

実験から得られる電子ドリフト速度と 理論電子ドリフト速度との対応

正員 佐藤 孝 紀 (北海道大)

正員 大森 義 行 (北海道職訓短大)

正員 酒井 洋 輔 (北海道大)

正員 田頭 博 昭 (北海道大)

Correspondence between Experimental and Theoretical Electron Drift Velocities

Kohki Satoh, Member (Hokkaido University), Yoshiyuki Ohmori, Member (Hokkaido Polytechnic College), Yosuke Sakai, Member, Hiroaki Tagashira, Member (Hokkaido University)

Electron drift velocities obtained by simulation of Schlumbohm's and Frommhold's experiments using a Monte Carlo method are compared with theoretical electron drift velocities such as the diffusion modified drift velocity V_d , the average drift velocity of electrons W_v , the center of mass drift velocity W_r and the mean arrival time drift velocity W_m , when electron impact ionisation is present. The calculation is carried out using a constant collision frequency model gas for reducing the computational time. It is found that the electron drift velocities calculated by simulating Schlumbohm's and Frommhold's experiments do not agree with any of the theoretical electron drift velocities described above, but coincide with a drift velocity represented as $(W_r + W_m)/2$.

キーワード：電子ドリフト速度，モンテカルロシミュレーション，電離

1. はじめに

電子ドリフト速度は、電子拡散係数などと共に、電子スウォームの特性を記述する重要なパラメータである。理論的には、電子ドリフト速度は、定常タウンゼント (SST) 法、パルスタウンゼント (PT) 法およびタイムオブフライト (TOF) 法による実験を想定し、それぞれの定義に従って算出される⁽¹⁾。ただし、ここでいう実験とは理想的な条件下で行われるものであり、現実の実験とは必ずしも一致しない面がある。このような実験で得られるドリフト速度は、理論電子ドリフト速度と呼ばれ、SST 実験では拡散を考慮したドリフト速度 V_d 、PT 実験では全電子の平均ドリフト速度 W_v 、TOF 実験では重心の位置のドリフト速度 W_r および平均到着時間ドリフト速度 W_m などがあ

これらの理論電子ドリフト速度は、電子と気体分子との衝突による電離あるいは電子付着がなく電子スウォーム中の電子数が保存される場合には、すべて一致する⁽¹⁾。これに対して、電離あるいは電子付着によって電子数が非保存となる場合には、実験方法の違いによって一般に異なる値となる⁽¹⁾。従って、ボルツマン方程式解析あるいはモンテカルロシミュレーションなどによって理論電子ドリフト速度を求める場合には、電子数非保存の影響を正しく評価することが必要である。Tagashira ら⁽¹⁾は、電離による電子数非保存の効果を考慮したボルツマン方程式を提案し、それを用いて Ar ガス中の理論電子ドリフト速度を計算し、それらが実験方法 (あるいは定義) によって異なる値となることを報告している。また Itoh ら⁽²⁾は、同様なボルツマン方程式を用いて、電離および電子付着のある SF₆ ガスに対して解析を行い、実効電離係数

$\bar{\alpha} = \alpha - \eta$, α : タウンゼントの第1電離係数, η : 電子付着係数が負の値から正の値へ変化するとき, V_d と W_0 , W_r と W_m の大小関係がそれぞれ変化することを報告している。

実験的研究としては, Schlumbohm⁽³⁾, Frommhold⁽⁴⁾ が, 電離衝突がある場合の CH₄ ガス中の電子ドリフト速度を現実の実験から求めている。Schlumbohm および Frommhold は, 平行平板電極間にパルス的に電子スウォームを発生させて, 測定されたギャップ電流波形およびそれを積分した(電圧)波形の時間変化から, それぞれ電子ドリフト速度を算出している。しかし, これらの現実の実験では, 先に述べた定義に従った理想的な実験と様々な点で条件が異なり, これらの現実の実験で得られるドリフト速度と理論電子ドリフト速度を直ちに比較することは, 適切ではないと考えられる。また, 現実の実験で得られるドリフト速度とボルツマン方程式解析あるいはモンテカルロシミュレーションによって得られる理論電子ドリフト速度とを比較する場合には, 計算に使用されるガスの電子衝突断面積の妥当性を考慮する必要もある。

理論電子ドリフト速度と実験で得られる電子ドリフト速度の関係を明らかにするためには, 現実の実験をシミュレーションを用いて正確に再現し, 得られる電子ドリフト速度と理論電子ドリフト速度との比較, 検討を行うことが最も効果的な方法の一つであると考えられる。Lucas ら⁽⁵⁾ は, モンテカルロシミュレーションを用いて現実の実験を正確にシミュレートし, その結果として得られる電子ドリフト速度と理論電子ドリフト速度との関係を示しているが, 電離衝突を考慮しているにもかかわらず, 比較に用いられた理論電子ドリフト速度が, どのような実験から求められる電子ドリフト速度であるのかが明確でない点に問題がある。

本論文では, 電離の影響が無視できない場合における理論電子ドリフト速度と現実の実験で得られる電子ドリフト速度との関係を明らかにすることを目的とし, Schlumbohm および Frommhold の実験に着目し, これらの実験をモンテカルロ法を用いてシミュレートした。また, その結果として得られた電子ドリフト速度を, 同様な電子衝突断面積を用いたモンテカルロシミュレーションによって得られた理論電子ドリフト速度と比較し検討を行った。

2. Schlumbohm および Frommhold の実験方法と電子ドリフト速度の算出方法

〈2-1〉 Schlumbohm の実験 Schlumbohm の実験では, 平行平板電極のカソードに, 短いパルス状

の紫外線を照射してギャップ間に電子群を放出させ, それによるギャップ電流の時間変化を測定する。電子群がスタートしてからギャップ電流がピークになるまでの時間 T_{sc} を求めることにより, 電子ドリフト速度 W_{sc} が(1)式によって算出される。

$$W_{sc} = d/T_{sc} \dots\dots\dots (1)$$

ここで, d : ギャップの長さ

〈2-2〉 Frommhold の実験

Frommhold の実験では, 平行平板電極のカソードに短いパルス状の紫外線を照射して電子群を放出させ, それによるギャップ電流を積分したギャップ間電圧の時間変化を測定する。第4章に示すように, Frommhold の実験で得られた電圧波形の時間変化をセミログプロットで表すと, 電圧波形は初めは直線的に上昇するが, 電子がすべてアノードに到着すると一定値となる。直線的に上昇する部分を延長した直線と一定値部分を延長した直線の交点の時刻 T_{FD} から, (2)式によって電子ドリフト速度 W_{FD} が算出される。

$$W_{FD} = d/T_{FD} \dots\dots\dots (2)$$

3. シミュレーション方法および条件

本シミュレーションでは, 十分に幅の広い平行平板ギャップ間に与えられた初期電子とそれらの電離衝突によって生じる子電子が, 電極(カソード, アノード)に吸収されてすべて消失するまでをモンテカルロ法を用いて追跡した。初期電子は, 時刻 $t=0$ でカソード表面の一点に与え, そのエネルギー分布は, 平均値が 1 eV のマクスウェル分布とした。また, 初期電子はカソードから等方的に放出されるとし, 電極はカソードおよびアノードともに電子の完全吸収壁と仮定した。電子の飛行軌道の計算には, FFT (Free Flight Time) 法⁽⁶⁾を使用した。

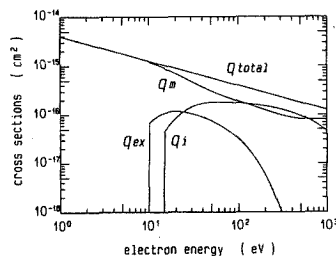


図1 モデルガスの電子衝突断面積
Fig.1. Electron collision cross sections for the model gas: q_m momentum transfer; q_{ex} excitation and q_i ionisation, respectively.

気体分子数密度は、 $N=3.5355 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ (0°C , 1 Torr に相当) とした。衝突は電子-中性気体分子間のみを考慮し、荷電粒子間の衝突は、電離度が十分に低いことを仮定し考慮していない。

計算に使用したモデルガスの電子衝突断面積を図1に示す。運動量移行断面積 q_m 、励起衝突断面積 q_{ex} および電離衝突断面積 q_i で構成されており、励起衝突および電離衝突のしきい値は、それぞれ 10 eV および 15 eV である。なお、FFT 法による電子飛行軌道の計算を精度よくかつ高速に行うために、全衝突周波数が電子エネルギーについて一定になるように衝突断面積を決定している。

ギャップ電流 $I(t)$ およびそれを積分した電圧 $V(t)$ は、(3) および (4) 式⁷⁾ を用いて求められる。

$$I(t) = \frac{eW(t)}{d} n(t) \dots\dots\dots (3)$$

$$V(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I(\xi) d\xi \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 e : 電子の電荷、 C : ギャップの容量
 サンプルングする量は $n(t)$ および $W(t)$ であり、 $n(t)$ は時刻 t においてギャップ間に存在する全電子数、 $W(t)$ は時刻 t においてギャップ間に存在する電子のもつ速度の平均値である。 $W(t)$ は (5) 式に従ってサンプルングされる。

$$W(t) = \frac{1}{n(t)} \sum_{i=1}^{n(t)} v_{xi}(t) \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $v_{xi}(t)$ は時刻 t で i 番目の電子のもつ x 方向 (電界: $-x$ 方向) の速度

電圧 $V(t)$ は、(4) 式の積分を台形公式を用いて数值的に求めている。

4. シミュレーション結果および考察

本論文では、ガス圧 p を 1 Torr 一定として、ギャップの長さ d を変化させて、 $E/N=283, 424$ および 566 Td においてシミュレーションを行った。ここに、 $1 \text{ Td} = 10^{-17} \text{ V} \cdot \text{cm}^2$ である。

図2は $E/N=424 \text{ Td}$ における電流波形 $I(t)$ および電圧波形 $V(t)$ の時間変化のギャップの長さ (a) 図 $d=1.0 \text{ cm}$, (b) 図 $d=2.0 \text{ cm}$, (c) 図 $d=3.0 \text{ cm}$, (d) 図 $d=4.0 \text{ cm}$ に対する結果を示す。図中○印は $I(t)$ がピークとなる時刻 T_{sc} を示す。図3に T_{sc} の d に対するプロットを示す。この結果から (1) 式を用いて W_{sc} を算出すると、図4に示すように d に対して依存性をもつことがわかる。しかし、この依存性は、 d を増加させるに従って減少し、 W_{sc} は収束値をもつ傾向を示している。また、ほかの E/N の計算結果においても同様な傾向が示された。従って、 d が十分に大きいときには、 W_{sc} は一定値になると考え

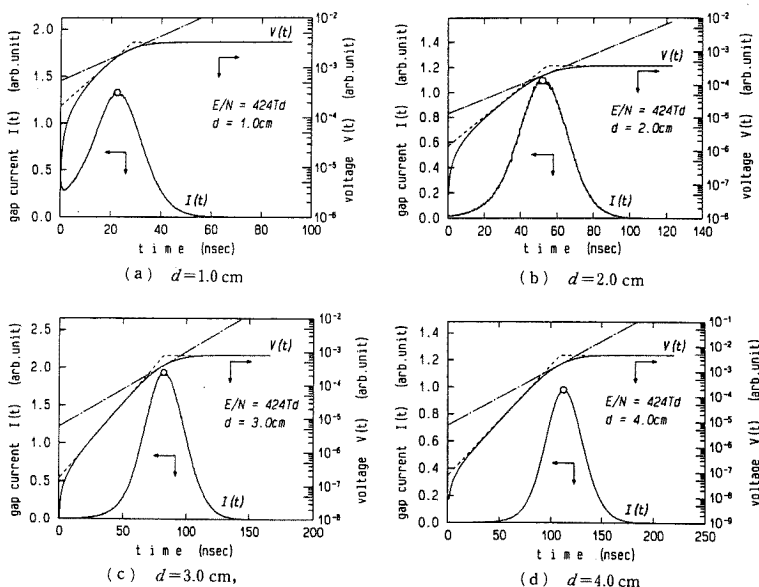
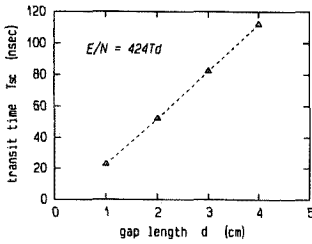


図2 ギャップ電流波形および電圧波形の時間変化

Fig. 2. The variations of the gap current and the voltage as a function of time t with the gap length d at $E/N=424 \text{ Td}$.



電流波形のピーク値の時刻
図3 経過時間 T_{sc}

Fig. 3. The transit time T_{sc} as a function of the gap length d at $E/N=424$ Td.

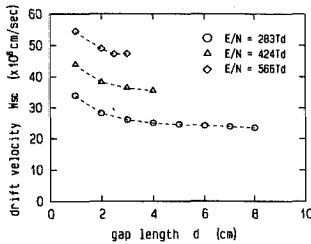


図4 電子ドリフト速度 W_{sc}

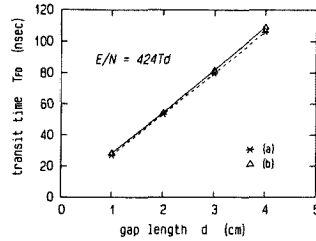
Fig. 4. The drift velocity W_{sc} as a function of the gap length d at $E/N=283, 424$ and 566 Td.

表1 電子ドリフト速度 W_{sc} および W_{FD}
Table 1. Values of drift velocities W_{sc} and W_{FD} as a function of E/N .

E/N (Td)	(a)	(b)
	W_{sc} (10^6 cm/s)	W_{FD} (10^6 cm/s)
283	23.5	23.6
424	35.6	36.7
566	47.4	50.1

て、各 E/N において最大の d に対する値を W_{sc} として採用した。その値を表1 (a)に示す。また、図3の直線の傾きの逆数から求めた電子ドリフト速度は、表1に示す(a)の値と5.6%程度の違いがあるが、 d を更に大きくするに従って両者は一致するものと考えられる。

電圧 $V(t)$ は、(4)式に示したように電流 $I(t)$ を積分した形で与えられる。(2.2)節に述べたように、セミログプロットした電圧波形は、直線的に上昇する部分と一定値部分に分けることができる。電圧波形が直線的に上昇する部分では、電子スウォームは電極に到達しておらず、電極による吸収の影響を受けていないと考えられる。本シミュレーションでは、電極によ



電圧の対数をとった波形において R_i の傾きをもった直線の延長と、一定値の延長の交点の時刻

図5 経過時間 T_{FD}

Fig. 5. The transit time T_{FD} as a function of the gap length d at $E/N=424$ Td.

る電子吸収の影響を受けずに、電圧が直線的に増加する部分の傾きを次のようにして決定している。電極による電子吸収の影響を無視すると、時刻 t におけるギャップ間の全電子数 $n(t)$ は、

$$n(t) = n_0 \exp(R_i t) \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 n_0 は初期電子数、 R_i は電離周波数と書くことができる。また、初期電子供給直後の電子エネルギーの非平衡は無視している。(6)式を(3)式に代入して $I(t)$ を求め、更に $I(t)$ を(4)式に代入すると、 $V(t)$ は次式で表される。

$$V(t) = \frac{en_0 W}{CdR_i} \{ \exp(R_i t) - 1 \} \dots \dots \dots (7)$$

両辺の対数をとると

$$\log V(t) = \log \{ \exp(R_i t) - 1 \} + \log \frac{en_0 W}{CdR_i} \dots \dots \dots (8)$$

と表され、電離増倍が大きいくところ $[\exp(R_i t) \gg 1]$ では $\exp(R_i t) - 1 \approx \exp(R_i t)$ となり、 $\log V(t)$ が R_i の傾きをもつ直線になることがわかる。

図2において、破線はシミュレーションから得られた電圧波形 $V(t)$ を、 R_i の傾き(ただし、図2では常用対数でプロットしているので、 $R_i / \log_e 10$ の傾き)をもった直線でフィッティングしたものと一定値部分の延長を示している。これら2本の直線の交点の時刻 T_{FD} を d に対してプロットすると図5 (a)となる。

また Nakamura⁽⁹⁾ は、ログプロットした電圧波形 $V(t)$ の接線の傾きが、 $(1/2)R_i$ となる時刻を T_{FD} とする例について述べている。図2において、一点鎖線が傾き $(1/2)R_i$ をもつ接線を示しており、接点から T_{FD} を求めると図5 (b)となる。図中(a)と(b)の違いは、最大で2.7%であり、両者はほぼ一致するものとみなしてよいと考えられる。従って、以後図5 (a)

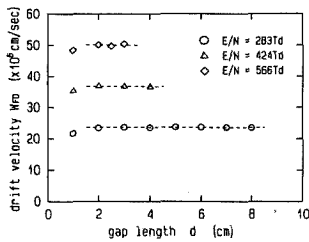


図 6 電子ドリフト速度 W_{FD}
 Fig. 6. The drift velocity W_{FD} as a function of the gap length d at $E/N=283, 424$ and 566 Td.

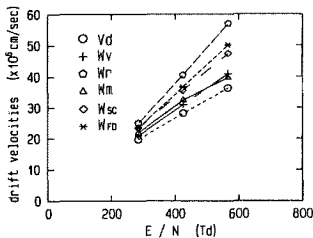


図 7 理論電子ドリフト速度と W_{sc} および W_{fd} の比較
 Fig. 7. Electron drift velocities $V_d, W_v, W_r, W_m, W_{sc}$ and W_{fd} as a function of E/N .

の結果についてのみ考えることにする。図 6 は、図 5 (a) の値から (4) 式を用いて算出した Frommhold のドリフト速度 W_{FD} を、 d に対してプロットしたものである。 W_{FD} が d にほとんど依存しないことがわかる。他の E/N における W_{FD} についても同様であり、本解析では値が一定になる部分での平均値(---)を W_{FD} の値とし、その結果を、表 1 (b) に示す。

表 1 (a), (b) に示した W_{sc} および W_{FD} は、 $E/N=283$ Td において 0.4%, $E/N=424$ Td において 3.1%, $E/N=566$ Td において 5.7% 程度の違いであり、両者は、ほとんど一致するドリフト速度であると考えられる。しかし、 E/N の増加に伴って違いが大きくなる傾向をもつことから、電離衝突が著しくなると、 W_{sc} と W_{FD} の差が更に顕著になる可能性が考えられる。

図 7 はモデルガスの電子衝突断面積を用いてモンテカルロシミュレーションを行って得られた理論電子ドリフト速度 V_d, W_v, W_r, W_m と W_{sc}, W_{fd} の関係を示す。なお、理論電子ドリフト速度の妥当性は、2 項近似のボルツマン方程式解析により確認している。 W_{sc} および W_{fd} は、計算を行った範囲の E/N において、どの理論電子ドリフト速度にも一致しないことがわか

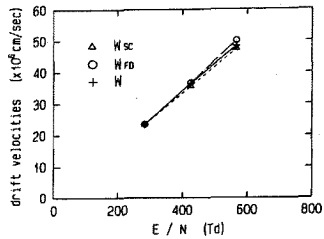


図 8 ドリフト速度 W_{sc} および W_{fd} と $W[(1/2)(W_r + W_m)]$ の比較
 Fig. 8. Electron drift velocities W_{sc}, W_{fd} and $W[(1/2)(W_r + W_m)]$ as a function of E/N .

る。特に E/N が高くなるに従ってその傾向が顕著になっている。

また、常に $W_m < W_{sc}$ (または $W_{FD} < W_r$) であることから、 W_m と W_r の中間のドリフト速度 W

$$W = \frac{1}{2}(W_r + W_m) \dots\dots\dots (9)$$

を考えて、 W と W_{sc}, W_{FD} を比較すると図 8 となる。 W, W_{sc} および W_{FD} はよい一致を示しており、実験から得られたドリフト速度が、 W_r と W_m の中間のドリフト速度 W に近い値であると考えられる。

ここでドリフト速度 W が、どのような理論的背景をもち得るのかについて考察する。理論電子ドリフト速度 W_r と W_m の関係は、田頭⁽⁹⁾によって報告されている。

$$W_m = W_r - 2\alpha D_L + 3\alpha^2 D_3 - \dots \dots\dots (10)$$

ここで、 α : タウンゼントの第 1 電離係数、

D_L : 縦方向拡散係数、 D_3 : 3 次の拡散係数

(10) 式の右辺第 2 項目までを考慮し、(9) 式に代入すると

$$W = W_r - \alpha D_L \dots\dots\dots (11)$$

となる。更に、タウンゼントの第 1 電離係数 α は、Tagashira ら⁽¹⁾によって次式で表されている。

$$\alpha = \frac{W_r}{2D_L} - \left[\frac{W_r^2 - 4R_i D_L}{(2D_L)^2} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (12)$$

これを (11) 式に代入すると、(13) 式を得る。

$$W = \frac{1}{2} \{ W_r + (W_r^2 - 4R_i D_L)^{1/2} \} \dots\dots\dots (13)$$

Tagashira ら⁽¹⁾は、

$$R_i = \alpha W_w \dots\dots\dots (14)$$

$$W_r = W_w + \alpha D \dots\dots\dots (15)$$

$$D = D_L \dots\dots\dots (16)$$

を満足する電子ドリフト速度 W_w が、(17) 式に示される形に書いた高次の項を無視したときの連続の式、

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha \left(W_w - \frac{1}{n} D \frac{\partial n}{\partial x} \right) n - W_w \frac{\partial n}{\partial x} + D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

.....(17)

を満足する電子ドリフト速度であることを指摘している。また、このような電子ドリフト速度 W_w が、(9)式すなわち(13)式の右辺に示す速度に等しいことも報告している。

これらのことから、Schlumbohm および Frommhold の実験のシミュレーションで得られた電子ドリフト速度 W_{Sc} および W_{FD} は、理論電子ドリフト速度 $W_w (= W)$ に近い値をとる可能性があるものと考えられる。

5. おわりに

本論文ではモンテカルロ法を用いた Schlumbohm および Frommhold の実験のシミュレーションから、電離衝突により電子数非保存となる場合の電子ドリフト速度を算出し、それらを理論ドリフト速度と比較、検討した。これらの二つの実験は、電離衝突が存在するとき用いられた典型的なドリフト速度の測定方法である。以下にその結果を要約する。

(1) Schlumbohm の実験のシミュレーションから得られる電子ドリフト速度 W_{Sc} は、ギャップの長さ d に対する依存性が見られたが、 d を増加させると一定値に収束する傾向となった。

(2) Frommhold の実験のシミュレーションで得られた電圧波形から T_{FD} を決定するにあたって、本解析では2種類の方法を用いたが、 T_{FD} の値に大きな違いは見られなかった。また、電子ドリフト速度 W_{FD} は、ギャップの長さ d に対する依存性は、 d が著しく小さい範囲を除いてはほとんど見られなかった。

(3) 計算を行った範囲の E/N では、 W_{Sc} および W_{FD} はほぼ一致する値となったが、理論電子ドリフト速度 W_w, W_r, W_m および V_d のいずれのドリフト速度にも一致しなかった。また、 E/N が増加するに従って不一致の傾向が顕著となった。このことから、一般には W_{Sc}, W_{FD} は、 W_w, W_r, W_m および V_d のいずれとも一致しないことがわかる。

(4) W_{Sc} および W_{FD} は、 $W = (1/2)(W_r + W_m)$ に近い値をもつものである可能性がある。ここで、ドリフト速度 W は、 $R_i = \alpha W_w, W_r = W_w + \alpha D$ および $D = D_L$ を満足する電子ドリフト速度 W_w に等しい速度であると考えられる。

以上の結果から、理論電子ドリフト速度と Schlumbohm および Frommhold の実験で得られる電子ドリフト速度 W_{Sc} および W_{FD} を比較するとき

を十分に大きくして、 W_{FD} およびことに W_{Sc} が pd に依存しないことを確認する必要があること、本論文で論じた電子ドリフト速度の中では、 W_{Sc} および W_{FD} を $(1/2)(W_r + W_m)$ と比較することが最も適当である可能性があることがわかる。

今後の課題として、電極における電子の反射の考慮および実ガスについて検討を行うことが考えられる。

最後に、本研究に対して貴重な御討論をいただいた北海道大学医療技術短期大学部 伊達広行助手、秋田大学鉱山学部 鈴木雅史助手および室蘭工業大学工学部 伊藤秀範助教に心から感謝いたします。

(平成2年5月30日受付, 同2年9月3日再受付)

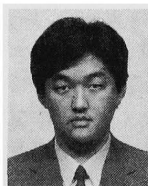
文 献

- (1) H. Tagashira, et al.: "The development of electron avalanches in argon at high E/N values: II. Boltzmann equation analysis", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **10**, 1051 (1977)
- (2) H. Itoh, et al.: "Electron swarm development in SF₆: I. Boltzmann equation analysis", *ibid.*, **21**, 922 (1988)
- (3) H. Schlumbohm: "Elektronenlawinen bei hohen E/p : Zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeiten von Elektronen und Ionen, der Elektronenstoßionisierung und Elektronenenergien", *Z. Phys.*, **182**, 306 (1965)
- (4) L. Frommhold: "Eine Untersuchung der Elektronenkomponente von Elektronenlawinen", *ibid.*, **156**, 144 (1959)
- (5) J. Lucas, et al.: "Electron drift velocity in gases at high E/N ", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **8**, L123 (1975)
- (6) 「気体放電シミュレーション技法」, 電気学会技術報告(II部), No.140 (昭57)
- (7) L. G. H. Huxley & R. W. Crompton: *The diffusion and drift of electrons in gases (1974)* Wiley-International, New York
- (8) Y. Nakamura private communication
- (9) 田頭: 「電子スウォームに対する平均到着時間移動速度の正確な表現について」, 電気学会放電研資, ED-85-115 (昭60)



佐藤 孝紀 (正員)

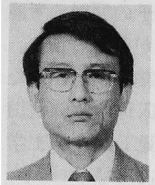
昭和38年12月17日生。63年3月室蘭工業大学大学院工学研究科修士課程電気工学専攻修了。同年4月北海道大学大学院工学研究科博士後期課程電気工学専攻進学、現在に至る。



大森 義行 (正員)

昭和33年3月19日生。61年3月北海道大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年4月北海道職業訓練短期大学校教官となり、現在に

至る。工学博士。主として、非平衡プラズマ中の電子スウォームの性質に関する研究に従事。応用物理学会員。



酒井洋輔 (正員)

昭和19年7月28日生。48年3月北海道大学大学院工学研究科博士課程修了。同年4月同大学工学部講師，49年4月同助教授。59年4月北海道大学医療技術短期大学部教授，62年5月北海道大学工学部助教授となり現在に至る。この間55年5月～57年4月西独ハーン・マイトナ原子核研究所の客員研究員。工学博士。主として、低気圧放電の基礎過程，絶縁体の電気伝導に関する研究に従事。照明学

会，日本物理学会，応用物理学会員。



田頭博昭 (正員)

昭和8年1月13日生。33年3月北海道大学工学部電気工学科卒業。36年同大学大学院博士課程中退。同年4月同大学工学部電気工学科講師，37年4月同助教授，45年電気物性工学講座担任，48年同教授，55年4月電気応用工学講座教授となり，現在に至る。工学博士。この間，39年9月～42年5月連合王国リバプール大学に留学。42年同大学Ph. D.。電離気体現象国際会議国際科学委員会委員。照明学会，日本物理学会，応用物理学会員。