

ロジスティック曲線を応用したコンクリート強度推定式の提案

——普通ポルトランドセメントの場合——

正 会 員 洪 悦 郎*
正 会 員 鎌 田 英 治**
正 会 員 田 畑 雅 幸***
正 会 員 浜 幸 雄****

1. まえがき

寒中コンクリートにおける積算温度方式は、積算温度と圧縮強度増進の関係が基本となっており、寒中コンクリートの期間の決定・初期養生期間の決定・型枠除去の時期および任意材令の強度推定・水セメント比の決定などに活用されている^{1),2)}。しかし、この積算温度方式に関する仕様¹⁾は、1965年にJASS 5に導入されて以来、これまで基本的な改訂はなされていない。その間セメントのJIS規格の改正および製造過程の変化等があり、このため、著者らは、最近のセメントを用いた実験とその結果の三次式回帰曲線による解析を行った³⁾。その結果、以下の問題点が明らかになった。

- 1) 若材令において同一積算温度のコンクリート強度が低温で養生されたものほど低い傾向がある。
- 2) セメント工場の違いにより強度増進傾向にいくぶん差がある。

さらに、実用上の面から、その適用期間が限定されており、若材令には安全側に対応し長期材令では中央値を推定するという提案時の意図²⁾から若材令における推定強度が低くなり過ぎるという問題点を含んでいる。

このような状況から、セメント協会・コンクリート専門委員会では、最近のセメントによるコンクリートの初期強度を対象として標準養生・材令28日強度を基準とした強度比の推定式と図表を提示している⁴⁾。

本研究は、このような状況にある現行の積算温度方式に関して、新しい強度推定手法を提案することを目的としたものである。実験は、モルタルによる結果をコンクリートに拡張した前回³⁾とは異なり、すべてコンクリートを対象とし、結果を表す強度推定式としてロジスティック曲線を用いている。同様な解析は、寒中コン

クリートに適用が可能なすべてのセメントについて行う必要があるが、ここでは、普通ポルトランドセメントの場合について報告する。

2. 実験計画と方法

(1) 実験計画

実験は、原則として現行の仕様を定めた方法にそって実施した。実験計画を表-1に示す。養生方法は封かん養生と水中養生の2種とし、水セメント比3種(45%, 55%, 65%)、養生温度3種(20°C, 10°C, 5°C)とした。測定材令は、表-2および図-1に示すように、ロジスティック曲線による近似を考慮して2730°D・Dまで

表-1 実験計画表

種 別	養生方法	セメント	W/C	養生温度	測定材令
コン ク リ ー ト	封かん 養生	A	45%	20°C	9材令
		B			
	C	55%			
	D				
水中養生	A	65%	5°C		

表-2 測定材令

養生温度	測 定 材 令									
	日	2	4	7	12	20	33	56	100	182
5°C	日	2	4	7	12	20	33	56	100	182
	DD	30	60	105	180	300	495	840	1500	2730
10°C	日	2	3	5	8	14	24	42	75	137
	DD	40	60	100	160	280	480	840	1500	2740
20°C	日	1	2	3	5	9	16	28	50	91
	DD	30	60	90	150	270	480	840	1500	2730

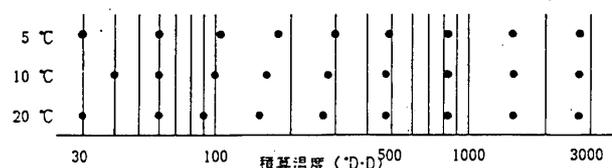


図-1 測定材令(積算温度)の対数軸上の分布

* 北海道大学 教授・工博
** 北海道大学 助教授・工博
*** 北海道大学 助手
**** 北海道大学 大学院生
(昭和61年3月26日原稿受理)

表—3 セメントの物理試験結果

種類	比重	比表面積 cm ² /g	凝結			安定性	圧縮強さ (kgf/cm ²)		
			水量 %	始発 h-m	終結 h-m		3日	7日	28日
A	3.16	3100	28.5	3-14	4-19	良	139	238	411
B	3.16	3400	26.4	2-15	3-05	良	152	253	420
C	3.15	3050	28.8	2-53	4-01	良	151	266	424
D	3.15	3200	27.6	2-20	3-16	良	149	267	402

表—4 骨材の物理試験結果

試験骨材	単位容積重量 (kg/ℓ)	表乾比重	絶乾比重	吸水率 (%)	実積率 (%)	粗粒率
錦岡海砂	1.90	2.75	2.71	1.30	69.1	2.61
当別川砂利	1.68	2.62	2.57	2.17	65.5	6.70

表—5 骨材のふるい分け試験結果

試験骨材	mm	ふるいを通るものの重量百分率 (%)									
		0.15	0.3	0.6	1.2	2.5	5	10	15	20	25
錦岡海砂	6	22	48	73	90	100					
当別川砂利						5	32	81	95	100	

表—6 調合表

水セメント比 wt	細骨材率 vl	単位水量 kg/m ³	絶対容積 ℓ/m ³			重量 kg/m ³		
			C	S	G	C	S	G
45.0	45.2	167	118	319	386	372	877	1011
55.0	46.0	168	97	334	391	305	919	1024
65.0	48.0	174	85	351	380	268	965	996

C:セメント S:砂 G:砂利

の間で対数軸上でほぼ均等に分布する9材令とした。

(2) 使用材料と調合

セメントは、北海道内2工場と既往の実験結果³⁾から強度増進傾向に差の見られた2工場の合計4工場の普通ポルトランドセメントを使用した。各工場で行われたセメントの物理試験の結果を表—3に示す。

骨材は、細骨材として錦岡産海砂、粗骨材として当別産川砂利を使用した。各骨材の物理試験結果とふるい分け試験結果を表—4と表—5に示す。

水は、通常の飲料水で、混和剤は用いなかった。

調合は、JASS5の標準調合表に基づき、Bセメントを用いて、練り上がり温度20°Cの場合にスランプ18cmを目標に定め、すべてに適用した。調合表を表—6に示す。

(3) 実験方法

混練は4分練りとし、ミキサーから排出直後に、スランプ、空気量、単位容積重量、練り上がり温度を測定し、10φ×20cmの円柱試験体を作製した。なお、練り上がり、打ち込みとも所定の養生温度を保つよう配慮した。打ち込み後は、直ちに所定の養生場所に移し、材令2日

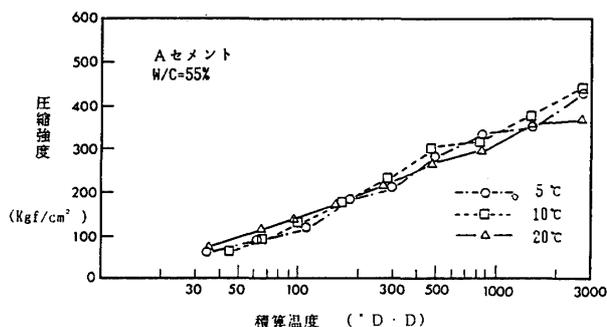
で脱型し、封かん養生試験体はサランラップで包み、ポリエチレン袋に入れて封かんにした後、再び所定の場所で養生を続けた。また、水中養生試験体は、脱型後直ちに所定の水槽に移して養生を続けた。積算温度の基本となる養生温度の管理は、試験体中に埋め込んだ熱電対により行い、所定の材令に質量、動弾性係数、圧縮強度を測定した。

3. 実験結果および考察

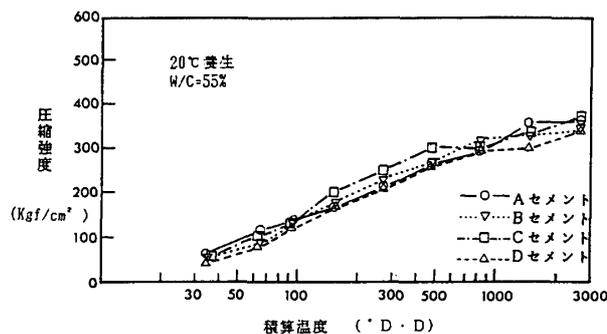
(1) 実験結果の検討

図—2に養生温度による強度増進傾向の差を示す。既往の実験結果³⁾と同様に、若材令において低温で養生されるものほど強度が低い傾向が見られる。長期材令ではその差はなくなっているか、逆に低温養生の強度が高くなる傾向があり、それは水セメント比が小さい場合に顕著である。

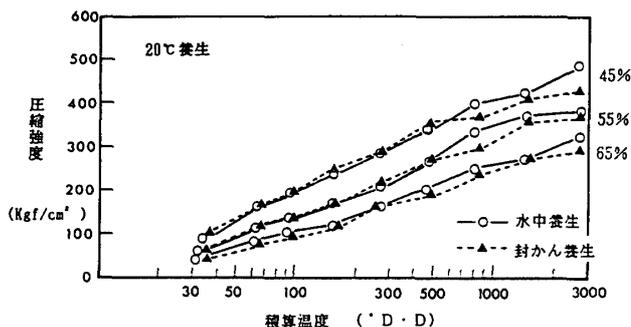
図—3にセメントによる強度増進傾向の差を示す。セメントによりそれぞれ固有の強度増進傾向が認められるが、モルタルを用いた以前の実験³⁾で見られた強度増進



図—2 養生温度による強度増進曲線の差



図—3 セメント種別による強度増進曲線の差



図—4 養生方法による強度増進曲線の差

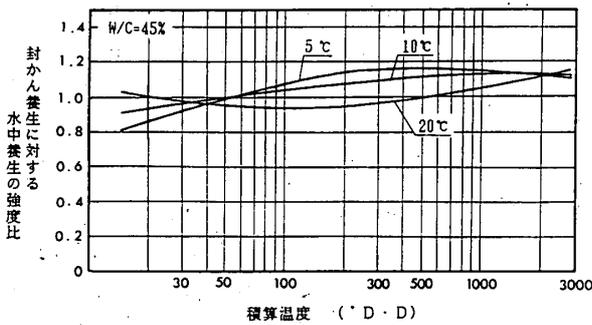


図-5 封かん養生に対する水中養生の強度比の変化

速度の差は明確ではなく、セメントによる相違は最終到達強度の差として取り扱うことができる。

図-4に養生方法による強度増進傾向の差を示す。封かん養生と水中養生の強度増進は、ほぼ同様の傾向を示している。しかし、水セメント比が小さく低温養生の場合は、図-5に示すように、水中養生が封かん養生の強度を10%程度上回っている。

(2) ロジスティック曲線の導入

セメントの水和反応を1次の単分子自触反応と仮定し、反応速度式

$$dx/dt = k(x-a)x \dots\dots\dots (1)$$

を解くと、ロジスティック曲線の基本式

$$x = \frac{a}{1 + \exp(-kt + m)} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 a : 総反応量

x : 時間 t における反応量

k : 反応速度定数

m : 積分定数

が得られる。ここで、時間 t を積算温度 M ($^{\circ}D \cdot D$) の対数とし、その時の圧縮強度を F_c (kgf/cm^2)、終最終到達強度を F_{∞} (kgf/cm^2) とすると、強度増進曲線として

$$F_c = \frac{F_{\infty}}{1 + \exp(-k \times \log M + m)} \dots\dots\dots (3)$$

が得られる。

ロジスティック曲線は、統計学上では傾向時系列変動

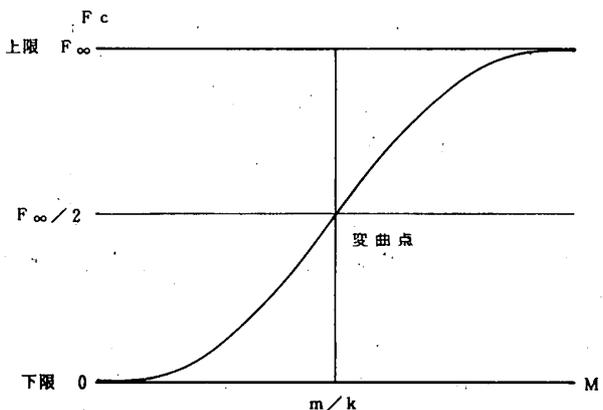


図-6 ロジスティック曲線

を表すS字型の成長曲線であり、人口論等で広く用いられているものである。また、図-6に示すように、下限 $F_c=0 (M=-\infty)$ と上限 $F_c=F_{\infty} (M=+\infty)$ を持ち、変曲点が $(m/k, F_{\infty}/2)$ となる曲線である⁵⁾。

実験結果のロジスティック曲線による近似は、3点法により最終到達強度 F_{∞} を推定した後、 $X = \log M$, $Y = \ln \{F_c / (F_{\infty} - F_c)\}$ と変数変換して最小自乗法により係数 k, m を定める。なお、3点法にはできるだけ広範囲にわたり、局所的に安定した等間隔にある $50^{\circ}D \cdot D$, $350^{\circ}D \cdot D$, $2450^{\circ}D \cdot D$ の3点を用い、それぞれの強度を一次補間により求めた。また、得られたロジスティック曲線に対する決定係数、相関係数、標準誤差(誤差の標準偏差)を求めた。

(3) 強度推定式の誘導

現行の積算温度方式の問題点とこれまでの検討の結果を踏まえて、積算温度方式の基本となる新しいコンクリート強度推定式をロジスティック曲線を応用して誘導する。強度推定式の誘導の手順は、図-7に示すように3つのStepから成っている。

Step 1では、現行の積算温度方式の問題点の1つである若材令における養生温度による強度のかたよりの原因を、「強度発現が始まる以前の誘導期に、練り上がり温度および初期の養生温度により差があるため⁶⁾と考え、初期温度補正項 C を積算温度算定式に導入し[(5)式], $5^{\circ}C$ 養生・ $10^{\circ}C$ 養生それぞれについて $20^{\circ}C$ を基準として、 C 項の値を変化させて近似したロジスティック曲線の標準誤差が最小となる C 項の値を、セメント種別、水セメント比ごとに求め、実用性を考慮して数値

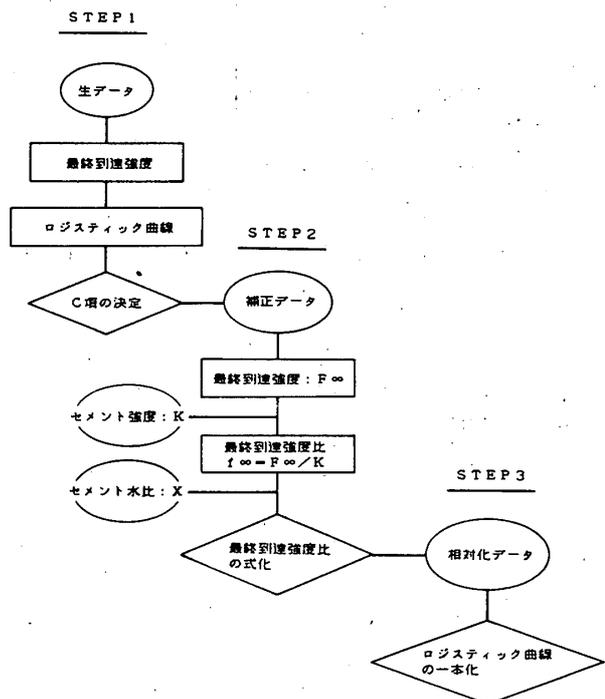
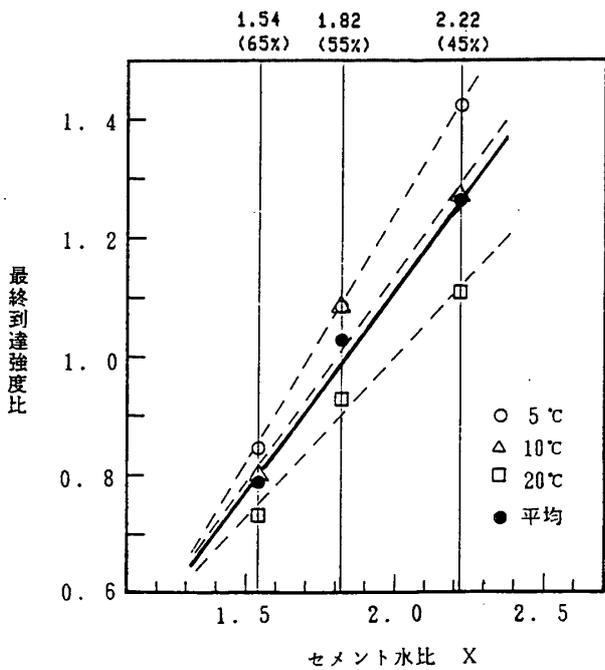
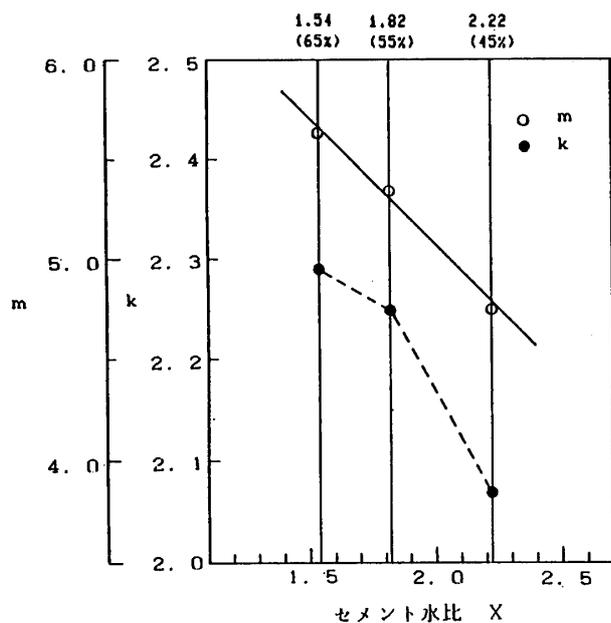


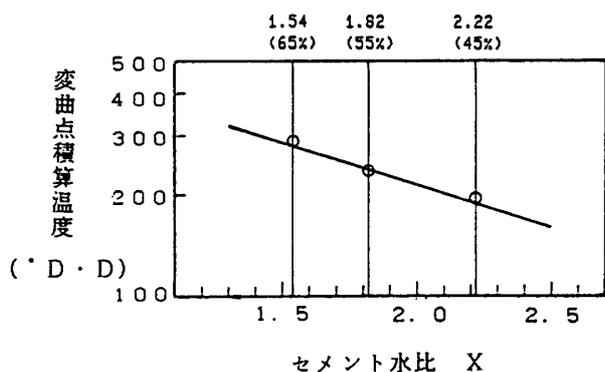
図-7 強度推定式の誘導のフローチャート



図—8 最終到達強度比とセメント水比の関係



図—9 ロジスティック曲線の係数 k, m とセメント水比の関係



図—10 変曲点積算温度とセメント水比の関係

をまとめて初期温度補正項を定める [(6) 式]。

Step 2 では、初期温度補正項を用いて補正したデータにより最終到達強度 F_{∞} を推定し、浜田の水セメント比算定式より得られる $f = F/K = AX + B$ が最終到達強度にも成立すると仮定して、図—8 に示す最終到達強度比 f_{∞} (セメント強度 K に対する最終到達強度 F_{∞} の比) とセメント水比 X の関係を一次式で表す [(7) 式]。ここで、セメントによる強度増進傾向の相違は、最終到達強度がセメント強度に比例するとして補正される。なお、最終到達強度比は積算温度が無限大の時の強度比であり、寒中コンクリートを対象として得られる積算温度の範囲は限定されるため、温度による最終到達強度比の相違は考慮しないものとする。

Step 3 では、圧縮強度をセメント強度に対する強度比に変換して、セメントの差を補正したデータをロジスティック曲線に近似して係数 k, m を定め、セメント水比 X を用いて式化する [(8) 式, (9) 式]。

図—9 に係数 k, m とセメント水比の関係を示す。また、図—10 に変曲点積算温度 [$\log M = m/k$] とセメント水比の関係を示す。現行の JASS 5 の強度増進曲線の変曲点は水セメント比によらず $210^{\circ}\text{D}\cdot\text{D}$ となっているが、ロジスティック曲線では水セメント比が大きいほど変曲点の生じる積算温度は遅れており、実際の強度発現に適合しているといえる。

ここで得られた強度推定式を以下に示す。

$$f = F_c / K = \frac{f_{\infty}}{1 + \exp(-k \times \log M + m)} \dots (4)$$

ここに、 f : セメント強度に対する圧縮強度比

F_c : 圧縮強度 (kgf/cm^2)

K : JIS によるセメント 28 日圧縮強度 (kgf/cm^2)

M : 積算温度 ($^{\circ}\text{D}\cdot\text{D}$)

$$M = \sum(\theta + 10) + C \dots (5)$$

θ : 練り上がり温度および養生温度 ($^{\circ}\text{C}$)

C : 初期温度補正項 ($^{\circ}\text{D}\cdot\text{D}$)

$$C = -20 + \theta \dots (6)$$

f_{∞} : 最終到達強度比

$$f_{\infty} = 0.69 X - 0.62 \dots (7)$$

X : セメント水比

k, m : 水セメント比により変化する定数

$$m = -1.32 X + 7.70 \dots (8)$$

$$k = m / (-0.25 X + 2.83) \dots (9)$$

この強度推定式の誘導は、封かん養生の場合について行っており、実際の構造物の強度は封かん養生の強度に対応すると仮定している。

表—7 にこの強度推定式の実験結果との相関を示す。その結果、相関係数 0.98 以上の高い相関があり、 C 項導入により相関が上がる事が確認された。また、図—

表-7 ロジスティック曲線の相関性

	W/C	決定係数	相関係数	標準誤差
C項補正無	4.5%	0.963	0.982	0.067
	5.5%	0.970	0.985	0.048
	6.5%	0.978	0.989	0.036
C項補正有	4.5%	0.967	0.983	0.061
	5.5%	0.973	0.986	0.046
	6.5%	0.980	0.990	0.034

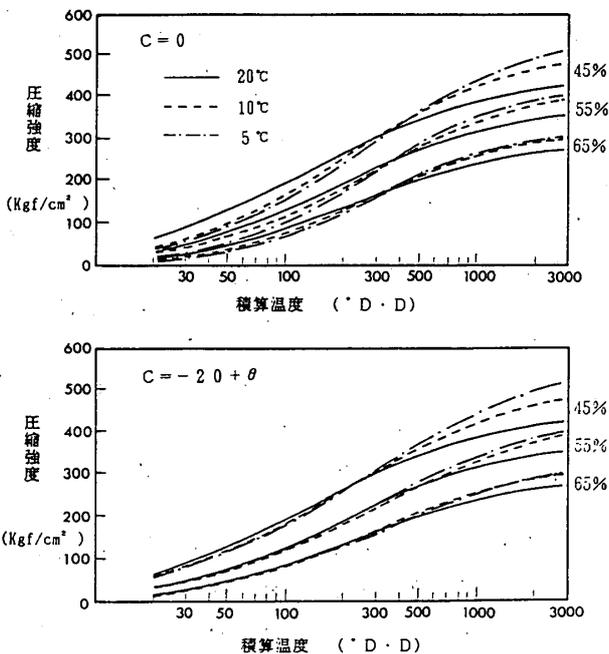


図-11 初期温度補正項 C の導入による強度増進曲線の変化

11に初期温度補正項(6)式の導入による強度増進曲線の変化を示す。C=0(すなわち、現行の積算温度算定法)の時に見られる若材令における養生温度による強度のかたよりがC項の導入により補正されていることがわかる。

(4) 強度推定式の応用

i) 任意材令における強度推定

強度推定式(4)式は、強度増進の中央値を表しているが、強度増進曲線の変曲点積算温度での変動係数を1として標準誤差σを考慮した項[(10)式]を強度推定式に加えることにより、材令にかかわらず中央値だけでなく下限値および上限値

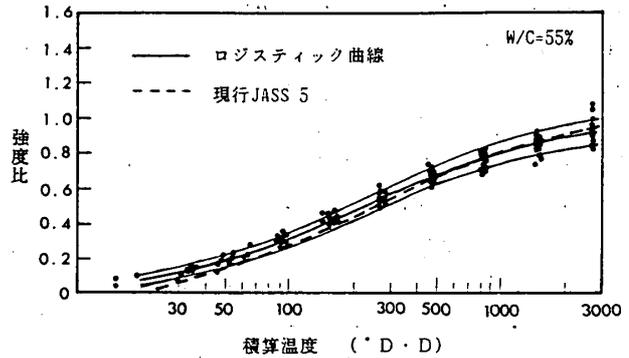


図-12 強度増進曲線の実験結果との対応

の推定が可能となる。

$$\pm \frac{\sigma}{m/k} \times \log M \dots\dots\dots (10)$$

図-12にロジスティック曲線(中央線、下限線、上限線)と現行のJASS 5の強度増進曲線の実験結果との対応を示す。実験結果はロジスティック曲線の中央線の上下にばらつき、上・下限線の間におさまっている。また、JASS 5の曲線はその提案時の意図のとおり、材令の進行とともに下限線から中央線にそって変化し、最終的には上限線に向かっていることがわかる。

(例1) K=400 kgf/cm²の普通ポルトランドセメントを使用した水セメント比60%の場合の積算温度420°D・D時のコンクリート強度を推定する。

(4)式により最確値(中央値)を求めると、セメント強度に対する強度比f=0.55, すなわち圧縮強度F_c=220 kgf/cm²が得られる。さらに、(10)式を用いると下限値としてF_{c min}=202 kgf/cm² (f=0.51), 上限値としてF_{c max}=236 kgf/cm² (f=0.59)が得られる。

ii). 実用図表の利用

現行の積算温度方式の特長として、強度推定式および

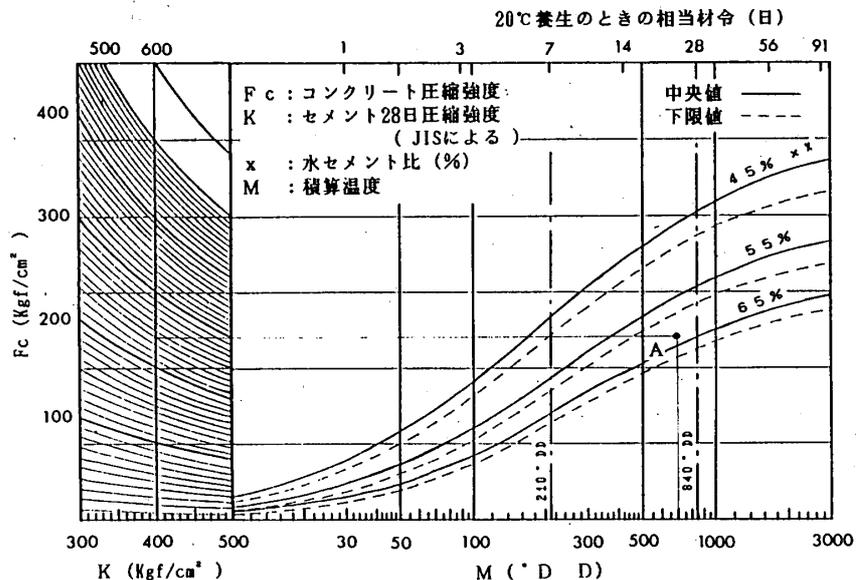


図-13 普通ポルトランドセメント用実用図表

水セメント比の決定に使える実用図表があるが、強度増進をロジスティック曲線で表した場合の実用図表を図13に示す。この実用図表は現行と同様に強度推定および水セメント比の決定ができ、極めて初期の材令から長期材令までコンクリートの強度増進過程全体を表現しているため、その適用期間が拡張されている。

(例2) 強度推定

例1の条件で、実用図表を用いて100°D・D、420°D・D、および1500°D・D時の強度を推定する。

それぞれの°D・D値から直上線を引き、水セメント比60%の強度増進曲線との交点から左に水平線を引きK=400の直上線との交点をF上に求めれば、最確値(中央値)はそれぞれ $F_{c100}=100 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $F_{c420}=220 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $F_{c1500}=305 \text{ kgf/cm}^2$ となる。また、下限値としてそれぞれ $F_{c100 \text{ min}}=85 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $F_{c420 \text{ min}}=202 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $F_{c1500 \text{ min}}=280 \text{ kgf/cm}^2$ を得る。

(例3) 水セメント比の決定

$K=400 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $F_c=240 \text{ kgf/cm}^2$ の調査強度を積算温度700°D・Dで得ることを目標とする場合の水セメント比を求める。

$K=400$ と $F_c=240$ の交点から右へ水平線を引き、700°D・Dからの直上線との交点(A)をとれば、水セメント比 $x=63\%$ を得る。

なお、水セメント比の決定では下限線は安全側推定となり、 $x=60\%$ を得る。

iii) 基準材令強度を用いた強度推定

表-8は840°D・Dと210°D・D時のセメント強度に対する強度比を基準とした最終到達強度比の比とそれをセメント水比Xを用いて表した一次式 $\beta(X)$ を示したもので、最終到達強度比 f_{∞} [(8)式]の代わりに $\beta(X)$ を用いると、基準材令(840°D・Dおよび210°D・D)時の強度を用いて任意材令時の強度を推定できる。

(例4) $K=400 \text{ kgf/cm}^2$ で840°D・D(20°C養生・材令28日)時の強度 $F_{c840}=300 \text{ kgf/cm}^2$ となる調査で、積算温度500°D・D時の強度を推定する。

上記調査の水セメント比は56%で、その場合の推定

表-8 最終到達強度比の基準材令強度に対する比

W/C	45%	55%	65%
f_{∞} / f_{840}	1.254	1.296	1.328
	$\beta(X) = -0.11X + 1.50$		
f_{∞} / f_{210}	1.903	2.126	2.331
	$\beta(X) = -0.62X + 3.28$		

X: セメント水比
 $\beta(X) = f_{\infty} / f_{840}$ or 210

式中の諸係数はそれぞれ $\beta(X)=1.30$ 、 $k=2.20$ 、 $m=5.24$ となり、

$$F_{c500} = \frac{1.30}{1 + \exp(-2.20 \times \log 500 + 5.24)} \times 300 = 0.868 \times 300 = 260$$

から $F_{c500}=260 \text{ kgf/cm}^2$ を得る。

なお、ここでは昭和44年版JASS5の水セメント比算定式により水セメント比を算定したが、生コン工場において水セメント比-強度式が確立している場合には、その関係式を用いることができる。

iv) 養生方法の違いに対する対応

本実験の結果から、水中養生と封かん養生の強度は大差ないことが明らかになったが、実際の条件で厳密な強度推定を行う場合に、水中養生と封かん養生の相違を表す補正係数(例えば、図-5の関係から得られる値)を用いて対応することができる。

5. 結論

本研究の結果、積算温度と圧縮強度増進の関係をロジスティック曲線により近似して得られたコンクリート強度推定法は、現行のJASS5の積算温度方式に対して以下の利点を持っている。

- 1) 初期温度補正項の導入により、若材令における養生温度による強度のかたよりが補正される。
- 2) 強度増進過程全体を表しており、適用期間が拡張される。
- 3) 材令にかかわらず中央値だけでなく上・下限値の推定が可能である。
- 4) 基準材令(840°D・Dおよび210°D・D)の強度から任意材令の強度推定が可能である。
- 5) 統計的近似曲線であるためコンピューター導入に際し便利である。

なお、初期温度補正項決定の際の初期養生温度の厳密な期間の決定と現行の仕様の水セメント比の補正係数 α に対応する本推定式による補正係数の決定、さらに普通ポルトランドセメント以外のセメント種別に対する強度推定式と実用図表の作成および積算温度方式のコンピューターシステムの完成が今後の課題である。

謝辞

実験にあたり、日本セメント上磯工場、日鉄セメント室蘭工場、宇部セメント宇部工場、電気化学工業青梅工場の各工場からセメントの寄贈をいただいた。また、実験は、北大大学院生 西田 朗、4年目学生 大屋常昭の両氏の協力によるところが大きい。記して感謝を表します。

参考文献

- 1) 日本建築学会: 建築工事標準仕様書・同解説 (JASS5, 鉄筋コンクリート工事), pp.191-195, 昭59
- 2) 日本建築学会: 寒中コンクリート施工指針案・同解説,

- 昭 56 :
- 3) 金 武漢, 洪 悦郎, 鎌田英治: モルタルおよびコンクリートの積算温度と圧縮強度発現に関する実験的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 355, pp.1-6, 昭 60
 - 4) セメント協会・コンクリート専門委員会: 最近のセメントによるコンクリートの初期強度に関する共同試験報告 (その1), F-34, 昭 57.5, (その2), F-36, 昭 58.2
 - 5) 森田優三: 新統計概論, pp.104-120, 日本評論社
 - 6) 地濃茂雄: コンクリートの凝結硬化および強度発現性状におよぼす温度履歴条件, 東工大学位論文, 昭 58.7

SYNOPSIS

UDC : 691.32

A ESTIMATING METHOD OF CONCRETE STRENGTH BY APPLING LOGISTIC CURVE

—On case of normal portland cement—

by Dr. YOSHIRO KOH, Professor of Hokkaido University, Dr. ELJI KAMADA, Associate Professor of Hokkaido University, MASAYUKI TABATA, Research Associate of Hokkaido University, YUKIO HAMA, Master course Student of Hokkaido University, Members of A. I. J.

Relation between the maturity and compressive strength development of concrete was approximated by applying logistic curve and suggested new estimating method of concrete strength. The new estimating method has some advantages compared with the method described in present JASS 5 as following,

- 1) By using Early Temperature Correction C, a tendency to show a lower value of concrete strength as low temperature curing at the same maturity in early days is corrected.
- 2) The logistic curve shows all of the strength development process, so it is of wide application.
- 3) Regardless of age, it is possible to estimate not only a value of the middle but also of the lower and higher limits of concrete strength.
- 4) It is possible to derive concrete strength at any age from the strength at standard age (210°D·D and 840°D·D).
- 5) Because logistic curve is a statistical curve, it is useful when using computer.