

一方向に補剛された両端単純支持矩形板の衝撃応答特性について

ON IMPACT RESPONSE OF ONE-WAY STIFFENED
SIMPLE SUPPORTED RECTANGULAR PLATE

岸 徳 光* 能町純雄** 松岡健一*** 吉田紘一****

By Norimitsu KISHI, Sumio G. NOMACHI, Kenichi G. MATSUOKA and Koichi YOSHIDA

The discussion, in this paper, is confined to the dynamic characteristics of one-way stiffened rectangular plate with ribs under impact load.

The test was performed on three acryl plates which are stiffened by one, two and three ribs parallel to its free sides. The impact test was carried out with simple supported rectangular plates subjected to a concentrated lateral impact which occur due to a weight falling through an elastic rod.

The measured upper fiber strain modes in the midspan during the initial impact process are compared with the results by the finite strip method. Initial stress behavior and action of the ribs in test approximately agree with the numerical results.

1. まえがき

道路橋示方書では衝撃について次のように説明している。すなわち、活荷重は橋面の不陸・加速・減速・前後車輛との共同作用など種々の理由によって静荷重よりも大きな影響を橋構造に与える。これを衝撃と称し、衝撃係数をもってその度合を表わすことと定義している¹⁾。このように、道路橋示方書における衝撃は走行車輛による橋構造の動的応答を意味するものであり、衝突あるいは爆発などのような急激な加速度の変化によって発生する荷重とは本質的に異なるものである。

しかしながら、山岳地域の橋梁や落石覆工屋根等の構造物に対しては、前記荷重とは異質な、落石によって生ずる載荷時間が非常に短くしかも静的な重量の数十倍あるいは数百倍程度の後者の意味での衝撃荷重が作用する場合が想定される。このような荷重に対して構造物を設計する場合は、衝撃荷重の評価は勿論のこと構造物の衝撃応答特性についても走行車輛の場合と同様に十分配慮しなければならない。

走行車輛による橋梁の動的応答特性に関しては国内外を問わず古くから多くの研究があり、示方書においても明確に規定されている。一方、構造物の耐衝撃性に関する研究は、古くは主に国防上の観点から行なわれていたようであるが、最近では原子力発電所施設等の重要構造物の安全性確保のために欧米各国で盛んに

* 工博 室蘭工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒050室蘭市水元町27番1号)

** 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科 (〒275習志野市泉町1丁目2番1号)

*** 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町 2 7 番 1 号)

**** 工修 北海道開発局土木試験所 構造研究室長 (〒062 札幌市豊平区平岸1-3)

行なわれている。

我が国でも電力中央研究所が原子力発電所の格納施設建屋の仮想事故時の再循環ポンプのインペラ破片や高圧タービンの動翼などの飛来物に対する耐衝撃性検討のために、衝撃荷重装置を設置して大型のRCあるいはPCの梁、板部材を用いた実験を行ない、それらの耐衝撃性について検討を行なっている。^{2) 3) 4) 5) 6)} その他、神戸大学の研究グループは衝撃荷重に対するスラブの動的挙動について系統的な実験研究をしている。⁷⁾ また、吉田を中心とした金沢大学の構造力学研究室では大規模な落石実験設備を用いて落石覆工屋根を対象とした落石による衝撃加速度、衝撃土圧、覆工屋根の動的影響などに関する一連の実験及び解析結果を発表している。^{8) 9)} 特に覆工屋根の動的挙動に関する解析的な研究に関しては、補剛桁を有するスラブとしてモデル化し有限要素法を用いた解析を行ない実験データとの比較検討を行なっている。

著者等も数年来、鋼製の矩形梁やアーチ梁、鋼とアクリル材から成る複合成成梁についての落錘による衝撃実験を行ない、各部材の衝撃応答特性の解明や解析手法の妥当性について検討を行なって来た。^{10) 11) 12)}

ここでは、道路橋や覆工屋根あるいは建築構造物においてよく用いられている桁で補剛された矩形板の耐衝撃性を考慮した合理的な設計手法を確立するための基礎資料を得ることを目的として、次の事柄について検討を行なったので報告する。すなわち、1本、2本、3本のリブで補剛された矩形板の3枚のアクリル模型を作製し、落錘による衝撃荷重を作用させてその衝撃応答特性を実験的に調べる。さらに、板と桁との一体構造の動的解析に有効な有限帯板要素法を用いて衝撃荷重が作用する場合の解析式を定式化し、実験結果と解析結果との比較を行ない、解析手法の適用性についても検討を行なっている。

2. 弾性衝撃応答解析式の誘導

一方向に補剛された矩形板に関する解析手法には、梁理論を用いる方法、吉田等⁹⁾が試みたようにして処理する方法、あるいは立体的な一体構造として解析する方法等が考えられる。しかしながら、一般的に構造物の衝撃荷重による過渡応答性状は静荷重載荷時に比較してより複雑な挙動を示し、その構造物の挙動解明にはできるだけ精密な理論を用いる方が望ましいものと考えられる。ここでは補剛桁も数枚の板要素から構成されるものとして考え、有限帯板要素法を適用して解を求めることとする。有限帯板要素法を用いた解析手法には面内変形、面外変形に関する微分方程式を忠実に解いて求められる理論¹³⁾と、各変位関数を仮定し有限要素法的な考え方に基づいて求められる理論¹⁴⁾とがある。本研究では固有値を離散化した形で求めることができ、構造物の位相速度、群速度分散曲線も精度よく求めることが可能¹⁵⁾で、さらに初期条件も解析上完全に満足することができる等、衝撃応答解析に有効な手法であるものと考えられる後者の理論を用いて解析を行なうこととした。以後この手法を単に有限帯板要素法と呼ぶこととする。ここで扱う有限帯板要素法に関する理論的な考え方は奥村等¹⁶⁾あるいは中村¹⁷⁾の研究に基づいており、理論の詳細については彼等の研究成果に譲るとし、本文では単純支持された任意薄板構造部材の弾性衝撃応答解析への応用について簡単に示す。

図-1に示すような任意の薄板要素において、局所座標系を $x-y-z$ 、対応する変位を u, v, w 、回転角を θ とする。要素内の y 方向の変位関数は、面内変形に関しては線形、面外変形に関しては三次放物線の関数を仮定し、次のようにおく。

$$u = (1 - \eta) u_i + \eta u_j \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$v = (1 - \eta) v_i + \eta v_j \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$w = (1 - 3\eta^2 + 2\eta^3) w_i + (3\eta^2 - 2\eta^3) w_j \\ b(\eta - 2\eta^2 + \eta^3) \theta_i + b(-\eta^2 + \eta^3) \theta_j \quad (3)$$

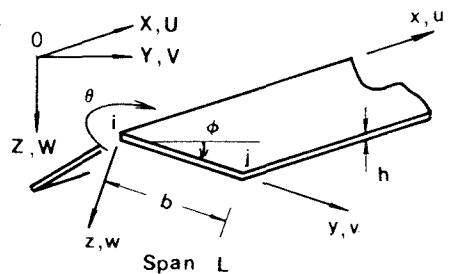


図-1. 任意薄板要素と座標系

ただし、 $\eta=y/b$ であり、サフィックス*i, j*はそれぞれ*i*点、*j*点の境界物理量を意味するものとする。さらに面内変形に関しては平面応力状態の二次元応力問題を、面外変形に関しては薄板の曲げ問題を仮定して求められる動的基礎微分方程式に上式(1)~(3)を用いてガラーキン法を適用すると、*x*と時間*t*に関する線形連立偏微分方程式が得られる。変数*x*及び単純支持の条件に関する処理は、無限長板の軸方向に仮想的に実荷重と等しい大きさの交番荷重を載荷させて支持部の境界を満足させる方法も考えられるが、ここでは静解析の場合と同様に最初から単純支持された有限な矩形板を考え有限 Fourier変換を施して像関数に関する要素の運動方程式を求めた。すなわち、

$$[K] \{ \overline{Sm}[\delta] \} + [M] \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{ \overline{Sm}[\delta] \} = \{ \overline{Sm}[F] \} + \{ \overline{Sm}[P] \} \dots\dots\dots (4)$$

ここで $[K]$, $[M]$ はそれぞれ剛性マトリックスおよび質量マトリックスであり、 $\{ \overline{Sm}[\delta] \}$, $\{ \overline{Sm}[F] \}$ は節線の変位および断面力の像関数ベクトルで次のように示される。

$$\{ \overline{Sm}[\delta] \} = [Cm[ui] \quad Sm[vi] \quad Sm[wi] \quad Sm[\theta_i] \quad Cm[uj] \quad Sm[vj] \quad Sm[wj] \quad Sm[\theta_j]]^T \dots (5)$$

$$\{ \overline{Sm}[F] \} = [Cm[Ti] \quad Sm[Si] \quad Sm[Qi] \quad Sm[Mi] \quad Cm[Tj] \quad Sm[Sj] \quad Sm[Qj] \quad Sm[Mj]]^T \dots (6)$$

また、 $Cm[]$, $Sm[]$ は cosine, sine 型の有限 Fourier 変換を示すもので、たとえば *u, w* については、

$$Cm[u] = \int_0^L u \cos \frac{m\pi}{L} x \, dx, \quad Sm[w] = \int_0^L w \sin \frac{m\pi}{L} x \, dx$$

さらに、各断面力は下に示されるように二次元応力問題と薄板理論から導かれるものを用いている。

$$T = h \cdot \tau_{xy}, \quad S = h \cdot \sigma_y, \quad Q = \frac{\partial My}{\partial y} + 2 \frac{\partial Myx}{\partial x}, \quad M = My$$

ただし、 $m = 1, 2, 3, \dots$ であり、 $\{ \overline{Sm}[P] \}$ は $\{ \overline{Sm}[F] \}$ に対応する節線外力の像関数ベクトルである。

また、像関数に関する構造全体の運動方程式は、式(4)を構造体を構成している各薄板要素に適用し、さらにこれに座標変換マトリックスを用いて局所座標系から全体座標系に変換して、変位の適合条件と力の釣合いのもとに整理することによって次のような形に表わすことができる。

$$[K_{ST}] \{ \overline{Sm}[\delta_{ST}] \} + [M_{ST}] \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{ \overline{Sm}[\delta_{ST}] \} = \{ \overline{Sm}[P_{ST}] \} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、サフィックス *ST* は構造全体のマトリックスあるいはベクトルを意味するものとする。

次に式(7)において、 $\{ \overline{Sm}[P_{ST}] \} = 0$ として、固有値、固有ベクトルを求め、モードマトリックスを $[\phi]$ として、基準関数ベクトル $\{ \overline{Sm}[\Psi] \}$ を導入すると、 $\{ \overline{Sm}[\delta_{ST}] \}$ は、

$$\{ \overline{Sm}[\delta_{ST}] \} = [\phi] \{ \overline{Sm}[\Psi] \} \dots\dots\dots (8)$$

上式を式(7)に代入しモードの直交関係と新たに減衰項(減衰定数 *hr*)を考慮にいれると、第*r*番目の固有値 ω_r に対しては

$$\overline{Sm}[\ddot{\Psi}_r] + 2 \cdot \omega_r \cdot hr \cdot \overline{Sm}[\dot{\Psi}_r] + \omega_r^2 \overline{Sm}[\Psi_r] = Pr/Mr \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$Mr = \{ \phi_r \}^T [M_{ST}] \{ \phi_r \}, \quad Pr = \{ \phi_r \}^T \{ \overline{Sm}[P_{ST}] \}$$

である。

$\overline{Sm}[\Psi_r]$ は式(9)を Duhamel 積分することにより求め、これを式(8)に代入すると $\{ \overline{Sm}[\delta_{ST}] \}$ が求まる。従って $\{ \delta_{ST} \}$ はこれを *x* 方向に逆変換すればよい。また、歪、断面力も基本微分方程式に代入することに

より容易に求めることができる。なお、本研究では入力波形を線形な折線に近似して Duhamel 積分を解析的に求めプログラムに組み込んでいる。解析は Fourier 級数の項数を 51 項まで考慮して行なっている。

3. 補剛板の弾性衝撃応答実験

3.1 実験装置および実験方法

実験装置および計測のフローチャートを図-2,3に示す。衝撃荷重を2弾性体の接触問題¹⁸⁾として取り扱う方法もあるが、本研究では入力波形を直接的に求めるために、補剛板の荷重点上に入力波検知用丸棒をセットし、その丸棒を介して衝撃荷重を載荷している。また、補剛板の支持部はプランマブロックを用いて跳ね上がりを防止している。入力および応答歪波形は丸棒および補剛板に箔歪ゲージ(ゲージ長:1mm,ゲージ抵抗:120Ω)を接着して、一枚ゲージ法により測定している。衝撃問題の歪測定には半導体ゲージを用いるのが通例であるが、箔歪ゲージに比べてノイズを拾いやすかったことと、著者等の実験の範囲では精度的に両者とも大差がなかったことを確認したので、本研究では箔歪ゲージを用いて実験を行なった。

歪の出力波形は高周波成分を含むので 20KHzまで測定可能な直流アンプ、データーレコーダーを用いて増幅し記録を行なっている。さらにデーターレコーダーからの出力はウェーブメモリーに一時的に記録し、これを任意の時間軸に拡大してフォトコーダーからオシロベーパーに記録したり、あるいはシンクロスコープに静止画像を作り写真撮影することによって再生を行なっている。本実験で用いているウェーブメモリーの最小サンプリング時間は1μsec/wordである。

本実験では衝撃初期の補剛矩形板内の応力波の伝播挙動を検討するためと、長期的な振動性状を把握するために5μsec/wordと50μsec/wordの2種類について再生を行なった。

実験に用いた補剛矩形板と入力波検知用丸棒にはいずれもアクリル材を用いており、検知用丸棒の断面寸法、落錐の重量および落下高さ、アクリル材の材料定数は表-1に示すとおりである。特にアクリル材の物性値に関しては荷重速度を考慮した値を用いなければならないものと考えられるが、解析の複雑さと工学的な判断よりここでは静的な測定から得られた値を用いている。

図-4には実験に用いた三枚の補剛矩形板の形状を示している。荷重は一点荷重でスパン中央部に限定し、図に示すように対称変形荷重と偏心荷重の二種類について行なっている。

なお、実験は波形の対称性を確認の上、四半面あるいは半面に限定して計測している。

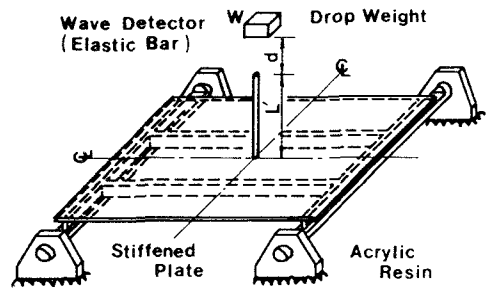


図-2. 実験装置

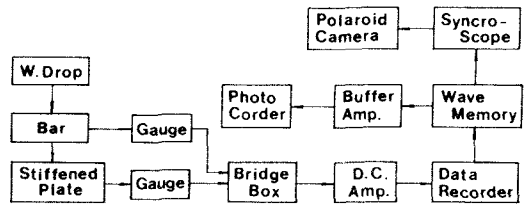


図-3. 計測のフローチャート

表-1. 実験に用いられた諸定数

| | |
|---------------|------------------------------|
| Elastic Bar | $L' = 50 \text{ cm}$ |
| | $\phi = 30 \text{ mm}$ |
| Drop Weight | $W = 1.9 \text{ Kg}$ |
| | $d = 30 \text{ cm}$ |
| Acrylic Resin | $E = 30000 \text{ Kg/cm}^2$ |
| | $\nu = 0.378$ |
| | $\rho = 1.18 \text{ g/cm}^3$ |

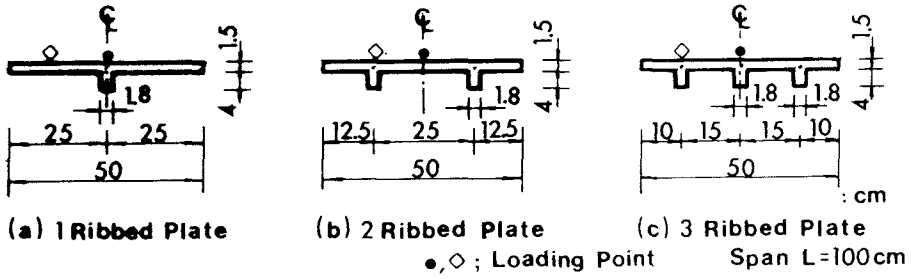


図-4. 実験に用いられた補剛矩形板の形状寸法

3.2 実験結果

ここでは、特に 2本のリブで補剛された矩形板の対称変形荷重載荷の場合に限定して応答波形データを示し、衝撃応答性状について検討を行なうこととする。図-5~7に対称荷重載荷時の応答歪波形の一例を示す。図中(a)は全計測時間が 5msecの衝撃初期の状態を、また(b)には 50msecの長期的な応答状態を示している。各図において 1 は検知用丸棒からの入力波形であり、"''"は下縁の歪成分を、また "'''"は対称点の歪成分を示している。入力波形について調べてみると、長期的には数回のリバウンドの形跡を確認することができ、初期の主荷重載荷時間は約 2.5msec前後で三角形分布となっていることがわかる。各点の応答歪波形を調べると、まず図-5,6 の(a)においてはともに初期の立上がり時間に時間的な差異を確認することができ、その主波動

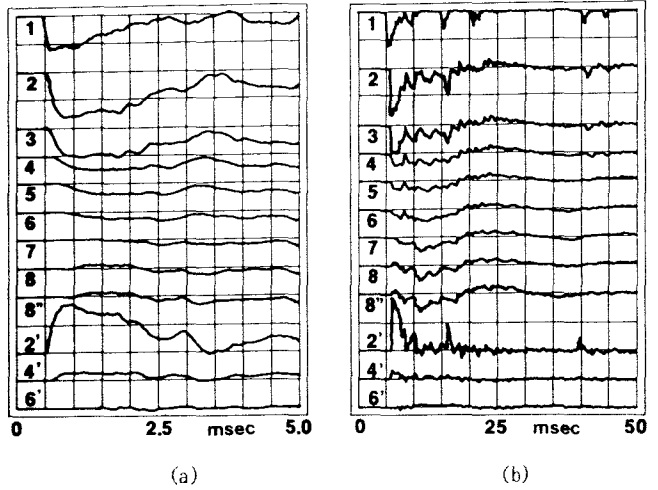


図-5. 対称変形荷重載荷時の断面中央部軸方向歪の応答波形

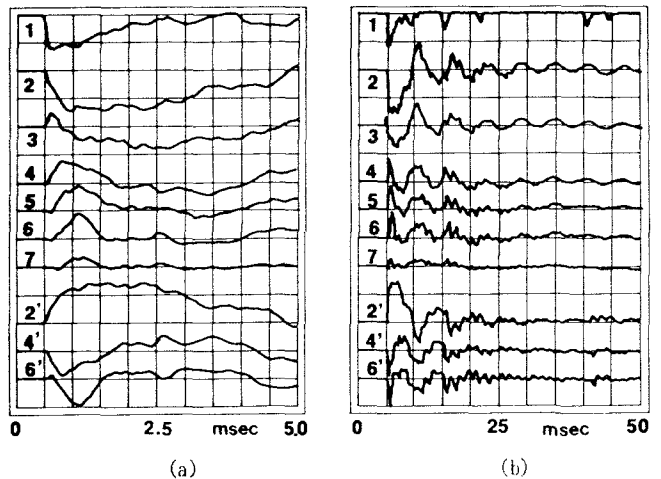
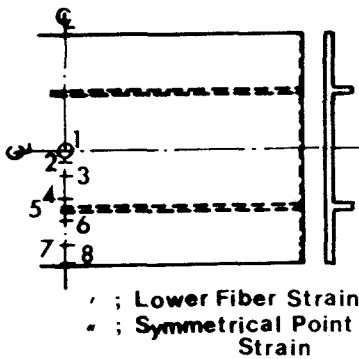


図-6. 対称変形荷重載荷時の断面中央部断面方向歪の応答波形

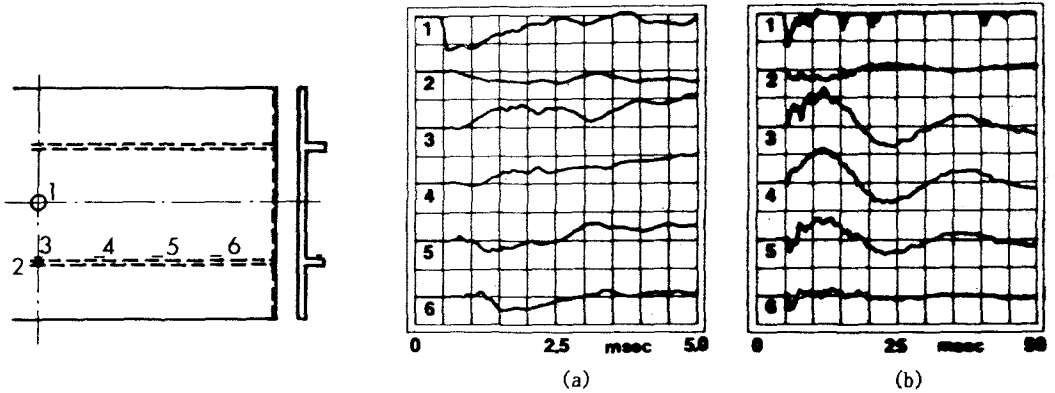


図-7. 対称変形荷重載荷時の補剛リブ下縁近傍の軸方向歪の応答波形

はいずれの場合も大略アクリル材のせん断波速度(約 950m/sec)で伝播しているようである。また図-5,6の(b)において、2,4点の上下縁歪波形分布の出力は衝撃初期の5~10msec前後まではお互に対称な分布を示しており、平板部は初期には桁としての曲げ圧縮の作用としてよりも板の断面変形としての作用が強調されているようである。その後、図-5の軸方向歪波形は25msec前後の長周期の振動成分が、また図-6の断面方向歪波形は5msec前後の比較的短周期の振動が卓越してくるようである。前者は桁としてのスパン方向の低次振動成分であり、後者は断面変形の低次振動成分であるものと考えられる。図-7には補剛リブの下縁近傍点の軸方向歪波形を示している。衝撃初期には図-5,6の(a)図と同様に歪波形の立上りに遅れが生じており、特に載荷後0.5~3.0msecの間ではゲージ位置5,6で圧縮歪状態となり、単純支持矩形梁を用いた衝撃実験結果と類似の現象を示している。¹⁰⁾ 長期的には桁としての低次振動状態が図-5に比べ、より一層明確に示されている。設計に必要な応答歪波形の大きさについて調べると、長期的な振動状態では図-7に代表されるように桁としての低次曲げ振動状態で大きい応答値を示し、衝撃初期には桁としての作用よりも断面変形振動が卓越し、その大きさも載荷点近傍では桁としての曲げ振動振幅の数倍になっている。

4. 実験結果と解析結果との比較

解析のための要素分割は構造や変形の対称性を考慮し、さらに歪ゲージ添付位置を目安に行なった。表-2には解析に用いた各補剛板の総要素数の一覧を示している。

実験結果は3.で示されているように、落錘のリバウンドの作用も含んだ複雑な応答波形を示しているが、本文では一方向に補剛された矩形板の定性的な衝撃荷重載荷時の挙動を把握すること、解析手法のこのような構造物の動的解析への適用性について検討することを主な目的にしているため、入力波形も簡略化して三角形分布とし、減衰定数も $hr=0$ と仮定して、主に衝撃初期の状態についてのみ検討を行なうものとした。図-8に2本のリブで補剛された矩形板に対する入力波形を示している。

また、本実験に用いられているアクリル模型は要素幅に比較して肉厚が比較的厚く、板厚方向のせん断変形等の影響も無視できないものと考えられる。しかしながら、ここでは定式化

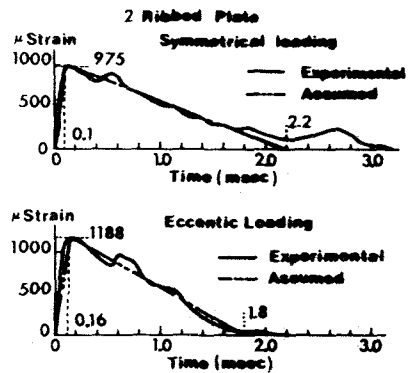


図-8. 入力波形例

表-2. 各補剛板の要素分割数

| | Symmetrical Loading | Eccentric Loading |
|----------------|---------------------|-------------------|
| 1 Ribbed Plate | 10 elements | 10 elements |
| 2 Ribbed Plate | 13 | 26 |
| 3 Ribbed Plate | 14 | 26 |

の仮定よりこれらの効果は考慮されていない。 ● : Experiment

— : Finite Strip Method

実験結果と解析結果との比較は、衝撃初期における各時間ごとのスパン中央部の上縁軸方向歪分布を用いて行なっている。従って解析的には面内変形成分と面外変形成分を重ね合せた形で軸方向歪を求めている。なお、入力波形は弾性丸棒による円形分布荷重であるが、ここでは簡略化して荷重面積が等しい（幅を丸棒の直径に等しくおいた）矩形分布に置き換えて解析を行なっている。

図-9には2本のリブで補剛された矩形板の軸方向歪分布を示している。(a)は対称変形荷重が荷重した場合であり(b)は偏心荷重が荷重した場合の結果である。

結果の比較の前に、実験から得られた歪分布を用いて衝撃初期における矩形板の応答特性について検討を行なう。

図-9(a)の場合の歪分布は、3.においても示されているように、衝撃初期にはまだリブが桁としての作用をすることができず、荷重点近傍の局所的断面変形作用が強調されていることを示している。その後応力波動が断面方向に伝播するにしたがい徐々に桁作用に移行しているようである。また、図-9(b)の場合も(a)図と同様に最初応力波は荷重点近傍に集中し、非荷重点側のリブ近傍は衝撃波の影響を受けていない。その後断面方向への応力波の伝播とともに局所的な歪分布も緩和され、 $t=2\text{msec}$ では2つのリブ間の荷重分担性能も向上してきているようである。解析結果は歪の大きさ、断面方向の分布性状とも実験結果とよく一致しているものと考えられる。

図-10, 11にはそれぞれ1本および3本のリブで補剛された矩形板について示している。両者とも全体的には図-9と同様な挙動を示している。すなわ

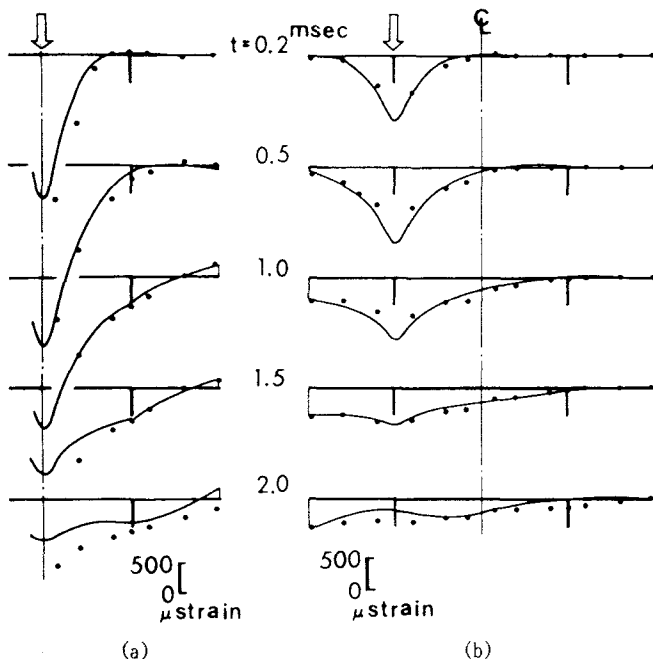


図-9. 2本のリブで補剛された矩形板の各時間における上縁軸方向歪分布

● : Experiment

— : Finite Strip Method

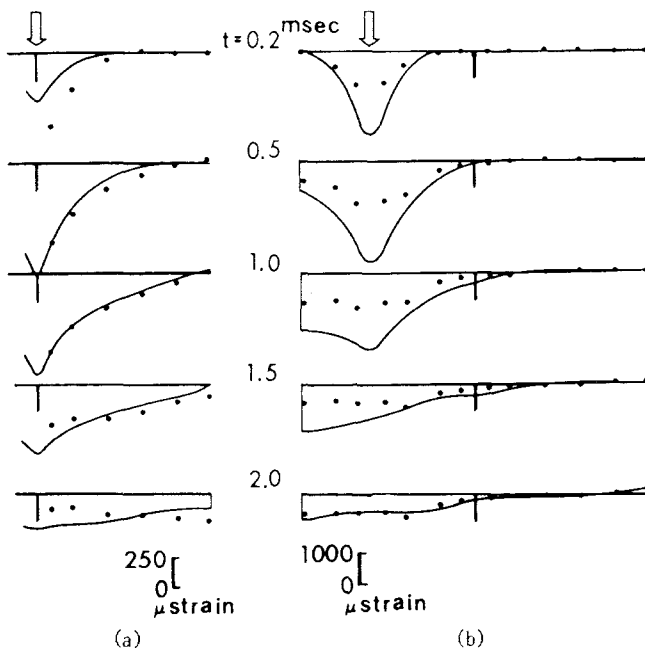


図-10. 1本のリブで補剛された矩形板の各時間における上縁軸方向歪分布

ち、衝撃初期には荷点近傍の局所的な断面変形挙動を示し、時間の経過とともに徐々に全体的な変形挙動に移行しているようである。解析結果はいずれの場合も多少実験結果より大きめの値となっているが、分布性状はほぼ両者一致しているものと考えられる。

以上より、本論文で示された有限帯板要素法は、本解析の範囲においては、本実験で用いたような補剛リブを有する矩形板の衝撃応答解析に適用可能であることが明らかになった。

5. おわりに

道路橋や覆工屋根あるいは建築構造物においてしばしば用いられる桁で補剛された矩形板の、耐衝撃性を考慮した合理的な設計手法確立のための基礎資料を得ることを主な目的として、アクリル模型による数本のリブで補剛された矩形板に落錘による衝撃荷重を作用させて、歪波形の応答特性を実験的に調べ、さらに有限帯板要素法を用いた解析結果と比較検討を行なった。

結果を要約すると次のとおりである。

- 1、 衝撃初期には荷点近傍の局所的な断面変形挙動を示し、応力波の断面方向への伝播の後徐々に全体的な変形挙動に移行しているようである。特に偏心荷重荷重の場合、衝撃初期には殆ど非荷重側のリブによる荷重分担を期待することができないようである。
- 2、 最大応答歪に関して、板部では断面変形挙動が卓越する衝撃初期に、またリブ部は低次振動状態に移行して後生じているようである。
- 3、 有限帯板要素法を用いた解析結果はいずれの場合も実験結果と比較的によく一致しており、このような板と桁の一体構造体で軸方向に単純な構造物の衝撃応答解析には非常に有効な解析手法であるものと考えられる。

6. 謝辞

本研究は著者の一人が(財)電力中央研究所に勤務していた時に実験を行ない、その後に解析を行なって整理したものである。貴重な御指導、御助言をいただいた当時構造部長(現管理部次長)高野博博士、原子力構造研究室(現構造研究室)佐藤宏一主査研究員に対し、ここに記して感謝の意を表します。

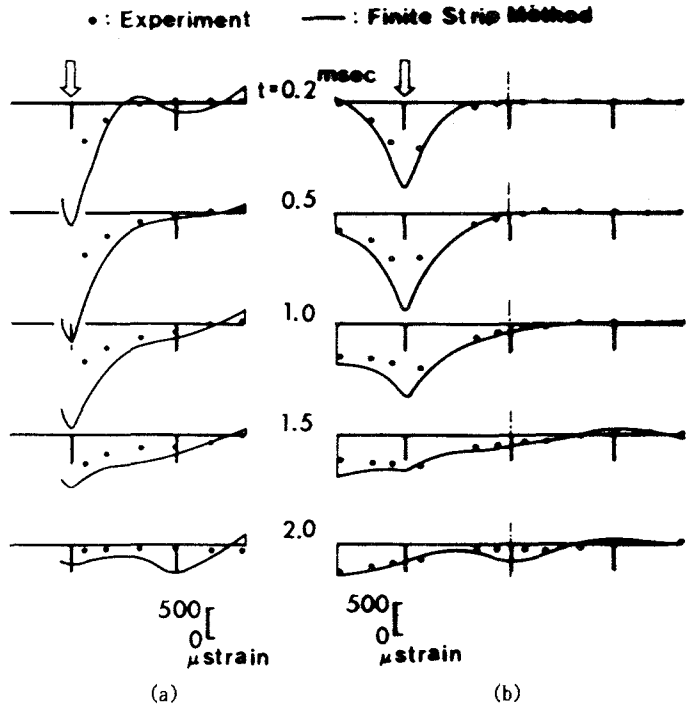


図-11. 3本のリブで補剛された矩形板の各時間における上縁軸方向歪分布

参考文献

- 1) 道路橋示方書・同解説 : 日本道路協会, 昭和48年2月.
- 2) 伊藤千浩, 大沼博志, 佐藤宏一, 高野博 : 衝撃荷重による鉄筋コンクリート梁部材の動的応答, 電力中央研究所研究報告 No.383046, 1984.4.
- 3) Ohnuma, H., C. Ito, H. Takano and S.G. Nomachi : RC Beam Response Due to Impact by Moderate Speed Gun, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.33, 1984.
- 4) Ohnuma, H., C. Ito, N. Kishi and S.G. Nomachi : On the Impact Behavior of Reinforced Slab, Transactions of the Japan Concrete Institute 1984.
- 5) 伊藤千浩, 大沼博志, 能町純雄 : フレストレストコンクリート梁の衝撃応答, 第35回応用力学連合講演会予稿集, 1985.11.
- 6) Ohnuma, H. and C. Ito : Experiment and FEM Analysis of Impact Behavior of Prestressed Concrete Slabs Subjected to a Hard Projectile, Transactions of the Japan Concrete Institute 1985.
- 7) 藤井学, 宮本文穂 : 衝撃荷重下におけるコンクリート構造物の挙動, コンクリート工学, Vol.21, No.9, 1983.9.
- 8) 吉田博, 榎谷浩, 鈴木哲次 : 敷砂上の落石の衝撃加速度と衝撃土圧に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第352号, 1984.12.
- 9) 吉田博, 榎谷浩, 岡衛 : 落石覆工屋根上への落石による衝撃荷重特性について, 土木学会論文集, 第362号, 1985.10.
- 10) Takano, H., N. Kishi and S.G. Nomachi : On Dynamic Behavior of Beams with Rectangular Cross Section under Impact Load, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.28, 1980.
- 11) Takano, H., S.G. Nomachi and N. Kishi : On the Bending Impulse of Simple Supported Composite Beams, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.29, 1981.
- 12) Takano, H., S.G. Nomachi and N. Kishi : The Dynamic Response of Arches under Impact Load, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.30, 1981.
- 13) 能町純雄, 角田与史雄, 岸徳光 : 薄肉H形断面ばりの弾性波の位相速度について, 土木学会論文報告集, 第244号, 1975.12.
- 14) Cheung, Y.K. : Finite Strip Method in Structural Analysis, Pergamon Press.
- 15) 能町純雄, 角田与史雄, 岸徳光 : Finite Strip Method による箱桁の位相速度分散曲線について, 第26回応用力学連合講演会講演論文抄録集, C-130, 1976.11.
- 16) 奥村敏恵, 坂井藤一 : 薄肉平板より成る立体的構造物の静力学的解析に関する一方法とその応用, 土木学会論文報告集, 第176号, 1970.4.
- 17) 中村秀治 : 断面変形を考慮した薄肉はりの振動解析, 土木学会論文報告集, 第223号, 1974.3.
- 18) 小高忠男, 中原一郎 : 弾性棒で衝撃された無限長はりの応力, 日本機械学会論文集 (第1部) 33巻 248号, 1967.

(1986年10月17日受付)