

536.25 : 532.5

任意曲面上の自然対流熱伝達*

(曲率一定内面壁に沿う場合)

岸 浪 紘 機**, 齊 藤 図**, 戸 倉 郁 夫**

1. 緒 言

自然対流熱伝達の現象は自由曲面あるいは複雑な形状を有する面の場合として伝熱工学上重要な役割を演ずることも多いが、解析上問題点があり、在来の解析モデル適用の難しい領域でもある。

従来、自然対流熱伝達現象の理論的解析は Os-trach⁽¹⁾、Hermann⁽²⁾ などにより垂直平板、水平円筒などについてなされている。

また近年閉じられた空間の自然対流熱伝達に関してはこれを直接数値的に解く方法が開発され、その適用結果が報告されている⁽³⁾。

しかし、複雑な形状面を有する熱交換器などの場合に見られる自然対流熱伝達現象は、伝熱面の曲率の変化に応じて浮力成分が変わるため、その解析は簡単な関数などで表されるような単純なものとはならない。

このような系の研究例として古くは Hermann⁽²⁾ の水平円筒まわりの相似解析のほか、さらにだ円円筒まわりの解析⁽⁴⁾などもみられる。

近年、Lienhard ら⁽⁵⁾ は積分法を用いて、面に沿う浮力を等温に保たれた自由曲面先端からの距離 X の関数で簡単に表せる場合に対して、代表速度関数 U_1 を未知関数 $f_{(x)}$ と $g\beta\Delta T/\nu^2\delta^2$ との積で表すことにより解析を行っている。しかし、この場合 $f_{(x)}$ が複雑な積分関数となる点および動的圧力 P_D を考慮しない点などが問題と言える。

Levy ら⁽⁶⁾ は伝熱面に沿う方向と垂直方向との二つの運動量式より積分法を用いて、2方向浮力成分を考慮した場合も含めた円筒まわり、水平、傾斜平板などに対する解析例を示し、任意曲面上の自然対流熱伝達解析の可能性を示唆しているが、速度慣性の考慮などが問題となっている。

本研究は自由曲面または複雑な形状を持つ面上の自然対流熱伝達を解明する一助として、「曲率一定内面

壁に沿う空気の自然対流熱伝達」⁽⁷⁾⁽⁸⁾ を実験的、解析的に検討したものである。特に解析においては速度慣性、粘性、伝熱面に水平、垂直方向の浮力などを考慮した積分形の運動量式と、エネルギー式の連立による数値解析⁽⁹⁾を主とし、Levy⁽⁶⁾の方法も本解析に併用してある。

2. 記 号

- R_0 : 曲率半径 m
- D : 曲面の直径 m
- r : 半径方向距離 m
- ϕ : 円周方向又は水平基準の傾き角 rad
- X : 面に沿う方向の距離 m
- Y : 面に垂直方向の距離 m
- U : X 又は ϕ 方向速度 m/s
- V : Y 又は r 方向速度 m/s
- T : 温度 °C
- ρ : 流体密度 kg/m^3
- g : 重力方向加速度 m/s^2
- β : 体膨張率 $1/^\circ\text{C}$
- ν : 動粘性係数 m^2/s
- λ : 熱伝導率 $\text{kcal}/\text{m}\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C}$
- α : 温度伝導率 m^2/h
- P : 流体圧力 kg/m^2
- $h(\phi)$: 局所熱伝達率 $\text{kcal}/\text{m}^2\cdot\text{h}\cdot^\circ\text{C}$
- U_1 : 代表速度関数 m/s
- δ : 境界層厚さ関数 m
- G_{rD} : グラスホフ数 $=g\beta(T_w-T_\infty)D^3/\nu^2$
- P_r : プラントル数 $=\nu/\alpha$
- Nu_D : 局所ヌセルト数 $=h(\phi)D/\lambda$
- R_a : レーレー数 $=G_{rD}P_r$
- U_1D/ν : 無次元代表速度関数
- δ/D : 無次元境界層厚さ関数
- F_1 : 一般化された無次元境界層厚さ関数
 $= (\delta/D)/(240/R_a)^{1/4}$
- F_2 : 一般化された無次元局所熱伝達率関数
 $= Nu_D(240/R_a)^{1/4}$

* 昭和 50 年 11 月 18 日 第 861 回講演会および昭和 51 年 11 月 25 日 第 875 回講演会において講演、原稿受付 昭和 52 年 8 月 15 日。

** 正員、室蘭工業大学 (〒050 室蘭市水元町 27-1)。

F_3 : 一般化された無次元代表速度関数

$$= U_1 D^{1/2} P_r / 30 (240 / R_a)^{1/2}$$

ϕ_A : ラジアン角を度変換角度 $= 180 / \pi \phi$

添 字

∞, W : 流体の境界層遠方および壁面状態

3. 実験方法および解析

3.1 実験装置および方法 図1に本実験装置の概要⁽⁷⁾⁽⁹⁾を示す。恒温室に設置した本装置は加熱蒸気発生用電気ボイラ (1.5 kW) ①, 伝熱面裏側の断熱材

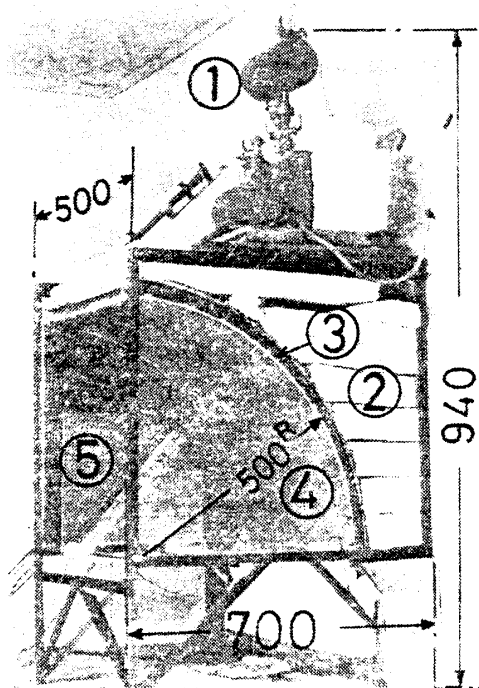


図 1 実験装置概要

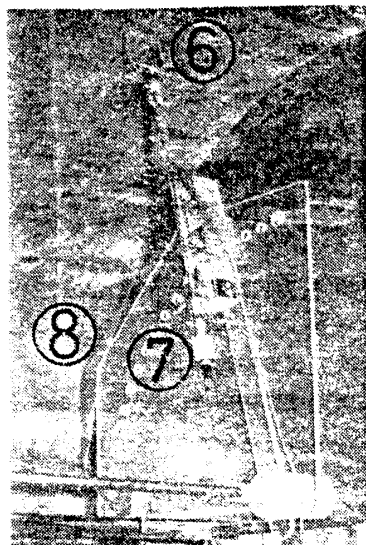


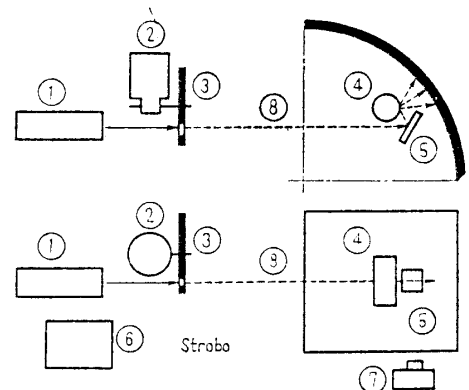
図 2 温度測定装置

②, 蒸気加熱部 ③, 空気対流伝熱面 ④, 温度測定装置 ⑤ などよりなる。境界層内温度測定装置 ⑤ は図2でその詳細を示すが, C-C 熱電対 ($\phi 0.1 \text{ mm}$) ⑥, 境界層厚さ測定用マイクロメータ ⑦, 熱電対角度固定器 ⑧ よりなる。

図3には速度測定用光学系の概要⁽⁷⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を示す。

ネオンレーザー光源 (6328 \AA) ①とロータリシャッタ (840~960 rpm \times 16 穴) ③で断続したレーザー光線 ⑤を, 平面鏡 ⑤と円筒鏡 ④で任意位置上の対流場に照射し, 光線束中に映じた境界層内を移動するトレーサ微粒子⁽³⁾⁻⁽¹¹⁾の軌跡をカメラ (1/15 s, F1.4) ⑦で撮影する。図4は $\phi = \pi/8$ 位置上の流跡観察例であるが, 写真上の実線は $\phi_A = 45^\circ$ 位置を, 矢印は流れ方向と壁面位置を表し, 同上のスケールで微粒子間隔を定め時間間隔 (248 Hz) より速度分布を求めるものである。

図5は実験装置 (図1) 下部に設置する微粒子噴出装置の概要⁽⁹⁾⁽⁹⁾を示す。図中装置 ⑥ 部に径 $\phi 0.1 \sim 0.2 \text{ mm}$ の木粉と亜鉛ステアレート粉末を混入し, フ



- | | |
|------------------------------|-----------------------|
| ① Laser | ⑤ Flat surface mirror |
| ② Motor | ⑥ Strobe |
| ③ Rotary shutter | ⑦ Camera |
| ④ Cylindrical surface mirror | ⑧ Laser beam |

図 3 流速測定用光学系

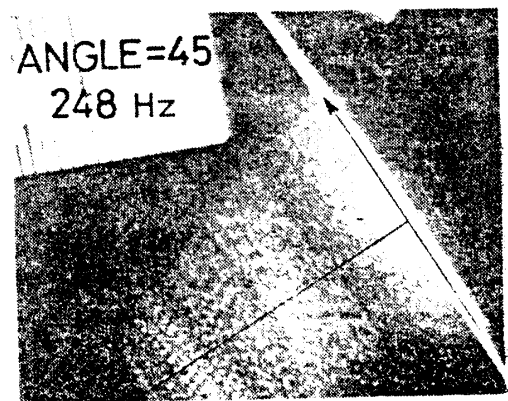


図 4 微粒子の移動軌跡

ファン④をモータ入力 10 W 程度で回転させて微粒子の懸濁・分粒を行い、外部空気取り入れ口⑥の開度をわずかに開いて、ノズル出口⑩の噴出速度 50~20 mm/s 程に整流して微粒子を噴出させるものである。

3.2 解析的検討⁽⁷⁾⁽⁸⁾ 図 6 に本研究の解析モデルを示す。ある一定の曲率を有する内面壁は表面温度 T_w に保たれ、周囲温度 T_∞ の流体(空気)に自然対流が生じているとする。流れは定常二次元層流とし垂直位置を前縁とする。

基礎方程式は円筒座標系⁽¹²⁾のナビエ・ストークスの運動量式およびエネルギー式となるが、ここでは次のごとく座標変換⁽⁷⁾を行う。

$$\left. \begin{aligned} r &= D/2 - Y, \quad \phi = 2X/D \\ U_\phi &= U, \quad U_r = -V \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

境界層内任意位置上の圧力 $P_{(X,Y)}$ はその位置 (X, Y) と同 X 上の境界層外縁 (X, δ) 位置間の流体圧力差 $P_{D(X,Y)}$ と前縁基準の静的圧力 $(P_{\text{Edge}} - \gamma_\infty r \sin \phi)$ とで表せば次式となる。

$$P_{(X,Y)} = P_{D(X,Y)} - \gamma_\infty r \sin \phi + P_{\text{Edge}} \dots (2)$$

円筒座標系の諸式⁽¹²⁾において r, ϕ 方向の運動量式中体積力 F_r, F_ϕ は各々 $g \rho \sin \phi$ および $-g \rho \cos \phi$ であることを考慮して、式 (1), (2) の変換を行えば曲率半径 R_0 を考慮した諸関係式を得る。曲率半径 R_0 は境界層厚さ方向 Y に比し大きいとして曲率を無視すれば、次の X, Y 座標系の簡便化基礎方程式が求まる。連続方程式およびエネルギー方程式

$$\partial U / \partial X + \partial V / \partial Y = 0 \dots (3)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) \dots (4)$$

X および Y 方向運動量式

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_D}{\partial X} + g \beta (T - T_\infty) \cos \phi + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \dots (5)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_D}{\partial Y} - g \beta (T - T_\infty) \sin \phi + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \dots (6)$$

境界条件は壁面、境界層外縁および先端、後端において次のごとく与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y=0: \quad T=T_w, \quad U=0, \quad Y=\infty: \quad T=T_\infty, \quad U=0 \\ \partial U / \partial Y=0, \quad \partial T / \partial Y=0 \\ X=0: \quad T=T_\infty, \quad U=0, \quad X=\pi D/4: \text{自由面} \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

以下、式 (3)~(5) を境界条件式 (7) のもとで解析するにあたり、特に動的压力 P_D の影響を考慮⁽⁸⁾する。基礎方程式 (4)~(6) において $\partial^2 / \partial Y^2 \gg \partial^2 / \partial X^2$ の境界層近似を行い、さらに Y 方向運動量式 (6) において速度成分 V が X 方向速度成分 U に比し十分小さいとして式中の速度慣性項、粘性項を省略すれば、これら基

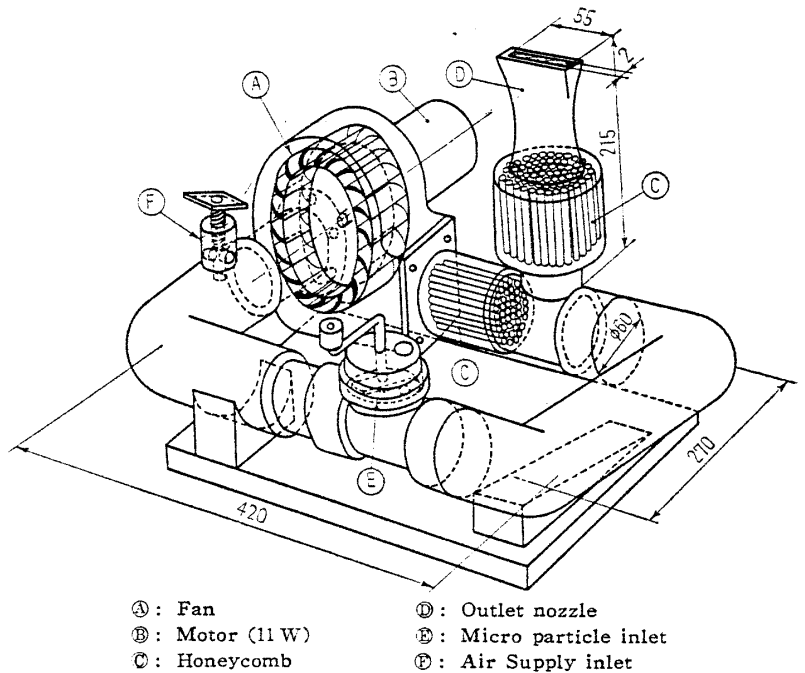


図 5 微粒子噴出装置

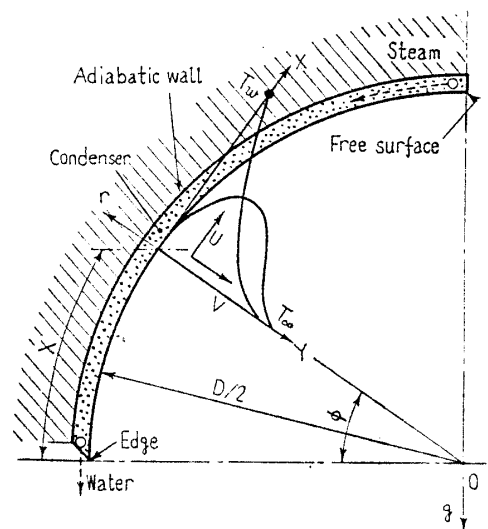


図 6 解析モデルと座標系

礎式は次のごとく簡単化される。

エネルギー式

$$U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

Y 方向運動量式

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_D}{\partial Y} = -g\beta(T-T_\infty) \sin \Phi \quad \dots\dots\dots (9)$$

X 方向運動量式

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_D}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + g\beta(T-T_\infty) \cos \Phi \quad \dots\dots\dots (10)$$

エネルギー式 (8) は X に関し 0 から δ まで, また Y 方向運動量式 (9) 中の $P_{D(X,Y)}$ は $Y=\delta$ 上で 0 となることを考慮して, Y に関し δ から Y まで積分すれば各々次式となる。

$$\frac{d}{dX} \left\{ \int_0^\delta U(T-T_\infty) dY \right\} = -\alpha \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$P_{D(X,Y)} = - \int_Y^\delta \frac{\partial P_D}{\partial Y} dY = \rho g \beta \sin \Phi \int_Y^\delta (T-T_\infty) dY \quad \dots\dots\dots (12)$$

X 方向運動量式 (10) は P_D の関係式 (12) を用いて, Y に関し δ から 0 まで積分すれば, 次式の動的圧力 P_D を考慮したつりあい式を得る。

$$\frac{d}{dX} \int_0^\delta U^2 dY = -g\beta \frac{d}{dX} \left\{ \sin \Phi \int_0^\delta \int_Y^\delta (T-T_\infty) dY dY \right\} - \nu \frac{\partial U}{\partial Y} \Big|_0 + g\beta \cos \Phi \int_0^\delta (T-T_\infty) dY \quad \dots\dots (13)$$

式中の U, T 関数には境界条件式 (7) を満足する次の Squire-Eckert⁽¹³⁾ のプロファイルを適用する。

$$U = U_1 Y / \delta (1 - Y/\delta)^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$(T-T_\infty)/(T_w-T_\infty) = (1 - Y/\delta)^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

式 (14), (15) を式 (11), (13) に代入し無次元化してまとめれば, $U_1 D/\nu$ および δ/D に関する次の連立方程式を得る。

$$\frac{2}{105} \frac{d}{d\Phi} \left\{ \left(\frac{U_1 D}{\nu} \right)^2 \frac{\delta}{D} \right\} = -\frac{1}{6} \frac{d}{d\Phi} \left\{ G_{r,D} \sin \Phi \left(\frac{\delta}{D} \right)^2 \right\} - \frac{U_1 D}{\nu} \left/ \left(\frac{\delta}{D} \right) \right. + \frac{G_{r,D}}{3} \frac{\delta}{D} \cos \Phi \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{d}{d\Phi} \left\{ \frac{U_1 D}{\nu} \frac{\delta}{D} \right\} = \frac{30}{P_r} \left/ \left(\frac{\delta}{D} \right) \right. \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{U_1 D}{\nu} \Big|_\Phi = \frac{30}{P_r} \frac{1}{(\delta/D)} \int_0^\Phi \frac{1}{(\delta/D)} d\Phi \quad \dots\dots\dots (18)$$

式 (18) はエネルギー式 (17) を $\Phi=0$ で $U_1=0$ の条件のもとで積分した関係式である。

運動量式 (16) は式中の $U_1 D/\nu$, δ/D の一次導関数の差分近似を差分区間 $\Delta\Phi_A=1^\circ$ として

$$dF/d\Phi|_\Phi = \{3F_{(\Phi_A)} - 4F_{(\Phi_A-1)} + F_{(\Phi_A-2)}\}/(2\Delta\Phi_A)$$

なる高精度後退差分の関係を用いて差分化すれば, 次の $U_1 D/\nu|_\Phi$ の二次方程式となる。

$$A \left(\frac{U_1 D}{\nu} \Big|_\Phi \right)^2 + B \left(\frac{U_1 D}{\nu} \Big|_\Phi \right) - C = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{105} \left\{ \frac{d}{d\Phi_A} \left(\frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} \right) + \frac{3}{\Delta\Phi_A} \frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} \right\} \\ B &= \frac{4}{105} \frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} \frac{1}{2\Delta\Phi_A} \left(\frac{U_1 D}{\nu} \Big|_{\Phi_A-2} - 4 \frac{U_1 D}{\nu} \Big|_{\Phi_A-1} \right) + \frac{1}{(\delta/D) \Big|_{\Phi_A}} \\ C &= \frac{G_{r,D}}{3} \frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} \left\{ \cos \Phi \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} \right) - \sin \Phi \frac{d}{d\Phi_A} \left(\frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} \right) \right\} \\ &\quad - \frac{d}{d\Phi_A} \left(\frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} \right) = \frac{1}{2\Delta\Phi_A} \left\{ 3 \frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A} - 4 \frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A-1} + \frac{\delta}{D} \Big|_{\Phi_A-2} \right\} \end{aligned}$$

結果として, 位置 Φ 上の速度関数 $U_1 D/\nu|_\Phi$ は二次方程式の根として次式で与えられる。

$$\frac{U_1 D}{\nu} \Big|_\Phi = \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} = F_{\text{momentum}}(\delta/D|_\Phi) \quad \dots\dots\dots (20)$$

エネルギー式 (18) は積分項に台形法を用い同一差分区間 $\Delta\Phi_A$ で表せば次式となる.

$$\frac{U_1 D}{\nu} \Big|_{\Phi} = \frac{30}{Pr} \frac{1}{\delta/D|_{\Phi_A}} \left\{ \frac{\Delta\Phi_A}{2} \left(\frac{1}{\delta/D|_0} + \frac{2}{\delta/D|_1} + \dots + \frac{2}{\delta/D|_{\Phi_A-1}} + \frac{1}{\delta/D|_{\Phi_A}} \right) \right\} = F_{\text{energy}}(\delta/D|_{\Phi}) \quad (21)$$

式 (20) と (21) より位置 Φ 上の代表速度関数 $U_1 D/\nu|_{\Phi}$ が共に一致するように, その位置の未知境界層厚さ関数 $\delta/D|_{\Phi}$ を数値的に定めることで, その位置の $U_1 D/\nu|_{\Phi}$, $\delta/D|_{\Phi}$ が求められることになり, 結局このようにして次々と各位置の速度, 境界層厚さ関数および局所熱伝達率が求まることになる.

ただし, 式 (21) 中 $1/(\delta/D|_0) + 2/(\delta/D|_1)$ の部分は先端条件 $\delta/D|_0=0$ 上解析不能となるため, Levy⁽⁶⁾ の方法による後述の式 (26) と (28) を用いた出発値により計算した.

また P_D を無視して X 方向運動量式 (10) を用いても同様に数値解析ができる.

局所熱伝達率 $h(\Phi)$ は壁面における熱つりあい式 $h(\Phi)(T_w - T_{\infty}) = -\lambda(\partial T/\partial Y|_0)$ と式 (15) の関係より局所ヌセルト数 Nu_D で表す.

$$Nu_D = h(\Phi) D / \lambda = 2/(\delta/D) \quad (22)$$

ここで比較的簡単な関数で与えられる Levy⁽⁶⁾ の方法による解析⁽⁷⁾を以下説明する. まず, X, Y 方向運動量式 (5), (6) を各々 Y, X に関して微分し P_D を消去して, うず度 ($\omega = \partial V/\partial X - \partial U/\partial Y$) を用いて表せば次式を得る.

$$U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = -g\beta \left\{ \frac{\partial}{\partial X} (\sin \Phi (T - T_{\infty})) + \cos \Phi \frac{\partial}{\partial Y} (T - T_{\infty}) \right\} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) \quad (23)$$

$$\nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \Big|_0 + g\beta \frac{d}{dY} \left\{ \sin \Phi \int_0^{\delta} (T - T_{\infty}) dY \right\} - g\beta \cos \Phi (T - T_{\infty}) = 0 \quad (24)$$

ここで, 式 (24) は式 (23) に $\partial^2/\partial Y^2 \gg \partial^2/\partial X^2$ の境界層近似を行って, Y に関し 0 から δ まで積分した場合の運動量式である. この式に Squire-Eckert⁽¹³⁾ のプロファイル式 (14), (15) を適用してエネルギー式 (18) と連立させ, 無次元化を行ってまとめれば次式となる.

$$180 \int_0^{\Phi} \frac{1}{\delta/D} d\Phi = -\frac{2}{3} G_{rD} Pr \left(\frac{\delta}{D} \right)^3 \frac{d}{d\Phi} \left(\frac{\delta}{D} \sin \Phi \right) + G_{rD} Pr \cos \Phi (\delta/D)^3 \quad (25)$$

式 (25) において面に沿う X 方向浮力を運動の主因と考えて, Y 方向浮力に関係する右辺第 1 項を無視すれば, $(\delta/D)^4$ に関する一階線形微分方程式となり, 先端 $\Phi=0$ で $\delta=0$ として次の解析解⁽⁷⁾を得る.

$$\frac{\delta}{D} \left[\frac{240}{G_{rD} Pr} \right]^{-1/4} = \frac{1}{(\cos \Phi)^{1/3}} \left[\int_0^{\Phi} (\cos \Phi)^{1/3} d\Phi \right]^{-1/4} = F_1 \quad (26)$$

$$Nu_D|_{\Phi} \left[\frac{240}{G_{rD} Pr} \right]^{-1/4} = 2/(\delta/D) \left[\frac{240}{G_{rD} Pr} \right]^{-1/4} = \frac{2}{F_1} = F_2 \quad (27)$$

$$\frac{U_1 D}{\nu} \Big|_{\Phi} \frac{Pr}{30} \left[\frac{240}{G_{rD} Pr} \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{(\delta/D)} \int_0^{\Phi} \frac{1}{(\delta/D)} d\Phi \right] \left[\frac{240}{G_{rD} Pr} \right]^{1/2} = 4/3 \cos \Phi (F_1)^2 = F_3 \quad (28)$$

式中, F_1, F_2, F_3 は各々無次元化された境界層厚さ関数, 局所熱伝達率関数, 代表速度関数である.

3.3 解析結果 図 7 に本解析の結果を示す. 図中式 (20), (21) などの数値解析による各位置上の $U_1 D/\nu|_{\Phi}$, $\delta/D|_{\Phi}$ 値は実験の対流条件の場合とそれを変えた場合, 動的圧力 P_D を無視した場合なども含めて F_1, F_2, F_3 の無次元変換をして比較してある. 図中 Levy⁽⁶⁾ の方法による式 (26)~(28) の結果 (A) と式 (20), (21) の数値解析による結果 (B), (D) との差は主に速度慣性項に, さらに結果 (B), (D) と式 (10), (21) の数値解析による結果, (C), (E) との差は P_D によるものと考えられる. また P_D を無視した式 (10), (21) による結果 (C), (E) は R_a 数に無関係に同一値となることより, F_1, F_2, F_3 の変換はこの場合相似変換とも考えられる. しかし R_a

数が小さければ結果 (D) に示されるように, 動的圧力 P_D の影響は $\Phi_A=60^\circ$ 以上で相当に存在する.

本報の数値解析の結果はすべて $Pr=0.707$ として, G_{rD} 数を変えた条件で $\Phi_A=2^\circ$ より $\Delta\Phi_A=1^\circ$ ごとに解析したものである.

4. 実測値と解析値の比較および考察

4.1 温度分布⁽⁷⁾⁽⁸⁾ 図 8 は温度測定装置 (図 2) で得られた各位置 Φ 上の Y 方向温度実測値を, Levy⁽⁶⁾ の方法による式 (26) の結果と式 (20), (21) の数値解析による結果とを比較して示したものである. 図より Levy⁽⁶⁾ の方法による解析結果は $\Phi_A=70^\circ$ 位置まで実測値とはほぼ一致しているが, $\Phi_A=80^\circ$ 位置上でかなりのずれが見られる. これに対して式 (20), (21) の数値解析による結果は, $\Phi_A=65^\circ$ 以上

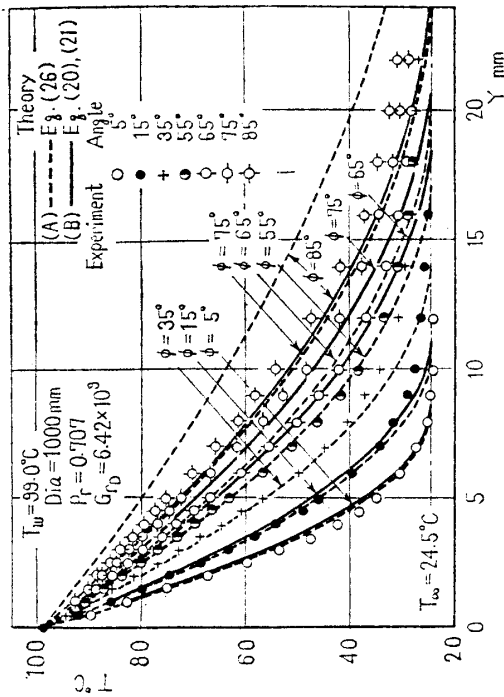


図 8 温度場の実測値と解析 (I)

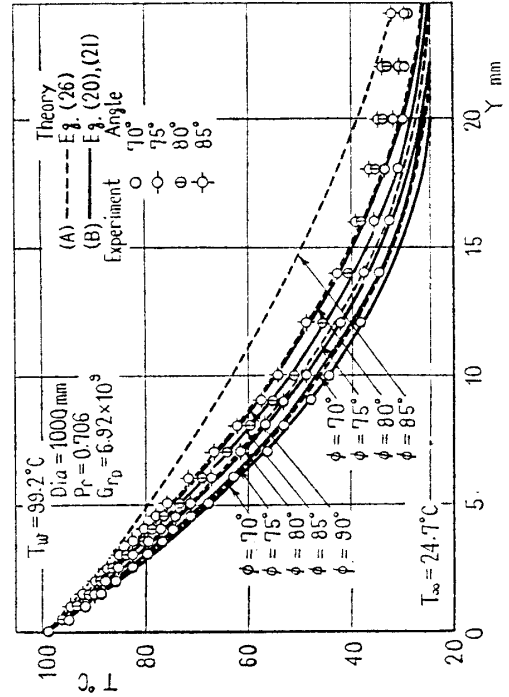


図 9 温度場の実測と解析 (II)

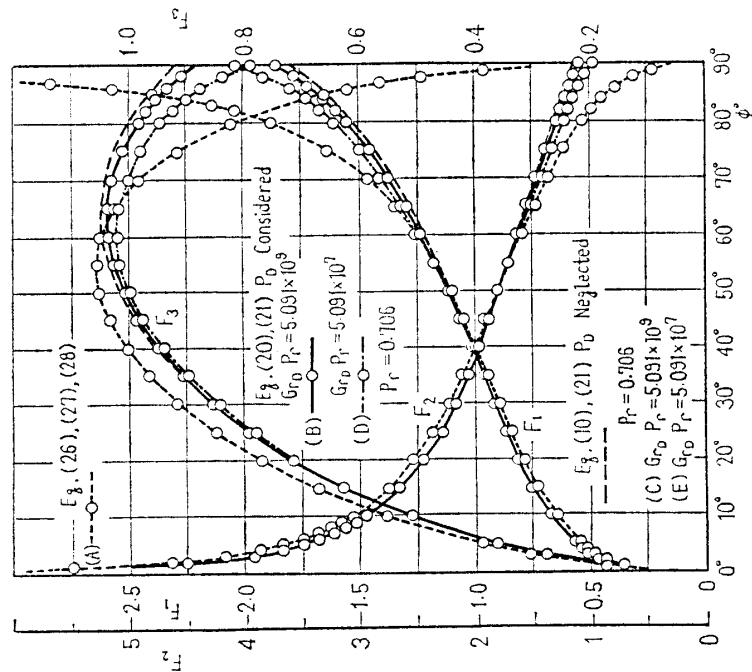


図 7 各位置の F_1 , F_2 , F_3 解析値

においても比較的良好に一致しており、全位置上で適用性の大きいことがわかる。

図 9 は同様にして $\phi_A = 70^\circ$ 以上 5° ごとの実測値と式 (20), (21) による結果および式 (26) による結果とを比較したものである。この領域で式 (26) による結果は $\phi_A = 90^\circ$ 上で境界層厚さが無限となる非合理性を示すが、式 (20), (21) による結果はそのようなことも無くほぼ良好一致を示している。なお、 $\phi_A = 90^\circ$ 上の温度実測値は壁面近傍で相当に後縁の影響が出ているので載せていない。

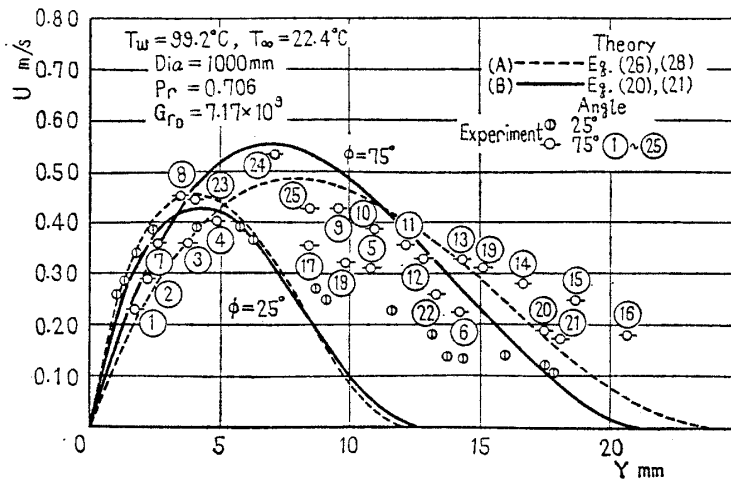


図 10 速度場の実測と解析 (I)

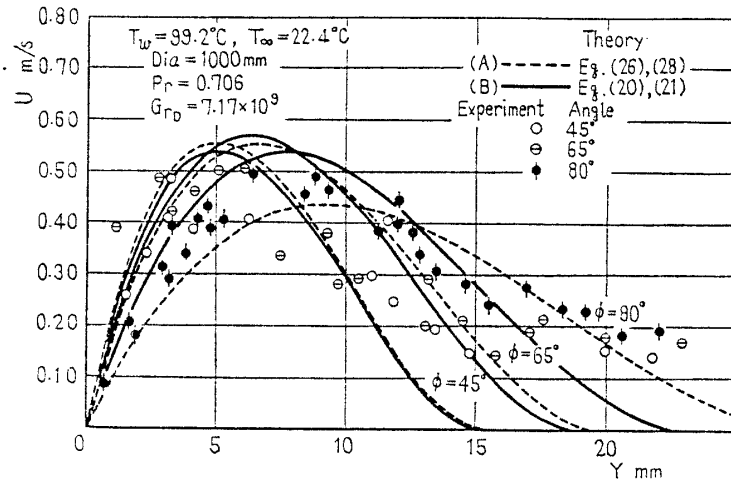


図 11 速度場の実測と解析 (II)

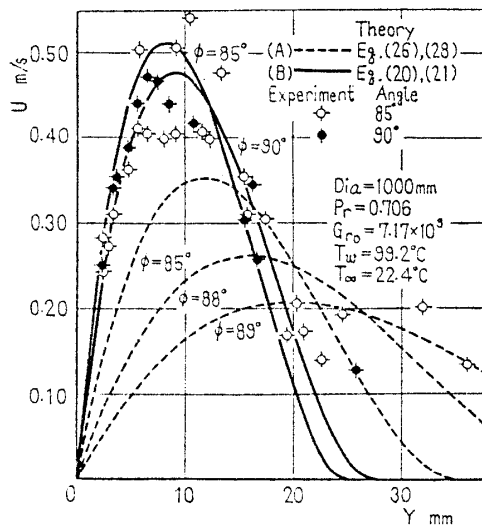


図 12 速度場の実測と解析 (III)

4.2 速度分布⁽⁷⁾⁽⁸⁾ 本解析は積分法により Squire-Eckert⁽¹³⁾ の速度、温度プロファイルを用いているため速度分布の実測値と解析結果を比較することに少々問題もあるが、 $Pr = 0.72$ (空気) の場合に対して等温垂直壁上の速度プロファイル⁽¹³⁾と厳密解⁽¹⁾の結果とが境界層の主要部ではほぼ一致していることより、浮力成分が位置と共に変化する本研究の場合 ($Pr = 0.707$) を検討してみる。

図 10 はトレーサ微粒子を用いた本速度測定装置^{(7)~(9)} (図 3, 5) による $\phi_A = 25^\circ, 75^\circ$ 位置上の実測値と式 (26), (28) および式 (20), (21) による結果とを比較したものである。同様に図 11 は $\phi_A = 45^\circ, 65^\circ, 80^\circ$ 位置上の実測値と両結果とを比較したものである。両図より $\phi_A = 65^\circ$ までは実測値と各々の解析による結果が比較的良好に一致している。しかし、 $\phi_A = 75^\circ$,

80° では明らかに速度慣性を考慮した式 (20), (21) の数値解析による場合が実測値とよく適合している。図 12 にはさらに $\phi_A = 85^\circ, 90^\circ$ 位置における比較を示す。図中、式 (20), (21) の結果はより良い適合性を示していることがわかる。

4.3 局所および平均ヌセルト数⁽⁷⁾⁽⁹⁾ 図 13 には各位置上の温度実測値 (図 8, 9) から、その壁面温度こう配を最小二乗法により求めた局所熱伝達率と式 (27) および (20), (21) による結果とを比較して示してある。両解析結果は共に $\phi_A = 60^\circ$ までほとんど差なく実測結果と一致する。しかし、Levy⁽⁶⁾ の方法による式 (27) は $\phi_A = 80^\circ$ 以上で全く適用できなくなるが、式 (20), (21) の数値解析による結果は温度、速度場に対すると同様に全位置上で実測結果とほぼ良好一致を示す。図中本モデルを垂直平板と 45° 傾

斜平板で近似した場合も添えるが、結局どこかの位置で局所熱伝達率は一致なくなり適用上無理を生ずる。

なお本解析モデルの平均ヌセルト数 $N_{\overline{UD}}$ は次式の関係で与えられる。

$$N_{\overline{UD}} = F_3 [G_{rD} Pr / 240]^{1/4} \quad (29)$$

ただし、

$$F_3 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} F_2 d\phi = \frac{4}{\pi} F_1|_{\pi/2} F_3|_{\pi/2}$$

各対流条件 ($G_{rD} Pr$) に対する本解析の平均ヌセル

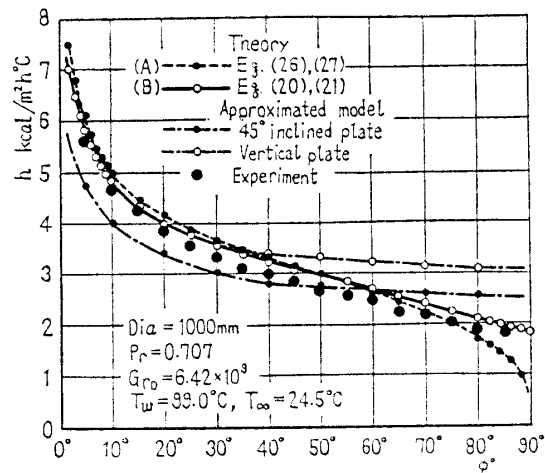


図 13 局所熱伝達率

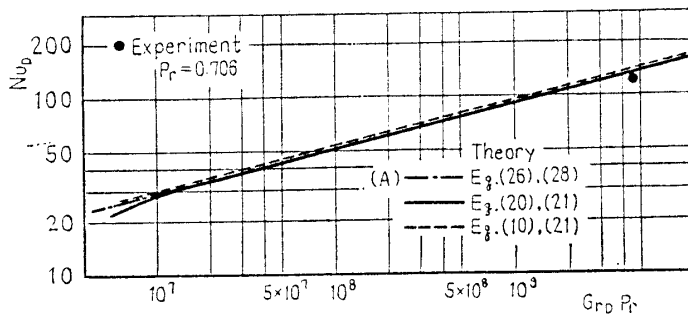


図 14 平均ヌセルト数

ト数 $N_{\overline{UD}}$ を表 1 に与える。表中 P_D を考慮した式 (20), (21) の結果は R_a 数が低い程この影響が現れるが、 P_D を無視した式 (10), (21) の結果は R_a 数にかかわらず一定の平均ヌセルト数 $N_{\overline{UD}}$ となる。

図 14 はこれらの関係を縦軸に $N_{\overline{UD}}$ 、横軸に $G_{rD} Pr$ として対数グラフ上に実測値と比較して与えたものである。図中、実測点は R_a 数 4.59×10^3 において一例しかないが、本報の解析による結果と一致する。

これらの結果をまとめてみれば、 $R_a = 10^6 \sim 10^{10}$ の対流域で次式の関係が得られる。

$$N_{\overline{UD}} = 0.522 [G_{rD} Pr]^{1/4} \quad (30)$$

5. 結 言

本研究は任意曲面上の自然対流熱伝達を説明する目的のために「前縁が垂直で始まり後縁が水平で終わるような曲率一定内面壁に沿う自然対流熱伝達」を検討したもので、温度、速度場の実測と積分法による解析を行い、このような場の自然対流熱伝達の特徴を調べたものである。

以下本研究より得られた結論を列記する。

(1) 解析結果によると速度は $\phi = 65^\circ$ 位置まで増速し、それ以上では X 方向浮力の減少と共に減速する事、これに対し境界層厚さは位置 ϕ と共に逐次増加するが、やがてその増加率がやや大きくなる(局所熱伝達率はこの逆)事などの特徴がわかり、実測結果もだいたい同様の傾向を示した。

(2) 特に本数値解析⁽⁴⁾ ($Pr = 0.707$) による結果は温度、速度、局所熱伝達率などの実測結果と全域でほぼ一致する事が明らかになった。

また、Levy⁽⁶⁾ の方法による結果⁽⁷⁾ は平均ヌセルト数に対して十分有効であるが、

表 1 諸解析による平均 F_2 値

	$G_{rD} Pr$	$F_1 _{\phi=90}$	$F_3 _{\phi=90}$	F_3	$N_{\overline{UD}} / (G_{rD} Pr)^{1/4}$
(A) 式 (26), (28)	$10^6 \sim 10^{10}$	$\phi = 89$ 4.108 6	$\phi = 89$ 0.392 8	2.055 1	0.522 0
式 (20), (21) P_D 考慮	5.07×10^9	1.852 3	0.381 9	2.079 7	0.523 4
	5.07×10^8	1.896 0	0.361 2	2.078 7	0.523 1
	5.07×10^7	2.038 7	0.792 2	2.056 4	0.522 4
	$(5.07/2) \times 10^6$	2.127 0	0.756 6	2.049 1	0.520 6
式 (10), (21) P_D 無視	5.07×10^9	1.806 7	0.908 2	2.089 1	0.530 8
	5.07×10^8	1.804 6	0.909 2	2.089 1	0.530 8
	5.07×10^7	1.805 3	0.908 9	2.089 2	0.530 8
	5.07×10^6	1.805 8	0.908 4	2.088 7	0.530 7

速度慣性の非考慮がこのような曲面上で局所的な問題となることも明らかになった。

(3) 本数値解析⁽⁸⁾において $\cos \phi = 1$ の垂直壁とすれば, Squire-Eckert⁽¹³⁾ のプロファイル解と同一になり, 本数値解析を垂直壁場へ適用した結果は $Ra = 5.091 \times 10^9$, $Pr = 0.707$ の条件で先端近傍を除いて 0.2% の精度で一致することを得た。

(4) 図 4 の結果から自由曲面においても Ra 数が十分に大きく, 水平面に近い傾き部がわずかな場合, 動的圧力 P_D の影響はほとんど無いものと思われる。

本研究を行うにあたり北海道大学工学部 関 信弘教授に懇切なご指導, ご助言を賜った。付記して厚く謝意を表す。

文 献

- (1) Ostrach, S., *NACA Rep.*, 1111 (1953), 63.
- (2) Hermann, R., *VDI-Forsch.-h.*, 379 (1936-7/8), 1.
- (3) 関・ほか 2 名, 第 12 回伝熱シンポジウム講演論文集, (昭 50-5), 201.
- (4) 菅原・岐美, 機論, 21-109 (昭 30-9), 651.
- (5) Lienhard, J., ほか 2 名, *Trans. ASME, Ser. C*, 94-1 (1972-2), 80.
- (6) Levy, S. and Schenectady, N.Y., *J. Appl. Mech.*, 22-4 (1955-12), 515.
- (7) 岸浪・ほか 2 名, 機講論, No. 750-20 (昭 50-11), 121.
- (8) 岸浪・ほか 2 名, 機講論, No. 760-19 (昭 51-11), 54.
- (9) 平井・ほか 3 名, 機講論, No. 762-2 (昭 51-9), 39.
- (10) Aihara, T. and Saito, E., *Trans. ASME, Ser. C*, 94-1 (1972-2), 59.
- (11) Eichhorn, R., *Int. J. Heat & Mass Transf.*, 5 (1962-10), 915.
- (12) Schlichting, H., (Kestin, J. 訳), *Boundary Layer Theory*, 4 (1962), 53, McGraw-Hill.
- (13) Squire, H.B. (Goldstein, S. 編), *Modern Development in Fluid Dynamics*, 2 (1938), 641.