室蘭工業大学
学術資源アーカイブ
Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive

部分分布周期荷重を受ける二層円柱の応答解析

メタデータ	言語: Japanese
	出版者: 土木学会
	公開日: 2012-03-22
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 松岡, 健一, 菅田, 紀之, 岸, 徳光, 能町, 純雄
	メールアドレス:
	所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/951

室蘭工業大学
学術資源アーカイブ
Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive

部分分布周期荷重を受ける二層円柱の応答解析

その他（別言語等）のタイトル	The dynamic response of a two layered concentric cylinder subjected to partially distributed cyclic load
著者	松岡　健一，菅田　紀之，岸　徳光，能町　純雄
雑誌名	構造工学論文集．A
巻	33
ページ	615-622
発行年	1987-03
URL	http://hdl.handle.net/10258/951

構造工学論文集 Vol.33A (1987年3月) 土木学会

部分分布周期荷重を受ける二層円柱の応答解析

THE DYNAMIC RESPONSE OF A TWO LAYERED CONCENTRIC CYLINDER SUBJECTED TO PARTIALLY DISTRIBUTED CYCLIC LOAD

松岡健一* 菅田紀之** 岸 徳光*** 能町純雄****
By Kenichi MATSUOKA, Noriyuki SUGATA, Norimitu KISHI and Sumio NOMACHI

The dynamic response of a two layered concentric cylinder, which is an idealized model for reinforced concrete or concrete filled steel pile, is studied by making use of the three dimensional elasticity theory.
The discussion is focused on the influence of the load frequency to the displacements and stresses of the annular cylinder which is subjected to a partially distributed normal force on the outer surface, and supported simply at both ends.
The numerical calculations are carried out for several ratios of the diameter of the cylinder and the frequency of load.

1. はじめに

円柱や円筒などの円柱座標で表されるものの動的問題に関する研究は、これまでかなり多く行われているが、特に、円筒の動的応答問題に関して種々研究されている。

主なものとして、無限円筒の一点に周期的な軸対称の集中力が作用するときの応答を求めた、A. Kalnins と P. M. Naghdi の研究[1]、衝撃荷重をうけたシェルに対して、3つの異なるシェル理論を用いて応答解析を行ない比較検討している H. Reismann と P. Pawlik の研究[2]、弾性理論とシェル理論により動的な部分分布荷重をうけるシェルの応答解析を行なった L. I. Weingarten と H. Reismann の研究[3]、両端に動的軸対称荷重をうける円筒をシェル理論で解いた C. C. Huang の研究[4]があり、その他にも円筒のシェル理論による解析として J. Sheng[5]、白川と浅野[6]、宇治橋ら[7]、岸ら[8]の研究などがある。しかし、鉄筋コンクリートや鋼管コンクリートのモデルと考えられる、弾性定数の異なる円柱と厚肉円筒によって構成される二層円柱に対する研究は、あまり見受けられないが、このような構造部材に衝撃荷重などの動的荷重が作用するときの挙動を明らかにすることは複合部材の動特性を検討するうえで興味のある問題である。

著者らは、先に二層円柱を伝播する弾性波の位相速度の問題を、三次元弾性理論により解析したが[9)-12)]、

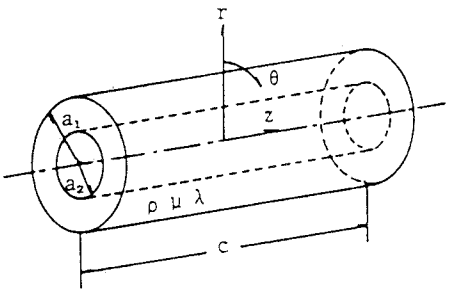
* 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)
** 工修 室蘭工業大学助手 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)
*** 工博 室蘭工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)
**** 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科 (〒275 習志野市泉町1丁目2番1号)

ここでは動的応答解析の基本的な問題として、二層円柱に周期的部分分布荷重が作用したときの応答を三次元弾性理論によって解析し、円柱と円筒の半径比、弾性定数比などを変化させ、応力や変位の振動周期による応答倍率などを求め、検討するものである。

2．基礎方程式のフーリエ・ハンケル変換による解

図－1に示すように円筒半径方向にr軸、円周方向にθ軸、軸方向にz軸をとり、各変位成分をu、v、w、応力成分をσ_r、σ_θ、σ_z、$\tau_{r\theta}$、$\tau_{\theta z}$、τ_{zr} とすると、運動方程式は物体力を無視して次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}+\frac{\partial\tau_{r\theta}}{r\partial\theta}+\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial\tau_{\theta r}}{\partial r}+2\frac{\tau_{\theta r}}{r}+\frac{\partial\sigma_\theta}{r\partial\theta}+\frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial z}=\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial\tau_{zr}}{\partial r}+\frac{\tau_{zr}}{r}+\frac{\partial\tau_{z\theta}}{r\partial\theta}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}=\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}
\end{aligned}\right\}\cdots(1)$$



図－1　有限円筒

ここで、ρは弾性体の密度でtは時間である。

外力を周期的なものとし、定常状態に限定すれば、各変位、応力成分を次のようにおくことができる。

$$\mathbf{f}=\tilde{\mathbf{f}}\exp(i\omega t)\qquad\cdots(2)$$

ただし、ωは外力の円振動数である。

変位と応力の関係は弾性振動とし、ラーメの弾性定数（μ、λ）を用いフックの法則が成り立つとすれば、式(2)の関係を式(1)及びフックの法則に適用し、半径方向にハンケル変換、円周方向と軸方向にフーリエ変換を行い式(1)を解くと、半径をa_1、a_2、長さをcとする有限円筒の解は次のようになる。

$$\tilde{u}=\frac{2}{\pi c}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}c_n c_m(\tilde{A}_{mnr}+\tilde{B}_{mnr})\cos m\theta\cos Nz\qquad\cdots(3)$$

$$\tilde{v}=\frac{2}{\pi c}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}c_n(\tilde{A}_{mnr}-\tilde{B}_{mnr})\sin m\theta\cos Nz\qquad\cdots(4)$$

$$\tilde{w}=\frac{2}{\pi c}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}c_n\tilde{W}_{mnr}\cos m\theta\sin Nz\qquad\cdots(5)$$

$$\begin{aligned}\tilde{A}_{mnr}=\sum_{k=1}^{2}\Big[&\frac{1}{N_\mu}\chi_{mp}^{(k)}(N_\mu r)\Big\{\frac{1}{2\mu}\alpha_{mnk}+(m+1)A_{mnk}+(m-1)B_{mnk}-\frac{N}{2}E_{mnk}\Big\}\\
&+\frac{\mu N^2}{\rho\omega^2}\Big\{\frac{1}{N_\mu}\chi_{mp}^{(k)}(N_\mu r)-\frac{N_\alpha}{N^2}\chi_{mp}^{(k)}(N_\alpha r)\Big\}\Big\{\frac{1}{2\mu}\beta_{mnk}+(m+1)A_{mnk}-(m-1)B_{mnk}+NE_{mnk}\Big\}\Big]\end{aligned}\qquad\cdots(6)$$

$$\begin{aligned}\tilde{B}_{mnr}=\sum_{k=1}^{2}\Big[&-\frac{1}{N_\mu}\chi_{mp}^{(k)}(N_\mu r)\Big\{\frac{1}{2\mu}\alpha_{mnk}+(m+1)A_{mnk}+(m-1)B_{mnk}+\frac{N}{2}E_{mnk}\Big\}\\
&+\frac{\mu N^2}{\rho\omega^2}\Big\{\frac{1}{N_\mu}\chi_{ms}^{(k)}(N_\mu r)-\frac{N_\alpha}{N^2}\chi_{ms}^{(k)}(N_\alpha r)\Big\}\Big\{\frac{1}{2\mu}\beta_{mnk}+(m+1)A_{mnk}-(m-1)B_{mnk}+NE_{mnk}\Big\}\Big]\end{aligned}\qquad\cdots(7)$$

$$\begin{aligned}\tilde{W}_{mnr}=\sum_{k=1}^{2}\Big[&G_m^{(k)}(N_\mu r)E_{mnk}\\
&-\frac{2\mu N}{\rho\omega^2}\{G_m^{(k)}(N_\mu r)-G_m^{(k)}(N_\mu r)\}\Big\{\frac{1}{2\mu}\beta_{mnk}+(m+1)A_{mnk}-(m-1)B_{mnk}+NE_{mnk}\Big\}\Big]\end{aligned}\qquad\cdots(8)$$

ここで、$c_0=1/2$、$c_m=1$ $(m\neq 0)$、$N=n\pi/c$であり、$N_\mu^2=N^2-\rho\omega^2/\mu$、$N_\alpha^2=N^2-\rho\omega^2/(2\mu+\lambda)$である。又、式中の関数$\chi$、Gは

$$G_m^{(k)}(Nr)=\frac{R_{m,m}^{(k)}(Nr)}{R_{m,m}^{(k)}(Na)} \qquad \chi_{mp}^{(k)}(Nr)=\frac{R_{m+1,m}^{(k)}(Nr)}{R_{m,m}^{(k)}(Na)} \qquad \chi_{mm}^{(k)}(Nr)=\frac{R_{m-1,m}^{(k)}(Nr)}{R_{m,m}^{(k)}(Na)}$$

$$R_{j,m}^{(k)}(Nr)=I_j(Nr)K_m(Na_{k-1})-(-1)^{j+m}I_m(Na_{k-1})K_j(Nr) \qquad \cdots(9)$$

である。ただし$a_0=a_2$、$j=m-1$、m、$m+1$でI、Kは変形第一種、第二種のベッセル関数である。さらに式中の係数α、β、A、B、Eは、円筒の内外面の変位及び応力で与えられるもので次のようになる。

$$\alpha_{mnk}=\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}}\tilde{\tau}_{r\theta})_{r=a_k}\sin m\theta\cos Nz\,d\theta dz \qquad \cdots(10)$$

$$\beta_{mnk}=\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}}\tilde{\sigma}_z)_{r=a_k}\cos m\theta\cos Nz\,d\theta dz \qquad \cdots(11)$$

$$A_{mnk}=\frac{1}{2a}\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}}\{\tilde{u})_{r=a_k}\cos m\theta+\tilde{v})_{r=a_k}\sin m\theta\}\cos Nz\,d\theta dz \qquad \cdots(12)$$

$$B_{mnk}=\frac{1}{2a}\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}}\{\tilde{u})_{r=a_k}\cos m\theta-\tilde{v})_{r=a_k}\sin m\theta\}\cos Nz\,d\theta dz \qquad \cdots(13)$$

$$E_{mnk}=\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}}\tilde{w})_{r=a_k}\cos m\theta\sin Nz\,d\theta dz \qquad \cdots(14)$$

式(3)～(8)で与えられる解は左右対称の条件を満足するものである。以上において円筒についての解を示したが、円柱の場合も全く同様にして求められ、式(6)～(8)で$a_2=0$とすることにより与えられる。このときkは1のみとなり、式中の関数も次のようになる。

$$R_{j,m}^{(1)}(Nr)=I_j(Nr) \qquad \cdots(15)$$

3．境界条件

弾性定数の異なる円柱と厚肉円筒によって構成される二層円柱の動的応答は、2．で求めた円筒の解と円柱の解を境界条件を満足するように重ね合せて解析することができる。

いま、円筒について添字1、円柱について添字2で表すものとする。円筒と円柱の境界条件を考えるに先だち、未知定数α、β、A、B、Eは式(6)～(8)および式(6)～(8)を用いて与えられる変位と応力式の境界の値としても式(10)～(14)を満足しなければならないが、式(12)、(13)は自動的には満足しない。従って、式(12)、(13)を満たすために次の適合条件が必要となる。

円筒に対して

$$a_k A_{mnk,1}=\tilde{A}_{mnr,1})_{r=a_k} \quad \cdots(16) \qquad a_k B_{mnk,1}=\tilde{B}_{mnr,1})_{r=a_k} \qquad \cdots(17)$$

円柱に対して

$$a_2 A_{mn1,2}=\tilde{A}_{mnr,2})_{r=a_2} \quad \cdots(18) \qquad a_2 B_{mn1,2}=\tilde{B}_{mnr,2})_{r=a_2} \qquad \cdots(19)$$

次に境界条件を考えると

1）$r=a_1$における条件：円筒の外側に半径方向の周期的な力が作用するものと考えると

$$\sigma_{r,1})_{r=a_1}=p(\theta,z,t) \quad \cdots(20) \qquad \tau_{r\theta,1})_{r=a_1}=0 \qquad \alpha_{mn1,1}=0 \qquad \cdots(21)$$

$$\tau_{rz,1})_{r=a_1}=0 \quad \cdots(22)$$

2）$r=a_2$における条件：円筒と円柱の境界面で変位と応力が連続している場合と、境界面でせん断力が存在しない場合が考えられるが、ここでは前者の条件によるものとすると

$$u_1)_{r=a_2}=u_2)_{r=a_2}\ ,\ v_1)_{r=a_2} \qquad A_{mn2,1}=A_{mn1,2}\ ,\ B_{mn2,1}=B_{mn1,2} \qquad \cdots(23)$$

$$w_1)_{r=a_2}=w_2)_{r=a_2} \qquad E_{mn2,1}=E_{mn1,2} \quad \cdots(24) \qquad \sigma_{r,1})_{r=a_2}=\sigma_{r,2})_{r=a_2} \qquad \beta_{mn2,1}=\beta_{mn1,2} \qquad \cdots(25)$$

$$\tau_{r\theta,1})_{r=a_2}=\tau_{r\theta,2})_{r=a_2} \qquad \alpha_{mn2,1}=\alpha_{mn1,2} \quad \cdots(26) \qquad \tau_{rz,1})_{r=a_2}=\tau_{rz,2})_{r=a_2} \qquad \cdots(27)$$

となる。式(22)、(27)に必要なτ_{rz}の式を示すと次のようになる。

$$\tilde{\tau}_{rz}=\frac{2}{\pi C}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}C_m\tilde{T}_{mnr}\cos m\theta\sin Nz \qquad \cdots(28)$$

$$\tilde{T}_{mnr}=\sum_{k=1}^{2}\Big[\frac{mN}{N_\beta^2 r}G_m^{(k)}(N_\nu r)\alpha_{mnk}+\frac{2\mu^2N^2}{\rho\omega^2}\Big\{2\frac{N_\alpha}{N}(\chi_{mp}^{(k)}(N_\alpha r)+\frac{m}{N_\alpha r}G_m^{(k)}(N_\alpha r))$$
$$-\Big(\frac{N}{N_\nu}+\frac{N_\nu}{N}\Big)(\chi_{mp}^{(k)}(N_\nu r)+\frac{m}{N_\nu r}G_m^{(k)}(N_\nu r))\Big\}\Big\{\frac{1}{2\mu}\beta_{mnk}+(m+1)A_{mnk}-(m-1)B_{mnk}+NE_{mnk}\Big\}$$
$$+\frac{2\mu mN}{N_\beta^2 r}G_m^{(k)}(N_\nu r)\{(m+1)A_{mnk}+(m-1)B_{mnk}\}+\mu N\Big(\frac{N}{N_\nu}+\frac{N_\nu}{N}\Big)\Big(\chi_{mp}^{(k)}(N_\nu r)+\frac{m}{N_\nu r}G_m^{(k)}(N_\nu r)\Big)E_{mnk}\Big] \qquad \cdots(29)$$

以上の条件から未知係数を求め、応答解析を行うこととなる。

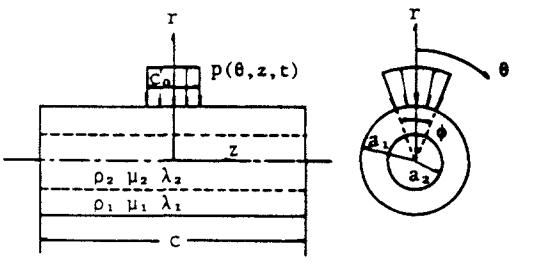
4．構造特性

数値解析例として、図－2のように幅がc_0、ϕで一様にpである外力を受け、円柱の両端で直応力が作用せず断面変形のない自然境界条件を与える二層円柱について考える。主として荷重近傍の応答を考えるものとすればこのような支持条件はあまり問題とならないと思われる。両端の支持条件から式(3)～(8)のnについては奇数のみ取ればよいことになる。又、Ｃａｓｅ－Ｉとして円柱部を鉄筋、円筒部をコンクリートとした鉄筋コンクリートを考えた弾性定数比$E_2/E_1=7.0$、密度比$\rho_2/\rho_1=3.2$、ポアソン比$\nu_1=1/6$、$\nu_2=0.3$の場合と、Ｃａｓｅ－Ⅱとしてその逆の場合の円柱部をコンクリート、円筒部を鋼管とした鋼管コンクリートについて計算を行った。$c/a_1=10.0$、$c_0/a_1=1.0$、$\phi=\pi/5$ である。

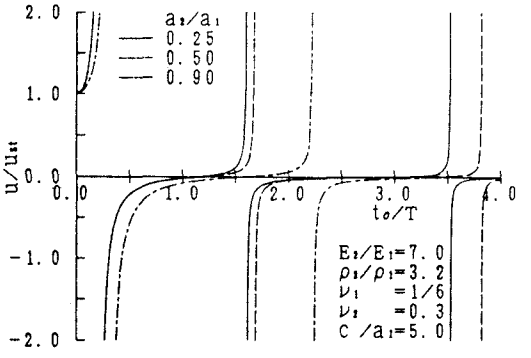
図－3～8は$z/a_1=0.0$、$r/a_1=0.0$での半径方向変位uと$z/a_1=0.0$、$r/a_1=1.0$の軸方向応力σ_z、および$z/a_1=5.0$、$r/a_1=0.0$でのせん断応力τ_{rz}の振動周期による応答倍率である。横軸はＣａｓｅ－Ｉにおいて円筒部分の材料のせん断波が、円筒を往復する時間t_0と振動周期T($T=2\pi/\omega$)との比をとってある。t_0はせん断波速度をV_{S1}とすると次のようになる。

$$t_0=2c/V_{S1}=2c\sqrt{\rho/\mu}$$

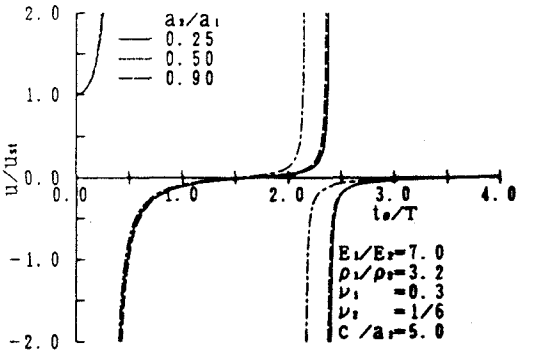
Ｃａｓｅ－Ⅱの場合はV_{S1}のかわりに円柱部分のせん断波速度V_{S2}を用いている。縦軸にはそれぞれの静的な値との比をとってある。計算は半径比a_2/a_1=0.9、0.5、0.25のときについて行っ



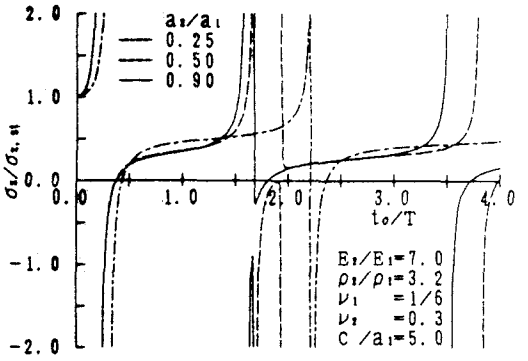
図－2　荷重状態



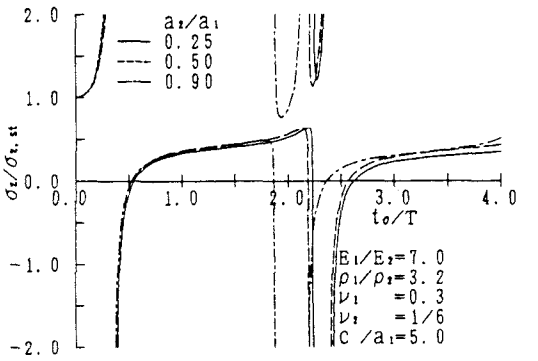
図－3　変位uの応答倍率（Ｃａｓｅ－Ｉ）



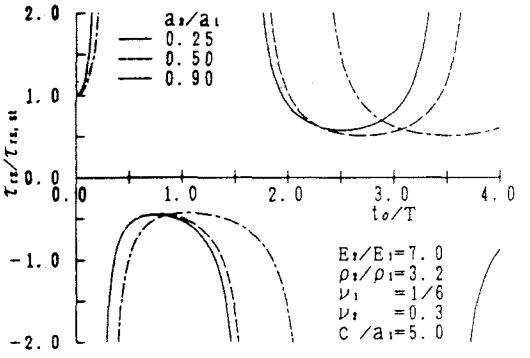
図－4　変位uの応答倍率（Ｃａｓｅ－Ⅱ）



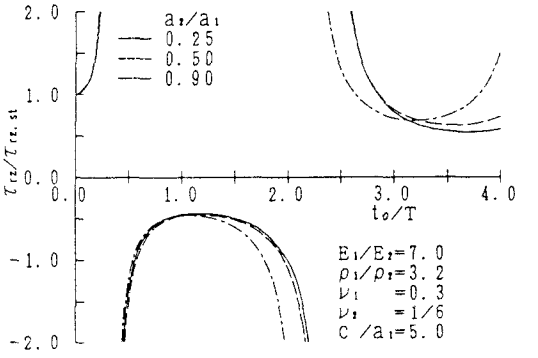
図－5　応力σ_z の応答倍率（Ｃａｓｅ－Ⅰ）



図－6　応力σ_z の応答倍率（Ｃａｓｅ－Ⅱ）

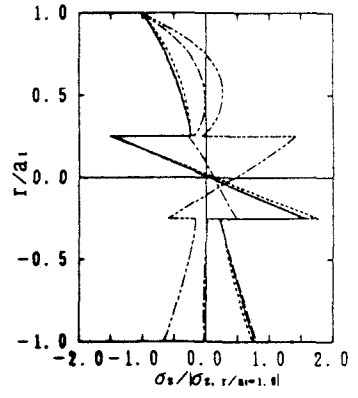


図－7　応力τ_{rz}の応答倍率（Ｃａｓｅ－Ⅰ）

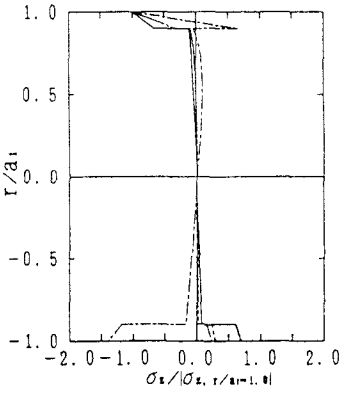


図－8　応力τ_{rz}の応答倍率（Ｃａｓｅ－Ⅱ）

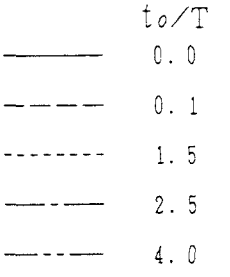
た。半径方向変位ｕ、軸方向応力σ_z 、せん断力τ_{rz}ともＣａｓｅ－Ⅰでは半径比が小さい程、固有振動周期が長くなるので、Ｔの大きな値で応答値が発散する傾向を示し、Ｃａｓｅ－Ⅱではその逆になっている。特に興味深い点は図－５、６のσ_z についてのみ発散する周期が存在することである。その周期は軸対称振動の固有振動周期と一致している。

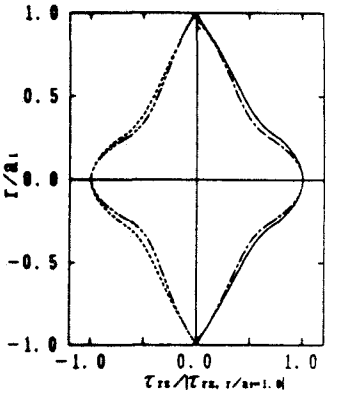


図－９　応力σ_z の分布
（Ｃａｓｅ－Ⅰ）

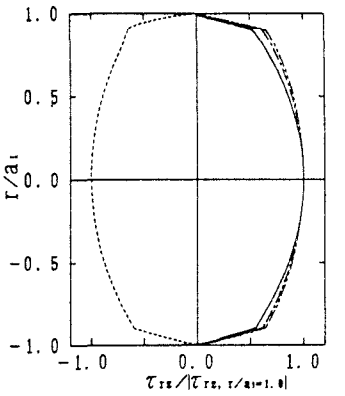


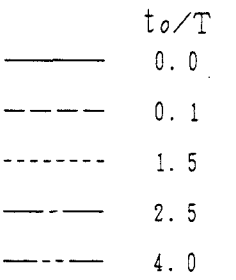
図－１０　応力σ_z の分布
（Ｃａｓｅ－Ⅱ）





図－１１　応力τ_{rz}の分布
（Ｃａｓｅ－Ⅰ）



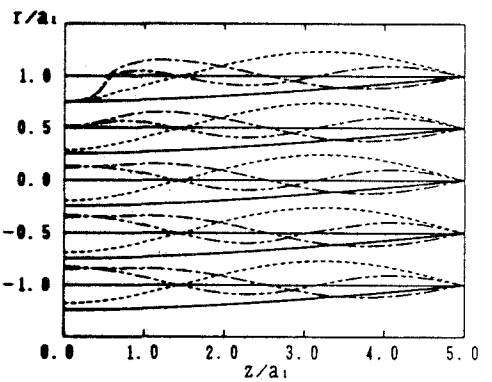


図－１２　応力τ_{rz}の分布
（Ｃａｓｅ－Ⅱ）

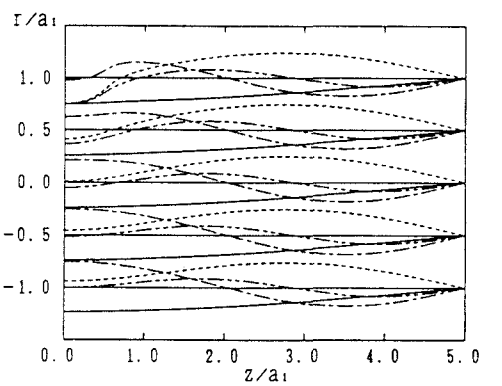
図－９～１２は、応力σ_zとτ_{rz}の半径方向の分布を示したものであるが、Ｃａｓｅ－Ⅰはa_2/a_1 = 0.25、Ｃａｓｅ－Ⅱはa_2/a_1 = 0.9 の場合で、それぞれt_0/T= 0.0、0.1、1.5、2.5、4.0 のものについて示している。またσ_zについては z =0.0 での、τ_{rz}については z =5.0 での値である。横軸はσ_zについてはr/a_1 =1.0、τ_{rz}については r/a_1 =0.0 での値の絶対値でわった値で、縦軸はｒ方向の座標とa_1の比をとってある。τ_{rz}の分布は図－１１、１２に示してあるが、Ｃａｓｅ－Ⅰ、Ⅱともに振動周期による分布の変化はあまり見られない。図－９、１０に示すようにσ_zは振動周期が短くなるにしたがって円筒の上の部分では傾きがきつくなり、t_0/T =4.0 になると円柱部分で傾きが逆になり、円筒の上の部分でも約３割位の逆向きの応力か生じ、円筒の下の部分では他のものと正負が逆になっている。又、Ｃａｓｅ－Ⅱでσ_zの円柱部分での値が小さいことがわかる。

τ_{rz}は、円柱部で大きな分布になっているが、Ｃａｓｅ－Ⅰ、Ｃａｓｅ－Ⅱとも絶対値でみれば周期による差異はあまりないことがわかる。

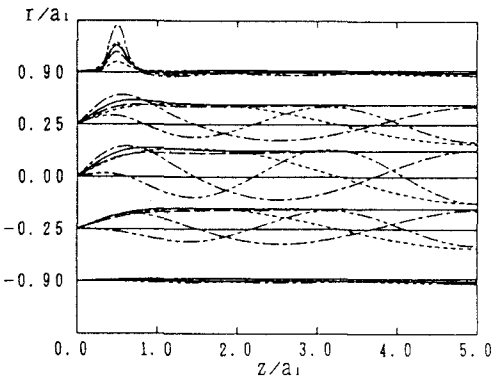
図－１３～１６は半径方向変位ｕとせん断応力τ_{rz}の軸方向の分布を示したものであるが、前の図と同様にＣａｓｅ－Ⅰはa_2/a_1 = 0.25、Ｃａｓｅ－Ⅱはa_2/a_1 = 0.9 のものであり、t_0/T= 0.0、0.1、1.5、2.5、4.0 に対して示している。また、ｕについてはr/a_1 = 1.0、0.5、0.0、-0.5、-1.0 の断面、τ_{rz}についてはr/a_1 = 0.9、0.25、0.0、-0.25、-0.9 の断面での値である。横軸はｚ方向の座標とa_1との比をとり、縦軸にはｕではz/a_1 = 0.0 での最大値の絶対値、τ_{rz}ではr/a_1 = 5.0 での最大値の



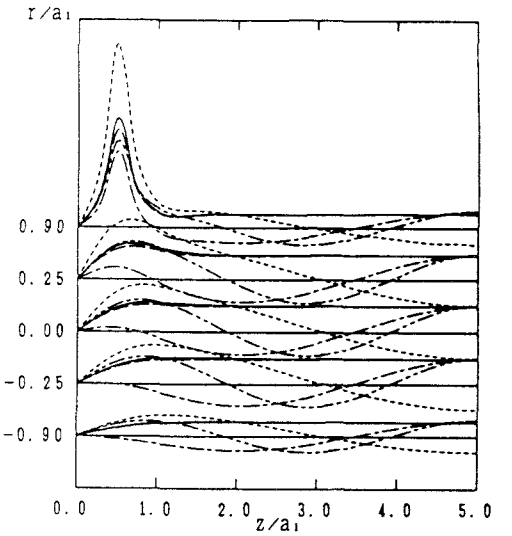
図－１３　変位ｕの分布（Ｃａｓｅ－Ⅰ）



図－１４　変位ｕの分布（Ｃａｓｅ－Ⅱ）



図－１５　応力τ_{rz}の分布（Ｃａｓｅ－Ｉ）



図－１６　応力τ_{rz}の分布（Ｃａｓｅ－Ⅱ）

絶対値との比をとっている。半径方向変位ｕとの分布は図－１３、１４に示しているが、τ_{rz}ともに振動周期が短くなると、波数が増加し荷重載荷点付近の表面で局部的に変位しているのもわかる。図－１５、１６にはせん断応力τ_{rz}の分布を示したが、やはり振動周期が短くなると波数は増加し、振動周期に関係なく荷重端部において応力の増加が見られる。

５．まとめ

弾性定数の異なる二層円柱の動的応答問題を三次元弾性理論により解析したが、ここで用いた解析例から次のようなことが言える。

1)　応答倍率は、鉄筋コンクリートのようなＣａｓｅ－Ｉの場合、半径比が小さい程、振動周期の大きな値で発散し、鋼管コンクリートのようなＣａｓｅ－Ⅱでは逆の結果となる。

2)　軸方向応力σ_zの応答倍率にだけ発散してしまう振動周期が存在し、その振動周期は軸対称振動の固有振動周期である。

3)　二層円柱端部でのτ_{rz}の分布は、ここに挙げた端部の条件（断面変形なし）では振動周期によってあまり変化しない。

4)　半径方向変位ｕの軸方向分布は、振動周期が小さくなると、変位形の波数が増加してくる。又、荷重載荷点の表面付近で、局部的な変位が見られるようになる。

5)　せん断応力τ_{rz}の軸方向分布は、振動周期が小さくなると、ｕと同様に波数が増加してくるが、荷重端部の表面付近での局部的応力の増加は、振動周期に関係なく見られる。

以上、二層同心円柱の動的問題の基本的なものとして、部分分布周期荷重に対する検討を行ったが、今後は、分布荷重の載荷範囲の影響や衝撃力が加わった場合についての応答解析を行い検討を重ねていく予定である。

尚、本論の数値計算は、室蘭工業大学情報処理教育センターの計算機 FACOM M-170F、および北海道大学大型計算機センターの計算機 HITAC M-280を用いて行ったものである。

参考文献

1) Kalnins, A. and P. M. Naghdi : Propagation of Axisymmetric Waves in an Unlimited Elastic Shell, J. Appl. Mech., Vol.27, No.4, 1960.

2) Reismann, H. and P. S. Pawlic : Plane-Strain Dynamic Response of a Cylindrical Shell- A Comparison Study of Three Different Shell Theories, J. Appl. Mech., Vol.35, No.2, 1968.

3) Weingarten, L. I. and H. Reismann : Forced Mmotion of Cylindrical Shells- A Comparison of Shell Theory with Elasticity Theory, ZAMM, Band 54, 1974.

4) Huang, C. C. : Forced Motions of Elastic Cylindrical Shells, J. Appl. Mech., Vol.42, No.2, 1975.

5) Sheng, J. : The Response of a Thin Cylindrical Shell to Transient Surface Loading, AIAA J., Vol.3, No.4, 1965.

6) 白川　馨、浅野憲治：集中衝撃力を受ける円筒かくの動的応答、機械学会論文集、43巻、370号、1977.

7) 宇治橋貞幸、小泉　正、松本浩之、中原一郎：集中衝撃荷重をうける両縁固定円筒かくの変形と応力、機械学会論文集、45巻、398号、1979.

8) 岸　徳光、高野　博、能町純雄：衝撃荷重による円筒体の動的挙動について、土木学会第37回年次学術講演会講演概要集第１部、1982.

9) 松岡健一、能町純雄：弾性定数の異なる二層同心円柱を伝わる弾性波の速度について、土木学会北海道支部論文報告集、第35号、1979.

10) 菅田紀之、松岡健一、岸徳光、能町純雄：二層同心円柱を伝わる弾性波の位相速度について、土木学会北海道支部論文報告集、第41号、1985.

11) 菅田紀之、松岡健一、能町純雄：二層同心円柱を伝わる曲げ波動の位相速度について、土木学会第40回年次学術講演会講演概要集第１部、1985.

12) 松岡健一、菅田紀之、能町純雄、木田哲量：二層同心円柱を伝わる弾性波の伝播速度、構造工学論文集、Vol.32A, 1986.

(1986年10月17日受付)