反復有限要素法とCMA-ESを用いた非線形光デバイスの最適設計

反復有限要素法とCMA-ESを用いた非線形光デバイスの最適設計

平尾　勇晴[†a)]　　井口亜希人[†b)]　　辻　　寧英[†c)]

Optimal Design of Nonlinear Optical Devices Using Iterative FEM and CMA-ES

Hayase HIRAO[†a)], Akito IGUCHI[†b)], and Yasuhide TSUJI[†c)]

あらまし　光 Kerr 効果を利用した光デバイスは，高速に応答する光スイッチが実現可能であり，線形光デバイスでの実現が難しい全光論理ゲートや光リミッタなどの実現が可能である．しかしながら，非線形問題を直接解くことは一般に容易ではない．そのため，適当な初期解を用いた反復解法がよく用いられるが，解の収束性に注意する必要がある．本研究では，伝搬解析手法として用いる反復有限要素法の収束性の改善を行い，構造表現手法として関数展開法，最適化手法として共分散行列適応進化戦略 (CMA-ES) を用いた非線形光デバイスの最適設計について検討を行っている．最適設計例として光スイッチと光 NAND ゲートをとりあげ本手法の有用性を示す．

キーワード　非線形光学，光 Kerr 効果，トポロジー最適設計，関数展開法，共分散行列適応進化戦略 (CMA-ES)

1. まえがき

近年，情報通信量が飛躍的に増大し，更なる通信の大容量化と高速な信号処理が求められている．そのため，高速応答が期待できる全光信号処理デバイスが盛んに検討されている．光集積回路の構築には様々な光デバイスが必要であるが，多段接続可能な光論理ゲートや光リミッタは線形応答デバイスでは実現が難しく，そのため光 Kerr 効果などの非線形応答を利用したデバイスの検討も盛んに行われている [1]〜[4]．非線形光デバイスの設計に従来の線形デバイスの設計理論を用いる場合もあるが，非線形デバイス本来の性能を引き出すためにはより高度な設計理論が必要になる．近年の計算機シミュレーション技術と計算機アーキテクチャの発達によりトポロジー最適設計法に関する研究が盛んに行われ，線形デバイスの設計においてその有用性が示されてている [5]〜[7]．トポロジー最適設計の非線形デバイスの設計への応用も報告されているが，非線形デバイスの効率的な解析法を含めてその検討はまだ十分ではない．文献 [8], [9] では解析にビーム伝搬法 (Beam Propagation Method : BPM) を用いているため反射を考慮できない．文献 [10] では解析に有限差分法 (Finite Difference Frequency Domain : FDFD 法) を用いて小型デバイスの設計を行っているが，設計例は光スイッチに限られている．非線形光デバイスの解析では，適当な初期解を用いて自己無撞着な解に反復収束させることがしばしば行われる [4], [11] が，トポロジー最適設計されたデバイス構造は素子内での光の振る舞いが光パワーにより大きく変化する場合があるため，数値解析には任意の素子構造に対して堅牢な反復解法が求められる．

本論文では，非線形光デバイスのトポロジー最適設計のための数値解析法として，任意形状への適用性に優れた有限要素法 (Finite Element Method : FEM) [12] を採用し，探索履歴を考慮した安定な解探索とニュートン法 [13] による効率的な解探索を併用して反復解法の収束性の改善のための検討を行っている．更に，数値解析にこの反復 FEM，設計領域内の構造表現に関数展開法，設計変数の最適化に共分散行列適応進化戦略 (CMA-ES) [14] を用いたトポロジー最適設計について検討を行い，光スイッチ，光論理ゲートの最適設計を例にその有用性を示す．

2. Kerr 型非線形光学デバイスの有限要素法解析

2.1 非線形光導波路の有限要素法解析

図 1 に示すように x 方向に構造の変化がない Kerr

† 室蘭工業大学，室蘭市
Muroran Institute of Technology, Muroran-shi, 050–8585 Japan
a) E-mail: 23043048@muroran-it.ac.jp
b) E-mail: iguchia@muroran-it.ac.jp
c) E-mail: y-tsuji@muroran-it.ac.jp
DOI:10.14923/transelej.2024STP0001

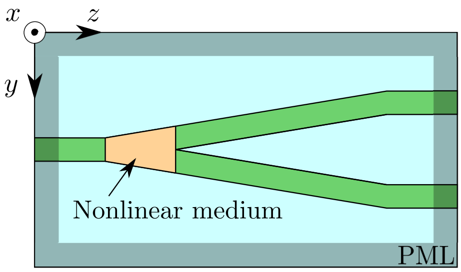


図 1　Kerr 型非線形媒質を含む 2 次元光導波路

型非線形媒質を含む 2 次元光導波路デバイスに，TE モードの光が入射する場合を考える．解析領域端からのスプリアスな反射を抑制するために，解析領域端には放射波を無反射で吸収する完全整合層 (Parfectly Matched Layer : PML) を課す．Kerr 型非線形媒質の屈折率は，n_{L} を線形屈折率，n_2 を非線形屈折率，E_x を電界の x 方向成分，Z_0 を真空インピーダンスとして

$$n(y,z,E_x) = n_{\mathrm{L}}\sqrt{1+\frac{n_2|E_x|^2}{Z_0}} \tag{1}$$

と表されるとする [4]．このとき光波の振る舞いは，以下の波動方程式により記述することができる．

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(p_y\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(p_z\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)+k_0^2q_x\left(1+\gamma|\phi|^2\right)\phi=0 \tag{2}$$

ここに，$p_y, p_z, q_x, \gamma, \phi$ は

$$p_y=\frac{s_z}{s_y},\ p_z=\frac{s_y}{s_z},\ q_x=s_ys_zn_{\mathrm{L}}^2,\ \gamma=\frac{n_2}{Z_0},\ \phi=E_x \tag{3}$$

であり，式 (2) を FEM を用いて離散化すると最終的に以下の非線形方程式を得る．

$$\left[P(|\phi|^2)\right]\{\phi\}=\{u_{\mathrm{in}}\} \tag{4}$$

ここに $[P]$，$\{u_{\mathrm{in}}\}$ は

$$\begin{aligned}[P]=\sum_e\iint_e\Bigg(&p_y\frac{\partial\{N\}}{\partial y}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial y}+p_z\frac{\partial\{N\}}{\partial z}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial z}\\&-k_0^2q_x\left(1+\gamma|\phi|^2\right)\{N\}\{N\}^T\Bigg)dydz\end{aligned} \tag{5}$$

$$\{u_{\mathrm{in}}\}=\sum_\Gamma\int_\Gamma\{N\}\frac{\partial\phi_{\mathrm{in}}}{\partial n}d\Gamma \tag{6}$$

であり，Γ は入射面，$\partial/\partial n$ は入射面における外向き法線微分，ϕ_{in} は入射電界を表す．式 (5) は非線形方程式であるため直接解くことは難しく，解を反復収束させる方法が用いられる．以下ではこの反復計算の方法について検討する．

2.2　従来の反復 FEM (CI-FEM)

文献 [4] では式 (5) を

$$\left[P\left(|\phi^{(l)}|^2\right)\right]\left\{\phi^{(l+1)}\right\}=\{u_{\mathrm{in}}\} \tag{7}$$

のように書き換え，適当な初期解 $\phi^{(0)}$ を与え，$\phi^{(l)}=\phi^{(l+1)}$ となる自己無撞着解を求めている．文献 [4] で提案されているこの手法は，非線形効果に対応したビーム伝搬法 (非線形 BPM) [15] の結果と一致することが文献中で確かめられている．ここではこの反復法を従来の反復法 (Conventional iterative FEM : CI-FEM) と呼ぶことにする．

2.3　過去の履歴を考慮した反復 FEM (II-FEM)

式 (7) の反復法は，光パワーによって出力が切り替わるような素子の解析では，収束性が悪いことがしばしば問題となる．そのため式 (7) を

$$\left[P\left(|\tilde{\phi}^{(l)}|^2\right)\right]\left\{\phi^{(l+1)}\right\}=\{u_{\mathrm{in}}\} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\phi}^{(l)}&=\frac{1}{1+\alpha}\left(\phi^{(l)}+\alpha\tilde{\phi}^{(l-1)}\right)\\&=\frac{1}{1+\alpha}\sum_{k=0}^{l}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{l-k}\phi^{(k)}\end{aligned} \tag{9}$$

のように書き換え，直前に求まった電界 $\phi^{(l)}$ を係数行列 $[P]$ の計算にそのまま用いる代わりに，過去に求まった $\phi^{(k)}$ $(k=0,1,\cdots,l)$ の重み付き平均を用いる．これにより，解を緩やかに収束させ安定性を高めることができる [16]．α は過去の履歴を考慮する係数である．α が大きいほど収束が緩やかで安定化するが，収束までに必要な反復回数が増大する．そのため，安定で効率的な解析のためには α の値を適切に設定する必要がある．この反復 FEM をここでは改良型反復 FEM (Improved iterative FEM : II-FEM) と呼ぶ．なお，II-FEM で $\alpha=0$ とすると CI-FEM になる．

2.4　ニュートン法を用いた反復 FEM (NI-FEM)

式 (8)，(9) を用いることで反復法を安定化できるが，この場合，解の収束は必ずしも早くない．ここでは，解の収束を早めるためにニュートン法を用いた反復 FEM (Newton iterative : NI-FEM) の定式化を行う．式 (2) を

$$f(\phi)=\mathcal{P}_{\mathrm{L}}\phi+\mathcal{P}_{\mathrm{NL}}|\phi|^2\phi=0 \tag{10}$$

と書き直す．ここで $\mathcal{P}_{\mathrm{L}}$，$\mathcal{P}_{\mathrm{NL}}$ は

$$\mathcal{P}_{\mathrm{L}}\phi = \frac{\partial}{\partial y}\left(p_y\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(p_z\frac{\partial\phi}{\partial z}\right) + k_0^2 q_x\phi \tag{11}$$

$$\mathcal{P}_{\mathrm{NL}}|\phi|^2\phi = k_0^2 q_x\gamma|\phi|^2\phi \tag{12}$$

である．ϕ を $\phi = \phi_r + j\phi_i$ のように実部と虚部に分けて表すと，式 (10) は

$$f(\phi_r,\phi_i) = \left\{\mathcal{P}_{\mathrm{L}} + \mathcal{P}_{\mathrm{NL}}\left(\phi_r^2 + \phi_i^2\right)\right\}(\phi_r + j\phi_i) = 0 \tag{13}$$

と書ける．いま，$f(\phi_r,\phi_i)$ を $\phi^{(l)} = \phi_r^{(l)} + j\phi_i^{(l)}$ の周りでテーラー級数展開し，1 次の項まで考慮すると

$$\begin{aligned} f(\phi_r,\phi_i) &= f(\phi_r^{(l)},\phi_i^{(l)}) \\ &\quad + \frac{\partial f(\phi_r^{(l)},\phi_i^{(l)})}{\partial\phi_r}\delta\phi_r + \frac{\partial f(\phi_r^{(l)},\phi_i^{(l)})}{\partial\phi_i}\delta\phi_i \\ &= \left\{\mathcal{P}_{\mathrm{L}} + \mathcal{P}_{\mathrm{NL}}\left((\phi_r^{(l)})^2 + (\phi_i^{(l)})^2\right)\right\} \\ &\qquad (\phi_r^{(l)} + j\phi_i^{(l)}) \\ &\quad + \left\{\mathcal{P}_{\mathrm{L}} + \mathcal{P}_{\mathrm{NL}}\left(3(\phi_r^{(l)})^2 + (\phi_i^{(l)})^2\right.\right. \\ &\qquad \left.\left. + j2\phi_r^{(l)}\phi_i^{(l)}\right)\right\}\delta\phi_r \\ &\quad + j\left\{\mathcal{P}_{\mathrm{L}} + \mathcal{P}_{\mathrm{NL}}\left(3(\phi_i^{(l)})^2 + (\phi_r^{(l)})^2\right.\right. \\ &\qquad \left.\left. - j2\phi_r^{(l)}\phi_i^{(l)}\right)\right\}\delta\phi_i \end{aligned} \tag{14}$$

と書ける．ここで，$f(\phi_r^{(l+1)},\phi_i^{(l+1)}) = 0$ となるように $\delta\phi_r = \phi_r^{(l+1)} - \phi_r^{(l)}$，$\delta\phi_i = \phi_i^{(l+1)} - \phi_i^{(l)}$ とすると

$$\begin{aligned} &\left\{\mathcal{P}_{\mathrm{L}} + \mathcal{P}_{\mathrm{NL}}\left(3(\phi_r^{(l)})^2 + (\phi_i^{(l)})^2 + j2\phi_r^{(l)}\phi_i^{(l)}\right)\right\}\phi_r^{(l+1)} \\ &\quad + j\left\{\mathcal{P}_{\mathrm{L}} + \mathcal{P}_{\mathrm{NL}}\left(3(\phi_i^{(l)})^2 + (\phi_r^{(l)})^2\right.\right. \\ &\qquad \left.\left. - j2\phi_r^{(l)}\phi_i^{(l)}\right)\right\}\phi_i^{(l+1)} \\ &= 2\mathcal{P}_{\mathrm{NL}}\left((\phi_r^{(l)})^2 + (\phi_i^{(l)})^2\right)\left(\phi_r^{(l)} + j\phi_i^{(l)}\right) \end{aligned} \tag{15}$$

となり，ニュートン法の漸化式に対応する式が得られる．式 (15) を FEM で離散化すると以下の式を得る．

$$\begin{aligned} &[P_{11}]\{\phi_r^{(l+1)}\} + j[P_{22}]\{\phi_i^{(l+1)}\} \\ &\quad = [Q]\left(\{\phi_r^{(l)}\} + j\{\phi_i^{(l)}\}\right) + \{u_{\mathrm{in}}\} \end{aligned} \tag{16}$$

ここに

$$\begin{aligned} [P_{11}] = \sum_e \iint_e \Big(& p_y\frac{\partial\{N\}}{\partial y}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial y} + p_z\frac{\partial\{N\}}{\partial z}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial z} \\ & - k_0^2 q_x\{N\}\{N\}^T - k_0^2 q_x\gamma\big(3(\phi_r^{(l)})^2 + (\phi_i^{(l)})^2 \\ & + j2\phi_r^{(l)}\phi_i^{(l)}\big)\{N\}\{N\}^T\Big)dydz \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} [P_{22}] = \sum_e \iint_e \Big(& p_y\frac{\partial\{N\}}{\partial y}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial y} + p_z\frac{\partial\{N\}}{\partial z}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial z} \\ & - k_0^2 q_x\{N\}\{N\}^T - k_0^2 q_x\gamma\big(3(\phi_i^{(l)})^2 + (\phi_r^{(l)})^2 \\ & - j2\phi_r^{(l)}\phi_i^{(l)}\big)\{N\}\{N\}^T\Big)dydz \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} [Q] = \sum_e \iint_e & 2k_0^2 q_x\left((\phi_r^{(i)})^2 + (\phi_i^{(i)})^2\right) \\ & \{N\}\{N\}^T dydz \end{aligned} \tag{19}$$

$$\{u_{\mathrm{in}}\} = \{u_{\mathrm{in},r}\} + j\{u_{\mathrm{in},i}\} \tag{20}$$

である．$[P_{11}]$，$[P_{22}]$，$[Q]$ が複素行列であることを考慮して，式 (16) の両辺の実部，虚部が互いに等しいとすると，最終的に以下の線形方程式を得る．

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \mathrm{Re}\{[P_{11}]\} & -\mathrm{Im}\{[P_{22}]\} \\ \mathrm{Im}\{[P_{11}]\} & \mathrm{Re}\{[P_{22}]\} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \{\phi_r^{(l+1)}\} \\ \{\phi_i^{(l+1)}\} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \{u_{\mathrm{in},r}\} + \mathrm{Re}\{[Q]\}\{\phi_r^{(l)}\} - \mathrm{Im}\{[Q]\}\{\phi_i^{(l)}\} \\ \{u_{\mathrm{in},i}\} + \mathrm{Re}\{[Q]\}\{\phi_i^{(l)}\} + \mathrm{Im}\{[Q]\}\{\phi_r^{(l)}\} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{21}$$

2.5 非線形光導波路解析における解の収束性

本手法の妥当性を確認するため，比較的解の収束性の悪い解析モデルとして図 2 に示すような方向性結合型光スイッチを考える．結合部の下側導波路を非線形媒質とし，入射パワーが低い場合 ($P_{\mathrm{in}} \simeq 0$ W/m) には port 3 へ，高い場合 ($P_{\mathrm{in}} = 15$ W/m) には port 2 へ出力する動作を考える．なお，ここでは解の収束性を確かめることを目的として，材料は仮想的な材料を用い，線形コアの屈折率を $n_{\mathrm{core}} = 2.058$，線形クラッドの屈折率を $n_{\mathrm{clad}} = 1$，非線形コアの屈折率は式 (1) で表されるとし，線形屈折率を $n_L = 2.03$，非線形屈折率を $n_2 = 10^{-9}$ m^2/W とする．入射導波路の幅を $w = 0.3$ μm，結合部のコア間隔を $g = 0.3$ μm，結合部の長さを $L = 26$ μm とし，S 字曲がりの長さを $l = 7$ μm，終端の導波路間隔を $G = 1.7$ μm とし，波長 $\lambda = 1$ μm の TE 波が入射する場合を考える．図 3 に $P_{\mathrm{in}} = 15$ W/m のときの各手法による反復計算にともなう解の収束の比較を示す．平均 2 乗誤差 (Mean Squared Error : MSE) は反復法において直前の

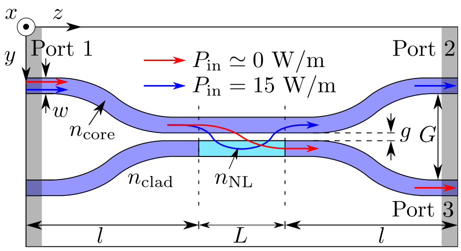


図 2　非線形方向性結合器

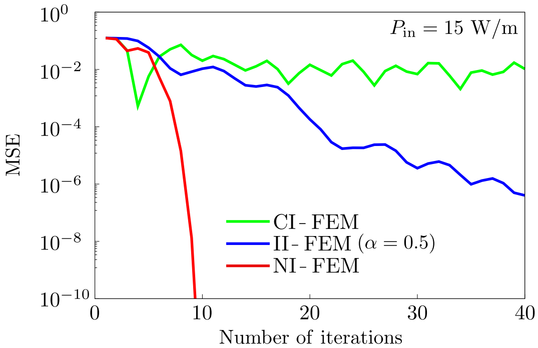


図 3　反復解析ごとの解の平均 2 乗誤差

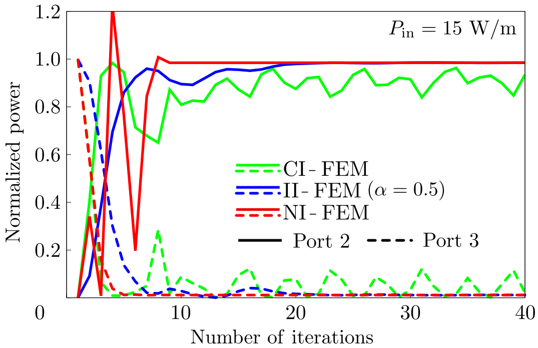


図 4　反復回数に対する出力パワーの変化

解との 2 乗誤差として以下のように定義している．

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{N_p}\sum_{j=1}^{N_p}\left|\phi_j^{(l)} - \phi_j^{(l-1)}\right|^2 \tag{22}$$

ここに N_p は有限要素法解析における節点の数，$\phi_j^{(l)}$ は節点 j の複素振幅である．この評価において，入射パワーが 1 となるように振幅を規格化している．本来は真の解との誤差を計算するべきであるが反復の途中では真の解は未知であるため，解の収束の指標としてこの値を用いる．図 3 より，文献 [4] の反復法である CI-FEM では解が振動して収束していないが，改良した II-FEM で $\alpha = 0.5$ とした場合には反復とともに MSE が減少に向かっていることがわかる．また，ニュートン法を適用した NI-FEM が最も収束が早いことがわかる．図 4 に反復にともなう出力パワーの収束の様子を示す．この図からもニュートン法が最も収束が早いが，反復の初期段階において出力パワーが大きく変化しており，ニュートン法でよく知られるように，初期解の選び方によっては解が収束しないことが懸念される．そのため，以下の最適設計ではこの両者を併用する．具体的には反復の初期段階では II-FEM を用い，解がある程度収束した後に NI-FEM に切り替える．

3. トポロジー最適設計

トポロジー最適設計では，特性解析と構造の更新を繰り返すことで最適な構造を得る．本研究では構造表現に関数展開法を用い，特性解析には前節で述べた反復 FEM を用いる．屈折率分布 (設計変数) の更新には通常の進化的手法と比較して効率的に大域探索が可能な CMA-ES を用いる．

3.1 関数展開法

設計領域内の屈折率分布を数値パラメータ (設計変数) で表現し，設計変数を最適化することで最適な構造を見出す．本論文では，構造表現の方法に関数展開法を採用し，屈折率分布を以下の式で表現する．

$$n^2(y,z) = n_a^2 + (n_b^2 - n_a^2)H(s(y,z)) \tag{23}$$

ここに $H(\xi)$ は屈折率を 2 値化するためのヘビサイドの階段関数

$$H(s(y,z)) = \begin{cases} 0 & (s(y,z) \le 0) \\ 1 & (s(y,z) > 0) \end{cases} \tag{24}$$

である．ここで，n_a，n_b は導波路を構成する 2 種類の材料の屈折率である．

本論文では構造決定関数として以下のフーリエ級数表現を用いる．

$$s(y,z) = \sum_{i=0}^{N_y-1}\sum_{j=-N_z/2}^{N_z/2-1}(a_{ij}\cos\theta_{ij} + b_{ij}\sin\theta_{ij}) \tag{25}$$

$$\theta_{ij} = \frac{2\pi i}{L_y}y + \frac{2\pi j}{L_z}z \tag{26}$$

ここに N_y，N_z はそれぞれ，y，z 方向の展開項数を表す．L_y，L_z はフーリエ級数の周期であり，設計領域サ

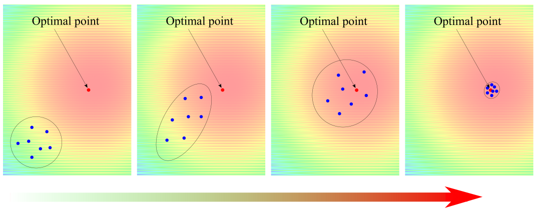


図 5　CMA-ES による解探索の流れ

イズを $W_z \times W_y$ として $L_z = 1.1W_z$, $L_y = 1.1W_y$ とする．式 (25) の係数 a_{ij}, b_{ij} が設計変数である．

3.2　共分散行列適応進化戦略

CMA-ES は多変量正規分布 $\mathcal{N}(\boldsymbol{m}, \sigma^2 \boldsymbol{C})$ に基づく集団 $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{X}; i = 1, 2, \cdots, N_I$, N_I : 個体数) を生成し，期待値 $\boldsymbol{m}$，標準偏差 σ，共分散行列 $\boldsymbol{C}$ を，新たな評価点の情報と過去の進化パスの情報に基づき更新する直接探索法である．図 5 に CMA-ES の探索イメージを示す．期待値 $\boldsymbol{m}$ は集団 $\boldsymbol{X}$ の上位個体に対する重み付き平均により更新される．探索範囲に関係する標準偏差 σ は目的関数が平均して下っているときに大きく，平坦なときに小さくなるように，進化パスと過去世代での正規分布中心の遷移ベクトルの重みづけ和により更新される．共分散行列 $\boldsymbol{C}$ は，設計変数に対する感度が大きい方向に探索幅を大きくするように過去世代での正規分布中心の遷移ベクトルの重みづけ和を基に更新される．各世代において，多変量正規分布 $\mathcal{N}(\boldsymbol{m}, \sigma^2 \boldsymbol{C})$ に基づきランダムに個体を生成・評価することで現在の探索点付近の目的関数の平均的な振る舞いを知ることができる．過去の進化パスの情報と合わせて，多変量正規分布 $\mathcal{N}(\boldsymbol{m}, \sigma^2 \boldsymbol{C})$ を更新するため，細かな振動が乗った目的関数であっても効率的に大域的な解探索を行うことができる．

4.　最適設計例

4.1　光スイッチのトポロジー最適設計

図 6 に示すような 1 入力 2 出力の非線形光スイッチの設計問題を考える．構造パラメータは導波路幅を $w = 0.15\ \mu$m，屈折率を $n_{\mathrm{Si}} = 3.45$，$n_{\mathrm{SiO_2}} = 1.447$ とし，設計領域は n_{Si} と MBBA から構成されるものとする．MBBA は非線形媒質であり，その屈折率は式 (1) で与えられ，線形屈折率を $n_L = 1.55$，非線形屈折率を $n_2 = 10^{-9}$ m^2/W とする [4]．設計領域サイズは $W_z \times W_y = 2\ \mu\mathrm{m} \times 2\ \mu\mathrm{m}$ とし，波長 $\lambda = 1.3\ \mu$m の TE 基本モードが入射する場合を考える．入射光パワーが

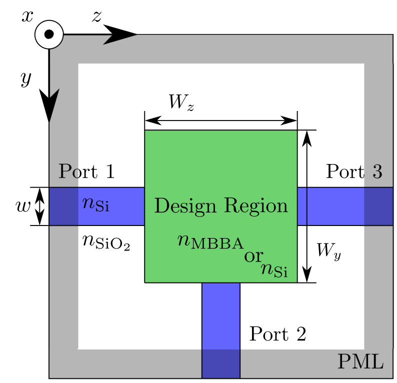
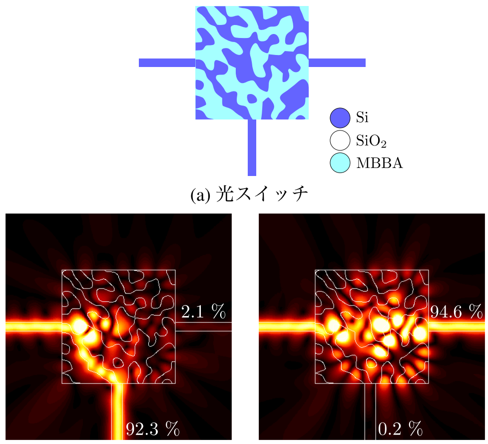


図 6　光スイッチ最適設計のための問題設定



(a) 光スイッチ

(b) $|E_x|$ ($P_{\mathrm{in}} \simeq 0$ W/m)　(c) $|E_x|$ ($P_{\mathrm{in}} = 100$ W/m)

図 7　光スイッチの最適化結果

$P_{\mathrm{in}} \simeq 0$ W/m (P_1) のとき Port 2 に，$P_{\mathrm{in}} = 100$ W/m (P_2) のとき Port 3 に出力させるものとし，目的関数を以下のように設定する．

$$\text{Minimize } C = C_1 + C_2 \tag{27}$$
$$C_1 = (1 - |S_{21,P_1}|^2) + |S_{31,P_1}|^2$$
$$C_2 = (1 - |S_{31,P_2}|^2) + |S_{21,P_2}|^2$$

C_1，C_2 の第一項は目標ポートへの出力の最大化，第二項はクロストークの最小化に関する項である．関数展開法の展開項数を $(N_z, N_y) = (16, 8)$，CMA-ES の個体数を 19，最適化の反復回数を 1,000 回とする．また，事前に様々な構造に対する伝搬解析を行い，どの構造においてもより安定に収束解が得られるようにここでは II-FEM の α は大きめに 4.0 とした．最適化により得られた構造と光の伝搬の様子を図 7 に示す．目的のポートへの規格化出力パワーは $P_{\mathrm{in}} \simeq 0$ W/m のと

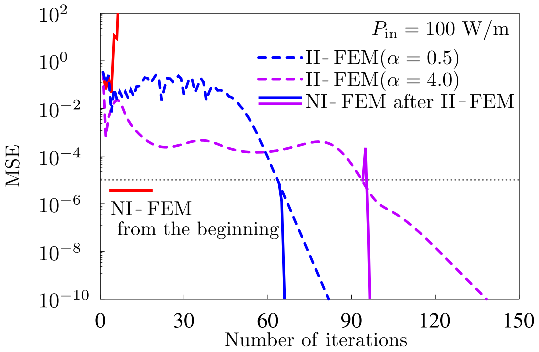


図 8　光スイッチの解析における反復 FEM の収束性の比較

き 0.923，$P_{\rm in} = 100$ W/m のとき 0.946 である．この設計により光スイッチを実現する構造が得られていることがわかる．図 8 に得られた構造に対して入射光パワーが $P_{\rm in} = 100$ W/m のときの反復計算法の違いによる収束性の違いを比較して示す．なお，事前検討では II-FEM から NI-FEM に切り替える MSE のしきい値を 10^{-4} よりも大きくすると，構造によっては NI-FEM に切り替えた後に解が不安定化する場合があった．そのため，II-FEM から NI-FEM に切り替えるしきい値は安全を見込んで MSE $< 1.0 \times 10^{-5}$ としている．この問題の場合には最初から NI-FEM を用いた場合には解が収束しないが，II-FEM から NI-FEM に切り替えることで，安定で効率的に収束解が得られていることがわかる．なお，最終的に得られた構造に対しては $\alpha = 0.5$ としても収束解が得られ，$\alpha = 4.0$ とした場合と同じ結果が得られていることを確認している．また，NI-FEM に切り替えずに II-FEM のみで収束させた場合についても同じ結果が得られていることも確認している．

ところで，非線形問題においては光双安定状態が存在する場合があり，その議論が重要になる場合がある．本手法を用いて光双安定を議論するためには，入射光強度を低い状態から高い状態に徐々に変化させた場合と，高い状態から低い状態に徐々に変化させた場合の解析を行う必要がある [17].

4.2　光 NAND ゲートのトポロジー最適設計

図 9 に示すような光 NAND ゲートの設計問題を考える．信号光を入力するポートを 1，2 とし，論理 00 で出力 1 が得られるように常時光を入射する制御ポートを設置する．出力端には NAND 出力の他に不要な光パワーを逃がすための放射ポートを設置する．構造パラメータは導波路幅を $w = 0.15$ μm，導波路間隔を $d = 0.6$ μm，

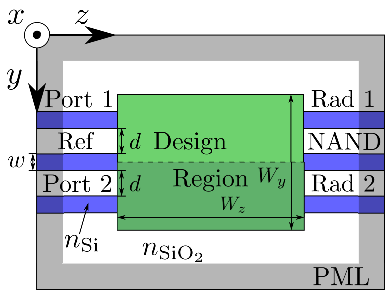
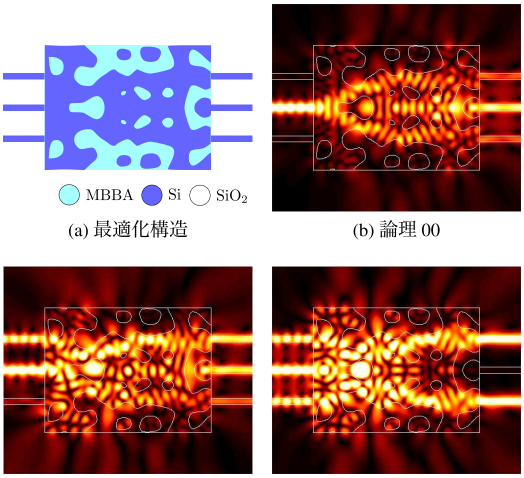


図 9　光 NAND ゲートの最適設計のための問題設定

屈折率を $n_{\rm Si} = 3.45$，$n_{\rm SiO_2} = 1.447$ とし，設計領域は屈折率 $n_{\rm Si}$ の材料と MBBA から構成されるものとする [4]．設計領域サイズは $W_z \times W_y = 4$ μm $\times\, 3$ μm とし，y 方向に対称な構造が得られるような制約を課す．波長 $\lambda = 1.3$ μm の TE 基本モードが入射する場合を考え，信号光のパワー (P_1, P_2) は論理 1 で 20 W/m，論理 0 で 0 W/m とし，制御光のパワーを $P_{\rm Ref} = 40$ W/m とする．目的関数は NAND 出力が得られるように以下のように設定する．

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize } C = \sum_{n=1}^{3} &\Big\{\beta \times |\widetilde{P}_{{\rm ideal},n} - \widetilde{P}_{{\rm NAND},n}| \\
&+ \Big|\widetilde{P}_{{\rm in},n} + \widetilde{P}_{{\rm out},n}\Big|\Big\} \\
&+ |\theta_{\rm NAND,00} - \theta_{\rm NAND,01}| \\
&\qquad\qquad (1,2,3) = (00,01,11) \\
\widetilde{P}_{{\rm in},n} &= \widetilde{P}_{1,n} + \widetilde{P}_{2,n} + \widetilde{P}_{\rm ref,n} \\
\widetilde{P}_{{\rm out},n} &= \widetilde{P}_{r1,n} + \widetilde{P}_{r2,n} + \widetilde{P}_{{\rm NAND},n} \qquad (28)
\end{aligned}
$$

ここに β は重み係数であり，$\beta = 2$ としている．$\widetilde{P}_{1,n}$，$\widetilde{P}_{2,n}$，$\widetilde{P}_{{\rm ref},n}$，$\widetilde{P}_{r1,n}$，$\widetilde{P}_{r2,n}$，$\widetilde{P}_{{\rm NAND},n}$ はそれぞれ論理入力 n に対する入射ポート，放射ポート，NAND 出力ポートの 20 W/m で規格化した反射，透過パワーであり，$\widetilde{P}_{{\rm ideal},n}$ は理想の規格化出力パワーである．$\theta_{\rm NAND,00}$，$\theta_{\rm NAND,01}$ は論理入力 00 と 01 のときの NAND 出力の位相角を表す．NAND 回路を縦続接続する際には出力の位相角を一定に保つ必要がある．CMA-ES による最適化では個体数を 19，反復回数を 1,000 回とした．最終的に得られた構造と光の伝搬の様子を図 10 に示す．また，このときの各ポートの実際の出力光パワーを表 1 に示す．なお，論理 00 と 01 の出力光の位相差は $|\theta_{\rm NAND,00} - \theta_{\rm NAND,01}| = 0.17$ rad である．目標値 $P_{\rm ideal}$ との差は最悪でも 10% 以下であり，10 W/m をしきい値とする判定により NAND ゲートとして動作



(a) 最適化構造　(b) 論理 00
(c) 論理 01,10　(d) 論理 11

図 10　光 NAND ゲートの最適化結果

表 1　最適設計された NAND 素子の入力と出力の関係

論理入力		P_{ideal} [W/m]	P_{NAND} [W/m]
0	0	20	19.7
0	1	20	18.1
1	0	20	18.1
1	1	0	0.09

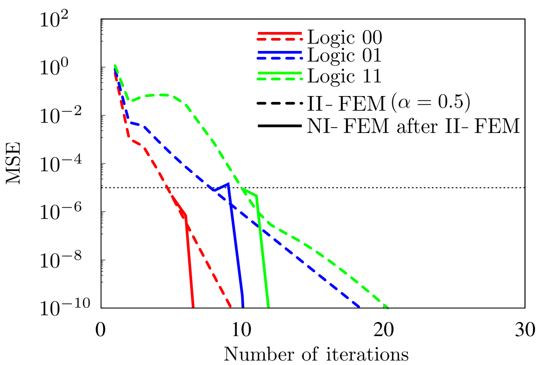


図 11　光 NAND ゲートの反復解析ごとの解の平均 2 乗誤差

することがわかる．最後に，図 11 に得られた構造に対して各論理入力に対する反復 FEM の解の収束の様子を示す．全体の入射光パワーが増大するにつれ反復法の収束が遅くなっているが，いずれの場合にも II-FEM から NI-FEM に切り替えることで 10 数回程度の反復で収束解が得られることがわかる．

5. む す び

本論文では非線形光導波路のための安定かつ効率的な FEM 解析を可能にし，これを利用した関数展開法に基づくトポロジー最適設計法の検討を行った．最適化手法に CMA-ES を用い，光スイッチ，光論理ゲートの設計を通してその有用性を示した．本検討では II-FEM において過去の履歴を考慮する係数 α を一定値としているが，より少ない反復回数で収束解を得るためにアダプティブな α の設定法について今後検討する予定である．また，実際の製造を考慮して構造のトレランスを考慮した非線形光デバイスの最適設計についても検討を行う予定である．

謝辞　本研究は JSPS 科研費 22K14296，21K04169 の助成を受けたものであり，ここに謝意を表します．

文　　献

[1] H. Lu, X. Liu, L. Wang, Y. Gong, and D. Mao, “Ultrafast all-optical switching in nanoplasmonic waveguide with Kerr nonlinear resonator,” Opt. Exp., vol.19, no.4, pp.2910–2915, Feb. 2011.
[2] L. Wang, L. Yan, Y. Guo, K. Wen, W. Pan, and B. Luo, “Optical quasi logic gates based on polarization-dependent four-wave mixing in subwavelength metallic waveguides,” Opt. Exp., vol.21, no.12, pp.14442–14451, June 2013.
[3] M.B. El Mashade and M. Nady “BOR-FDTD analysis of nonlinear fiber Bragg grating and distributed Bragg resonator,” Opt. Laser Technol., vol.43, no.7, pp.1065–1072, Oct. 2011.
[4] T. Fujisawa and M. Koshiba, “A frequency-domain finite element method for modeling of nonlinear optical waveguide discontinuities,” IEEE Photon. Technol. Lett., vol.16, no.1, pp.129–131, Jan. 2004.
[5] S. Molesky, Z. Lin, A.Y. Piggott, W. Jin, J. Vučković, and A.W. Rodriguez, “Inverse design in nanophotonics,” Nat. Photon., vol.12, pp.659–670, Nov. 2018.
[6] J.S. Jensen and O. Sigmund, “Systematic design of photonic crystal structures using topology optimization: Low-loss waveguide bends,” Appl. Phys. Lett., vol.84, no.12, pp.2022–2024, March 2003.
[7] Y. Tsuji and K. Hirayama, “Design of optical circuit devices using topology optimization method with function-expansion-based refractive index distribution,” IEEE Photon. Technol. Lett., vol.20, no.12, pp.982–984, June 2008.
[8] 森　洸遥，辻　寧英，“ビーム伝搬解析と随伴変数法による感度解析を用いた非線形光学デバイスのトポロジー最適設計に関する検討，” 信学論（C），vol.J101-C, no.5, pp.245–252, May 2018.
[9] K. Mori, K. Morimoto, T. Tanaka, A. Iguchi, and Y. Tsuji, “Topology optimization of nonlinear optical waveguide devices considering output signal phase,” Opt. Commun., vol.439, pp.290–294, May 2019.
[10] T.W. Hughes, M. Minkov, I.A.D. Williamson, and S. Fan, “Adjoint method and inverse design for nonlinear nanophotonic devices,” ACS Photon., vol.5, no.12, pp.4781–4787, Dec. 2018.
[11] Z. Shiling and J. Yongliang, “Iterative finite element method applied to the nonlinear electric field of ±400kV converter transformer barrier system,” J. Phys.: Conf. Ser., vol.1906, art. no.

012054, May 2021.

[12] Y. Tsuji and M. Koshiba, “Finite element method using port truncation by perfectly matched layer boundary conditions for optical waveguide discontinuity problems,” J. Lightw. Technol., vol.20, no.3, pp.463–468, March 2002.

[13] L. Yuan and Y.Y. Lu, “Robust iterative method for nonlinear Helmholtz equation,” J. Comput. Phys., vol.343, pp.1–9, Aug. 2017.

[14] A. Auger and N. Hansen, “Tutorial CMA-ES: Evolution strategies and covariance matrix adaptation,” Proc. GECCO’12, pp.827–848, July 2012.

[15] T. Yasui, M. Koshiba, and Y. Tsuji, “A wide-angle finite element beam propagation method with perfectly matched layers for nonlinear optical waveguides,” J. Lightwave Technol., vol.17, no.11, pp.1909–1915, Oct. 1999.

[16] H. Hirao, A. Iguchi, and Y. Tsuji, “Topology optimization of nonlinear optical switch using adjoint variable method,” Proc. 2024 Conf. Lasers Electro-Optics Pacific Rim (CLEO-PR), pp.1–2, Aug. 2024.

[17] A. Niiyama, M. Koshiba, and Y. Tsuji, “An efficient scalar finite element formulation for nonlinear optical channel waveguides,” J. Lightw. Technol., vol.13, no.9, pp.1919–1925, Sept. 1995.

（2024 年 7 月 4 日受付，11 月 13 日再受付，
12 月 26 日早期公開）

平尾　勇晴　（学生員）

令 5 室蘭工大・創造工学科卒．同年同大学院博士前期課程入学，現在に至る．光導波路の最適設計に関する研究に従事．

井口亜希人　（正員）

平 27 室蘭工大・情報電子卒．平 29 同大大学院修士課程，平 31 同博士課程了．同年同大学大学院・日本学術振興会特別研究員，令元同大大学院工学研究科助教，現在に至る．光・波動エレクトロニクスに関する研究に従事．博士 (工学)．平 27 度本会エレクトロニクスシミュレーション研究会優秀論文発表賞受賞．令元年度本会学術奨励賞受賞．

辻　　寧英　（正員：フェロー）

平 3 北大・工・電子卒．平 5 同大大学院修士課程了．平 8 同博士課程了．同年北海道工大・応用電子助手，同年同講師．平 9 北大大学院工学研究科助教授，平 16 北見工業大学電気電子工学科准教授，平 23 室蘭工業大学大学院工学研究科教授，現在に至る．光・波動エレクトロニクスに関する研究に従事．博士 (工学)．平 8 年度，平 10 年度，平 30 年度本会論文賞，平 10 年度本会学術奨励賞受賞．平 12 IEEE Third Millenium Medal 受賞．平 26 年度本会エレクトロニクスシミュレーション研究会優秀論文発表賞受賞．平 29 年度本会エレクトロニクスソサイエティ活動功労賞受賞．令元 IEEE Photonics Technology Letters Outstanding Reviewer Award 受賞．令 3 本会エレクトロニクスソサイエティ賞受賞．IEEE Seinor Member，Optica Senior Member，応用物理学会会員．