

二層複合部材を伝播する弾性波に対する境界面の影響

EFFECT OF BOUNDARY LAYER ON ELASTIC WAVE IN TWO LAYERED
CONCENTRIC CYLINDERS HAVING DIFFERENT ELASTIC CONSTANTS

松岡 健一* 岸 徳光** 木田 哲量*** 能町 純雄****

By Ken-ichi MATSUOKA, Norimitsu KISHI, Tetsukazu KIDA and Sumio NOMACHI

In this paper, the effect of boundary layer on the propagation of axial stress wave in the two layered concentric cylinders with different elastic constants was investigated. In this investigation, a shear spring model was applied to take the boundary layer with some defects into account. And wave propagation characteristics were obtained by solving an eigen value problem of dynamic equations with cylindrical coordinates by means of Hankel transforms. Varying the shear spring constants of boundary layer and boundary conditions of outer cylinder, phase velocity dispersion curves, mode distributions in a cross section and nondimensional stress distributions with wave length were compared.

1. まえがき

構造材料が落石落下衝突や飛来物衝突などによる衝撃力に対し静的な外力に対する場合とは異なる挙動を示すことは、よく知られたことである。特に、鉄筋コンクリート部材や繊維強化複合材料などの複合材では、その相違が著しい。^{1) - 5)}

鉄筋コンクリート部材の衝撃問題を解析する場合、衝撃荷重載荷時に鉄筋とコンクリートの付着応力がどのように変化するか、また鉄筋とコンクリートの境界面の状態がせん断応力、軸方向応力および半径方向応力分布にどのような影響を与えるかを検討することは重要な問題である。この問題は単純化すれば、鉄筋を中心にもつ二層複合部材の衝撃問題にモデル化し解析することができる。⁶⁾ また、繊維強化複合材についても、各強化繊維に注目すれば、境界の条件を調整することにより同様に取扱うことができる。

本論文は、これらの問題の基礎的なものとして、中心に異質な円柱介在物をもつ無限円柱について種々の境界条件における縦波動の位相速度分散曲線と、応力と変位の波動モードを求め複合部材の波動伝播性状を検討したものである。

* 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)

** 工博 室蘭工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)

*** 工修 日本大学助教授 生産工学部土木工学科 (〒275 習志野市泉町1丁目2番1号)

**** 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科 (〒275 習志野市泉町1丁目2番1号)

2. 基礎変位式

図-1のように、円柱軸をz軸とする (r, θ, z) 座標系を考え、波動はz軸方向に進行する定常波動伝播を仮定し、波動の角速度を ω 、伝播速度をVとし、周方向の波動次数をmとすれば、円筒の各座標軸方向の変位成分 (u, v, w) は次のように与えられる。(7) '8)

$$\begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases} = \begin{vmatrix} \cos m\theta & \cos m\theta & 0 \\ \sin m\theta & -\sin m\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos m\theta \end{vmatrix} \begin{cases} \bar{\Lambda}_{mr} \\ \bar{B}_{mr} \\ \bar{W}_{mr} \end{cases} \exp[i\omega(t-z/V)] \quad (1)$$

$$\{\bar{\Lambda}_{mr} \quad \bar{B}_{mr} \quad \bar{W}_{mr}\}^T = \sum_{k=1}^2 K_{mk} \{F_{Amk} \quad F_{Bmk} \quad F_{Cmk} \quad E_{mk}\}^T \quad (2)$$

$$F_{Amk} = \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1)\Lambda_{mk} + (m-1)B_{mk} - iNE_{mk} / 2$$

$$F_{Bmk} = \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1)\Lambda_{mk} + (m-1)B_{mk} + iNE_{mk} / 2$$

$$F_{Cmk} = \beta_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} + iNE_{mk}$$

$$K_{mk} = \begin{vmatrix} \chi_{mp}^{(k)}(N_\mu r) / N_\mu & 0 \\ 0 & -\chi_{ma}^{(k)}(N_\mu r) / N_\mu \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} (\mu N^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{mp}^{(k)}(N_\mu r) / N_\mu - N_\alpha \chi_{mp}^{(k)}(N_\alpha r) / N^2 \} & 0 \\ (\mu N^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{ma}^{(k)}(N_\mu r) / N_\mu - N_\alpha \chi_{ma}^{(k)}(N_\alpha r) / N^2 \} & 0 \\ -i(2\mu N / \rho \omega^2) \{ G_m^{(k)}(N_\alpha r) - G_m^{(k)}(N_\mu r) \} & G_m^{(k)}(N_\alpha r) \end{vmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $N = \omega / V$ 、 $N_\mu^2 = N^2 - \rho \omega^2 / \mu$ 、 $N_\alpha^2 = N^2 - \rho \omega^2 / (2\mu + \lambda)$ 、 ρ : 円筒の密度； μ, λ : Laméの弾性定数であり、mは波動の円周方向のモードを示すもので、 $m = 0$ のとき縦波動、 $m = 1$ のとき曲げ波動を表わす。また式中の関数G、 χ は、円筒の外半径を a_1 、内半径を $a_0 = a_2$ とすると次のように表わされる。

$$G_m^{(k)}(Nr) = \frac{R_{m,m}^{(k)}(Nr)}{R_{m,m}^{(k)}(Na_k)} \quad \chi_{mp}^{(k)}(Nr) = \frac{R_{m+1,m}^{(k)}(Nr)}{R_{m,m}^{(k)}(Na_k)} \quad \chi_{ma}^{(k)}(Nr) = \frac{R_{m-1,m}^{(k)}(Nr)}{R_{m,m}^{(k)}(Na_k)} \quad (5)$$

$$R_{j,m}^{(k)}(Nr) = I_j(Nr) K_m(Na_{k-1}) - (-1)^{j+m} I_m(Na_{k-1}) K_j(Nr) \quad (6)$$

ただし、I、Kは変形第1種および第2種のBessel関数である。また式中の係数 α, β, A, B, E は円筒の内外面の境界変位および境界応力で与えられるもので、次のように示される。

$$\begin{aligned} \alpha_{mk} &= \tilde{\tau}_{r\theta m} \Big|_{r=a_k}, \quad \beta_{mk} = \tilde{\sigma}_{rm} \Big|_{r=a_k} \\ \Lambda_{mk} &= \tilde{\Lambda}_{mr} \Big|_{r=a_k/a_k}, \quad B_{mk} = \tilde{B}_{mr} \Big|_{r=a_k/a_k}, \quad E_{mk} = \tilde{W}_{mr} \Big|_{r=a_k} \\ \tau_{r\theta} &= \tilde{\tau}_{r\theta m} \sin m\theta \exp[i\omega(t-z/V)], \quad \sigma_r = \tilde{\sigma}_{rm} \cos m\theta \exp[i\omega(t-z/V)] \end{aligned} \quad (7)$$

以上が円筒に対する変位式であるが、円柱の場合は $a_2 = 0$ として $k = 1$ の項のみを考慮することで与えられる。この場合、関数Rは次のように示される。

$$R_{j,m}^{(k)}(Nr) = I_j(Nr) \quad (8)$$

3. 境界条件

二層同心円柱を伝わる弾性波の速度は、2.で示した変位式を円筒と円柱の境界条件を満足するように導

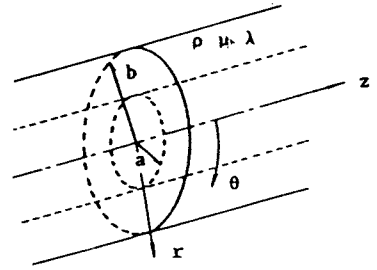


図-1 円柱座標

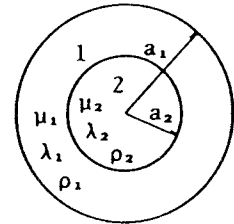


図-2 二層複合部材モデル

かれた境界条件式からなる固有値方程式の固有値問題として与えられる。いま円筒を表わす全ての量を添字 1、円柱を表わす全ての量を添字 2 で示すと、2. で示した解に対して、まず次の適合条件を満足しなければならぬ。

$$\text{円筒に対して} \quad \tilde{A}_{mr.1})_{r=a_k} = a_k \cdot A_{m_k.1} \quad , \quad \tilde{B}_{mr.1})_{r=a_k} = a_k \cdot B_{m_k.1} \quad (9)$$

$$\text{円柱に対して} \quad \tilde{A}_{mr.2})_{r=a_2} = a_2 \cdot A_{m1.2} \quad , \quad \tilde{B}_{mr.2})_{r=a_2} = a_2 \cdot B_{m1.2} \quad (10)$$

さらに、円筒の内外面における境界条件を考えると

i) 円筒の内面で、

円筒の内面は、円柱と接触しているので、接触面の条件によって異なる境界条件となる。本論では、この接触面の状態による影響を検討することが目的であるので、この取扱いが問題となるが、ここでは、接触面で半径方向変位および半径方向応力のみ連続でせん断力は、軸方向および周方向変位の相対的なずれに応じたせん断応力が生ずるものとする。すなわち

$$u_1)_{r=a_2} = u_2)_{r=a_2} \quad , \quad v_1)_{r=a_2} \neq v_2)_{r=a_2} \quad , \quad w_1)_{r=a_2} \neq w_2)_{r=a_2} \quad (11)$$

$$\tau_{r\theta.1})_{r=a_2} = \tau_{r\theta.2})_{r=a_2} \quad \therefore \alpha_{m1.2} = \alpha_{m2.1} \quad (12)$$

$$\sigma_{r.1})_{r=a_2} = \sigma_{r.2})_{r=a_2} \quad \therefore \beta_{m1.2} = \beta_{m2.1} \quad (13)$$

$$\tau_{rz.1})_{r=a_2} = \tau_{rz.2})_{r=a_2} \quad (14)$$

$$\tau_{r\theta})_{r=a_2} = K [v_1)_{r=a_2} - v_2)_{r=a_2}] \quad (15)$$

$$\tau_{rz})_{r=a_2} = K [w_1)_{r=a_2} - w_2)_{r=a_2}] \quad (16)$$

ii) 円筒の外面で、

(A) 自由境界の場合

$$\tau_{r\theta.1})_{r=a_1} = 0 \quad \therefore \alpha_{m1.1} = 0 \quad (17)$$

$$\sigma_{r.1})_{r=a_1} = 0 \quad \therefore \beta_{m1.1} = 0 \quad (18)$$

$$\tau_{rz.1})_{r=a_1} = 0 \quad (19)$$

(B) 半径方向変位が拘束され、せん断応力が作用しない場合

$$u_1)_{r=a_1} = 0 \quad (20)$$

$$\tau_{rz.1})_{r=a_1} = 0 \quad \therefore \partial w / \partial r)_{r=a_1} = 0 \quad (21)$$

$$\tau_{r\theta.1})_{r=a_1} = 0 \quad \therefore \alpha_{m1.1} = 0 \quad (22)$$

従って、二層複合部材を伝わる弾性波の位相速度は、(A)の境界条件を仮定する場合は式(9)、(10)、(11)、(15)、(16)、(19)、又(B)の境界条件を仮定する場合は式(9)、(10)、(11)、(15)、(16)、(20)、(21)で与えられる固有値方程式の根として求めることができる。

4. 数値解析および考察

数値計算は、円筒と円柱の弾性係数、ポアソン比をそれぞれ E_1, ν_1, E_2, ν_2 として次の2つの場合について行なった。

i) $E_1 < E_2$ の場合 (Case I)

この場合は、円柱の方が円筒より大きな弾性係数をもつ場合であり、鉄筋コンクリートや硬い繊維を芯材として用いるような材料のモデルである。ここでは以下の数値を用いた。

$$\nu_1 = 1/6, \quad \nu_2 = 0.3, \quad E_2 / E_1 = 7.0, \quad \rho_2 / \rho_1 = 3.2, \quad a_2 / a_1 = 0.10 \quad \text{および} \quad 0.25$$

ii) $E_2 < E_1$ の場合 (Case II)

この場合は、円筒の方が円柱より大きな弾性係数をもつ場合であり、鋼管コンクリートのように弾性係数

の小さい円柱構造体のまわりを弾性係数の大きい材料で補強するようなモデルである。ここでは以下の数値を用いた。

$$\nu_1 = 0.3, \nu_2 = 1/6, E_1/E_2 = 7.0, \rho_1/\rho_2 = 3.2, a_2/a_1 = 0.25 \text{ および } 0.90$$

i), ii) とも弾性係数の大きい材料として鋼材、小さい材料としてコンクリートを想定している。

以上の Case について、外面の境界条件 (A), (B) それぞれに対して縦波動 ($m=0$) の位相速度、波動モードおよび円柱境界での応力比 $\tau_{rz}/\sigma_z, \sigma_r/\sigma_z$ を求めた。

位相速度は、3. で示した固有値方程式の固有値として与えられるが、この場合固有値は方程式の中に陰な型に含まれるため、反復法を用いて5桁以上の精度を有するようにして解を求めた。

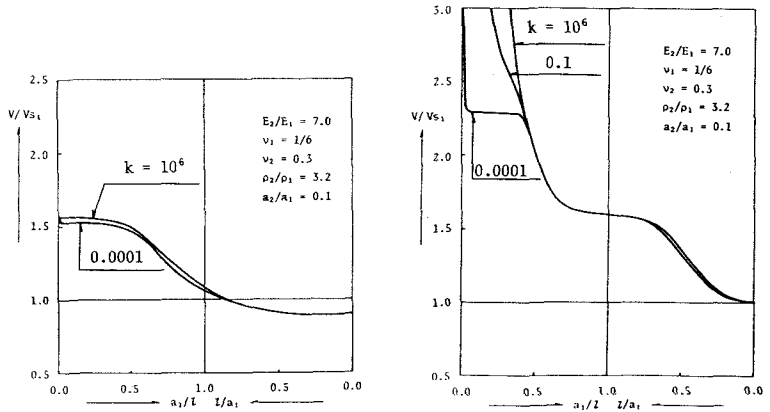
計算結果の一部を図に示すが、位相速度は、縦軸に位相速度と弾性係数の小さい方のせん断波速度の比を、横軸には波動の半波長を l として、左半分には a_1/l を、右半分には l/a_1 をとり、全体として波長小から無限大までを示すようにしている。

(A) 円筒外面が自由境界の場合

解析結果を図-3~12に示す。図-3, 4, 8, 9, には位相速度、図-5, 10に波動モード、図-6, 7, 11, 12 に円柱と円筒の境界面における応力比を示した。

i) Case I

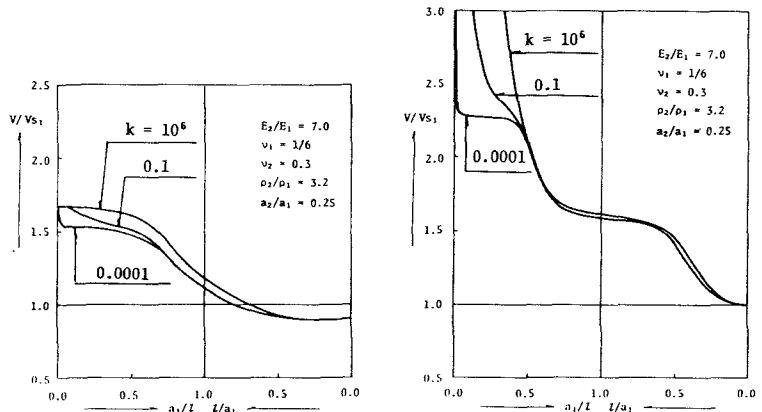
図-3, 4には1次および2次の縦波動の位相速度分散曲線を示している。ここで図中の k は3. の式 (15), (16)において軸方向および周方向変位の相対的ずれに乗ずる比例定数 K を無次元化したもので $k = K a_1 / E_1$ で表される値である。ここでは、極端に大きな場合 $k = 10^6$ と小さな場合 $k = 0.0001$ およびそれらの中間的な場合 $k = 0.1$ のみを示した。図-3は $a_2/a_1 = 0.1$, 図-4は $a_2/a_1 = 0.25$ である。1次の位相速度は、いずれも境界面の影響がなく波長無限大で換算断面の bar velocity 1.556 および 1.679 にはほとんど一致し、波長無限小では円筒体 (弾性係数の小さい方) の Rayleigh 波速度に漸近している。また2次の位相速度は波長無限大で無限大になり波長無限小で



(1次)

(2次)

図-3 縦波動の位相速度分散曲線 ($a_2/a_1 = 0.1$)



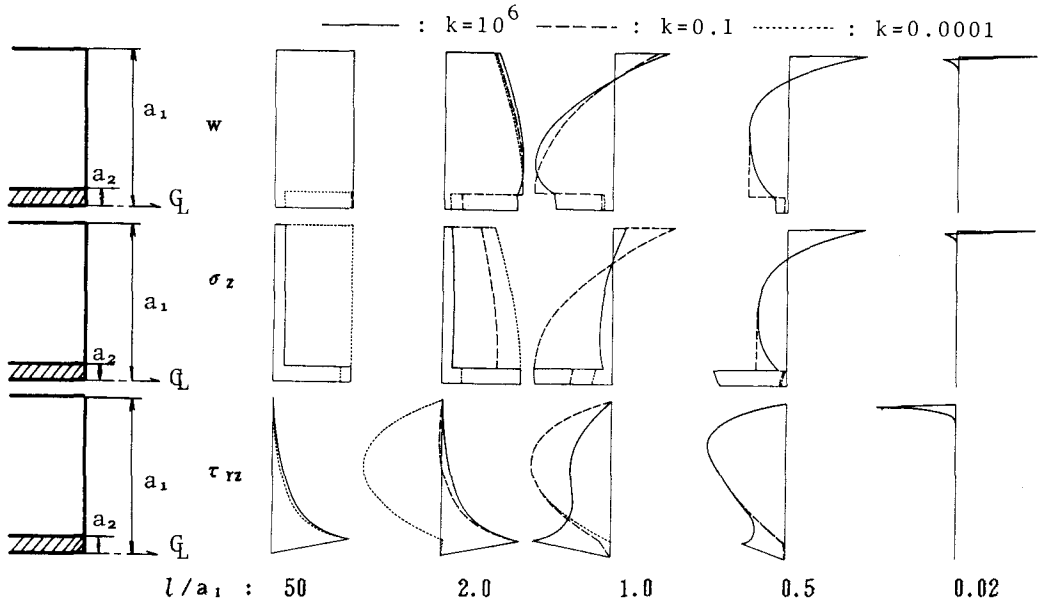
(1次)

(2次)

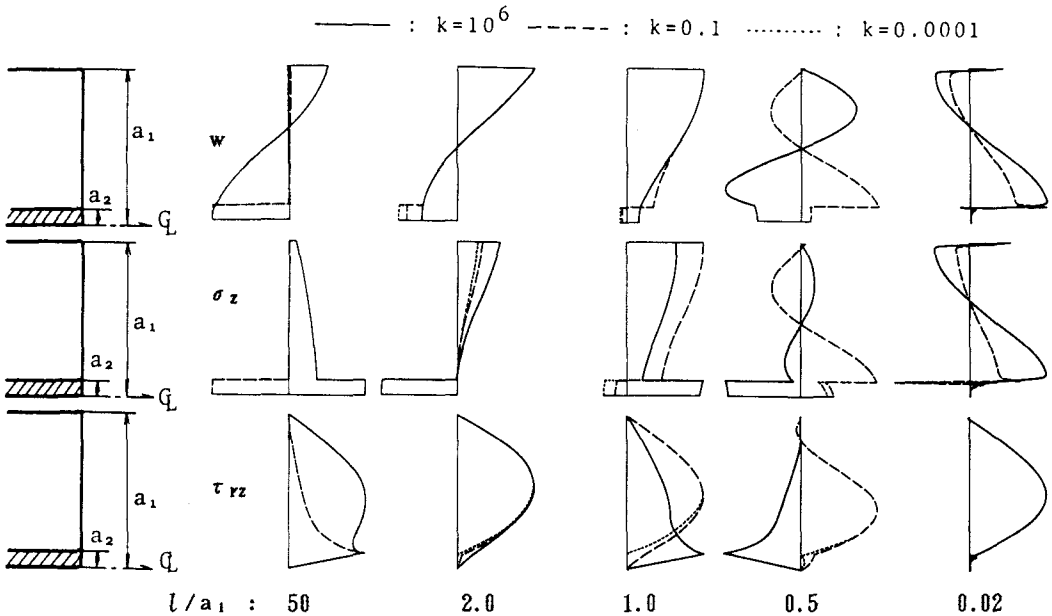
図-4 縦波動の位相速度分散曲線 ($a_2/a_1 = 0.25$)

は円筒体のせん断波速度に一致している。

境界面の影響に関しては、1次の位相速度は $a_2 / a_1 = 0.1$ では $l/a_1 \approx 0.8$ また、 $a_2 / a_1 = 0.25$ では $l/a_1 \approx 0.5$ より波長の増大とともに分散曲線に差異が生じ境界面の影響が現れ、波長が無限大に近づくにつれ急激に影響が小さくなり波長無限大では上記のようにほとんど境界面の影響がなくなる。一方、2次の位相速度に関しては両者とも $a_1 / l < 0.5$ の範囲で分散曲線に大きな差異を生じており、境界面の影響が非常に大きいことを示している。いずれも、 k の大きい場合が速い位相速度を有している。



図—5 1次の縦波動モード ($a_2 / a_1 = 0.1$)



図—6 2次の縦波動モード ($a_2 / a_1 = 0.1$)

図-5,6には $a_2/a_1 = 0.1$ のときの波動モードを、 w, σ_z, τ_{rz} について若干の波長に対して示した。左端の図は数値計算を行ったモデルで空白部はコンクリート、斜線部は鉄筋を想定した二層同心円柱を示している。実線は $k=10^6$ 、破線は $k=0.1$ 、点線は $k=0.0001$ におけるモード分布を示している。図-5は1次の縦波動モードであるが、 w のモード分布を見ると、 $l/a_1 = 1.0 \sim 50$ では図-3でも示されているように境界面の影響が現れており、 k の値によって特に円柱部のモード分布に大きな差異を認めることができる。 $l/a_1 = 50$ における w のモードを調べると、 $k=10^6$ の場合は全断面が一様に変位しているが、 $k=0.0001$ の場合は境界面で変位が不連続となり軟い円筒部の方が円柱部より大きく変位している。 $l/a_1 = 0.02$ の場合は円筒半径に比して波長が短いため k の値に関係なく表面に変位や応力が集中し、表面波の様相を呈している。ここでは示していないが $l/a_1 > 10000$ では境界面の影響がほとんどなく k の大小にかかわらず w モードは一様分布、 τ_{rz} モードは零、 σ_z モードは弾性係数比に従ったモード分布を示していることを確認している。

図-6には2次の縦波動モードを示した。 $l/a_1 = 1.0$ を除いて円筒部で軸方向変位 w が逆転しており、波長が短くなるに従い σ_z, τ_{rz} とも円筒部は軸対称曲げを受けているような挙動を示している。また、2次のモードでは波長が短くても波動が表面には集中せず円筒部全体を伝播している。

図-7,8にやはり $a_2/a_1 = 0.1$ の場合の円柱と円筒との境界面におけるせん断応力と軸方向応力の応力比 τ_{rz}/σ_z 、半径方向応力と軸方向応力の応力比 σ_r/σ_z を $k=10^6$ (図-7) と 0.0001 (図-8) について示した。接触面では τ_{rz}, σ_r は連続であるが σ_z が不連続となるため、絶対値の大きい境界応力 σ_z を用いて無次元化している。

図-7の σ_z は円柱境界の値である。 $k=10^6$ の場合応力比は波長が短くなるにつれて大きくなり、波長減少とともに直応力 σ_z に対してせん断応力 τ_{rz} も半径方向応力 σ_r も大きくなることを示している。 $k=0.0001$ の場合は σ_r/σ_z は大きな分布性状を示し $a_1/l=0.7$ 前後において約 -1.4 の極値となっている。一方 τ_{rz}/σ_z は k が小さいため波長にかかわらず零となっている。このことは、鉄筋コンクリートなどが衝撃力のような波長の短い応力波を受ける時まず、境界

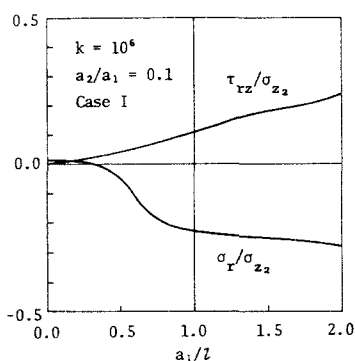


図-7 応力比曲線
($k=10^6$)

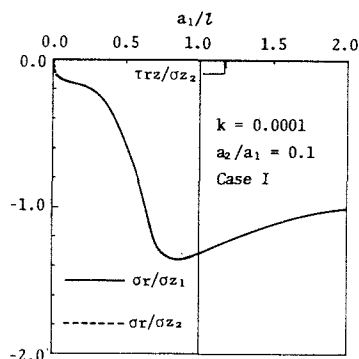
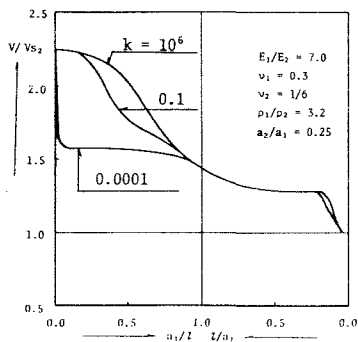
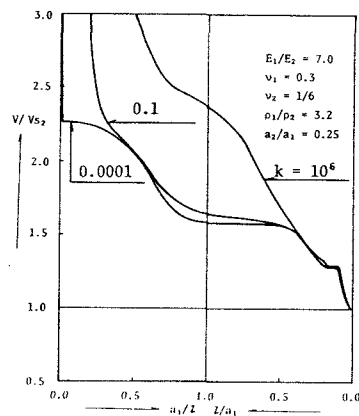


図-8 応力比曲線
($k=0.0001$)



(1次)



(2次)

図-9 縦波動の位相速度分散曲線 ($a_2/a_1 = 0.25$)

面の付着破壊が起り、次に半径方向応力が増大し破壊に至ることを示している。

ii) Case II

図-9,10はCase Iの場合と同様、1次および2次の位相速度分散曲線である。ここでは $k = K a_1 / E_2$ として示している。図-9は $a_2 / a_1 = 0.25$ で、図-10は $a_2 / a_1 = 0.9$ の場合である。一次の位相速度は波長無限大ではCase Iと同様、それぞれ換算断面のbar velocity 2.247 および 1.877 にほぼ一致するが、波長無限小では円柱部（弾性係数の小さい方）のせん断波速度に一致する。また、図-9と10の比較により半径比によってもかなり異なる分散を示していることがわかる。2次の位相速度に関しては、やはり波長無限大では無限大、波長無限小では円柱部（弾性係数の小さい方）のせん断波速度に一致するものの、その間の分散性状は半径比により、また k の値によりかなり異なり、いずれも k の大きな方が速い位相速度となっている。

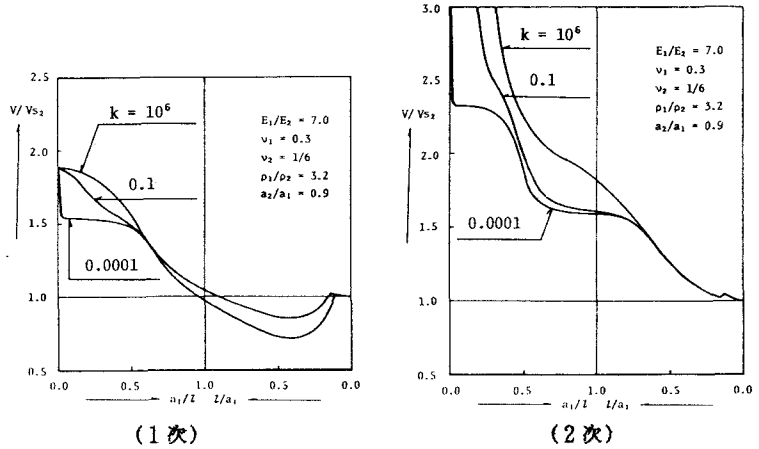


図-10 縦波動の位相速度分散曲線 ($a_2 / a_1 = 0.9$)

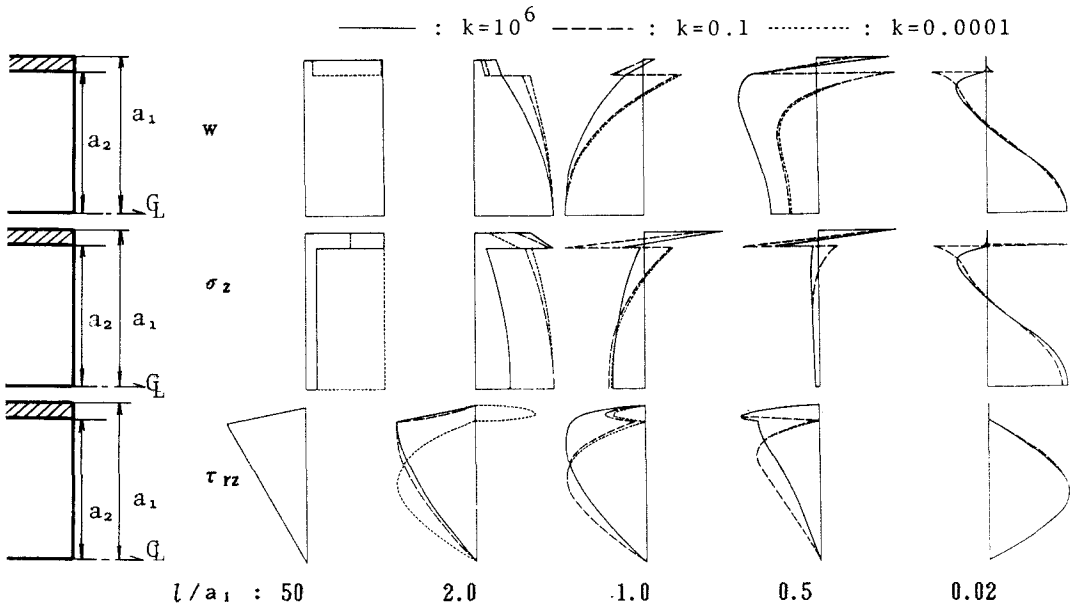


図-11 1次の縦波動モード ($a_2 / a_1 = 0.9$)

図-11は $a_2 / a_1 = 0.9$ のときの1次の縦波動モードを示した。いずれの波長に対しても境界面の影響が大きく現われている。特に、 $l/a_1 = 1.0$ および 0.5 では境界面で軸方向変位および軸方向応力が逆転しており、境界での柔なバネの存在が波動の伝播速度を減少させていることが図-9の分散曲線の差異とともに明らかである。

図-12, 13には $a_2/a_1 = 0.9$ のときの応力比 $\tau_{rz}/\sigma_z, \sigma_r/\sigma_z$ を Case I と同様 $k=10^6$ (図-12) と $k=0.0001$ (図-13) について示した。 k が大きい場合は、 $\tau_{rz}/\sigma_z, \sigma_r/\sigma_z$ とともに $a_1/l \div 1.0$ においてそれぞれ約 $0.45, -0.35$ なる極値を示している。一方、 k が小さい場合は σ_r/σ_z は k が大きい場合に比較して小さな分布を示している。

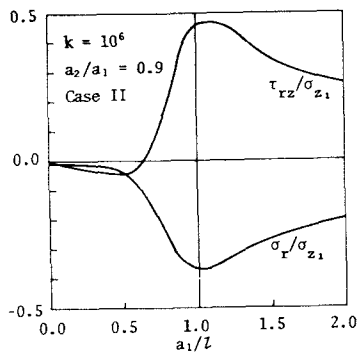


図-12 応力比曲線 ($k=10^6$)

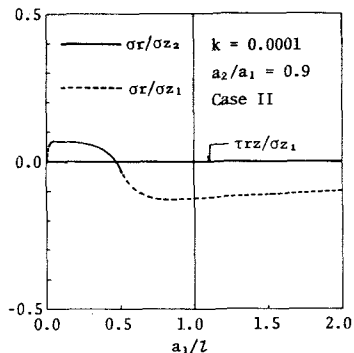


図-13 応力比曲線 ($k=0.0001$)

このことは、鋼管コンクリート等では鋼管とコンクリートの付着がない方が中詰コンクリートの半径方向応力を減少することを示している。2次の波動モードは省略した。

(B) 円筒外面の半径方向変位が拘束されている場合

ここでは、RC柱あるいは繊維強化複合材等の強化材近傍における軸波動特性について検討を行うことを目的としているので、周辺の半径方向変位が拘束されるとともにせん断応力が作用しないものとして、これをモデル化し解析を行なうこととした。従って、解析はCase I のみに限定している。

図-14, 15は1次および2次の位相速度分散曲線を示している。1次の位相速度に関して、波長無限大ではそれぞれ換算剛性をもつ弾性体の縦波動の伝播速度 1.611 および 1.745 にほぼ一致し、波長無限小では、(A) の場合に円筒体の Rayleigh 波速度に漸近しているが、本解析においては円筒体(弾性係数の小さい方)のせん断波速度に一致している。従って、(A) の場合に比較して全体として速い

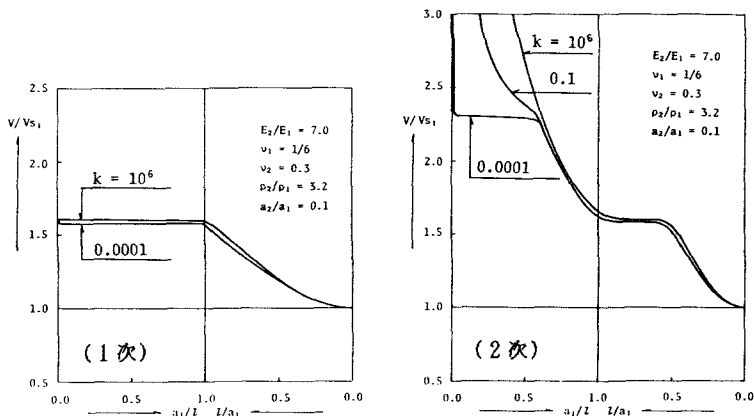


図-14 縦波動の位相速度分散曲線 ($a_2/a_1 = 0.1$)

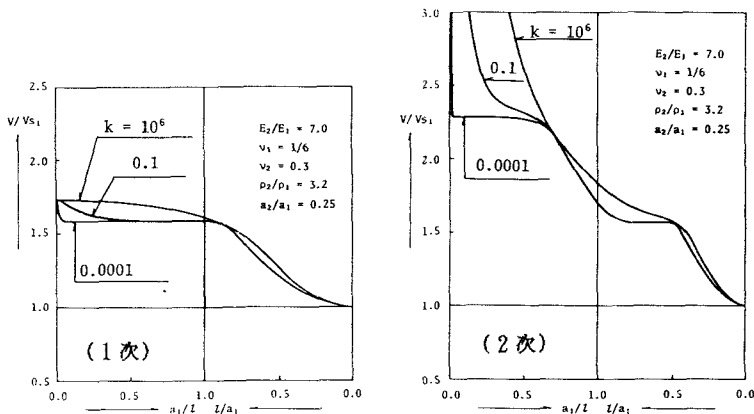


図-15 縦波動の位相速度分散曲線 ($a_2/a_1 = 0.25$)

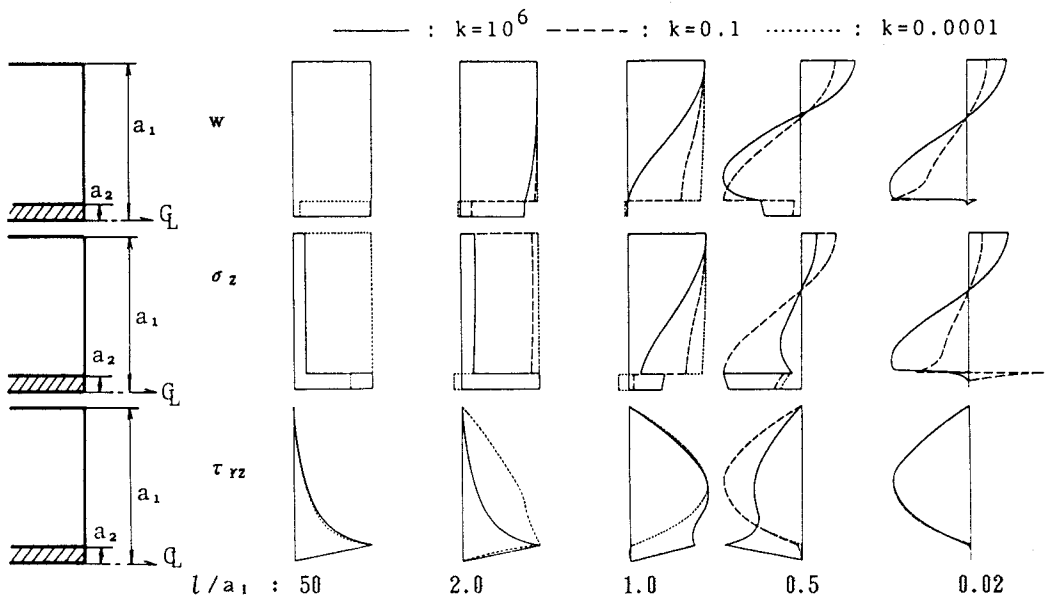


図-16 1次の縦波動モード ($a_2/a_1 = 0.1$)

位相速度となっている。2次の位相速度分散曲線の傾向は(A)の場合と同等であるが、やはり全体として(A)の場合より大きな位相速度を示している。境界面の影響に関しても(A)の場合と同様な傾向を示し、波長の比較的長い領域でその効果が現れている。

図-16には $a_2/a_1 = 0.1$ の1次の縦波動モードを示した。波長が長い場合 ($l/a_1 > 2.0$) では外面が自由な場合とほぼ同様な分布を示しているが、波長が短い場合にはかなり異なったモードを示している。すなわち、自由境界をもつ場合には自由表面に集中するようなモード分布になるのに対し、本解析ケースの場合には円筒部が局所的な曲げを受けるようなモード性状を示している。2次の波動モードは省略した。

5. まとめ

接触面で変位や応力が完全に連続でない二層円柱の波動伝播問題を縦波動について解析し、位相速度、波動モード、境界面での応力比を若干の数値に対して求め接触面の影響について検討を加えた。接触面の条件としては半径方向の変位および応力のみ連続であり、せん断応力は軸方向変位のずれに応じた応力(比例定数 K) に等価であるものとして解析を行った。また、二層円柱の外面上についても自由な場合とともに半径方向変位が拘束され、せん断応力が作用しない場合も若干解析した。用いた数値は鉄筋コンクリートや鋼管コンクリートを想定しているが、この結果

(A) 円筒外面が自由な場合

- 1) 縦波動の位相速度は波長が無限大に近づくに従い換算断面の wave velocity に漸近しているが、接触面の条件により、すなわち K の小さなものほど bar velocity に漸近する波長が長くなっている。
- 2) 波長無限小においては K の値に無関係に円筒部が柔な場合 (Case I) は円筒部の材料の Rayleigh 波速度に一致し、円柱部が柔な場合 (Case II) は円柱部の材料のせん断波速度に一致している。
- 3) 2次の位相速度は波長無限大では無限大、波長無限小では弾性係数の小さい材料のせん断波速度に漸近する。
- 4) 境界面の影響は位相速度、波動モードとも波長の比較的長い領域において顕著である。
- 5) 接触面の応力比に及ばず接触面の影響は、Case I では K が大きい場合はせん断応力に、 K が小さい場合は円筒部の半径方向応力に大きく現れている。

6) またCase II ではKが大きい場合にはせん断応力, 半径方向応力とも大きな応力比となり、Kが小さい場合には応力比は小さい。

(B) 円筒外面の半径方向変位が拘束され、せん断応力が作用しない場合

7) 1次の縦波動の位相速度は、波長無限大では換算剛性をもつ弾性体の縦波動の伝播速度に漸近し、波長無限小では弾性係数の小さい方のせん断波速度に一致する。

8) 波動モードは波長の短い領域において円筒部が局所的な曲げを受けるような分布性状を示す。

ことが明らかとなった。特に弾性波の波長によって応力比が異なることは、これらの部材が動的外力を受ける時、外力の動特性によって応答が異なることを示し、衝撃力等に対しても波長を考慮した解析をしなければならないことを示している。

参 考 文 献

- 1) Kohn, W., J. A. Krumhansl and E. H. Lee : Variational Methods for Dispersion Relations and Elastic Properties of Composite materials, J. Appl. Mech., June, 1972.
- 2) Hegemier, G. A. and T. C. Bache : A General Continuum Theory with Microstructure for Wave Propagation in Elastic Laminated Composites, J. Appl. Mech., March, 1974.
- 3) Gurtmann, G. A. and G. A. Hegemier : A Mixture Theory for Wave Guide-Type Propagation and Debonding in Laminated Composites, Int. J. Solids Structures, Vol.11, 1975.
- 4) Hegemier, G. A., G. A. Gurtmann and A. H. Nayfeh : A Continuum Mixture Theory of Wave Propagation in Laminated and Fiber Reinforced Composites, Int. J. Solids Structures, Vol.9, 1973.
- 5) Tauchert, T. R. and A. N. Guzelsu : An Experimental Study of Dispersion of Stress Waves in a Fiber Reinforced Composite, J. Appl. Mech., March, 1972.
- 6) 松岡健一・菅田紀之・能町純雄・木田哲量 : 二層同心円柱を伝わる弾性波の伝播速度, 構造工学論文集, Vol.32A, 1986.
- 7) 松岡健一・能町純雄 : 弾性媒体中にある円柱を伝わる曲げ波動の伝播速度について, 土木学会論文報告集, 第258号, 1977.
- 8) 能町純雄・松岡健一・坂下正幸 : 弾性媒体中にある厚肉円筒を伝わる弾性波について, 土木学会論文報告集, 第293号, 1980.

(1988年10月12日受付)