航空宇宙技術
Vol.15, pp. 1-8, 2016

－論　　文－

# ロケットエンジン用液体水素ターボポンプの玉軸受の非線形モデリングと軸振動解析による回転非同期成分の考察[*1]

# Nonlinear Modeling of the Ball Bearing of the Liquid Hydrogen Turbopump for Rocket Engine and Investigation of the Asynchronous Vibration Component Using the Unsteady Vibration Analysis

大　竹　伸　英[*2]・井　上　剛　志[*3]・坂　口　智　也[*4]・内　海　政　春[*5]
Nobuhide OTAKE, Tsuyoshi INOUE, Tomoya SAKAGUCHI and Masaharu UCHIUMI

**Key Words:** Liquid Hydrogen Turbopump, Nonlinear Modeling, Unsteady Vibration Analysis, Asynchronous Vibration, Experiment

**Abstract:** This paper investigates the nonlinear modeling of the liquid hydrogen turbopump for rocket engine. The degree of freedom of ball is introduced and its contact/separation from the inner or outer race is considered. The dynamic response of the turbopump shaft in the unsteady condition with fast acceleration which reaches more than third critical speed is numerically investigated, and the occurrence of the asynchronous vibration component is observed, and the characteristic of the asynchronous vibration component is discussed. This result is compared with the experimental result, and it shows the capability of the explanation of occurrence of the specific asynchronous vibration component observed in the experimental data.

## 1. はじめに

液体水素／液体酸素を推進薬としたロケットエンジンの心臓部であるターボポンプは，エンジンの小型化・高エネルギ密度化の要求に応えるために危険速度を超えて高速回転する必要があり，それに伴って様々な振動問題に直面してきた[1~7]．Childs ら[3,4]はスペースシャトルメインエンジン（SSME）のターボポンプについてシールやタービンに働くロータダイナミック流体力（RD 流体力）を考慮し解析を行った．上條らはインデューサにおける旋回キャビテーションの発生とその不安定化作用を明らかにし[5]，液体酸素ターボポンプの旋回キャビテーションの抑制を行った[6]．近年でも依然としてロケットエンジンの重大リスクの上位がターボポンプであるとの報告[7]があり，ロータ設計や軸振動問題の研究が多く行われ，また，ターボポンプ開発の初期段階から軸振動低減を重視した形態の最適設計を検討する研究も進められている[8]．

しかし，従来研究では地上でのフライト模擬試験結果（以下，実験データ）を定量的に予測し説明できるターボポンプの動的挙動解析技術はまだ十分に確立できていない．著者らは第 1図の LE-7A 液体水素ターボポンプ[9]の有限要素モデルを構築し，振動解析から定常振動特性を調べ[10,11]，さらにその非定常振動解析も行い，回転同期振動成分のみではあるが実験データを定量的に説明した[12]．しかしながら，実験データに含まれる回転同期成分以外の振動成分についてはほとんど説明できていない．これらの成分は高速領域では回転速度成分よりも大きいため[12]，その発生原因と発生メカニズムや特徴を明らかにし，それを考慮できる解析技術の開発が望まれている．これらの回転非同期成分の発生原因としては，玉軸受の非線形特性[13]，軸とケーシングの接触，支持剛性の異方性，ポンプ外からの間欠的外乱，インペラ部の半径方向スラスト，軸方向振動，ワイヤーメッシュダンパのヒステリシス減衰，内部減衰による自励振動，RD 流体力の非線形性等などがある．

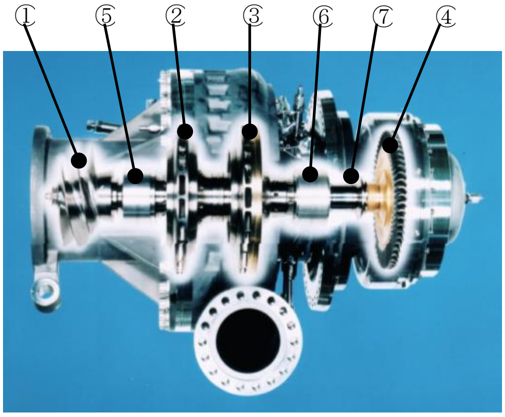
本論文ではターボポンプを支える玉軸受の非線形特性を考慮したターボポンプロータの有限要素モデルを構築し，玉軸受の非線形特性がターボポンプ軸系の振動，特に回転非同期成分の発生に与える影響を調べる．その影響を明確にするために，玉軸受の非線形モデルおよびその線形化モデルをそれぞれロータモデルに組み込み，それらの解析結果を比較する．玉軸受の復元力のモデル化では，玉の遠心力を考慮する場合と無視する場合の 2 種類を検討する．

## 2. 系全体の運動方程式

第 2図に示すターボポンプの有限要素モデルを構築する．軸およびタービン，インデューサなどの部品には既報[10,12]と同じモデルを用い，全節点（$n$ 個）の要素変位ベクトル $\mathbf{q}_l = \begin{bmatrix} x_l & y_l & \phi_{xl} & \phi_{yl} \end{bmatrix}^T$（$l = 1, \cdots, n$）を並べた変位ベクトル $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T \ \cdots \ \mathbf{q}_n^T]^T$ を導入する．

実フライト時にターボポンプを起動して急加速する状況

[*1]
平成 27 年 1 月 8 日原稿受付
[*2] 日揮株式会社
[*3] 名古屋大学大学院工学研究科
[*4] NTN 株式会社
[*5] 宇宙航空研究開発機構




第1図　LE-7A エンジン液体水素ターボポンプ [9]
① Inducer, ② First impeller, ③ Second impeller,
④ Turbine, ⑤⑥ Bearing cartridge, ⑦ Shaft seal system

の非定常振動解析を行うにあたり，軸の角加速度の時間変化による軸振動への影響を考慮する．不つりあい外力 $\mathbf{f}_{un}$ は軸の回転角 $\Psi$ ，回転角速度 $\dot{\Psi}=\omega(t)$ および回転角加速度 $\ddot{\Psi}$ の関数で表し，ジャイロ項は $\dot{\Psi}$ および $\ddot{\Psi}$ の関数で表す．系全体の運動方程式は次式となる[12]．

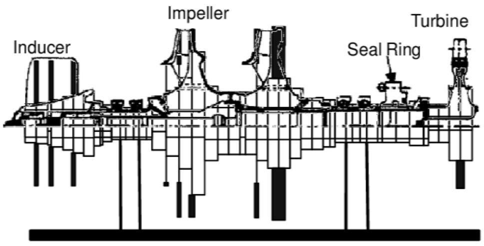
$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}+\left(\mathbf{C}+\dot{\Psi}\mathbf{G}\right)\dot{\mathbf{q}}+\left(\mathbf{K}+\ddot{\Psi}\mathbf{G}\right)\mathbf{q}+\mathbf{N}=\mathbf{f}_{un}\left(\Psi,\dot{\Psi},\ddot{\Psi}\right) \qquad (1)$$

ここで， $\mathbf{M}$ , $\mathbf{C}$ , $\mathbf{G}$ , $\mathbf{K}$ , $\mathbf{N}$ はそれぞれ系全体の質量マトリクス，減衰マトリクス，ジャイロマトリクス，剛性マトリクス，そして玉軸受の非線形復元力ベクトルである．またインペラ 2 カ所，タービン 1 カ所，シール中央とシール両端の 3 カ所，インデューサ 1 カ所，インペラ間（第 1図②と③間）およびシャフトシールとタービン間（第 1図⑦と④間）のダンパシール（円や三角形などある特定の溝形状をシール内面に施工し，流体の圧力損失等による付加減衰を期待したシール）2 カ所に RD 流体力が作用するとし， $\mathbf{M}$ , $\mathbf{C}$ , $\mathbf{K}$ マトリクスにその効果を含める．玉軸受はポンプ側とタービン側の軸受カートリッジにそれぞれ 2 個ずつあり，軸を支持している．玉軸受の非線形復元力ベクトル $\mathbf{N}$ に関して，玉の遠心力を考慮する場合としない場合およびそれぞれを線形化した場合の 4 種類を考える．

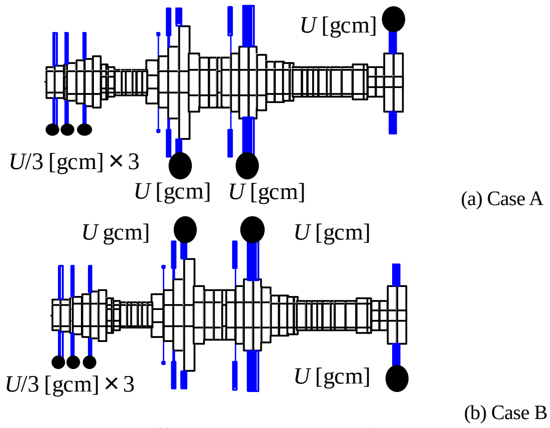
右辺の $\mathbf{f}_{un}\left(\Psi,\dot{\Psi},\ddot{\Psi}\right)$ は不つりあい力であり次式となる．

$$\mathbf{f}_{un}=\left\{\begin{array}{l}\mathbf{0}\\ U_1\left\{\dot{\Psi}^2\cos\left(\Psi+\Psi_{01}\right)+\ddot{\Psi}\sin\left(\Psi+\Psi_{01}\right)\right\}\\ U_1\left\{\dot{\Psi}^2\sin\left(\Psi+\Psi_{01}\right)-\ddot{\Psi}\cos\left(\Psi+\Psi_{01}\right)\right\}\\ \mathbf{0}\\ U_{Nun}\left\{\dot{\Psi}^2\cos\left(\Psi+\Psi_{0m}\right)+\ddot{\Psi}\sin\left(\Psi+\Psi_{0m}\right)\right\}\\ U_{Nun}\left\{\dot{\Psi}^2\sin\left(\Psi+\Psi_{0m}\right)-\ddot{\Psi}\cos\left(\Psi+\Psi_{0m}\right)\right\}\\ \mathbf{0}\end{array}\right\} \qquad (2)$$

ここで， $m$ は仮定する残留不つりあい(偏心)位置の数であり，本論文ではインデューサに 3 カ所，第 1，第 2 インペラおよびタービンに 1 カ所ずつの合計 6 カ所として $m=6$ である．また $l$ 番目の不つりあいについて， $U_l$ はその大きさを表し， $\Psi_{0l}$ はその初期位相を表す．なお，軸角加速度 $\ddot{\Psi}=0$ の場合には， $\dot{\Psi}=\omega$ として式(2)は偏心による一般的な不つりあい力の表記となる．




第2図　LE-7A エンジン液体水素ターボポンプの有限要素モデル



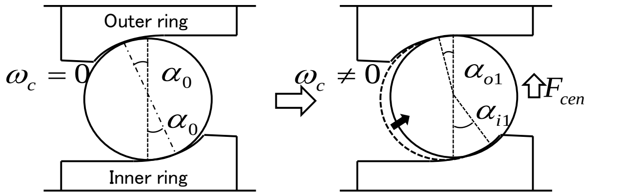

第3図　不つりあいの分布

不つりあいの大きさと位相の分布として第 3図に示す 2 つのケースを考える．図中の黒丸が不つりあいを表す．インデューサにはインペラ，タービンに比べて大きさが 1/3 の不つりあいが 3 つ存在するとし，図の黒丸の上下の配置の違いは不つりあいの位相が 180° 異なることを表す．

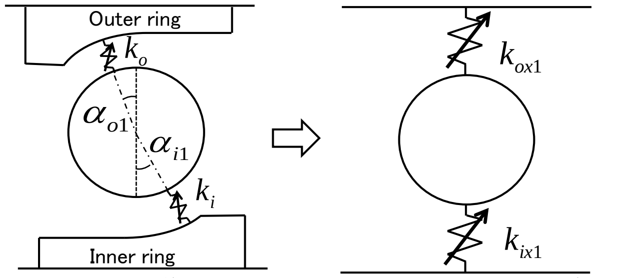
## 3.　玉軸受の非線形特性について

**3.1　ラジアル方向の非線形剛性係数の導出**　玉軸受では軸の回転に伴い軸受の玉も公転する．本論文では，軸の回転速度 $\omega$ に対して玉は角速度 $\omega_c=\kappa\omega(\kappa<1)$ で公転すると仮定する．公転時には玉に遠心力が働くため，玉と内輪および外輪の接触角は等しくない．また，それらには軸や外輪の変位も影響する．第 4図に示すように， $\omega=0$ で遠心力 $F_{cen}$ が作用しない中立状態での接触角（非回転時接触角）は内輪側と外輪側とで互いに等しく，それを $\alpha_0$ とする．そして， $\omega>0$ で遠心力 $F_{cen}$ が作用し内外輪間のラジアル変位が生じた状態での内外輪の接触角をそれぞれ $\alpha_{i1}$ と $\alpha_{o1}$ とする．ここでは記号の見やすさのため，玉番号は省略して記す．

系全体の運動方程式(1)に組み込む非線形復元力をモデリングする．第 5図(a)の係数 $k_i$ と $k_o$ は内輪と外輪の接触におけるヘルツの接触モデルの接触角 $\alpha_{i1}$ と $\alpha_{o1}$ 方向の非線形剛性係数であり，そしてそれらを用いてラジアル方向の非線形剛性係数 $k_{ix1}$ と $k_{ox1}$ のばねを第 5図(b)に示すようにモデル化する．第 6図のように，接触角 $\alpha_{i1}$ と $\alpha_{o1}$ 方向における弾性接近量をそれぞれ $\delta_i$ と $\delta_o$ ，ラジアル方向の弾性接近量を $\delta_{ix1}$ と $\delta_{ox1}$ ，玉から内輪と外輪に作用する接触角方向の力を $F_i$ と $F_o$ とすると，接触力のラジアル方向成分 $F_{ix}$ と $F_{ox}$ は次式で表される．



第4図　接触角の変化



(a) 接触角と非線形剛性係数　　(b) ラジアル方向の等価モデル
第5図　ラジアル方向の非線形剛性係数

$$F_{ix} = k_{ix1}\delta_{ix1}^{\frac{3}{2}},\ F_{ox} = k_{ox1}\delta_{ox1}^{\frac{3}{2}} \tag{3}$$

そしてラジアル方向の非線形剛性係数 $k_{ix1}$ と $k_{ox1}$ は接触角 $\alpha_{i1}$ と $\alpha_{o1}$ の関数となり，次式で表される．

$$k_{ix1} = k_i(\cos\alpha_{i1})^{-\frac{1}{2}}\quad,\quad k_{ox1} = k_o(\cos\alpha_{o1})^{-\frac{1}{2}} \tag{4}$$

**3.2　軸変位と玉の弾性接近量の関係式**　第 7図のように静止座標系に対して玉の公転角速度 $\omega_c$ で回転する回転座標系 $O - x_{rot}y_{rot}$ を定義する．解析の便宜上，$x_{rot}$ 軸上にある玉を 1 番とし反時計まわりに玉番号を付ける．そして，玉は周方向に等間隔に配置されている[14,15]と仮定する．

外輪に対して軸が $x_{rot}$ 方向に $X_{rot}$，$y_{rot}$ 方向に $Y_{rot}$ 変位した時，$j$ 番目 $(j = 1,\cdots,Z)$ の玉の方向への軸変位成分 $d_{b,j}$ は次式となる．

$$d_{b,j} = X_{rot}\cos\left(\frac{2\pi}{Z}(j-1)\right) + Y_{rot}\sin\left(\frac{2\pi}{Z}(j-1)\right) \tag{5}$$

ここで，$Z$ は玉数を表す．

なお，予圧のためのアキシアル荷重 $F_a$ が玉に作用することにより，初期状態から玉と軌道輪は弾性接触する．この時の内輪側と外輪側の弾性接近量のラジアル方向成分の和を $d_0$ とする．軸がラジアル方向に変位した時の $j$ 番の玉の内輪側と外輪側の弾性接近量のラジアル方向成分の和 $d'_{b,j}$ は次式となる．

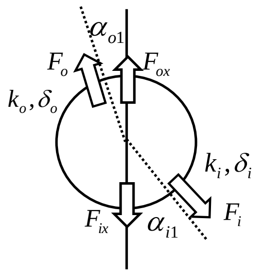
$$d'_{b,j} = d_0 + d_{b,j} \tag{6}$$

以上の式を用い，第 4 節において，玉の遠心力を考慮しない場合の玉軸受の非線形モデルとその線形化モデル，第 5 節において，玉の遠心力を考慮した場合の玉軸受の非線形モデルとその線形化モデルを構築する．

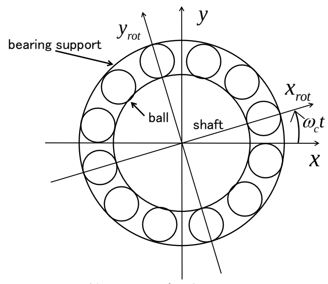
## 4.　遠心力の影響を考慮しない玉軸受のモデリング

玉の質量 $m_{ba}$ の影響は小さいとし，玉の遠心力を無視した場合の接触力モデリングを行う．

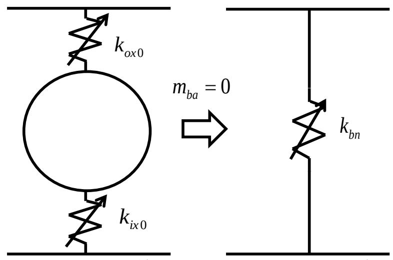
**4.1　ラジアル方向の非線形剛性係数**　玉の遠心力の作用がないため内外輪の接触角は $\alpha_0$ である．式(4)から内輪側と外輪側のラジアル方向非線形剛性係数 $k_{ix0}$ と $k_{ox0}$ を



第6図 接触角方向およびラジアル方向の接触力



第7図 回転座標系



第8図　等価な非線形剛性係数を用いたモデル図

得る．第8図に示すように剛性係数 $k_{bn}$ のばねを合成する．軸受の予圧 $F_a$ により玉に働く接触角方向とラジアル方向の荷重を第 9図に示す．内輪の接触に関する力の関係式，玉位置における力のつりあいの式，外輪の接触に関する力の関係式を整理すると，等価な非線形ばねの剛性係数 $k_{bn}$ と内輪側と外輪側の弾性接近量のラジアル方向成分の和 $d_0$ は次式で定義できる．

$$k_{bn} = \left(k_{ix0}^{-\frac{2}{3}} + k_{ox0}^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{2}},\ d_0 = \left(\frac{F_a}{Z\tan\alpha_0}\right)^{\frac{2}{3}} k_{bn}^{-\frac{2}{3}} \tag{7}$$

**4.2　軸受内部の非線形復元力**　玉軸受を式(7)の非線形剛性係数 $k_{bn}$ のばねで第 10図に示すようにモデリングする．式(6)の $d'_{b,j}$ を用いると $j$ 番目の玉により生じるラジアル方向の力の大きさ $F_j$ は次式となる．

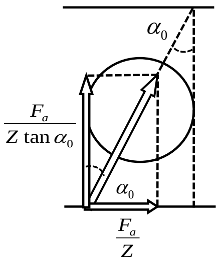
$$F_j = \begin{cases} k_{bn} d'^{\frac{3}{2}}_{b,j} & (d'_{b,j} \geq 0) \\ 0 & (d'_{b,j} < 0) \end{cases} \tag{8}$$

ここで，各玉の変形量 $d'_{b,j}$ は式(6)であり，$d'_{b,j}$ が負のときは玉が内輪または外輪と非接触になったことを示し，接触力は生じない（$F_j$=0）とする．

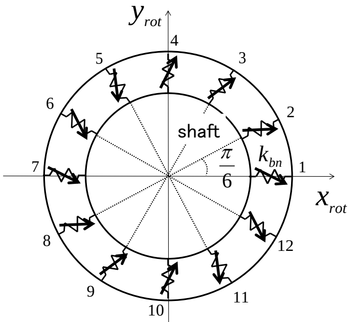
式(8)を用いて，静止座標系の $x$ 軸方向および $y$ 軸方向における全ての玉の接触力 $F_j$ の総和 $F_x$ および $F_y$ を求め，これらの軸受内部の非線形復元力 $F_x$，$F_y$ を系の運動方程式(1)の $\mathbf{N}$ に組み込む．これを玉の遠心力を考慮しない非線形モデル（モデル 1）とする．

**4.3　線形化復元力**　導出した軸受内部の非線形復元力を線形近似して軸受の線形剛性係数 $k_b$ を求め，線形モデルを構築する．ここで，$k_b = \partial F_x / \partial x|_{x=0,y=0}$ である．これを，玉の遠心力を考慮しない非線形モデルの線形化モデル（モデル 2）とする．

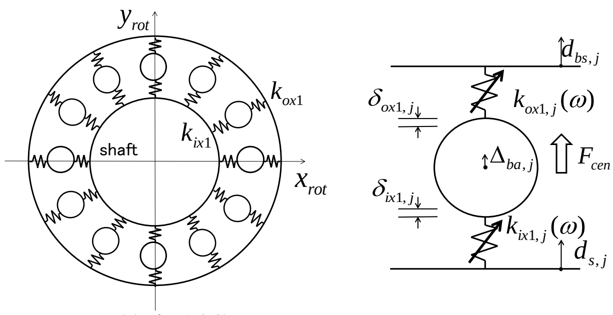
モデル 1 とモデル 2 の復元力特性の比較を行う．$y$ 方向の軸変位を零として，$x$ 方向にのみ軸を変位させた場合のモデル 1 の非線形復元力 $F_x(y=0)$ の変化を赤色の実線で，




第9図　予圧力

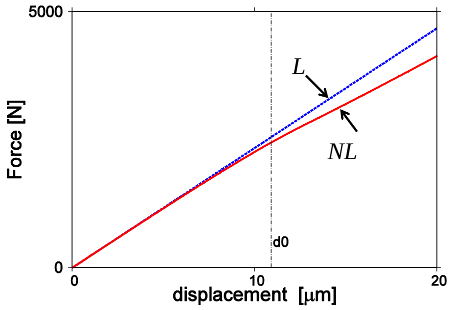



第10図　非線形モデル（$m_{ba}=0$）




(a) 軸受全体　(b) 玉まわり

第12図　非線形モデル（$m_{ba}\neq 0$）




第11図　変位に対する復元力の変化

モデル 2 の線形化復元力 $k_b x$ を青色の破線で第 11図に示す．点接触状態での接触剛性は弾性接近量の 0.5 乗に比例するため，ラジアル荷重が加わることにより，玉荷重が増す側の玉は接触剛性が増すものの，負荷の減少する側の玉の接触剛性はより大きく低下する．そのため，軸変位を増していくと軸受の非線形剛性は徐々に低下し，第 11図に示すように非線形復元力は線形化復元力より小さくなる．なお，式(7)で求めた $d_0$ よりも大きな軸の変位が生じると荷重が減少する側の一部の玉は荷重が零になる．

## 5.　遠心力の効果を考慮した玉軸受のモデリング

玉の公転による遠心力は玉と軌道輪の接触角を変化させるために玉軸受の剛性は回転速度にも依存する．本節では，軸と軸支持部の変位に加え，玉に作用する遠心力を考慮したモデルを導出する．

なお，玉の動的な自由度も考慮した動解析も考えられるが，軸系と玉系の固有振動数はそれぞれ数百 Hz，数十 kHz とオーダーが異なるため，玉の動的な運動も含めた数値解析は計算コストが膨大となる．そのため，本論文では，玉は各時刻で瞬時にその平衡位置に移動するとし，玉の動的な運動については考慮しない．

### 5.1　遠心力の効果を考慮した非線形接触力

**5.1.1　$j$ 番目の玉の平衡方程式**　式(4)の非線形剛性係数 $k_{ix1}$ と $k_{ox1}$ を用いて第 12図(a) に示すように玉軸受をモデル化する．第 12図(b) に示すように $j$ 番目の玉に対する軸と外輪支持部の半径方向の変位をそれぞれ $d_{s,j}$ と $d_{bs,j}$ とし，ラジアル方向の内輪と外輪の非線形剛性係数をそれぞれ $k_{ix1,j}$ と $k_{ox1,j}$，弾性接近量をそれぞれ $\delta_{ix1,j}$ と $\delta_{ox1,j}$ とする．ここで，弾性接近量を次式で定義する．

$$\left.\begin{aligned}\delta_{ix1,j}&=\delta_{ix0}-\Delta_{ba,j}+d_{s,j}\\ \delta_{ox1,j}&=\delta_{ox0}+\Delta_{ba,j}-d_{bs,j}\end{aligned}\right\}\qquad(9)$$

$\Delta_{ba,j}$ は $j$ 番目の玉のラジアル方向変位である．$\delta_{ix0}$ と $\delta_{ox0}$ は予圧により生じる内輪側および外輪側のラジアル方向の弾性接近量である．式(4)，(9)を考慮すると，玉と内輪の接触部に関する力，玉に作用する力，および玉と外輪の接触部に関する力のそれぞれのラジアル方向のつりあいは次式となる．

$$\left.\begin{aligned}&k_i\left(\cos\alpha_{i1,j}\right)^{-\frac{1}{2}}(\delta_{ix0}-\Delta_{ba,j}+d_{s,j})^{\frac{3}{2}}=\frac{F_a}{Z\tan\alpha_{i1,j}}\\ &k_i\left(\cos\alpha_{i1,j}\right)^{-\frac{1}{2}}(\delta_{ix0}-\Delta_{ba,j}+d_{s,j})^{\frac{3}{2}}\\ &\quad+m_{ba}(R_{ba}+\Delta_{ba,j})\omega_c^{\,2}\\ &\quad=k_o\left(\cos\alpha_{o1,j}\right)^{-\frac{1}{2}}(\delta_{ox0}+\Delta_{ba,j}-d_{bs,j})^{\frac{3}{2}}\\ &k_o\left(\cos\alpha_{o1,j}\right)^{-\frac{1}{2}}(\delta_{ox0}+\Delta_{ba,j}-d_{bs,j})^{\frac{3}{2}}=\frac{F_a}{Z\tan\alpha_{o1,j}}\end{aligned}\right\}\qquad(10)$$

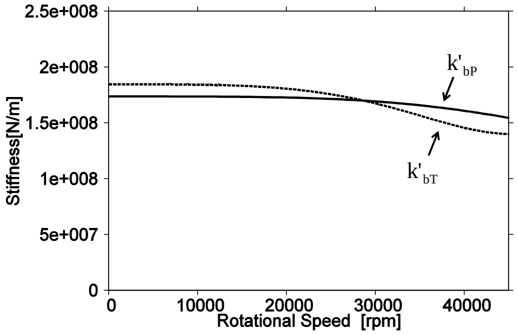
ここで，$R_{ba}$ は玉の公転半径，$\omega_c$ は玉の公転角速度である．これらの 3 つの非線形方程式を各時刻について連立して解き，未知数 $\alpha_{i1,j}$，$\alpha_{o1,j}$，$\Delta_{ba,j}$ を求める．

**5.1.2　軸および外輪支持部に働く非線形復元力**　$j$ 番目の玉から軸および外輪支持部が受ける力の大きさをそれぞれ $F_{ir,j}$ と $F_{or,j}$ とすると，それぞれ式(10)より次式となる．ここで，$\delta_{ix1,j}$ あるいは $\delta_{ox1,j}$ の値が負となる場合には玉が軌道輪と非接触になったとみなし $F_{ir,j}=F_{or,j}=0$ とする．

$$F_{ir,j}=\begin{cases}k_i\left(\cos\alpha_{i1,j}\right)^{-\frac{1}{2}}\delta_{ix1,j}^{\frac{3}{2}} & (\delta_{ix1,j}\geq 0)\\ 0 & (\delta_{ix1,j}<0)\end{cases}\qquad(11)$$

$$F_{or,j}=\begin{cases}k_o\left(\cos\alpha_{o1,j}\right)^{-\frac{1}{2}}\delta_{ox1,j}^{\frac{3}{2}} & (\delta_{ox1,j}\geq 0)\\ 0 & (\delta_{ox1,j}<0)\end{cases}\qquad(12)$$

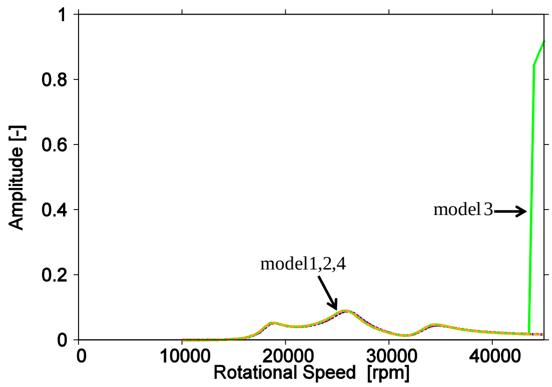
これらから，$x_{rot}$，$y_{rot}$ 軸方向における全ての玉から軸に作用する力の総和 $F_{irxrot}$，$F_{iryrot}$，同様に外輪に作用する力の総和 $F_{orxrot}$，$F_{oryrot}$ を求め，さらに静止座標系の $x$ 軸方向および $y$ 軸方向における軸および外輪に作用する力の総和 $F_{irx}$，$F_{iry}$，$F_{orx}$，$F_{ory}$ を求める．そして，これらを軸受内部の非線形復元力として，それぞれ系の運動方程式(1)の $\mathbf{N}$ に組み込む．これを玉の遠心力を考慮する非線形モデル（モデル 3）とする．




第13図　回転速度に対する剛性係数の変化

第1表　各軸受モデルの特徴

| Model | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Centrifugal of Ball | Ignore | | Consider | |
| Bearing stiffness | Nonlinear | Linearized | Nonlinear | Linearized |




第14図　共振曲線の比較（Case A）

**5.2　軸受内部の線形化復元力**　内外輪間の変位が零付近の軸受内部の非線形復元力 $F_{irx}$ の勾配を数値的に計算すれば，第 13図のように，線形近似剛性係数 $k_b'(\omega)$ が得られる．実線はポンプ側の軸受 $k_{bP}'$， 破線はタービン側の軸受 $k_{bT}'$ の計算結果であり， $k_b'$ は遠心力の影響により軸回転速度 $\omega$ に依存する．これを玉の遠心力を考慮する非線形モデルの線形化モデル（モデル 4）とする．なお， $\omega = 0$ の時の $k_b'$ の値は 4.3 節の遠心力を考慮しない場合の線形化剛性係数 $k_b$ の値と一致する．

以上の各軸受モデルを第 1 表にまとめる．

## 6.　定常周波数応答解析

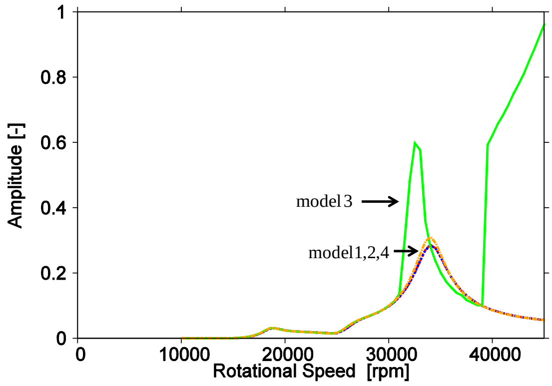
**6.1　共振曲線の比較**　第 3図で定義した不つりあい分布ケースの定常周波数応答を各軸受モデルで比較する．

不つりあい分布は CaseA，非回転時の接触角は $\alpha_0 = 25°$ の時の，実機で第 2 インペラ（第 1図③）背面部に設置された変位センサ位置に対応する軸位置におけるラジアル変位の振幅の共振曲線を第 14図に示す．4 つの軸受モデルそれぞれに対する結果を示し，縦軸は正規化して示す．

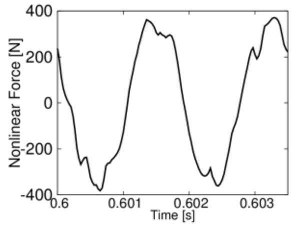
第 14図より，モデル 1，2，4 の振幅の大きさはほぼ等しいのに対し，モデル 3 は $\omega < 44000$ rpm では他モデルとほぼ等しいが $\omega \geq 44000$ rpm では振幅が急激に増大する．

次に，不つりあい分布のみを CaseB とした場合を第 15 図に示す．なお，この CaseB の 3 次モードのモード不つりあいは CaseA よりも大きい．この場合，モデル 1，2 では振幅の大きさはほぼ等しく，モデル 4 も 3 次の共振周波数（34000 rpm）付近以外ではモデル 1，2 とほぼ等しい．一方，モデル 3 は 3 次の共振周波数付近で振幅が急激かつ大幅に他のモデルより大きくなり， $\omega \geq 39500$ rpm でも急激に振幅が増大している．

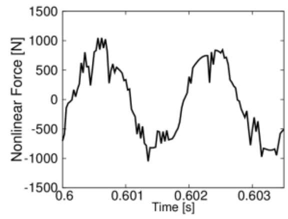
この高速領域の急激に振幅が増大する現象は，モデル 3 の線形化モデル 4 では発生していない．また同じ非線形モ



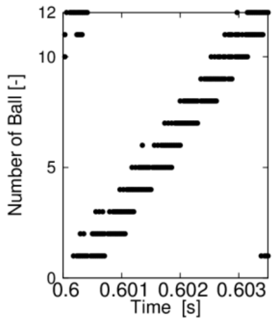

第15図　共振曲線の比較（Case B）




(a)　$F_{irx}$

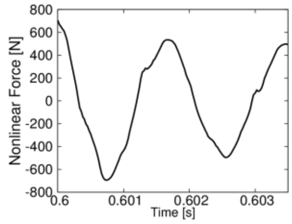



(b)　$F_{orx}$

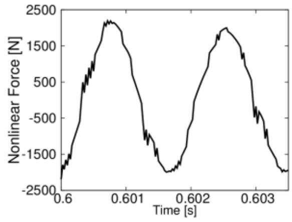



(c)　内輪と非接触の玉

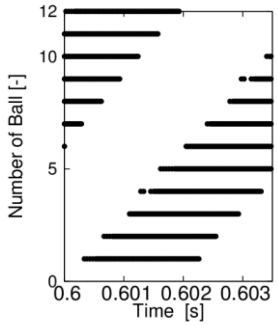
第16図　玉から内外輪への接触力および内輪と非接触の玉の時刻歴（34000 rpm，2 周期分）




(a)　$F_{irx}$




(b)　$F_{orx}$




(c)　内輪と非接触の玉

第17図　玉から内外輪への接触力および内輪と非接触の玉の時刻歴（42000 rpm，2 周期分）

デル 3 でも CaseB のように不つりあいによる振動振幅が大きい時には発生する回転速度がより低くなることから，その発生は内外輪間の振幅（振れまわり軌道）の大きさに依存している．このことから，この現象は振幅零の平衡状態の安定性は安定のままであるが，不つりあいにより振れまわり軌道の振幅があるしきい値を超えた場合に急激に振動が増大する現象であることがわかる．

**6.2　内輪と玉の接触状態**　玉の遠心力を考慮した非線形モデル 3 を用い，不つりあい分布は CaseB，非回転時の接触角は $\alpha_0 = 25°$ の場合（第 15図と同じ条件）の 34000 rpm, 42000 rpm におけるタービン側軸受部のポンプ側軸受の非線形復元力および内輪と玉の接触状態の時刻歴を第 16図，第 17図に示す．図(a)は軸が受ける $x$ 方向の力 $F_{irx}$，図(b)は外輪が受ける $x$ 方向の力 $F_{orx}$，図(c)は内輪と非接触となった玉を示す．図(c)の縦軸は第 7図で示した玉の番号であり，玉が内輪と非接触となった時にプロットする．なお，横軸は軸の回転角速度 $\omega$ の 2 周期分を示す．第 16図，第 17図より，$\omega = 34000$ rpm と 42000 rpm においてそれぞれ 2～3 個，5～6 個の玉が内輪と接触しなくなり，内輪からの荷重が無くなる玉が生じる．また，玉が内輪と非接触となることに関連して軸受内部の非線形復元力に回転同期以外の変動成分が見られる．この力の非同期変動成分が軸および外輪に作用することで系の固有振動が継続的に励起される．なお，Jones による玉荷重の計算モデル[14]および著者が既報で報告した玉軸受の詳細な動的解析モデル[16]を用いて第 16図，第 17図の(a)(b)で示した程度のラジアル方向の荷重を軸受に負荷したところ，第 16図，第 17図の(c)と同様に複数個の玉が内輪と非接触となることを確認した．

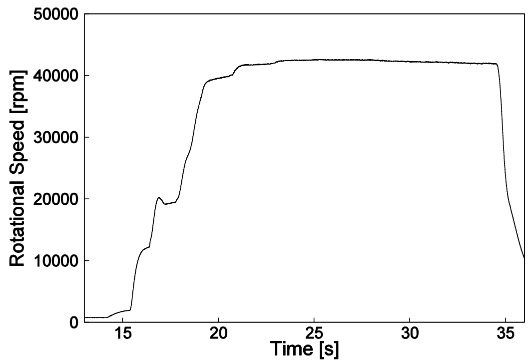
## 7.　非定常応答解析

実験データと同じ回転速度の時間変化を与えたときの非定常状態におけるターボポンプの振動応答を解析し，非定常応答とそのスペクトル解析結果を実験結果と比較する．

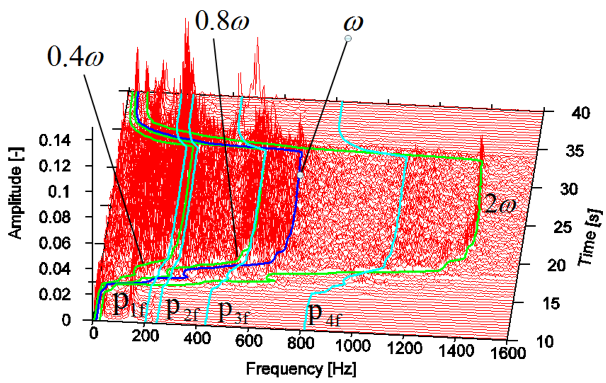
**7.1　実験データに対する時間 - 周波数解析**

実験データの時間 - 周波数解析を行う．なお，実験の振動データは第 2 インペラ（第 1図③）の背面部に設置された変位センサで測定された．この試験では，第 18図に示すように，加速開始後にまず 1 次危険速度（18600 rpm）を通過し，その後再加速して 2 次と 3 次危険速度（26000 rpm, 34000 rpm）を一気に通過し，その後は 20～34 秒にかけて 3 次危険速度より高速側で定常運転を続けている．取得した変位の時刻歴データに対して 0.25sec 毎に FFT によるスペクトル解析を行ったウォーターフォール図を第 19図に示す．横軸は周波数成分，奥行き軸は時間を表す．縦軸は正規化して示す．なお，図には $\omega$ の時間変化に加え，$0.4\omega$ と $0.8\omega$，$2\omega$ およびモデル 4 を用いた固有値解析で得た 4 次までの前向き振れ回りの固有振動数 $p_{1f}, p_{2f}, p_{3f}, p_{4f}$ も重ねて示す．

第 19図では，20 秒から 34 秒の定格運転時で $p_{3f}$ と $p_{1f}$ 付近（550 Hz と 200 Hz 付近）で大きく振動成分が現れており，また，$2\omega$ 成分も発生している．なお，軸回転速



第18図　実験における回転速度の変化



第19図　ウォーターフォール図（実験結果）

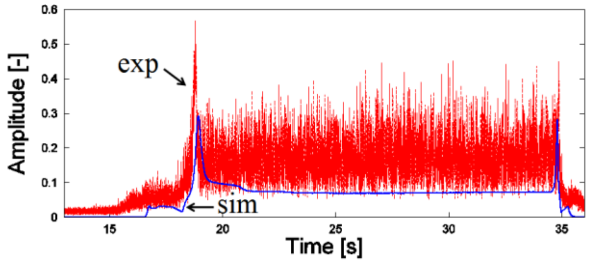
度よりも低い周波数領域では $p_{3f}$ と $p_{1f}$ 付近を中心に全体的にピークが大きく現れているが，軸回転速度よりも高い周波数領域では $2\omega$ 成分以外に目立った周波数成分はない．

**7.2　実験を模擬した非定常応答解析**　第 18図の実験と同じ軸回転速度 $\omega$ の時間変化を与えて非定常運動方程式(1)の数値積分を行い，非定常時刻歴応答を求める．

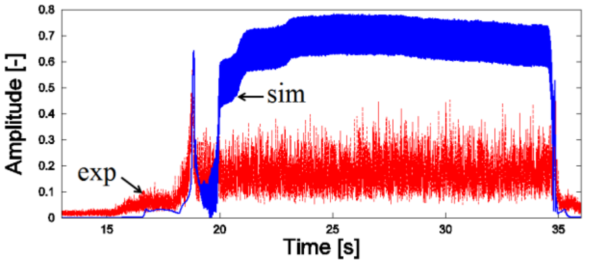
**7.2.1　各軸受モデルの比較**　解析条件が不つりあい量 $U = 1.0 \times 10^{-5}$ kgm，不つりあい分布 CaseB，非回転時の接触角 $\alpha_0 = 25°$ の場合について，全軸受モデルで解析を行った．第 20図にモデル 1，3，4 の場合の解析結果を示す．それぞれの図において青色の実線がシミュレーション結果，赤色の破線が実験データである．

玉の遠心力を考慮しない非線形モデル 1 および玉の遠心力を考慮した非線形モデルの線形化モデル 4 のシミュレーション結果では，18 秒あたりで 3 次の危険速度を超えた後，35 秒あたりで減速して再び 3 次の危険速度を通過するまで振幅はほぼ一定値を保つ様子を示す．なお，図には示していないが，玉の遠心力を考慮しない非線形モデルの線形化モデル 2 も同様の結果を示した．一方，玉の遠心力を考慮した非線形モデル 3 のみ 3 次の危険速度を超えた 20 秒付近から急激な振幅の増大および振幅の変動が現れる．その振幅の大きさの 21～23 秒付近の段階的な推移は第 18図の回転速度の変化に対応している．この第 20図の結果から，玉の遠心力を考慮した非線形モデル 3 に注目しつつ，さらに回転非同期成分について調べる．

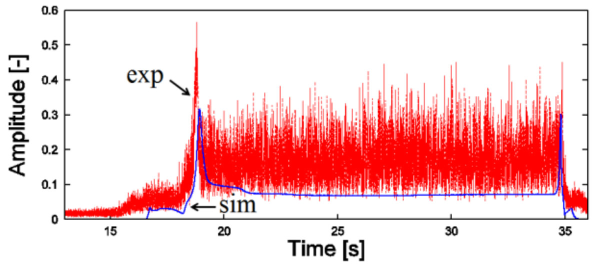
第 20図(b)(c)のシミュレーション時刻歴に対するウォー




（a） Model 1 (Nonlinear model ( $m_{ba} = 0$ ))

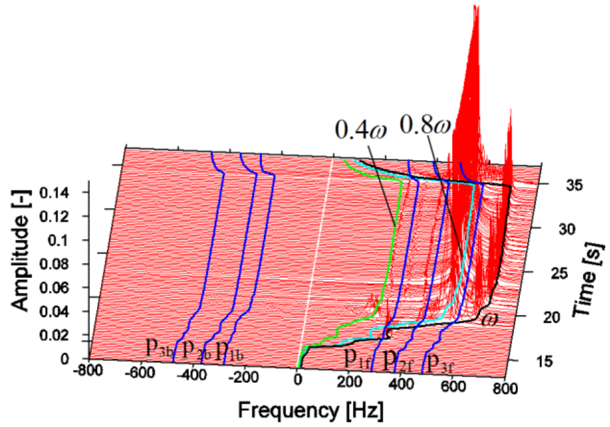



（b） Model 3 (Nonlinear model ( $m_{ba} \neq 0$ ))

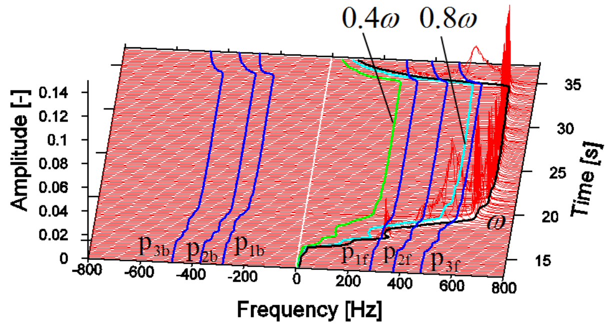



（c） Model 4 (Linearized model of Model 3)

第20図　非定常応答解析結果の比較

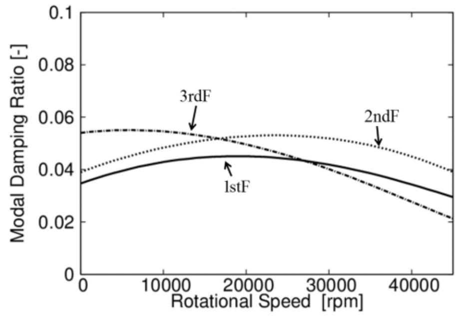



（a） Model 3




（b） Model 4

第21図　ウォーターフォール図




第22図　回転速度に対する減衰比の変化

ターフォール図を第 21図に示す．なお，図には $\omega$ の時間変化に加え， $0.4\omega$ と $0.8\omega$ およびモデル 4 を用いた固有値解析で得た 3 次までの前向きと後向きの固有振動数 $p_{1f}$ , $p_{1b}$ , $p_{2f}$ , $p_{2b}$ , $p_{3f}$ , $p_{3b}$ も重ねて示す．

なお，モデル 3 以外のモデル(1，2，4)については，そのシミュレーション時刻歴のウォーターフォール図はほぼ一致しており，その振動成分は第 21図(b)に示すように回転同期成分 $\omega$ のみであることも確認している．それに対し，モデル 3 では，第 21図(a)に示すように 3 次の共振周波数より高速運転時(20~35 sec)において，回転同期成分 $\omega$ に加えて他の周波数成分が発生している．その中の，最も振幅の大きいスペクトルの周波数は前向き 3 次の固有振動数 $p_{3f}$ に近く，その大きさは $\omega$ 成分よりも大きい．他の成分としてほぼ前向き 2 次の固有振動数 $p_{2f}$ に近い周波数成分やほぼ前向き 1 次の固有振動数 $p_{1f}$ に近い周波数成分なども含まれている．また，後向きの周波数成分（ $f<0$ ）は発生せず，軸回転速度よりも高い周波数の振動成分もほとんど発生していない．これらの特徴は第 19図の実験結果でも同様である．

固有振動数成分 $p_{3f}$ が発生した理由を考察する．玉の遠心力を考慮した非線形モデル 3 では発生し，その線形化モデル 4 では発生しないことから，その発生は玉の振動中の挙動，特に玉の内輪との非接触状態の発生に起因する．第 17図で示したように，一部の玉が内輪と非接触となった回転中の玉軸受では，玉の公転に伴い内輪と接触する玉数の総和が逐次変化するため，軸受の非線形復元力に不規則な変動が表れる．この力の変動は線形化モデル 4 には含まれていないことから，この力の変動が軸および外輪支持部に加わることにより系の固有振動が励振されることが固有振動数成分 $p_{3f}$ が発生する主要因である．一方，玉の遠心力の作用を考慮していない非線形モデル 1 においても，式(6)で示したようにこの玉が内輪と非接触になることによる接触力の変動は起こりえるが，この場合は軸変位のみに依存しており，よほど大きな軸変位が発生しないと玉の内輪との非接触状態は発生しない．このことから，玉に作用する遠心力の考慮が，この玉が内輪と非接触になる現象に大きく寄与していることがわかる．

さらに，励起されやすいモードについて，第 22図に回転速度に対するモード減衰比の変化を示す．3 次の共振周波数より高速運転時においては前向き 3 次のモード減衰比が最も小さく，また $p_{3f}$ が最も軸回転角速度 $\omega$ に近いため，固有振動として前向き 3 次モード $p_{3f}$ が最も励振されやす

い．第 19図の実験結果でも $p_{3f}$ 付近の振動成分が他の周波数成分より大きく発生している成分の 1 つであり，その振動成分の発生メカニズムの説明に本論文の非線形モデルは有効な手がかりを与えると考える．

## 8. 結　　論

本論文では，ロケットエンジン用液体水素ターボポンプの玉軸受の非線形性を考慮した有限要素モデルを構築し，軸振動解析から以下の結論を得た．

玉軸受内の玉に作用する遠心力の効果を考慮した場合と未考慮の場合の玉軸受の非線形モデルおよびそれらの線形化モデルを構築した．その際，玉が内輪と非接触になる現象も考慮してモデル化を行った．そして周波数応答解析より，不つりあいの分布や大きさによっては，玉が内輪と非接触になる場合があることを確認した．また，この玉が内輪と非接触になる状態が生じた場合，ターボポンプ系の振動が大幅に悪化しうることを明らかにした．

実験で得られた振動波形の時間 - 周波数解析を行い，回転同期成分 $\omega$ 以外の主要な成分としてほぼ前向き 3 次の固有振動数の振動成分が大きな振幅で発生していることを確認した．実験と同じ加減速を与えた非定常シミュレーション解析においても，玉が内輪と非接触になるとほぼ前向き 3 次の固有振動数 $p_{3f}$ の振動成分が大きな振幅で発生することから，構築した玉に作用する遠心力の効果を考慮した非線形モデルは実機において発生したこの振動成分の発生メカニズムの解明の一助につながるものと考える．

## 参　考　文　献


1) 山田仁，内海政春：ロケット用ターボポンプの流体関連振動事例，ターボ機械，**36**，2 (2008)，pp.67-73.
2) 上条 謙二郎：ロケットエンジンターボポンプ開発にかかわるロータダイナミックス，機論 C，**64**，624 (1998)，pp.2810-2815.
3) Childs, D.W. : The Space Shuttle Main Engine High-Pressure Fuel Turbopump Rotordynamic Instability Problem, ASME Journal of Engineering for Power, **100** (1978), pp.48-57.
4) Childs, D.W. : Vibration Characteristics of the HPOTP (High-Pressure Oxygen Turbopump) of the SSME(Space Shuttle Main Engine), ASME Journal of Engineering for Power, **107** (1985), pp.152-159.
5) Kamijo, K., Shimura, T. and Watanabe, M. : An Experimental Investigation of Cavitating Inducer Instability, ASME Paper 77-Wa/FE-14 (1977), pp.1-9.
6) Kamijo, K., Yoshida, M., and Tsujimoto, Y. : Hydraulic and Mechanical Performance of LE-7 LOX Pump Inducer, Journal of Propulsion and Power, **9**, 6, (1993) pp.819-826.
7) Jue, F., and Kuck, F. : Space Shuttle Main Engine (SSME) Options for the Future Shuttle, AIAA Paper 2002-3758, AIAA/SAE/ASME/ASEE 38th Joint Propulsion Conference (2002).
8) 内海政春，島垣満，川崎聡：ターボポンプのダイナミック設計（その２），ターボ機械，**41**, 10 (2013), pp.578-585.
9) 内海政春：ロケット用ポンプの研究開発，日本ガスタービン学会誌，**41**，3 (2013), pp.240-245.
10) 井上剛志，堀部朋宏，内海政春，安達和彦：ロータダイナミック流体力の作用を考慮したターボポンプ軸系の有限要素モデリングと振動解析，ターボ機械，**40**，6 (2012), pp.39-49.
11) 井上剛志，荒木裕太，内海政春，安達和彦：複素モード解析を用いたターボポンプの低次元モデル構築と振動解析，ターボ機械，**40**，6 (2012), pp.50-59.
12) 荒木裕太，井上剛志，内海政春，安達和彦：ロータダイナミック流体力の作用を考慮した高圧液体水素ターボポンプの急加速時の非定常振動解析（回転同期成分に関する実験との比較），ターボ機械，**41**，10 (2013), pp.608-616.
13) Bai, C., Zhang, H. and Xu, Q. : Experimental and Numerical Studies on Nonlinear Dynamic Behavior of Rotor System Supported by Ball Bearings, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **132**, 8, 082502 (2010), pp.1-5.
14) Jones, A. B. : A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings Under Arbitrary Load and Speed Conditions, Journal of Basic Engineering, 82, 2 (1960), pp.309-320.
15) 転がり軸受工学編集委員会編, 転がり軸受工学, 養賢堂, 1978, p.87.
16) 坂口智也，和泉麻理子，中村智也，木村俊哉，内海政春：液体水素からの力とモーメントを考慮したターボポンプ用玉軸受の動力学解析，日本機械学会 2013 年度年次大会 講演論文集, J101013 (2013), pp.1-3.