

初期たわみと残留応力の統計データを用いた 自由突出板の限界強度に関する数値解析的検討

Numerical study on ultimate strength of compressive flange considering
statistical data for distributions of initial displacement and residual stress

小室 雅人^{*}, 奥井 義昭^{**}, 野阪 克義^{***}, 宮下 剛^{****}, 野上 邦栄[†], 長井 正嗣[‡]

Masato Komuro, Yoshiaki Okui, Katsuyoshi Nozaka, Takeshi Miyashita, Kuniei Nogami, Masatsugu Nagai

^{*}博(工), 室蘭工業大学准教授, 大学院工学研究科 暮らし環境系領域 (〒050-8585 室蘭市水元町 27 番 1 号)
komuro@news3.ce.muroran-it.ac.jp

^{**}博(工), 埼玉大学教授, 理工学研究科 環境社会基盤国際コース (〒338-8570 さいたま市桜区下大久保 255)

^{***}Ph. D., 立命館大学准教授, 理工学部 環境都市学系 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)

^{****}博(工), 長岡技術科学大学准教授, 環境・建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

[†]工博, 首都大学東京教授, 都市環境科学研究科 都市基盤環境学域 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1)

[‡]工博, 長岡技術科学大学名誉教授 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

The ultimate strengths of compressive steel plates simply supported on three sides and one side free (outstanding plates) were numerically investigated by means of combining FE elasto-plastic analysis and Monte Carlo simulation considering the statistical data for variability of the initial displacement and residual stress. From this study, the following results were obtained: (1) a standard deviation of the ultimate strength tends to increase in the region of the with-thickness ratio parameter $R \simeq 1.0$; (2) in the region of $R < 0.7$, the effect of the residual stress on the ultimate strength is very small; and (3) considering the statistical data for variability of the initial displacement and residual stress of the plate, a rational design formula can be proposed.

Key Words: *ultimate strength, steel plate, FE analysis, initial displacement, residual stress*

キーワード: 限界強度, 鋼板, 有限要素解析, 初期たわみ, 残留応力

1. はじめに

現行の道路橋示方書¹⁾(以下, 道示)における圧縮無補剛板の座屈基準耐力曲線は, 既往の実験結果と大きな差があることが知られている. 図-1は道示の基準耐力曲線と自由突出板における既往の実験結果²⁾を比較したものであり, 縦軸に限界強度 σ_u を降伏応力 σ_y で除した値, 横軸に幅厚比パラメータ R を取って整理したものである. 図より, 現行の耐力曲線は実験結果と比較して, 特に $R > 0.7$ の領域において安全側の評価を与えていることが分かる. なお, 幅厚比パラメータ R は以下の式で表される.

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E_s} \cdot \frac{12(1-\nu_s^2)}{\pi^2 k}} \quad (1)$$

ここで, b は板幅, t は板厚, E_s は鋼材の弾性係数, ν_s はポアソン比および k は座屈係数である. 座屈係

数 k は板の境界条件により決定され, 自由突出板では $k = 0.425$ である.

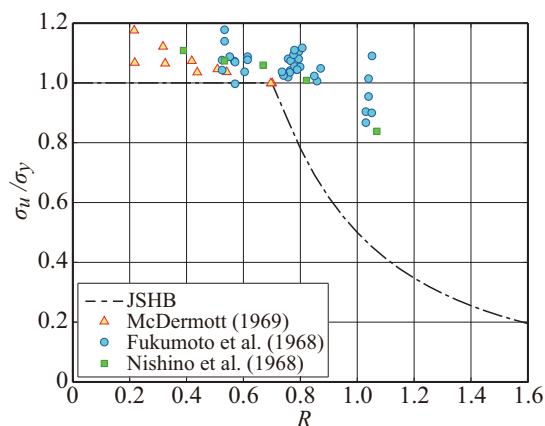


図-1 道示における基準耐力曲線と既往の実験結果²⁾との比較

さらに、現在用いられている道示の圧縮板に関する耐荷力曲線は 1980 年の道示改訂において制定されたものであり、根拠となった実験データは 1970 年代以前のものである。その後、鋼材の使用環境は大きく変化している。まず、道示では、1996 年には耐候性鋼を除く鋼材の適用板厚の上限が 50 mm から 100 mm に変更されている。しかしながら、1980 年に耐荷力曲線を決定するために参照された実験データは、主に板厚 22 mm 以下の結果であり、現在使用されている厚板の影響が反映されていない。さらに、2008 年には橋梁用高性能鋼 SBHS500 と SBHS700 が JIS 化されたが、これらの局部座屈強度におよぼす影響も十分に検討されていない。これより、圧縮無補剛板をより合理的に設計するためには、これらの事項を考慮した新しい基準耐荷力曲線を作成することが必要である。

一方、近年、設計基準の世界的趨勢は、AASHTO LRFD に代表されるように、信頼性理論に基づいた部分係数を導入した設計法が主流となっている。信頼性理論では限界強度を確率変数ととらえ、その確率分布を示す平均値や標準偏差などの統計量が基準強度や部分安全係数の決定に必要となる。さらに、部分係数法は材料係数と呼ばれる材料強度等のバラツキを考慮する部分係数と、部材係数と呼ばれる強度評価式そのものの不確実性に起因するバラツキを考慮する部分係数を分けて考えることが一般的である。従って、設計基準の提案には、これらの要因ごとの限界強度の統計量が必要になる。

このような背景より、本研究では道示に規定されている圧縮無補剛板の基準耐荷力曲線の見直しのための基礎資料の収集を念頭に、無補剛板の圧縮強度の基準耐荷力と部材係数を決定するために必要となる限界強度の確率密度分布を求めることを目的として、自由突出板を対象に有限要素解析とモンテカルロ・シミュレーションに基づいて数値解析的な検討を行った。ここでは、材料強度に起因するバラツキは材料係数で考慮するため無視することとし、これ以外の主要なバラツキの要因である残留応力と初期たわみを確率変数として設定し、これらのバラツキによる限界強度の確率密度関数を求めることとした。

2. 既往の研究

自由突出板の耐荷力曲線に関する研究は、これまでに数多く実施されている。フランジねじれ座屈を対象とした Basler & Thurlimann の式³⁾、Komatsu & Kitada の弾塑性有限変位解析に基づく曲線⁴⁾、初期たわみや残留応力を考慮した宇佐美らの式⁵⁾、高張力鋼を対象とした北田らの式⁶⁾がある。また、福本らは、限界強度の統一評価の試みの中で、限界強度評価式を示している⁷⁾。以下、それぞれの評価式について簡単に述

べる。

Basler & Thurlimann の式³⁾は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_y &= 1 & (R \leq 0.45) \\ &= 1 - 0.53(R - 0.45)^{1.36} & (0.45 < R < \sqrt{2}) \\ &= (1/R)^2 & (\sqrt{2} \leq R) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

福本らの式⁷⁾は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_y &= 1 & (R \leq 0.7) \\ &= (0.7/R)^{0.64} & (0.7 < R) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

宇佐美らは、幅厚比パラメータ R の他に圧縮側の残留応力 σ_{rc} と初期たわみ w_0 を考慮した限界強度式を次式のように提案している⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_y &= 1 & (R \leq R_0) \\ &= \frac{1}{2R} \left(\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R} \right) + 2.5R(\beta - R - 1)^2 & (R_0 < R) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \beta &= 1 + \bar{C}(R - R_0) + R \\ \bar{C} &= C_1 - C_2 \exp\left(-C_3 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}\right) \\ C_1 &= 0.276 - 4.71 \frac{w_0}{b}, \quad C_2 = 0.278 - 9.18 \frac{w_0}{b}, \\ C_3 &= 3.55 - 211 \frac{w_0}{b} \\ R_0 &= \bar{A} - \bar{B} \ln\left(\frac{w_0}{b}\right) \leq 1.0 \\ \bar{A} &= -0.603 - 0.071 \exp\left(-13.6 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}\right) \\ \bar{B} &= 0.219 + 0.031 \exp\left(-13.2 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}\right) \end{aligned}$$

ただし、適用範囲は、

$$0 \leq \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y} \leq 0.5, \quad \frac{1}{809} \leq \frac{w_0}{b} \leq \frac{1}{50}$$

である。

また、北田らの式は、高張力鋼と普通鋼に分けて次式のように提案されている⁶⁾。

高張力鋼 (HT785) の場合：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_y &= 1 & (R \leq 0.8) \\ &= (0.8/R)^{0.63} & (0.8 < R) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

普通鋼 (SM400) の場合：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_y &= 1 & (R \leq 0.67) \\ &= (0.67/R)^{0.61} & (0.67 < R) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

図-2 には、圧縮側の残留応力 σ_{rc} を $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$ 、最大初期たわみ w_0 を $w_0/b = 1/108$ としたときの耐

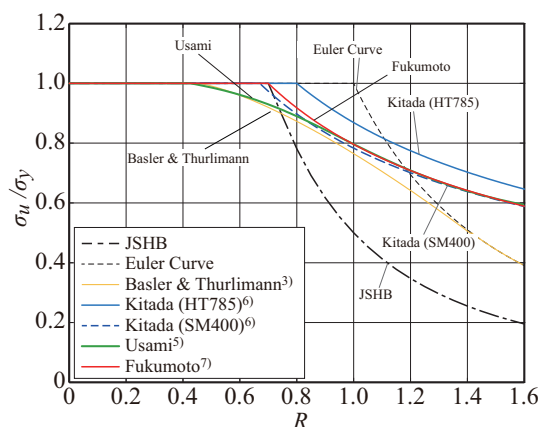


図-2 既往の研究による自由突出板の耐荷力曲線の比較

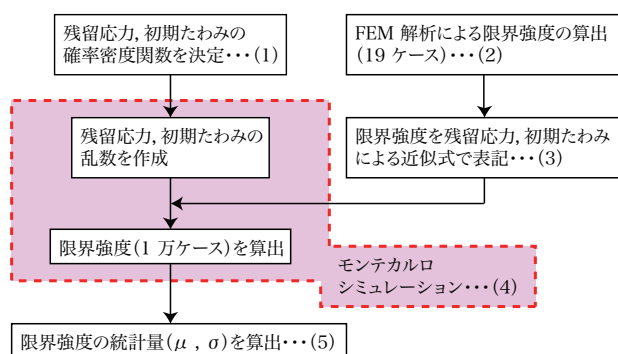


図-3 研究方法の流れ

荷力曲線を比較して示している。なお、これらの値は後述の統計データによる平均値である。図には道示曲線および Euler 曲線もあわせて示している。図からも分かるように道示曲線は幅厚比パラメータ R の大きい領域で他の曲線に比較してかなり低い強度を与えていることが分かる。これは、弾性座屈強度を基本に定めたものであり、後座屈強度を考慮していないためである。

さらに、幅厚比パラメータ R が $R < 1$ の領域では、Basler & Thurlimann、宇佐美らの曲線はほぼ一致している。一方、 $R > 1$ の領域では、Basler & Thurlimann の曲線は他の曲線よりも低めに評価している。また、福本らの曲線は、 $R < 1$ の領域では宇佐美らのそれと差が大きいものの、 $R > 1$ の領域では宇佐美らの曲線とほぼ一致している。さらに、北田らの曲線を見ると、普通鋼 (SM400) に関する曲線では $R > 0.8$ の領域で福本ら、宇佐美らの曲線とほぼ一致するが、高張力鋼 (HT785) に関する曲線では他の曲線よりも高めに評価している。

3. 研究方法の概要

図-3 には、本論文における研究方法のフローチ

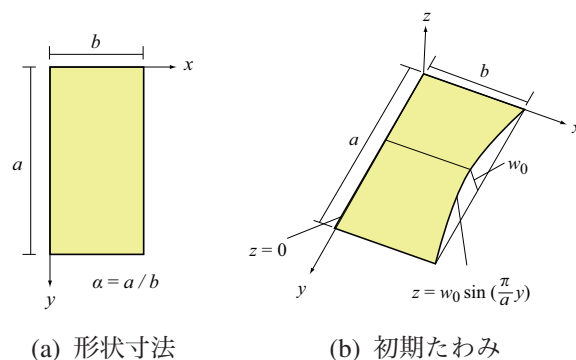


図-4 解析モデルの形状寸法、境界条件

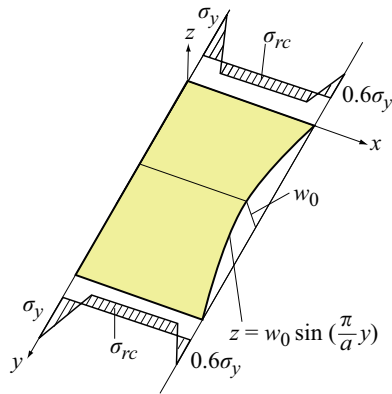
ャートを示している。以下の検討では、初期たわみ w_0 は板幅 b で無次元化した量 w_0/b 、残留応力 σ_{rc} および限界強度 σ_u は鋼材の降伏応力 σ_y で無次元化した σ_{rc}/σ_y および σ_u/σ_y として取り扱う。なお、本論文における限界強度 σ_u は、後述の有限要素解析結果から得られる節点反力を総和し、その最大値を板の断面積で除すことにより評価することとした。

以下、各項目の概要について簡単に述べる。詳細な内容は各章で説明する。

- (1) 既往の研究成果に基づき、残留応力と初期たわみに関する確率密度関数を設定する。
- (2) (1) の残留応力および初期たわみのバラツキを考慮した有限要素解析を行う。ここでは、残留応力 (6 種類)、初期たわみ (5 種類)、および鋼種 (6 種類) を変化させた鋼板に対して、各幅厚比パラメータ (10 種類) における限界強度を算出する。
- (3) (2) の結果より、残留応力と初期たわみによる限界強度 σ_u/σ_y の近似式 (応答曲面) を算出する。
- (4) (3) で算出した応答曲面を用いて、(1) の確率密度関数によるモンテカルロ・シミュレーションを実施し、限界強度 σ_u/σ_y の算出を行う。
- (5) (4) の結果を用いて、限界強度の確率密度分布 σ_u/σ_y を求め、限界強度に関する統計量 (平均値 μ および標準偏差 σ) を算出する。

表－１ 解析条件

解析プログラム	ABAQUS (ver. 6.12)
要素タイプ	低減積分シェル要素
要素分割	60 × 120
要素番号 (自由度)	S4R (6)
板厚方向の積分点数	11
幾何学的非線形性	考慮
残留応力	三角形分布として考慮
解析法	一辺に強制変位を作用させる 変位制御 (弧長増分法)



図－５ 残留応力分布

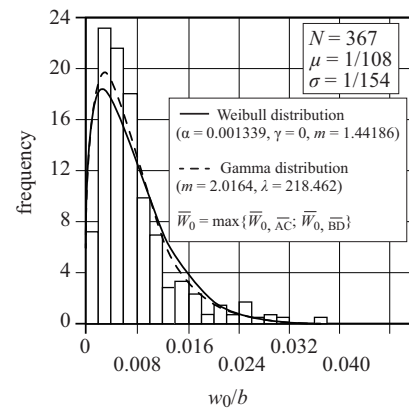
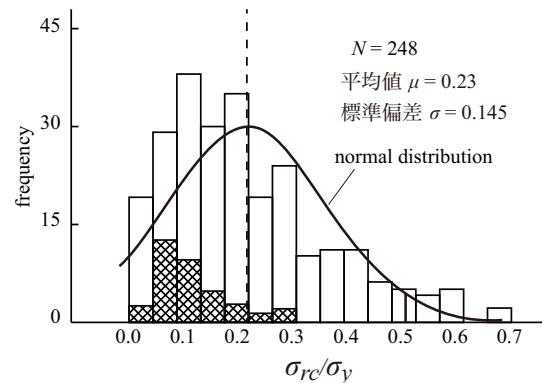
4. 有限要素解析

4.1 解析モデル

図－４には解析対象の形状寸法等(長さ a 、板幅 b 、板厚 t)を示している。初期たわみは、図－４(b)に示すように自由辺のみに正弦半波(最大初期たわみ w_0)を考慮している。なお、アスペクト比 $\alpha (= a/b)$ は、小松・北田の解析結果⁸⁾を参考に限界強度がほぼ最低値を示す $\alpha = 2.0$ と設定した。

解析には、汎用有限要素法解析ソフトウェア ABAQUS⁹⁾を用いた。要素分割は、その形状が正方形となるように配慮し、圧縮板の形状寸法にかかわらず短辺 b を 60 分割、長辺 a を 120 分割とした。要素には低減積分シェル要素 (S4R) を使い、板厚方向の積分点は 11 とした。また、幾何学的非線形性を考慮している。なお、残留応力分布については、ABAQUS のユーザーサブルーチンを用いて初期応力として与えている。表－１に解析条件をまとめる。

図－５には、本解析で仮定した残留応力の大きさおよび分布形状を示している。ここでは、単純支持辺(長辺 a)の残留応力は降伏応力 σ_y 、自由辺の残留応力は $0.6\sigma_y$ と固定し、圧縮側の残留応力 σ_{rc} を変化させた。自由辺の残留応力の大きさはガス切断による影響を考慮し、前田ら¹⁰⁾による残留応力の実験結果を参考にして設定した。なお、SBHS500 あるいは SBHS700 材

図－６ 初期たわみの頻度分布⁴⁾(原図を転載、一部加筆)図－７ 圧縮側残留応力の頻度分布¹¹⁾(原図を転載、一部加筆)

のような高張力鋼の場合には、残留応力分布が本解析で仮定したものと異なることも予想されるが、このような鋼材の残留応力分布に関する統計データは未だ公表されていないことより、ここでは便宜的に図－５に示すような残留応力分布を仮定した。

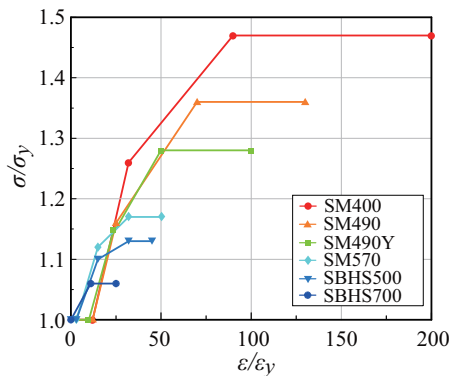
4.2 初期たわみと残留応力

初期たわみ w_0/b に関しては、既往の文献⁴⁾による頻度分布を使用した。図－６にその分布を示している。平均値 $\mu = 1/108$ 、標準偏差 $\sigma = 1/154$ である。図には、Gamma 分布と Weibull 分布が示されているが、後述のモンテカルロ・シミュレーションでは Weibull 分布を用いることとした。

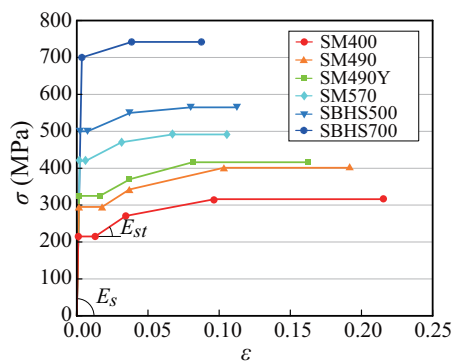
圧縮側の残留応力 σ_{rc} に関しては、図－７に示す既往の研究成果¹¹⁾による頻度分布を用いた。平均値 $\mu = 0.23$ 、標準偏差 $\sigma = 0.145$ である。なお、本研究で対象とする厚板の場合には、板厚方向に残留応力が変化することが予想されるが、厚板を対象とした板厚方向の残留応力分布に関する統計データは未だ公表されていないことより、ここでは板厚方向による残留応力の変化は無視することとした。

表－２ 無次元化した応力-ひずみ関係のモデル

	SM400		SM490		SM490Y		SM570		SBHS500		SBHS700	
	$\varepsilon/\varepsilon_y$	σ/σ_y	$\varepsilon/\varepsilon_y$	σ/σ_y	$\varepsilon/\varepsilon_y$	σ/σ_y	$\varepsilon/\varepsilon_y$	σ/σ_y	$\varepsilon/\varepsilon_y$	σ/σ_y	$\varepsilon/\varepsilon_y$	σ/σ_y
1	1	1.00	1	1.00	1	1.00	1	1.00	1	1.00	1	1.00
2	12	1.00	12	1.00	10	1.00	3	1.00	3	1.00	11	1.06
3	32	1.26	25	1.16	23	1.14	15	1.12	15	1.10	25	1.06
4	90	1.47	70	1.36	50	1.28	32	1.17	32	1.13		
5	200	1.47	130	1.36	100	1.28	50	1.17	45	1.13		
E_{st}/E_s	0.0130		0.0123		0.0108		0.0100		0.00833		0.00610	



図－８ 無次元化した応力-ひずみ関係

図－９ 応力-ひずみ関係のモデル
(公称降伏応力で計算)

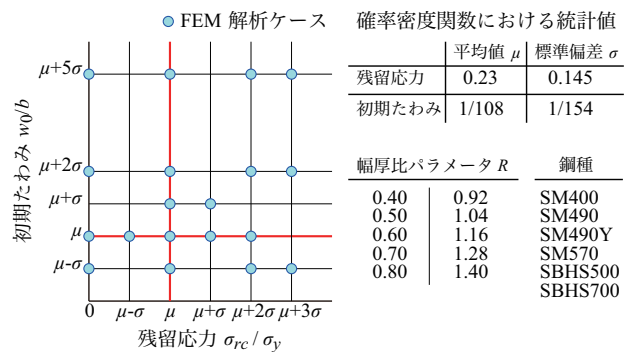
4.3 応力-ひずみ関係

本研究で用いた弾塑性モデルには、Mises の降伏条件、関連流れ則、等方硬化則を適用した。硬化則の決定に用いた 1 軸応力下での応力-ひずみ関係は、文献 2) に示されている各鋼種における降伏比の平均値を取るように、表－2 で定義されるものを用いた。すなわち、すべて降伏応力 σ_y と降伏ひずみ ε_y で無次元化された形で定義し、材質および板厚ごとによって異なる降伏応力に対しても対応できるようにした。同表にはひずみ硬化域での無次元化された勾配 E_{st}/E_s も参考のために示してある。

図－8 には、表－2 で定義される応力-ひずみ関係を図化した結果を、図－9 には公称降伏応力を用い

表－３ 解析パラメータ

鋼種	SM400, SM490, SM490Y SM570, SBHS500, SBHS700
板厚 t (mm)	10 ～ 100
幅厚比パラメータ R	0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.92, 1.04, 1.16, 1.28, 1.4
圧縮側残留応力 σ_{rc}/σ_y	$0, \mu - \sigma, \mu, \mu + \sigma, \mu + 2\sigma,$ $\mu + 3\sigma$
初期たわみ w_0/b	$\mu - \sigma, \mu, \mu + \sigma, \mu + 2\sigma,$ $\mu + 5\sigma$

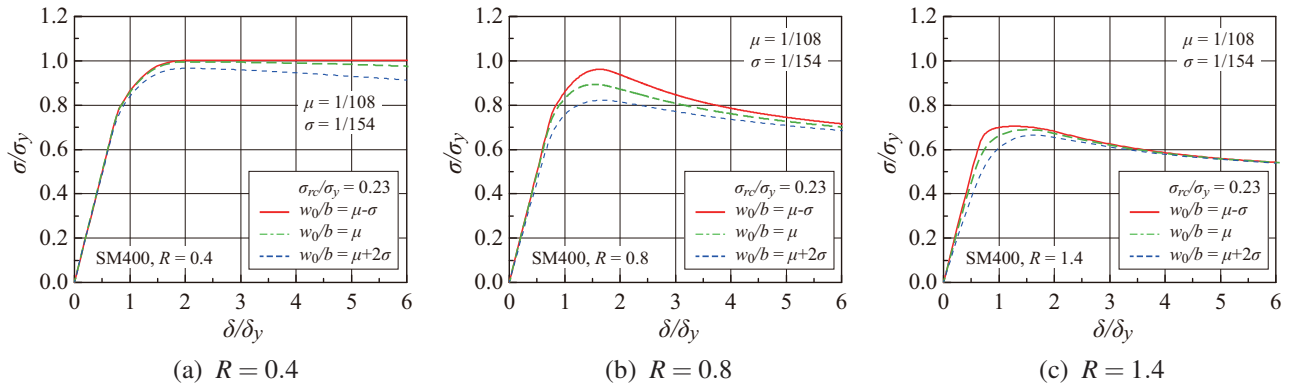


図－10 解析ケース一覧

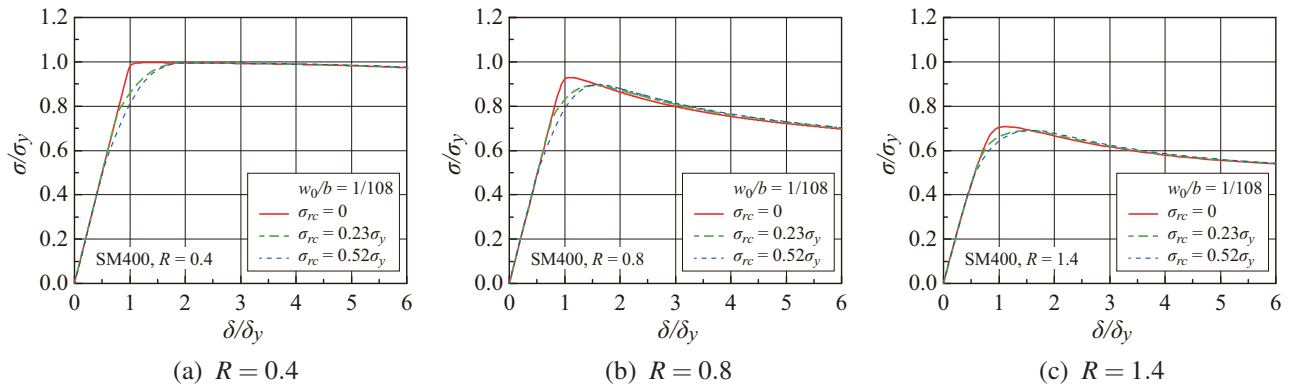
て図化した結果を示している。なお、表－2 および図－8, 9 における応力-ひずみ曲線では、最大応力（引張強度）以降のひずみ軟化は考慮せず応力が一定値になるようにモデル化している。これは、実験より得られた公称応力は減少するが、実断面積に基づく真応力は引張強度以降でも増加するため、安全側をみて一定値にモデル化したものである。

4.4 解析パラメータ

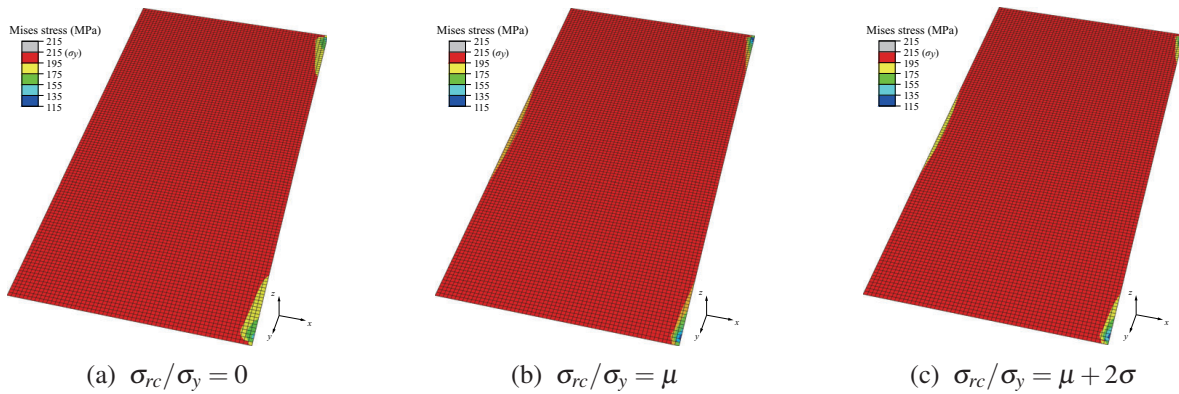
表－3 には、本解析で使用した解析ケースを一覧にして示している。ここでは、鋼種を 6 種類とし、幅厚比パラメータ R が 0.4 ～ 1.4 程度となるように形状寸法を決定した。板厚 t に関しては最大 100 mm までを考慮している。また、初期たわみ w_0/b 、圧縮側の残留応力 σ_{rc}/σ_y に関しては、後述の応答曲面法を適用するために、図－10 に示すように変化させている。



図－11 初期たわみを変化させた場合の無次元応力－無次元変位曲線（SM400 材， $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$ ）



図－12 圧縮側残留応力を変化させた場合の無次元応力－無次元変位曲線（SM400, $w_0/b = 1/108$ ）



図－13 限界強度時における Mises 応力分布の比較（SM400, $R = 0.4$ ）

4.5 解析結果と既往の実験結果との関係

ここでは、6 鋼種の中で SM400 材および SM570 材を対象にして、表－3 の解析パラメータに対する解析結果について述べる。さらに、全鋼種の平均値による解析結果と既往の実験結果との比較を行う。

(1) SM400 材

図－11 には、圧縮側の残留応力を $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$ と固定し、初期たわみ w_0/b を変化させた場合の無次元応力－無次元変位曲線の一例として、 $R = 0.4, 0.8$ および 1.4 の結果を示している。なお、図の縦軸は、節点

反力の総和を板の断面積で除すことで求められる応力 σ を降伏応力 σ_y で、横軸は変位 δ を降伏変位 δ_y で無次元化したものである。図より、 R の大きさにかかわらず、初期たわみ w_0/b が大きいほど限界強度は小さくなる傾向にあることが分かる。

図－12 には、解析結果の一例として初期たわみを $w_0/b = 1/108$ とし、圧縮側の残留応力 σ_{rc} を変化させた場合の無次元応力－無次元変位曲線を示している。図より、 R の小さい領域では、限界強度に及ばず残留応力 σ_{rc} の影響は極めて小さいことが確認される。

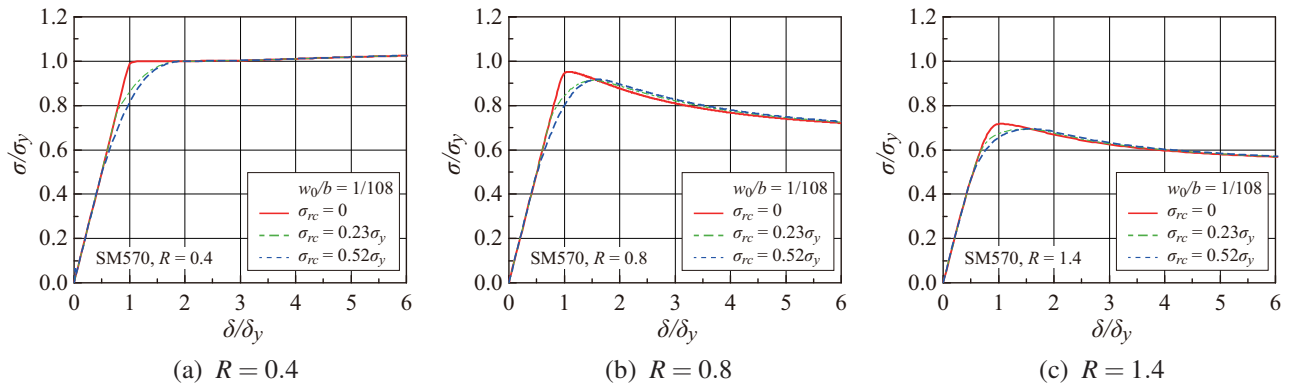


図-14 圧縮側残留応力を変化させた場合の無次元応力-無次元変位曲線 (SM570, $w_0/b = 1/108$)

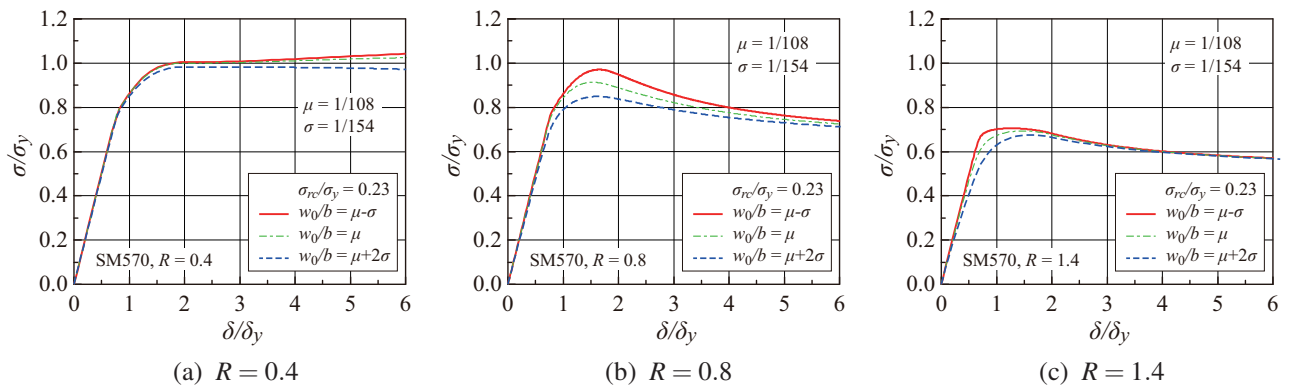


図-15 初期たわみを変化させた場合の無次元応力-無次元変位曲線 (SM570, $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$)

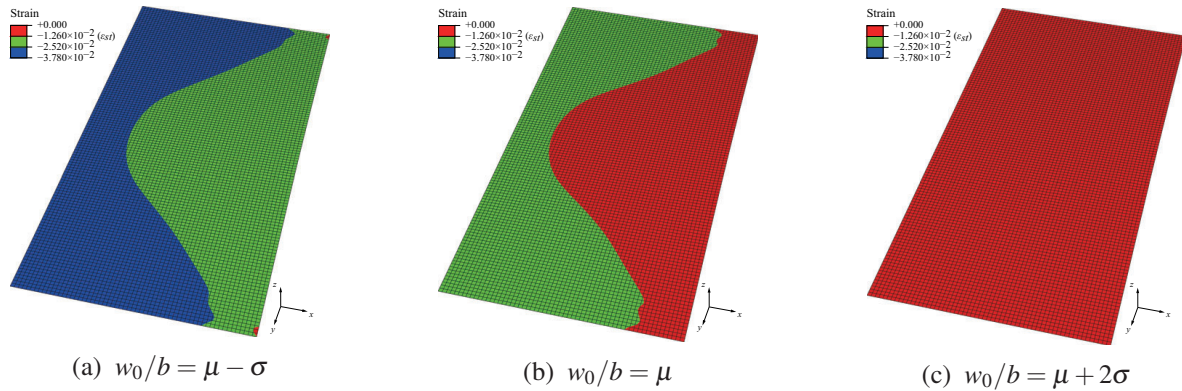


図-16 限界強度時における軸方向ひずみ分布の比較 (SM570, $R = 0.4$)

また、図-13には、図-12(a)に示す圧縮側残留応力を変化させた場合の $R = 0.4$ における限界強度時のMises 応力分布を示している。なお、図は板表面の応力分布である。図より、圧縮側の残留応力 σ_{rc} の大きさによって、応力状態が若干異なるものの、全体的にはほぼ同じ分布性状を示していることが確認される。また、最大応力値が降伏応力 $\sigma_y = 215$ (MPa)と同じであることから、限界強度時における軸方向ひずみは塑性硬化領域ではなく降伏棚域にあることが分かる。

(2) SM570 材

図-14には、解析結果の一例として初期たわみを $w_0/b = 1/108$ とし、圧縮側の残留応力 σ_{rc} を変化させた場合の無次元応力-無次元変位曲線を示している。図より、 R の小さい領域では、限界強度に及ばず残留応力の影響は極めて小さいことが分かる。また、限界強度 σ_u/σ_y が1を超える値を示している。

図-15には、圧縮側の残留応力を $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$ とし、初期たわみ w_0/b を変化させた場合の結果を示している。図より、 R の大きさにかかわらず、初期たわ

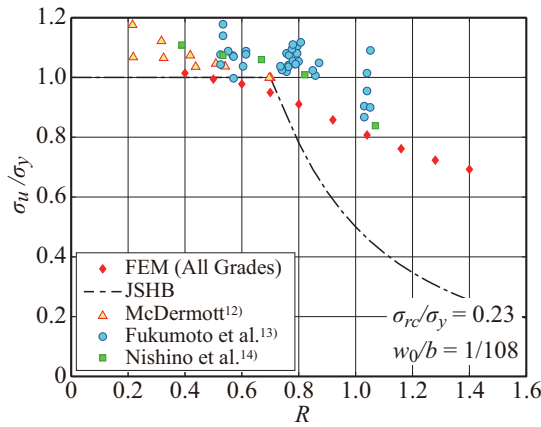


図-17 解析結果と既往の実験結果との比較
($\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$, $w_0/b = 1/108$)

み w_0/b が大きいほど限界強度は小さくなる傾向にあることが分かる。また、 R の小さい領域では、図-14と同様に限界強度が1を超える値を示している。特に、 $R=0.4$ において初期たわみが小さい $w_0/b = \mu - \sigma$ の場合には、変位 δ/δ_y の増大とともに限界強度も増加していることが分かる。これは、SM570 材の場合には SM400 材と比較して降伏棚が短いこと、および塑性硬化勾配が大きいことによるものと考えられる。なお、図では最大値を確認できないが、解析結果においては最大値に到達するまで計算し限界強度を求めている。

図-16には、初期たわみを変化させた場合の限界強度時における板表面の軸方向ひずみ分布の一例として、図-15(a)に示す $R=0.4$ の結果を示している。図より、初期たわみの小さい場合には、鋼板の全域にわたってひずみ硬化開始ひずみ ($\epsilon_{st} = -0.0126$, $\epsilon_{st}/\epsilon_y = 3$) に達していることが確認される。

(3) 既往の実験結果との比較

図-17には、解析結果と既往の実験結果²⁾を比較して示している。なお、解析結果は初期たわみ $w_0/b = 1/108$ および残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$ の場合における6鋼種の平均値である。

図より、解析結果と実験結果を比較すると、解析結果は実験結果の下限值を取っていることが分かる。

4.6 限界強度時における相当塑性ひずみ

図-18には、圧縮側の残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$ 、初期たわみ $w_0/b = 1/108$ とする場合の限界強度 σ_u/σ_y 時における鋼板の相当塑性ひずみ ϵ_{pmax} (以下、最大塑性ひずみ) を降伏ひずみ ϵ_y で除した無次元最大ひずみ $\epsilon_{pmax}/\epsilon_y$ と R の関係を示している。図より、 $R \geq 0.6$ の領域における最大ひずみ $\epsilon_{pmax}/\epsilon_y$ は、鋼種によって若干の差異が見られるもの、降伏ひずみ ϵ_y の1.5~2.0程度であることが分かる。一方、SM570および

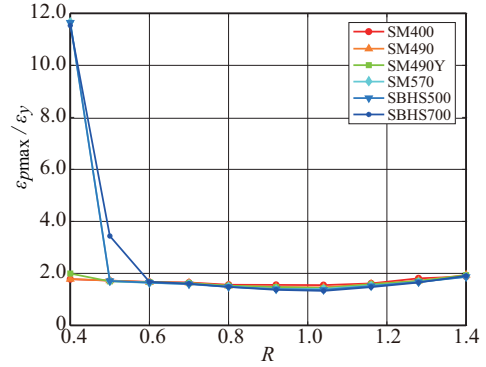


図-18 無次元最大ひずみ $\epsilon_{pmax}/\epsilon_y$ と R の関係
($\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$, $w_0/b = 1/108$)

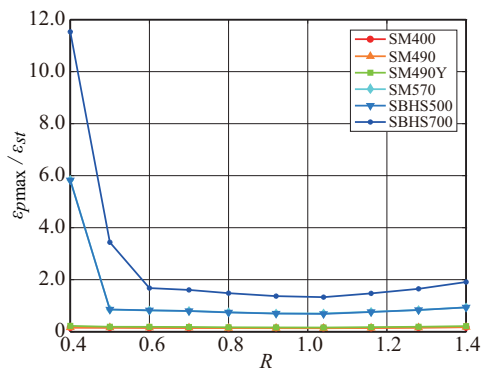


図-19 無次元硬化ひずみ $\epsilon_{pmax}/\epsilon_{st}$ と R の関係
($\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$, $w_0/b = 1/108$)

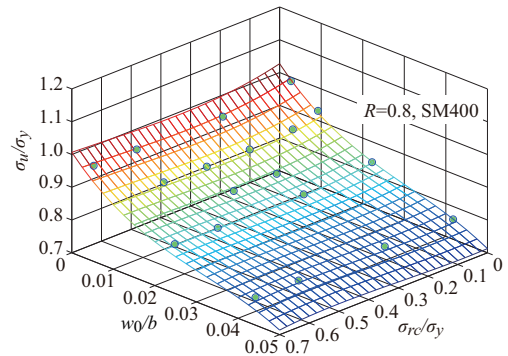


図-20 応答曲面の一例 (SM400, $R=0.8$)

び SBHS500 材の場合には $R < 0.5$, SBHS700 材の場合には $R < 0.6$ の領域において、最大ひずみ $\epsilon_{pmax}/\epsilon_y$ は増加する傾向を示し、 $R=0.4$ では降伏ひずみ ϵ_y の12倍程度となっている。また、SM570 および SBHS500 材を比較すると、両者ほぼ同じ分布形状を示していることが分かる。

図-19には、最大塑性ひずみ ϵ_{pmax} をひずみ硬化開始ひずみ ϵ_{st} で除した無次元硬化ひずみ $\epsilon_{pmax}/\epsilon_{st}$ と R の関係を示している。図より、SM400, SM490 および

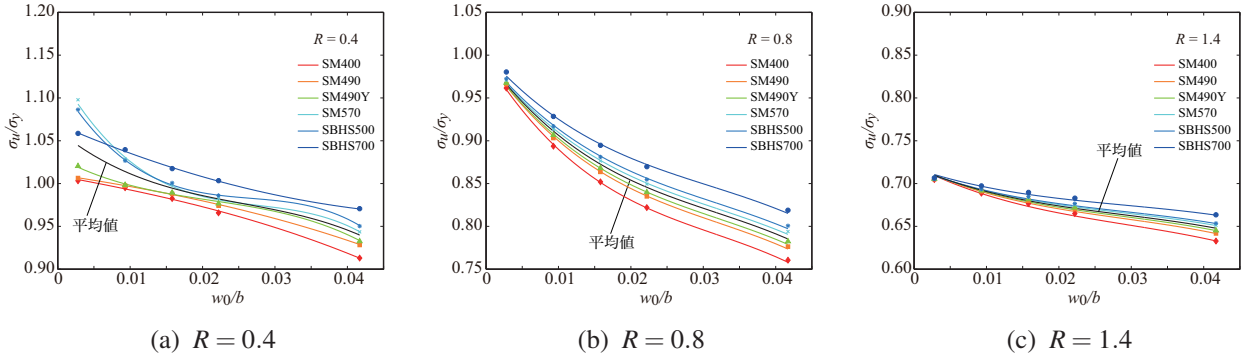


図-21 2次元応答曲面 ($\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$)

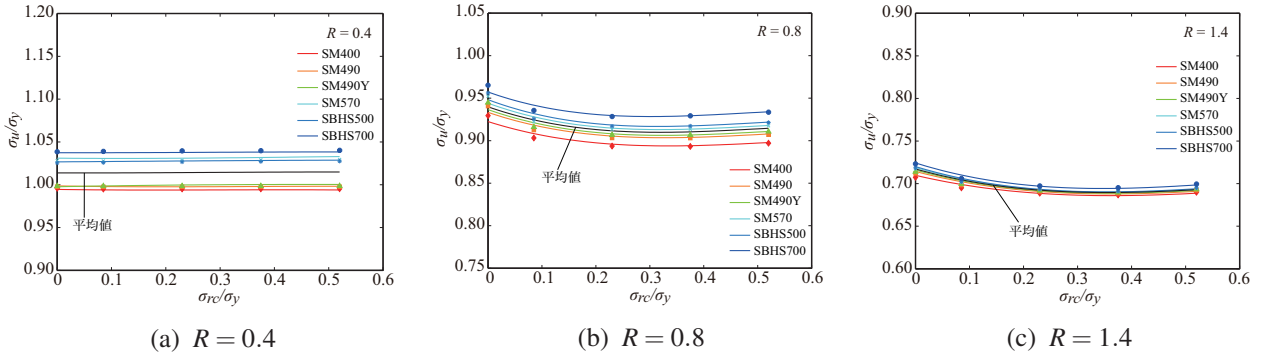


図-22 2次元応答曲面 ($w_0/b = 1/108$)

SM490Y 材の場合には、硬化ひずみ $\varepsilon_{p\max}/\varepsilon_{st}$ が 1 以下となっており、鋼材に発生する最大ひずみ $\varepsilon_{p\max}$ がひずみ硬化開始ひずみ ε_{st} よりも小さく、降伏棚の領域にあることが分かる。一方、SM570 および SBHS500 材の場合には、 $R \geq 0.5$ の領域では硬化ひずみ $\varepsilon_{p\max}/\varepsilon_{st}$ が 1 以下であるのに対し、 $R = 0.4$ では約 6 倍を示し、ひずみ硬化域まで到達していることが分かる。なお、両者の分布形状は非常によく一致している。

SBHS700 材の場合には、降伏棚が無くひずみ硬化開始ひずみ ε_{st} と降伏ひずみ ε_y が同一であるため、全ての R において硬化ひずみ $\varepsilon_{p\max}/\varepsilon_{st}$ が 1 を超えていることが分かる。特に R が小さい領域 ($R \leq 0.5$) では最大ひずみが大きくなる傾向がある。

5. 応答曲面法

応答曲面とは、 n 個 ($n > 1$) の予測変数 x_i ($i = 1, \dots, n$) から予測される応答 y の関係式を近似したものである。

$$y = f(x_1 \cdots x_n) + \varepsilon \quad (7)$$

ここで、 ε は誤差である。

応答曲面では関数の形に特別な制限はなく、任意に設定可能である。本研究では、無次元化した残留応力 σ_{rc}/σ_y および初期たわみ w_0/b から予測される無次元

化した限界強度 σ_u/σ_y の近似式を最小二乗法より決定し、応答曲面を作成する。なお、限界強度の近似式は以下のように仮定した。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_y = & p_{00} + p_{10}x + p_{01}y + p_{20}x^2 + \\ & p_{11}xy + p_{02}y^2 + p_{21}x^2y + \\ & p_{12}xy^2 + p_{30}x^3 + p_{03}y^3 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで、 x は無次元化した残留応力 σ_{rc}/σ_y 、 y は無次元化した初期たわみ w_0/b 、 p_{00}, \dots, p_{03} は未知係数である。

本研究では、鋼種 6 種類、幅厚比パラメータ 10 ケースの計 60 ケースごとに、19 ケースの FEM 解析を実施し、得られた解析結果から応答曲面を求めた。ここでは、応答曲面を求めるために前述の図-10 に示すように初期たわみ w_0/b および残留応力 σ_{rc}/σ_y を変化させた解析を実施している。得られた応答曲面の数は、鋼種 6 種類および全鋼種の平均、幅厚比パラメータ R が 10 ケースの計 70 ケースである。図-20 には、得られた応答曲面の一例として SM400 材の $R = 0.8$ について示している。

また、図-21 および図-22 には、それぞれ残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.23$ および初期たわみ $w_0/b = 1/108$ とした場合の $R = 0.4, 0.8, 1.4$ における全鋼種および全鋼種平均の応答曲面を 2 次元で示している。両図より、

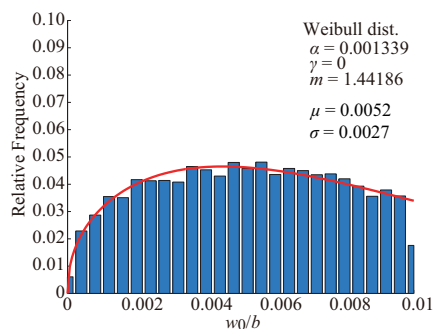


図-23 初期たわみの頻度分布

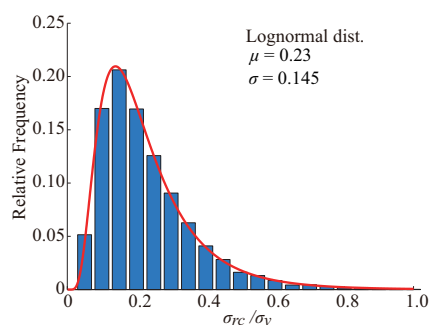


図-24 圧縮側残留応力の頻度分布

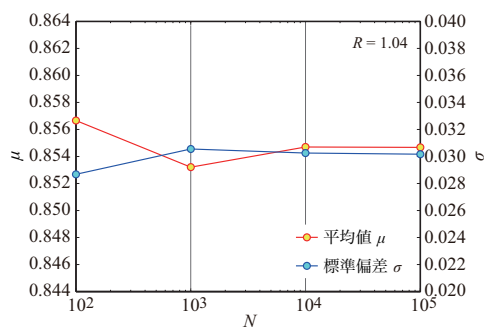


図-25 収束性に関する検討 ($R = 1.04$)

限界強度 σ_u/σ_y は、 R が大きいほど鋼種による差異が小さくなる傾向にあることが分かる。これは R が大きい領域では弾性座屈が卓越するためと考えられる。また、限界強度 σ_u/σ_y は、残留応力 σ_{rc}/σ_y の影響よりも初期たわみ w_0/b の影響を大きく受けることが分かる。

6. モンテカルロ・シミュレーションによる統計量の解析

6.1 初期たわみと残留応力の確率密度分布

本研究では、無次元化した限界強度 σ_u/σ_y の確率密度関数および統計量を得るために、無次元化した残留応力 σ_{rc}/σ_y および初期たわみ w_0/b の乱数を発生させ、前章で得られた応答曲面を用いたモンテカルロ・シミュレーションを実施した。

無次元化した残留応力 σ_{rc}/σ_y および初期たわみ w_0/b に関しては、4.2 節で述べた福本らの研究¹¹⁾ および小松・北田の研究成果⁴⁾ を参考に確率密度分布を定義した。図-23 および 図-24 には、本研究で用いた確率密度分布を示している。なお、図-23 は最大初期たわみの確率密度分布であり、道示における自由突出板の最大初期たわみの制限 ($w_0/b \leq 1/100$) を図-6 の確率密度分布に加えたものである。また、図-24 に示す圧縮側残留応力の確率密度分布に関しては、図-7 と等しい平均値および標準偏差を持つ対数正規分布であり、圧縮側残留応力が負(引張)とな

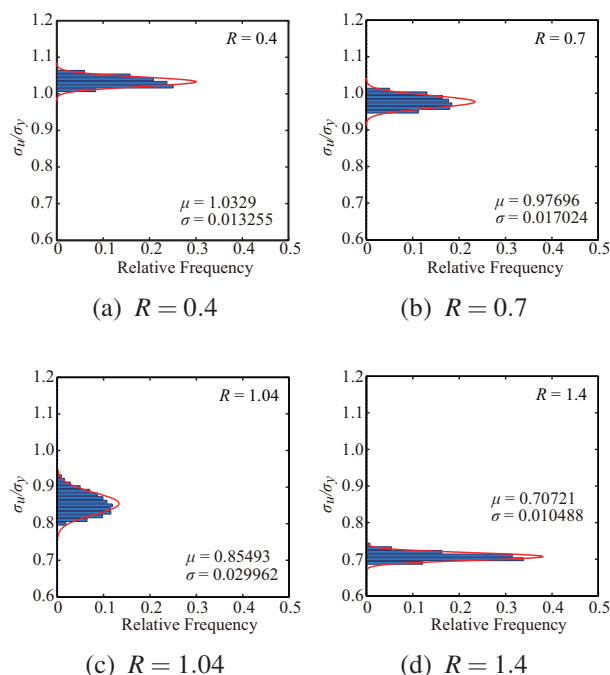


図-26 限界強度 σ_u/σ_y の確率密度分布 (全鋼種)

らないようにし、かつ $\sigma_{rc}/\sigma_y \leq 1$ となるように設定した。

6.2 収束性の検討

モンテカルロ・シミュレーションでは、計算の試行回数により、得られる解の真値に対する精度が左右される。従って、本節では計算の試行回数によるモンテカルロ・シミュレーションの収束性の確認を行った。図-25 は、 $R = 1.04$ における全鋼種平均の応答曲面における無次元化した限界強度の平均値 μ および標準偏差 σ の収束性を示したものである。横軸に試行回数 N 、縦軸に限界強度 σ_u/σ_y の平均値 μ および標準偏差 σ を取っている。なお、 $R = 1.04$ を選んだ理由は、前述した 10 種類の幅厚比パラメータ R のうち、 $R = 1.04$ において限界強度の標準偏差が最大となるためである。図より、 $N = 10^4$ の場合と $N = 10^5$ の場合を比較すると、限界強度の平均値の差は 1% 未満であ

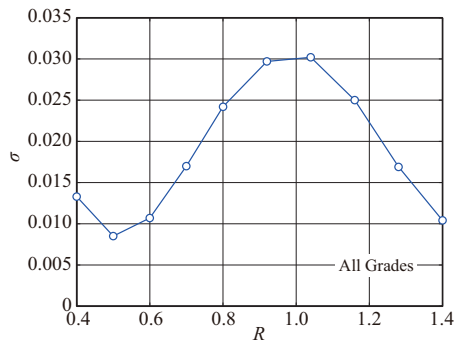


図-27 限界強度の標準偏差 σ と座屈パラメータ R の関係 (全鋼種)

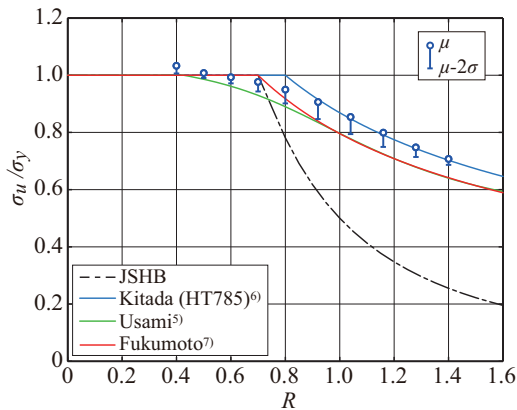
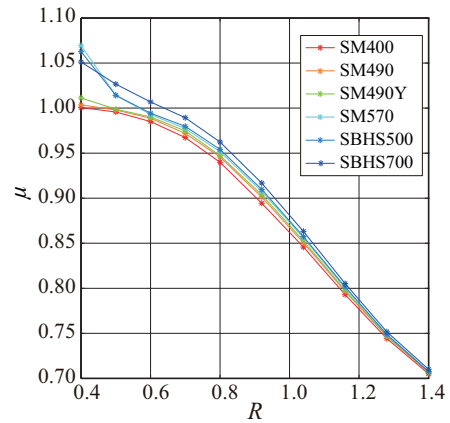
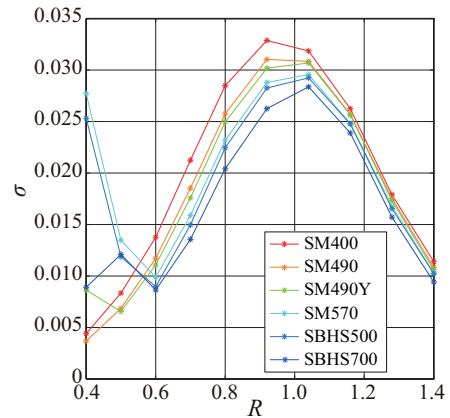


図-28 限界強度の平均値および標準偏差と既往の限界強度算定式の比較 (全鋼種)



(a) 平均値 μ と R の関係



(b) 標準偏差 σ と R の関係

図-29 限界強度の統計値と R の関係

ることより、以下の解析では、試行回数 N を全て 1 万回 ($N = 10^4$) とした。

6.3 限界強度の確率密度分布と平均値、標準偏差

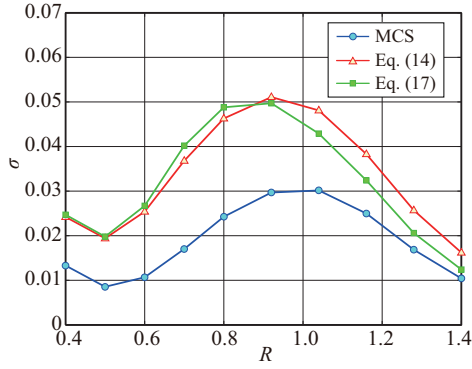
図-26 には座屈パラメータ $R = 0.4, 0.7, 1.04, 1.4$ における全鋼種を考慮した場合の限界強度の確率密度関数を示している。図中の棒グラフがモンテカルロ・シミュレーションの結果で、曲線(赤線)はモンテカルロ・シミュレーションより得られた平均値、標準偏差をもつ正規分布を表している。図より、 $R = 0.4$ では、 $\sigma_u/\sigma_y > 1.0$ の領域で限界強度が分布している。これは、限界強度の大きさが鋼板の塑性化によって決定されるため、ひずみ硬化の影響により無次元化された限界強度が 1.0 より大きくなるものと考えられる。

図-27 には全鋼種の限界強度を平均化した場合の標準偏差 σ と R の関係について示している。図より、限界強度の標準偏差 σ は $R \simeq 1.0$ の領域で最大となることが分かる。これは、この領域において初期たわみと残留応力がともに限界強度に影響を及ぼすことを示唆している。

図-28 には、モンテカルロ・シミュレーションにより得られた全鋼種の平均限界強度の統計値と R の関係

を、道示、北田式(高張力鋼の場合)、宇佐美式および福本式と比較して示している。これより、道示と解析結果を比較すると、道示は $R > 0.7$ の領域では安全側、 $0.5 < R < 0.7$ の領域では若干危険側の評価を与えていることが分かる。また、既往の耐荷力曲線と比較すると、 $R \leq 0.9$ の領域では限界強度の下限值 ($\mu - 2\sigma$) の分布は宇佐美式にほぼ一致している。一方、 $R > 0.9$ の領域では、限界強度の平均値 μ の分布が北田式(高張力鋼の場合)にほぼ一致する。これらより、解析結果は両者の中間的な分布性状となることが分かる。

図-29 には、各鋼種における限界強度 σ_u/σ_y の平均値 μ および標準偏差 σ と R の関係を示している。(a) 図より、限界強度の平均値 μ は、 R が大きいほど鋼種による差異が小さくなる傾向にあることが分かる。これは R が大きい領域では弾性座屈が卓越するのに対し、 R が小さい領域では鋼材の塑性硬化の影響が卓越することを示唆している。特に、 $R < 0.5$ の領域では鋼種による限界強度の平均値の差が大きく示されており、低強度の鋼材は限界強度が低く、高強度の鋼材ほど限界強度が高くなる傾向にある。これは、前述の図-9 に示すように低強度の鋼材では降伏棚が広く、



図－30 算出方法による無次元化した限界強度の標準偏差 σ の比較

降伏後においてひずみ硬化がなかなか発現しないのに対して、高強度の鋼材では降伏棚がほとんど無く、降伏後すぐにひずみ硬化が現れるためと考えられる。また、(b) 図より、限界強度の標準偏差は、 $R \leq 0.5$ の領域では高強度鋼材の方が大きく、 $R > 0.5$ の領域では逆に低強度鋼材の方が大きい。

6.4 有限差分近似による標準偏差の推定

前節では、モンテカルロ・シミュレーションによって限界強度の確率密度分布を求めた。一方、モンテカルロ・シミュレーションでは、バラツキの要因毎の影響度を検討することができない。そこで、本節ではバラツキの要因毎の影響度を検討するために、有限差分近似による限界強度の平均値と標準偏差の推定値を求めることとした。ここでは、計算法の概要を示すとともに、得られた結果とモンテカルロ・シミュレーションによる限界強度の標準偏差を比較検討する。

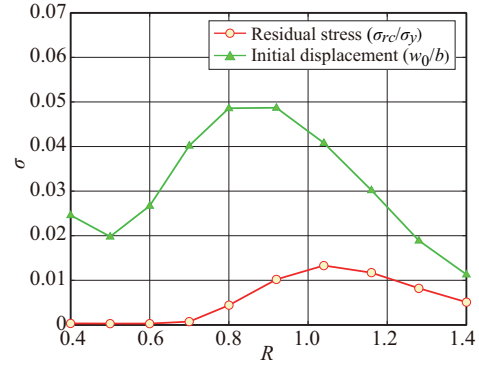
以下では無次元化した限界強度 σ_u/σ_y を応答変数と考え Y で表し、この限界強度のバラツキの要因となっている無次元化した初期たわみ w_0/b および残留応力 σ_{rc}/σ_y を確率変数と考え、 X_1, X_2 で表すこととする。このとき、 Y と X_i の関係は形式的に次式で表される。

$$Y = g(X_1, X_2) \quad (9)$$

今回の問題では、FEM 解析でしか Y と X_i の関係を求めることができないため、関数 g を陽な形では表すことはできない。そこで、関数 g を平均値回りで Taylor 展開すると、応答変数 Y の平均値の第 2 次近似 $E(Y'')$ は次のように表される。

$$E(Y'') \simeq g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_i^2} \right] Var(X_i) \quad (10)$$

ここで、 μ_{X_i} は変数 X_i の平均値、 $Var(X_i)$ は変数 X_i の分散である。



図－31 有限差分近似による限界強度の標準偏差 σ の内訳

また、分散の 1 次近似 $Var(Y')$ は、

$$Var(Y') \simeq \sum_{i=1}^2 E_i^2 Var(X_i) + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 E_i E_j Cov(X_i, X_j) \quad (11)$$

で表され、式 (11) 中の E_i は、

$$E_i = \frac{\partial g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2})}{\partial X_i} \quad (12)$$

と表される。ここに $Cov(X_i, X_j)$ は共分散である。さらに確率変数 X_i, X_j が統計的に独立であるとき、分散の 1 次近似 $Var(Y')$ は以下ようになる。

$$Var(Y') \simeq \sum_{i=1}^2 E_i^2 Var(X_i) \quad (13)$$

以下では、関数 g は応答曲面法によって得られた関数 f で近似し ($g \simeq f$)、次式を用いて無次元化した限界強度の標準偏差 σ を推定した。すなわち、

$$Var(Y') \simeq \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2})}{\partial X_i} \right)^2 Var(X_i) \quad (14)$$

さらに、もう一つの方法として、関数 g の導関数を有限差分で評価し、平均値の標準偏差の推定を行った。有限差分近似を用いた場合、平均値の 2 次近似 $E(Y'')$ は次式で表される。

$$E(Y'') = g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) + \left. \frac{Y_i^{++} + Y_i^{--} - 2Y_i}{8} \right\} \quad (15)$$

ここで、 σ_{X_i} は確率変数 X_i の標準偏差であり、応答 Y_i は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} Y_i &= g[\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_i}, \dots] \\ Y_i^{++} &= g[\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, (\mu_{X_i} + \sigma_{X_i}), \dots] \\ Y_i^{--} &= g[\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, (\mu_{X_i} - \sigma_{X_i}), \dots] \\ Y_i^{++} &= g[\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, (\mu_{X_i} + 2\sigma_{X_i}), \dots] \\ Y_i^{--} &= g[\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, (\mu_{X_i} - 2\sigma_{X_i}), \dots] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

表－4 基準強度 f_N と非超過確率ごとの部分安全係数 γ

R	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.92	1.04	1.16	1.28	1.4
μ	1.033	1.008	0.993	0.977	0.949	0.906	0.855	0.799	0.748	0.707
σ	0.0133	0.0086	0.0107	0.0170	0.0242	0.0296	0.0300	0.0250	0.0169	0.0105
f_N	1.033	1.008	0.993	0.977	0.949	0.906	0.855	0.799	0.748	0.707
$\gamma(5\%)$	1.02	1.01	1.02	1.03	1.04	1.06	1.06	1.06	1.04	1.03
$\gamma(3\%)$	1.02	1.02	1.02	1.03	1.05	1.07	1.07	1.06	1.04	1.03
$\gamma(1\%)$	1.03	1.02	1.03	1.04	1.06	1.08	1.09	1.08	1.06	1.04

また、1 次分散 $Var(Y')$ は次式で表される、

$$\begin{aligned} Var(Y') &\simeq \sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i^+ - Y_i^-}{2\sigma_{X_i}} \right)^2 Var(X_i) \\ &\simeq \sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i^+ - Y_i^-}{2} \right)^2 \end{aligned} \quad (17)$$

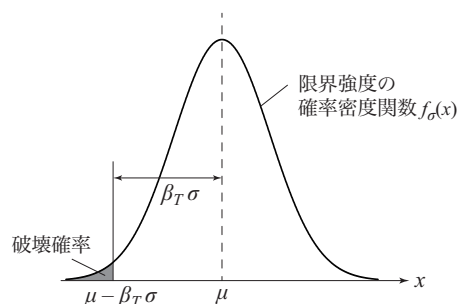
上記の方法では、式 (16) に示す 5 つの応答 Y_i を FEM 解析によって求めるだけで無次元化した限界強度の平均値 μ および標準偏差 σ を推定することが可能である。さらに式 (17) により、応答のバラツキが要因（確率変数）ごとに内訳を算出できるという利点がある。

図－30 には、全鋼種における限界強度の標準偏差 σ を算出方法ごとに比較して示している。図中にはモンテカルロ・シミュレーションの結果（MCS）、応答曲面を用いた近似式 (14) および有限差分近似による近似式 (17) を比較している。3 つの方法ともほぼ同じ傾向を示すが、近似解法の方が大きめの標準偏差を与えることが分かる。

図－31 には、有限差分近似による分散の評価式 (17) を用いた場合における限界強度の標準偏差に関する内訳を示している。図より、初期たわみ w_0/b は R の値にかかわらず大きく影響していることが分かる。また、前節の図－27 における標準偏差 σ が最大となる要因として、 $R \simeq 1$ 近傍において初期たわみ w_0/b と残留応力 σ_{rc}/σ_y の影響がそれぞれ大きくなることが考えられる。さらに、 $R < 0.7$ では残留応力 σ_{rc}/σ_y による影響はほとんど見られない。これらは、前述の解析結果および応答曲面による考察ともほぼ一致している。なお、 $R < 0.7$ で残留応力が限界強度に影響しない点に関しては、Nishino & Tall¹⁵⁾ の解析結果と同様である。

7. 基準強度と部分安全係数

本節では今回の結果から、設計用の基準強度 f_N と部分安全係数 γ の決定方法について述べる。信頼性設計理論では、破壊確率をある一定値以下になるように部分係数等を決定することが基本である。しかしなが

図－32 破壊確率と β_T 値

ら、実際には確率密度関数の裾野部分の形状は、設定した前提条件に大きく依存し、裾野の部分積分して求める破壊確率の精度にはあまり期待できない。そこで、破壊確率を規定する代わりに、図－32 に示す平均値からの離れを表す β_T 値を設定することが一般に行われている。図－26 に示すように限界強度の確率密度関数は正規分布で近似できるため、目標の破壊確率に対応する β_T 値を求めることにより部分安全係数を決定する。すなわち、次式を用いて、左辺は既知であるとして、基準強度 f_N を定めれば、部分安全係数 γ を決定できる。

$$\mu - \beta_T \sigma = \frac{1}{\gamma} f_N \quad (18)$$

式 (18) において、 μ と σ は無次元化した限界強度の平均値と標準偏差を表し、今回のモンテカルロ・シミュレーションより得られた値を用いる。今、限界強度の確率密度関数として正規分布を仮定し、限界強度の基準強度に対する非超過確率を 5 %、3 % および 1 % とすると、 β_T 値はそれぞれ 1.64、1.88 および 2.33 になる。さらに、計算の一例として、基準強度 f_N として限界強度の平均値 μ を用いて、部分安全係数を求めると、表－4 のようになる。幅厚比パラメータ毎に部分安全係数を変化させるのは煩雑であり、実際の設計基準では、安全側の立場から最も標準偏差の大きい $R = 1.04$ の部分安全係数を R 値の全域で採用するとすると、非超過確率 5 % で部分安全係数 $\gamma = 1.06$ 、同じく 1 % で $\gamma = 1.09$ になることが分かる。

8. まとめ

本研究では、道路橋示方書に規定されている圧縮無補剛板の基準耐力曲線の見直しのための基礎資料の収集を目的として、自由突出板を対象に鋼材を6種類、初期たわみを5種類、残留応力を6種類に変化させて、3次元弾塑性有限要素法によるパラメトリック解析を実施し、モンテカルロ・シミュレーションにより限界強度の統計量を算定した。本論文を要約すると、以下のとおりである。

- 1) 限界強度の下限值 ($\mu - 2\sigma$) は、 $R \leq 0.9$ の領域においては宇佐美らによって提案された評価式とほぼ一致している。一方、 $R > 0.9$ の領域では本解析結果が若干大きめの値を与えている。
- 2) 限界強度のバラツキ (標準偏差) は、 $R \simeq 1.0$ の領域において大きくなる。
- 3) $R < 0.7$ の領域では、圧縮側の残留応力が限界強度に与える影響は非常に小さい。
- 4) 信頼性理論に基づき、部分安全係数の決定方法を示した。例として基準強度として平均値を用いた場合、5%の非超過確率に対応する部分安全係数は1.06、1%の非超過確率の場合1.09になる。

以上より、残留応力や初期たわみの統計データに基づいたより合理的な限界強度分布を提示した。

謝辞

本研究の実施には、一般社団法人日本鉄鋼連盟による補助を受けて実施した。また、数値解析に関しては、北海道旅客鉄道株式会社の片倉篤志氏 (研究当時：室蘭工業大学工学部建築社会基盤系学科) に多大なるご支援を戴いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 日本道路協会：鋼道路橋示方書・同解説、II 鋼橋編、2012
- 2) 村越 潤，梁取直樹，有馬敬育，清水英樹，小森大資：鋼材料・鋼部材の強度等に関する統計データの調査，土木研究所資料，No. 4090, 2008.
- 3) Basler, K., and Thurlimann, B. : Strength of Plate Girders in Bending, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 87, No. 6, pp. 153-184, 1961.

- 4) Komatsu, S. and Kitada, T. : Statistical Study on Compression Flange Plates, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 109, No. 2, pp. 404-417, 1983.
- 5) 宇佐美 勉，葛 漢彬：薄板集成短柱の強度推定法，構造工学論文集，Vol. 42A, pp. 171-178, 1996.
- 6) 北田俊行，中井 博，越智内士：高張力鋼を用いた圧縮板・圧縮補剛板の終局強度に関する研究，構造工学論文集，Vol. 46A, pp. 179-190, 2000.
- 7) 福本嘯士 (代表者)：鋼骨組構造物の極限強度の統一評価に関する総合的研究 (1990)，平成元年度科学研究費 (総合研究 A) 成果報告書 (課題番号：62303040)
- 8) 小松定夫，北田俊行：初期不整を含む自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について，土木学会論文集，No.314, pp.15-27, 1981.
- 9) ABAQUS/Standard user's manual, Ver.6.12, Dassault Systems Simulia Corp., 2012.
- 10) 前田亮太，野村昌孝，野阪克義，伊藤 満，奥村 学：ハイブリッド桁の斜張力場作用を考慮したせん断耐力に関する研究，構造工学論文集 A(CD-ROM), Vol. 53, pp. 97-108, 2007.
- 11) Fukumoto, Y. and Itoh, Y. : Basic Compressive Strength of Steel Plates from Test Data, *Proc. of JSCE*, No.344/I-1 (Structural Eng./Earthquake Eng.), pp.129-139, 1984.
- 12) McDermott, J.F. : Local Buckling of A514 Steel Members, *Proc. of ASCE*, Paper 6761, 1969.
- 13) 福本嘯士，伊藤義則：フランジの局部座屈強度とフランジの幅厚比制限，土木学会論文集，No. 160, pp. 27-38, 1968.
- 14) Nishino, F., Tall, L., and Okumura, T. : Residual Stress and Torsional Buckling Strength of H and Cruciform Columns, *Transactions of the Japan Society of Civil Engineers*, No. 160, pp. 75-87, 1968.
- 15) Nishino, F., Tall, L. : Residual Stress and Local Buckling Strength of Steel Columns, *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, No. 172, pp. 79-96, 1969.

(2013 年 9 月 25 日受付)