



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



衝撃波問題における解析の最適化とその適用及び評価

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2013-11-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 畠中, 和明 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.15118/00005104

博士論文

衝撃波問題における解析の最適化と その適用及び評価

11095002 畠中 和明

指導教員 齋藤 務 教授

東野 和幸 教授

高木 正平 教授

2013 年 9 月

室蘭工業大学大学院工学研究科航空宇宙システム工学専攻

概要

計算機技術の発展に伴い、様々な研究分野において数値計算の果たす役割が急速に拡大している。本論文では、衝撃波を伴う超音速流れ場の物理的特性を明らかにすることを目的として、幾つかの具体的な課題について行った実験的・数値解析的研究について述べる。研究は高性能計算機の最大限の活用を目指し、流れ場の数値計算や実験データの解析手法を課題毎に最適化することに留意して行われた。研究課題は大きく分けて「数値流体力学による超音速流れ場の考察」と「光学的可視化手法における画像処理」の二つである。

流れ場の基礎方程式を計算機で近似的に解く数値流体力学（Computational Fluid Dynamics: CFD）では、複雑な流れ場を厳密に模擬することは近年の高性能計算機を用いても困難であるため、問題の性質や研究の目的に応じた最適な計算機環境を準備し、許容できる精度範囲での近似計算を行うことが重要となる。本研究では、数値計算に特化した並列計算機システムの構築とその性能評価も行っている。最適化に関しては、「超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場の研究」では、与えられたハードウェア資源を効率よく運用し、3次元の非定常計算によって衝撃波振動現象の発生と複雑な推移過程についての詳細を明らかにした。また「半球容器内での衝撃波爆縮に関する研究」では、問題の性質に合わせてプロセッサにGPUを使用するハードウェア面からの最適化を行い、価格や消費電力に対する計算性能が非常に高いシステムを実現した。また「弱い衝撃波の分子振動による緩和効果に関する研究」では、解析のアルゴリズムを根本から見直してソフトウェア面からの最適化を行い、並列計算機で数時間かけて解析していた問題を1CPUのPCで同等の結果を数分で得られるまでに計算速度が劇的に改善される結果を得た。

また本研究では、「光学的可視化手法の画像処理」の最適化を行う対象として、Background oriented Schlieren (BOS) 法を課題に設定し、最適化手法の評価を行った。BOS法は、現象の背後に設置した背景画像が、流れ場の屈折率が変動することによって歪む（変位する）ことを利用して密度勾配を可視化する光学的可視化手法の一つである。本研究では、BOS法に使用

ii

する背景画像に複数の周波数成分を含む輝度画像を用い，単一周波数の場合に顕在化する問題を解決することに成功した．

以上のように，数値解析のみならず，実験的研究に於いても計算機利用技術の最適化を行い，幾つかの学術的成果を上げる事ができた．

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景・目的	1
1.1.1	数値流体力学	1
1.1.2	光学的可視化手法における画像処理	3
1.2	本論文の構成	4
第 2 章	数値解析コード開発	7
2.1	基礎方程式	7
2.2	化学反応の陰的解法	8
第 3 章	計算機システム開発	12
3.1	研究に使用した計算機システム	12
3.1.1	CRAY XD1	12
3.1.2	自作並列計算機: TS1	13
3.1.3	GPU 計算機	13
3.2	並列計算機システム TS1 の構築	14
3.2.1	ハードウェア構成	14
3.2.2	ソフトウェア構成	15
3.2.3	演算性能確認	17
3.3	GPU 計算機の構築	20

iv 目次

3.3.1	GPGPU の概要	20
3.3.2	CUDA の概要	21
3.3.3	NVIDIA の GPU アーキテクチャ	21
3.3.4	CUDA による並列処理	22
3.3.5	GPU コードの演算性能測定	24
3.4	まとめ	24
第 4 章	弱い衝撃波の分子振動による緩和効果に関する数値解析	25
4.1	研究背景	25
4.2	ランダム・チョイス法による数値計算	26
4.2.1	基礎方程式	26
4.2.2	数値スキーム	28
4.2.3	計算条件	29
4.2.4	計算手法	29
4.2.5	伝播・減衰過程	29
4.2.6	計算結果	30
4.3	周波数解析	36
4.3.1	振動緩和周波数	36
4.3.2	有限振幅音波の非線形効果	38
4.3.3	計算方法	38
4.3.4	計算手法	39
4.3.5	計算結果	39
4.4	考察	41
4.4.1	O ₂ の分子振動緩和効果	41
4.4.2	N ₂ の分子振動緩和効果	43
4.4.3	トータルの緩和効果	43
4.4.4	周波数解析の有効性と応用	44

4.5	結論	45
第 5 章	半球容器内での衝撃波爆縮の数値解析	46
5.1	研究背景	46
5.2	数値解析法	49
5.2.1	基礎方程式と数値スキーム	49
5.2.2	初期条件及び境界条件	53
5.2.3	計算格子	56
5.3	GPGPU による計算最適化の効果	57
5.4	結果と考察	57
5.4.1	デトネーション後流の非一様領域に起因する影響	59
5.4.2	粘性による壁面境界層の影響	64
5.5	結論	67
第 6 章	Background oriented Schlieren (BOS) 法に基いた新しい可視化手法の開発	68
6.1	研究背景	68
6.2	計算手法	70
6.3	結果及び考察	71
6.3.1	実験装置	71
6.3.2	単一周波数背景	71
6.3.3	複数の周波数成分を持つ背景	74
6.4	結論	75
第 7 章	遷音速域で減速する球体の周りの非定常流れ場に関する数値解析	78
7.1	研究背景	78
7.2	数値計算法	79
7.2.1	基礎方程式	79
7.2.2	数値計算格子及び境界条件	81

vi 目次

7.2.3	数値計算手順	81
7.3	バリステックレンジによる実験	82
7.4	結果及び考察	83
7.4.1	減速を無視した解析	83
7.4.2	減速を考慮した解析	85
7.5	結論	88
第 8 章	超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場解析	89
8.1	研究背景	89
8.2	数値計算法	91
8.3	結果と考察	92
8.3.1	離脱衝撃波背後の渦生成	92
8.3.2	離脱衝撃波の非対称振動	93
8.3.3	非定常現象の周波数解析	96
8.4	結論	100
第 9 章	結論	102
参考文献		104
謝辞		115

目次

3.1	Parallel computer system configuration diagram.	15
3.2	Result of benchmark test for TS1 and XD1.	18
3.3	Block diagram of NVIDIA GPU architecture.	22
4.1	The initial waveform at 500 m from explosion: Euler solution	30
4.2	Overpressure histories at 5,000 m and 10% relative humidity.	32
4.3	Overpressure histories at 5,000 m and 90 % relative humidity.	33
4.4	Peak overpressure against relative humidity at 5,000 m.	33
4.5	The vibrational relaxation times of N ₂ and O ₂	34
4.6	Frozen flow and vibrational temperatures at 5,000 m.	35
4.7	Attenuation for pure tone sound waves with different relative humidities.	37
4.8	Attenuation effects of O ₂ vibrational relaxation	40
4.9	Attenuation effects of N ₂ vibrational relaxation	41
4.10	Total attenuation effects	42
4.11	Peak overpressure against relative humidity at 5,000 m	44
5.1	Schematic diagram of implosion chamber.	47
5.2	Picture of witness plug [1].	48
5.3	Simulation model of expansion and convergence of spherical shock wave.	54
5.4	Numerical grids of hemispherical computational region.	55

5.5	Effect of spatial resolution of numerical grid.	56
5.6	Numerical results with combustion.	58
5.7	Numerical results without combustion.	59
5.8	Numerical results for Case 3: wave propagation in the first stage of chamber operation.	60
5.9	Numerical results for Case 3: trajectories of triple points.	61
5.10	Maximum pressure distribution for Cases 1 and 2.	62
5.11	Maximum pressure distribution for Cases 4 and 5.	63
5.12	Time evolution of flow field from initiation of detonation to convergence of reflected shock wave.	65
5.12	Continued.	66
6.1	Periodic background patten: a single-frequency image; b double-frequency image.	70
6.2	Schematic diagram of the BOS experimental setup for visualizing thermal convection.	71
6.3	Experimental result obtained by using a single-frequency background pattern.	72
6.4	Enlarged object image around the hot plate	73
6.5	Enlarged BOS image of the phase difference distribution around the hotplate.	73
6.6	Procedure to determine the true phase shift from high- and low-frequency images.	75
6.7	Enlarged object images around the hot plate obtained with a double-frequency background pattern.	76
6.8	Distribution of the phase differences obtaned with double frequency background pattern.	77
7.1	Numerical grids of computational domain: projectile diameter $D = 30$ mm.	81
7.2	Schematic of ballistic range.	83
7.3	Optical setup for observing flow around projectile.	83
7.4	Projectile and detached bow shock wave.	84

7.5	Pressure ditribution around a sphere flying with $Ms = 1.13$: Distance scale normalized by model diameter.	85
7.6	Comparison of the steady numerical solutions.	86
7.7	Pressure field around a decelerating sphere: $M = 1.04$	87
7.8	Comparison of numerical solutions of unsteady flow.	87
7.9	Pressure distributions along flight axis ahead of the sphere.	88
8.1	Computational domain: a Whole computational domain; b Enlarged view around the model.	91
8.2	Generation and movement of the vortices.	94
8.3	Generation of unsteady oscillation.	95
8.4	Comparison of experimental Schlieren photography [2] and numerical result. . .	96
8.5	Instantaneous streamline around the model.	97
8.6	Measurement of pressure and shock stand-off distance for frequency analysis . .	97
8.7	Histrical data of wall pressure and shock stand-off distance from calculation beginning point.	99
8.8	FFT results from historical data of Fig. 8.7	99
8.9	Histrical data of wall pressure and shock stand-off distance during unsteady oscillation occured.	100
8.10	FFT results form historical data of Fig. 8.9	101

表目次

3.1	Specification of CRAY XD1 supercomputer.	13
3.2	Hardware specifications of cluster computing system.	16
3.3	Software specifications of cluster computing system.	17
5.1	Detonation parameters of gas mixture: $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 3.76\text{N}_2$	52
5.2	Six cases of numerical simulations.	58
8.1	Numerical conditions.	92

第 1 章

序論

計算機技術の発展に伴い，様々な研究分野において数値計算の果たす役割が急速に拡大している．本論文では，衝撃波を伴う超音速流れ場の物理的特性を明らかにすることを目的として，幾つかの具体的な課題について行った実験的・数値解析的研究について述べる．研究は高性能計算機の最大限の活用を目指し，流れ場の数値計算や実験データの解析手法を課題毎に最適化することに留意して行われた．研究課題は大きく分けて「数値流体力学による超音速流れ場の考察」と「光学的可視化手法における画像処理」の二つである．本章では，それぞれの課題から本論文で取り扱ういくつかの応用的な研究課題を派生させて述べる．さらに計算機による解析を適用する際に行ったハードウェア面・ソフトウェア面からの最適化の概要，その意義について述べる．

1.1 研究背景・目的

1.1.1 数値流体力学

流れ場の基礎方程式を計算機で近似的に解く数値流体力学（Computational Fluid Dynamics: CFD）は，現象のシミュレーションを通して流れ場の詳細を解析する手法である．CFD は非常に有用な技術であり，流れに関する様々な研究・産業分野への適用が進んでいる [3]．しかし CFD で複雑な流れ場を厳密に模擬することは，近年の高性能計算機を用いても困難である．

2 第1章 序論

この困難を回避するため、流れ場を適当なモデルによって近似し、計算量を削減する手法が用いられる。また、解くべき問題の性質や研究の目的に応じた最適な計算機環境を準備し、許容できる精度範囲での近似計算を行うことが重要となる。

数値解析を行う際、シミュレーションの規模が大きくなると、1台のCPUでは十分な演算性能が得られないことが多い。そのためCFD解析を行うためのハードウェアは、一般的に複数のCPUをネットワークで接続し、並列に演算を進めることによって演算の高速化を実現する。このような計算環境を実現するにはいくつかの方法が考えられる。一つ目は、ハードウェアとソフトウェアを一式のシステムとして販売するベンダーから購入することである。しかし、専用の並列計算機は、購入費用だけでなく、年間の保守にかかる費用負担が大きい。二つ目は、大学や研究機関が一般に供する大型計算機設備を利用することである。専用システムを購入するよりも低いコストで利用できることが多いが、いくつかのデメリットが発生する。一つは、プログラム実行を指示してから実際に実行が始まるまでの時間である。大型計算機を利用するユーザが多い場合は、計算資源が空くまで待つ必要がある。もし計算時間に対して待ち時間が同程度かかれば、計算性能は半減するのと同様である。また計算コードの開発段階で、短時間のトライアンドエラーを繰り返す必要があるテストフェーズでは、この待ち時間が大きな問題となり得る。もう一つのデメリットは、プログラムの実行が終了した後のデータの扱いの問題である。非定常の現象を時系列で扱う研究では、計算時間に比例した大容量のデータが発生する。そのため、遠隔地の計算機を利用している場合は、計算にかかる時間よりも、計算結果を手元に転送するための時間が問題となりやすい。これらのデメリットも考慮すると、大型計算機を使用する総合的なメリットが低下することがある。

並列計算機環境を得る三つ目の方法として、独自にシステムを構築する方法がある。しかし、並列計算システムの能力は、CPUの性能だけではなく、キャッシュの性能、メモリやネットワークの帯域幅、ストレージの速度といった、複数の要素が影響する。従って、並列計算機的设计にはハードウェアに対する十分な知識が必要となる。また、個々の要素を高性能化するためには、費用面でのコストが高くなるため、要求される性能に見合った構成要素の選択が重要である。さらに、複数のCPUを使用することによってハードウェアトラブルのリスクが高くなるため、並列計算機には、様々なトラブルに対応可能な構成が求められる。例えば、スト

レーズの故障によるデータ消失に備えるためのデータの冗長性確保，1 台の CPU が故障しても容易に復旧可能な高いメンテナンス性などは，並列計算機の効率的な運用には必要不可欠である．

本論文では，後に述べるいくつかの圧縮性流体力学研究課題について，個別に解決すべき目的を設定し，衝撃波を伴う超音速流れ場の物理的特性を明らかにする．研究は高性能計算機の最大限の活用を目指し，流れ場の数値計算や実験データの解析手法を課題ごとに最適化することに留意して行われた．

1.1.2 光学的可視化手法における画像処理

流れ場の状態を光学的に可視化する手法には多くの種類があるが，定量的な測定を実現する手法として，粒子画像流速測定法（Particle image velocimetry: PIV），平面レーザー誘起蛍光法（Planar laser induced fluorescence: PLIF），背景指向型シュリーレン法（Background Oriented Schlieren）などが挙げられる．PIV 法は，微小粒子を一様に分布させた流れ場を短い時間間隔で撮影し，2 枚の画像から得られた粒子の動きを基に流れの速度場を可視化する手法である [4]．粒子のトレースには計算機による画像処理が使用される．画像を微小領域に分割し，それぞれの領域に対して相互相関法による演算を行い，移動量を求める．PLIF 法は特定波長の光に励起されて蛍光を発する物質をシードとして流体に加え，シート状のレーザーを照射して蛍光を測定する．シードの濃度が流体の密度に比例し，蛍光強度がシードの密度に比例することを利用して流体の密度分布を定量的に測定することが可能となる．定量測定には，画像処理による正確な蛍光強度測定が必要となる．シードとしてアセトンを使用した PLIF 法による流れ場の密度測定に関する研究が例として挙げられる [5,6]．BOS 法は，現象の背後に設置した背景画像が，流れ場の屈折率が変動することによって歪む（変位する）ことを利用して密度勾配を可視化する光学的可視化手法の一つである [7-9]．背景に使用される画像は，ランダムドットパターンがよく使用され，画像の変位測定には，上記の PIV 法と同様の相互相関法が使用される．

これらの光学的可視化手法の実現には，計算機による画像処理が重要な位置を占める．本論

4 第1章 序論

文では、BOS を研究課題として設定し、過去に行われた研究の問題点を解決することを目的として、新しい BOS 法を提案する。

1.2 本論文の構成

本論文は、以下に示す 10 章より構成される。

第 1 章は、背景、目的およびその概要を述べた序論である。

第 2 章では、本研究における数値解析の基礎となる数値スキームと、簡略化した化学反応の計算手法について述べる。

第 3 章では、本研究において構築した並列計算システムについて述べる。CPU ベースの並列計算機について、ハードウェア及びソフトウェア構成を述べ、ベンチマーク試験による性能評価について述べる。本研究室で所有する CRAY XD1 と演算性能の比較を行い、新しい計算機システムが優れた性能を有し、コスト面でも優位にあることを示す。

次に、GPU ベースの並列計算システムについて、その概要を述べ、演算性能の評価を行う。GPU 計算システムは価格に対する演算性能が格段に高く、ハードウェアの特性から、燃焼を含む計算に適していることを述べる。

第 4 章では、弱い衝撃波の分子振動による緩和効果の解析を研究課題として設定し、火薬の爆発によって発生した球状衝撃波の波面が、実在気体の分子振動を励起することによって緩和される過程を数値的に解析する。解析手法として、基礎方程式をランダム・チョイス法 (RCM) を使用して直接的に解く手法について述べ、その結果を示す。次に新しく導入した周波数解析の手法について述べ、得られた結果について示す。RCM と周波数解析の結果について比較・検討し、周波数解析の手法が RCM の結果と同等な結果を与え、さらに計算時間を大幅に短縮できる有用な手法であることを示す。次に、周波数解析によって、異なる 2 つの分子の振動緩和効果がどのように衝撃波面に作用するのか、その詳細を明らかにし、周波数解析の有用性を示す。

第 5 章では、インプロージョンチャンバー内での衝撃波爆縮を数値的に模擬し、爆縮の収束安定性について解析を行う。インプロージョンチャンバーは、鋼鉄製の半球形状容器であり、

内部に可燃性混合気を充填して中心部で起爆することによって球状衝撃波を発生させる装置である。容器内壁で反射した衝撃波は再び収束し、中心部に高温・高圧の状態を生成する。本論文では、流体の粘性の有無、または半球容器内でデトネーションが発生するか否かによって、収束の強さ（安定性）にどのような影響が現れるかを数値計算によって解析・検討する。最初に化学反応を含む基礎方程式と数値解析法を示し、GPU 計算システムを使用した数値解析の結果を示す。

第 6 章では、Background oriented Schlieren (BOS) 法に基いた新しい可視化手法の開発について述べる。背景に周期的輝度パターンを使用する BOS の概要と問題点について述べ、その問題点を解決する新しい背景パターンと演算方法を提案する。新しい BOS 法を熱対流や超音速自由噴流の可視化に適用し、その有用性を確認する。

第 7 章では、遷音速域で減速する球体の周りの非定常流れ場に関する数値解析について述べる。超音速で移動する鈍頭物体前方には離脱衝撃波が形成される。物体から離脱衝撃波までの距離（衝撃波離脱距離）は、流れ場の重要な特徴量であるが、鈍頭物体が静止気体中にパリステックレンジで打ち出されたモデルであれば、気体から受ける抗力によって減速するため、物体周りの流れ場は定常ではなく、衝撃波離脱距離は、定常流れ場でのそれとは異なる値になることが予想される。本研究では、遷音速領域で減速する球体周りの流れ場を数値的に模擬し、衝撃波離脱距離を調べ、減速を考慮しない場合と比較するとともに、実験との比較を行って数値解析の妥当性を述べる。また、粘性の有無によって結果に違いが生じないことを示し、本研究の範囲内においては粘性の考慮は必要なく、非粘性の計算のみで効率的に解析を行うことが可能であることを示す。

第 8 章では、超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場解析について述べる。半球殻を超音速流中に正対させて置くと、半球殻前方の離脱衝撃波が大きく振動することが知られている。過去の数値解析による研究においては、軸対称計算や 2 次元計算による解析が多かったため、実験で見られるような 3 次元的振動が再現できず、現象の詳細は不明であった。本研究では、3 次元の数値計算を行うことによって離脱衝撃波の大規模な振動を再現し、実験で観測された結果との比較によって計算結果が良く現象を表していることを示す。数値解析結果から現象の詳細を説明するとともに、振動の周波数を調べ、実験から得られた周波数とよく一致することを

6 第1章 序論

示す．また，大規模な振動が開始する前の準定常状態においても微小な振動が存在し，その周波数が気柱共鳴で説明できることを示す．さらに大規模な振動が発生している際の振動周波数と準定常時の周波数の違いを調べ，その違いの原因について考察する．

以上，本研究の概要について述べた．

第 2 章

数値解析コード開発

本章では，本研究において扱う圧縮性流れの基礎方程式と，それを数値解析で解く場合の数値スキームについて述べる．

2.1 基礎方程式

本研究で取り扱う流れ場の最も基本的な支配方程式は，非線形双曲型の保存則方程式系であるオイラー方程式である．オイラー方程式は，流体の質量，運動量，エネルギー保存の式から成る．本研究論文では，1次元から3次元まで，研究課題に合わせた空間次元を選択して解析を行っているが，ここでは2次元の空間次元で式を表すこととする．オイラー方程式は以下のように書き表される．

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x + \mathbf{G}(\mathbf{U})_y = 0 \quad (2.1)$$

ここで \mathbf{U} は，保存量ベクトル， \mathbf{F} ， \mathbf{G} はそれぞれ x ， y 方向の流束ベクトル，添字の t ， x ， y はそれぞれ，時間， x ， y ， z 方向の偏微分を表す．ベクトル \mathbf{U} ， \mathbf{F} ， \mathbf{G} の要素を書き下すと次の式で表される．

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E + p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ここで ρ は密度, u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の速度, E は単位体積当たりのトータルエネルギーであり, 運動エネルギーと内部エネルギー e の和として

$$E = \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2) + \rho e \quad (2.3)$$

と表される. これらの式に熱量的完全気体を仮定した状態方程式

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} \quad (2.4)$$

を連立させて状態量を求める. ここで γ は気体の比熱比である.

本研究論文では, これらの式をベースとして, 応用研究課題毎に粘性や化学反応による発熱による効果, 実在気体の分子振動モードの励起による影響等を追加して数値的な解析を行っている. 詳細についてはそれぞれの章で述べる.

2.2 化学反応の陰的解法

本研究論文では, 第5章で化学反応を含む数値計算を取り扱う. 化学反応の解析を行う際には, オイラー方程式に化学種の保存式と反応により発生する熱の生成項を含めるベクトル \mathbf{S} を加える. 式 (2.1) (2.2) は以下のように表される.

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}(\mathbf{U})_x + \mathbf{G}(\mathbf{U})_y = \mathbf{S} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho_l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E + p) \\ \rho_l u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \\ \rho_l v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_l \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

ここで添字 l は化学種を表す番号であり, ω は化学反応の生成項である. ベクトルのサイズは反応に関わる化学種の数 l_{\max} による.

生成項を含む方程式について, よく用いられる数値的解法の一つに, 演算子分割法がある. 演算子分割法は, まず生成項を無視した対流項のみの方程式系

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}_x + \mathbf{G}_y = 0 \quad (2.7)$$

を解き，得られた解 \mathbf{U} を用いて常微分方程式

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{S} \quad (2.8)$$

を陽的に解く方法である．演算子分割法は複数の生成項を順次取り込んで常微分方程式として解いていくことが可能であるため，非常に有用な手段であるが，化学反応を含む方程式系に適用する場合，スティフネスが問題となる．化学反応の時間スケールは，流れの時間スケールと比べて非常に短いため，安定的に解を得るためには，反応時間を十分解像できるスケールまでタイムステップを小さくする必要がある．対流項を解く段階でもこのタイムステップを同じにする必要が生じる．しかし，本研究論文で扱うデトネーションのような，非常に速い反応を扱う場合は計算時間が膨大となり，現実的な時間内で計算を進めることが困難になる．

本研究論文においては，このようなスティフネスを避けるため，タイムステップは対流項の時間スケールを保ち，その時間スケール内で化学反応のみを陰的に取り扱って解く Point implicit 法を採用した．ここでは，その方法について説明する．

式 (2.7) は，対流項を陽的に，生成項を陰的に扱う場合，

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}_x^n + \mathbf{G}_y^n = \theta \mathbf{S}^{n+1} + (1 - \theta) \mathbf{S}^n \quad (2.9)$$

のように表される．ここで $\theta = 0$ の場合は陽的解法（生成項は時刻 n での評価）， $\theta \neq 0$ の場合は陰的解法（生成項は時刻 n と $n+1$ での評価）となることを示している． $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{U})$ より， \mathbf{S}^{n+1} は時刻 n の値を用いて

$$\mathbf{S}^{n+1} = \mathbf{S}^n + \left. \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} \right|^n \Delta \mathbf{U} + O((\Delta t)^2) \quad (2.10)$$

と表される．式 (2.10) を式 (2.9) に代入して整理すると

$$\frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta t} + \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right|^n + \left. \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} \right|^n = \theta \left. \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} \right|^n \Delta \mathbf{U} + \mathbf{S}^n . \quad (2.11)$$

両辺に Δt をかけて整理すると，

$$\left(\mathbf{I} - \Delta t \theta \left. \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} \right|^n \right) \Delta \mathbf{U} = \left(\mathbf{S}^n - \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right|^n - \left. \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} \right|^n \right) \Delta t , \quad (2.12)$$

$$D\Delta \mathbf{U} = RHS^n . \quad (2.13)$$

ここで \mathbf{I} は単位行列である． D は ΔU にかかる係数行列をまとめたもの， RHS^n は時刻 n で評価される右辺 (Right Hand Side) を意味し，

$$D = \mathbf{I} - \Delta t \theta \left. \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} \right|^n, \quad RHS^n = \left(\mathbf{S}^n - \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right|^n - \left. \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} \right|^n \right) \Delta t \quad (2.14)$$

である．次に， D , RHS , ΔU の要素を，流体の保存量からなる項と化学反応からなる項の二つに分け，

$$D = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & O \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}, \quad RHS^n = \begin{bmatrix} RHS_1^n \\ RHS_2^n \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

のように表し，式 (2.15) を式 (2.13) へ代入する．この時， $\Delta U_1 = RHS_1^n$ であることに注意して整理すると，

$$\Delta U_2 = D_{22}^{-1} (RHS_2^n - D_{21} RHS_1^n) \quad (2.16)$$

となる．

次に，式 (2.14) の $\partial \mathbf{S} / \partial \mathbf{U}$ について考える．本研究論文の第5章において，簡略化した化学反応モデルとして Koloveinikov の二段階反応モデルを採用しているのに従い，ここでも二段階反応モデルを使用する．保存量ベクトル \mathbf{U} と生成項ベクトル \mathbf{S} の要素をそれぞれ u_i と s_i を使って書き下すと，

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho \alpha \\ \rho \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho \omega_\alpha \\ \rho \omega_\beta \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

となる．ここでトータルエネルギー E は，内部エネルギーと運動エネルギーに加えて未発熱のエネルギーが含まれ，

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) + \rho \beta q, \quad (2.18)$$

であり， ω_α と ω_β は

$$\omega_\alpha \equiv \frac{d\alpha}{dt} = -k_1 \rho \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right), \quad (2.19)$$

$$\omega_\beta \equiv \frac{d\beta}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha > 0 \\ -k_2 p^2 \left[\beta^2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right) - (1-\beta)^2 \exp\left(-\frac{E_2+Q}{RT}\right) \right] & \text{if } \alpha \leq 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

と表される。二段階反応モデルと、各変数の詳細については、5.2.1 節を参照されたい。 $\partial S/\partial U$ の要素は、

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial s_1}{\partial u_6} \\ \vdots & \ddots & \\ \frac{\partial s_4}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial s_4}{\partial u_1} \\ \frac{\partial s_5}{\partial u_1} & \frac{\partial s_5}{\partial u_2} & \frac{\partial s_5}{\partial u_3} & \frac{\partial s_5}{\partial u_4} & \frac{\partial s_5}{\partial u_5} & \frac{\partial s_5}{\partial u_6} \\ \frac{\partial s_6}{\partial u_1} & \frac{\partial s_6}{\partial u_2} & \frac{\partial s_6}{\partial u_3} & \frac{\partial s_6}{\partial u_4} & \frac{\partial s_6}{\partial u_5} & \frac{\partial s_6}{\partial u_6} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

と表されるが、式 (2.17) より、上の 4 行については全ての要素が 0 である。式 (2.17), (2.18), 理想気体の状態方程式 $p = \rho RT$ を連立させて、 s_5, s_6 について解くと、 S の要素を U の要素を使って表すことができ、

$$s_5 = -k_1 u_1^2 \exp\left(-\frac{E_1}{\gamma-1} \cdot \frac{2u_1^2}{2u_1 u_4 - u_2^2 - u_3^2 - 2u_1 u_6 q}\right) \quad (2.22)$$

$$s_6 = -k_2 u_1 (\gamma-1)^2 \left(u_4 - \frac{u_2^2 + u_3^2}{2u_1} - u_6 q\right)^2 \times \left[\frac{u_6^2}{u_1^2} \exp\left(-\frac{E_2}{\gamma-1} \cdot \frac{2u_1^2}{2u_1 u_4 - u_2^2 - u_3^2 - 2u_1 u_6 q}\right) - \left(1 - \frac{u_6}{u_1}\right)^2 \exp\left(-\frac{E_2+q}{\gamma-1} \cdot \frac{2u_1^2}{2u_1 u_4 - u_2^2 - u_3^2 - 2u_1 u_6 q}\right) \right] \quad (2.23)$$

となる。これから $\partial S/\partial U$ の各要素を求めることができ、式 (2.16) から U_2 を決定することができる。

第 3 章

計算機システム開発

本研究では，流れ場を数値的に模擬して解析を行う数値解析，実験画像の処理などに複数の計算機システムを使用した．一般的に流れ場の数値模擬は規模が大きくなると計算に要する時間が膨大になるため，高性能の計算機が必要となる．本研究では，著者の所属する研究室所有のミニスパコン，外部組織の大型計算機，自作の並列計算機等を使用して解析を行った．本章では，後の章に述べる各研究課題で使した計算機システムの概要を示すとともに，自前で構築を行った計算機システムについて述べる．

3.1 研究に使した計算機システム

3.1.1 CRAY XD1

CRAY XD1 は，著者の所属する研究室で所有するスーパーコンピュータで，2 シャーシから構成されている．1 シャーシは 6 個のノードからなり，各ノードには Opteron 64-bit コアが 2 コア搭載されている．表 3.1 に示すように，理論演算性能はトータルで 120 GFLOPs となるが，compute シャーシの 1 ノードはフロントエンドとして使されるため演算には参加せず，実用上の理論演算性能は 110.4 GFLOPs となる．スーパーコンピュータとしては小規模であるが，ノード間の通信に RapidArray Interconnect が採用され，ギガビットイーサネットの 30 倍の速度でのデータ転送が可能となっているなど，演算のボトルネックとなりやすい部分に高

表 3.1. Specification of CRAY XD1 supercomputer.

Chassis name	CPU	Clock	Core	GFLOPs	Memory
compute	Opteron 64-bit	2.40 GHz	12	57.6	20 GB
cfid	Opteron 64-bit	2.60 GHz	12	62.4	36 GB

度な最適化が施されており，総合的なパフォーマンスの高い計算機である．本研究論文では，「弱い衝撃波の分子振動による緩和効果に関する数値解析」（第 4 章），「半球容器内での衝撃波爆縮の数値解析」（第 5 章），「遷音速域で減速する球体の周りの非定常流れ場に関する数値解析」（第 7 章）の数値解析で使用されている．

3.1.2 自作並列計算機: TS1

本研究論文のうち，第 8 章で述べる「超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場解析」では，3 次元の非定常流れ場のシミュレーションを取り扱う．3 次元現象のシミュレーションには，2 次元の場合よりも格子数が格段に増加するため，演算時間の増加が問題になる．粘性境界層を解像するために壁面近傍での格子間隔を小さくすると更に格子数が増加し，加えて非定常現象を取り扱う場合はクーラン数を大きく取ることができないため，演算時間の増加が莫大になる．第 8 章で行う計算は，XD1 では現実的な時間内に現象が進行しないことが分かったため，新規に並列計算機システムを構築し，数値解析に使用した．新しい計算機の名称は「TS1」とした．詳細については 3.2 節で述べる．本研究論文では，前述の「超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場解析」（第 8 章）の他に「半球容器内での衝撃波爆縮の数値解析」（第 5 章）の数値解析で使用されている．

3.1.3 GPU 計算機

第 5 章で述べる「半球容器内での衝撃波爆縮の数値解析」では，衝撃波と共に超音速で伝播する燃焼波であるデトネーションの数値計算を取り扱う．本研究論文では，化学反応に簡易

的なモデルを使用するが、流体の運動速度に比べて非常に速い速度で進行する化学反応を解像するため、通常の流体シミュレーションに比べて高い格子解像度を確保する必要がある。本数値解析は2次元軸対称で行われたが、格子数は900万点に達した。この数値計算においてもXD1では現実的な時間内に現象が進行しないことが分かった。そこで本研究では、GPUボードを搭載した計算機システムを構築し、GPU専用ライブラリCUDAを使用したコードを新たに作成して数値解析に使用した。GPU計算機の詳細については、3.3節で述べる。本研究論文では、前述の「半球容器内での衝撃波爆縮の数値解析」（第5章）の数値解析で使用されている。

3.2 並列計算機システム TS1 の構築

新しい計算機システムは、民生用PCを複数台ネットワークで接続することによって構成されている。並列計算用途に特化されたLinux OSをインストールし、並列計算機としてセットアップを行った。この並列計算機の名称を「TS1」とし、以後この名称を使用する。

3.2.1 ハードウェア構成

図3.1にTS1のハードウェア構成図を、表3.2に各構成ノードの仕様を示す。TS1の構成ノードは9台である。frontendノードはユーザのログインを受け付け、各種コマンドや可視化ソフトなどのアプリケーションを実行するためのノードであり、直接並列計算には加わらない。computeノードが並列計算を担当するノードである。ノードの名称が“compute-c-n”の形式となっているが、cはキャビネット番号を表し、nはキャビネット内でのノード番号に対応している。それぞれのノードはスイッチングハブを介してギガビットイーサネットプライベートネットワークを構成している。frontendノードには2つのLANポートがあり、片方が外部ネットワークへ、もう片方がプライベートネットワークへ接続されている。frontend以外のノードは外部ネットワークとは切り離されている。ユーザは、外部ネットワークからfrontendノードにSSHで接続し、グリッドエンジンシステムを使用してcomputeノードに演算を行わせる。システムの管理者は、KVM Changerを使用して1組のキーボード/マウス/モニター

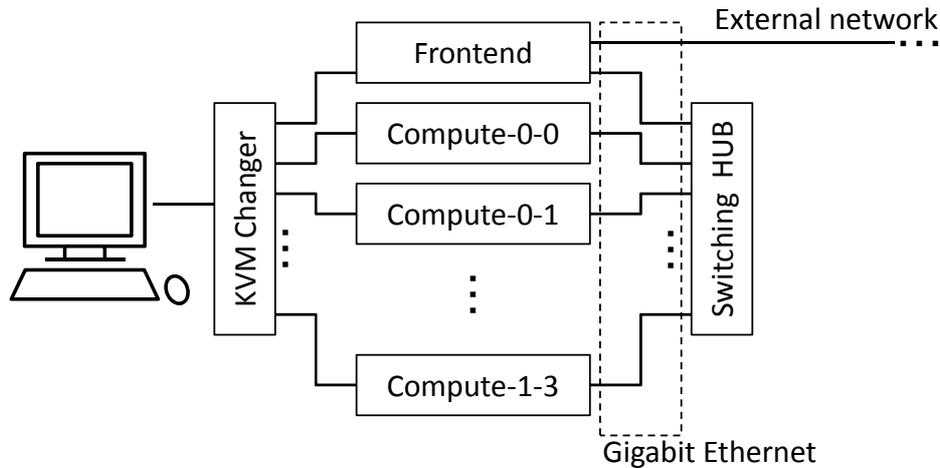


図 3.1. Parallel computer system configuration diagram.

で対象ノードを切り替えて操作することが可能である。

表 3.2 より、各 compute ノードの演算性能やメモリ容量が異なることが分かる。これは、各ノードの購入時期にずれがあるためである。core i7 970 と core i7 3930K を比較すると、CPU のクロック周波数とコア数が同じであるにもかかわらず、3930K の方が演算速度が 2 倍になっている。これは、SIMD 拡張命令セットの違いによる。core i7 960 及び 970 は、SSE4.2 拡張命令セットにより 4 FLOPs/Clock、core i7 3930K は、AVX 拡張命令セットにより 8 FLOPs/Clock となるため、core i7 970 の倍の理論演算性能が実現されている。これらのノード間の理論性能の違いは、ジョブ管理システムの設定によって各ノードへの計算負荷を適切に分配するか、ユーザが計算量を適切に分配することによって吸収され、各ノードの演算性能を最大限に引き出すことが可能である。従って、TS1 の理論演算性能は約 1 TFLOPs となる。

3.2.2 ソフトウェア構成

表 3.3 に、TS1 に使用したソフトウェアを示す。OS には、CentOS 6.0 をベースにしたオープンソースの Linux ディストリビューションである Rocks Cluster Distribution (以下 Rocks) を使用した。Rocks は、並列計算機専用にカスタマイズされた OS で、複数の計算機をネットワークで接続して簡単にクラスタ計算機を構築できる。最初にフロントエンドノードに Rocks をインストールすると、演算ノードは、フロントエンドノードとネットワーク接続した状態で

表 3.2. Hardware specifications of cluster computing system.

Node name	CPU	Clock	Core	GFLOPs	Memory
frontend	core i5 760	2.80 GHz	4	44.8	8 GB
compute-0-0	core i7 970	3.20 GHz	6	76.8	12 GB
compute-0-1	core i7 960	3.20 GHz	4	51.2	12 GB
compute-0-2	core i7 3930K	3.20 GHz	6	153.6	16 GB
compute-0-3	core i7 3930K	3.20 GHz	6	153.6	16 GB
compute-1-0	core i7 3930K	3.20 GHz	6	153.6	16 GB
compute-1-1	core i7 3930K	3.20 GHz	6	153.6	16 GB
compute-1-2	core i7 3930K	3.20 GHz	6	153.6	16 GB
compute-1-3	core i7 3930K	3.20 GHz	6	153.6	16 GB

起動することによって、ネットワーク経由で OS が自動的にインストールされ、すぐに並列計算が可能な状態になる。計算機システムが稼働中に容易に演算ノードを追加することが可能で、演算性能の増強が容易である。同様に演算ノードの削除もシステムを止めることなく行うことができ、故障対応も迅速に行うことができる。

TS1 は、グリッドエンジンとして Sun Grid Engine を採用している。これによりバッチ処理によるジョブ管理が可能となる。ジョブ管理とは、ユーザが計算機に実行を依頼（投入）したプログラムをジョブとして一元的に管理する仕組みのことである。グリッドエンジンは投入された複数のジョブを、その優先度や計算資源の空き状況を判断して順次実行する。一般的な大型計算機システムの多くで採用されている機能であり、これにより計算資源が有効に使用できるようになる。並列化ライブラリとしては、MPI (Message-Passing Interface) を採用した。

TS1 は、民生用の PC を演算ノードとして使用しているが、それぞれのノードには 1 TB のハードディスクが搭載されている。演算ノードのシステムパーティションはせいぜい 20 GB であり、HDD はそのほとんどが空き領域である。また、計算データは全てフロントエンドノー

表 3.3. Software specifications of cluster computing system.

Software	Product name	Version
Clustering OS	Rocks Cluster Distribution	6.0
Compiler	PGI Fortran Compiler	11.3-0
Grid engine	Sun Grid Engine	6.2u5
Parallel computing library	MPICH2	1.4.1p1
Parallel file system	PVFS	2.8.2
Visualization system	ParaView	3.14.1
Visualization system	Tecplot360	2011 Release 3

ドの HDD に保存されるため、演算ノードの大部分の HDD 領域が無駄になる。そこで TS1 では、仮想並列ファイルシステム PVFS (Parallel Virtual File System) を導入し、各演算ノードの使用されていないディスク領域を仮想的な一つのファイルシステムとしてマウントした。この領域はユーザからは一つのディレクトリに見えるが、ここに保存されたファイルは、実際には PVFS によって各演算ノードの HDD 領域に分散して保存される。冗長性は確保されていないため、演算ノードが一台でも故障すると、ファイルシステム全体のデータが壊れることになる。従って、あまり重要ではない一時的なファイルを保存する用途で使用するようになる。

3.2.3 演算性能確認

TS1 に対してベンチマーク試験を行い、演算性能の確認を行った。ベンチマークには、「姫野ベンチマーク」を使用した。姫野ベンチマークは、理化学研究所情報基盤センター長の姫野龍太郎氏が非圧縮性流体解析コードの性能評価のために作成したものである。このプログラムは、ポアソン方程式をヤコビの反復法で解く場合に用いられる演算ループの主要部分について、処理速度を測定するものである。姫野ベンチマークは CPU のキャッシュが効きにくく、メモリ帯域幅やノード間通信速度に律速されやすい特性を持つ。そのため、測定される演算性

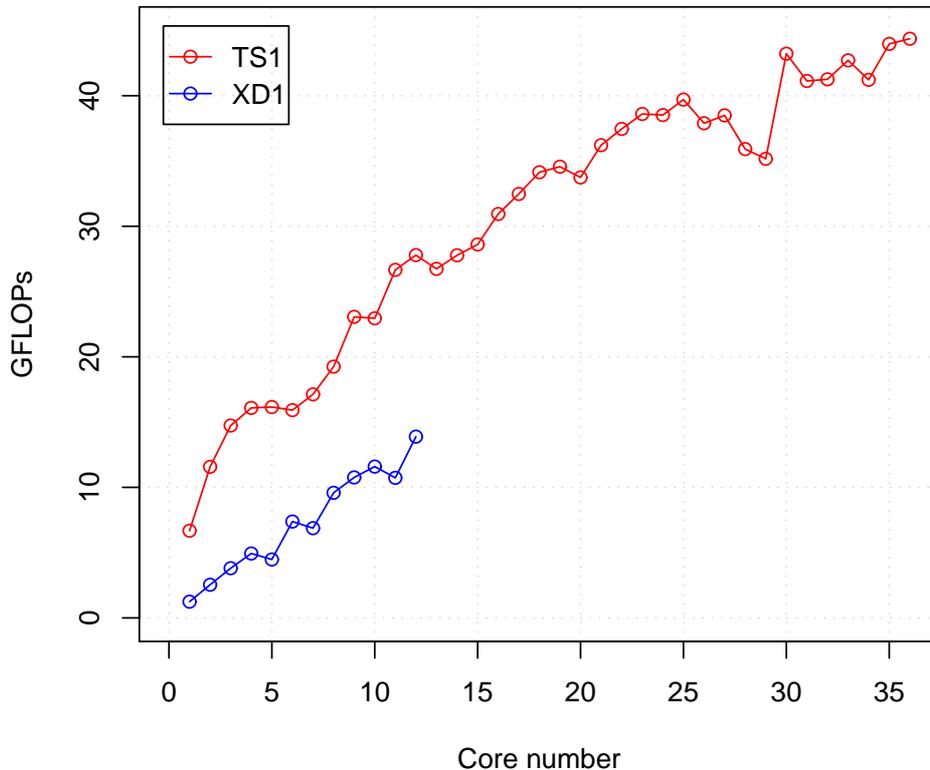


図 3.2. Result of benchmark test for TS1 and XD1.

能は、一般的に理論演算性能よりも大幅に低くなるが、実際の流体計算で用いられるコードが使用されているため、より現実に近い演算性能を測定することが可能で、並列化することによる効果を測定する上でも有用である。姫野ベンチマークの演算モデルは Large を使用した。

図 3.2 に、TS1 と XD1 で姫野ベンチマークを実行した結果を示す。横軸は並列計算に使用した CPU コアの数、縦軸は GFLOPs である。XD1 は、シャーシ毎にジョブ投入のキューが分けられているため、一つのプログラムでの最大並列度は 12 である。よって本ベンチマークテストでは、最大の演算性能が得られる cfd シャーシを使用した。TS1 の Compute-0-0 と Compute-0-1 は CPU 性能が他と比べて低い。姫野ベンチマークは演算量を各 CPU に均等に配分するため、これらのノードを計算に参加させると、全体の性能が低下する。従って、ベンチマークテストには Compute-0-2 ~ Compute-1-3 までを使用することとし、合計 36 コアまでの並列処理で性能測定を行った。コンパイルオプションで CPU の SSE 拡張命令セットの使用を有効にした。これにより、ループは可能な限りベクトル化されて実行されるようになる。

XD1 において、12 コアの演算速度は 13.8 GFLOPs であった。対して TS1 では、36 コアでの演算速度は 44.4GFLOPs であり、XD1 の約 3.2 倍の性能を示した。図 3.2 より、XD1 においてはコア数と処理速度はほぼ比例関係にあるが、TS1 ではコア数が増えるほど、演算速度の上昇率は低くなる傾向があることが分かる。コア数 1 から 2 になるときが最も演算速度が上昇し、4 から 6 の範囲では演算速度の上昇は無く、7 から再び上昇する。この傾向を繰り返した後、コア数が 30 を超えると、演算速度の上昇はほとんど見られなくなる。

これは次のように説明することができる。TS1 で使用した Sun Grid Engine は、プログラム実行時の演算コア数を増加させると、処理を複数の CPU に分散させるのではなく、一つの CPU の空いているコアを埋めるように並列処理が割り振られる。つまり、図 3.2 の最初の 1 から 6 は、一つの CPU で処理が行われ、7 から 12 では二つ目の CPU の空いているコアが順次埋められていく形となる。1 つの CPU 内で使用されるコアの数が増えると、演算能力は比例して増加するが、単位時間あたりに扱うデータ数も多くなる。これによって CPU のキャッシュヒット率が減少し、メインメモリと CPU 間のデータ転送が多くなる。CPU の速度に比べてメインメモリのデータ転送速度は格段に低いため、CPU が待たされる形となり、最終的にはコア数を増やしても速度が上昇しない飽和状態が発生する。コア数が 7 以上になると、2 つめの CPU はキャッシュのヒット率が高い状態にあるため、全体の処理速度は上昇する。更にコア数を増やすと、今度は CPU 間の通信がボトルネックとなり、演算速度上昇を制限することになる。CPU 間の通信とは、この場合ノード間のギガビットイーサネットによる通信である。TS1 において、姫野ベンチマークを使用する限りでは、コア数は 40 程度で演算速度が飽和してしまうと思われる。

この結果はあくまでも姫野ベンチマークの結果である。本研究論文で扱う問題では、大きな行列による反復法は使用しておらず、姫野ベンチマークほどメモリ帯域を必要としない。従って、本研究の応用問題にこの結果が必ずしも直接当てはまる訳ではなく、並列化による速度上昇は、コア数が 30 以上でも飽和していないと考えられる。

3.3 GPU 計算機の構築

3.3.1 GPGPU の概要

GPU は、「Graphical Processing Unit」の略で、コンピュータのグラフィック描画処理に特化したプロセッサである。初期のコンピュータでは CUI (Character-based User Interface) が主流であったため、画面に描画されるのは主に文字であり、グラフィック描画処理には高性能なプロセッサは要求されていなかった。しかし、コンピュータの発展と共に、ユーザーインターフェースは GUI (Graphical User Interface) へ取って代わり、各種デザインやゲームなどでは高精細かつ高速な 3D グラフィック描画が行われるようになった。GPU もそれと共に発展を続け、描画処理だけではなく、高度な 3D 計算をリアルタイムで行うようになり、それ自身が CPU を凌ぐ計算能力を有するに至った。最近の GPU ボードは 1 枚で理論演算性能が 1 TFLOPs を超える。更に GPU は、CPU と比較して演算性能に対する消費電力や価格が非常に低い。前節で構築したクラスタ計算機は、Core i7 搭載 PC を 8 台連ねてようやく GPU ボード 1 枚と同等の約 1 TFLOPs の理論演算性能を得た。消費電力は圧倒的にクラスタ計算機の方が大きい。更に GPU ボードの 1 枚の価格は PC 1 台と同等程度、あるいはそれ以下である。このようなことを考慮すると、GPU のコストパフォーマンスの高さが分かる。

GPU の計算能力が向上するのに伴い、それをグラフィックス処理だけではなく、汎用的な計算にも適用する試みがなされるようになった。このような用途で GPU を使用することを GPGPU (General Purpose Graphics Processing Unit) と称するようになった。GPGPU によって高い計算能力が得られることが期待される一方で、GPU の構造は CPU と大幅に異なるため、汎用的な計算を行うには GPU に関する知識が不可欠であった。計算コードは既存の CPU 向けのものを大幅に書き換えなければならず、更に GPU カード毎に最適化されたコードが必要になるため、コードの汎用性を保つことができないというデメリットもあった。

3.3.2 CUDA の概要

このような状況の下，グラフィック・ボードのベンダが GPU を使用したプログラミングを容易にするフレームワークをリリースし，GPGPU を使用する動きが加速した．代表的なフレームワークとして NVIDIA 社の CUDA (Compute Unified device Architecture) が挙げられる．CUDA は，NVIDIA 社製の対応 GPU を動作させるための「プログラミング・モデル」および「プログラミング言語」とその「コンパイラ」「ライブラリ」のことを言う．

CUDA は，マニュアルやサンプルコードを含めて NVIDIA 社から無償で公開されており，誰でも自由に使用することができる．CUDA に含まれるプログラミング言語は C 言語を拡張したものであり，汎用的な処理を書くのに適している．

3.3.3 NVIDIA の GPU アーキテクチャ

図 3.3 に，NVIDIA 社製 GPU のブロック図を示す．製品によって仕様が異なるため，本研究で用いた Tesla C2050 に搭載された Fermi アーキテクチャの GPU について示す．GPU の最小演算ユニットは CUDA コア である．CUDA コア を 32 個まとめたユニットが SM (Streaming multi processor) で，SM 内には CUDA コア が共通に読み書きできる共有メモリ (Shared memory) がある．SM は GPU 内に 14 個搭載されており，CUDA コアの合計数は 448 個となる．

共有メモリは SM に所属している CUDA コアのみがアクセスすることができる．ビデオメモリは CPU 計算機で言うメインメモリに相当し，すべての CUDA コア からアクセス可能である．共有メモリには CUDA コアの 1 クロック単位で読み書きが可能であるが，その容量は SM あたり 48 kB と，容量は非常に小さい．ビデオメモリの容量は Tesla C2050 の場合 3 GB であるが，CUDA コアがビデオメモリにアクセスするには 100 クロック程度の時間がかかる．Fermi アーキテクチャからは，ビデオメモリへのアクセスには L2 キャッシュが効くようになり，ある程度の高速度化が期待できるが，CUDA Core の処理は，ビデオメモリへのアクセス遅延がボトルネックとなる．

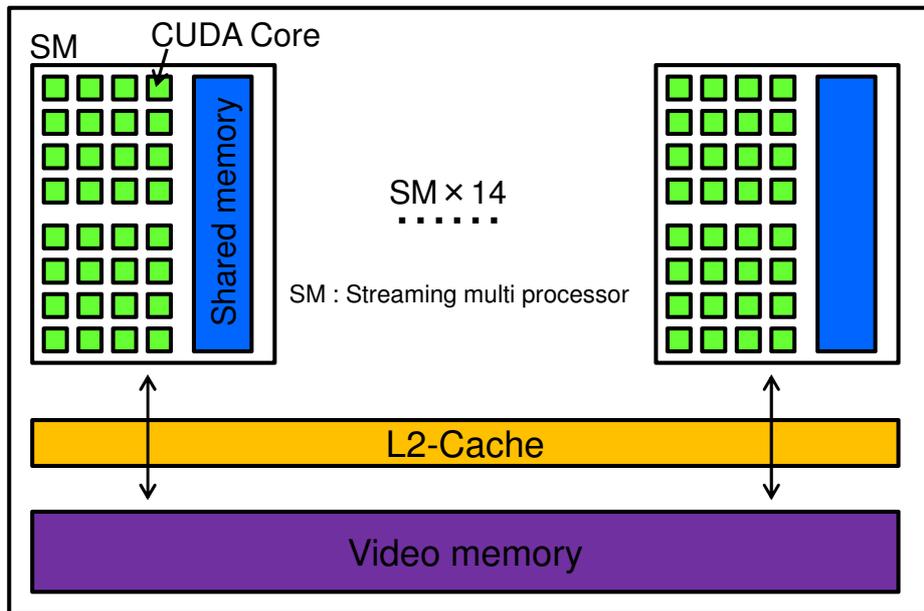


図 3.3. Block diagram of NVIDIA GPU architecture.

3.3.4 CUDA による並列処理

GPU を使用して演算を行う場合，GPU 単独で行うことは出来ず，CPU から GPU へ計算指示を出すという形をとる．CPU 側で走らせるコードを「ホストコード」，GPU 側で処理されるコードを「デバイスコード」という．デバイスコードは「カーネル関数」と呼ばれる GPU 専用の関数の集まりである．カーネル関数は CUDA コアが実行するスレッドの処理を記述したものであり，SM 内で同じ処理が並列に実行される．

ホストコード内でカーネル関数が呼ばれ，GPU 内で実行される．ホストコードは GPU 側のビデオメモリの内容を直接参照することは出来ず，デバイスコードも CPU 側のメモリ内容を直接参照することは出来ない．代わりに両者の間でメモリ内容を転送する関数が用意されている．最初にホストコードは CPU 側のメモリ内容を GPU 側に転送し，カーネル関数をコールする．カーネル関数が処理を行った結果はビデオメモリ内に書き込まれ，ホストコードから必要に応じて CPU 側のメモリへ結果を転送する．

GPU での演算は，基本的に多数の CUDA コアで並列に処理を走らせることによって高速化

を実現するが、GPU の特性を理解した上でなければ、その能力を有効に活用することは困難である。CPU を用いて並列計算を行う場合、通常は演算コア 1 つにつき割り当てるスレッドは 1 つであるが、GPU は 1 つの CUDA コアに対して数個から数 10 個のスレッドを割り当てる。CPU の場合、1 つのコアに複数のスレッドを割り当てると、スレッド切り替えのオーバーヘッドが問題となるが、GPU ではスレッド切り替えによるオーバーヘッドはほとんどない。これにより、1 つのスレッドがメモリにアクセスしようとして待ち状態にあるときに、他のスレッドに切り替えて処理を続行することでメモリアクセス遅延を隠蔽することが可能となる。その他にも、次のようなことに注意してコードを作成する必要がある（詳細は文献 [10] 参照）。

- スレッドは 32 個がウォープと呼ばれる 1 つの単位となって管理されることに注意する必要がある。
- 共有メモリアクセスする際にはバンク・コンフリクトに注意しなければならない。
- ビデオメモリにアクセスする際にはコアレス (coalesce) なアクセスが必要である。

このように、GPGPU では、CPU を使用したプログラミングとは異なり、ハードウェアを強く意識したコード作成が要求される。

GPU の使用方法として、計算の主要部分はホストコードで記述し、処理時間のかかるループ部分をカーネル関数で記述して高速化する、所謂アクセラレータとしての使い方が考えられる。CUDA を使用してコードを書くには、高度なハードウェアの知識が必要となるが、最近では OpenMP ライクなディレクティブをループの前後に付けるだけでデバイスコードが自動的に生成されるコンパイラもリリースされている。この使用方法では、既存のコードをほとんど変更することなく処理を加速できるため、手持ちのコードを有効に活用できるというメリットがある。しかし、GPU の性能を高いレベルで発揮させるためには、GPU のハードウェアを意識したチューニングが必須となる。

本研究では、GPU の性能をフルに引き出すことを目的として、処理のほぼ全てをデバイスコードで書いた。

3.3.5 GPU コードの演算性能測定

XD1 で開発したコードを CUDA を使用して GPU 用に書き直し、その速度を XD1 と比較した。比較したのは 1 次元のデトネーションを含む圧縮性流体コードである。比較した結果、Tesla C2050 は XD1 1 コアの約 42 倍の速度を示した。単純計算で考えると、これは XD1 12 コアの 3.5 倍の速度になり、Tesla C2050 1 枚で TS1 と同等以上の性能を示したことになる。

流れの計算では、注目するセルの時間発展を計算するためには、周囲のセルの情報が必要となる。本研究では、流れ場の計算セル 1 つに、1 つのスレッドを割り当てる方法を採用した。GPU は隣接するスレッドが隣接するメモリ情報にアクセスするときにメモリ転送効率を上げることができるため、隣り合うセルの情報がメモリ上でも互いに隣接していれば高い計算速度を得ることが可能である。構造格子であれば 2 次元の構造を持った配列をメモリに確保することになるため、例えばセルの横方向並びにメモリが連続していれば、横方向の流束計算は高速に行うことが可能である。しかし縦方向の並びにはメモリは連続していないため、縦方向の流束を求めるためには、2 次元配列を事前に転置する等の工夫が必要となる。転置処理そのものもある時間を要するため、バランスを考える必要がある。

それに対して化学反応の数値計算における時間発展は、注目するセルの情報のみで解くことが可能であり、メモリの連続性を考慮する必要がない。化学反応を含む計算は、GPU に適した計算ということができる。

本研究では、GPU を使用して、安価に高速な数値解析環境を得ることを衝撃波問題における解析の最適化手法の一つと位置付け、第 5 章において、GPU を使用した応用研究テーマについて述べている。

3.4 まとめ

本章では、本研究で数値解析に使用する CPU ベース、及び GPU ベースの並列計算機システムを構築し、その性能評価を行った。その結果、筆者の所属する研究室で保有するスーパーコンピュータ (CRAY XD1) を凌ぐ計算性能を発揮することを確認した。

第 4 章

弱い衝撃波の分子振動による緩和効果に関する数値解析

4.1 研究背景

超音速で飛行する航空機の機体近傍で形成された衝撃波は、大気中を伝播する過程で減衰を受けて弱い衝撃波となり、地上ではソニックブームと呼ばれる爆音となって観測される。地上で観測された圧力値の変化履歴を記録すると、アルファベットの N の形をした波形になることから、ソニックブームは N 波とも呼ばれる。機体近傍の強い衝撃波の波面は非常に薄く、気体分子の平均自由行程の数倍程度であり、事実上不連続面と見なして良いが、大気中を伝播する過程で、その厚みは緩和効果によって増加し、有限の値を持つようになる。衝撃波面の厚みの評価には、大気圧から N 波のピーク圧力に達するまでの「立ち上がり時間」がよく用いられるが、ソニックブームの立ち上がり時間を実際に測定すると、粘性・熱伝導による作用から予測される値よりも数桁のオーダーで大きな値になることが知られている [11]。この原因の一つとして、大気中の窒素及び酸素の分子振動励起による緩和効果の影響が提唱され、Bassら [12] や Hodgson [13] による研究が報告されている。衝撃波面の立ち上がり時間・ピーク圧力は、人が耳で聞いて感じる不快さの程度に大きく影響するとされており、次世代の静粛型超音速機の研究開発が活発化する近年、弱い衝撃波の減衰を正確に予測することの重要性が増し

てきている。

気体中を伝播する波動を記述する際，線形波の重ねあわせとして取り扱う場合と，非線形効果を含めた気体力学的な流動現象として取り扱う二つの場合が考えられる．前者は主に音響理論で用いられ，後者は衝撃波を含む非線形の波を取り扱うことが可能である．音響理論では，本質的に非線形効果を含む現象を取り扱うことは出来ないが，Bass ら [12] や Hodgson [13] は，音響理論の中で近似的に非線形効果を考慮し，ソニックブームの大気中での伝播を解析した．一方，Honma ら [14] は，物理的保存則を基礎とした衝撃波理論を使用して，弱い衝撃波の大気中での伝播を解析した．本手法は，気体の非線形効果を正確に評価することが可能であるが，波動が伝播する広い空間と衝撃波を解像する微小な計算格子を用意する必要があり，計算効率の面で問題を生じる．

衝撃波理論から見た弱い衝撃波は，音響理論から見ると「強い音波（有限振幅音波）」であり，上記のように，音響理論と衝撃波理論での二つのアプローチによる解析が行われるのは自然なことである．加えて，この両理論による解析結果を比較し，その差異を検討することは，音響理論，衝撃波理論双方の有用性や問題点を明らかにする上で重要である．本章は，著者が音響理論，衝撃波理論双方を用いて同じ条件で発生させた弱い衝撃波の伝播過程を詳細に調べた研究 [15–21] をまとめたものである．

本研究では，TNT 1 kg の爆発を N 波の発生源として数値的に模擬し，分子振動緩和効果を考慮した減衰について，衝撃波理論，音響理論の両面から詳細に調べることを目的とする．酸素・窒素分子が減衰にどの程度寄与するのかを別々に調べ，減衰効果の違いを明らかにする．

また，衝撃波理論による解法と，音響理論による解法の数値計算にかかるコストを比較し，弱い衝撃波を解析する際の最適化方法について論じる．

4.2 ランダム・チョイス法による数値計算

4.2.1 基礎方程式

数値計算には，Honma らの手法 [14] を用いる．球対称・一次元のオイラー方程式に，粘性熱伝導及び酸素・窒素分子の振動緩和効果を追加した式を用いる．粘性係数 μ 及び熱伝導係数

λ は一定とし, 分子振動に対しては調和振動を仮定すると, 基礎方程式は以下のように書ける.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial r} - \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \mathbf{C} + 2(\mathbf{H}_I + \mathbf{H}_V) - \mathbf{H}_R = 0 \quad (4.1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \\ \rho \sigma_O \\ \rho \sigma_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (E + p)u \\ \rho u \sigma_O \\ \rho u \sigma_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\mu u \\ \lambda T + \mu u^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_I = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ (E + p)u \\ \rho u \sigma_O \\ \rho u \sigma_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_V = \frac{1}{r^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 2\mu u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho \frac{(\sigma_O)_e - \sigma_O}{\tau_O} \\ \rho \frac{(\sigma_N)_e - \sigma_N}{\tau_N} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$E = \rho \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right) \quad (4.3)$$

$$e = \frac{5}{2} RT + \sigma_O + \sigma_N \quad (4.4)$$

$$p = \rho RT \quad (4.5)$$

$$\sigma_S = \varepsilon_S R \theta_S / [\exp(\theta_S / T_{VS}) - 1] \quad (4.6)$$

$$(\sigma_S)_e = \varepsilon_S R \theta_S / [\exp(\theta_S / T) - 1] \quad (4.7)$$

ここで, ρ : 密度, u : 速度, p : 圧力, T : 温度, E : 全エネルギー, e : 内部エネルギー, R : 気体定数, σ_S : S 分子の振動エネルギー [$S = O$ (酸素), N (窒素)], $(\sigma_S)_e$: S 分子の平衡振動エネルギー, T_{VS} : S 分子の振動温度, ε_S : S 分子の空気 1 モルに対するモル比 ($\varepsilon_O = 0.209$, $\varepsilon_N = 0.781$), θ_S : S 分子に対する振動特性温度 ($\theta_O = 2,239.1$ K, $\theta_N = 3,350.0$ K), τ_S : S 分子の振動緩和時間. ここで振動緩和時間は, Bass ら [22] による次の式を用いる.

$$\tau_O = \frac{1}{2\pi} \frac{p_0}{p_1} \left(24 + 4.4 \times 10^4 h \frac{0.05 + h}{0.391 + h} \right)^{-1} \quad (4.8a)$$

$$\tau_N = \frac{1}{2\pi} \frac{p_0}{p_1} \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \cdot \left\{ 9 + 350h \exp \left[-6.142 \left(\sqrt[3]{\frac{T_0}{T_1}} - 1 \right) \right] \right\}^{-1} \quad (4.8b)$$

ここで, p_1 : 大気圧力, T_1 : 大気温度, h : 大気絶対湿度, $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$, $T_0 = 273.15 \text{ K}$ である.

4.2.2 数値スキーム

まずオイラー方程式をランダム・チョイス法 (Random Choice Method: RCM) [23] によって解き, 球面形状効果及び各種緩和効果による拡散項を追加して演算子分割法で順次解いていく. 演算子分割法では, 時間積分に四次のルンゲ・クッタ法を用いた.

RCM は, Glimm [23] が双曲型非線形保存則系の解の存在を証明する過程で導入したもので, Chorin [24] が Euler 方程式を数値的に解く手法に適用した. さらに Colella [25,26] によって理論的基盤が固められ, スキームの有用性と適用範囲の制限などが整理された. RCM はゴドノフ法と共通した解法を持つ. どちらのスキームも, セルの界面でリーマン問題を解き, 得られた局所解を使用して次の時間ステップの状態量を計算する. ゴドノフ法では, リーマン局所解の積分平均を利用するのに対して, RCM では, リーマン局所解からランダムに選択した状態量を採用する. RCM は一次精度のスキームであるが, 数値粘性が無いという特筆すべき性質を持つ. この性質により, 衝撃波面や接触不連続面などを, 数値粘性に影響されることなく不連続面として保つことが可能となる. RCM は, この特性を生かしつつ, 浅水方程式への適用 [27] や, 化学反応を伴う流れの解析 [24,28–32] など, 様々な数値解析的研究に用いられている.

本研究で模擬するブラスト波は, 爆発中心近傍でのピーク圧力が 10^8 Pa のオーダーであるのに対して, 5,000 m 離れた地点では数 Pa 程度と, 扱う圧力幅が非常に大きい. 加えて分子振動緩和は非常に微小な効果であるため, 高次精度のスキームであっても, 長距離を伝播する過程で数値粘性が波面の立ち上がり時間を増大させ, 無視できない誤差となって計算結果に影響を及ぼす恐れがある. 上述したように, RCM は数値粘性の影響を受けないため, 本研究において非常に有効なスキームであると判断し, 採用した.

4.2.3 計算条件

爆発中心の初期条件として、球形の TNT 1 kg が時刻ゼロですべて反応生成物に変化した状態を仮定する。TNT の密度 $1.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ から、球体の半径 $5.30 \times 10^{-2} \text{ m}$ を得る。時刻ゼロの反応生成物も同じく $1.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする。次に TNT の反応生成物が標準状態 (101.3 kPa, 298.15 K) で占める体積が 0.73 m^3 である事と、理想気体の状態方程式に従うとすることにより、気体定数 248 J/kg/K を得る。そこで、爆発の初期状態について、温度を 2,000 K と仮定し、先に述べた密度と気体定数を用いると、状態方程式より初期圧力 $7.94 \times 10^8 \text{ Pa}$ を得る。大気 (爆発中心の外部領域) は標準状態とし、反応生成物及び大気の比熱比は、共に $\gamma = 1.4$ と仮定した。また、分子振動緩和効果は湿度にも影響を受けるため、本研究では相対湿度 10, 30, 50, 70, 90% の条件で解析を行った。

4.2.4 計算手法

数値解析には XD1 の 4 CPU を使用した。理論性能は約 20 GFlops である。計算領域は一次元 500 m で、片方の端を爆発中心に、もう片方の端を 500 m の遠方へ置く。球対称計算を行っているため、衝撃波の強さは遠方へ行くほど形状効果によって弱くなる。計算格子幅は 1 mm である。

初期条件から計算を始め、衝撃波面が 500 m 地点へ達した際に計算領域を外側へスライドさせ、伝播を継続させる。この手法を繰り返すことにより衝撃波を遠方まで伝播させる。爆発中心から 5,000 m まで伝播させるのに要した計算時間は約 8 時間であった。

4.2.5 伝播・減衰過程

本研究では、減衰過程の調査に主眼を置くため、爆発中心近傍はオイラー方程式のみを解き、500 m の位置で得られた圧力履歴を初期波形とした。以降、次のケースにおける各種減衰効果を考慮した計算を 5,000 m 位置まで行った。

(A) オイラー方程式のみの解

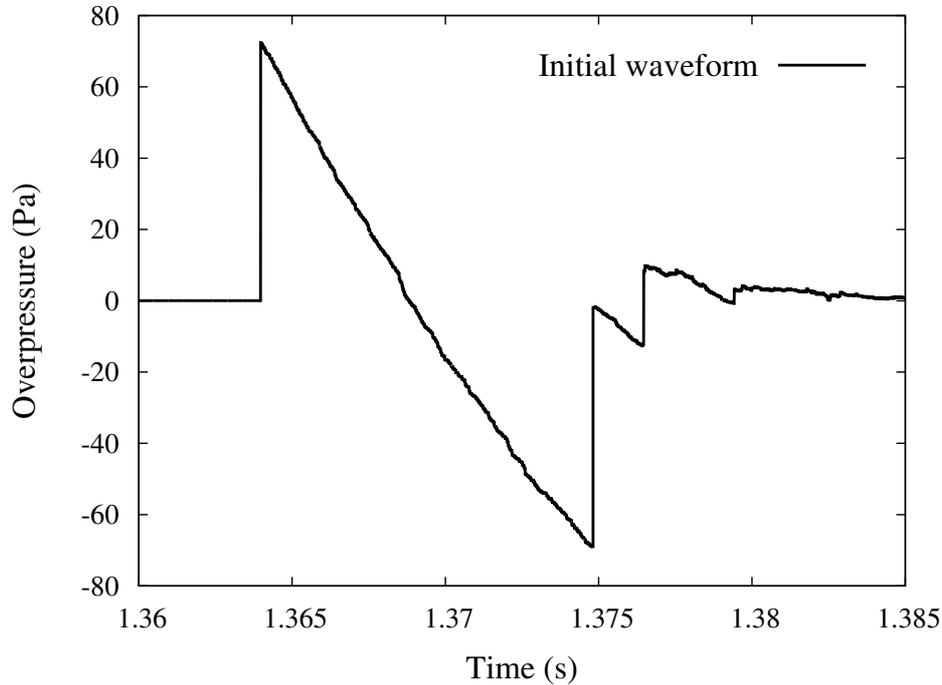


図 4.1. The initial waveform at 500 m from explosion: Euler solution

- (B) 粘性熱伝導による緩和効果を考慮した解
- (C) O₂ 分子の振動緩和効果を考慮した解
- (D) N₂ 分子の振動緩和効果を考慮した解
- (E) (A)–(D) すべてを考慮した解

図 4.1 に、500 m 位置での初期波形を示す．横軸は時間，縦軸は大気圧からの差圧を表す．

4.2.6 計算結果

図 4.2(a) に、ケース (A) と (E) について、相対湿度条件 10% において 5,000 m 位置でサンプリングした圧力履歴を示す．ケース (A) は、球面形状効果によって図 4.1 の初期波形からピーク圧力が大幅に減衰していることが確認できる．ケース (E) は、各種緩和効果によって更に減衰を受けていることが分かる．また図 4.2(b) に、図 4.2(a) の正圧部分を拡大し、ケース (B), (C) 及び (D) を重ねて表示した圧力履歴を示す．正圧部の最大圧力を「ピーク圧力」、ピーク圧力が 10% から 90% までを変化するのに要する時間をもって「立ち上がり時間」を定義す

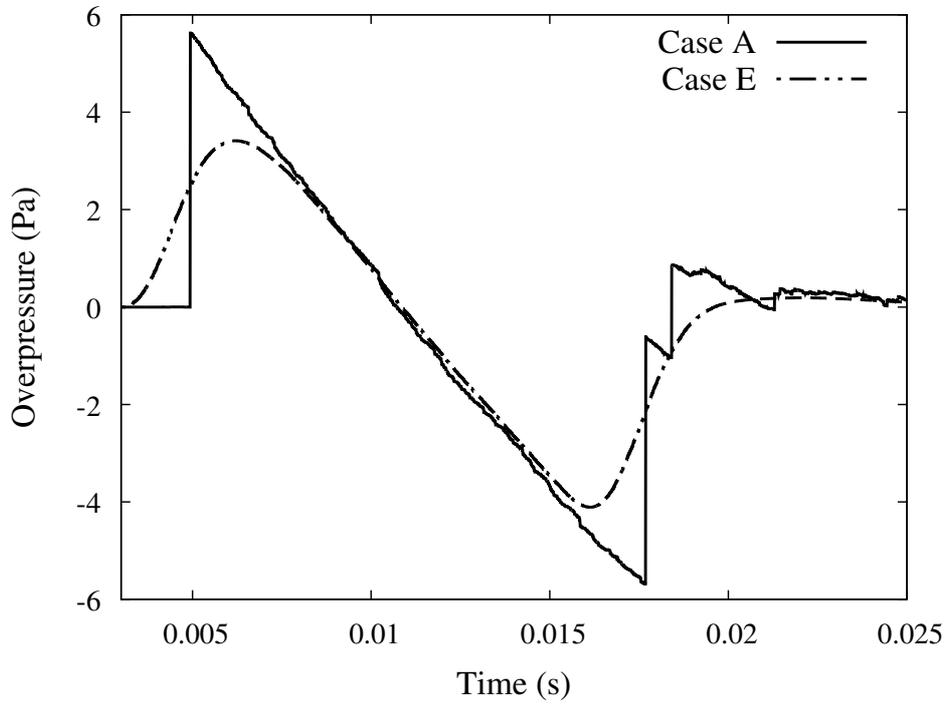
る．ケース毎に 5,000 m 位置に N 波が到達する時刻が異なるため，比較しやすいように波形を重ね合わせ，各波形の先頭時間を 0 に固定している．図 4.2 より，分子振動緩和効果によって明確な減衰が起こっていること，またその減衰の主要因は酸素分子の振動緩和効果であることが分かる．窒素分子は N 波のピーク圧力を少し減衰させる効果を持っているが，立ち上がり時間の増大にはほとんど寄与していない．

図 4.3 は，相対湿度 90 % の条件において 5,000 m 位置でサンプリングを行った圧力履歴を示している．このケースでは相対湿度 10 % のケースと異なり，ピーク圧力を減衰させる主要因は窒素分子の振動緩和効果であることが分かる．しかし立ち上がり時間について，窒素分子による緩和効果がほとんど現れていないのは，相対湿度 10 % の場合と同じである．

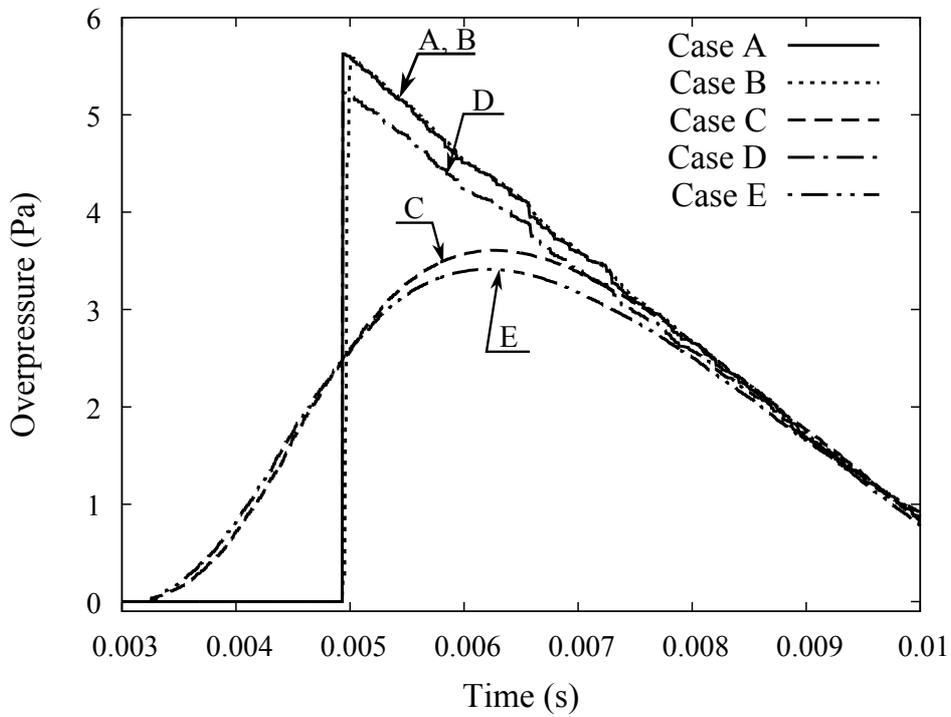
図 4.4 に，ケース (C)，(D)，(E) における相対湿度とピーク圧力の関係を示す．各データはスプライン曲線で補間されている．相対湿度が増加するに従って，酸素分子による減衰への寄与が減少し，窒素分子による減衰への寄与が増加していることが分かる．これら二つの緩和効果が同時に作用することで，トータルの減衰量（ケース (E)）は相対湿度 30 % 以上ではほぼ一定となった．

図 4.5 に，相対湿度に対する窒素分子と酸素分子の振動緩和時間 τ_N, τ_O を示す．振動緩和時間は，式 (4.8) で $T_1 = T_0, p_1 = p_0$ として計算を行った． τ_N, τ_O 共に，相対湿度の増加の増加に従って減少することが分かるが，全ての相対湿度で τ_O は τ_N に比べて非常に小さいことが分かる．爆発中心から 5,000 m 地点における酸素と窒素分子の凍結流温度 (frozen flow temperature) 及び振動温度の大気温度からの変動を図 4.6 に示す．横軸の時間は図 4.2(b) や図 4.3 の横軸と同じである．相対湿度が 10 % の場合（図 4.6(a)），窒素分子の緩和効果は波面の立ち上がり時間に比べて大幅に遅れて作用するため，波面減衰への寄与が小さくなることが分かる．逆に酸素分子の振動緩和効果は，立ち上がり時間と比較できる程度の遅れで作用するため，図 4.2(b) に示したように波面の減衰に寄与しやすくなる．

しかしながら，相対湿度が高くなると，酸素分子の緩和効果は波面の立ち上がり時間と比較して十分短い時間で作用するようになり，波面減衰への寄与は小さくなる．図 4.6(b)（相対湿度 90 %）では，凍結流温度と酸素分子の振動温度はほぼ一致しており，図 4.3 に示したように酸素による減衰への寄与が少ない結果となる．一方，相対湿度が高くなると窒素分子の緩和時



(a) The whole N-wave profile in cases A and E are plotted.



(b) A closeup to the positive phase of Fig. 4.2(a). The attenuation effects of case C and D are also plotted.

図 4.2. Overpressure histories at 5,000 m and 10% relative humidity.

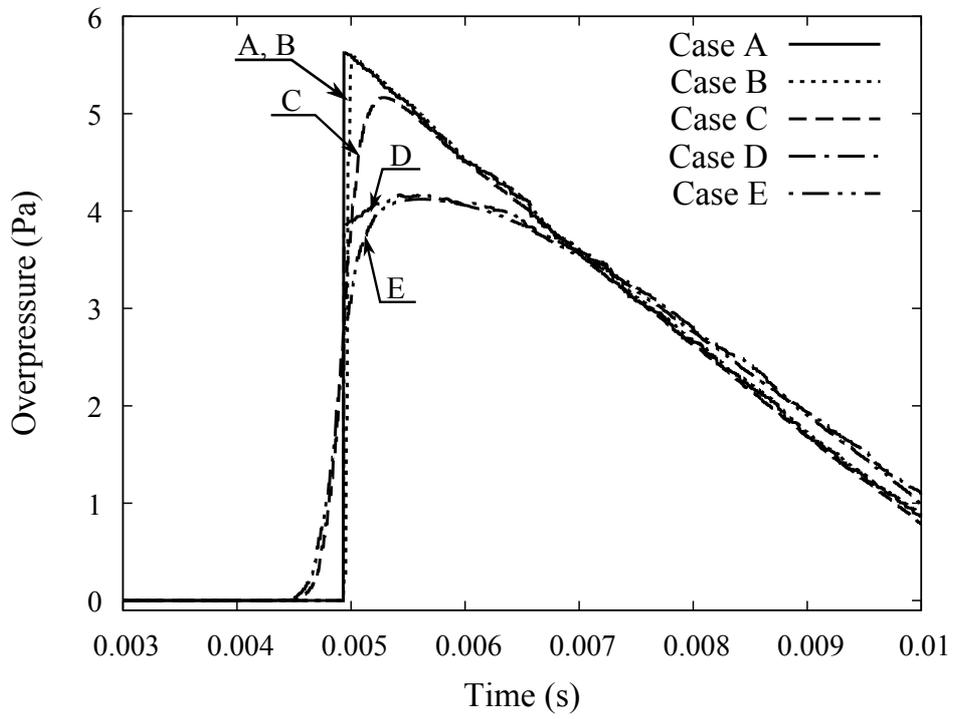


図 4.3. Overpressure histories at 5,000 m and 90 % relative humidity.

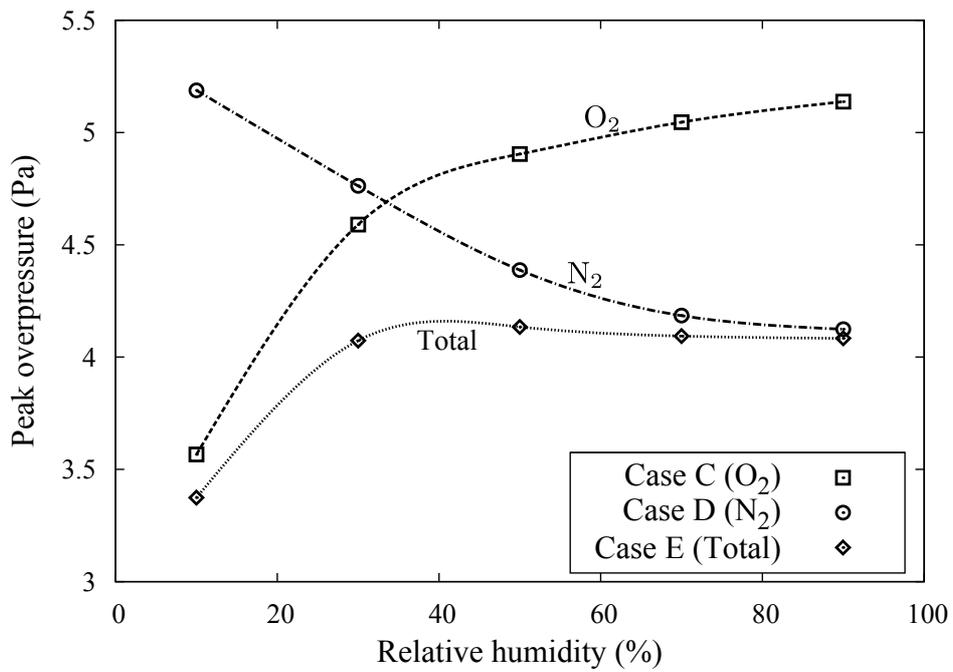


図 4.4. Peak overpressure against relative humidity at 5,000 m.

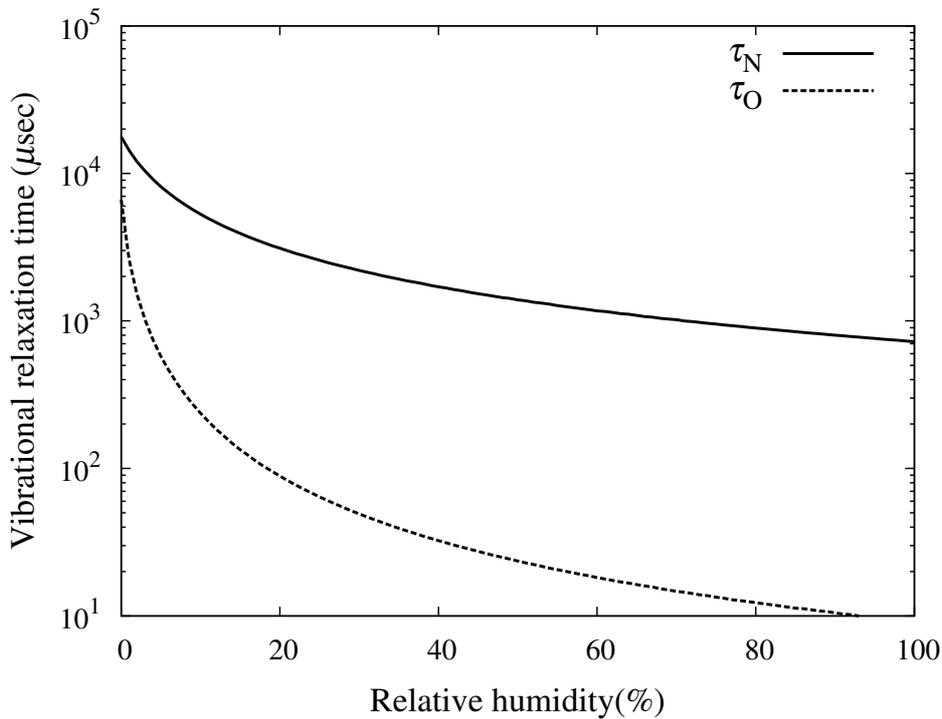
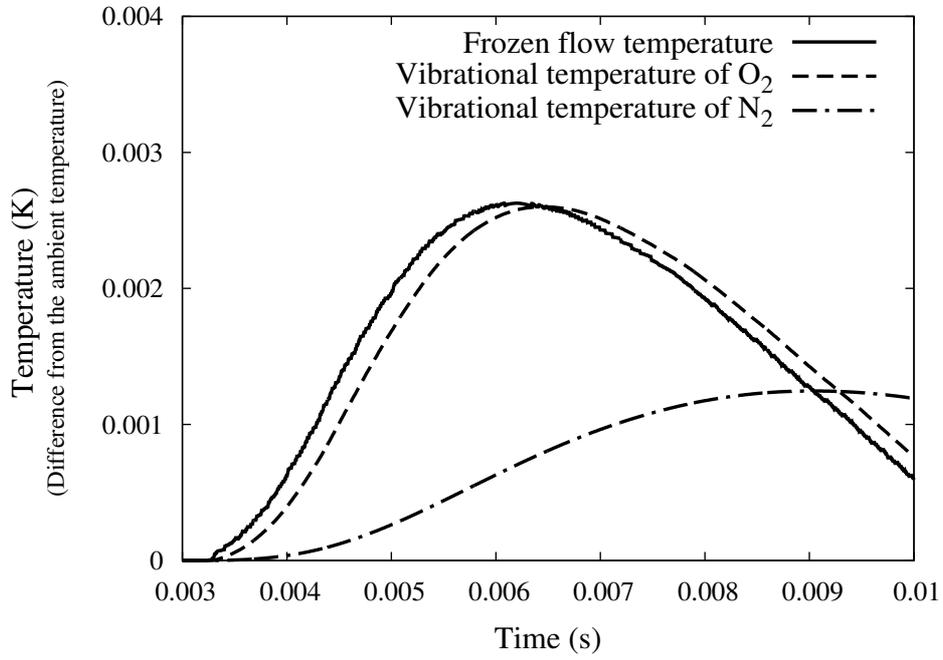


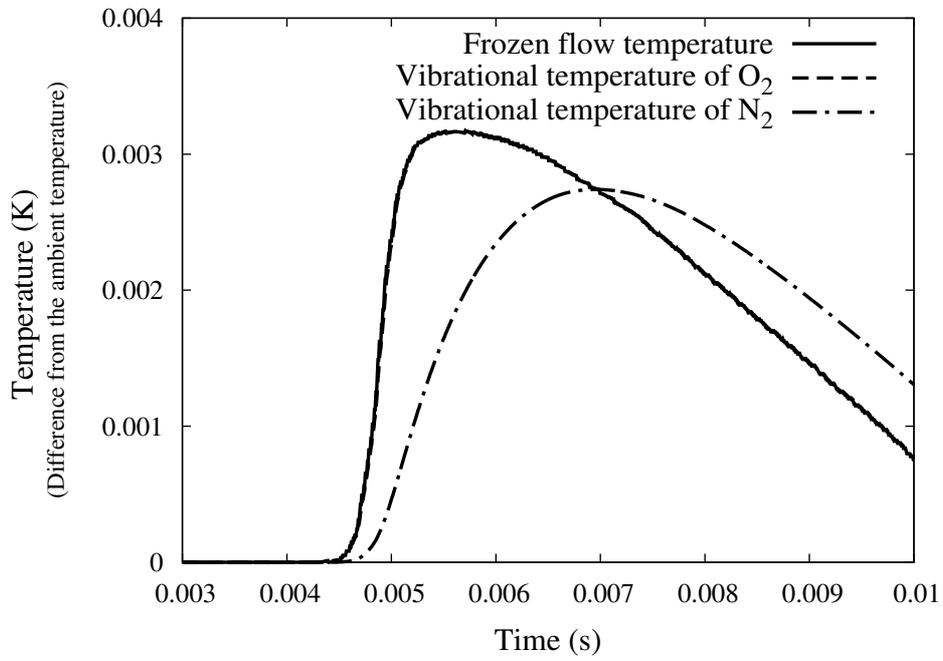
図 4.5. The vibrational relaxation times of N_2 and O_2 .

間は波面の立ち上がりに影響を及ぼすのに十分なまでに小さくなり，湿度 90% の条件では酸素を上回る減衰効果を示している。

以上のように，気体分子の種類や相対湿度によって N 波の減衰への寄与の様子が大きく異なる結果が得られた。上記の議論によって，これらの現象が気体分子の振動緩和時間や，波面近傍での分子振動温度を考えることによってある程度理解が可能であることを示した。しかし，相対湿度 10% の場合と 90% の場合とでは，立ち上がり時間への影響に差が出ていることが見て取れる。ピーク圧力の減衰は相対湿度が増加することによって酸素と窒素分子の寄与が逆転していることが分かるが，立ち上がり時間については，相対湿度が増加しても窒素の寄与は大きくなり，湿度 90% のときの立ち上がり時間への影響は非常に小さく，かつその影響のほとんどは酸素分子によるものである。これまでの議論ではこの立ち上がり時間への影響について説明することが困難である。



(a) 10 % relative humidity.



(b) 90 % relative humidity.

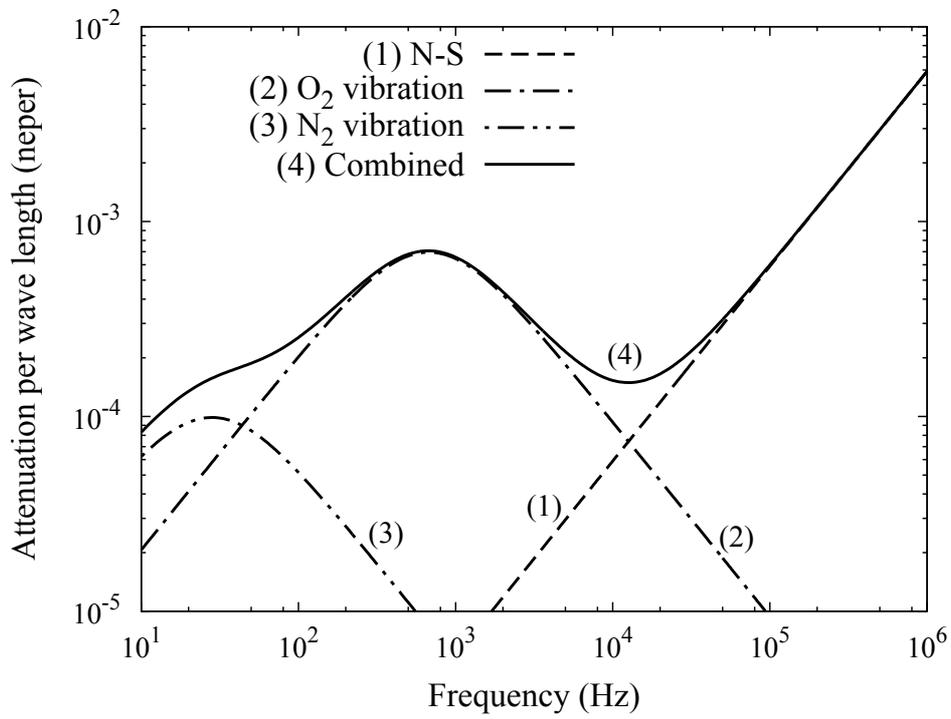
☒ 4.6. Frozen flow and vibrational temperatures at 5,000 m.

4.3 周波数解析

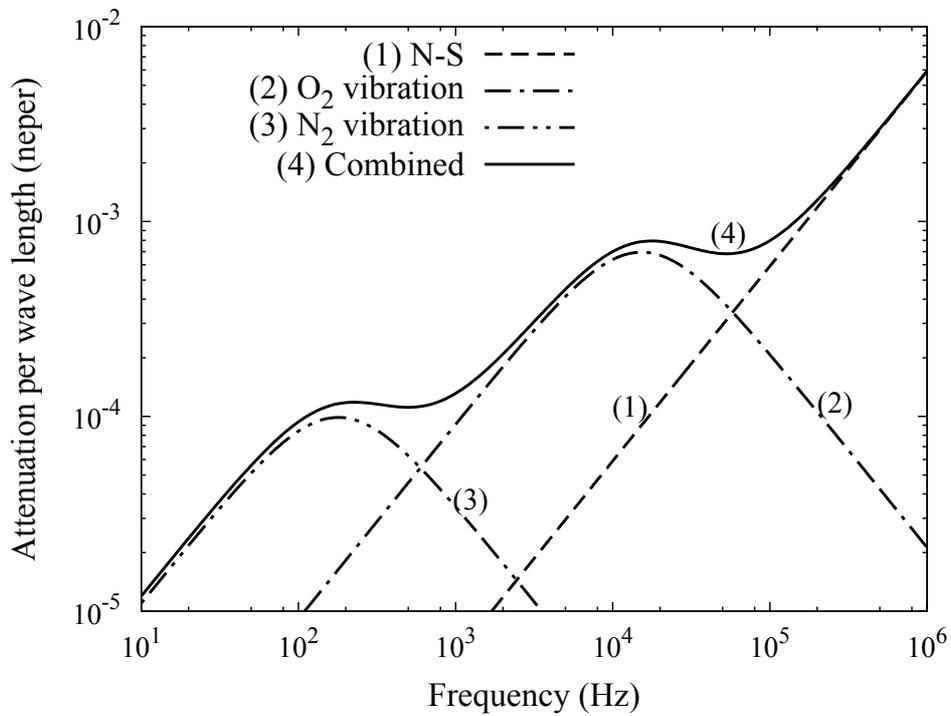
前節までで、分子振動による緩和効果から弱い衝撃波の波面が受ける影響について、物理的保存則に基礎を置く数値計算手法によって解析を行った。数値スキームとして数値粘性に影響を受けない手法であるランダムチョイス法 (RCM) を使用し、粘性および実在気体の分子振動緩和効果を考慮に入れ、それぞれの効果が波面に与える影響について独立に調査を行った。その結果、窒素や酸素分子による振動緩和の影響が湿度によって変化し、波面の立ち上がり時間やピーク圧力に影響を与えることが明らかとなった。相対湿度の変化によって窒素や酸素の影響が変化する様子を明らかにしたが、立ち上がり時間への影響が変化していく原因については明らかにされなかった。本節では、上記の結果を説明するために、音響学的な立場から解析を行い、RCM で得られた結果との比較を行うとともに、各種緩和効果が衝撃波面に与える影響について周波数領域で明らかにする。

4.3.1 振動緩和周波数

音響学の分野では、単一周波数音波の大気中での減衰率を、分子振動緩和効果も考慮した形で調べる研究が進められてきており、広い周波数帯域で減衰率が実験的に求められている [22]。図 4.7 に、横軸に周波数、縦軸に 1 波長当たりの減衰率をとったグラフを示す。4 つの曲線はそれぞれ (1) 粘性熱伝導による緩和効果、(2) O_2 の振動緩和効果、(3) N_2 の振動緩和効果、(4) 全緩和効果の和、である。図 4.7(a) は相対湿度 10%、図 4.7(b) は相対湿度 90% での減衰率を示している。この図から、それぞれの緩和効果が減衰に寄与する固有の周波数帯域を持っておりいることが分かる。この中で窒素と酸素の減衰曲線は、湿度の増加と共に高周波側へ平行移動する。N 波を多数の異なる周波数を持った正弦波の重ね合わせと考え、個々の正弦波にこの減衰率を適用することによって、減衰後の N 波の波形を予測できる。



(a) 10 % relative humidity.



(b) 90 % relative humidity.

⊗ 4.7. Attenuation for pure tone sound waves with different relative humidities.

4.3.2 有限振幅音波の非線形効果

本研究で扱う圧力波は，衝撃波としては非常に弱く，分子振動緩和等によって先頭波面の圧力勾配は継続的に減少していく．しかし音波としては非常に強いため，有限振幅音波の非線形性による波形歪み効果も同時に現れ，波面の圧力勾配を常に急峻にしようとする効果として働いている．衝撃波の形成や減衰は両効果の重ね合わせで考えられ，本研究においても，減衰効果だけではなく，波形歪み効果も考慮して計算を行う．

4.3.3 計算方法

4.2.5 節同様，オイラー方程式を解いて得られた，爆発中心から 500 m 離れた地点の波形を初期値として用いる．この初期波形は，等間隔の時間でサンプリングされたデータで構成されているものとする．計算は文献 [33] に従って次の手順で行う．この手法は，「弱い衝撃波においては，有限振幅音波の歪み効果と減衰効果は，十分短い計算ステップ内ではそれぞれ独立に働くと考えてよい」という前提を持つ．まず衝撃波の伝播を小さな時間ステップに分け，波形の歪み効果と減衰効果を別々に作用させる処理を繰り返しながら時間を進めていく．

(a) 圧力波形の負の最大勾配 $(dp/dt)_{\max}$ より，衝撃波形成距離 d_{shock} を次の式より求める．

$$d_{\text{shock}} = \rho_0 c^3 / \beta (dp/dt)_{\max} \quad (4.9)$$

ここで ρ_0 は大気密度， c は大気中の音速， $\beta = (\gamma + 1)/2$ は非線形係数である．

(b) 計算ステップ距離 d_{step} を次の式より求める．

$$d_{\text{step}} = 0.15 d_{\text{shock}} \quad (4.10)$$

(c) 有限振幅音波の歪み効果を加える． i 番目の圧力値 $p_i = p(t_i)$ のサンプリング時間 t_i に次の式を適用して t'_i に変換し， i 番目の圧力値を t'_i に対応させる．

$$t'_i = t_i + \beta p(t_i) d_{\text{step}} / \rho_0 c^3 \quad (4.11)$$

これにより，圧力値 p_i そのものは変化しないが， $p_i = p(t'_i)$ となるため，すべての t につ

いてこの変換を行うと波形全体が歪められる．これによって有限振幅音波の歪み効果が表され， d_{step} 進んだ後の波形が求められる．

(d) (c) の処理によって，データのサンプリング間隔が不均一になる．次に行う FFT 演算では，データが等間隔に並んでいなければならないため，サンプリング時間が等間隔になるように，線形補間によって再度圧力をサンプリングする．

(e) FFT 演算をかけ，圧力波形を時間領域から周波数領域に変換する．

(f) 各周波数成分の振幅 $A(f_i)$ に，球面形状効果，各種緩和効果による減衰を適用し， $A'(f_i)$ を次の式より求める．

$$A'(f_i) = A(f_i) \frac{D}{D + d_{\text{step}}} \exp(-\alpha(f_i)d_{\text{step}}) \quad (4.12)$$

ここで D はここまでの d_{step} を積算した総伝播距離， α は図 4.7 に示した減衰率である．

(g) 逆 FFT 演算をかけ，時間領域波形に戻す．

(h) 総伝播距離が目的の値になるまで (a)–(g) の手順を繰り返す．

圧力履歴のサンプリング周波数は 575.6 KHz，FFT のサンプリング数は 16384 ($= 2^{14}$) とした．

4.3.4 計算手法

周波数解析に使用した計算機は，民生用 PC で，CPU は Core2 Duo，使用コア数は 1，理論性能は約 10 GFlops である．N 波の前後数メートルを計算領域とし，解析を行った．5,000 m 伝播の計算に必要な時間は約 2 分であった．

4.3.5 計算結果

図 4.8 に，RCM の結果と周波数解析の結果を比較した圧力履歴とスペクトル分布を示す．

(1)–(6) の示す曲線はそれぞれ次の通り．(1) は RCM でオイラー方程式のみを解いて得られた波形．(4) はそのスペクトル分布．(2) は RCM で O_2 の振動緩和効果を考慮して得られた波形．(5) は 4.3.3 節 (f) の手順で得られたスペクトル分布，(3) はその逆 FFT 演算によって得られた減衰後の波形．(6) は図 4.7 で示した O_2 の振動緩和による減衰率である．図 4.9 に， N_2

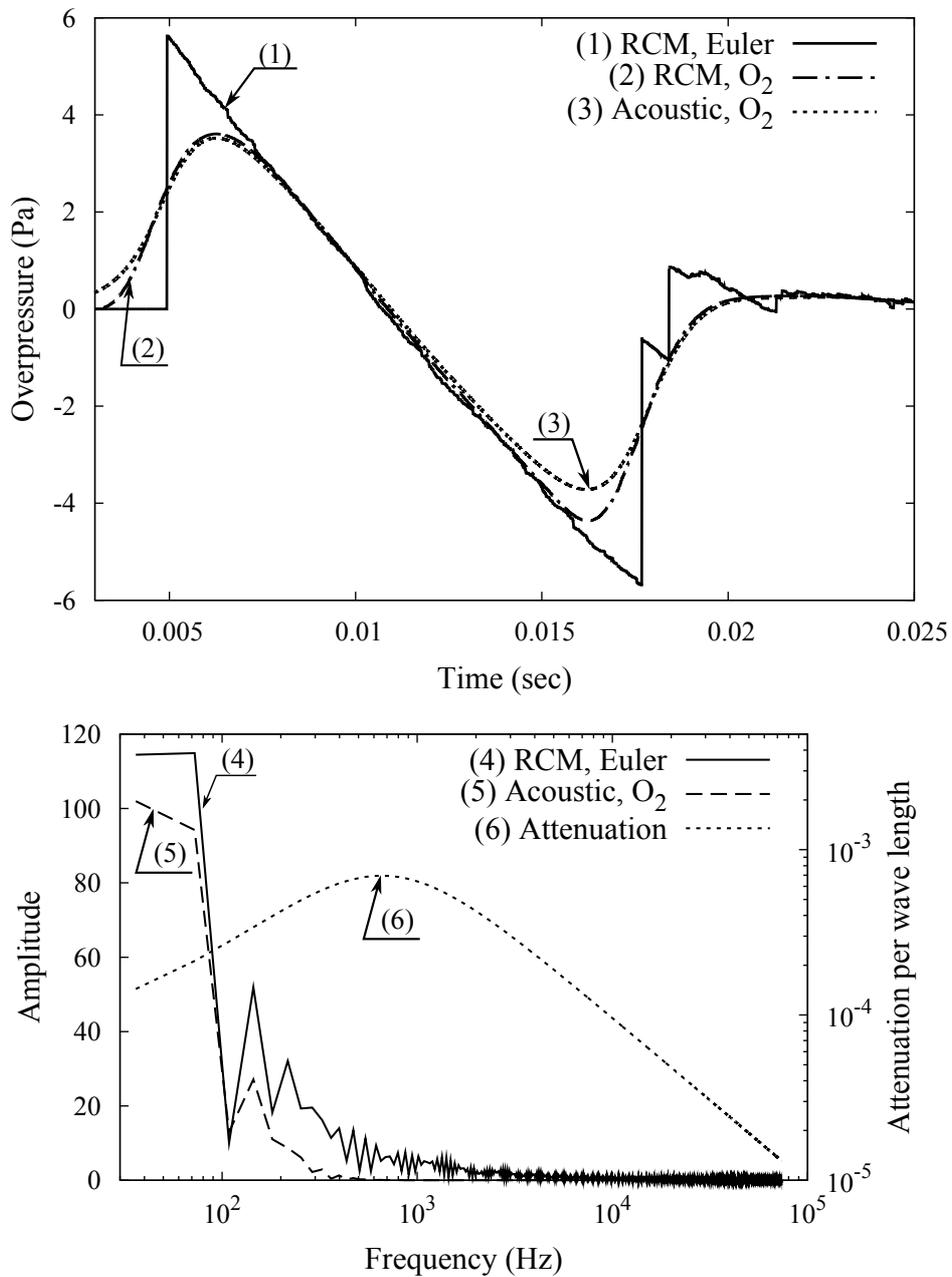


図 4.8. Attenuation effects of O₂ vibrational relaxation

の振動緩和効果を考慮して同様に解析を行った結果を示す。また図 4.10 に、粘性熱伝導による緩和効果，O₂ 振動緩和効果，N₂ 振動緩和効果すべてを考慮して解析を行った結果を示す。

図 4.8–4.10 より，4.2.6 節で得られた結果と周波数解析の手法で得られた結果は良い一致を示していることが分かる。これにより，周波数解析の立場から考察を加えることによって分子振動緩和効果の特徴を説明することができる。

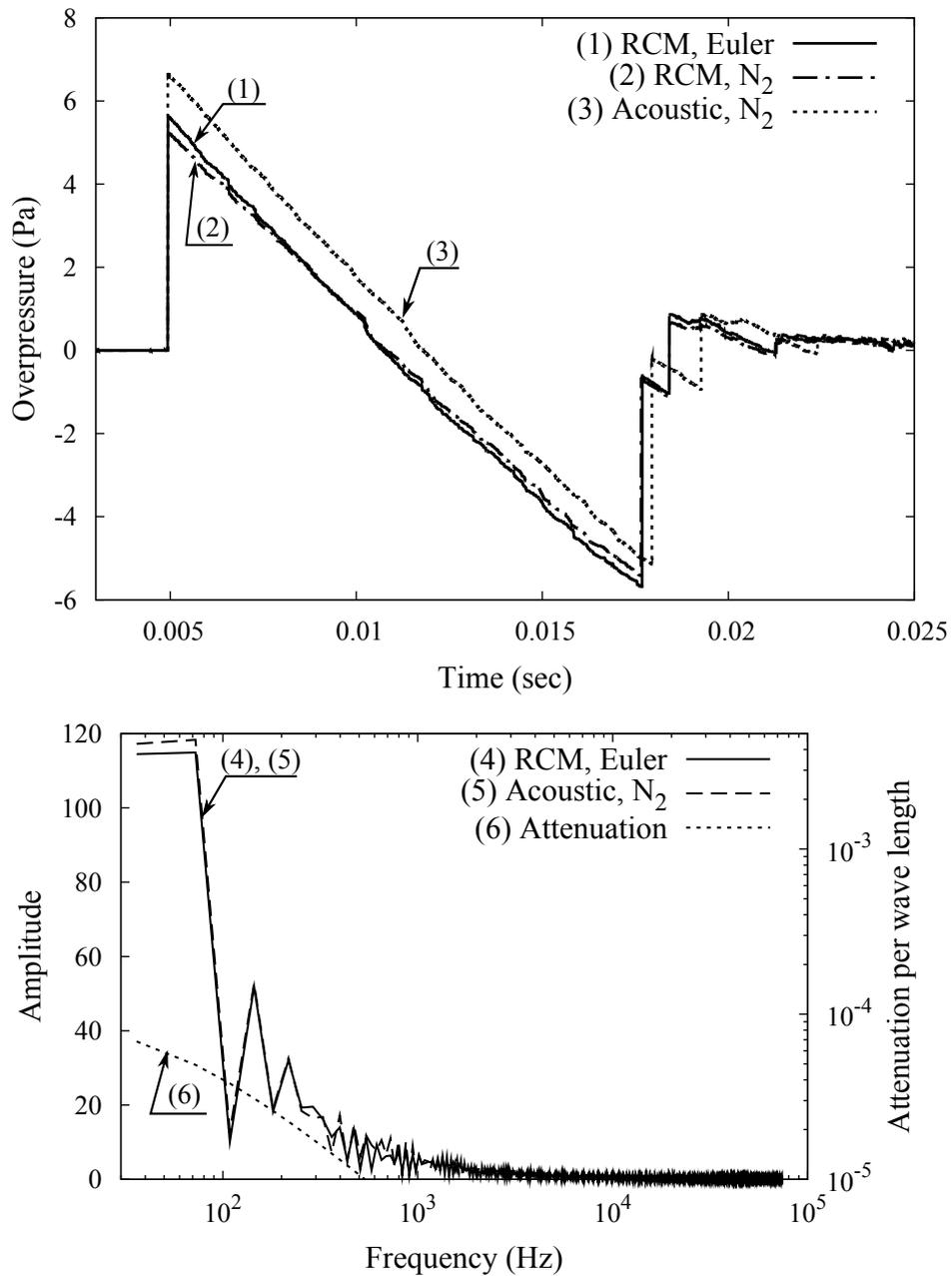


図 4.9. Attenuation effects of N₂ vibrational relaxation

4.4 考察

4.4.1 O₂ の分子振動緩和効果

本研究で模擬した N 波は、先頭衝撃波から後方の衝撃波までの時間を基本周期とすると、その周波数は 60 Hz 程度である。分子振動緩和効果によって N 波の基本周波数近傍の低周波数

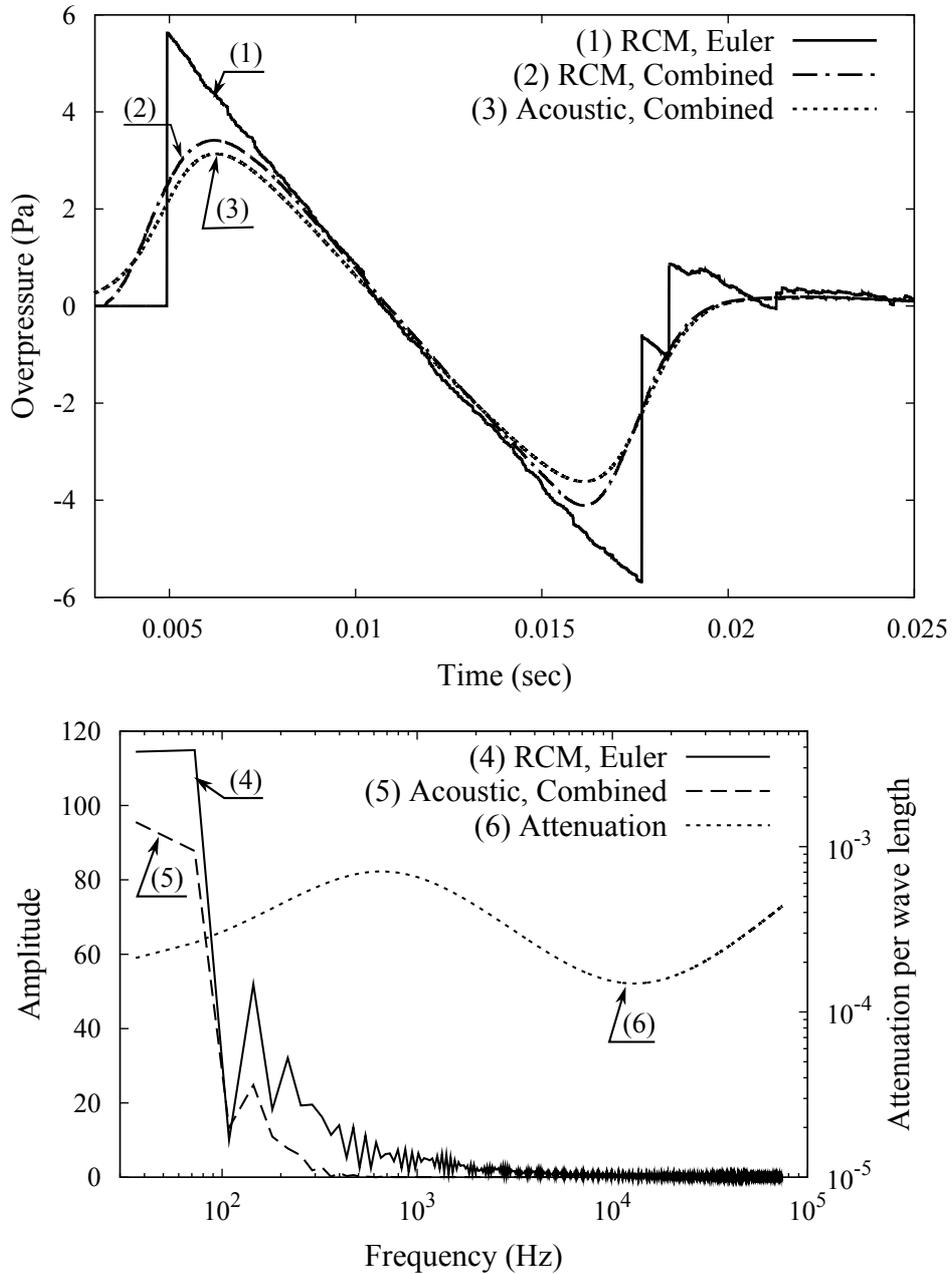


図 4.10. Total attenuation effects

帯域が減衰を受けると、ピーク圧力を減少させる効果となって現れ、高い周波数帯域が減衰を受けると、衝撃波面などの不連続箇所が平滑化され、立ち上がり時間を増加させる効果となって現れる。図 4.8 より、 O_2 の振動緩和によって圧力履歴が全体的に滑らかな曲線となるのは、 O_2 による減衰が、広い周波数帯域で起こるため、ピーク圧力の減少と立ち上がり時間の増加が同時に起こるためであることが分かる。

4.4.2 N₂ の分子振動緩和効果

図 4.9 で、周波数解析によって得られた圧力履歴 (3) と RCM でオイラー方程式を解いた結果の圧力履歴 (1) を比較すると、(3) の方が (1) よりもピーク圧力が大きくなってしまっている。これは、4.3.3 節で示した計算手法が、計算精度を保つためには衝撃波の立ち上がり部分に少なくとも 10 点程度のサンプリングポイントを必要とするという制限を持つこと [33] に起因していると考えられる。RCM には数値粘性が無いため、初期波形とした 500 m 地点の圧力履歴においては、衝撃波面の立ち上がりは一回のサンプリング分で完了する。O₂ の振動緩和では、当初不連続であった衝撃波面は O₂ の振動緩和効果によって短時間で平滑化され、立ち上がり部分に十分な数のサンプリングポイントを確保できるようになるが、N₂ の振動緩和の場合、衝撃波面が平滑化されないため、立ち上がり部分に十分な数のサンプリングポイントが確保されず、計算結果に影響を与えているものと考えられる。

このように N₂ の振動緩和については、二つの計算手法に十分良い一致が得られているとは言いが、図 4.9 の周波数解析結果より、RCM において、N₂ による振動緩和では減衰がほとんど起こらない原因を説明することができる。減衰率を示すデータ (6) を見ると、N₂ の振動緩和効果は、数十から数百 Hz の低い周波数帯域でのみ減衰効果を持つが、同じ帯域での O₂ の減衰率と比べても非常に低い減衰効果しか持たない。そのため、N 波の基本周波数付近の成分のみが減衰を受け、ピーク圧力が減少するが、高周波成分は減衰を受けないため、不連続面は平滑化されず、立ち上がり時間を増加させる効果は持たないということが分かる。

4.4.3 トータルの緩和効果

図 4.10 より、すべての緩和効果を考慮した解析では、低周波数帯から高周波数帯まで均等に減衰を受けるため、全体的に滑らかな圧力履歴になっていることが分かる。図 4.11 は、5 つの相対湿度で周波数解析を行い、窒素、酸素及びトータルの緩和効果によるピーク圧力を示したものである。図 4.4 に示した RCM での解析結果とよく一致する結果を得た。

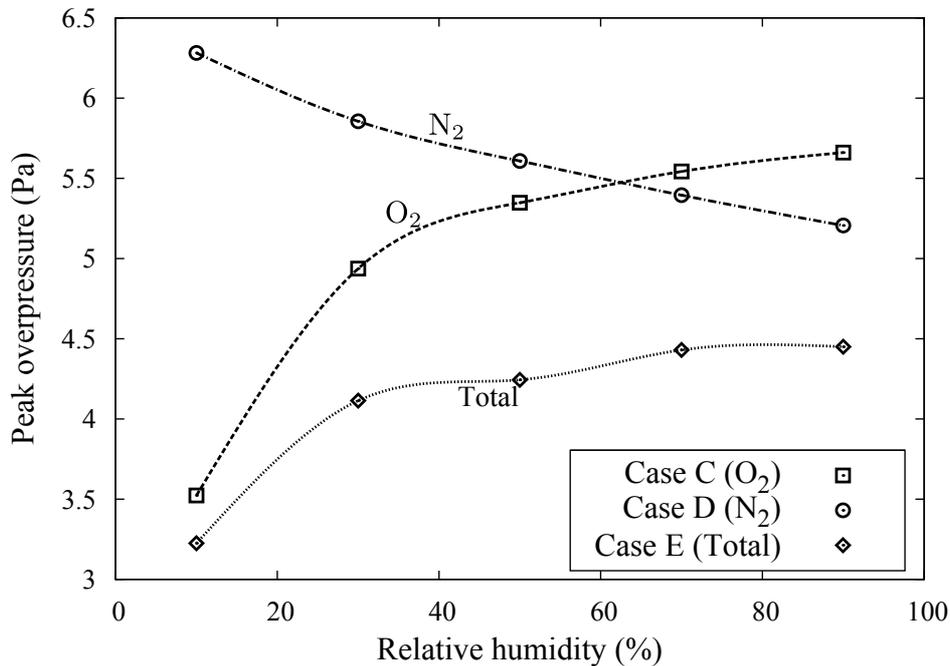


図 4.11. Peak overpressure against relative humidity at 5,000 m

4.4.4 周波数解析の有効性と応用

以上のように、分子振動緩和による N 波の減衰を、周波数解析的に求めることによって、分子種によって異なる減衰の特徴を容易に捉えられることを示した。本研究で模擬した N 波の基本周波数は 60 Hz 程度、波長は 5–6 m であり、この規模の N 波では N₂ の振動緩和効果による減衰は非常に小さい。実験室スケールの波長の短い N 波では、N₂ の効果はほとんど無視できるレベルになることが予想される。しかし、逆に長い波長の N 波では N₂ の振動緩和効果は無視できなくなることが予想され、大型の航空機を発生源とするソニックブームの減衰を調べる上では、N₂ の分子振動緩和効果を考慮する必要があるが出てくる。

更に、大気湿度によって減衰特性は変化するが、ある湿度に対する図 4.7 の減衰率曲線は容易に得ることができるため、異なる湿度での N 波の減衰も調べることができる。N 波が高空から地上へ伝播する際に、連続的に変化する大気状態を考慮に入れて N 波の減衰を模擬するという応用も考えられる。

周波数解析の手法は、RCM と比べて計算コストが低いというメリットもある。ただし、強

い衝撃波の減衰を正確に模擬するためには、衝撃波面を解像できる十分細かいサンプリングが必要になり、計算コストが上がるため、注意を要する。

4.2.4 節と 4.3.4 節で述べたように、RCM と周波数解析それぞれの計算手法において、計算に要する時間は周波数解析の方が RCM に比較して圧倒的に短く、CPU 性能を考慮すると、その計算コストは数百分の一程度になる。周波数解析の結果が RCM の解析結果とよく一致していることを考慮すると、音響学的解法の有効性は非常に高いといえることができる。

4.5 結論

TNT 1 kg の爆発によって生じる N 波を数値的に模擬し、分子振動緩和効果による減衰について、ランダム・チョイス法 (RCM) による解法と周波数解析的な解法で調べ、両者の比較を行った。その結果、両者に良い一致が見られた。

次に、RCM で得られた結果からは捉えにくかった分子種による減衰効果の違いを、周波数解析の手法を用いて説明した。

最後に N 波の減衰を予測する上での周波数解析的手法の有効性を示し、その応用と注意点についても考察を行った。

第 5 章

半球容器内での衝撃波爆縮の数値解析

5.1 研究背景

1960 年代, Glass [34] は衝撃波を収束させて極めて高温・高圧の環境を瞬間的に実現するショック・インプロージョンチャンバー (UTIAS Implosion Chamber) を設計・製作し, 様々な研究分野で実験に使用した. 装置概略図を図 5.1 に示す. この装置は, 半径 100 mm の鋼鉄製の半球状の容器 (インプロージョンチャンバー) と, その底面中央部に設置された起爆部から構成され, 起爆・収束は図 5.1 の 1~3 に示される過程を経る. チャンバー内に当量比 1 の酸水素を充填し, エクスプロードィングワイヤーによって起爆すると, 爆発的な燃焼と共に容器内を球状に伝播する衝撃波が形成される. この球状衝撃波面は燃焼波面と共に進行する爆轟波 (デトネーション) となって伝播する. このデトネーション波が容器内壁に反射した後中心部へ収束することによって, 容器底面中央部に極めて高温・高圧の領域が生成される.

UTIAS インプロージョンチャンバーは最初にバリスティックレンジのドライバーに応用され, 0.37 g のポリエチレン製プロジェタイルを最高 5 km/s で射出する性能を示した [35–38]. また直径 1.0 インチの衝撃波管の駆動部としても使用され, 最大 18 km/s の非常に強い平面衝撃波を発生させた. この衝撃波管を使用した実験により, 空気中の強い衝撃波背後に発生する

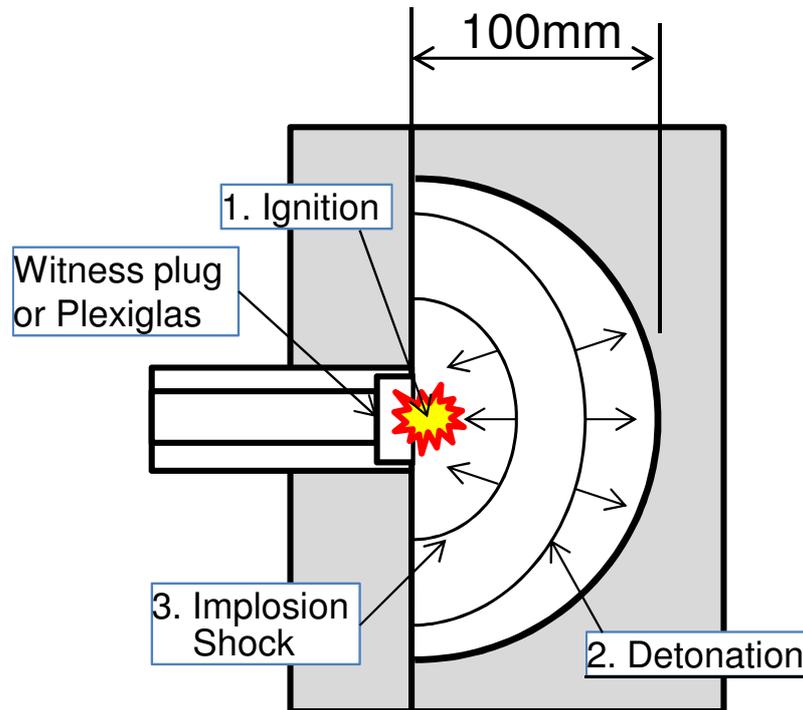


図 5.1. Schematic diagram of implosion chamber.

放射緩和に関する重要な研究成果が得られた [39, 40] . インプロージョンチャンバーはさらに、炭素粉末からダイヤモンドを合成する実験に使用された . カートリッジに充填された純炭素粉末をチャンバーの焦点に設置し、収縮衝撃波による高温高圧環境に曝すことにより、炭素粉末の 3 ~ 5 % から直径 10 μm 程度のダイヤモンドが合成されたことが確認された [41] .

UTIAS インプロージョンチャンバーの特性を調べる実験的研究として、焦点に Witness plug と呼ばれる鉄または銅の板を置き、収縮衝撃波の衝突痕の深さや範囲などから収束の程度やピーク圧力の推定が行われた . 例として、図 5.2 に衝突痕を有する Witness plug の写真を示す . さらに焦点に Plexiglas の窓を配置し、衝撃波収縮時に発生する放射光を分光光学系を使って測定し、温度が調べられた [1] .

インプロージョンチャンバーにおいて効率よく高温・高圧環境を得るためには、チャンバー内壁で反射した収縮衝撃波が収束点付近で安定的に球状を保ち、理想的な一点で収束する必要がある . 収縮衝撃波の収束の度合いを「収束安定性」という言葉を使って表すと、この収束安定性が高ほど、高い性能のインプロージョンチャンバーが実現できることになる . 収縮衝撃波

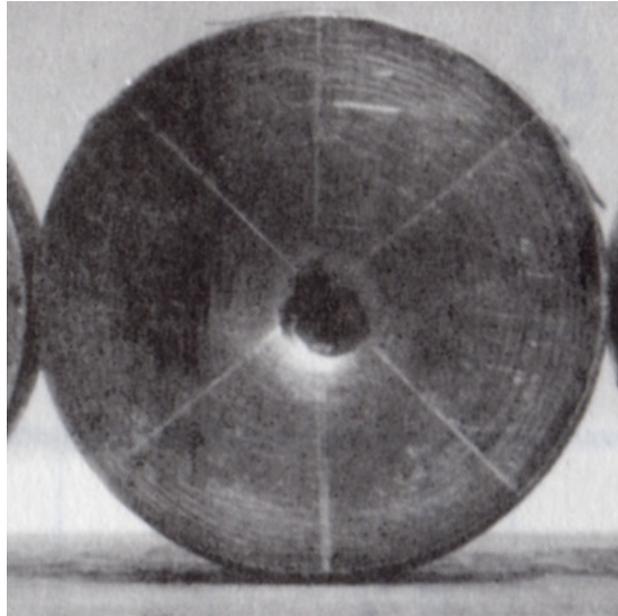


図 5.2. Picture of witness plug [1].

の安定性については，Perry and Kantrowitz [42] によって最初に論じられて以来，衝撃波やデトネーションの収束について多くの実験的研究が行われている [1, 43–46]．収縮衝撃波に対する解析的研究も多数行われており，Guderley [47] や Stanyukovich [48] によって行われた衝撃波の収束フェーズにおける解析が行われた．しかしこれらの研究は自己相似性を前提とした解析であったため，非常に強い衝撃波のみを対象とするものであり，更に特性長さを持たない解析であることから，解析の実用性としては限定的なものとなる．続いて，有限の衝撃波強さと特性長さを考慮した非自己相似的解析が行われ [49–51]，理想的な収縮が起こった時の爆縮中心の状態を得る有用な手段となった．

実際の収縮衝撃波背後は，このような理想的な状態とは大きく異なる状態となることが考えられる．衝撃波が収束点に近づくとつれて，衝撃波面背後の熱力学的状態量は実在気体効果に強く影響を受けるようになる．例えば衝撃波背後の熱放射による中心部の加熱を考慮する必要が生じる．

これらの解析的研究は収縮衝撃波が完全な球形を保っていることを前提としているが，収束衝撃波の安定性を実験的に調べる実験も行われている [52, 53]．観測の結果，衝撃波が収束に至るプロセスの大部分では，衝撃波はほぼ対称性を保っていることが分かったが，極めて高

温・高圧状態が発生する収束の最終段階での安定性を示す明確なデータは取得されなかった。

UTIAS インプロージョンチャンバーのような半球形の容器内での爆縮の場合，容器の底面で発生する境界層が，収束安定性に影響を与える可能性が考えられる．また，デトネーション後流に発生する非一様な流れ場が，収縮衝撃波の形を乱し，収束安定性に影響を与える可能性も考えられる．これらは，現象を多次元で扱うことで初めて議論可能な要因であるが，これまでの数値解析的研究は，Saito and Glass [1] による一次元球対称計算が行われているのみで，多次元的な数値解析的研究は行われていない．

本章は，UTIAS インプロージョンチャンバーと同じスケールで2次元軸対称計算を行い，デトネーション交流の非一様な流れ場，及び容器底面に発生する境界層が衝撃波の収束安定性にどの程度影響するのかを評価することを目的として行われた，著者らの研究 [54–57] のまとめである．

さらに本研究では，解析の最適化手法の一つとして数値計算にGPGPUを使用し，TS1(第3章参照)との速度比較を行い，その有用性を論じている．

5.2 数値解析法

本研究では，半球形容器内での衝撃波の発生から収束までの一連のプロセスを数値計算によって模擬した．これらのプロセスには，酸水素を充填した半球容器中心部での起爆，デトネーションの生成と伝播，半球容器内壁での衝撃波反射，容器中心部での衝撃波収束が含まれる．実際のインプロージョンチャンバーでは，収束後も再び球状衝撃波が発生し，反射・収束の過程を繰り返すが，本研究では最初の衝撃波収束についての安定性に注目し，デトネーション後流や容器底面に発達した境界層の影響について解析を行った．

5.2.1 基礎方程式と数値スキーム

基礎方程式として，2次元軸対称圧縮性 Navier-Stokes 方程式を使用した．質量・運動量・エネルギーの保存式は以下のように書き表される [58]．

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}_x + \mathbf{G}_r + \mathbf{H} = \mathbf{F}_x^v + \mathbf{G}_r^v + \mathbf{H}^v, \quad (5.1)$$

\mathbf{U} は質量・運動量・トータルエネルギーの保存量ベクトル, \mathbf{F} と \mathbf{G} は対応する流束ベクトル, \mathbf{H} は軸対称流れによる形状効果を表す生成項である. 添字 t は時間による偏微分を, 添字 x, r はそれぞれ軸方向, 径方向への空間偏微分を表す. \mathbf{F}^v および \mathbf{G}^v はそれぞれ粘性と熱伝導による流束を表し, \mathbf{H}^v は軸対称形状効果を表す. それぞれのベクトル要素は次のように表される.

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E + p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ v(E + p) \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

$$\mathbf{F}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ \tau_{xx}u - \tau_{xr}v - kT_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xr} \\ \tau_{rr} \\ \tau_{xr}u - \tau_{rr}v - kT_r \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

$$\mathbf{H}^v = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xr} - \frac{2r}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu v}{r} \right) \\ \tau_{rrp} - \tau_{\theta\theta} - \frac{2\mu v}{3r} - \frac{2r}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu v}{r} \right) \\ u\tau_{xr} + v\tau_{rrp} - kT_r - \frac{2\mu v^2}{3r} - r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2\mu v^2}{3r} \right) - r \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2\mu uv}{3r} \right) \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

ここで ρ, p, u, v, k, T はそれぞれ, 密度, 圧力, 軸方向速度, 径方向速度, 熱伝導率, 温度を表す.

本研究では、簡略化された化学反応モデルとして、Korobeinikov et al. [59] による 2 段階反応モデルを採用した。2 段階反応モデルでは、化学反応を誘起段階と発熱段階の 2 段階の反応と見なす。それぞれの反応の進行度を、パラメータ α と β で表す。未反応の場合は α, β 共に 1 で、反応がすべて進行すると α, β 共に 0 となる。

それぞれのパラメータの進行過程を、反応気体中を衝撃波が通過したと仮定して説明する。衝撃波が通過することにより気体の温度が上昇し、最初に誘起反応進行パラメータ α が減少する。 $\alpha = 0$ となった時に誘起反応が終了したことを意味し、発熱反応へ移行する。発熱反応の進行とともに β が減少する。モデル中には逆反応も含まれており、最終的に β はある値 β_{eq} へ収束し、これが平衡状態へ達したことを意味する。2 段階反応モデルは、

$$\begin{cases} (\rho\alpha)_t + (\rho u\alpha)_x + (\rho v\alpha)_y = \rho\omega_\alpha, \\ (\rho\beta)_t + (\rho u\beta)_x + (\rho v\beta)_y = \rho\omega_\beta \end{cases} \quad (5.6)$$

のように表され、 ω_α と ω_β は

$$\omega_\alpha \equiv \frac{d\alpha}{dt} = -k_1\rho \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right), \quad (5.7)$$

$$\omega_\beta \equiv \frac{d\beta}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha > 0 \\ -k_2\rho^2 \left[\beta^2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right) - (1-\beta)^2 \exp\left(-\frac{E_2+Q}{RT}\right) \right] & \text{if } \alpha \leq 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

と表される。ここで誘起反応と発熱反応それぞれについて、 k_1, k_2 は頻度因子、 E_1, E_2 は活性化エネルギーである。 R はガス定数を表す。単位体積当たりのトータルエネルギー E は、比内部エネルギー ε を用いて

$$E = \rho\varepsilon + \rho\beta Q + \rho\frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad (5.9)$$

と表される。ここで Q は発熱反応によって発生する最大の熱量である。化学反応に関するパラメータを表 1 に示す。

これらの式に加えて、熱的完全気体を仮定した状態方程式

$$\varepsilon = p/(\gamma - 1)\rho \quad (5.10)$$

表 5.1. Detonation parameters of gas mixture: $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 3.76\text{N}_2$

Parameter	Value	Normalized value
Q	2.330×10^6 J/kg	20.0
k_1	3.000×10^8 $\text{m}^3/\text{kg}/\text{s}$	115.9
k_2	4.185×10^{-5} $\text{m}^4/\text{N}^2/\text{s}$	0.08041
E_1	3.916×10^6 J/kg	33.62
E_2	7.952×10^5 J/kg	6.826

を用いる．ここで γ は比熱比であり， $\gamma = 1.4$ で一定とした．反応生成物に対しては γ はこれより小さな値になることが予想されるが，本研究で使用した数値解析コードが γ の変化に対応していないため， γ を一定として取り扱った．

流束ベクトルに含まれる粘性応力テンソルは，粘性係数 μ を使用して

$$\begin{aligned}
\tau_{xxp} &= \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial r} \right), \\
\tau_{rrp} &= \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \\
\tau_{xr} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\
\tau_{\theta\theta} &= \mu \left[-\frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{4v}{3r} \right]
\end{aligned} \tag{5.11}$$

のように表される [58]．粘性係数 μ は温度のみに依存すると仮定し，

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{273} \right)^{0.77} \tag{5.12}$$

に従うものとした [60]．ここで μ_0 は 273 K のときの粘性係数で，Chung et al. [61] より，本研究での混合気体に対しては $\mu_0 = 1.58 \times 10^{-5}$ Pa·s とした．

これらの式を解く際には，まず式 (5.1) の \mathbf{F}^v ， \mathbf{G}^v ， \mathbf{H} および \mathbf{H}^v の各項を無視した非粘性，同次，2次元平面波の方程式を考える．この式を Weighted average flux (WAF) 法 [62] を用いて解いた．数値流束の評価には，Harten-Lax-van Leer contact wave (HLLC) 近似リーマン解法を用いた．その後，無視した各項を Strang [63] の演算子分割法で順次取り入れて解を修正して

いく．演算子分割法の時間積分には4次のルンゲ・クッタ法を用いた．化学反応の時間スケールは，非反応流れの時間スケールに比べて非常に小さいため，反応を含む流れを陽的に解くためには反応の時間スケールに合わせた時間ステップで計算を行わなければならない，計算量が膨大になる．本研究では化学反応を非反応流れの時間ステップ内で陰的に解く Point-implicit 法を用いて解いた（第 2.2 節参照）．

5.2.2 初期条件及び境界条件

本研究で用いたインプロージョンチャンバーの動作モデルを図 5.3 に示す．初期状態では，チャンバー内は仮想的な隔膜で仕切られた高圧部と低圧部から成る．高圧部は容器底面中心部に半径 R_0 の半球形状で配置され，高圧部・低圧部共に可燃性混合気で満たされている．低圧部の圧力及び密度は p_1, ρ_1 ，高圧部の圧力及び密度は p_0, ρ_0 である（図 5.3a）．時刻 0 で隔膜が取り去られると，高圧部の気体が低圧部の気体を押し，中心部から外側へ向かって球状に広がる衝撃波が伝播する．同時に高圧部には容器中心部に向かって強い膨張波が伝播する．この膨張波の後端は，衝撃波によって圧縮を受けた部分に比べて非常に圧力が低い過膨張状態となる．そのため，この膨張波の後端には中心部へ収束する 2 次衝撃波が形成される．この 2 次衝撃波はチャンバーの中心部で収束・反射し，外側へ向かう衝撃波となる．チャンバー内の圧力は，先行衝撃波によって瞬時に上昇した後すぐに下降し，2 次衝撃波の通過で再び瞬時に上昇する．この圧力波形はアルファベットの N に似た形となる．この圧力波形は高圧部の半径 R_0 と圧力 p_0 に依存し， R_0 がゼロに近く p_0 が極めて高圧の場合，N 形の波形は形成されず，Taylor の解に近づく．図 5.3 には，2 次衝撃波を明確に示していない．このとき，容器底面上の先行衝撃波背後に境界層が発達し，2 次衝撃波と干渉する．その結果境界層剥離が生じ，剥離泡が形成される（図 5.3b）．

先行衝撃波は半球容器内壁で反射し，容器中心部へ伝播・収縮する衝撃波となる（図 5.3c）．理想的にはこの収縮衝撃波は容器中心部の一点に収束・反射し，極めて高温・高圧の状態を作り出す（図 5.3d）．しかしながら，上述したように，収縮衝撃波はデトネーション後流の影響や容器底面に発達した境界層の影響で対称性が崩れており，理想的な一点には収束しないと予

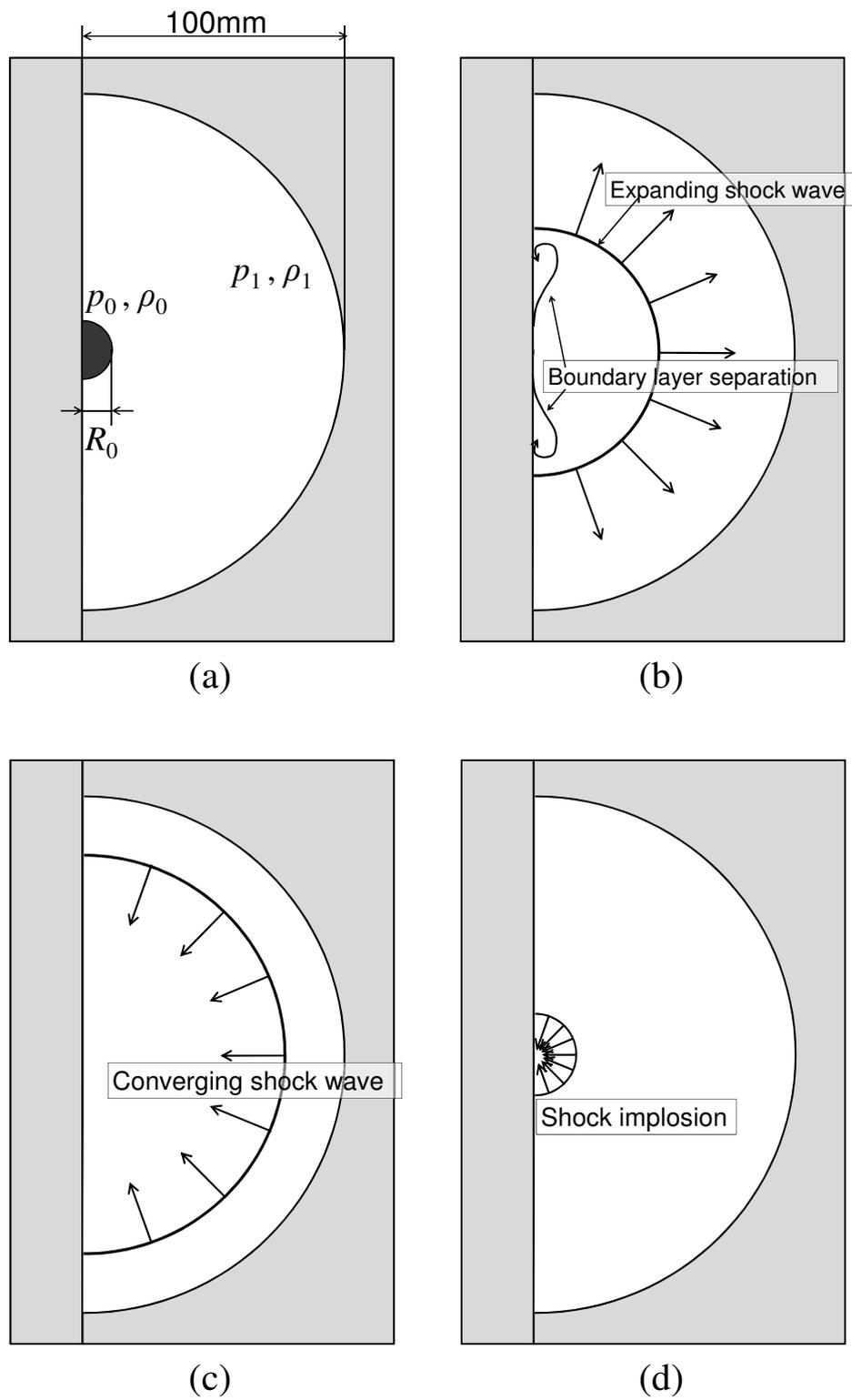


図 5.3. Simulation model of expansion and convergence of spherical shock wave.

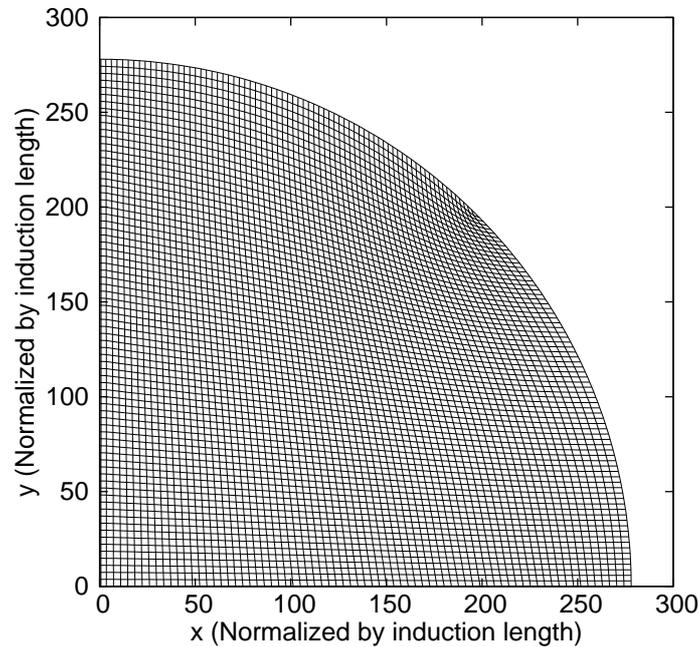


図 5.4. Numerical grids of hemispherical computational region.

測される．その後収縮衝撃波は中心部で再び反射し，内壁での反射・収束を何度か繰り返して最終的に平衡状態へ達する．

本研究では，半球容器の半径は UTIAS インプロージョンチャンバーと同じ 100 mm として解析を行った．低压部の初期充填圧力は $p_1 = 42.7$ kPa，充填温度は常温とした．これらの可燃性混合気のパラメータから計算されるデトネーションの CJ マッハ数は 4.8，反応誘導距離 L_i は 0.360 mm である．圧力，密度は低压部の初期状態 (p_1, ρ_1) で無次元化し，距離は L_i で無次元化した．高压部の初期条件はそれぞれ $R_0 = 20L_i$, $p_0 = 4,000p_1$, $\rho_0 = 150\rho_1$ とした．

UTIAS インプロージョンチャンバーでは，化学量混合比の酸水素を 14～70 気圧の非常に高い圧力で充填して実験を行った [1, 43] が，高圧力下では L_i が小さな値となる．デトネーションの計算は L_i に 10 点以上の格子点を配置する必要があるが， L_i が小さくなると格子点数が極端に増加してしまう．よってこのような高い初期圧力での解析は現在の計算リソースでは不可能であり，本研究では $2H_2 + O_2 + 3.76N_2$ の混合気，初期充填圧力 $p_1 = 42.7$ kPa とした．

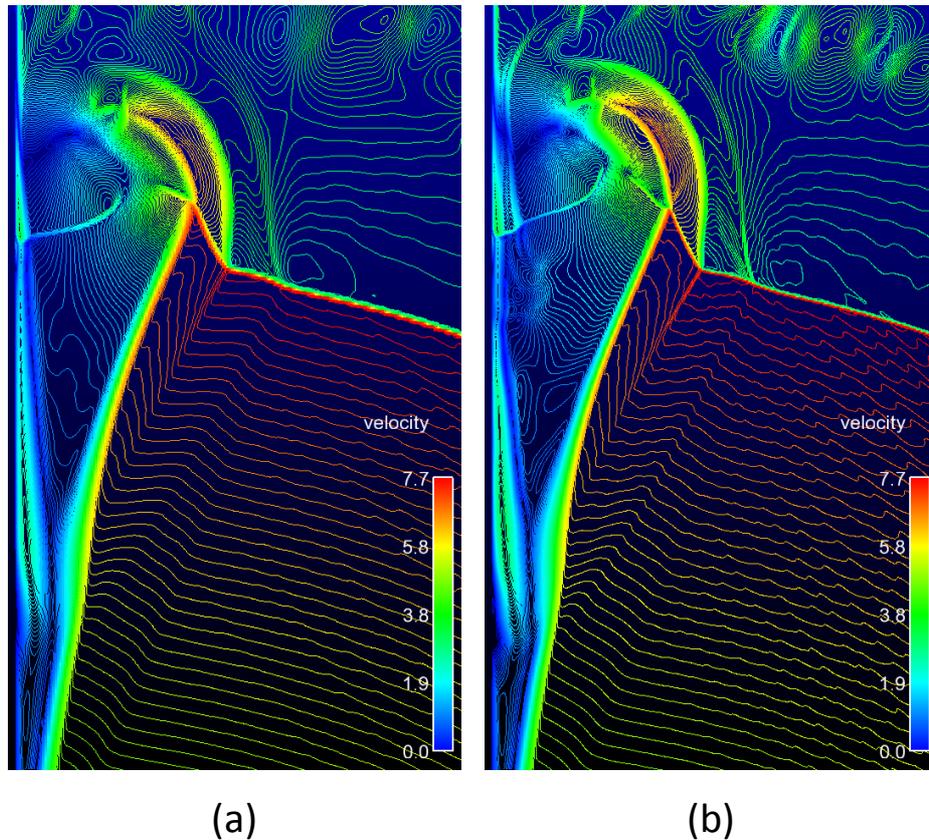


図 5.5. Effect of spatial resolution of numerical grid: **a** $1,501 \times 1,501$; **b** $3,001 \times 3,001$.

5.2.3 計算格子

図 5.4 に、本研究で使用した計算格子を示す。縦軸・横軸は共に反応誘導距離で無次元化した距離である。格子数は縦・横軸方向共に 3,001 である。図中の格子線は 40 本に 1 本の割合で表示されている。横軸が中心軸で、縦軸が容器底面である。容器底面近傍は境界層を解像するために格子を密に配置し、壁面での最小格子幅を $L_i/50$ とした。これは約 $7 \mu\text{m}$ に相当する。壁面から連続的に格子幅を増加させ、容器底面から離れた場所での格子幅は約 $L_i/10$ とした。境界条件として、容器底面はすべりなし断熱壁条件、中心軸はすべりありの反射壁条件とした。

次に、格子解像度の依存性チェックを実施した。本研究で使用した GPGPU システムにおいては、メモリ容量の制約により今回採用した解像度 $3,001 \times 3,001$ が限界であり、これ以

上の格子数を実現することができなかった．そこで，格子数 $1,501 \times 1,501$ で計算を実行し， $3,001 \times 3,001$ の結果と比較することで格子解像度による計算結果の違いを比較・検討し，格子解像度の依存性チェックとした．図 5.5 は，壁面近傍での剥離泡の様子を可視化したもので（図 5.3b 参照），等高線は速度の大きさをパラメータとして表示している．画像左端が容器底面，下方向が容器中心部である．図 5.5a が $1,501 \times 1,501$ ，図 5.5b が $3,001 \times 3,001$ の計算結果を示している．これらの結果を比較すると，圧縮波の波面は図 5.5b の方がシャープに見えるが，全体的な流れ場の構造はほぼ同じとみなして良く， $3,001 \times 3,001$ の解像度で計算結果は収束に近い状態にあると考えられる．

5.3 GPGPU による計算最適化の効果

本章では，XD1 で作成された数値計算コードを GPGPU 計算コードへ移植し，計算速度の比較を行った．その結果，GPGPU の計算速度は XD1 12 コア（理論計算性能 58 GFlops）の 4 倍であることが確認された．GPGPU を使用した計算では，本章の数値解析（4 ケース）を実施するのに約 10 日かかっている．XD1 を使用すると 40 日かかることになり，大幅な計算時間の短縮に成功したといえることができる．さらに，今回使用した GPGPU ボードは一枚 20～30 万円程度であり，年間の保守費用が 70 万円の XD1 と比較すると，価格のパフォーマンスも非常に高いことが分かる．

5.4 結果と考察

本研究では，反射衝撃波の収束安定性に影響を与える要因として次の 2 つを挙げ，それぞれについて影響の大きさを検討する．1 番目はデトネーションが存在することに起因する流れ場の非一様性の影響，2 番目は粘性による壁面境界層の影響である．さらに，流れ場の非一様性や壁面粘性の影響を一切排除した結果が得られる 1 次元球対称での計算も行い，これら 2 つの要因の影響を評価する．表 5.4 に，解析を行う 6 つのケースを示す．収束性の評価は，容器中心近傍の最大圧力履歴を取得することで行った．図 5.6 にケース 2 と 3，図 5.7 にケース 5 と 6 の場合の最大圧力履歴を示す．図 5.6 は燃焼がある場合，図 5.7 は燃焼がない場合の結果で

表 5.2. Six cases of numerical simulations.

	Combustion	Viscous or inviscid	Cylindrical or spherical symmetry
Case 1	Yes	Inviscid	1D spherically symmetric
Case 2	Yes	Inviscid	2D cylindrically symmetric
Case 3	Yes	Viscous	2D cylindrically symmetric
Case 4	No	Inviscid	1D spherically symmetric
Case 5	No	Inviscid	2D cylindrically symmetric
Case 6	No	Viscous	2D cylindrically symmetric

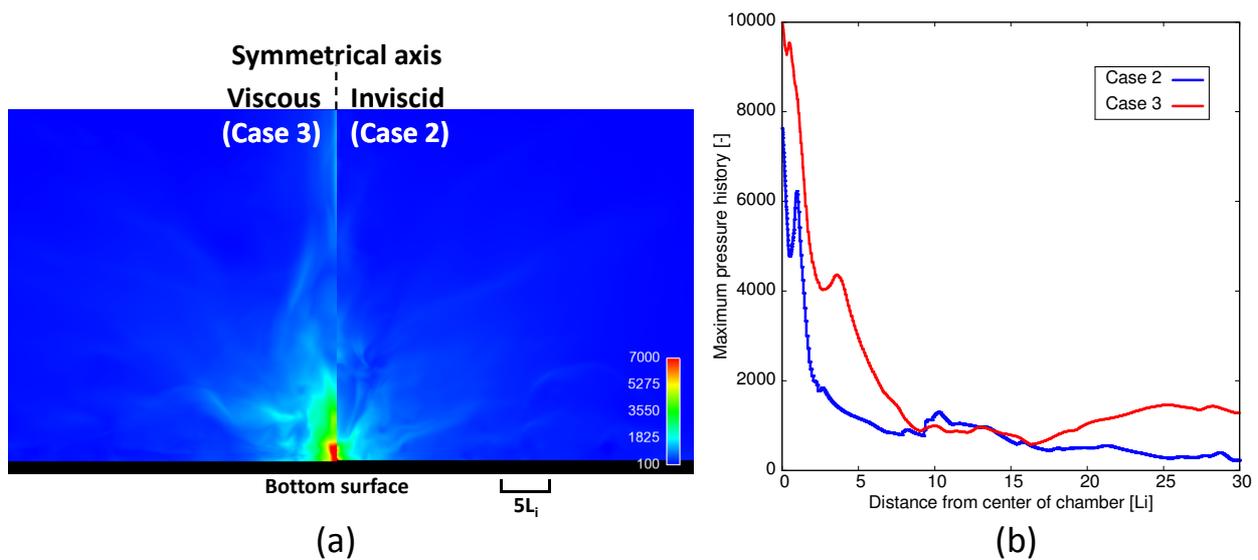


図 5.6. Numerical results with combustion.

ある．それぞれの図において，(a) は反射衝撃波収束時のチャンバー中心部近傍における最大圧力履歴のコンター図を，(b) はその対称軸上における分布を示す．最大圧力履歴は，全てのセルについて圧力の履歴を取り，その最大値を保持することによって得た．(a) は，対称軸を中心にして，左側に粘性計算の結果を，右側に非粘性計算の結果を示した．(a) を見て分かるように，最大圧力は対称軸上にあるため，評価は (b) の図を用いて行うこととする．それぞれの結果について，以下で議論を行う．

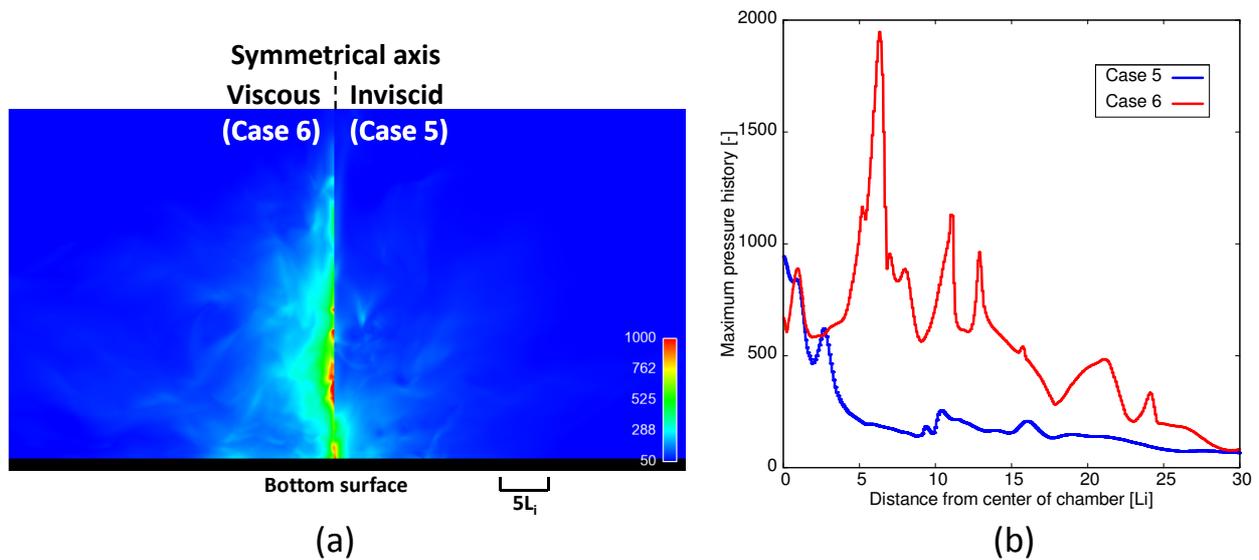


図 5.7. Numerical results without combustion.

5.4.1 デトネーション後流の非一様領域に起因する影響

最初に、壁面境界層の影響を排除した非粘性計算の結果について述べる。図 5.8 に、容器内部でのデトネーションの発生と伝播、さらに容器内壁で衝撃波が反射する過程を示す。圧力は未燃部の初期圧力で無次元化した。図 5.8a–d はそれぞれ無次元化時間 $t=6.0, 24.0, 36.0, 46.0$ での圧力分布である。図 5.8a–c は 1.0 から 50.0 の圧力範囲、図 5.8d は、全体的な圧力が他よりも低いため、1.0 から 30.0 の圧力範囲で示した。図の横軸は対称軸、縦軸は容器底面に対応する。起爆直後、強い衝撃波背後の高温・高圧領域で直ちに燃焼が誘起され、衝撃波面は燃焼波面とほぼ一致した状態、すなわちデトネーションとなって伝播する。衝撃波背後の圧力が十分高い間は、ピストンの効果で波面が押され、オーバードリブン状態で一様な球面波が伝播する(図 5.8a)。その後、衝撃波面で局所的に圧力の高い三重点が多数形成され、それらが互いに衝突する小爆発を繰り返しながらデトネーションが伝播する(図 5.8b)。図 5.9 に三重点の軌跡を示す。三重点の軌跡がセル構造を形成していることが分かる。三重点はインシデントショック・反射衝撃波・マッハステム 3 つの波が重なった点であり、このうち反射衝撃波はデトネーション進行方向に対して垂直方向に伝播する横波となる。デトネーション背後の領域は、この

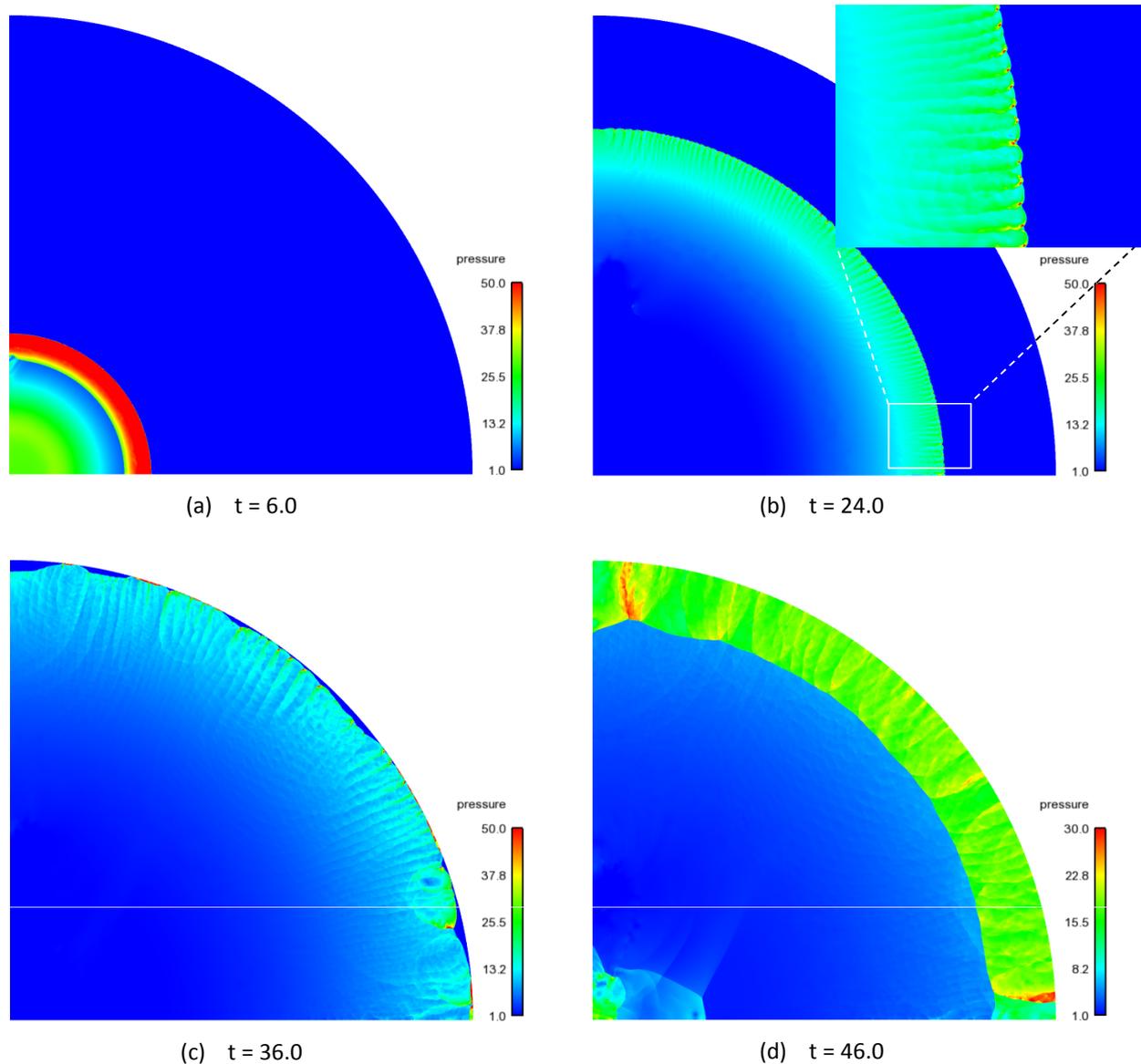


図 5.8. Numerical results for Case 3: wave propagation in the first stage of chamber operation.

横波の影響によって球対称性が失われ、反射衝撃波の伝播に影響を与えることが考えられる。さらにデトネーション波面も、三重点の存在により一様な球面ではなくなり、容器内壁への到達に時間差が生じる(図 5.8c)。これにより反射衝撃波も非一様な波面を持つことになる。

また図 5.9 から、本計算結果では、衝撃波面が容器内壁に到達する前に、部分的に三重点が消滅し、デトネーションが崩壊していることが分かる。これは、本計算で用いた燃焼の条件および初期条件が、流路拡大効果による圧力の減衰に打ち勝って衝撃波面の圧力を維持するのに

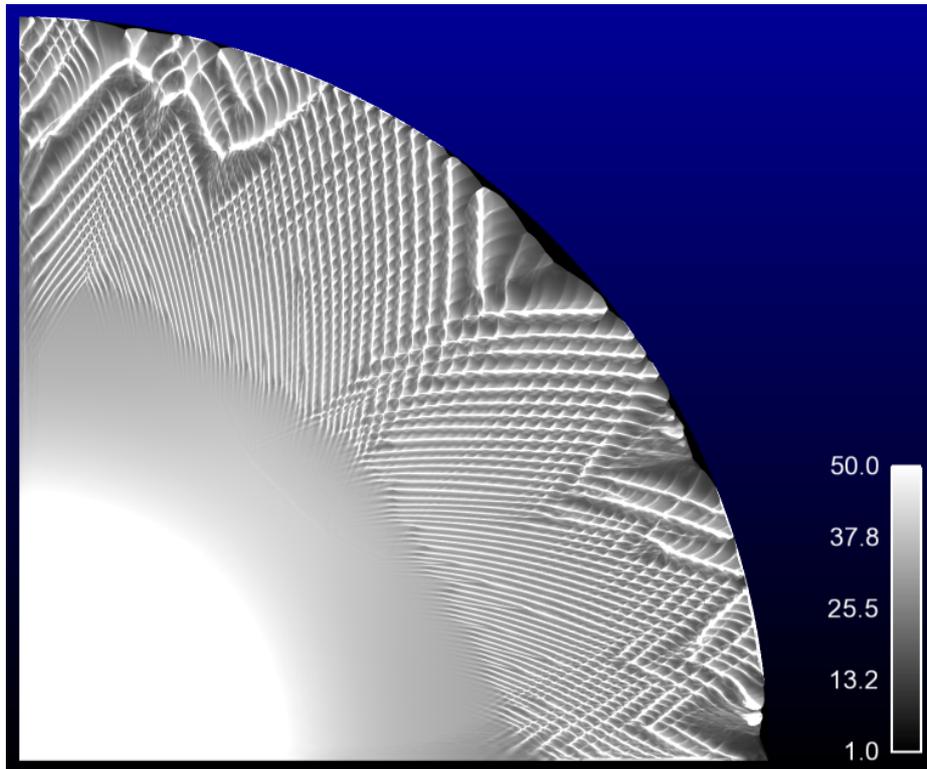


図 5.9. Numerical results for Case 3: trajectories of triple points.

十分ではない，いわゆる subcritical regime [64] の条件であったためである．この部分的な消炎により，波面の伝播速度にむらが生じ，衝撃波面の非一様性がより顕著になる結果となっている．

これらの非一様性は，デトネーションが存在することに起因するものであるが，これらが反射衝撃波の収束を不安定にする一つの要因となることが考えられる．この影響を評価するために，表 5.4 に示すケース 1（燃焼あり，非粘性，一次元球対称計算）とケース 2（燃焼あり，非粘性，2次元軸対称）の比較を行う．計算結果は図 5.10 に示した．1次元球対称計算は，2次元軸対称計算のような非一様性の影響がないため，デトネーションが収束不安定性に与える影響を排除できる．ケース 1 は理想的に中心に収束し，最高圧力は約 12,800 であった．ケース 2（燃焼あり，非粘性，2次元軸対称計算）は，最高圧力は容器中心部で記録しており，その圧力は約 7,600 であった．さらに，最大圧力履歴のプロファイルから，ケース 1 と比較するとケース 2 は不安定な収束であることが見て取れる．これは，デトネーションが存在することに

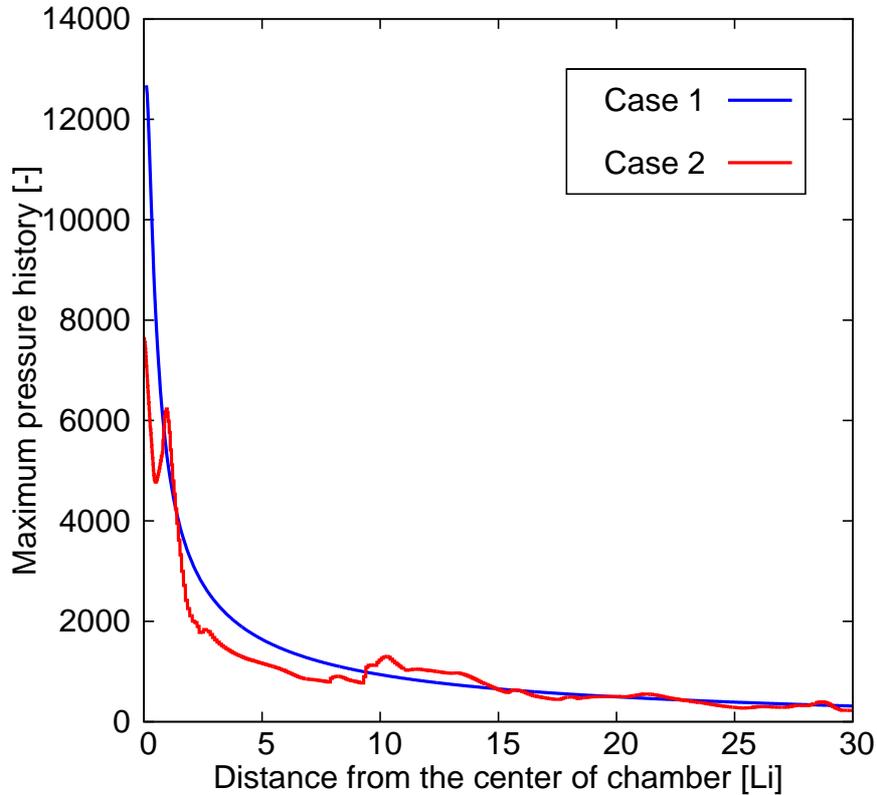


図 5.10. Maximum pressure distribution for Cases 1 and 2.

起因する非一様性が影響している可能性があることを示している。

しかし、ケース 2 の不安定性は、数値スキームや格子依存性による影響も受けている可能性があるため、ケース 4 (燃焼なし、非粘性、1 次元球対称計算) とケース 5 (燃焼なし、非粘性、2 次元軸対称計算) の比較も行う。この 2 つのケースは燃焼が無いいため、デトネーションが存在することに起因する非一様性の影響を排除できる。もし収束安定性に影響する要因がデトネーションのみならば、両ケースの収束安定性は同等になるはずである。この結果を図 5.11 に示す。ケース 4 は理想的に中心に収束し、最高圧力は約 2,000、ケース 5 は最高圧力を容器中心部で記録しており、その圧力は約 900 であった。燃焼が含まれないため、最高圧力はケース 1, 2 と比べると低くなっているが、ケース 5 にはケース 2 と同様の収束不安定性があることが分かる。

この結果から、ケース 5 にはデトネーションに起因する要因以外の影響があることが考えられる。本研究で用いた格子は境界適合型の格子であり、セルの各辺は直交していない。さらに

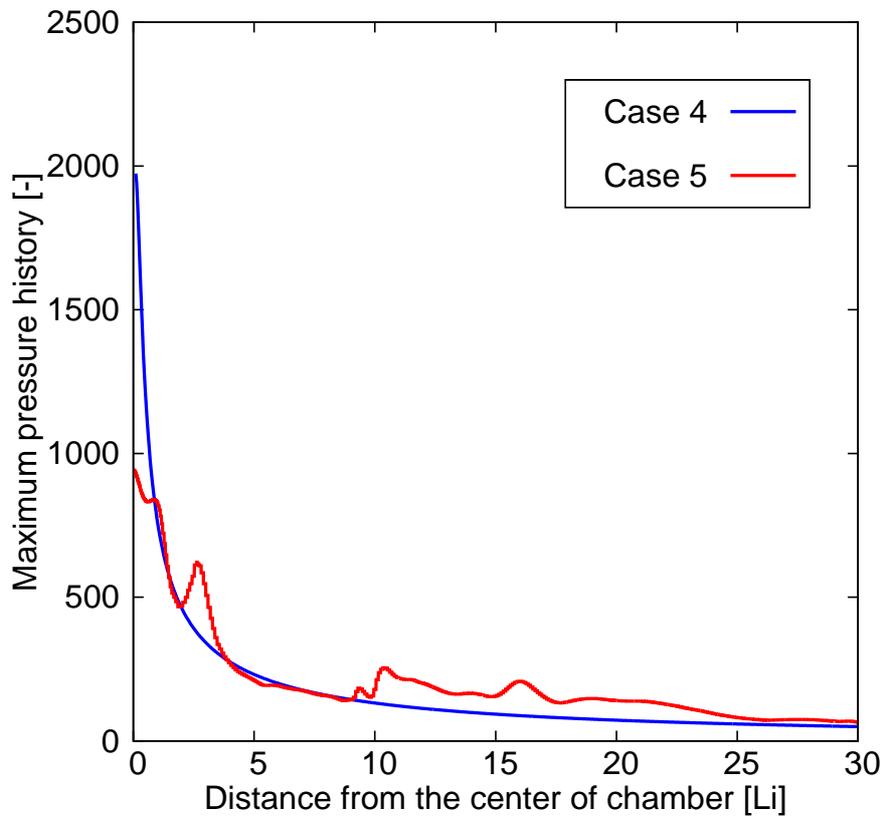


図 5.11. Maximum pressure distribution for Cases 4 and 5.

非粘性計算においても境界層を解像した格子を用いているため、直交・等方的な格子に比べ、計算結果に影響が現れる格子依存性があることが考えられる。また、後述するように、非粘性計算においては、容器底面の衝撃波面近傍にカーブクルと思われる現象も見られるため、数値スキームによる影響があることも考えられる。結論として、ケース 2 の収束不安定性がデトネーションの存在に起因しているかどうかは、格子依存性やスキームの影響が排除されなければ明確にならないということが言える。これらは、今後の研究課題である。

次に、燃焼の有無によって収束安定性に影響が出るかどうかを調べることによって、デトネーションに起因する影響があるかどうかを評価する。ここでは、ケース 2 と 5、およびケース 3 と 6 を比較する。ケース 2 と 5 を比較すると、非粘性計算の場合、燃焼の有無に関わらず収束はほぼ安定している。次にケース 3 と 6 を比較すると、粘性計算の場合、燃焼の有無に関わらず収束は不安定であることが分かる。よって、燃焼の有無で比較する限りでは、デトネーションに起因する収束安定性への影響は見られないということが言える。

5.4.2 粘性による壁面境界層の影響

壁面境界層の影響を調べるために、非粘性の計算と粘性の計算の結果の違いに着目する。すなわち、ケース2と3、およびケース5と6についての比較を行う。非粘性計算では、ケース2、ケース5共に最高圧力は中心部で記録しており、収束半径は $2\sim 4L_i$ 程度と、非常に狭い範囲に高い圧力が集中している。それに対して粘性計算では、ケース3、ケース6共に最高圧力は中心から離れた位置で記録されており、収束半径は $12\sim 15L_i$ 程度の広い範囲に圧力が分散している。前節で述べたデトネーションの影響と比べて、粘性の有無による収束安定性への影響の違いは明らかであり、粘性が入ることによって収束は不安定になる。

この粘性による収束安定性への影響を説明するために、粘性計算と非粘性計算における流れ場の詳細について述べる。図5.12に、起爆から反射衝撃波の収束までの密度分布変化を時間を追って示した。それぞれの図に無次元化時間を示す。時間ステップごとに、左側に計算領域全体を、右側に容器中心部付近の拡大図を示した。それぞれの図において、左半分が粘性・熱伝導を取り入れた計算、右半分が非粘性計算の結果である。拡大図では、初期状態で 20×20 の矩形領域に 100×100 個の質量ゼロの粒子を均等に配置し(図5.12a)、流れ場のトレースを行った結果を示す。また、説明のために注目すべき粒子の動きを矢印で明示する。

以下、粘性計算と非粘性計算で、異なる流れ場が形成されている部分に着目し、粘性計算の結果を中心に議論を行う。起爆直後、容器中心部から放射状に広がる流れ場が形成される。容器底面では境界層が形成されるが、二次衝撃波面で流れの方向に対して強い逆圧となるため、境界層の剥離が起こる(図5.12b)。流れは中心部から放射状に広がるため、容器底面でも流れは上向き速度成分を持つ。このため剥離は、より規模の大きなものになる。剥離は接触不連続面より下流に及ぶことはなく、剥離流の下流端では渦が形成される(図5.12c)。この渦から剥離泡内部に向かう逆流成分が増加し、剥離面が上昇する(図5.12d)。

ここで、非粘性計算では、起爆直後に容器底面を伝播する衝撃波が他よりも先行し、その後流に擾乱を引き起こしているのが見て取れる。これは物理的な現象ではなく、数値スキームのカーバングル[65]に起因するものと考えられる(図5.12b)。接触不連続面はレイリー・テイ

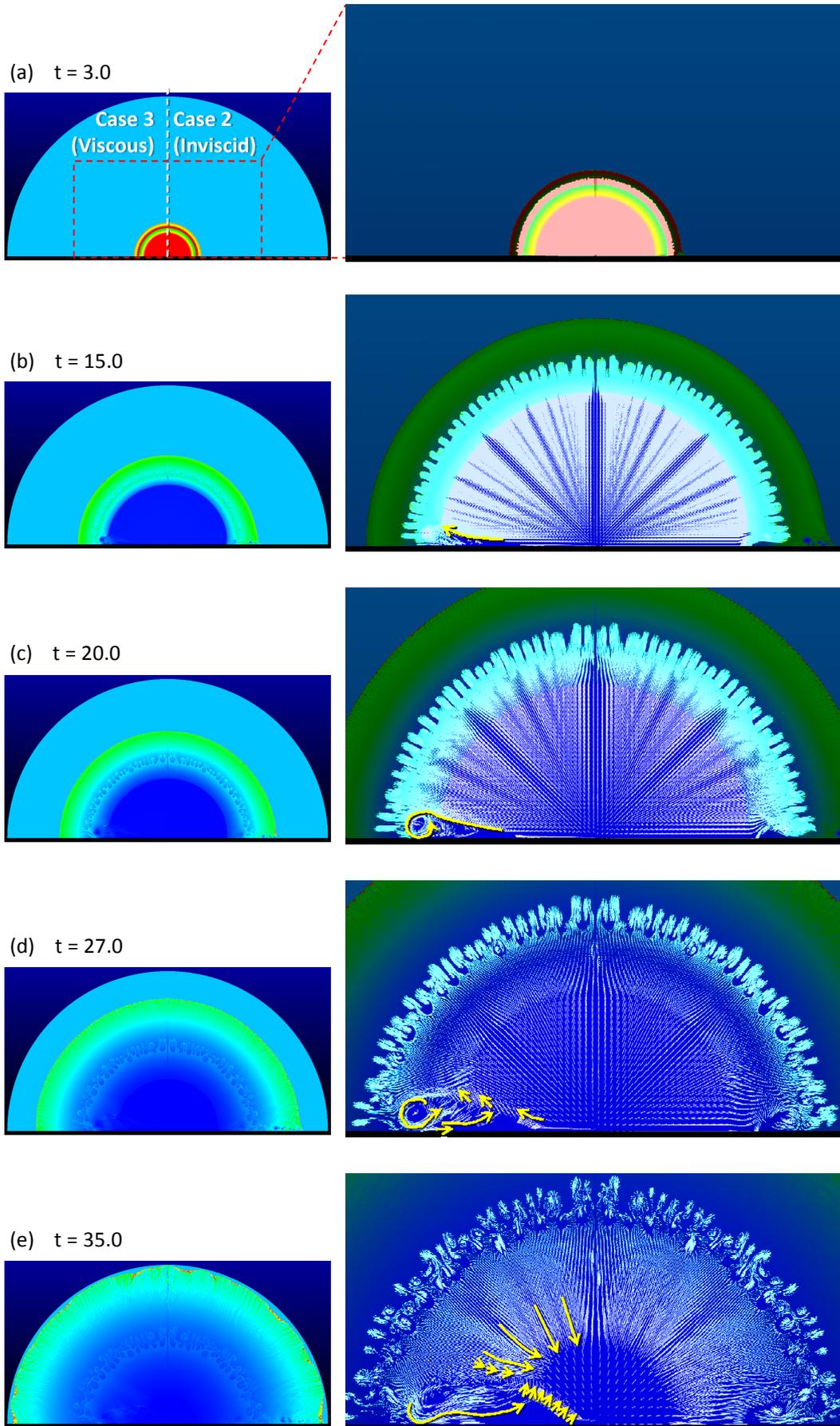


図 5.12. Time evolution of flow field from initiation of detonation to convergence of reflected shock wave.

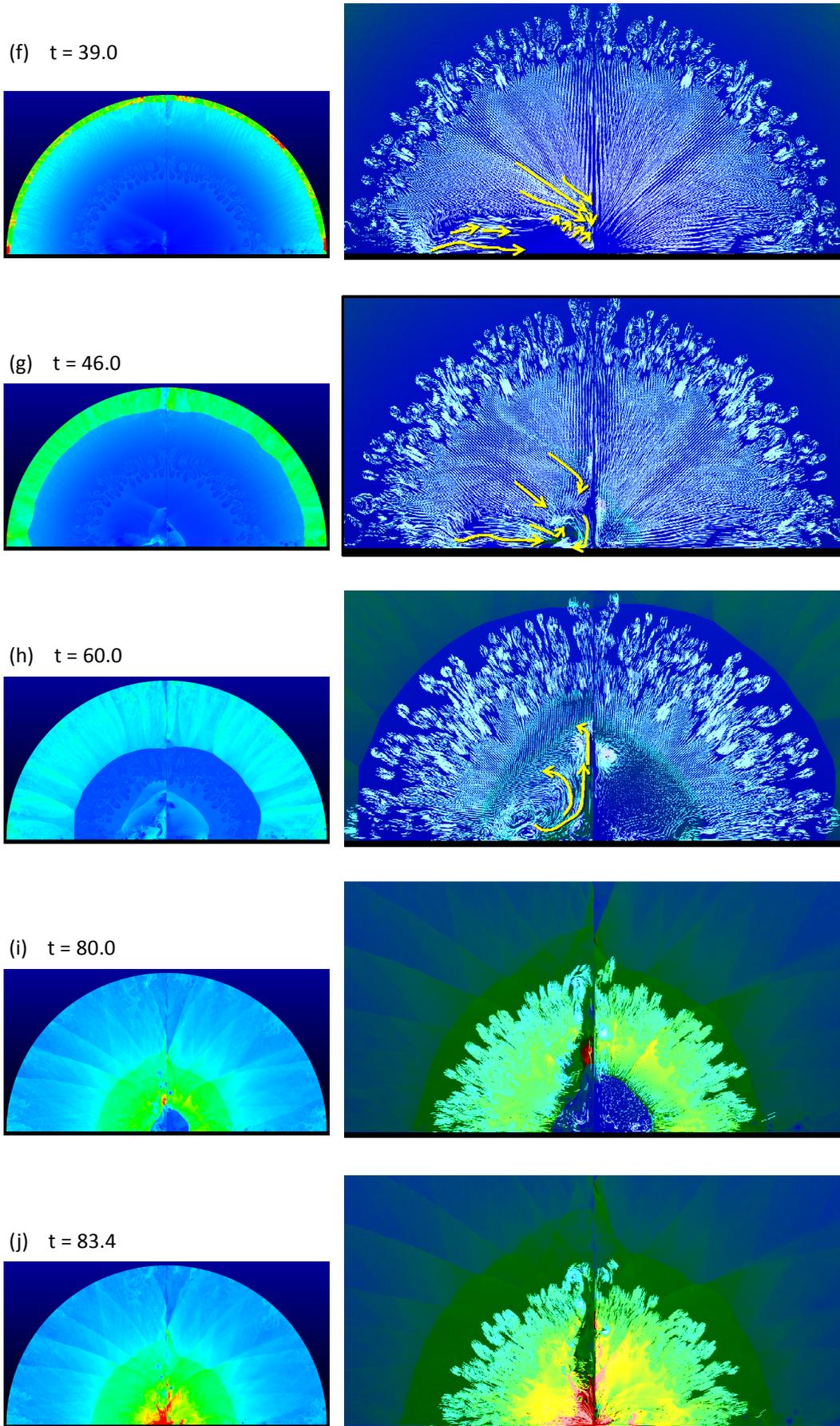


図 5.12. Continued.

ラーの不安定性により密度の擾乱が成長し、複雑な形状を示している。この現象は、Nirasawa et al. [66] の報告と一致する。

剥離泡内部へ流入する逆流成分が増加するに従い、剥離面はさらに押し上げられながら、容器中心軸へ向かう。この時、2次衝撃波面を先頭にして中心部へ流れが収束し始めるが、一部は剥離面の存在により偏向を受け、中心部へ向かうことができない(図 5.12e)。このため、二次衝撃波は中心部から外れた位置へ収束する(図 5.12f)。この時、剥離泡内部を逆流してきた流れはまだ中心部へ達していないため、中心部へ収束した流れは主に下向きの成分を持ち、容器底面に衝突する(図 5.12g)。容器底面に衝突した流れと剥離泡内を逆流してきた流れが融合し、容器中心部に高圧状態を作り出し、中心軸に沿って上昇する強いジェットが形成される(図 5.12h)。このジェットと反射衝撃波が衝突した部分で反射衝撃波の伝播が遅れ、球面に近い形状をしていた収束衝撃波面の形状が崩れる(図 5.12i)。この影響が収束時にまで及び(図 5.12j)、反射衝撃波収束位置が中心から外れる結果に至る。結論として、粘性を考慮することによって、起爆直後に境界層の剥離が起こり、これが後のすべてのプロセスに影響を与えることができる。以上が粘性の有無によって収束安定性が大きく異なる原因である。

5.5 結論

本研究では、UTIAS インブロージョンチャンバーにおける収縮衝撃波の収束安定性について数値解析的に調査を行った。収束安定性に影響を与える要因として、デトネーションの有無、粘性の有無について条件を変え検討を行った。その結果、気体の粘性を考慮する場合、非粘性の場合に比べて特に容器中心部の流れ場の様子が大きく変わり、この変化が収束安定性に大きく関わること、また粘性の有無によって衝撃波の収束位置が変わり、容器底面で得られる圧力に大きな変化が生じることが分かった。

第6章

Background oriented Schlieren (BOS) 法に基いた新しい可視化手法の開発

6.1 研究背景

BOS (Background Oriented Schlieren) 法は、流れ場に擾乱が発生するときに流体の屈折率が変化する現象を利用して、流れ場の密度変化を光学的に可視化する測定方法の一つである [7-9]。この方法は、測定対象となる流れ場の後ろに、任意のパターンを持つ画像（背景画像）を配置し、流れ場の撮影を行う。流れ場に擾乱が発生する前後で、背景画像に生じる歪みを測定することで、流れ場を可視化する。

BOS 法では、微細な光軸調整を必要とする従来の光学的可視化手法と比べて、撮影系の構成は非常に単純で、セットアップも容易という利点を持つ。必要となる機材は、適当な光源と背景画像、及びデジタルカメラである。従来のシュリーレン法やシャドウグラフ法で必要とされる凹面鏡やミラーなどの光学部品を必要としない。（また、近年のデジタルカメラや計算機の性能向上・価格低下により、高精細な画像を高速に処理する測定システムを安価に構築することが可能である。また背景画像及びカメラの設置自由度が高く、シュリーレン光学系が組めないような狭いスペースにも、背景とカメラを設置できれば可視化可能である。本手法は様々な現象を可視化するために適用され [67, 68]、屋外実験のように規模の大きな現象を、現象の

後ろにある風景を背景画像として測定するためにも使用された [2, 69–71] .

また，背景画像の変位量分布を画像処理で求めることにより，流れ場の屈折率分布，及び密度勾配分布を求めることができる．この利点を活かした密度場の定量測定，非軸対称流れ場の三次元 CT 計測など，多くの研究がなされている [72–74] .

背景となる画像にはいくつかの種類が用いられる．最も一般的に用いられるのはランダムドットパターンであり，PIV 法 [4] で使用される相互相関法の手法を用いて画像の変位量が測定される．ランダムドットパターンを使用する場合，高いパフォーマンスを得るには，パターンの解像度と CCD の解像度を一致させる必要があり，実験毎に最適な背景を用意する必要があったが，Atcheson [72] は，Wavelet noise [75] と Optical flow algorithm [76–78] を使用して，1 枚の画像で複数のスケールに対応できる手法を提案した．Ota, et al. [74] は，背景にストライプ（及びそれらを縦横に組んだグリッド）パターンを使用し，有限幅干渉縞の移動量を測定するアルゴリズム [79] を適用した手法を開発した．

BOS 法は非常に有用な手法である一方，計算コストが高いことが欠点として挙げられ，リアルタイムで可視化する用途には適さない．しかし赤塚ら [80] は，S-BOS (Simplified BOS) 法を開発し，リアルタイムの可視化を可能とするレベルにまで計算コストを引き下げた．

S-BOS 法は，背景に周期輝度パターン（図 6.1a）を使用し，その変位を位相のずれとして検出する手法を用いる．参照画像と測定画像間のピクセル毎の簡単な代数計算で変位量を求められるため，従来のランダムドットパターンを用いた方法に比べて高速な処理が可能という利点を持つ．しかし，位相差が一定値を超えると位相差の反転が生じるため，測定対象に合わせてパターンの周期や撮影系のセットアップを変え，感度と分解能を適切に調節する必要があった．

本章は，S-BOS が持つ問題点を解決することを目的として，著者らが実施してきた研究 [81–85] のまとめである．本研究では，図 6.1b に示すような複数の周波数成分を含む周期輝度パターンを用いることで，位相差の反転問題を解決し，感度と分解能双方を高く保つことを可能とする方法を提案する．最初に単一周波数の背景パターンを用いて変位を測定するアルゴリズムを示す．本手法は S-BOS とは異なるアルゴリズムを用い，位相差の検出可能範囲が $\pm\pi$ に改善されている（S-BOS 法は $\pm\pi/2$ ）．次に熱対流場の測定において位相差の反転が発

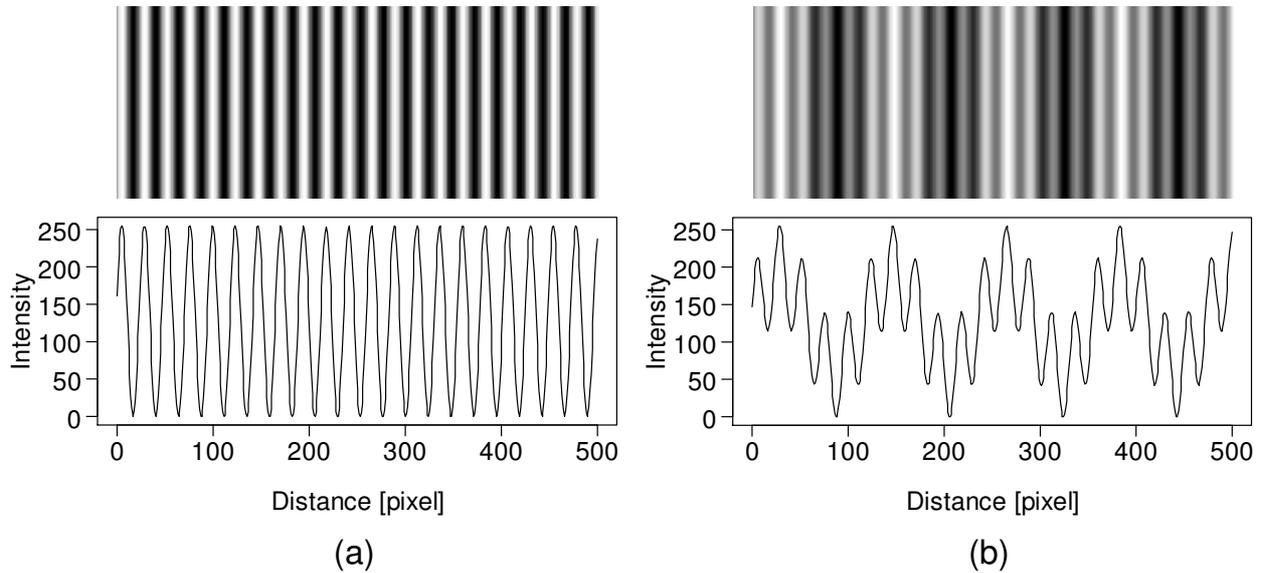


図 6.1. Periodic background patter: **a** single-frequency image; **b** double-frequency image.

生ずる例を示し，それを補正する考え方の一つと，その限界について論じる．次に同様の例において，二つの周波数成分を含む背景パターンを用いて位相差の反転を補正する方法を示す．

6.2 計算手法

背景画像には，図 6.1a に示すような正弦波周期パターンを使用する．輝度分布のプロットを同時に示す．図 6.1a の輝度分布を $\sin \theta$ とし，これを参照用輝度分布と考える．ここで，画像の水平方向に x 軸をとり，周期の波長を λ とすると， $\theta = 2\pi x/\lambda$ である．測定画像では，パターンに位相の変動が生じ，輝度分布が $\sin(\theta + \phi)$ になったと仮定する．ここで，背景画像上での変位量が x 軸正の方向に δ とすると， $\phi = -2\pi\delta/\lambda$ である．本手法では，参照画像と測定画像，及び参照画像の微分画像を演算に用いる．微分画像の輝度分布は $\cos \theta$ となる．本手法では，参照画像の微分には中心差分を用いた．参照画像と測定画像の積，及び参照画像の微分と測定画像の積はそれぞれ

$$\begin{aligned} \sin \theta \cdot \sin(\theta + \phi) &= \frac{1}{2} [\cos \phi - \cos(2\theta + \phi)] \\ \cos \theta \cdot \sin(\theta + \phi) &= \frac{1}{2} [\sin(2\theta + \phi) + \sin \phi] \end{aligned} \quad (6.1)$$

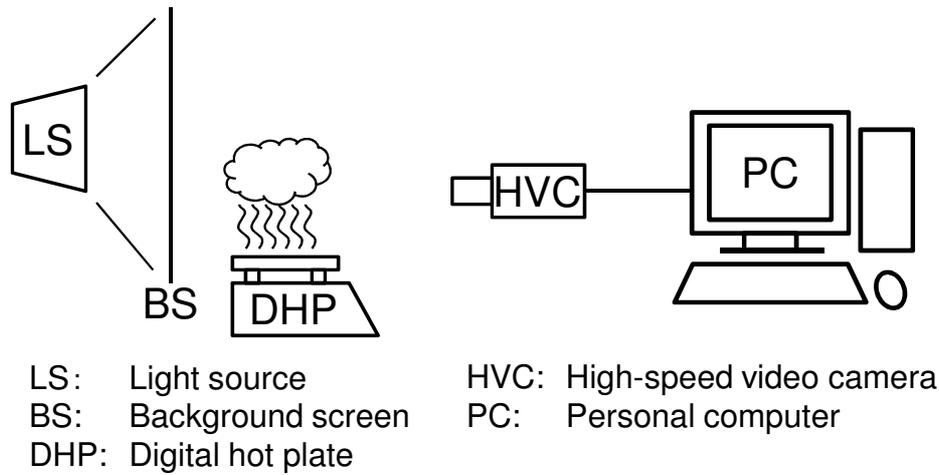


図 6.2. Schematic diagram of the BOS experimental setup for visualizing thermal convection.

と表せる．上式の右辺は， θ を含む振動成分と， ϕ のみで表される直流成分の和である．上式の演算結果にローパスフィルタをかけることで振動成分を除去する．本研究では，フィルタリング処理に Finite Impulse Response (FIR) フィルタ [86, chap. 7] を使用した．抽出した $\sin\phi$ 及び $\cos\phi$ より，位相差 ϕ を求める．この ϕ は $\pm\pi$ の範囲で求められる．

6.3 結果及び考察

6.3.1 実験装置

図 6.2 に，熱対流可視化実験装置の概要を示す．デジタルホットプレート (As One HP-1sA) の背後に背景スクリーンと光源を配置し，高速度カメラ (Photoron, 解像度 1024×1024) で撮影した画像を PC に記録する．ホットプレート表面温度は 300°C に設定して実験を行った．

6.3.2 単一周波数背景

背景画像として，波長 0.5 mm の周期輝度パターンを使用した測定結果を図 6.3 に示す．図 6.3a は測定画像，図 6.3b は BOS 処理後の画像で，位相差 $\pm\pi$ を 8-bit グレースケールに対応させている．BOS 画像より，ホットプレート端部付近で，位相の反転が発生していることが確認できる．図 6.4a にホットプレート端部を拡大した測定画像を，図 6.4b に領域 1, 2 の輝

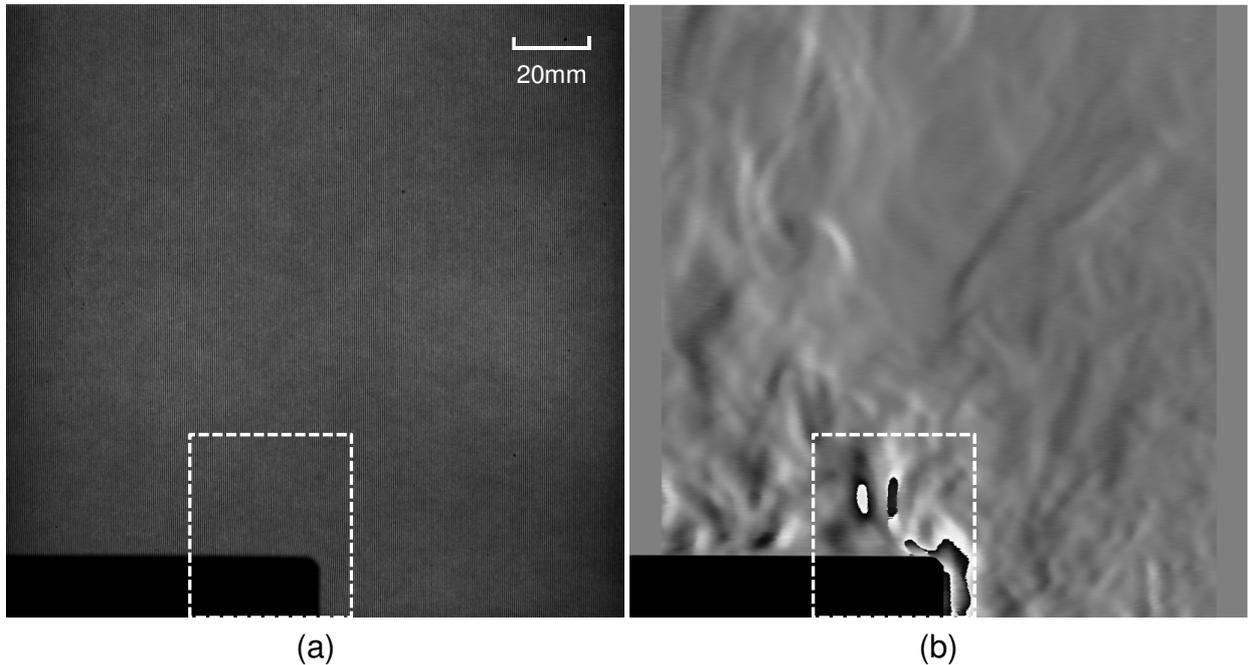


図 6.3. Experimental result obtained by using a single-frequency background pattern: **a** object image; **b** phase difference distribution shown in 8-bit gray scale between $+\pi$ and $-\pi$

度分布をそれぞれ示す．輝度分布は，参照画像と測定画像の両方を示している．領域 1, 2 共に位相差が $\pm\pi$ を超えていることが確認できる．図 6.5a に同じ場所の BOS 画像を，図 6.5b に領域 1, 2 の位相差分布を示す．図 6.5a から，A, B, C, D それぞれの箇所で位相の反転が起こっているのは明らかである．単一の周波数背景を用いた BOS では，この位相差分布を逐次追跡することによって，位相差反転を補正する方法が考えられる．例えば位相差の値を左から右に走査していき，ある閾値以上の変化が突然起これば，位相の反転が起こったと判断し，それ以降のデータに $+2\pi$ または -2π のオフセットをかけるというものである．しかしながら，この方法によって図 6.5 の A, B, C の補正は可能であるが，D の部分を位相差反転と判断することは困難である．これは，D の部分では密度擾乱の空間周波数が高く，位相差の値が実際の変動に追従できていないことが原因である．位相差反転箇所を一度見逃すと，それ以降のデータは全て間違っただけになる．

以上のように，単一周波数の背景を用いた手法では常に位相差の反転が問題になり，その補正には限界がある．この問題を回避するためには，位相の反転が起こらないように，感度と解

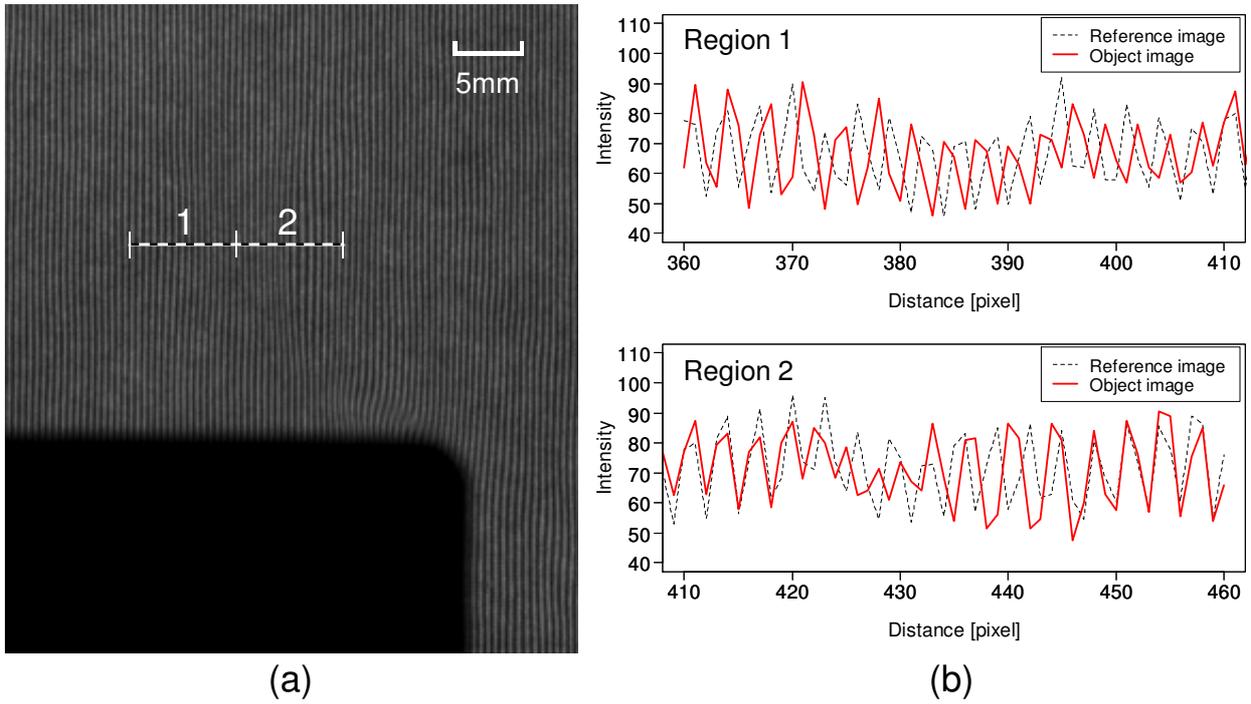


図 6.4. Enlarged object image around the hot plate: **a** object image; **b** brightness intensities along the broken line.

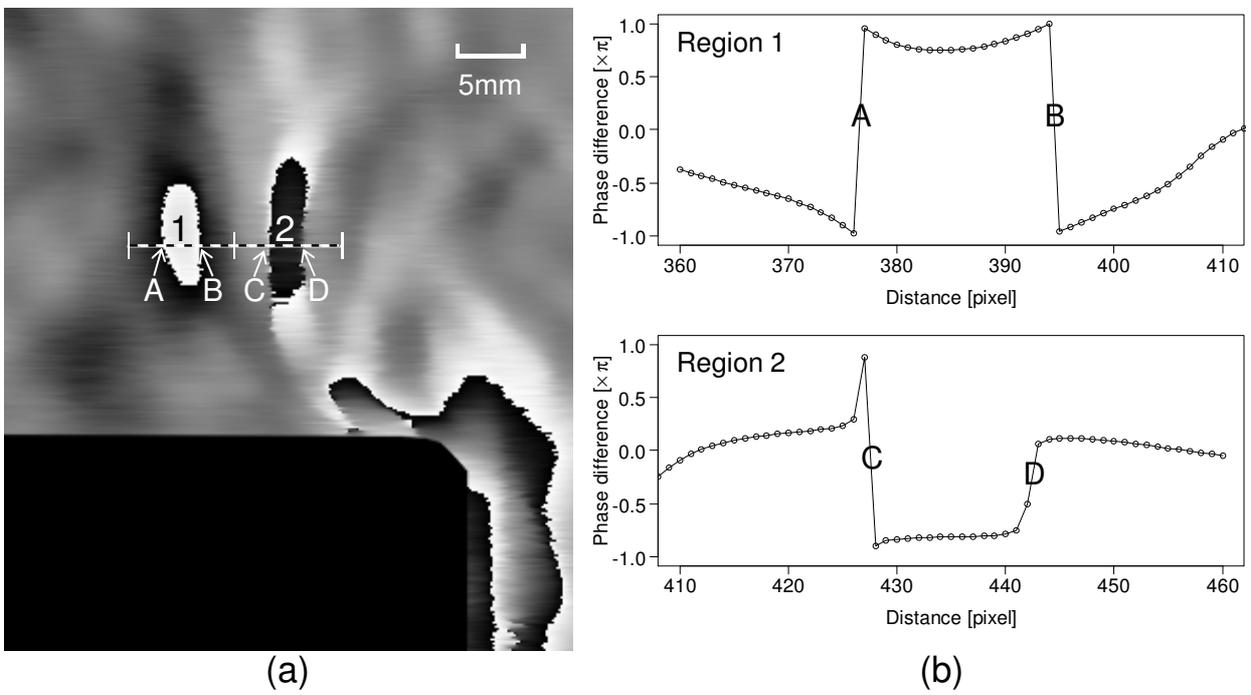


図 6.5. Enlarged BOS image of the phase difference distribution around the hotplate: **a** phase difference distribution image; **b** phase difference distribution plotted along the broken line.

像度を適切に調節する必要がある。

6.3.3 複数の周波数成分を持つ背景

上記の問題を解決するために、複数の周波数成分を持つ背景パターンを使用する手法を提案する。本研究では、図 6.1b に示すような 2 つの周波数成分を持つ画像を採用した。波長は 0.5 mm と 2.5 mm である。計算手順は次の通り。

1. 参照画像と測定画像に、ローパスフィルタ及びバンドパスフィルタをかけ、低周波の画像と高周波の画像に分離する。
2. 低周波と高周波画像それぞれについて、ピクセル毎に上記の計算を行い、位相差を算出する。
3. 算出された 2 つの位相差から、真の位相差を求める。

図 6.6 は、高周波画像の位相差と低周波画像の位相差から、真の変位量を求める方法を模式的に示したものである。縦軸は画像から測定した位相差、横軸は真の位相差を高周波画像の位相差で示している。低周波画像で測定した位相差 $\pm\pi$ は、横軸では $\pm 5\pi$ に相当する。高周波画像の位相差が π に達すると $-\pi$ に不連続に跳び、位相の反転が発生する。低周波画像から求められる位相差は、高周波の変動に追従できないため解像度が低く、一般に真の位相差とは一致しないと考えられる。高周波画像の位相差が定まると、低周波画像の位相差が取り得る値の範囲で、真の位相差の候補は 5 点存在する。このうち、低周波画像の位相差に最も近い候補を真の位相差とする。

図 6.7 に 2 つの周波数成分を持つ背景パターンを用いた熱対流場の測定画像を示す。3 つの画像はそれぞれ、測定生画像と低周波及び高周波に分離した画像である。この測定画像を処理した結果を図 reffig:BOS08 に示す。図 reffig:BOS08a は高周波成分のみで BOS 画像を求めた結果で、破線部の位相差分布を図 reffig:BOS08b に示した。図中の A, B, C, D 点で位相差の反転が起こっているが、C 点は高周波画像だけでは位相差の反転が起こっていると判断することは困難である。図 reffig:BOS08c は、2 つの周波数成分を使い、位相差の反転を補正した BOS

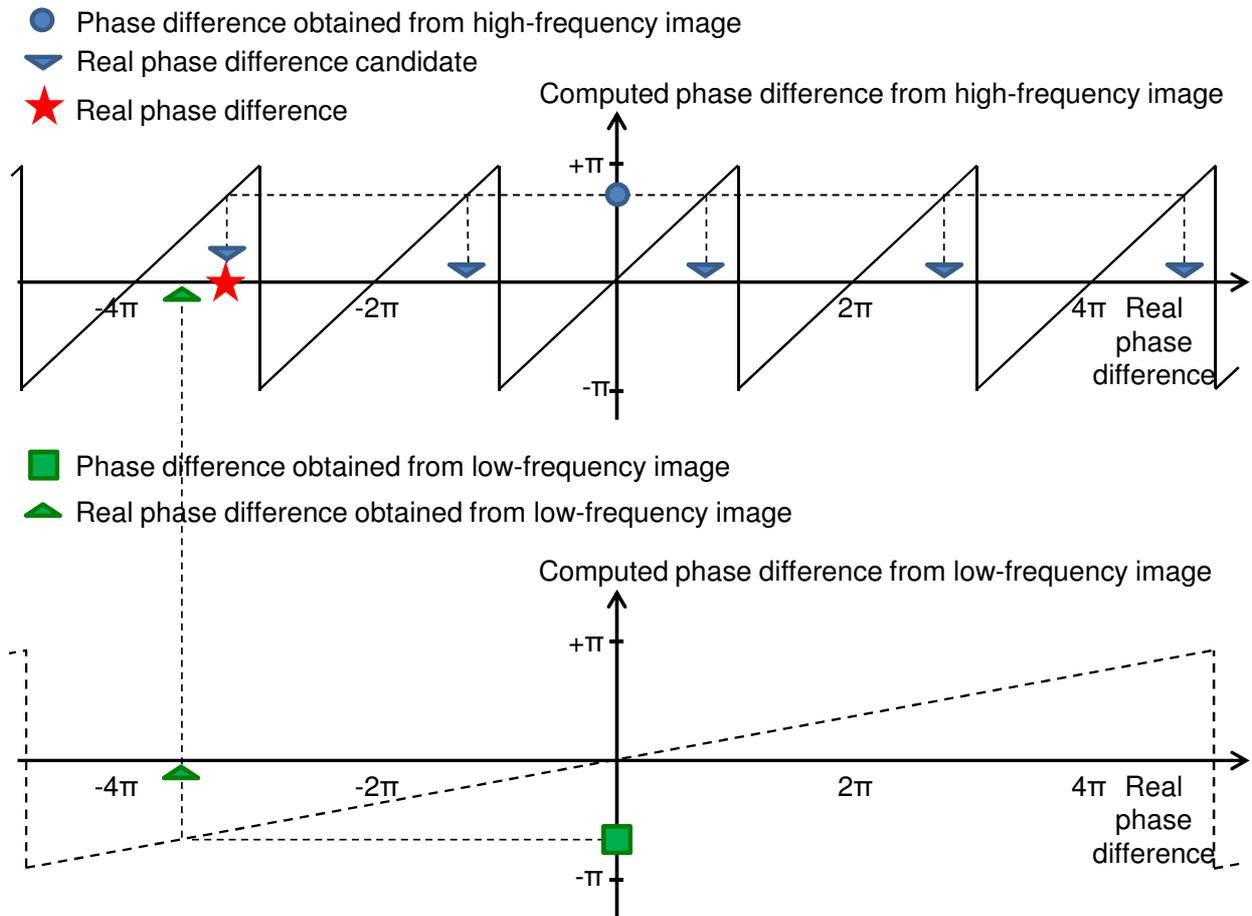


図 6.6. Procedure to determine the true phase shift from high- and low-frequency images.

画像である．破線部の位相差分布を，補正前の分布と共に図 reffig:BOS08d に示した．この結果から，点 A ~ D 全てにおいて位相差の反転が適切に補正されていることが分かる．

6.4 結論

本研究では，背景に周期的輝度パターンを用いることで，簡単な演算で密度擾乱を可視化可能な BOS 法を開発した．更に，本手法で問題となる位相差の反転現象を，複数の周波数成分を持つ背景に用いることによって解決した．本手法を熱対流場の可視化に適用し，その有用性を確認した．

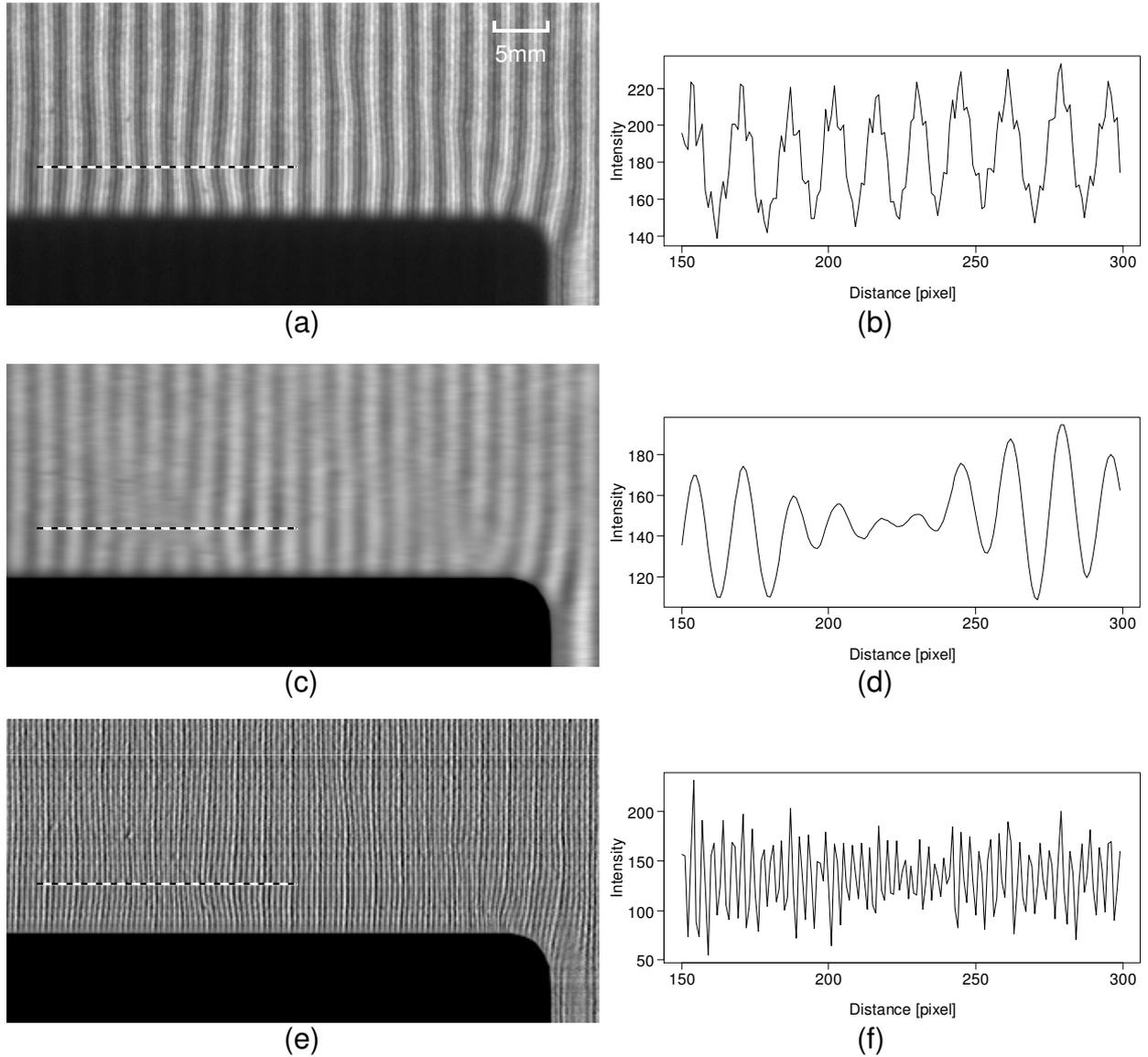


図 6.7. Enlarged object images around the hot plate obtained with a double-frequency background pattern: **a** raw object image; **c** low-pass-filtered object image; **e** band-pass-filtered object image; **b, d, f** brightness intensities along the broken lines in each image.

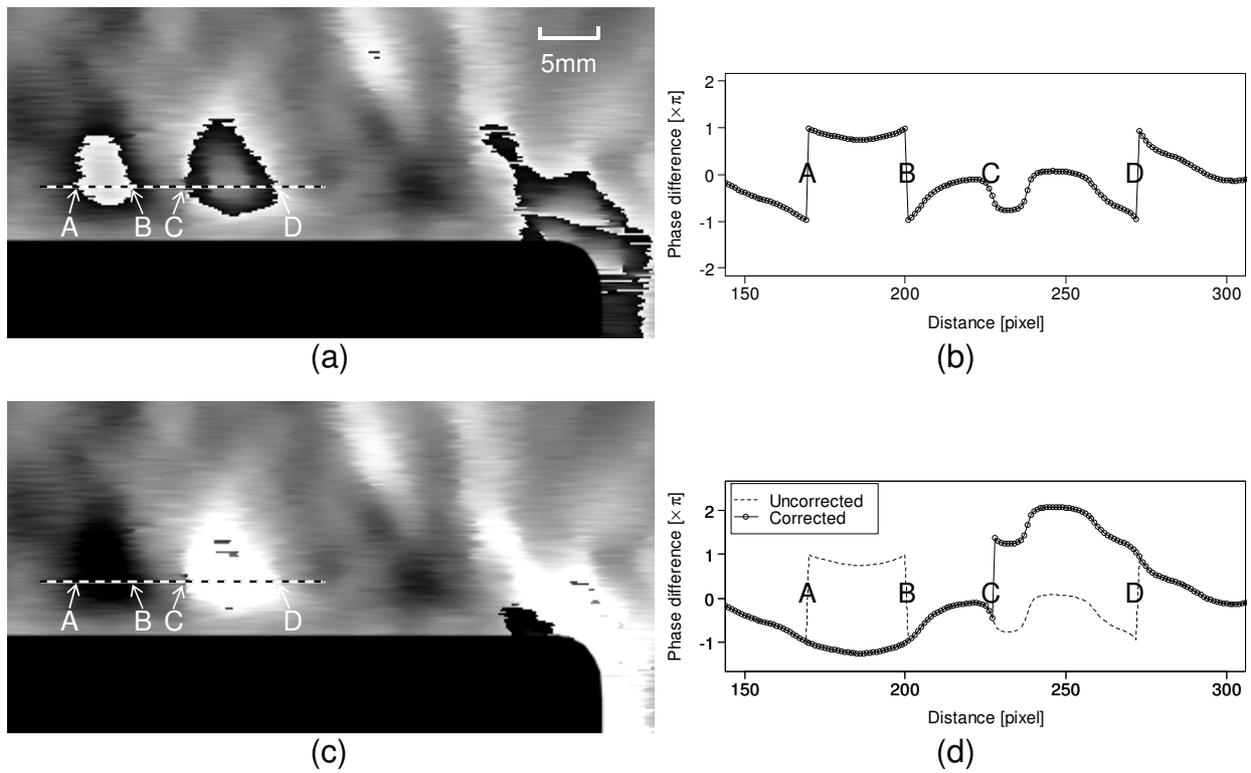


图 6.8. Distribution of the phase differences obtained with double frequency background pattern:
a phase difference distribution image computed from the high-frequency image alone;
c phase difference distribution image computed from high- and low-frequency images; **b**,
d phase difference plots along the broken lines in each image.

第 7 章

遷音速域で減速する球体の周りの非定常流れ場に関する数値解析

7.1 研究背景

鈍頭物体が気体中を超音速で移動する際、物体前方の気体が圧縮され、表面から離れた位置に弓形の衝撃波が形成される。これを離脱衝撃波といい、物体表面から衝撃波までの距離を衝撃波離脱距離という。衝撃波離脱距離は、超音速で移動する物体周りの流れ場を調べるうえで重要な特徴量とされる。物体が球体の場合、衝撃波離脱距離 δ を球体の直径 D で除した無次元量 δ/D は流速マッハ数 M と気体状態量の関数となることが知られている [87]。

ある固定されたマッハ数 M_0 に対する衝撃波離脱距離は、衝撃波とよどみ点の間の密度分布に強く依存する。超音速・極超音速領域では、実在気体効果によって気体の密度に影響が現れるため、衝撃波離脱距離も実在気体効果によって変化する。逆にこの性質を利用して、実在気体効果の評価に衝撃波離脱距離が使用される [88–90]。

衝撃波離脱距離の測定に使用される典型的な実験装置として、バリスティックレンジが挙げられる。バリスティックレンジは、チャンバー内の気体を変えることによって、撃ち込まれる物体周りの気体の熱化学的性質を制御できるという利点がある。しかしながら、バリスティックレンジを用いた実験においては、物体は気体から抗力を受け、常に減速する。そのため物体

周りの流れ場は非定常状態となり，衝撃波離脱距離も時々刻々変化すると考えられる．衝撃波形成には，物体表面の影響が衝撃波面に達するまでの時間遅れがあるため，ある瞬間の速度に対して実際に観測される衝撃波離脱距離は，定常状態での値よりも小さくなることが予想される．特にマッハ数が 1 に近い遷音速域では減速の影響が大きく現れると予想される．Starr et al. [91] はモデルの質量や初期速度を適切に選ぶことにより減速の影響は無視できると述べているが，常にそのような条件を整えられるとは限らない．よって，物体の減速による影響を適切に評価することは重要である．

本章は，この減速の影響に着目し，遷音速域での球体周りの非定常流れを模擬・解析を行った著者らの研究 [92–98] のまとめである．非定常流れ場の数値解析を行うと共に，数値計算結果と実験結果との比較を行うことを目的とする．数値計算では，減速の影響を考慮しない解析結果とも比較を行う．

7.2 数値計算法

7.2.1 基礎方程式

基礎方程式として，2次元軸対称圧縮性 Navier-Stokes 方程式を使用した．質量・運動量・エネルギーの保存式は以下のように書き表される [99]．

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}_x + \mathbf{G}_r = \mathbf{H} + \mathbf{I} + \mathbf{F}_x^v + \mathbf{G}_r^v \quad (7.1)$$

ここで \mathbf{U} は質量・運動量・トータルエネルギーの保存量ベクトル， \mathbf{F} と \mathbf{G} は軸方向及び径方向の流束ベクトル， \mathbf{H} は軸対称流れによる形状効果を表す生成項である．添字 t は時間による偏微分を，添字 x, r はそれぞれ軸方向，径方向への空間偏微分を表す． \mathbf{F}^v および \mathbf{G}^v はそれぞれ粘性と熱伝導による流束を表す．本数値解析では観測者が球体と共に移動する座標系を使用するため，球体は数値格子の中で固定され，周囲の気体に見かけ上の力及びエネルギーを加えることによって加速・減速を表現する． \mathbf{I} は軸方向に加速度 a で周囲気体を動かすためのベ

クトルである．それぞれのベクトル要素は次のように表される．

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(E + p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(E + p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ v(E + p) \end{bmatrix}, \quad (7.2)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho a \\ 0 \\ \rho au \end{bmatrix}, \quad (7.3)$$

$$\mathbf{F}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ \tau_{xx}u - \tau_{xr}v - kT_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}^v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{rx} \\ \tau_{rr} \\ \tau_{rx}u - \tau_{rr}v - kT_r \end{bmatrix}. \quad (7.4)$$

ここで ρ , p , u , v , k , T はそれぞれ密度，圧力，軸方向速度，径方向速度，熱伝導率，温度を表す．単位体積当たりの全エネルギー E は，内部エネルギー ε を使用して

$$E = \rho\varepsilon + \rho \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad (7.5)$$

と表され，内部エネルギー ε は熱的完全気体の状態方程式

$$\varepsilon = p/(\gamma - 1) \quad (7.6)$$

を使用した．粘性応力テンソル τ_{ij} は粘性係数 μ を用いて

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (7.7)$$

と表される．ここで δ_{ij} はクロネッカーのデルタである．粘性係数 μ はサザーランドの式 [100] に従うものとした．これらの基礎式はまず，式 7.1 右辺の各項を無視した非粘性同次方程式を WAF 法 [62] を用いて解く．数値流束の評価には HLLC 近似リーマン解法 [99] を使用した．ここで得られた解に対して，右辺の各項を演算子分割法で取り込み，軸対称，粘性，加速項による解の補正を行う．演算子分割法における時間積分には，4 次のルンゲ・クッタ法を使用した．粘性の効果は無視した解は， \mathbf{F}^v 及び \mathbf{G}^v の取り込みを省略することによって得られる．

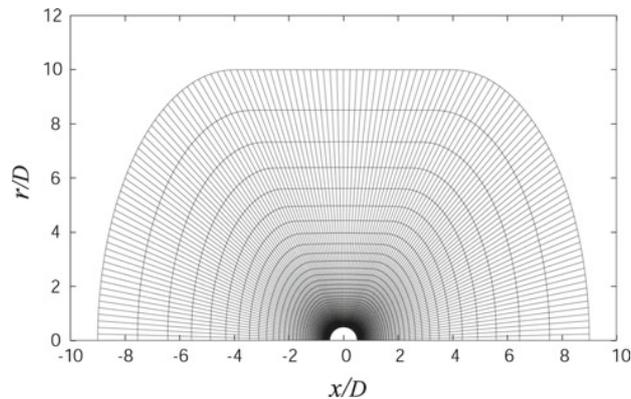


図 7.1. Numerical grids of computational domain: projectile diameter $D = 30$ mm.

7.2.2 数値計算格子及び境界条件

図 7.1 に、本研究で使用した数値計算格子を示す。格子数は半球表面に 1321 点、半球表面から垂直方向に 501 点配置した。図には、10 本に 1 本の割合で格子線を表示している。球の直径は 0.03 m、上面の境界は球の中心から 0.3 m の位置とした。これは、後に述べる実験条件と合わせた。中心軸方向には、球の前後 0.27 m に格子を配置した。図の縦軸と横軸は、球の直径 D で無次元化した距離で示している。

左側境界は流入条件、右側境界は流出条件とした。中心軸、球の表面及び上壁面は反射条件とした。球の表面は粘性抵抗を考慮する場合はすべりなしの条件、粘性抵抗を無視する場合はすべりありの条件とした。球表面の最小格子間隔は $16\ \mu\text{m}$ とし、球からの距離に比例して格子間隔を広くすることによって、計算時間の短縮を図った。

7.2.3 数値計算手順

数値計算は次の手順で行った。

1. 静止した球体の周りに一様な流れ場を発生させる。流れの速度は、実験において射出管出口で測定した速度とする。
2. 球体周りの流れ場が定常状態になるまで一定速度を保つ。

3. 球の表面圧力及び粘性抵抗を考慮する場合は粘性応力を積分して抗力を求める．この抗力及び運動方程式から加速度を求める．球の質量は実験と合わせ，127 kg とした．
4. 求めた加速度を式 7.3 に適用し，気体の速度を変化させる．
5. 目的の速度になるまで，計算ステップごとに 3. と 4. の処理を繰り返す．目的の速度とは，実験において観測部で測定された速度とする．

この計算手順は，近似的であることに注意が必要である．初期の定常流状態は，実験で観測された射出時の速度を基にしているが，実験においてはこの時点で観測された速度も減速の影響を受けたものであり，流れ場は定常ではない．数値計算で球の射出過程を全て再現するのは困難であり，本研究では，実験で観測された射出後の速度を定常流と仮定して計算を行った．

7.3 バリスティックレンジによる実験

衝撃波離脱距離を測定する実験は，東北大学流体科学研究所所有のバリスティックレンジを使用して行われた．図 7.2 に，加速管とテストセクションから成るバリスティックレンジの概略図を示す．テストセクションは内径が 1.7 m，全長 12 m である．内径 51 mm の加速管を使用し，直径 30 mm のポリエチレン製の球を射出する．球体は 4 ピースのサボに収納され，加速管から射出される．射出直後にサボと球体は分離し，球体のみがテストセクション内へ撃ち込まれる．ドライバガスにはヘリウムを用い，初期充填圧力は 1.8 ~ 2.5 MPa である．この条件で射出直後の球体の速度はマッハ数 0.98 ~ 1.11 であった．球体の質量は 16 g である．実験においては，観測部に直径 0.6 m の円筒管が配置されたため，壁面までの距離は球体中心から 0.3 m である．数値解析でも同じ位置に反射境界を設定している．

図 7.3 に，シャドウグラフ法による可視化の概要を示す．可視化画像は，高速度カメラ（島津 HPV-1）を使用し，露光時間 1 μ s，125,000 fps で取得した．図 7.4 は，ドライバガスの圧力 2.5 MPa で取得した可視化画像の例である．衝撃波離脱距離はこの画像から取得した．

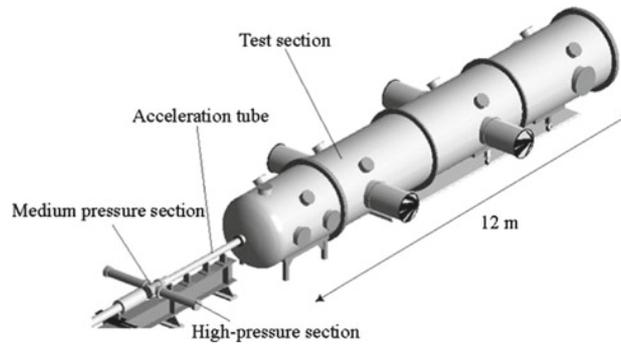


図 7.2. Schematic of ballistic range.

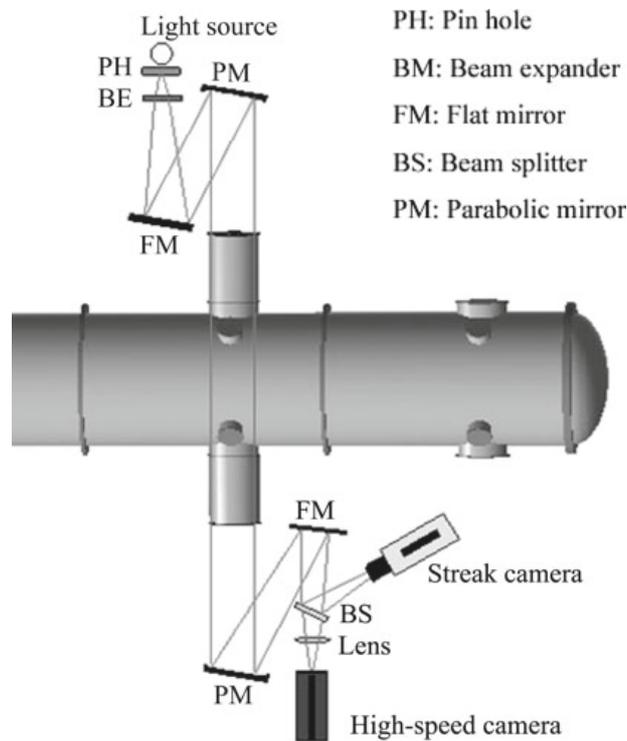


図 7.3. Optical setup for observing flow around projectile.

7.4 結果及び考察

7.4.1 減速を無視した解析

最初に、球体の減速を考慮せずに、定常流状態で解析した結果を示す。図 7.5 は、マッハ数 1.13 の条件で計算した圧力場を示している。これは、圧力分布を紙面に垂直な方向に 3 次的

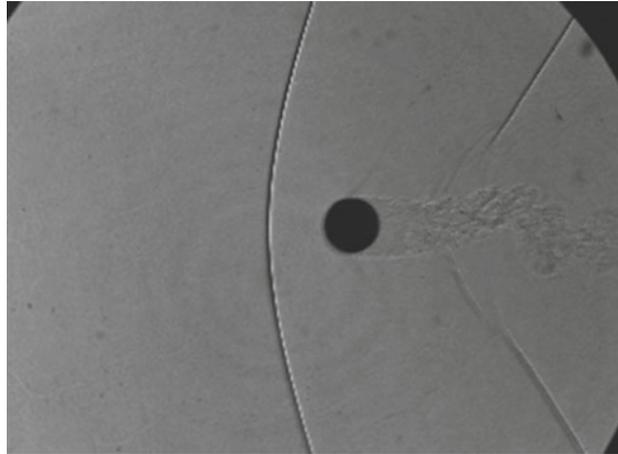


図 7.4. Projectile and detached bow shock wave.

にプロットし，球体上方に光源を置いた影を示している．このようにすることで，微弱な圧力波も詳細に可視化することが可能であり，更に球体前方の連続的な圧力分布も明瞭なグラデーションで表現される．

球体前方の離脱衝撃波，球体後方の複雑な流れ場，更にそこから出る 2 次衝撃波が鮮明に捉えられている．球体から離れるに従って離脱衝撃波の厚みが増しているように見えるが，これは図 7.1 に示したように，球体遠方では格子間隔が大きくなっているためである．衝撃波は格子 2~3 点で捉えられており，離脱距離を正確に求めることが可能である．

過去の研究 [101, 102] において，マッハ数が 1 に近い条件では収束解を得ることが困難であることが報告されている．今回の数値解析において，収束を評価するために流れ場全体の残差を取得することは行っていないが，流れ場が定常になるまで十分なタイムステップの計算を行い，離脱衝撃波が静止するのを確認することで収束判定を行った．

マッハ数 1.01 ~ 1.3 の条件で衝撃波離脱距離の解析を行った結果を図 7.6 に示す．比較のため，Starr et al. [91] による実験データを共に示した．実験は，減速の影響を無視できる条件で行われた．ここで行われた計算では，粘性及び熱伝導は考慮されていないが，実験結果と数値解析結果は非常に良い一致を示している．このことは，減速を無視できる条件で，マッハ数 1 の速度領域では，粘性の効果は無視できることを示している．Igra [102] の数値計算においても，非粘性と粘性計算の間に差は見られない．以上のように，本数値解析において衝撃波離



図 7.5. Pressure distribution around a sphere flying with $Ms = 1.13$: Distance scale normalized by model diameter.

脱距離が実験結果と良い一致を示したことは、数値計算コードの信頼性が高いことを示している。

7.4.2 減速を考慮した解析

図 7.7 に、減速の効果を考慮した解析結果の例を示す。図は、初期マッハ数 1.13 からマッハ数 1.04 まで減速させた流れ場を示しており、図 7.5 に示したのと同様の方法で圧力場を可視化したものである。離脱衝撃波が上壁面でマッハ反射しているのが見て取れる。また、減速の影響によって衝撃波離脱距離が図 7.7 よりも大きくなっていることが分かる。図 7.8 に、実験と数値計算の結果を示す。凡例の上から順に、1. 減速を考慮した非粘性計算、2. 原則を考慮した粘性計算、3. 実験による観測結果、4. Starr et al. の実験結果である。横軸は観測部でのマッハ数、縦軸は球体の直径で無次元化した衝撃波離脱距離である。

実験で得られた結果は、Starr の結果よりも衝撃波離脱距離が有意に小さく、それはマッハ数が 1 に近づくほど顕著になる。さらに、実験結果から、衝撃波離脱距離はマッハ数が 1 を下

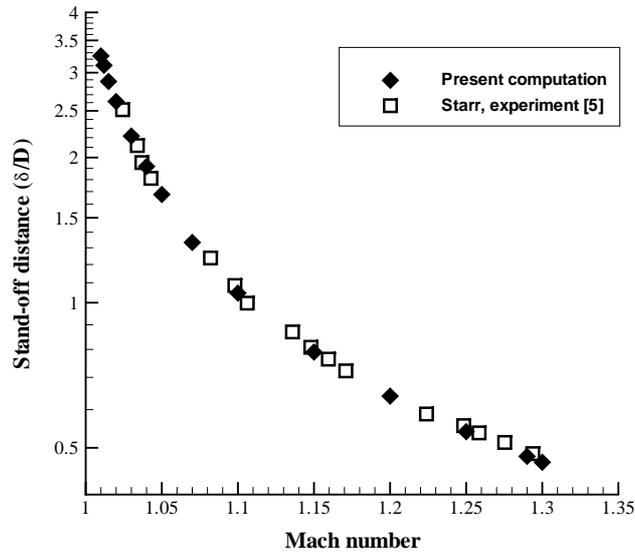


図 7.6. Comparison of the steady numerical solutions.

回っても観測されていることが分かる．これは流れ場が定常という前提では考え難い結果である．しかし，球が抵抗を受けて減速していると考えると，観測された離脱衝撃波は，球がまだ超音速であった時に形成されたもので，球体の速度情報が衝撃波面に到達する前であれば十分減衰せずに衝撃波として観測されると推測することが可能である．

減速を考慮した数値解析は，非粘性については4点，粘性計算については3点行われた．マッハ数1付近の計算においては，粘性計算では現実的な時間内に流れ場が初期の収束状態に至らなかったため，非粘性計算結果のみを示した．数値計算結果は，粘性・非粘性共に Starr et al. の実験結果と，本研究における実験結果の間にあるが，この主な原因として，初期速度を実験で観測された加速管出口の速度として与え，この速度で流れ場を定常とした状態から減速を考慮し始めたことが挙げられる．実際の実験においては，加速管出口においても既に減速の影響があると推測され，この影響が数値解析では考慮されていない．今回行われた解析では初期条件にまで減速の影響を考慮することは困難であるが，もしそれを考慮に入れることが可能であれば，最終的にはより実験に近い結果が得られると推測される．以上のことから，本数値解析結果は実験結果をよく再現していると考えてよい．

さらに，数値計算において，粘性と非粘性の解析結果にはほとんど差がないことが分かる．このことから，本研究においては，非粘性計算によって解析を行えば十分であることを示して



図 7.7. Pressure field around a decelerating sphere: $M = 1.04$.

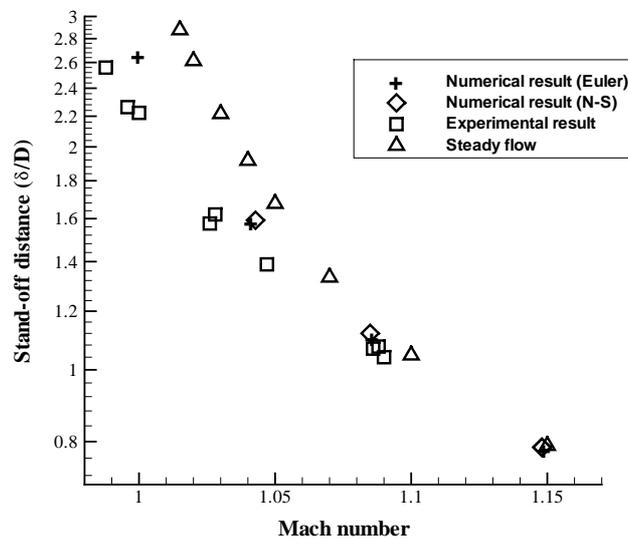


図 7.8. Comparison of numerical solutions of unsteady flow.

いる。

図 7.9 に、減速後の球体前方の圧力分布をプロットしたグラフを示す。横軸は球体の直径で無次元化した距離で、0 が球の中心、負の方向が球体前方である。球体の初期マッハ数はそれ

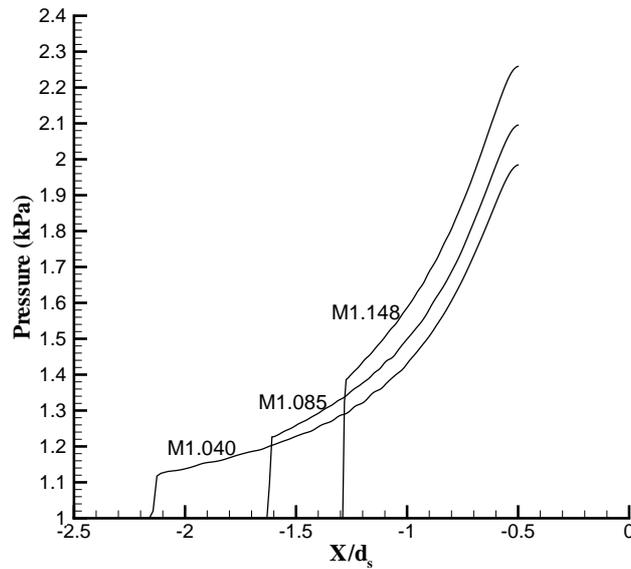


図 7.9. Pressure distributions along flight axis ahead of the sphere.

それぞれ 1.25, 1.19, 1.13, 減速後のマッハ数は 1.15, 1.09, 1.04 である。それぞれの圧力分布に明確な不連続面を確認することができる。

7.5 結論

本章では、遷音速域で減速する球体の周りの非定常流れ場の数値解析について述べた。気体の抗力を受けて減速する球体前方に生成される衝撃波離脱距離に着目し、一定速度で移動する場合の衝撃波離脱距離との比較を行った。その結果、減速による影響が明らかとなり、数値解析の結果は実験結果ともよく一致した。次に粘性の影響を考慮する場合としない場合における衝撃波離脱距離への影響を調査し、両者の間には差がないことを示した。従って本研究においては、非粘性の解析で十分であることが示され、減速の影響を調べる際の計算コストは格段に低くできることが示された。

第 8 章

超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場解析

8.1 研究背景

宇宙機の惑星大気圏突入時の減速時に有効な手段の 1 つとして、パラシュートによる空力的減速が挙げられる。パラシュートは軽量で収納性が高く、容易に大きな抗力を得られる等の利点を持つことから、多くの惑星大気圏突入ミッションで採用されてきた。大気圏突入時には、多くの場合超音速状態でパラシュートが展開される。超音速流れ場中のパラシュートは、条件によってキャノピーの形状が周期的に大きく崩れるなどして空力特性が不安定になることが分かり、安定的かつ効率的に減速できる条件を実験的に調べる研究が数多くなされた。その結果、不安定の直接的原因は、パラシュート前方の離脱衝撃波が非定常に振動する現象にあることが明らかとなった。さらにこの離脱衝撃波の振動には、主流マッハ数、ペイロード後流やサスペンションライン周りに発生する衝撃波、キャノピーの通気率など、多くの要因が関係していることが明らかにされた [103]。これらの実験的研究によって超音速パラシュートの安定条件が網羅的に探索され、安定条件範囲内で実用に供されている。しかし、不安定現象の詳細については未解明な部分が多い。

単純化したパラシュートモデルとして剛体半球殻を使用し、超音速流中での離脱衝撃波の振

動を調べる基礎実験が平木 [104] や Mizukaki et al. [2] によって行われた。平木は、振動現象が $M2.7$ 以上で不定期に起こり、マッハ数が高いほど発生しやすくなることを報告し、Mizukaki et al. は高速度カメラによる連続撮影で振動の発生と繰り返しのプロセスを詳細に論じた。高倉 [105] や川村ら [106] によって数値計算による解析も行われ、離脱衝撃波背後に発生する渦と振動の関係が論じられたが、実験に見られるような大規模な衝撃波の変形を再現するには至らなかった。高倉は矩形凹型モデルを用いた 2 次元での解析を行い、川村らは半球殻モデルの 2 次元軸対称計算による解析だったため、3 次元の複雑な流れ場を形成しているであろう実際の現象を捉えきれなかったと考えられる。

関連する研究として、極超音速機の機体先端部に設ける対向型キャビティがある。極超音速で飛行する物体の先頭は、空力加熱による極めて高い温度に曝される。この高温によって機体先端部分が変形するなどして空力特性に重大な影響を及ぼすアブレーションが問題となる。そこで、機体先端部に流れに対向する形で軸対称のシリンダー型キャビティを設け、空力加熱による気体表面の温度上昇を抑制する研究がなされている [107–109]。同時にキャビティ内に発生する振動を解析する研究も進められている。Engblom [107] は、振動特性はキャビティの直径と深さの比で決まり、その周波数はキャビティの深さを $1/4$ 波長とする気柱共鳴で説明できるとした。しかし、キャビティの深さが直径の $1/2$ 前後の値を取る時、振動の振幅が不定期に大きくなる不安定な現象が発生することを報告している。この現象は、軸対称の振動ではなく、スロッシング等の非対称な現象と推測されたが、数値計算による解析が軸対称計算であったため、詳細な調査はなされなかった。

以上のように、超音速パラシュートや対向型キャビティに関するこれまでの研究では、2 次元や軸対称での数値解析が主に行われたため、そこで発生している 3 次元の現象に対する理解が十分に進んでいない。

本章は、超音速流中に置かれた半球殻モデル周り流れ場の 3 次元数値解析を行うことによって、不安定現象の詳細を明らかにすることを目的として行われた著者らの研究 [110, 111] のまとめである。解析対象は超音速流中の単純パラシュートモデルとし、Mizukaki et al. の実験条件 [2] で 3 次元半球殻モデルを用いた数値計算を行った。

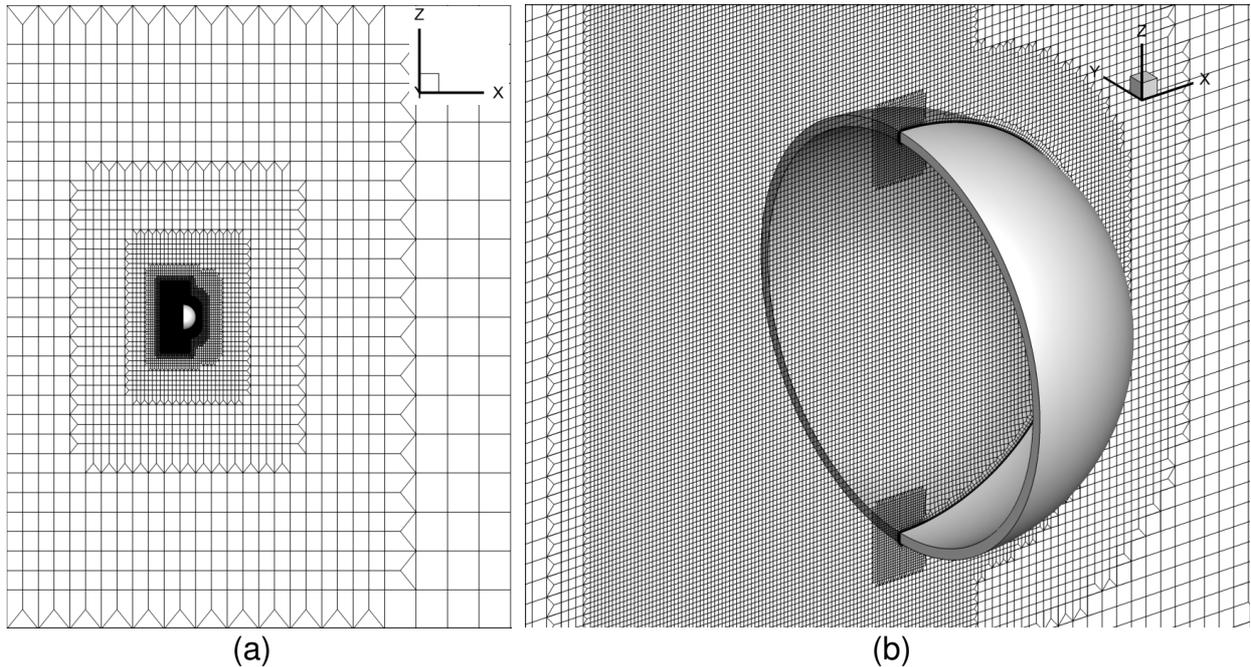


図 8.1. Computational domain: **a** Whole computational domain; **b** Enlarged view around the model.

8.2 数値計算法

流れ場の支配方程式として、3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用い、理想気体の状態方程式と共に解いた。支配方程式はセル中心有限体積法によって離散化を行った。非粘性流束の評価には AUSM+-up スキームを使用し、MUSCL 法による線形再構築と minmod リミターにより 2 次精度化した。線形再構築及び粘性流束評価のための勾配計算には Green-Gauss 法を用い、粘性係数は Sutherland の式で近似した。ソルバーとして宇宙航空研究開発機構 (JAXA) で開発が進められている非構造格子圧縮性流体解析プログラム FaSTAR (Fast Aerodynamic Routines) [112] を使用し、メッシュジェネレータとして同機構開発の HexaGrid を使用した。図 8.1a に計算領域全体を、図 8.1b にモデル周りの拡大図を示す。半球殻モデル中心軸は x 軸と平行である。メッシュは半球殻中心断面 ($y = 0$ 平面) 部を抽出して示している。計算格子は半球殻周り、特に半球殻内部と離脱衝撃波が存在する範囲に密に配置し、半球殻から離れた領域では粗くした。半球殻周りでの格子間隔は約 1.05 mm である。半球殻の縁は曲率が大き

表 8.1. Numerical conditions.

Parameter	Value
半球殻半径	$D = 40 \text{ mm}$
半球殻厚み	$t = 2.1 \text{ mm}$
よどみ圧	$p_0 = 510 \text{ kPa}$
よどみ温度	$T_0 = 300 \text{ K}$
マッハ数	$M = 4.0$
気体定数	$R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$
動粘性係数	$\nu = 1.57 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

いため，格子間隔を半分の約 0.53 mm とした．半球殻壁面は粘性による境界層を解像する目的でセルの厚みを 0.045 mm とした．

初期条件として，領域全体に x 軸方向へ一様流を与え計算を開始する．流れ場の状態量は Mizukaki et al. [2] の実験条件に合わせ，表 8.1 の通りとした．半球殻の直径 D を基準としたレイノルズ数は 3.45×10^6 となる．

8.3 結果と考察

8.3.1 離脱衝撃波背後の渦生成

計算開始直後，半球殻前方の離脱衝撃波が軸対称的に大きく振動するが，徐々に振動の振幅が小さくなっていき，準定常的な流れ場が形成される．離脱衝撃波の振動は完全になくなることはなく，継続的に小さな振幅での振動が観測された（詳細は後述）．この時，この振幅の小さな振動に同期して，離脱衝撃波背後に渦が生成されるのが観察された．図 8.2 にその際の様子を渦度の等高線と共に示す．図 8.2 は $y = 0$ 平面を示しており，渦度は断面に平行な速度成分のみから計算している．渦の回転方向を図 8.2a に矢印で示した．離脱衝撃波が半球殻に近づくとときに衝撃波面で渦度が生成され，離脱衝撃波が半球殻から遠ざかるとときに衝撃波面が

ら渦が離れる．この渦は3次元で観察すると渦輪であり，図 8.2 では回転方向が逆の渦が対になっていることが分かる．衝撃波面から離れた渦輪は伸長され，半球殻を外側から囲むようにして流れ出ていくことが多いが，稀に渦輪の一部が半球殻内部に留まることが観察された．図 8.2e-f はその際の様子を示している．図 8.2e-f では離脱衝撃波が再び半球殻に近づく周期となっており，衝撃波面で新しい渦度が生成されている．渦が半球殻外側へ流れ出る際，離脱衝撃波に渦の影響がおよび，振動が引き起こされるため，渦の生成は連続的になる．同様の現象は高倉 [105] の数値計算結果にも見られる．

8.3.2 離脱衝撃波の非対称振動

上で述べたように，生成された渦輪の一部は，稀に半球殻内部に留まることがある．流れが準定常状態のとき，内部に留まる渦の回転方向は，正負がほぼ同数でバランスを取っており，半球殻内部の流れ場は方向性を持たないランダムな流れ場となっている．しかし，ある時からこれにアンバランスが生じ，ある一方向の渦（今回の計算の場合，反時計回りの渦）が内部に留まることが多くなる．一つ一つの渦は弱く，半球殻内部ですぐに拡散して見えなくなるが，同じ回転方向の渦が連続して留まるようになると，半球殻内部全体の流れが徐々に一定方向を向くようになる．一度バランスが崩れるとこの状態は加速され，半球殻内部は一方向の流れが支配的になっていく（図 8.3）．同時に離脱衝撃波の形は大きく変形し，非対称な振動に発展する．

図 8.4 に，離脱衝撃波が非対称に振動した時の Mizukaki et al. [2] の実験結果（シュリーレン写真）と，今回の計算結果（半球殻中心断面での密度勾配）を示す．計算結果は，実験結果と定性的に良く一致することが分かる．

図 8.5 に，準定常時（図 8.5a）と非対称振動時（図 8.5b）の流線を3次元で示す．各流線の始点は $y = 0$ 平面上に等間隔で分布させた．流線にはマッハ数（0~4）で色付けしている．準定常時は，半球殻内部に入り込んだ気体が殻の内部でランダムな動きをして外部へ流出する様子が見て取れる．それに対し，非対称振動時は，半球殻内部に入り込んだ気体は内壁に沿って円を描くように規則的に移動して外部へ流出することが分かる．半球殻に入るときに超音速に

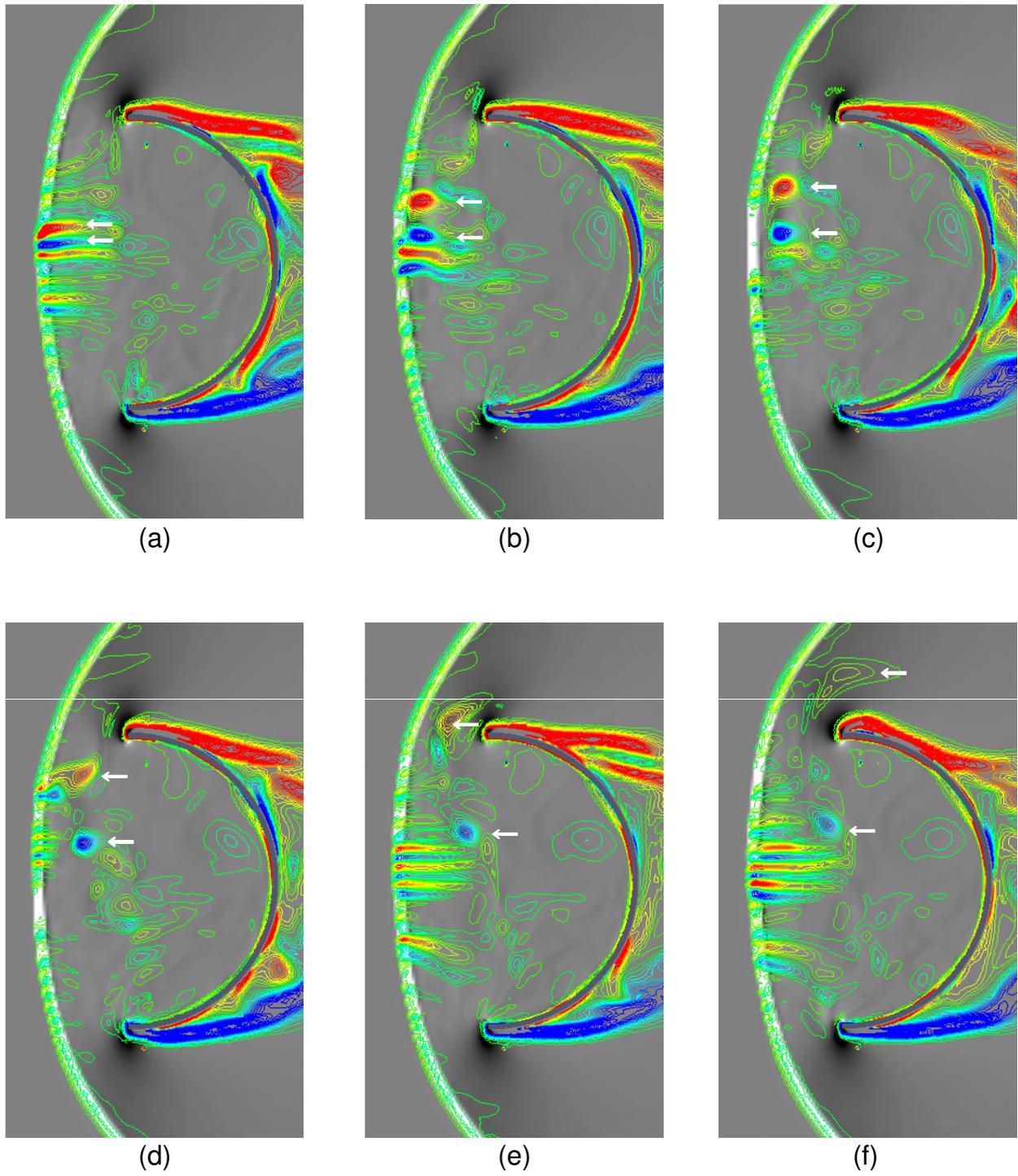
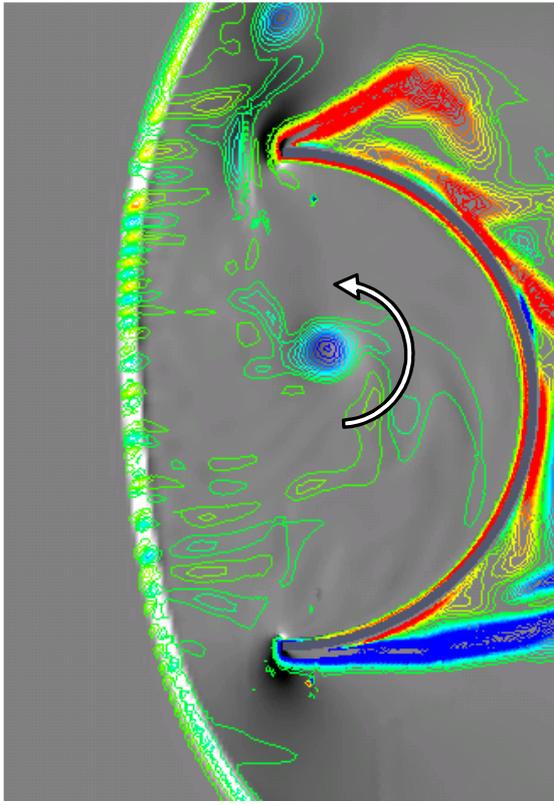
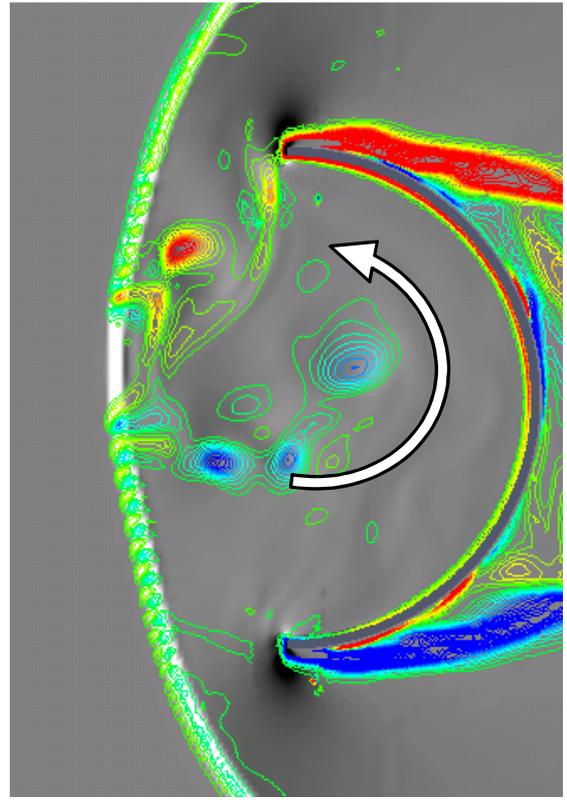


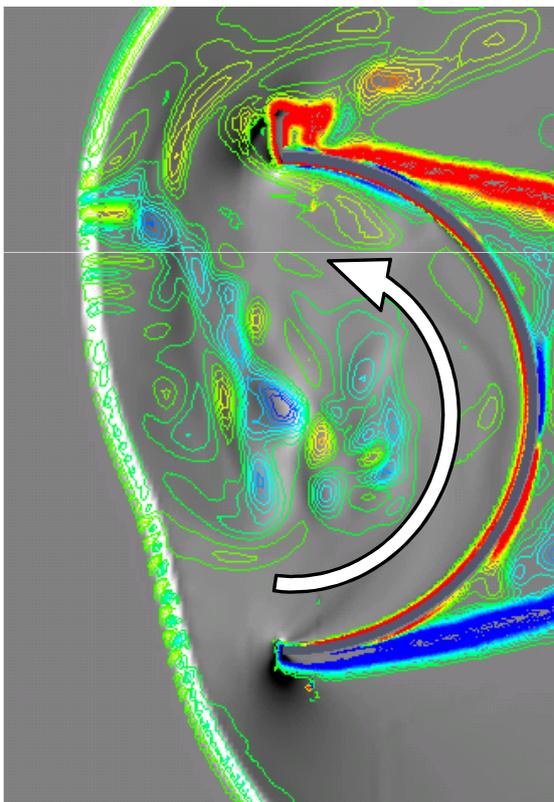
図 8.2. Generation and movement of the vortices.



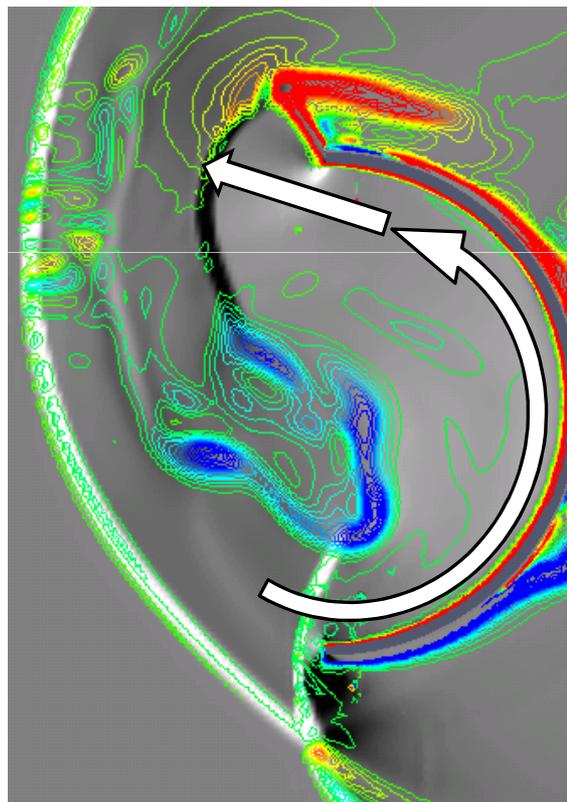
(a)



(b)



(c)



(d)

図 8.3. Generation of unsteady oscillation.

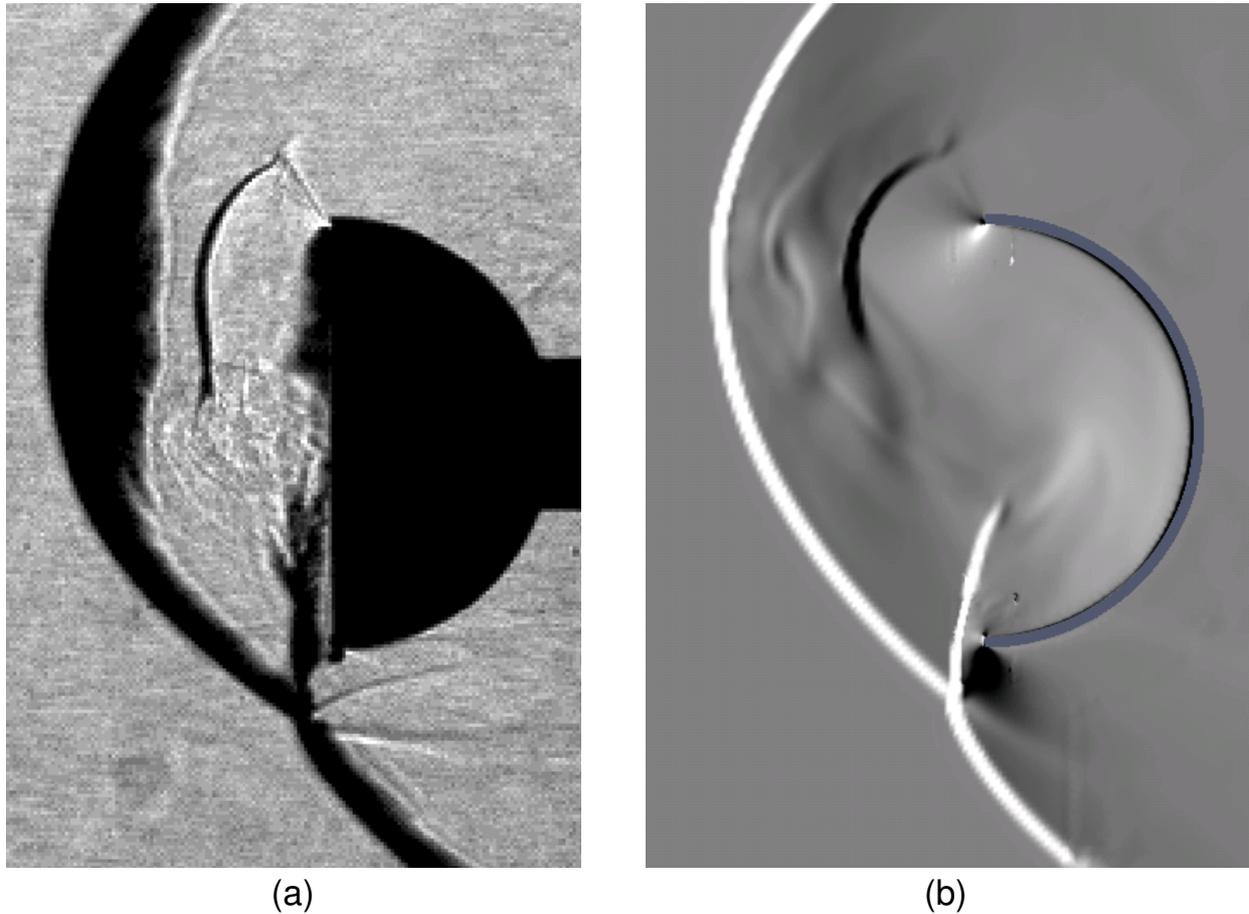


図 8.4. Comparison of experimental Schlieren photography [2] and numerical result.

減速された流体は，反対方向から出るときに急速に膨張し，超音速にまで加速されていることが分かる．これが上流からの流れと衝突する時に衝撃波を通過し，亜音速まで減速され，再び下流方向への流れとなる．この半球殻内部の流れが離脱衝撃波を上流方向へ押し上げる原因になっている．

8.3.3 非定常現象の周波数解析

これまでに述べた衝撃波の大きな変形は，周期的に繰り返す振動現象であるため，半球殻前方に形成される離脱衝撃波の距離と半球殻最底面の壁面圧力をサンプリングし，周波数解析を実施した．壁面圧力のサンプリング点を図 8.6(a) に示した．衝撃波離脱距離は，図 8.6(b) に示すように，半球殻底面から衝撃波最前面までの距離とした．

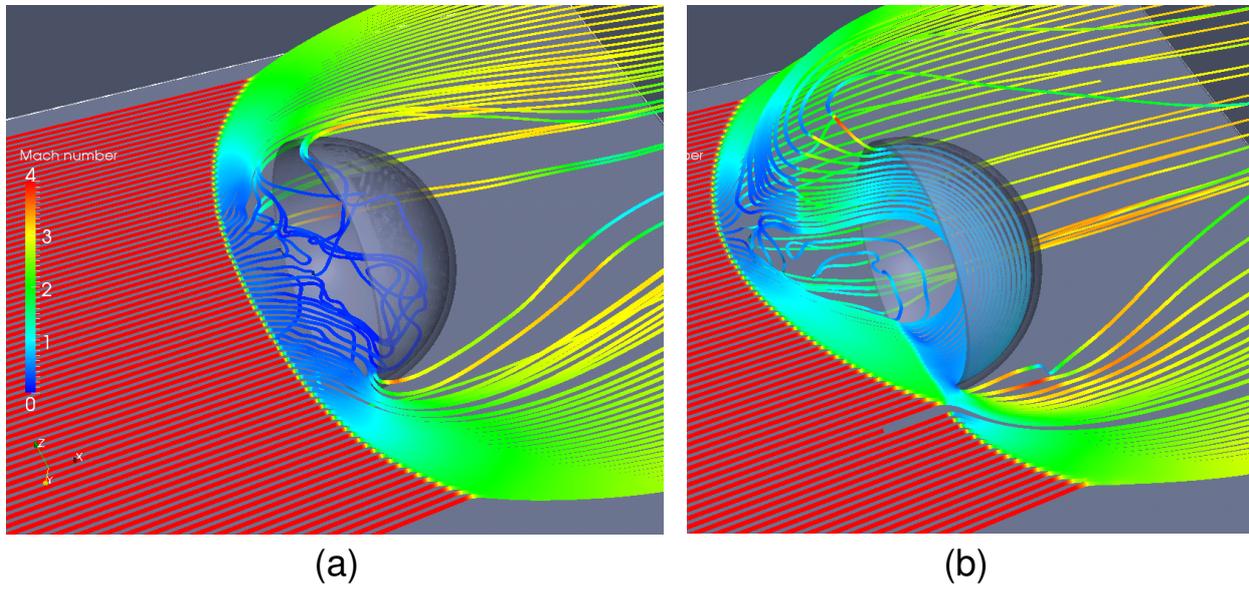


図 8.5. Instantaneous streamline around the model: **a** quasi-steady flow; **b** unsteady flow.

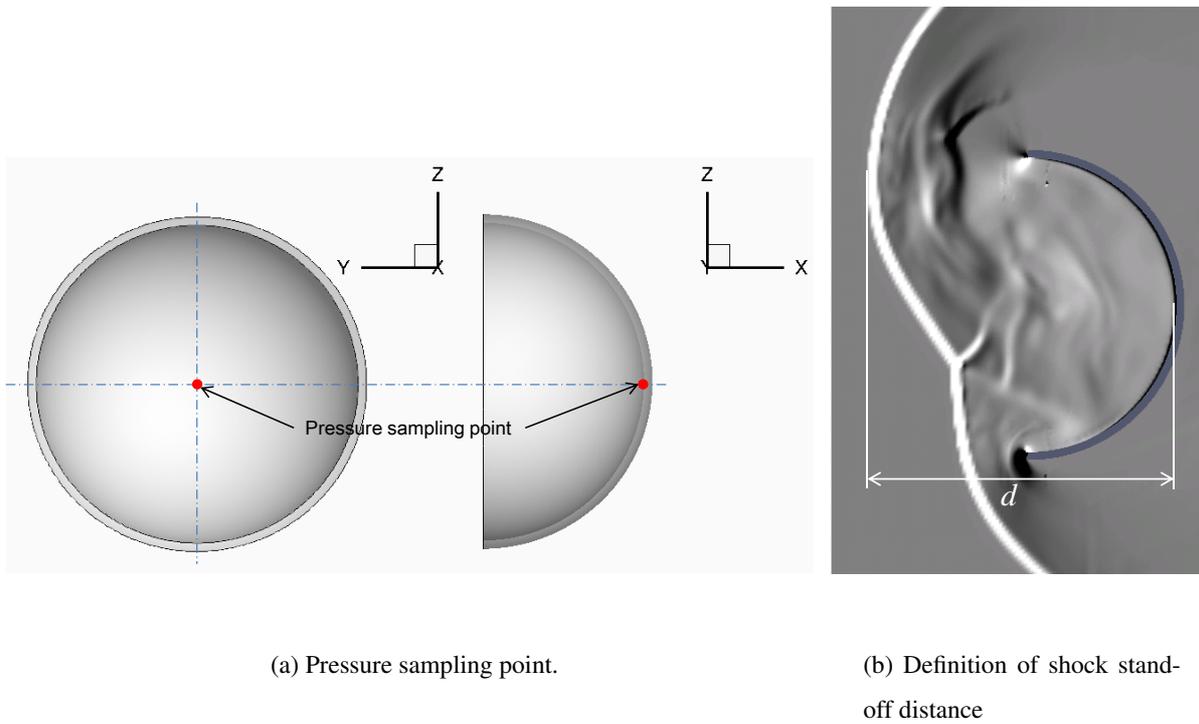
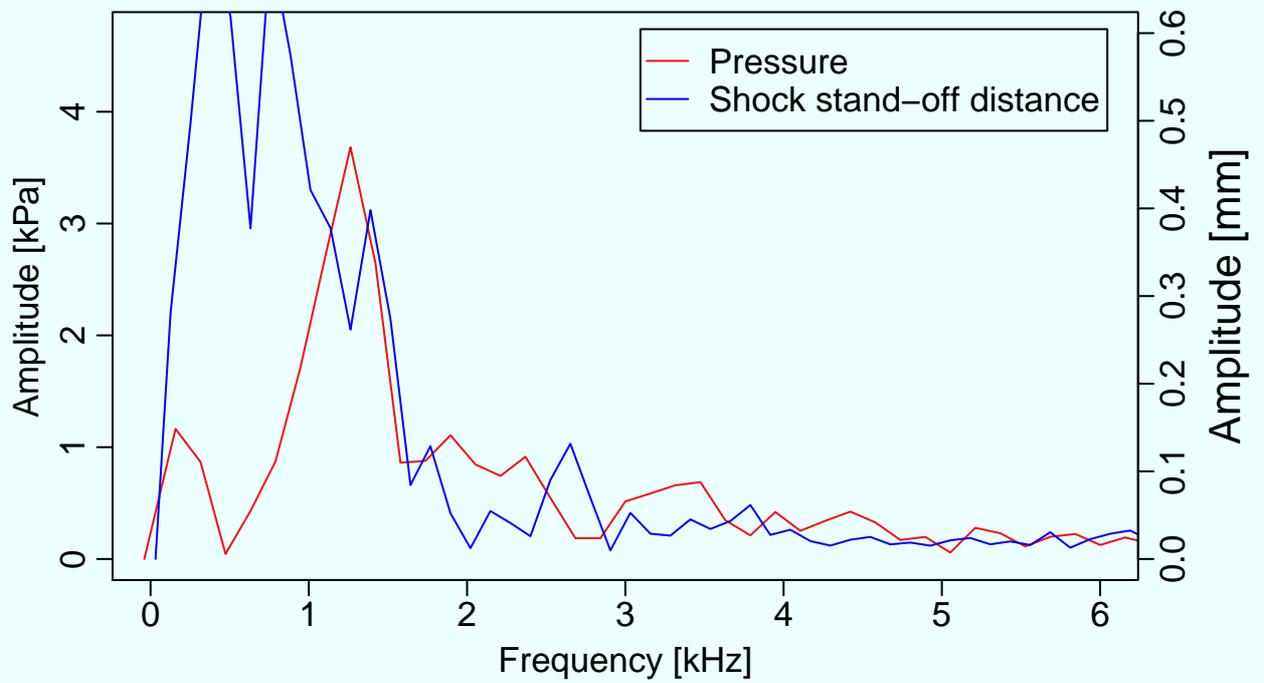
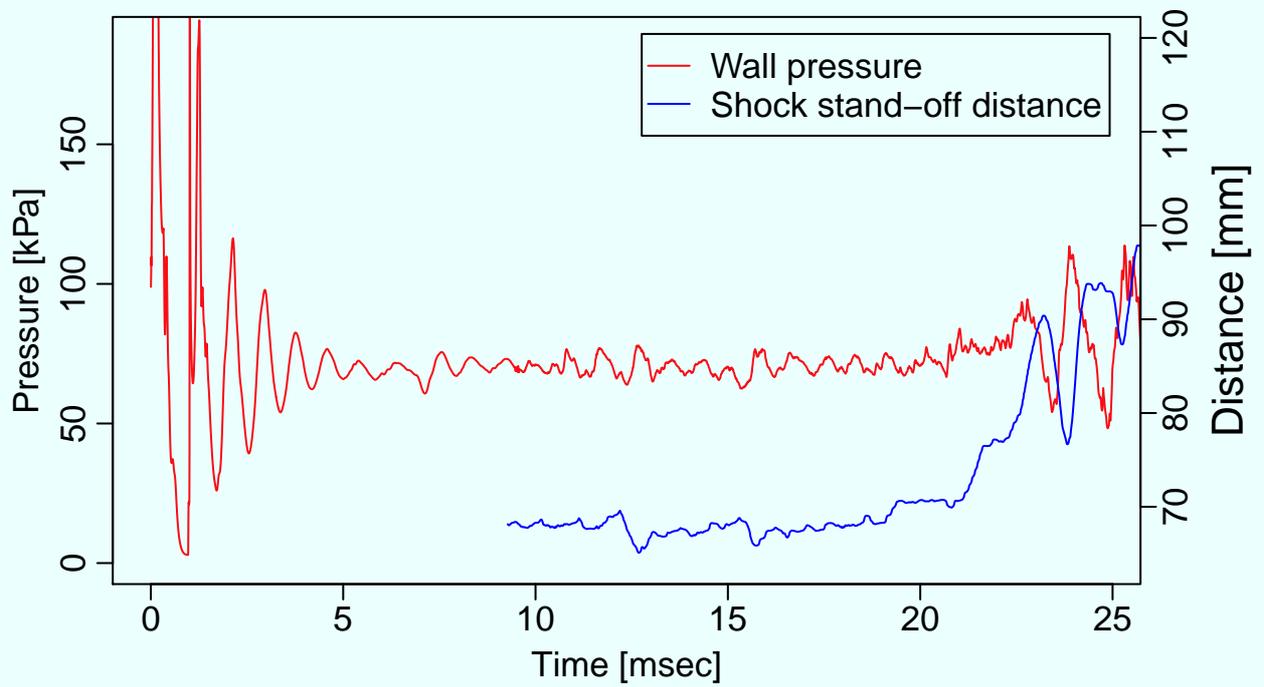


図 8.6. Measurement of pressure and shock stand-off distance for frequency analysis

図 8.7 に、シミュレーションを開始した直後からの壁面圧力と衝撃波離脱距離の時間履歴を示す。横軸は時間、左縦軸が壁面圧力、右縦軸が衝撃波離脱距離を示している。時刻 0 ~ 5 ms の間は、壁面圧力が大きく振動していることが分かる。これは、時刻ゼロのとき流れ場の状態量がマッハ数 4 の一様状態であったため、流体が半球殻にせき止められることによる圧力の急激な増加と、半球殻内にたまった流体があふれ出ることによる圧力の急激な現象が何度か繰り返されるためである。この間、衝撃波も大きく振動する。本研究では、衝撃波離脱距離については、衝撃波の振動が少なくなった 9.3 ms 付近からサンプリングを開始した。10 ms 以降は圧力、衝撃波共に安定するが、20 ms 付近まで小さい振幅で振動は続いており、その周期はほぼ一定である。図 8.8 に、図 8.7 の 9.3 ms から 17.5 ms までのデータを使用して FFT による周波数解析の結果を示す。横軸に周波数、縦軸に壁面圧力と衝撃波離脱距離の振幅を取った。その結果、壁面圧力では 1.26 kHz、衝撃波離脱距離では 1.39 kHz と、近接した周波数に振幅のピークが確認された。

また、この時の離脱衝撃波距離の平均値は 67.4 mm であった。さらに、観測された圧力振動を、離脱衝撃波距離を $1/4\lambda$ とする気柱共鳴によるものと仮定した場合、音速は 340.9 m/s と計算される。数値計算の結果から得られた半球殻内部の温度は 290 K であり、この温度から計算される音速が 341.4 m/s であった。これは、圧力振動が気柱共鳴によると仮定した場合の音速とよく一致する。従って、非定常振動が始まる前の安定時、小さい振幅で一定の振動が発生しているのは、気柱共鳴によるものと推測される。

図 8.9 に、非定常振動が始まった後の壁面圧力及び衝撃波離脱距離の時間履歴を示す。壁面圧力の振動と離脱衝撃波の振動には一定の位相差があることが見て取れる。これは、上述したように、半球殻内部を通過して方向転換した流体が上流からの流れと対向し、相対的な流速マッハ数が上昇することで、衝撃波離脱距離が増加するという結果から説明できると考えられる。図 8.5b から、半球殻内部を流体はほぼ音速で移動していることが確認できる。流体が半球殻内壁に沿って音速で移動すると考える時、半球殻の底面から縁までの移動にかかる時間は概算で 0.18 ms である。上流からの対向流に干渉するには更にプラスアルファの時間が必要と考えられる。図 8.9 から読み取った壁面圧力と衝撃波離脱距離の時間差は約 0.40 ms であることから、プラスアルファ分を 0.2 ms 程度と考えることでこの位相遅れを説明することができる。



8.8. FFT results from historical data of Fig. 8.7

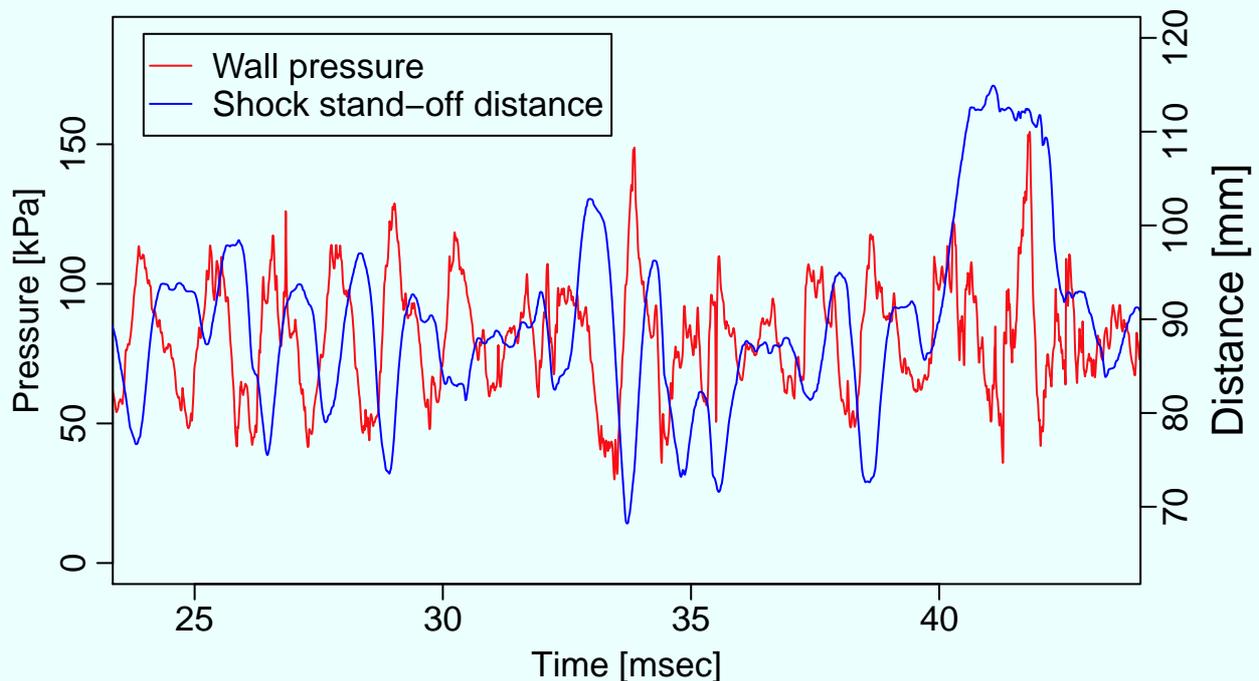


図 8.9. Historical data of wall pressure and shock stand-off distance during unsteady oscillation occurred.

図 8.10 に，図 8.9 の FFT 解析結果を示す．圧力，衝撃波離脱距離の振幅ピーク周波数はそれぞれ 869 Hz，853 Hz と，非常に近接した結果を得た．更に，上述した方法と同様に，気柱共鳴の仮定から得られる音速を求めると，311 m/s を得，半球殻内部温度から得られた音速は約 330 m/s であった．非定常振動時は半球殻温度分布には大きなムラがあったが，その平均的な値を取った．この場合も二つの音速は近い値になっており，非定常振動時も半球殻底面と離脱衝撃波の距離を $1/4\lambda$ とした気柱共鳴と考えることが可能である．

8.4 結論

本章では，超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場の数値解析について述べた．数値解析は，新しく構築した CPU ベースの並列計算機を使用して 3 次元計算で行われ，従来の 2 次元計算では再現されなかった複雑な流れ場の様子を捉えることに成功した．半球殻前方で発生する離脱衝撃波の大規模な振動は，実験結果と定性的に良く一致し，その振動周波数も実験結果

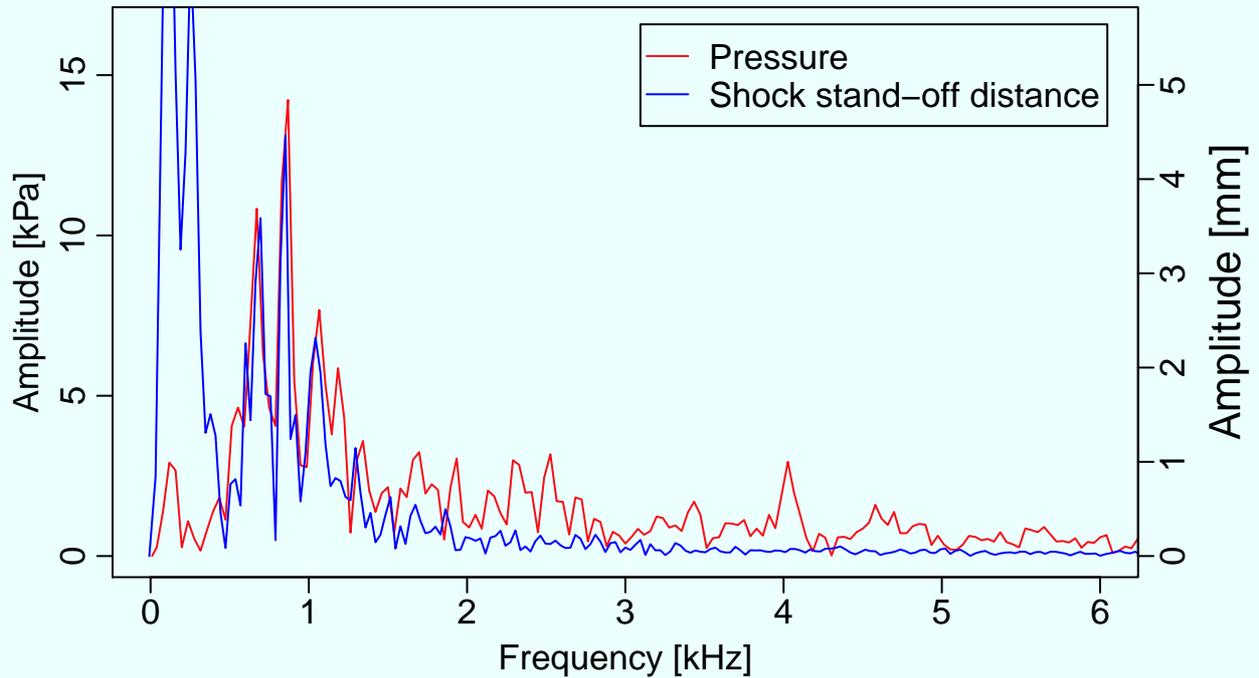


図 8.10. FFT results form historical data of Fig. 8.9

とよく一致した．準定常状態の時に発生している離脱衝撃波の微小な振動の周波数は，半球殻底面と離脱衝撃波間の距離で発生する気柱共鳴で説明が可能なことを示した．さらに，大規模な振動が発生している場合の周波数は準定常状態の周波数とは異なっているが，離脱衝撃波の距離を平均化した気柱共鳴として考えると説明可能であることを示した．

第 9 章

結論

以上，第 2 章から 8 章まで，衝撃波問題における解析の最適化とその適用及び評価について述べた．

第 2 章，第 3 章では，解析に必要となる基礎的な数値解析法と，計算機システム構築について述べた．CPU 及び GPU ベースの二つの計算機システムを構築し，ベンチマークテストによってその性能を評価した．その結果，筆者の所属する研究室で保有するスーパーコンピュータ (CRAY XD1) を凌ぐ計算性能を発揮することを確認した．

第 4 章では，弱い衝撃波の分子振動による緩和効果に関する数値解析について述べた．TNT 1 kg の爆発によって生じる N 波を数値的に模擬し，分子振動緩和効果による減衰についてランダム・チョイス法 (RCM) による解法と周波数解析的な解法で調べ，両者の比較を行った．その結果，両者に良い一致が見られた．次に RCM で得られた結果からは捉えることが難しかった分子種による緩和効果の違いを，周波数解析の手法を用いて説明した．周波数解析の手法は RCM による解析に比べて格段に計算コストが低く，非常に有用な方法であることを示した．

第 5 章では，UTIAS インプロージョンチャンバーにおける収縮衝撃波の収束安定性について，数値解析的に調査を行った．収束安定性に影響を与える要因として，デトネーションの有無，粘性の有無について条件を変え検討を行った．その結果，気体の粘性を考慮する場合，非粘性の場合に比べて特に容器中心部の流れ場の様子が大きく変わり，この変化が収束安定性に大きく関わること，また粘性の有無によって衝撃波の収束位置が変わり，容器底面で得られる

圧力に大きな変化が生じることが分かった。本研究においては、計算システムに GPU を採用し、CPU ベースの並列計算機と比較して、コストパフォーマンスの高い演算性能を実現した。

第 6 章では、背景指向型シュリーレン (BOS) 法に基いた新しい可視化手法の開発について述べた。背景画像に複数の周波数成分を持つ周期的輝度パターンを用いることで、単一の周波数成分を持つ背景画像を使用した際に生じる位相差の反転問題を解決した。

第 7 章では、遷音速域で減速する球体の周りの非定常流れ場の数値解析について述べた。気体の抗力を受けて減速する球体前方に生成される衝撃波離脱距離に着目し、一定速度で移動する場合の衝撃波離脱距離との比較を行った。その結果、減速による影響が明らかとなり、数値解析の結果は実験結果ともよく一致した。次に粘性の影響を考慮する場合としない場合における衝撃波離脱距離への影響を調査し、両者の間には差がないことを示した。従って本研究においては、非粘性の解析で十分であることが示され、減速の影響を調べる際の計算コストは格段に低くできることが示された。

第 8 章では、超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場の数値解析について述べた。数値解析は、新しく構築した CPU ベースの並列計算機を使用して 3 次元計算で行われ、従来の 2 次元計算では再現されなかった複雑な流れ場の様子を捉えることに成功した。半球殻前方で発生する離脱衝撃波の大規模な振動は、実験結果と定性的に良く一致し、その振動周波数も実験結果とよく一致した。準定常状態の時に発生している離脱衝撃波の微小な振動の周波数は、半球殻底面と離脱衝撃波間の距離で発生する気柱共鳴で説明が可能なことを示した。さらに、大規模な振動が発生している場合の周波数は準定常状態の周波数とは異なっているが、離脱衝撃波の距離を平均化した気柱共鳴として考えると説明可能であることを示した。

以上のように、衝撃波を伴う超音速流れ場に対する数値解析的・実験的研究をいくつかの課題について実施した。それぞれの課題において最適化された解析を行い、重要な学術的知見を得た。

参考文献

- [1] T. Saito and I.I. Glass. Temperature measurements at an implosion focus. *Proc.R. Soc. Lond.*, Vol. A384, pp. 217–231, (1982).
- [2] T. Mizukaki, H. Tsukada, K. Wakabayashi, T. Matsumura, and Y. Nakayama. Quantitative visualization of open-air explosions by using background-oriented Schlieren with natural background. In *28th International Symposium on Shock Waves*, Vol. 1, pp. 465–470. Springer Berlin Heidelberg, (2012).
- [3] H. Versteeg and W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Prentice Hall, 2nd edition edition, (2007).
- [4] Westerweel. Fundamentals of digital particle image velocimetry. *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 8, pp. 1379–1392, (1997).
- [5] M. C. Thurber. *Acetone laser-induced fluorescence for temperature and multiparameter imaging in gaseous flows*. PhD thesis, Stanford University, (1999).
- [6] Taro Handa, Mitsuharu Masuda, Masashi Kashitani, and Yutaka Yamaguchi. Measurement of number densities in supersonic flows using a method based on laser-induced acetone fluorescence. *Experiments in Fluids*, Vol. 50, pp. 1685–1694, (2011).
- [7] G. E. A. Meier. Computerized background-oriented Schlieren. *Exp. Fluids*, Vol. 33, pp. 181–187, (2002).
- [8] L. Venkatakrisnan and G. E. A. Meier. Density measurements using the background oriented Schlieren technique. *Exp. Fluids*, Vol. 37, pp. 237–247, (2004).
- [9] G. E. Elsinga, B. W. van Oudheusden, and D. W. Scarano, F. Watt. Assessment and applica-

- tion of quantitative Schlieren methods: Calibrated color Schlieren and background oriented Schlieren. *Exp. Fluids*, Vol. 36, pp. 309–325, (2004).
- [10] 青木尊之, 額田彰. はじめての CUDA プログラミング. I/O BOOKS, (2009).
- [11] Allan D. Pierce and Domenic J. Maglieri. Effects of atmospheric irregularities on sonic-boom propagation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 51, No. 2C, pp. 702–721, (1972).
- [12] H. E. Bass and Richard Raspet. Vibrational relaxation effects on the atmospheric attenuation and rise times of explosion waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 64, No. 4, pp. 1208–1210, (1978).
- [13] J. P. Hodgson. Vibrational relaxation effects in weak shock waves in air and the structure of sonic bangs. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, Vol. 58, No. 01, pp. 187–196, (1973).
- [14] H. Honma, I. I. Glass, C. H. Wong, O. Holst-Jensen, and D. Q. Xu. Experimental and numerical studies of weak blast waves in air. *Shock Waves*, June , (1991).
- [15] 畠中和明, 齋藤務. 弱い衝撃波の分子振動緩和による減衰過程に関する数値解析. 日本機械学会論文集 B 編, 3 , (2010).
- [16] 畠中和明, 齋藤務. 弱い衝撃波の分子振動緩和による減衰過程に関する数値解析. 日本流体力学会年会 2010 講演要旨集, 9 , (2010).
- [17] 畠中和明, 梨木淳, 廣田光智, 齋藤務. 弱い衝撃波の分子振動緩和による減衰過程に関する数値解析. 平成 21 年度 衝撃波シンポジウム講演論文集, 3 , (2010).
- [18] Kazuaki Hatanaka and Tsutomu Saito. Numerical analysis of weak shock attenuation resulting from molecular vibrational relaxation. *Shock Waves*, 3 , (2011).
- [19] K. Hatanaka and T. Satio. Numerical analysis of weak-shock attenuation resulting from molecular vibrational relaxation. 7 , (2011). Manchester.
- [20] K. Hatanaka and T. Saito. Numerical analysis of weak shock attenuation resulting from molecular vibrational relaxation. In *Eighth International Conference On Flow Dynamics Proceedings*, 11 , (2011). Sendai.

- [21] K. Hatanaka and T. Saito. Computations of weak-shock attenuation due to molecular vibrational relaxation. In *Proceedings of Joint Symposium on Mechanical-Industrial Engineering, and Robotics 2012*, 1, (2012). Noboribetsu.
- [22] F.D. Shields and H.E. Bass. A study of atmospheric absorption of high frequency noise and application to fractional octave bands of noise. *NASA Contractor Report*, Vol. 2760, pp. 1–234, (1976).
- [23] J. Glimm. Solutions in the large for nonlinear hyperbolic systems of equations. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. 18, No. 4, pp. 697–715, (1965).
- [24] A.J. Chorin. Random choice solution of hyperbolic systems. *Journal of computational physics*, Vol. 22, pp. 517–533, (1976).
- [25] P. Colella. *An Analysis of the Effect of Operator Splitting and of the Sampling Procedure on the Accuracy of Glimm's Method*. PhD thesis, Department of Mathematics, University of California, USA, (1978).
- [26] P. Colella. Glimm's method for gas dynamics. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 3, No. 1, pp. 76–110, (1982).
- [27] R. Mendez E. Marshall. Computational aspects of the random choice method for shallow water equations. *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 1–21, (1981).
- [28] T. Saito and I.I. Glass. Applications of random-choice method to problems in shock and detonation-wave dynamics. *UTIAS Report*, No. 240, (1979).
- [29] T. Saito and I.I. Glass. Application of random-choice method to problems in gasdynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 21, pp. 201–247, (1984).
- [30] Y. Takano. An application of the random choice method to a reactive gas with many chemical species. *J. Comput. Phys.*, Vol. 67, pp. 173–187, (1986).
- [31] J. F. Clarke G. Singh. Transient phenomena in the initiation of a mechanically driven plane detonation. *Proc. Roy. Soc. London A*, Vol. 438, pp. 23–46, (1992).
- [32] A. S. Dawes. *Natural Coordinates and High Speed Flows. A Numerical Method for Reactive Gases*. PhD thesis, College of Aeronautics, Cranfield Institute of Technology, UK,

- (1992).
- [33] Henry E. Bass, Richard Raspet, James P. Chambers, and Mark Kelly. Modification of sonic boom wave forms during propagation from the source to the ground. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 111, No. 1, pp. 481–486, (2002).
- [34] I.I. Glass. Appraisal of utias implosion driven hypervelocity launchers and shock tubes. *Prog. in Aero. Sci.*, Vol. 13, pp. 223–291, (1972).
- [35] I.I. Glass. Shock and combustion wave dynamics in an implosion-driven hypervelocity launcher. *UTIAS Review*, Vol. 25, .
- [36] R.F. Flagg. The application of implosion wave dynamics to a hypervelocity launcher. Technical Report 125, UTIAS Report, (1967).
- [37] R.F. Flagg and I.I. Glass. Explosive-driven spherical implosion waves. *Phys. Fluids*, Vol. 11, pp. 2282–2284, (1968).
- [38] H.L. Brode. Theoretical description of the performance of the utias hypervelocity launcher. *Astronautica Acta*, Vol. 15, pp. 301–309, (1970).
- [39] I.I. Glass and J.C. Poinssot. Implosion-driven shock tube. In *Proceedings of the Seventh International Shock Tube Symposium*, pp. 343–352, (1970).
- [40] S.K. Chan. An analytical and experimental study of an implosion-driven shock tube. Technical Report 191, UTIAS Report, (1973).
- [41] I.I. Glass and S.P. Sharma. Production of diamonds from graphite using explosive-driven implosions. *AIAA J.*, Vol. 14, No. 3, pp. 402–404, (1976).
- [42] R.W. Perry and A. Kantrowitz. The production and stability of converging shock waves. *J. Appl. Phys.*, Vol. 22, No. 7, pp. 878–886, (1951).
- [43] B. Vasudevan. Pressure measurements at the focus of combustion-driven implosions. Technical Report 209, UTIAS Technical Note, (1977).
- [44] R. Knystautas, B.H.K. Lee, and J.H.S. Lee. Diagnostic experiments on converging detonations. *Phys. Fluids Supplement I*, pp. I–165–168, (1969).
- [45] M. Watanabe and K. Takayama. Stability of converging cylindrical shock waves. *Shock*

- Waves*, Vol. 1, pp. 149–160, (1991).
- [46] S.H.R. Hosseini and K. Takayama. Experimental study of toroidal shock wave focusing in a compact vertical annular diaphragmless shock tube. *Shock Waves*, Vol. 20, pp. 1–7, (2010).
- [47] G. Guderley. Strong spherical and cylindrical shock waves in the neighbourhood of the center of a sphere or the axis of a cylinder. *Luftfahrtforschung*, Vol. 19, No. 9, pp. 302–312, (1942).
- [48] K.P. Stanyukovich. Unsteady motion of continuous media. Technical report, Pergamon Press, Oxford, (1960).
- [49] B.H.K. Lee. Non-uniform propagation of imploding shocks and detonations. *AIAA J.*, Vol. 5, No. 11, pp. 1997–2003, (1967).
- [50] G.G. Bach and J.H. Lee. Initial propagation of impulsively generated converging cylindrical and spherical shock waves. *J. Fluid Mech.*, Vol. 37, pp. 513–528, (1969).
- [51] H. Matsuo. Converging shock waves generated by instantaneous energy release over cylindrical surface. *Phys. Fluids*, Vol. 22, No. 9, pp. 1618–1622, (1979).
- [52] D.S. Butler. The stability of converging spherical and cylindrical shock waves. Technical report, Armament Research Establishment Report (B) 18/56, (1956).
- [53] K. Fong and B. Ahoborn. Stability of converging shock waves. *Phys. Fluids*, Vol. 22, No. 3, pp. 416–421, (1979).
- [54] 畠中和明, 廣田光智, 齋藤務. 球面デトネーションの反射による衝撃波爆縮の数値解析. 第48回燃焼シンポジウム講演論文集, 12, (2010).
- [55] 畠中和明, 安田章悟, 廣田光智, 齋藤務. 半球容器内での衝撃波爆縮の数値解析. 第49回燃焼シンポジウム講演論文集, 12, (2011).
- [56] K. Hatanaka, T. Saito, and K. Takayama. Numerical studies of shock focusing induced by reflection of detonation waves within a hemispherical implosion chamber. *Shock Waves*, Vol. 22, pp. 567–578, (2012).
- [57] T. Satio, K. Hatanaka, and K. Takayama. Numerical predictions of influence of boundary

- layer on hemispherical imploding shock focusing. In *29th International Symposium on Shock Waves*, p. 103, (2013). University of Wisconsin-Madison.
- [58] K.A. Hoffmann and S.T. Chiang. Computational fluid dynamics for engineers. Technical report.
- [59] V.P. Korobeinikov, Levin V.A., V.V. Markov, and G.G. Chrnyi. Propagation of blast waves in a combustible gas. *Astronautica Acta*, Vol. 17, pp. 529–537, (1972).
- [60] S. Chapman. The mathematical theory of non-uniform gases. Technical report, Cambridge University Press, (1961).
- [61] T.H. Chung, M. Ajlan, L.L. Lee, and K.D. Starling. Generalized multiparameter correlation for nonpolar and polar fluid transport properties. *Ind. Eng. Chem.*, Vol. 27, pp. 671–679, (1988).
- [62] E.F. Toro. The weighted average flux method applied to the time-dependent euler equations. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, Vol. A341, pp. 499–530, (1992).
- [63] G. Strang. On the construction and comparison of difference schemes. *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 5, No. 3, pp. 506–517, (1968).
- [64] J.H.S. Lee. Initiation of gaseous detonation. *Annu. Rev. Phys. Chem.*, Vol. 28, pp. 75–104, (1977).
- [65] K.M. Peery and S.T. Imlay. Blunt-body flow simulations. In *AIAA paper*, pp. 88–2904, (1988).
- [66] T. Nirasawa and A. Matsuo. Numerical simulation wave structure of spherical detonation by direct initiation. In *Proceedings of the 45th Symposium on Combustion (in Japanese)*, p. D123, (2007).
- [67] T. Mizukaki. Visualization of compressible vortex rings using the background-oriented Schlieren method. *Shock Waves*, Vol. 20, pp. 531–537, (2010).
- [68] D. Ramanah, S. Raghunath, T. Mee, D. J. Rösigen, and P. A. Jacobs. Background oriented Schlieren for flow visualisation in hypersonic impulse facilities. *Shock Waves*, Vol. 17, pp. 65–70, (2007).

- [69] O. K. Sommersel, D. Bjerketvedt, S. O. Christensen, O. Krest, and K. Vaagsaether. Application of background oriented Schlieren for quantitative measurements of shock waves from explosions. *Shock Waves*, Vol. 18, pp. 291–297, (2008).
- [70] M. Raffel and G. E. A. Richard, H. Meier. On the applicability of background oriented optical tomography for large scale aerodynamic investigations. *Exp. Fluids*, Vol. 28, pp. 477–481, (2000).
- [71] K. Kindler, E. Goldhahn, F. Leopold, and M. Raffel. Recent developments in background oriented Schlieren methods for rotor blade tip vortex measurements. *Exp. Fluids*, Vol. 43, pp. 233–240, (2007).
- [72] B. Atcheson, I. Ihrke, W. Heidrich, A. Tevs, D. Bradley, M. Magnor, and H. P. Seidel. Time-resolved 3D capture of non-stationary gas flows. *ACM Trans. Graph.*, Vol. 27, No. 5, pp. 132:1–132:9, (2008).
- [73] E. Goldhahn and J Seume. The background oriented Schlieren technique: Sensitivity, accuracy, resolution and application to a three-dimensional density field. *Exp. Fluids*, Vol. 43, pp. 241–249, (2007).
- [74] M. Ota, K. Hamada, H. Kato, and K. Maeno. Computed-tomographic density measurement of supersonic flow field by colored-grid background oriented Schlieren (CGBOS) technique. *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 22, No. 10, p. 104011(7pp), (2011).
- [75] R. L. Cook and T. DeRose. Wavelet noise. *ACM Trans. Graph.*, Vol. 24, No. 3, pp. 803–811, (2005).
- [76] B. Lucas and T. Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In *Proceedings of the 7th international joint conference on artificial intelligence*, pp. 674–679, Vancouver, (1981).
- [77] B. Horn and B. Schunck. Determining optical flow. *Artif. Intell.*, Vol. 17, pp. 185–203, (1981).
- [78] T. Brox, A. Bruhn, N. Papenberg, and J. Weickert. High accuracy optical flow estimation based on a theory for warping. In *Proceedings of the 8th ECCV*, pp. 25–36, Prague, (2004).

- [79] H. Honma, M. Ishihara, T. Yoshimura, K. Maeno, and T. Morioka. Interferometric CT measurement of three-dimensional flow phenomena on shock waves and vortices discharged from open ends. *Shock Waves*, Vol. 13, pp. 179–190, (2003).
- [80] J. Akatsuka, S. Nagai, and S. Honami. Improved flow visualization methods based on the background oriented Schlieren technique. *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. Ser. B*, Vol. 77, No. 784, pp. 2391–2400, (2011).
- [81] 畠中和明, 廣田光智, 齋藤務. 複数の周波数成分を持つ周期パターンを背景とした高感度・高解像度 bos 法の開発. 平成 23 年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 3, (2012).
- [82] 畠中和明, 廣田光智, 齋藤務. 複数の周波数成分を持つ周期パターンを背景とした高感度・高解像度 bos 法の開発. 3, (2012).
- [83] 畠中和明, 廣田光智, 齋藤務. 2 周波数成分を持つカラーグリッド背景を用いた bos 法による超音速自由噴流の可視化. 日本機械学会第 90 期流体力学部門講演会講演論文集, (2012).
- [84] 畠中和明, 齋藤務. 複数の周波数成分を持つ周期パターンを背景とした bos 法. 第 45 回流体力学講演会 / 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2013 アブストラクト集, (2013).
- [85] K. Hatanaka and T. Saito. Background oriented schlieren method using multi-scale periodic pattern. In *29th International Symposium on Shock Waves*, p. 102, (2013). University of Wisconsin-Madison.
- [86] J. S. Lim and A. V. Oppenheim. *Advanced Topics in Signal Processing*. Prentice Hall, (1988).
- [87] H.W. Liepmann and A. Roshko. *Elements of Gasdynamics*. Wiley, New York, (1957).
- [88] S. Nonaka, H. Mizuno, K. Takayama, and C. Park. Measurement of shock standoff distance for sphere in ballistic range. *J. Thermophys. Heat Trans.*, Vol. 14, pp. 225–229, (2000).
- [89] T. Hashimoto, T. Komuro, K. Sato, and K. Itoh. Experimental investigation of shock stand-off distance on spheres in hypersonic nozzle flows. In *Proc. 27th International Symposium on Shock Waves*, pp. 961–966, (2007).

- [90] K. Itoh, T. Komuro, H. Tanno, K. Sato, M. Takahashi, M. Koderu, and M. Hashimoto. Flow characterization of high enthalpy shock tunnel based on shock stand-off distance. In *Proc. Japanese Symposium on ShockWaves*, pp. 347–350, (2009).
- [91] R.F. Starr, Bailey, A.B., and M.O. Varner. Shock detachment distance at near sonic speeds. *AIAA Journal*, Vol. 14, pp. 537–539, (1976).
- [92] 畠中和明, 廣田光智, 齋藤務, 山下博, 小川俊弘, 大林茂, 高山和喜. 遷音速で減速する球体周りの非定常流れ場に関する数値解析. 平成 21 年度 衝撃波シンポジウム講演論文集, 3 , (2010).
- [93] K. Hatanaka, T. Saito, H. Yamashita, T. Ogawa, S. Obayashi, and K. Takayama. Numerical investigation of unsteady flow field around a sphere decelerating at transonic speed. In *Proceedings of Seventh International Conference on Flow Dynamics*, 11 , (2010). Sendai.
- [94] K. Hatanaka, T. Saito, H. Yamashita, T. Ogawa, S. Obayashi, and K. Takayama. Computations of flow field around an object decelerating from supersonic to subsonic velocity. In *Proceedings of The Tenth International Symposium on Advanced Fluid Information and Transdisciplinary Fluid*, 11 , (2010). Sendai.
- [95] K. Hatanaka, T. Saito, H. Yamashita, T. Ogawa, S. Obayashi, and K. Takayama. Computations of unsteady flow field around an accelerating sphere in the transonic flow velocity region. In *Proceedings of The Ninth International Symposium on Advanced Fluid Information and Transdisciplinary Fluid Integration*, 11 , (2009). Sendai.
- [96] K. Hatanaka, T. Saito, H. Yamashita, T. Ogawa, S. Obayashi, and K. Takayama. Numerical simulations of flow field around an object decelerating from supersonic to subsonic velocity. In *Proceedings of The Ninth International Symposium on Advanced Fluid Information and Transdisciplinary Fluid*, 11 , (2009). Sendai.
- [97] T. Saito, K. Hatanaka, H. Yamashita, T. Ogawa, S. Obayashi, and K. Takayama. Shock stand-off distance of a solid sphere decelerating in transonic velocity range. *Shock Waves*, 1 , (2011).
- [98] T. Saito, K. Hatanaka, H. Yamashita, T. Ogawa, S. Obayashi, and K. Takayama. Computa-

- tions of flow field around an object decelerating from supersonic to subsonic velocity. 7, (2011). Manchester.
- [99] E.F. Toro. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer, Berlin, (1997).
- [100] D.A. Anderson, J.C. Tannehill, and R.H. Pletcher. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Hemisphere Publishing, (1984).
- [101] J. Falcovitz, T. Kikuchi, and K. Takayama. Shock over spheres in unsteady near-sonic free flight. *Proc. 26th International Symposium on Shock Waves*, Vol. 2, pp. 1461–1466, (2007).
- [102] D. Igra and J. Falcovitz. Shock wave standoff distance for a sphere slightly above mach one. *Shock Wave*, Vol. 20, pp. 441–444, (2010).
- [103] A. Sengupta. Fluid structure interaction of parachutes in supersonic planetary entry. In *21st AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar*, pp. AIAA–2011–2541, (2011).
- [104] 平木講儒. 超音速領域における半球殻の空力特性に関する実験的研究. Master's thesis, 東京大学, (1992).
- [105] 高倉葉子. 矩形凹状物体に関する超音速流れのフィードバック現象について. 平成 23 年度衝撃波シンポジウム講演論文集, pp. 199–202, (2012).
- [106] 川村尚史, 水書稔治, 阿部隆士, 山田和彦. 超音速流中の半球殻前方に生じる衝撃波振動. 平成 23 年度衝撃波シンポジウム講演論文, pp. 439–440, (2012).
- [107] W. A. Engblom, B. Yüceil, D. B. Goldstein, and D. S. Dolling. Experimental and numerical study of hypersonic forward-facing cavity flow. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, No. 3, pp. 353–359, (1996).
- [108] W. A. Engblom and D. B. Goldstein. Fluid dynamics of hypersonic forward-facing cavity flow. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 34, No. 4, pp. 437–444, (1997).
- [109] D. W. Ladoon, S. P. Schneider, and J. D. Schmisser. Phyflow of resonance in a supersonic forward-facing cavity. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 35, No. 5, pp. 626–632, (1998).

- [110] 畠中和明, 齋藤務, 水書稔治. 超音速流中の半球殻周りの非定常流れ場に関する数値解析. 平成 24 年度衝撃波シンポジウム講演論文集, p. 34, (2013).
- [111] T. Mizukaki, K. Hatanaka, and T. Saito. Large deformation of bow shock waves ahead of a forward-facing hemisphere. In *29th International Symposium on Shock Waves*, p. 112, (2013).
- [112] A. Hashimoto, K. Murakami, T. Aoyama, K. Ishiko, M. Hishida, M. Sakashita, and P. Lahur. Development of fast unstructured cfd code “fastar”. In *28th International Congress of the Aeronautical Sciences*, (2012).

謝辞

本研究論文は、著者が室蘭工業大学 大学院工学研究科 航空宇宙システム工学専攻 推進工学研究室において行った研究を取りまとめたものであります。本論文を締めくくるにあたり、研究を推し進めていく中で多大なるご協力とご助言をいただいた方々に、この紙面をお借りして感謝の意を表します。

恩師 齋藤務教授には、研究に関わる面だけではなく、学位取得後の私の人生をも見据えた懇切なるご指導と、終始変わらぬ励ましをいただきました。ここに深く感謝の意を表します。先生が何事にも熱心に、真面目に取り組まれる姿勢から、研究者として歩いていくために必要な、多くのことを学ばされました。博士前期課程1年に研究室に配属されてから4年半にわたり、先生のもとで研究を続けられたことは、私にとって大変幸運なことでありました。今後の人生を迷いなく歩いていくための貴重な訓練の場を与えてくださったことに、心から感謝を申し上げます。

推進工学研究室 廣田光智講師には、研究全般に関わる様々な面でご指導・ご助言をいただきました。先生の何事にも前向きに情熱的に取り組む姿勢に鼓舞されて、私も研究を進めることができました。ここに深く感謝の意を表します。

本学もの創造系領域 東野和幸教授、高木正平教授には、本論文をまとめるにあたり、それぞれのご専門の立場から貴重かつ有意義なご意見を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

東北大学 高山和喜名誉教授には、論文を共著していただくにあたり貴重なご指導とご助言

を賜りました。ここに深く感謝を申し上げます。

日々の研究生生活において、推進工学研究室の諸氏には、様々な面でご協力とご助言をいただきました。ここに感謝の意を表します。

このように、様々な方々のご協力とご助言をいただいで、本研究の成果をまとめることができました。私一人の力では、到底このような論文を著すことはできませんでした。改めて皆様に厚く御礼を申し上げます。

最後に、会社を辞めて大学へ行くなどという我がまを聞き入れてくれた最高の理解者、研究に集中する環境を与えてくれた最大の支援者、研究に行き詰った時も背中を押してくれた最良の励まし手、これからも共に歩んでいきたい最愛の妻 久仁子に、心からの感謝を表し、本論文を結びます。

2013年8月21日

室蘭工業大学大学院 工学研究科博士後期課程
航空宇宙システム工学専攻 推進工学研究室