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^*$  を修正する(次節で詳しく説明する)。

### 5-2 軸加速度の近似と修正

圧力ポアソン方程式(11)を解くステップ⑥において必要となる  $\ddot{\mathbf{h}}$  の値を得るための軸変位の加速度  $\ddot{\mathbf{x}}$  は、軸振動の時間発展のステップ③からは直接は得ることができない。そこで、本手法ではまず、軸の加速度  $\ddot{\mathbf{x}}$  の近似値をNewmark- $\beta$ 法<sup>(19)</sup>を援用して得る。すなわち、次の時刻  $t = t_{n+1}$  における加速度の近似値  $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^*$  を既知量  $\mathbf{x}_n$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_n$ 、 $\mathbf{x}_{n+1}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_{n+1}$  により次式で求める。

$$\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^* = \frac{2(\gamma-1)\Delta\mathbf{x} + \Delta t(\dot{\mathbf{x}}_n + \dot{\mathbf{x}}_{n+1} - 2\beta\Delta\dot{\mathbf{x}} - 2\gamma\ddot{\mathbf{x}}_n)}{\Delta t^2(\gamma-2\beta)} \quad \dots(12)$$

ここで、 $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n$ 、 $\Delta\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_{n+1} - \dot{\mathbf{x}}_n$  である(ステップ④)。

しかし、式(12)で得られる加速度の近似値  $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^*$  をステップ⑥で圧力ポアソン方程式(11)を解くためにそのまま用いると、運動方程式(1)において

誤差が残る。特に  $L/D$  を大きくした場合や一定荷重などの作用により静的偏心が大きき場合には、この誤差に起因して連成解析が数値的に不安定となる問題が生じる。そこで、連成解析の安定性向上のために、Newton-Raphson法を用いて加速度  $\ddot{\mathbf{x}}_{n+1}^*$  と流体力  $\mathbf{F}^*_{RDn+1}$  を修正し、運動方程式(1)を指定する精度で満足するまで繰り返す(ステップ⑦)。

### 6. 解析結果と考察

構築した連成解析手法を用いて、回転速度を準静的に変化させて時刻歴シミュレーションを実施し、周波数応答を得た。Table 1 に解析条件を示す。また、Table 2 に系のパラメータの値を示す。

周波数応答の回転速度の刻み幅は100rpmに設定した。数値積分の各時刻で、解析のステップ⑦において解が収束したと判断する運動方程式の誤差の閾値は $1.0 \times 10^{-5}$ とした。数値積分の時間刻みは $4.0 \times 10^{-5}$  sとし、回転速度毎に時間発展を60,000回(2.4秒分)計算した。そのうち最初の40,000点分のデータを過渡応答とし、後半20,000点分を収束判定や定常値を得るために用いた。これらの計算回数に関しては経験的に決定した。

Table 1 Analysis conditions

Time step	: $4.0 \times 10^{-5}$ s
The number of calculation for the total time history (transient + steady state)	: 60000
The number of calculation for transient response	: 40000
Convergence threshold in step ⑦	: $1.0 \times 10^{-5}$
Step of rotational speed in frequency response	: 100 rpm
The number of grid in axial direction	: 41
The number of grid in circumferential direction	: 40

Table 2 Parameters in analysis

Seal Length	20.0	[mm]
Seal Diameter	20.0	[mm]
Clearance	50	[ $\mu$ m]
Pressure at inlet	0.1	[MPa]
Pressure at outlet	0.0	[MPa]
Loss coefficient at inlet	0.50	[-]
Loss coefficient at outlet	1.0	[-]
Rotational speed	100~5000	[rpm]
Fluid density	997.56	[kg/m <sup>3</sup> ]
Fluid viscosity	0.00089	[Pa·s]
Equivalent mass of rotor system	7.00	[kg]
Stiffness of rotor system	43415	[N/m]
Damping ratio of rotor system	0.01	[-]

平行環状シールの有限差分解析におけるグリッド数に関する収束性について、ロータの変位  $\sqrt{q_x^2 + q_y^2}$  の最大値の周波数応答と不安定化が発生する回転速度 (Onset Speeds of Instabilities : OSI) について調べた結果をFig. 4 と Fig. 5 に示す。以下の計算では、Fig. 4 と Fig. 5 のどちらの場合でも結果が収束しているものの中で、最もグリッド数が小さいものとして軸方向41、周

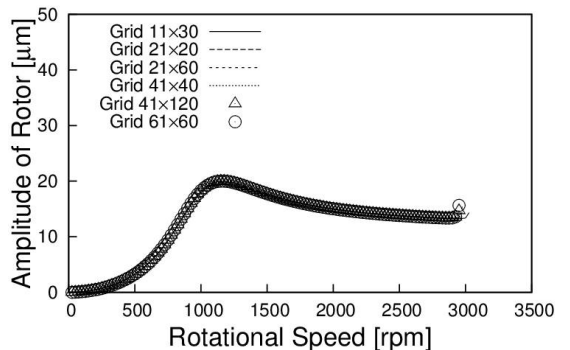


Fig. 4 Grid converging about frequency response of rotor system with RD fluid force ( $e = 12.0 \mu\text{m}$ )

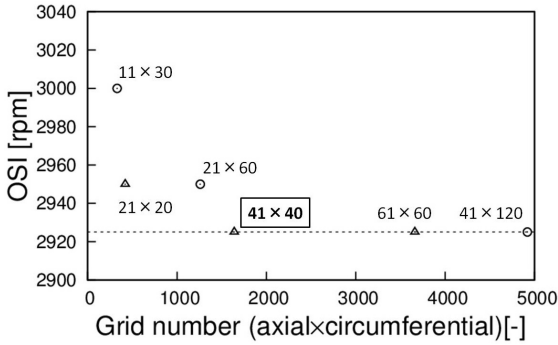


Fig. 5 Grid converging about onset speeds of instabilities (OSI) of rotor system ( $e=12.0 \mu\text{m}$ )

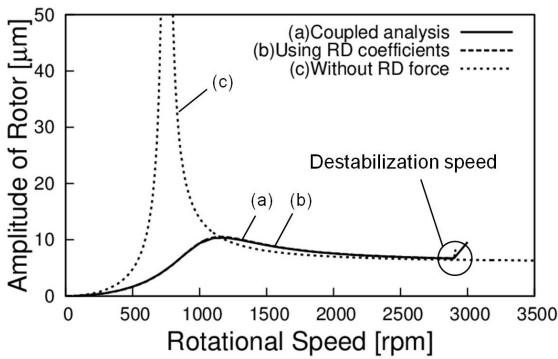


Fig. 6 Frequency response of rotor system with RD fluid force ( $e=6.0 \mu\text{m}$ )

方向40を採用した。

### 6-1 RD係数を用いた近似解析との比較

#### (1) 小振幅の場合

Fig. 6 に、軸の振れまわり振幅がクリアランスに対して比較的小さい場合の軸振動振幅の周波数応答曲線を示す。不釣り合い量は  $e=6.0 \mu\text{m}$  をロータに与えた。横軸は軸の回転速度、縦軸には定常状態におけるシール中心からロータ中心までの距離  $\sqrt{q_x^2 + q_y^2}$  の最大値を取る。図中には、(a)連成解析結果、(b)線形RD係数<sup>(1)</sup>を用いた線形解析結果、および(c)シールの流体力を考慮しない場合の解析結果を併せて示す。線形RD

係数は、軸がシール中心周りにクリアランスの0.1倍の振幅で円軌道振れまわりを行うときのBulk-flow解析により求め、回転速度依存性を考慮して算出した<sup>(20)</sup>。

ロータ系のみの場合(c)の共振周波数は750rpm付近にあり、RD流体力の減衰作用により共振振幅が大幅に小さくなっていることが確認できる。連成解析(a)と線形RD係数を用いた解析(b)の結果を比較すると、軸の振れまわり振幅がクリアランスの20%程度(Fig. 6中の $10 \mu\text{m}$ 程度)と小振幅の場合では、共振振幅および不安定化回転速度に関して両者の差は十分に小さいことが確認できる。

Fig. 6の結果を得るための計算時間と計算環境をTable 3に示す。計算負荷の大きな周波数応答計算が数時間程度で達成できている。

Table 3 Machine features and computational time

CPU	:	Intel Core i7
Clock frequency	:	3.40 GHz
RAM	:	8.00GB
OS	:	Windows10(64bit)
Machinetime	:	6.6hours

#### (2) 大振幅の場合

Fig. 7 に、軸の振れまわり振幅がクリアランスに対して比較的大きい場合の軸振動振幅の周波数応答曲線を示す。なお、不釣り合い量は  $e=36.1 \mu\text{m}$  をロータに与えた。線形RD係数に関しては、6-1(1)節で用いた係数と同じ値を用いた。連成解析(a)と線形RD係数を用いた解析(b)の結果を比較すると、軸の振れまわり振幅がクリアランスの80%程度(Fig. 7中の $40 \mu\text{m}$ 程度)と大振幅の場合では、共振振幅および不安定化



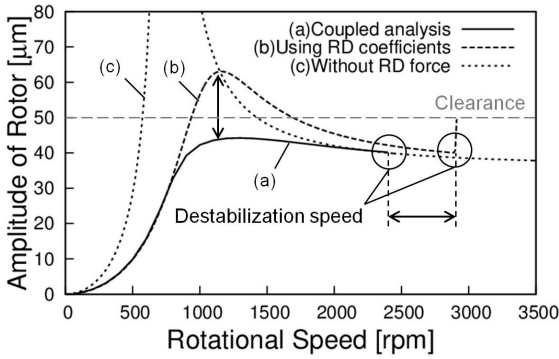


Fig. 7 Frequency response of rotor system with RD fluid force ( $e=36.1 \mu\text{m}$ )

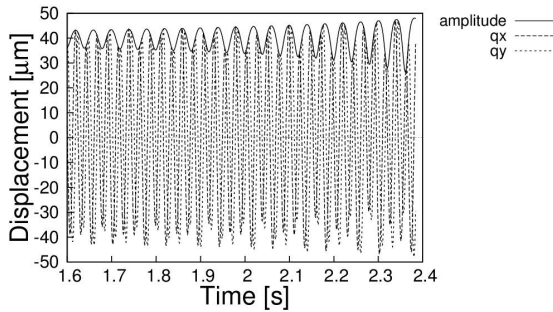


Fig. 8 Time history of displacement of rotor at 2,500rpm, just above the onset speed of instability

する回転速度に関して、明確な差が生じている。また、線形RD係数を用いた解析では、共振付近で振幅が半径クリアランス $50 \mu\text{m}$ を超えている。この結果より、流体力の非線形性の影響は大振幅時に顕著となること、そして、それが共振時の振幅や不安定化が発生する回転速度に大きく影響を及ぼすことが示唆される。

Fig. 7において、連成解析(a)で不安定化が発生した回転速度(2,500rpm)におけるロータ変位の時刻歴応答をFig. 8に示す。このように、連成解析により不安定時の軸振動および流体力の動的挙動も確認することができる。

### 6-2 初期位置に対する安定性

不安定化する回転速度の近傍において、連成解析により安定解の引き込み領域を調べる。まず、不釣り合い力が作用しない場合を考える。回転速度を固定し、初期位置をクリアランス内の様々な位置において時刻歴シミュレーションを実施する。十分時間が経過した後、軸軌道が平衡点(原点)に収束する場合を安定、軌道が発散しステータに衝突する場合を不安定とする。なお、軸の初期速度および加速度はゼロとする。

#### (1) 入口予旋回をゼロに設定した場合

まず、予旋回速度係数を $\alpha=0$ に設定した場合を考える。Fig. 9に、回転速度が2,890rpmの時の結果を示す。様々な初期位置について調べた中で、軌道が平衡点(原点)に収束するような初期位置を●で示している。この図から、安定領域(引き込み領域)は平衡点(原点)まわりの円形領域であり、この回転速度ではクリアランスの50%程度であることがわかる。

Fig.10に、Fig. 9の安定領域の内側(○)と外側(×)のそれぞれに初期位置を設定した際の軸の軌道の一例を示す。平衡点(原点)まわりは安定でも、その安定領域の外側に初期位置を設定

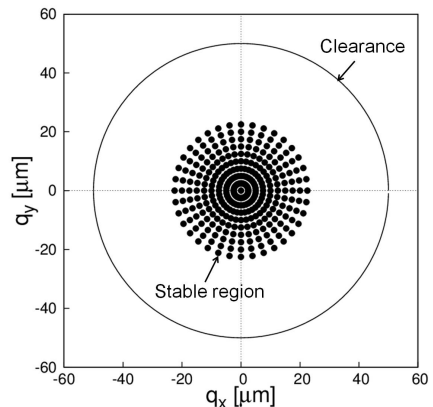


Fig. 9 Domain of entrainment at 2,890rpm

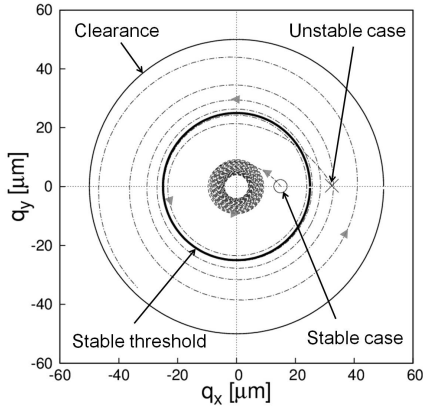


Fig.10 Orbit from inside and outside of threshold of the domain of entrainment at 2,890rpm

すると、軸軌道の振幅が徐々に増大し、やがてステータに衝突してしまう様子が確認できる。このような軸の挙動や引き込み領域は、RD流体力の非線形性から生じるものである。そのため、線形RD係数を用いた解析 (Fig. 6 (b) など) では調べることができず、連成解析によって初めて明らかにできる現象である。

Fig.11に、回転速度に対する引き込み領域の半径の変化を示す。初期位置を平衡位置からク

リアランスの2%ずらした場合の不安定化回転速度 (約3,000rpm) の近傍の回転速度領域で、Fig. 9と同様に引き込み領域を調べ、その大きさの半径を数値的に求めたものを○で示す。なお、クリアランス内を半径方向50分割の位置で調べている。すなわち、その下側の領域が安定領域、その上側 (灰色で示す領域) が不安定な領域である。この場合は、約3,000rpmより低速側には軌道が平衡点に戻る安定領域が存在し、一方、その高速側ではクリアランス内のほぼすべての初期位値に対して軸軌道は不安定化し発散することを示している。また、安定領域は、約3,000rpmから低速であるほど広くなり、2,500rpm程度まで減速すると、引き込み領域はクリアランスのほぼ全域となる。

(2) 入口予旋回が安定性に及ぼす影響

次に、入口予旋回がこれらの初期位置に対する安定性に及ぼす影響を調べるために、予旋回速度係数  $\alpha$  を変化させて、6-2(1)節と同様の解析を実施した。Fig.12、13はそれぞれ予旋回速度係数  $\alpha=0.3$  (正の予旋回)、 $\alpha=-0.3$  (負の予旋回) に設定した場合の回転速度に対する引き込み領域半径の変化を示している。

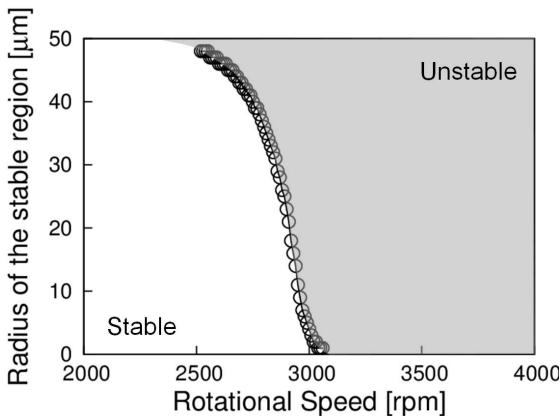


Fig.11 Frequency response of radius of stable region to rotor initial position ( $\alpha=0.0$ )

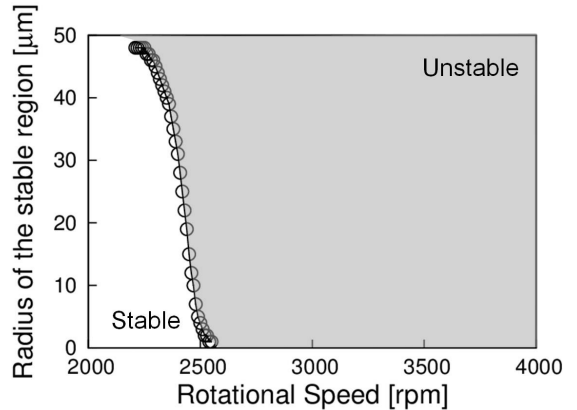


Fig.12 Frequency response of radius of stable region to rotor initial position ( $\alpha=0.3$ )

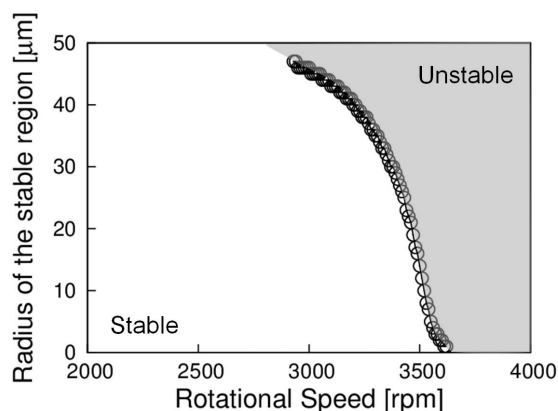


Fig.13 Frequency response of radius of stable region to rotor initial position ( $\alpha = -0.3$ )

Fig.11からFig.13を比較すると、まず、従来知られているように予旋回速度が小さいほど不安定化速度は高速になり、安定化することがわかる。

一方、クリアランス内における初期位置の影響は、この連成解析によらないと調べられない。クリアランス内において平衡点に戻る安定な領域と発散する不安定な領域がともに存在している回転速度範囲は、予旋回速度が小さいほど広がることから、例えば3,300rpmに着目すると、負の予旋回を付加することにより平衡点近傍ではこの回転速度でロータ系は安定化できるが、クリアランス内の初期位置によっては不安定となる場合があり、注意が必要であることを示唆している。

このように、軸振動とRD流体力の連成解析は、大振幅時の挙動の正確な把握、不安定化する際の動的挙動の予測や説明、そして、初期位置に依存した定性的な挙動の変化(安定領域の存在)など、これまでそれぞれ単独での解析では説明できなかった様々な系の特性を明らかにすることができる。

## 7. 結論

本論文では、RD流体力と軸振動の連成解析について、平行環状シールと単純ロータ系を例にとり調べ、以下の結論を得た。

- ① RD流体力の有限差分解析と軸振動解析の連成解析手法を構築した。その際に、流体系の連続の式を満足しつつ、ロータ系の運動方程式が満足されるように、ロータの加速度の値とシールの圧力場をNewton-Raphson法を用いて修正する方法を用い、解析全体の安定性を向上させた。
- ② 軸の振れまわり振幅がクリアランス内で大きくなる場合に、構築した連成解析結果と従来の線形RD係数を用いた解析結果の間に顕著な差が表れることを確認し、従来の線形RD係数では軸振動の予測はできないことを示した。
- ③ 不安定化する回転速度の近傍において、安定な平衡点はクリアランス内全域で安定ではなく、平衡点を中心に円形の引き込み領域が存在する。この平衡点の引き込み領域の大きさは回転速度に依存して変化することを示した。
- ④ 予旋回速度は平衡点の引き込み領域には顕著な影響を与えることを明らかにした。特に、予旋回速度は(負も含む)小さい値になるほど一般に不安定化速度を増加させる影響を持つが、系によってはクリアランス内に不安定化領域が存在する回転速度範囲が広くなり、悪影響を与える場合があることを示した。

### <参考文献>

- (1) 江口真人, “遠心ポンプの振動 流体現象とロータダイナミクス”, エバラ時報, 221 (2008), 22-31.
- (2) D.W.Children. “The Space Shuttle Main Engine High-Pressure Fuel Turbopump Rotordynamic Instability Problem.” ASME J. Eng. Gas Turbines Power Vol.100, No. 1 (1978), pp.48-57.

- DOI : 10.1115/1.3446326.
- (3) D.W.Childs and D.S.Moyer. "Vibration Characteristics of the HPOTP (High-Pressure Oxygen Turbopump) of the SSME (Space Shuttle Main Engine)." ASME J. Eng. Gas Turbines Power Vol.107, No.1 (1985), pp.152-159.  
DOI : 10.1115/1.3239676.
- (4) Black,H.F. "Effects of hydraulic forces in annular pressure seals on the vibrations of centrifugal pump rotors." Journal of Mechanical Engineering Science 11.2 (1969), 206-213.  
DOI : 10.1243/JMES\_JOUR\_1969\_011\_025\_02
- (5) B.S.Yang, T.Iwatsubo, R.Kawai. "A Study on the Dynamic Characteristics of Pump Seal : 1st Report, In case of Annular Seal with Eccentricity.", Bulletin of the JSME, Vol.27, No.227 (1984), pp.1047-1057.  
DOI : 10.1299/jsme1958.27.1047
- (6) 岩壺卓三・本岡直人・川井良次, "ラビリンスシールを有する回転軸の不安定振動, (第1報:液体モデルによるシール内流体力の実験および理論による解析)," 日本機械学会論文集 (C編), 第49巻, 第441号 (1983), pp.719-726.
- (7) Dara W. Childs, Clay S. Norrbin and Stephen Phillips. "A Lateral Rotordynamics Primer on Electric Submersible Pumps (ESPs) for Deep Subsea Applications." Proceedings of the 30th International Pump Users Symposium, Turbomachinery Laboratories, Texas A&M Engineering Experiment Station (2014).
- (8) Clay S. Norrbin, Dara W. Childs and Stephen Phillips. "Including Housing\Casing Fluid in a Lateral Rotordynamics Analysis on Electric Submersible Pumps." J. Eng. Gas Turbines Power Vol.139, No.6 (2017), 062505.  
DOI : 10.1115/1.4035358
- (9) G.L.Morrison, N.Carvajal, R.Saleh and C.Bai "The Measured Impact of Erosion on the Rotodynamic and Performance Characteristics of a Mixed Flow ESP." Proceedings of the 31st International Pump Users Symposium. Turbomachinery Laboratories, Texas A&M Engineering Experiment Station (2015).
- (10) 冠・他2名, 高圧液体酸素・液体水素とロケットエンジン開発上の技術的問題について (SSMEの不具合事例より検討), 航技研資料TM-523 (1983).
- (11) D.W.Childs. Turbomachinery rotordynamics : phenomena, modeling, and analysis. John Wiley & Sons (1993).
- (12) G.G.Hirs. "Fundamentals of a bulk-flow theory for turbulent lubricant films." Ph.D. dissertation, Holland: Delft Technical University (1970).
- (13) G.G.Hirs. "A Bulk-Flow Theory for Turbulence in Lubricant Films." ASME Journal of Lubrication Technology. Vol.95, No.2 (1973), pp.137-146.  
DOI : 10.1115/1.3451752.
- (14) C.C.Nelson. "Analysis for Leakage and Rotordynamic Coefficients of Surface-Roughened Tapered Annular Gas Seals." ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power Vol. 106 No. 4 (1984), pp.927-934.  
DOI : 10.1115/1.3239660.
- (15) C.C.Nelson. "Rotordynamic Coefficients for Compressible Flow in Tapered Annular Seals." ASME Journal of Tribology Vol.107, No.3 (1985), pp.318-325.  
DOI : 10.1115/1.3261062.
- (16) Francis H. Harlow and J.Eddie Welch. "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface." The physics of fluids Vol.8, No.12 (1965), pp. 2182-2189.  
DOI : 10.1063/1.1761178.
- (17) 桑原・河村, 流体計算と差分法, 朝倉書店 (2005).
- (18) Y.Yamada. "Resistance of a Flow through an Annulus with an Inner Rotating Cylinder." Bulletin of JSME Vol.5, No.18 (1962), pp.302-310.  
DOI : 10.1299/jsme1958.5.302.
- (19) N.M. Newmark. "A Method of Computation for Structural Dynamics." Journal of the engineering mechanics division Vol. 85 No .3 (1959), pp.67-94.
- (20) A.Ikemoto, K.Sakamoto, T.Inoue and M.Uchiumi. "Analytical Investigation on the Rotational Speed Dependence of the Rotordynamic Fluid Force: The Case of Concentric Circular Whirl in the Annular Plain Seal." Proceedings of the ASME IMECE2016. IMECE2016-66688, pp.V007T09A011. Phoenix, Arizona, USA, November 11-17, (2016).  
DOI : 10.1115/IMECE2016-66688.