

# Collocated Feedback 制御系のロバストモデルマッチング による低感度化\*

花島 直彦\*\*・栄坂 俊雄\*\*\*・柳田 美穂\*\*・  
土谷 武士\*\*・田川遼三郎\*\*\*\*

## Robust Model Matching for Collocated Feedback Control Systems\*

Naohiko HANAJIMA\*\*, Toshio EISAKA\*\*\*, Yoshiho YANAGITA\*\*,  
Takeshi TSUCHIYA\*\* and Ryozauro TAGAWA\*\*\*\*

The collocated feedback is the direct negative definite feedback for flexible structures of velocities and/or displacements measured by sensors collocated with actuators, and preserves robust stability of the closed-loop systems. But, generally it does not insure sufficient low sensitivities for uncertainties or input disturbances; therefore, an improvement for low sensitivities is necessary. In this paper, we show the condition of the Robust Model Matching to increase the dampings of the elastic oscillation by the collocated feedback and lessen the sensitivities simultaneously. Then we show experimental results using a flexible arm apparatus and discuss the performance.

### 1. はじめに

柔軟構造物の制御では高次の弾性振動に起因する不安定現象を抑制することが重要である。とくに、制御モデルを導出する際に剰余モードとして切り捨てた高次の振動モードに起因するスピルオーバー現象の回避は、制御系構成の大きな課題である<sup>1),2)</sup>。柔軟構造物の弾性振動モードは周波数領域でモードごとに分離しているため、問題となる高次振動モードのみの影響を抑えることによって、スピルオーバー現象などの回避が期待できる。このような観点から周波数領域で評価関数を扱う  $H^\infty$  制御や frequency shaped LQR 等の応用が研究されている<sup>3)~5)</sup>。これらのロバスト制御では、柔軟構造系の不確かさを非構造的なものとして取り扱うが、一方、柔軟構造系の力学的な構造を利用した設計法として、DVFB

(Direct Velocity FeedBack) 制御<sup>6)</sup> や DVDFB (Direct Velocity and Displacement FeedBack) 制御<sup>7)</sup> 等の collocated feedback 制御がある。collocated feedback 制御は、センサとアクチュエータが同位置に配置される collocation と呼ばれる条件が成り立つ場合に、力学系固有の安定条件を利用して、柔軟構造系のロバスト安定性や制振性を保証する制御法である。collocation 系は最小位相であることが知られており、その意味からも制御に都合のよい性質を持つことがわかる。collocated feedback 制御の有効性は、すでに多くの研究で明らかであるが、そのみではトルク外乱、モデル誤差に対する低感度特性が十分に得られないことが指摘され、上述のロバスト制御と併用する LAC/HAC (Low Authority Control/High Authority Control) の手法<sup>8),9)</sup> や最適レギュレータの逆問題の応用<sup>7)</sup> が研究されている。

ロバストモデルマッチング<sup>10),11)</sup> は、既存の制御系にロバスト補償器と呼ばれるフィードバック制御器を新たに付加することにより、ロバスト性を改善するロバスト制御系設計法である。ロバスト補償器の付加によって制御系の目標値応答は変化せず、ロバスト性の調節がロバスト補償器のみで行えるという特徴を持っている。特に最小位相系の制御対象の場合、制御系の感度を望みの周波

\* 原稿受付 1993年7月13日

\*\* 北海道大学 工学部 Faculty of Engineering, Hokkaido University; Kita 13-jo Nishi 8-chome, Kita ward, Sapporo city, Hokkaido 060, JAPAN

\*\*\* 北見工業大学 Kitami Institute of Technology; 165 Koencho, Kitami city, Hokkaido 090, JAPAN

\*\*\*\* 旭川工業高等専門学校 Asahikawa National College of Technology; Shunkodai 2-jo 2-chome, Asahikawa city, Hokkaido 071, JAPAN

**Key Words:** Robust Model Matching, DVFB control, collocation, collocated feedback, flexible structures.

数帯で任意に低くでき、実システムへの応用例も報告されている<sup>12),13)</sup>。

本論文では、collocation系が最小位相であることに着目し、collocated feedback制御系へのロバストモデルマッチングの適用を考察し、DVFB制御によって達成されるcollocated feedbackの制振効果を保持したまま、トルク外乱、モデル誤差等に対するロバスト性を向上させるロバスト補償器の設計条件を示した。さらに、片持ち柔軟アームの位置制御系を構成し、実験により本手法の効果を検討した。

本手法によって設計される制御系は先に述べたLAC/HACと呼ばれる2階層の制御系となっており、全周波数帯域で減衰を増加するDVFB制御がLAC、低周波数帯域で感度を低減するロバスト補償器がHACの役割を持つ。

以下、2.ではロバストモデルマッチングの原理と従来の標準的なロバスト補償器の設計法について述べる。3.では本論文で扱う制御対象であるcollocation系について説明する。4.ではDVFB制御を保持するためのロバスト補償器の設計条件を示し、本手法の特徴をまとめる。5.では柔軟アーム実験装置を用いて位置制御系を設計し、実験による検証を行う。6.はまとめである。

また、本論文では $n$ 次の実数ベクトルを $\mathbf{R}^n$ 、 $n$ 行 $m$ 列の実数行列を $\mathbf{R}^{n \times m}$ 、 $n$ 行 $m$ 列の多項式行列を $\mathbf{F}^{n \times m}$ 、 $n$ 行 $m$ 列の有理関数行列を $\mathbf{M}^{n \times m}$ 、そして、システム $G$ の入力ベクトル $a$ から出力ベクトル $b$ までの伝達関数行列を $G_{ab}$ と記述する。

## 2. ロバストモデルマッチングの原理と構成

フィードバック制御系において、制御対象がノミナルな場合と制御対象が変動した場合の間の操作量、状態量、観測量の偏差は、ノミナルな制御対象を用いた制御系において制御対象の適当な位置に等価的に仮想的な外乱（等価外乱と呼ぶ）が加えられて生じたものと考えることができる。ロバストモデルマッチングの原理は、この等価外乱を打ち消すような信号を発生するロバスト補償器を、既存の制御系に付加することによって、目標値応答特性を変えずにロバスト性を向上させることである<sup>10),11)</sup>。

ロバストモデルマッチングによる制御系の構成図をFig.1に示す。各システムの伝達関数表現は制御対象を $P$ 、既存の制御器を $C$ 、ロバスト補償器を $R$ 、ロバスト補償器を含まない既存の制御系全系を $W$ 、ロバスト補償器を含む制御系全系を $W^R$ と表わす。各信号の意味は、 $r \in \mathbf{R}^m$ は目標値入力、 $u \in \mathbf{R}^m$ は操作量、 $y \in \mathbf{R}^s$ は制

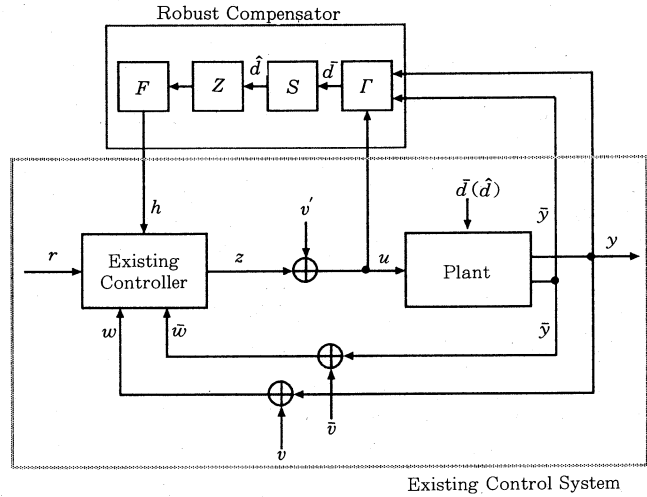


Fig. 1 Control system via the Robust Model Matching

御量、 $\bar{y} \in \mathbf{R}^s$ は制御量以外の観測量、 $v \in \mathbf{R}^m$ 、 $\bar{v} \in \mathbf{R}^s$ はそれぞれ $y$ 、 $\bar{y}$ に加わる仮想的な入力信号、 $w \in \mathbf{R}^m$ 、 $\bar{w} \in \mathbf{R}^s$ は既存の制御器へのフィードバック入力、 $z \in \mathbf{R}^m$ は既存の制御器の出力信号、 $v' \in \mathbf{R}^m$ は $z$ に加わる仮想的な入力信号、 $h \in \mathbf{R}^m$ はロバスト補償器の出力信号である。 $h$ の既存の制御器への入力点は、 $C_{hz}$ が逆行列を持ち、 $C_{hz}^{-1}$ が行プロバな多項式行列で、その行列式が $C$ の特性式となるように選ぶ。 $\bar{d}$ 、 $\hat{d}$ は等価外乱で、 $\bar{d}(\hat{d})$ は $\bar{d}$ と $\hat{d}$ のどちらかが制御対象に加わる様子を示す。また、 $y$ と $\bar{y}$ 、 $w$ と $\bar{w}$ 、 $v$ と $\bar{v}$ を合成したベクトルをそれぞれ $y^*$ 、 $w^*$ 、 $v^*$ のように表わす。たとえば、 $y^* = [y^T, \bar{y}^T]^T$ である。

制御対象が最小位相系である場合の、標準的なロバスト補償器の構成要素の役割と設計手法について述べる。まず、 $P_{uy^*}$ は次のように左分解できる。

$$P_{uy^*} = D_P^{-1} N_{uy^*} \quad (1)$$

ここで、 $N_{uy^*} \in \mathbf{F}^{(m+s) \times m}$ 、 $D_P \in \mathbf{F}^{(m+s) \times (m+s)}$ 。 $D_P$ は行プロバでその行列式は制御対象の特性多項式となる。 $D_P^{-1}$ への入力信号を基底等価外乱 $\bar{d} \in \mathbf{R}^{m+s}$ と呼ぶ。すなわち、次式が成り立つ。

$$P_{\bar{d}y^*} = D_P^{-1} \quad (2)$$

Fig.1のロバスト補償器の構成要素、 $\Gamma \in \mathbf{F}^{(m+s) \times (2m+s)}$ は、 $y^*$ 、 $u$ から $\bar{d}$ を推定する要素で、(1)式の多項式によって次式のように構成する。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} D_P & -N_{uy^*} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$S \in \mathbf{R}^{p \times (m+s)}$ は推定された基底等価外乱から、打ち消したい $p$ 個の等価外乱を生成する要素である。この等価

外乱を  $\hat{d} \in \mathbf{R}^p$  と表わす。  $Z \in \mathbf{M}^{m \times p}$  は  $\hat{d}$  をゼロイングにより打ち消す要素で、次式を満たす。

$$W_{\hat{d}y} + W_{hy}Z = 0 \quad (4)$$

ここで、  $W_{hy}$  は逆行列を持ち  $Z = -W_{hy}^{-1}W_{\hat{d}y}$  となる。  $Z$  の極は  $W_{hy}$  と  $W_{\hat{d}y}$  の極が互いに相殺し、  $W_{hy}$  の零点、すなわち  $P_{uy}$  の零点のみとなる。最小位相系の仮定から  $Z$  は安定である。  $F \in \mathbf{M}^{m \times m}$  はロバストフィルタと呼ばれ、安定で、ロバスト補償器を含めた制御器全体がプロパであるように定める。  $F$  のバンド幅によってロバスト補償器の効果のある周波数帯を指定できる。

$\Gamma$  は基底等価外乱  $\bar{d}$  を推定するオブザーバの機能を持つため、ロバスト補償器全体が目標値から不可制御になり、ロバスト補償器を付加しても既存の制御系の目標値応答を保つ結果となる。このことは、制御対象が設計に用いたノミナルなモデルの場合には (3) 式で推定される  $\bar{d}$  が 0 となり、これに従いロバスト補償器の出力も 0 となることから定性的に理解できる。

また、ロバスト補償器が目標値から不可制御であるので、ロバスト補償器付加後の制御系の安定性はロバスト補償器の安定性に従う。ロバスト補償器の各要素は、  $\Gamma$ 、  $S$  がダイナミクスを持たず、  $Z$ 、  $F$  が安定であるので、ロバスト補償器は全体で安定となり、ロバスト補償器付加後の制御系の安定性が保証される。

### 3. Collocation 系の記述

本論文では次の力学系 2 階微分方程式によって表わされる柔軟構造物を制御対象とする。

$$\begin{aligned} M\ddot{q} + L\dot{q} + Kq &= Vu \\ y &= V^T q \\ \bar{y} &= V^T \dot{q} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、  $q \in \mathbf{R}^n$  は位置や角度の変位、  $u \in \mathbf{R}^m$  はアクチュエータから加えられる力やトルクの操作入力、  $y, \bar{y} \in \mathbf{R}^m$  (したがって  $s = m$ ) はそれぞれ、センサから得られる変位、速度である。  $M \in \mathbf{R}^{n \times n}$  は慣性を表わす正定対称行列、  $L, K \in \mathbf{R}^{n \times n}$  はそれぞれ減衰、剛性を表わす半正定対称行列、  $V \in \mathbf{R}^{n \times m}$  はアクチュエータの配置によって決まる列最大ランクを持つ行列である。ここでは、センサとアクチュエータを同位置に配置する collocation が成り立っていると仮定しているので、センサの配置を示す行列は  $V^T$  と表わされる。また、  $L, K, V$  は次のランク条件を満足していると仮定する。

$$\text{rank}[L, V] = \bar{n} \quad (6)$$

$$\text{rank}[K, V] = \bar{n} \quad (7)$$

(5) 式の系は collocation 系であるので最小位相系で

あること<sup>14</sup>、  $V$  が列最大ランクを持つことから (5) 式の  $u$  から  $y$  までの伝達関数行列は正則であること、そして、(6)、(7) 式が成立する場合、(5) 式の系の剛体モードは可制御可観測であることがいえる<sup>14</sup>。もし、弾性振動に可制御可観測ではないモードがあっても、低次元化においてそのモードを切り捨てることができる。ここでは (5) 式が剛体モード、振動モードを含め可制御可観測であると仮定する。

### 4. DVFB 制御を保持するロバスト補償器

(5) 式の制御対象に対して系の安定性を保証する制御則に、アクチュエータに同置されたセンサにより測られる物理量を、直接ネガティブフィードバックする collocated feedback 制御がある<sup>7,15</sup>。collocated feedback 制御を Fig. 1 の形式で伝達関数表現すると、次式のように表わせる。

$$[C_{rz}, C_{wz}, C_{\bar{w}z}, C_{hz}] = [F_D, -F_D, -F_V, I_m] \quad (8)$$

ここで  $F_D, F_V \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 。 (6)、(7) 式が成り立ち、  $F_D, F_V$  が正定対称行列であるとき、システムパラメータやフィードバックパラメータの値に関わらず閉ループ系の安定性が保証される (DVDFB 制御)。また、このときの速度フィードバックは弾性振動に対する減衰付加による振動抑制効果を持ち、DVFB 制御と呼ばれる。一般に、collocated feedback 制御のみでは、例えばステップ状の外乱の除去特性を持たないなど、低感度特性が十分ではない。本節では、collocated feedback 制御の制振効果を残しつつ低感度特性を補う制御器としてロバスト補償器を用いることを考え、DVFB 制御を保持するためのロバスト補償器の設計条件を定理として示す。まず、定理の証明で用いる伝達関数行列の関係式を補題として示したあと、この定理を示す。

**【補題 1】** Fig. 1 のロバスト補償器を含まない制御系において次の伝達関数行列の関係式が成立する。

$$W_{hy} = P_{uy}(I_m - C_{wz}P_{uy} - C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}})^{-1}C_{hz} \quad (9)$$

$$W_{vy} = P_{uy}(I_m - C_{wz}P_{uy} - C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}})^{-1}C_{wz} \quad (10)$$

$$W_{\bar{v}y} = P_{uy}(I_m - C_{wz}P_{uy} - C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}})^{-1}C_{\bar{w}z} \quad (11)$$

$$W_{\bar{d}y} = [I_m + W_{vy}, W_{\bar{v}y}]P_{\bar{d}y}^* \quad (12)$$

(証明) Fig. 1 の制御系の構成図から直接得られる。 ■

**【定理 1】** Fig. 1 の既存の制御系が collocated feedback 制御系であるとき、ロバスト補償器を含む制御系全系 (ロバストモデルマッチング系) が DVFB 制御を保持するための十分条件は、ロバスト補償器の要素  $S, F$  がそれぞれ次の式を満足することである。

$$(i) S = I_{2m} \quad (13)$$

$$(ii) F = fI_m \quad (14)$$

ここで、 $f$  は安定でプロパな有理関数。

(証明) DVFB 制御は (8) 式の  $C_{\bar{w}z}$  の部分である。ロバスト補償器を付加した後の制御器全体の伝達関数行列を  $C^R$  の記号で表わすと、 $C_{\bar{w}z}$  と  $C_{\bar{w}z}^R$  が等しければロバストモデルマッチング系が DVFB 制御を保持するといえる。以下では、実際に  $C_{\bar{w}z}^R$  を計算することによってこれを示す。

(13) 式は  $\hat{d}$  として  $\bar{d}$  のすべてを選択することを意味することから、

$$\hat{d} = \bar{d} \quad (15)$$

が成り立つので、(4) 式のゼロイングは

$$W_{\bar{d}y} + W_{hy}Z = 0 \quad (16)$$

と表わせる。(12)、(16) 式より

$$Z = -W_{hy}^{-1}W_{\bar{d}y} \\ = -[W_{hy}^{-1} + W_{hy}^{-1}W_{vy}, W_{hy}^{-1}W_{\bar{v}y}]P_{\bar{d}y*} \quad (17)$$

となる。ここで、(9)~(11) 式より

$$W_{hy}^{-1}W_{vy} = C_{hz}^{-1}C_{wz} \quad (18)$$

$$W_{hy}^{-1}W_{\bar{v}y} = C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z} \quad (19)$$

が成り立つので、 $Z$  は次式のように求められる。

$$Z = -[W_{hy}^{-1} + C_{hz}^{-1}C_{wz}, C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z}]P_{\bar{d}y*} \quad (20)$$

ロバスト補償器を  $R$  の文字で表わし伝達関数表現すると、(3)、(13)、(14)、(20) 式より

$$[R_{yh}, R_{\bar{y}h}, R_{uh}] \equiv FZSF \\ = -f[W_{hy}^{-1} + C_{hz}^{-1}C_{wz}, C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z}] \\ \times P_{\bar{d}y*}[D_P, -N_{uy*}] \quad (21)$$

となり、(2) 式の関係に留意すると、

$$P_{\bar{d}y*}[D_P, -N_{uy*}] = [I_{2m}, -P_{uy*}] \\ = \begin{bmatrix} I_m & 0 & -P_{uy} \\ 0 & I_m & -P_{u\bar{y}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

が成り立ち、(21) 式は次のように変形できる。

$$R_{yh} = -f[W_{hy}^{-1} + C_{hz}^{-1}C_{wz}] \quad (23)$$

$$R_{\bar{y}h} = -f \cdot C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z} \quad (24)$$

$$R_{uh} = f(W_{hy}^{-1}P_{uy} + C_{hz}^{-1}C_{wz}P_{uy} + C_{hz}^{-1}C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}}) \\ = fC_{hz}^{-1}((I_m - C_{wz}P_{uy} - C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}}) \\ + C_{wz}P_{uy} + C_{\bar{w}z}P_{u\bar{y}}) \\ = fC_{hz}^{-1} \quad (25)$$

したがって、 $C_{\bar{w}z}^R$  は次式のように求められる。

$$C_{\bar{w}z}^R = (I_m - C_{hz}R_{uh})^{-1}(C_{\bar{w}z} + C_{hz}R_{\bar{y}h}) \\ = (1-f)^{-1}(C_{\bar{w}z} - fC_{\bar{w}z}) \\ = C_{\bar{w}z} \quad (26)$$

これより、 $C_{\bar{w}z}$  と  $C_{\bar{w}z}^R$  が等しいことがいえ、ロバストモデルマッチング系が DVFB 制御を保持することが示された。■

本手法では、(13) 式で  $\hat{d}$  として  $\bar{d}$  のすべてを用いることを要求しているため、ある特定の等価外乱だけを  $\hat{d}$  として選び、そこからの低感度化を達成することはできない。したがって、 $f$  が設計者の調整しうる唯一のパラメータといえる。つぎに、 $f$  と制御系の特性の関係について考察する。

$W_{\bar{d}y}^R$  と  $W_{\bar{d}y}$  の間には次の関係がある。

$$W_{\bar{d}y}^R = (1-f)W_{\bar{d}y} \quad (27)$$

また、 $C_{rz}^R$ 、 $C_{wz}^R$  は定理 1 の証明と同様の計算から次式のように得られる。

$$C_{rz}^R = (1-f)^{-1}C_{rz} \quad (28)$$

$$C_{wz}^R = C_{wz} - f(1-f)^{-1}W_{\bar{v}y} \quad (29)$$

(27) 式において  $f$  を 1 に漸近させた場合、 $W_{\bar{d}y}^R$  が 0 に近づくことから、 $f$  のバンド幅は低感度特性を得る周波数帯を決めるパラメータである。一方、(28)、(29) 式において  $f$  を 1 に漸近させた場合、 $(1-f)^{-1} \rightarrow \infty$  となり、制御器  $C_{rz}^R$ 、 $C_{wz}^R$  のゲインが非常に高くなる。低い周波数帯域では問題ないが、柔軟構造物の制御では高次の振動モードの安定性のために高い周波数帯域でのハイゲインフィードバックは好ましくない。したがって、低周波帯域で 1 に近く、高周波帯域で 0 に近い周波数特性を持つ適切なバンド幅を持ったロバストフィルタ  $f$  の設計が、低感度特性と安定性を両立するために重要である。

## 5. 実験による検証

定理 1 の条件を満たすことによって保持される DVFB 制御の制振効果とロバストフィルタのバンド幅が制振効果へ与える影響を調べるため、片持ち柔軟アームを用い位置制御系を構成し、その実験結果を考察する。

### 5.1 実験装置

実験には参考文献 16) の片持ち柔軟アーム実験装置を使用した。Fig. 2 にその構成を示す。アームは地面と水平に回転し、回転方向のみに柔軟性を持つ。パーソナルコンピュータによる指令値  $u$  (操作量) は、D/A 変換器で電圧値に変換され、モータドライバ、DC モータ、ギアより構成される駆動部を介し、アーム部に回転トルクとして伝えられる。制御量の回転角度  $y$  はロータリエンコーダとカウンタによって計測され、角速度はその差分

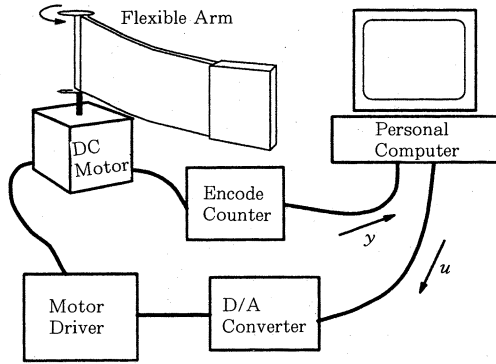


Fig. 2 Flexible arm experimental apparatus

より求める。制御器は連続系で設計したものをサンプリング周期 10 ms でサンプラと 0 次ホールドによって離散化し、C 言語によって実現した。

柔軟体であるアーム部と剛体である駆動部のモデルを別々に求め、この二つのモデルを合成することで実験装置全体のモデルを求めた。アーム部の線形モデルは Table 1 の物理定数をもとに、よく知られた 1 リンク柔軟アームのモデリングの方法によって得た<sup>17),18)</sup>。また、駆動部の動特性は周波数応答を測定し、そのボード線図より同定した。これら二つのモデルを合成したモデルの 5 次振動モードまでのパラメータを次式に示す。

Table 1 Parameters of the flexible arm

Item	Value (unit)
Stiffness, $EI$	39.2 (Nm <sup>2</sup> )
Payload, $M$	0.977 (kg)
Length, $l$	0.877 (m)
Mass distribution, $\rho$	2.178 (kg/m)

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & & m_{12} & & & \\ & & & & & \\ \hline & & & 1 & & 0 \\ & & m_{12}^T & & \ddots & \\ & & & 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = 6.241$$

$$m_{12} = [1.629, 2.085 \times 10^{-1}, 6.878 \times 10^{-2}, 3.363 \times 10^{-2}, 1.983 \times 10^{-2}]$$

$$L = \text{diag}(2.500 \times 10^2, 4.871 \times 10^{-1}, 3.464 \times 10^1, 3.247 \times 10^2, 1.367 \times 10^3, 3.945 \times 10^3)$$

$$K = \text{diag}(0, 1.218 \times 10^2, 8.661 \times 10^3, 8.118 \times 10^4, 3.418 \times 10^5, 9.863 \times 10^5)$$

$$V = [\sqrt{80}, 0, 0, 0, 0, 0]^T \quad (30)$$

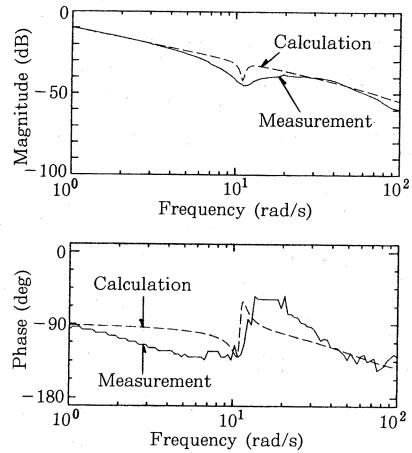


Fig. 3 Bode plot between  $u$  and  $y$  by measurement and calculation

ここで、アームの弾性振動の減衰率を 0.002 としている。 $u$  から  $y$  までのボード線図を Fig. 3 に示す。図の実線は実験装置の周波数応答を測定して得たもの、破線は (30) 式から計算で求めたものである。

### 5.2 設計

柔軟アームの位置制御系の設計に際し、目標角度 0.5 rad に 3 秒以内で整定することを目標とした。制御系設計用のモデルは、(30) 式中の剛体モードのみとした。これにより、振動 1 次モード以降は打ち切れ残余モードとなる。この制御対象に対して、DVFB 制御を保持する提案手法の効果を調べる。次に設計用モデルの伝達関数表現を示す。

$$P_{uy*} = \frac{\begin{pmatrix} 12.82 \\ 12.82 s \end{pmatrix}}{s(s+40.06)} \quad (31)$$

まず、collocated feedback 制御系を (8) 式によって構成する。(31) 式の制御対象の場合、collocated feedback 制御のフィードバック係数によって全制御系の極配置を指定できる。ここでは整定時間を 3 秒としたので制御系の主要極を  $-2$ 、もう一つの極を  $-2$  より小さく  $-100$  とし、目標値応答の規範モデルを次式のように決めた。

$$W_{ry} = \frac{200}{(s+2)(s+100)} \quad (32)$$

このモデルは次式の制御器によって実現される。

$$[C_{rz}, C_{wz}, C_{\bar{w}z}] = [15.60, -15.60, -4.833] \quad (33)$$

次に (31), (33) 式で構成される系を既存の制御系としてロバスト補償器を設計する。定理 1 の条件を満たす

ことによって保持される DVFB 制御の制振効果を調べるため、この条件を満足する場合 (case A と呼ぶ) と満足しない場合 (case B と呼ぶ) の 2 種類のロバスト補償器を設計する。

case A のロバスト補償器の設計パラメータ  $S$  を  $S_A$  とすると、定理 1 の (13) 式より  $S_A$  は

$$S_A = I_2 \tag{34}$$

である。同様に case B の  $S$  を  $S_B$  とし、 $\bar{d}$  に関する考察より次のように決めた。  $P_{\bar{d}y^*}$  は (31) 式より次のように得られる。

$$P_{\bar{d}y^*} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -(s+40.06) \\ s & 0 \end{bmatrix}}{s(s+40.06)} \tag{35}$$

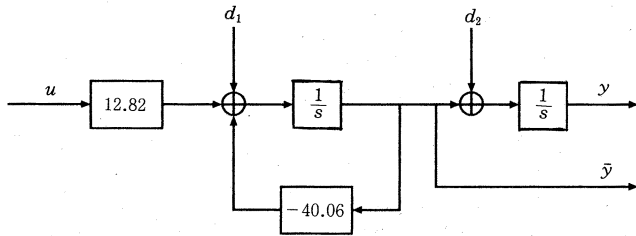


Fig. 4 Fundamental equivalent disturbances in block diagram

Fig. 4 は (35) 式における  $\bar{d} = [d_1, d_2]^T$  の入力点を表わした図である。Fig. 4 からわかるように  $d_1$  は入力トルク外乱と等しく、剛体モードのゲインの不確かさや、柔軟アームの弾性振動が剛体モードへ及ぼすトルクもこれに含まれる。 $d_2$  は角度  $y$  と角速度  $\dot{y}$  間に入力しており、 $y$  と  $\dot{y}$  の間にある積分器以外の不確定要素を表わす。本実験装置では  $\dot{y}$  を  $y$  の微分により推定しており、 $y$  と  $\dot{y}$  の間の不確定要素は小さく、 $d_2$  の大きさは  $d_1$  に比べ小さいと判断し、case B では  $d_1$  を選択することにした。よって  $S_B$  は次のようになる。

$$S_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{36}$$

また、ロバスト補償器のもう一つの設計パラメータであるロバストフィルタ  $F$  は、制御器全体をプロパにすること相対次数が 2 次必要であることから、次式のようにパラメトライズした。

$$F = \left( \frac{\alpha}{s+\alpha} \right)^2 \tag{37}$$

この場合、 $F$  はスカラーなので自動的に定理 1 の (14) 式を満足する。

こうして設計したロバスト補償器付加後の制御器全体の伝達関数は、case A のとき

$$\begin{bmatrix} C_{rz}^R, C_{wz}^R, C_{wz}^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{15.60s^2 + 31.21\alpha s + 15.60\alpha^2}{s(s+\alpha)}, \\ \frac{-(15.60 + 0.07802\alpha^2)s^2 - (31.21 + 7.958\alpha)\alpha s - 15.60\alpha^2}{s(s+\alpha)}, \\ -4.833 \end{bmatrix} \tag{38}$$

case B のとき

$$\begin{bmatrix} C_{rz}^R, C_{wz}^R, C_{wz}^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{15.60s^2 + 31.21\alpha s + 15.60\alpha^2}{s(s+\alpha)}, \\ \frac{-15.60s^2 - 31.21\alpha s - 15.60\alpha^2}{s(s+\alpha)}, \\ \frac{-4.833s^2 - (9.665 + 0.07802\alpha)\alpha s - 7.958\alpha^2}{s(s+\alpha)} \end{bmatrix} \tag{39}$$

である。case A の  $C_{wz}^B$  と (33) 式の  $C_{wz}$  が一致しており、DVFB 制御がロバスト補償器付加後も保存されているのがわかる。

### 5.3 実験結果

Fig. 5~7 に  $\alpha$  を 5, 10, 30 としたときのステップ目標値応答を示す。図中には、制御対象がノミナルの系、collocated feedback 制御系 (DVDFB と記した)、case A の系、case B の系の応答と、それらの過渡期の拡大図を示している。

ロバストフィルタのバンド幅を柔軟アームの第 1 振動モードの振動周波数 (約 15 rad/s) よりもやや狭く設定し、 $\alpha = 10$  とした場合、case A の応答はノミナルの系の応答に近く、振動も collocated feedback 制御と同程

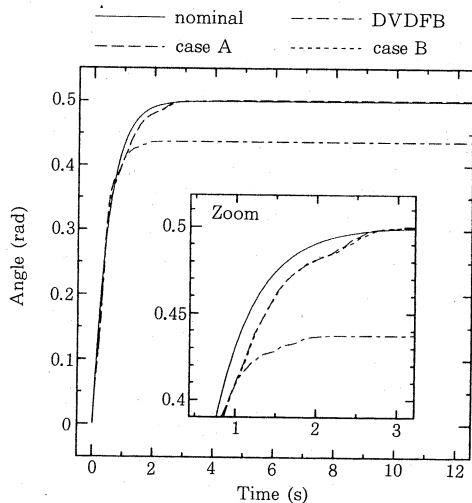


Fig. 5 Step responses to 0.5 radian reference input in the case  $\alpha = 5$

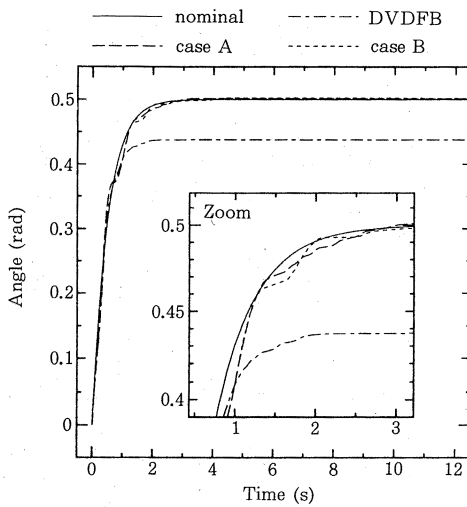


Fig. 6 Step responses to 0.5 radian reference input in the case  $\alpha = 10$

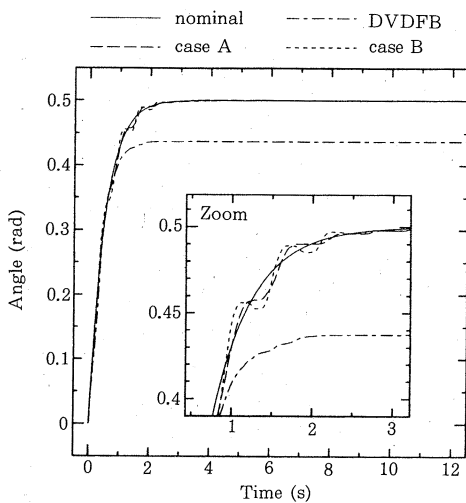


Fig. 7 Step responses to 0.5 radian reference input in the case  $\alpha = 30$

度しか生じていない。DVDFB 制御を保持しない case B では、case A に比べ大きな振動を生じており、提案したロバスト補償器の設計条件の有効性が明らかである。

$\alpha = 5$  では、ロバストフィルタのバンド幅が  $\alpha = 10$  よりも狭いため、過渡応答のロバスト性が  $\alpha = 10$  の応答に比べ劣っている。Fig. 8 は (32) 式と同じ目標値応答を持つように設計した 1 型の DVDFB 制御系の応答であるが、ノミナルと比べ過制動な応答になっている。

一方、 $\alpha = 30$  では応答が振動的になっている。これは、ロバストフィルタのバンド幅を広げたことによって、柔軟アームの第 1 振動モードの振動周波数で制御器  $C_{\omega z}^R$  がハイゲインになったためと考えられる。

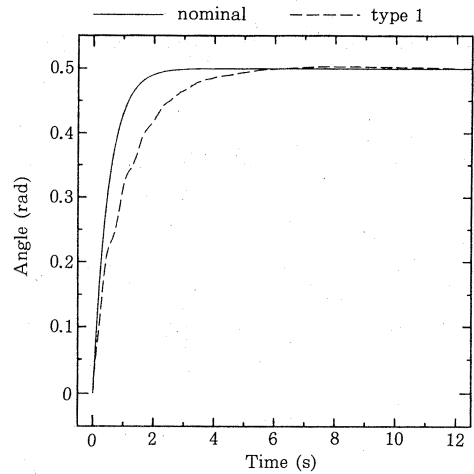


Fig. 8 Step responses to 0.5 radian reference input in the case of type 1

したがって、低感度性と制振性の両立のためには、定理 1 の設計条件だけではなく、ロバストフィルタのバンド幅を適切に設定することも重要である。

## 6. おわりに

本論文では、collocated feedback 制御による弾性振動の抑制機能と同時に、低感度特性を実現するためのロバストモデルマッチングの設計条件を示した。また、1 リンク柔軟アームを用いた実験を行い、本手法の有効性を示した。

実験では簡単のため剛体モードのみを制御対象の設計用モデルとしたが、本手法は振動モードを含んだモデルにも適用可能である。また、本手法によって得られる制御系は、collocated feedback 制御系にロバスト補償器を付加する構造を持つため、既存の collocated feedback 制御系を利用できる。

最後に、本研究で使用した柔軟アーム実験装置を製作された室蘭工業大学の橋本幸男先生に感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 西村: 宇宙における柔軟構造物の動向; 計測と制御, Vol. 26, No. 10, pp. 829~834 (1987)
- 2) M. J. Balas: Trends in Large Space Structure Control Theory: Fondlest Hopes, Wildest Dreams; IEEE Trans. on Auto. Contr., Vol. AC-27, No. 3, pp. 522~535 (1982)
- 3) M. G. Safonov, R. Y. Chiang and H. Flashnar:  $H^\infty$  Robust Control Synthesis for a Large Space Structure; Proc. American Control Conference, pp. 2038~2045 (1988)
- 4) 柏瀬, 黒田:  $H_\infty$  最適制御理論による柔軟宇宙構造物の姿勢制御; 第 1 回ロバスト制御研究会資料, pp. 1~10 (1989)
- 5) 木田, 池田, 山口: 高域遮断特性をもたせた最適レギュレータとその大型宇宙構造物の制御への応用; 計測自動制御学会論文集, Vol. 25, No. 4, pp. 448~454 (1989)

- 6) M.J. Balas : Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structures ; J. Guidance and Control, Vol. 2, No. 3, pp. 252~253 (1979)
- 7) 梶谷, 池田, 木田 : Collocated Feedback による宇宙構造物の最適制御 ; 計測自動制御学会論文集, Vol. 25, No. 8, pp. 882~888 (1989)
- 8) 土屋, 柏瀬 : 大規模宇宙構造物 (LSS) の制御 ; 計測と制御, Vol. 26, No. 10, pp. 855~862 (1987)
- 9) 土屋, 柏瀬, 真鍋 : 柔軟衛星の姿勢制御 ; 計測と制御, Vol. 24, No. 5, pp. 410~416 (1985)
- 10) 田川 : モデルマッチングとロバスト制御 ; コンピュータロ-ル, Vol. 13, コロナ社, pp. 53~58 (1986)
- 11) 柴坂 : ロバスト制御 ; 精密工学会誌, Vol. 56, No. 6, pp. 1014~1019 (1990)
- 12) 矢部, 三宅, 柴坂, 田川 : ロバストモデルマッチングによるビデオディスクプレーヤのフォーカサーボ系設計 ; 計測自動制御学会論文集, Vol. 27, No. 10, pp. 1159~1166 (1991)
- 13) 田島, 田川 : ロバスト・モデルマッチングによるテープ速度, 張力の制御 ; 第15回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, pp. 313~318 (1992)
- 14) 池田 : 制御系における零点 [Ⅲ] システム構造と零点 ; 計測と制御, Vol. 29, No. 5, pp. 441~448 (1990)
- 15) 木田, 山口, 千田 : Collocated Feedback を利用した宇宙構造物の制御系設計 ; 第21回制御理論シンポジウム資料, pp. 127~130 (1992)
- 16) 橋本, 土谷 : フレキシブルアームによる懸垂物の移動制御 ; 日本ロボット学会誌, Vol. 10, No. 2, pp. 226~233 (1992)
- 17) 嘉納 : 集中と分布 [Ⅳ]—近似モデリングの方法— ; 計測と制御, Vol. 26, No. 11, pp. 968~976 (1987)
- 18) 嘉納 : フレキシブルアームの分布定数系モデル ; 日本ロボット学会誌, Vol. 6, No. 5, pp. 430~435 (1988)