

DVFB 制御を保持するロバストモデルマッチングの 拡張*

花島 直彦**・疋田 弘光**・山下 光久**

An Extension of The Robust Model Matching Keeping DVFB Control*

Naohiko HANAJIMA**, Hiromitsu HIKITA** and Mitsuhsa YAMASHITA**

1. はじめに

柔軟宇宙構造物などの姿勢制御では、弾性振動に起因する不安定現象を抑制しながら、精度良く目標方向へ指向制御することが要求される。このような制御に対し、ロバスト制御の立場から様々な研究があり、筆者らも DVFB (Direct Velocity FeedBack) 制御とロバストモデルマッチング (以下, RMM) を併用する手法を示している¹⁾。

この手法は制御対象がフルランクであることを仮定している。ところが、制御系設計用モデルの剛体モードと振動モードの数よりもアクチュエータの数が多い場合にはこの仮定が成り立たない。ますます大規模化する宇宙構造物の制御のためにこの制限の緩和が望まれる。本速報では、この仮定が成り立たなくなるときの条件を示し、制限を緩和するための新たな手法を提案する。

以下では、 n 次の実数ベクトルを \mathbf{R}^n , n 行 m 列の実数行列を $\mathbf{R}^{n \times m}$, n 行 m 列の多項式行列を $\mathbf{F}^{n \times m}$, n 行 m 列の有理関数行列を $\mathbf{M}^{n \times m}$, システム G の入力ベクトル a から出力ベクトル b までの伝達関数行列を G_{ab} , n 次の単位行列を I_n , 行列 A の転置を A^T と記述する。

2. DVFB 制御を保持する RMM

2.1 制御対象

本手法では制御対象を以下のようにおく²⁾。

$$A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = \Psi^T u + e \quad (1)$$

$$y_p = \Psi q \quad (2)$$

$$y_r = \Psi \dot{q} \quad (3)$$

ここで、 $q \in \mathbf{R}^{n_q}$ は剛体モード、柔軟モードからなるベクトル、 $u \in \mathbf{R}^m$ はアクチュエータのトルク、 $y_p, y_r \in \mathbf{R}^m$

はそれぞれセンサから得られる変位、速度、 $e \in \mathbf{R}^{n_q}$ は概念上の入力、 A は慣性を表す正定行列、 B, C はそれぞれ粘性、剛性行列を表す準正定行列、 Ψ はアクチュエータの配置で決まるモード座標でフルランクとする。(2)、(3) 式はセンサとアクチュエータが同じ場所に配置されていることを表しており、これを collocation と呼んでいる。

2.2 従来法

RMM は既存の制御系に対し、ロバスト性向上のための付加制御器 (ロバスト補償器) を追加する設計法である。ロバスト補償器の構成の考え方は、制御対象の不確かさや特性変動が制御量と可測量に及ぼす影響を等価外乱という仮想的な外乱に起因するものととらえ、等価外乱の推定、打ち消しを行うというものである。

Fig. 1 に制御系の構成図を示す。 $r \in \mathbf{R}^m$ は目標値入力、 $h \in \mathbf{R}^m$ は既存制御器の適当な入力、 $v \in \mathbf{R}^m$, $\bar{v} \in \mathbf{R}^m$, $v' \in \mathbf{R}^m$ はそれぞれ信号 $y_p, y_r, z \in \mathbf{R}^m$ に加わる概念上の入力、 $\bar{d} \in \mathbf{R}^{2m}$ はすべての等価外乱を表しうる基本的な等価外乱、 $\hat{d} \in \mathbf{R}^l$ は実際に打ち消すべき等価外乱である。さらにここで、 $y^* = [y_p^T y_r^T]^T$, $w^* = [w^T \bar{w}^T]^T$,

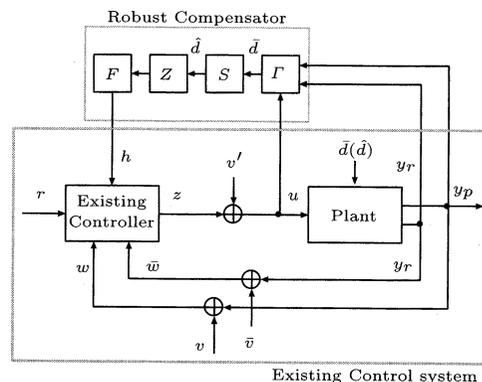


Fig. 1 Block diagram of the RMM system

* 原稿受付 1996年9月4日

** 室蘭工業大学 Muroran Institute of Technology; 27-1, Mizumoto-cho, Muroran city, Hokkaido 050, JAPAN

Key Words: robust model matching, DVFB control, collocated feedback, flexible structures.

$v^* = [v^T \bar{v}^T]^T$ を定義しておく. 各システムの伝達関数表現は制御対象を P , 既存制御器を C , 既存制御系を W , RMM の付加制御器であるロバスト補償器を R , C と R からなる制御器を RC , W と R からなる制御系全体を RW とする.

ロバスト補償器は, u , y_p , y_r から \bar{d} を推定する $\Gamma \in \mathbf{F}^{2m \times 3m}$, \bar{d} から \hat{d} を生成する $S \in \mathbf{F}^{l \times 2m}$, \hat{d} からのゼロイングを行う $Z \in \mathbf{M}^{m \times l}$, 制御器全体がプロバ性を満足するように付加するローパスフィルタ $F \in \mathbf{M}^{m \times m}$ で構成する. Γ は P_{uy^*} の多項式左分解から求められる. S は設計者が設定できる設計パラメータである. Z は次のゼロイングの条件式

$${}_R W_{\hat{d}y_p} = W_{\hat{d}y_p} + W_{hy_p} Z = 0 \quad (4)$$

を満たすように次のように決められる.

$$Z = -W_{hy_p}^{-1} W_{\hat{d}y_p} \quad (5)$$

F がダイナミクスを持つので, ロバスト補償器により厳密なゼロイングはできないが, $F(j\omega) \approx I_m$ である周波数帯では近似的にゼロイングが達成される. Γ がオブザーバの役割を果たすためロバスト補償器のモードは不可制御となる. 制御対象 P_{uy} が最小位相系の場合, Z は安定, 普通 S , F も安定であるように選ぶので, ロバスト補償器付加後の制御系全体では既存制御系の安定性が維持される.

既存制御系は y_p , y_r に対してそれぞれ負定のフィードバック行列で構成する. これは *collocated feedback* 制御と呼ばれ, 制御対象の正実性を利用し制御系の安定性を保証する. 特に速度 y_r のフィードバック行列 $C_{\bar{w}z}$ は DVFB 制御と呼ばれ, 柔軟構造物の減衰係数を全周波数帯にわたって増加する. ロバスト補償器の出力は C_{w^*z} の多項式左分解の分解点 h に入力する. *collocated feedback* 制御の場合 C_{hz} は逆行列を持つ定係数行列となる.

この制御系において, ロバスト補償器の要素 S , F が次の条件を満足するとき, ロバスト補償器の付加前後で $C_{\bar{w}z}$ のループ, すなわち DVFB 制御が不変となる.

$$S = I_{2m} \quad (6)$$

$$F = fI_m \quad (7)$$

ここで, 伝達関数 $f \in \mathbf{M}$ は適当な相対次数のローパスフィルタである. ローパスフィルタ f のバンド幅は, RMM 適用後の制御系の低感度帯域を調整するパラメータとなる. f のバンド幅内では低感度化のため制御系全体がハイゲインとなり, RMM 適用前に比べ振動が生じやすくなる. このため, f を調節する際に DVFB 制御の減衰効果を維持しておくことは, 見通しのよい設計のために

有効である.

2.3 従来法の制限

2.2 で示した従来法では (5) 式で $W_{hy_p} = P_{uy_p}(I - C_{w^*z}P_{uy^*})^{-1}C_{hz}$ が逆行列を持つことを仮定している. W_{hy_p} の P_{uy_p} 以外の因子は逆行列を持つので, この仮定は P_{uy_p} がフルランクであることに等価である.

(1)~(3) 式をラプラス変換してまとめると次のようになる.

$$q = L\Psi^T u + Le \quad (8)$$

$$y_p = \Psi L\Psi^T u + \Psi Le \quad (9)$$

$$y_r = \Psi s L\Psi^T u + \Psi s Le \quad (10)$$

ここで $L \in \mathbf{M}^{n_q \times n_q}$ は次式の伝達関数行列である.

$$L \equiv (As^2 + Bs + C)^{-1} = Pe_q \quad (11)$$

(9) 式で, u から y_p までの伝達関数行列 $\Psi L\Psi^T$ が P_{uy_p} にあたる. この式からわかるように, Ψ が縦長の場合には P_{uy_p} はフルランクにならない. したがって, このとき従来法は適用不可能になる. 具体的には, アクチュエータの数が制御系設計モデルのモードの数より多い場合がこれに該当する.

3. 従来法の拡張

(5) 式において W_{hy_p} にあたる行列がフルランクではなくても右疑似逆行列を持てばゼロイングは達成可能である. このことに着目して従来法を拡張する. ここでは, y_p の代わりに制御対象の各モードの変位 q をゼロイングに用いる方法を提案する. このとき新たなゼロイングの条件式は次のようになる.

$$W_{\hat{d}q} + W_{hq} Z = 0 \quad (12)$$

以下に提案手法を具体的に示し, (6), (7) 式により DVFB 制御が保持できることを示す. さらに, この手法によって設計される制御系全体が既存制御系の安定性を維持することも示す.

3.1 提案手法

提案手法により導かれるロバスト補償器を示す. まず, 外乱推定器 Γ を構成する. Ψ が列フルランクであることに着目し, 次の正則な行列 $T \in \mathbf{R}^{m \times m}$ を定義する.

$$T \equiv [\Psi \bar{\Psi}] \quad (13)$$

ここで, $\bar{\Psi} \in \mathbf{R}^{m \times (m-n_q)}$ である. T を用いると, 制御対象の伝達関数行列 P_{uy^*} は $M \in \mathbf{F}^{2m \times 2m}$, $N \in \mathbf{F}^{2m \times m}$ によって次のような多項式行列分解形で表現できる.

$$P_{uy^*} = M^{-1}N \quad (14)$$

$$M \equiv \begin{bmatrix} L^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{m-n_q} & 0 & 0 \\ -sI_{n_q} & 0 & I_{n_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{m-n_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^{-1} & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$N \equiv \begin{bmatrix} \Psi^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで, $\det(M)$ はシステムの特性多項式の実数倍となる. Γ は M, N を用いて次のように構成できる.

$$\Gamma = [M \quad -N] \quad (17)$$

つぎに, ゼロイング要素 Z を導出する. (14) 式の分解形より制御対象の伝達関数行列 $P_{\bar{d}y^*}$ は次のようになる.

$$P_{\bar{d}y^*} = M^{-1} \quad (18)$$

$$= \begin{bmatrix} \Psi L & \bar{\Psi} & 0 & 0 \\ \Psi_s L & 0 & \Psi & \bar{\Psi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

それぞれのブロック行列に等価外乱 d_1, d_2, d_3, d_4 を対応させて, $\bar{d} = [d_1^T \ d_2^T \ d_3^T \ d_4^T]^T$ とおく. また, (9), (10), (19) 式より $e = d_1$ である. それぞれの等価外乱から q までの伝達関数行列は次のようになる.

$$W_{d_1q} = (L^{-1} - \Psi^T(C_{wz} + C_{\bar{w}z}s)\Psi)^{-1} \quad (20)$$

$$= W_{eq} \quad (21)$$

$$W_{d_2q} = W_{eq}\Psi^T C_{wz}\bar{\Psi} \quad (22)$$

$$W_{d_3q} = W_{eq}\Psi^T C_{\bar{w}z}\Psi \quad (23)$$

$$W_{d_4q} = W_{eq}\Psi^T C_{\bar{w}z}\bar{\Psi} \quad (24)$$

$\Psi(\Psi^T\Psi)^{-1}$ が Ψ^T の右疑似逆行列であることに着目すると, W_{hq} の右疑似逆行列 W_{hq}^\dagger は

$$W_{hq}^\dagger = C_{hz}^{-1}\Psi(\Psi^T\Psi)^{-1}W_{eq}^{-1} \quad (25)$$

となり, ここで (6) 式を適用して $W_{\bar{d}q} = W_{\bar{d}q}$ とし, (21)~(25) 式を用いると, (12) 式を満たす Z は次のように計算できる.

$$Z = -W_{hq}^\dagger W_{\bar{d}q} \quad (26)$$

$$= -C_{hz}^{-1}\Psi(\Psi^T\Psi)^{-1} \begin{bmatrix} I & \Psi^T C_{wz}\bar{\Psi} & \Psi^T C_{\bar{w}z}\Psi & \Psi^T C_{\bar{w}z}\bar{\Psi} \end{bmatrix} \quad (27)$$

以上をまとめてロバスト補償器を構成する. T の逆行列を次のようにおく.

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} \Psi^\dagger \\ \bar{\Psi}^\dagger \end{bmatrix} \quad (28)$$

よって次式が成り立つ.

$$\Psi\Psi^\dagger + \bar{\Psi}\bar{\Psi}^\dagger = I_m \quad (29)$$

ロバスト補償器全体は, (7) 式を適用し (29) 式の関係などを利用すると, 以下のようになれる.

$$\begin{aligned} [R_{yph} \quad R_{yrh} \quad R_{uh}] &= FZS\Gamma \\ &= -fC_{hz}^{-1}\Psi(\Psi^T\Psi)^{-1} \\ &\quad [\Psi^T C_{wz} + W_{eq}^{-1}\Psi^\dagger \quad \Psi^T C_{\bar{w}z} \quad -\bar{\Psi}^T] \end{aligned} \quad (30)$$

3.2 DVFB 制御の保持

ロバスト補償器付加後の制御器全体の速度フィードバック部分 $RC_{\bar{w}z}$ は (30) 式を用いると次のようになる.

$$RC_{\bar{w}z} = (I_m - C_{hz}R_{uh})^{-1}(C_{\bar{w}z} + C_{hz}R_{yrh}) \quad (31)$$

$$= (I_m - f\Psi(\Psi^T\Psi)^{-1}\Psi^T)^{-1} \\ (I_m - f\Psi(\Psi^T\Psi)^{-1}\Psi^T)C_{\bar{w}z} \quad (32)$$

$$= C_{\bar{w}z} \quad (33)$$

既存制御器の $C_{\bar{w}z}$ が DVFB 制御であることより, $RC_{\bar{w}z}$ において DVFB 制御が保持されることがわかる.

3.3 制御系全体の安定性

ロバスト補償器を含む全体のフィードバック制御器の伝達関数行列は (33) 式と次式で与えられる.

$$RC_{wz} = C_{wz} - f(1-f)^{-1}\Psi(\Psi^T\Psi)^{-1}W_{eq}^{-1}\Psi^\dagger \quad (34)$$

これらを (21) 式に適用し, $\Psi^\dagger\Psi = I_m$ などに注意してまとめると, RC_{wz} は次式のように表せる.

$$RC_{wz} = (1-f)W_{eq} \quad (35)$$

C_{wz} , C_{hz} が定係数行列であることと (11), (21), (30) 式よりロバスト補償器の次数は f と等しく, その分の次数増加が (35) 式の $1-f$ にあたる. f は安定であるから, (35) 式より (30) 式のロバスト補償器の付加は既存制御系の安定性を変えないことがわかる.

4. おわりに

DVFB 制御を保持する RMM を拡張した. これによりアクチュエータの数が, 制御設計用モデルにおける剛体・柔軟モードの数よりも多い, 大規模な柔軟構造物の設計を行うことが可能になった.

参考文献

- 1) 花島, 栄坂, 柳田, 土谷, 田川: Collocated feedback 制御系のロバストモデルマッチングによる低感度化; システム制御情報学会論文誌, Vol. 7, No. 2, pp. 51-58 (1994)
- 2) S. M. Joshi: *Control of Large Flexible Space Structures*, Springer-Verlag (1989)