日本機械学会論文集(C編)
63巻615号(1997-11)

論文 No.96-1944

弾性関節を用いた6自由度RTS型パラレルプラットフォーム機構*
(運動分析および力釣合い方程式)

王 少 遅[*1], 疋田弘光[*2], 花島直彦[*2]
山下光久[*2], 趙 永 生[*3]

A 6 D.O.F. RTS Parallel Manipulator with Elastic Joints
(Kinematic Analysis and Force-Balance-Equation)

Wang SHAOCHI, Hiromitsu HIKITA, Naohiko HANAJIMA,
Mitsuhisa YAMASHITA and Zhao YONGSHENG

This paper is concerned with a novel type of small 6 D.O.F. RTS fully parallel manipulator with elastic joints. The elastic joints are used to realize highly precise operation of the manipulator. Rotary input is applied to drive six groups of four-bar linkages in this mechanism. We establish two displacement equtations of the mechanism and present the inverse kinematic analysis including the motion of four-bar linkages. The bending and torsional deformations of elastic joints are further investigated from the kinematic viewpoint of the mechanism. Then we derive elastic moments and torques for the case that the motion can be described by the linear model in the elastic deformation range. Finally, we obtain an equivalent force-balance-equation of the 6 D.O.F. parallel mechanism where all the elastic moments and torques and all the input torques and loads of the upper platform are included.

Key Words: Parallel Manipulator, Kinematic Analysis, Force-Balance-Equation, Elastic Joints, Error Compensation

1. 緒 言

パラレルメカニズムは高剛性, 高精度などの特徴をもっていて, いろいろな観点から研究されてきた[(1)~(8)]. 伝統的なパラレルスチュワートプラットフォーム機構は6自由度のSPS型動作を6本の油圧シリンダを伸縮して実現する. これに対して, Hudgens と Tesar は1988年に6-RTS型パラレルプラットフォーム機構の一種を提案した[(9)]. この機構では回転で動作入力を与えることができ, パラレル機構で重要な特性, 小型化, 軽量化, 高剛性, 高精度化などをいっそう進めることができる. 一方, 回転関節を弾性関節に置き換えた研究もある[(10)]. 従来からあるパラレルメカニズムと弾性関節を組合せることにより, プラットフォーム機構をさらに簡単な構造にすることができる. ここで検討する新型パラレルメカニズムは上側プラットフォームと下側プラットフォームが図1のような弾性関節をもつリンク6本で結合されている(図2). したがって, この機構では関節に他の可動関節のような間隙誤差が存在しないので, 高い精度が保たれる. また, これらのリンクを駆動するモータは下側プラットフォームの裏に配置され全体のコンパクトさ

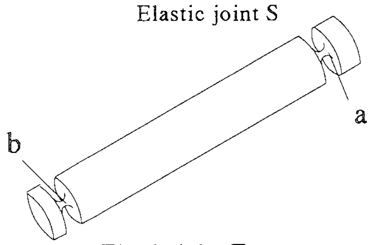

Fig. 1 A link with elastic joints

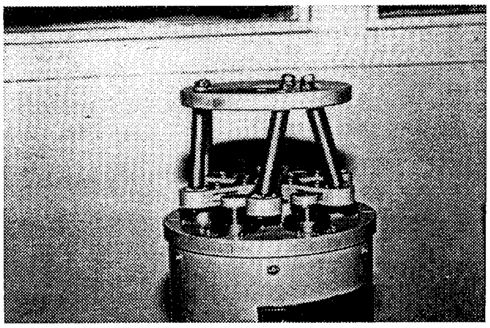

Fig. 2 6-RTS parallel platform mechanism with elastic joins

* 原稿受付 1996年12月24日.
*1 准員, 室蘭工業大学大学院(〒050 室蘭市水元町27-1).
*2 正員, 室蘭工業大学機械システム工学科.
*3 中国燕山大学機械工程学院(〒066004 中国河北省秦皇島市河北大街西段169号).

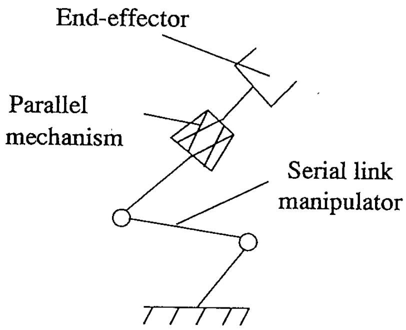

Fig. 3　A conceptional sketch of compensator

は失われない．結局，ここで対象とする機構はパラレルメカニズムの特性と弾性関節の長所を合せもつコンパクトなプラットフォーム機構といえる．

この機構は，パラレルメカニズムの特性を保持しながら，小さな動作範囲内で極めて高い精度で位置，姿勢決めを行う場合に広く利用できる．一例として，位置と姿勢誤差をハード的に補償する装置として用いることができよう．例えば，図3の概念図に示すようにロボットのエンドエフェクタにこのパラレルプラットフォーム機構を置き，上側プラットフォームを駆動することにより，ロボットのエンドエフェクタの位置と姿勢を微妙に調整できる．したがって，ロボット動作の精度を向上する上で極めて有効である．

弾性関節を用いた上記の新型パラレルプラットフォーム機構の理論的な解析は現在のところ十分には行われていない．この解析は適切な特性をもつ機構を設計，製作する上で重要である．本論文では位置方程式を形成し，上側プラットフォームからてこクランク機構までを含めた運動分析を行い，全体の逆運動学公式を導く．また，弾性関節が弾性変形範囲にあるとき，つまり，線形モデルが成り立つ条件の下で，弾性関節の運動および弾性モーメントを明らかにし，弾性モーメントを含む力釣合い方程式を導く．

2. 対象とするパラレルプラットフォーム機構の構造

図2に示すように，6本の定長リンクによって，上側プラットフォームと下側プラットフォームが組合されている．下側プラットフォームには6グループのてこクランク機構がある(後で考察する図7はその1グループである)．そして，図7の A_i を回転軸とする6つのモータの入力をそれぞれ独立に制御することで，それぞれ独立なクランク運動を発生することができる．これらのてこクランク機構の出力は6本の定長リンクを駆動することになる(図4の下側プラットフォームの簡略平面図参照．立体的な図は図8に示してある)．これらのリンク両端の弾性関節は図1のようなくぼみ形を示している．下側プラットフォームのくぼみ形弾性関節は弾性ラック継手といわれ(弾性関節 T)，上側プラットフォームのくぼみ形弾性関節は弾性回転対偶といわれる(弾性関節 S)．

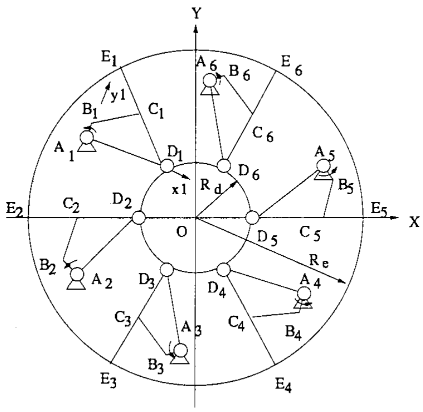

Fig. 4　A sketch of base platform

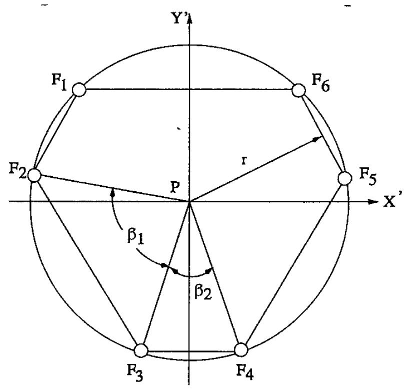

Fig. 5　A sketch of upper platform

3. 逆運動学分析

3・1　パラレルプラットフォーム機構における位置方程式および逆運動学分析　弾性関節 T は下側プラットフォームの簡略平面図のように配置され(図4の E_i 点)，関節 S は上側プラットフォームに簡略平面図のように配置されている(図5の F_i 点)．

位置方程式：

$$(X_{F_i}-X_{E_i})^2+(Y_{F_i}-Y_{E_i})^2+Z_{F_i}^2=L_2^2 \quad (i=1,\cdots,6) \qquad (1)$$

$$(X_{E_i}-X_{D_i})^2+(Y_{E_i}-Y_{D_i})^2=(R_e-R_d)^2 \quad (i=1,\cdots,6) \qquad (2)$$

より，任意の点 E_i の位置を得る．ここで各記号は次を意味する．

L_2：6本の定長リンクの長さ

R_e：下側プラットフォームの半径
R_d：第1対偶が分布している円の半径
D_i：定座標系 ΣO$-XYZ$ における下側プラットフォームの第1対偶 R の座標を表し，$D_i=\{X_{Di}, Y_{Di}, Z_{Di}\}^T$ である
E_i：定座標系 ΣO$-XYZ$ における下側プラットフォームの弾性関節 T の座標を表し，$E_i=\{X_{Ei}, Y_{Ei}, Z_{Ei}\}^T$ である
F_i：定座標系 ΣO$-XYZ$ における上側プラットフォームの弾性関節 S の座標を表し，$F_i=\{X_{Fi}, Y_{Fi}, Z_{Fi}\}^T$ である

(R_e-R_d) はつまり E_iD_i の長さである．ベクトル $F_i=\{X_{Fi}, Y_{Fi}, Z_{Fi}\}^T$ は座標変換により

$$F_i=[T]f_i+P \quad \cdots\cdots(3)$$

となる．$f_i=\{X_{fi}, Y_{fi}, Z_{fi}\}^T$ は弾性関節 S の座標を動座標系で表示するベクトルで，$P=\{X_P, Y_P, Z_P\}^T$ は定座標系 ΣO$-XYZ$ における上側プラットフォームの中心の座標である．$[T]$ は次式で与えられる．

$$[T]=\begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi-s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi+s\phi s\psi \\ s\phi c\theta & s\phi s\theta s\psi+c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi-c\phi s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(4)$$

ここで，上側プラットフォームの中心位置 P の姿勢を θ, ϕ, ψ で表している．また，s と c はそれぞれ sin, cos を表す．

本節で求めた式より，パラレルプラットフォーム機構の逆運動学分析を得ることができる．つまり，出力 $\{X_P, Y_P, Z_P, \theta, \phi, \psi\}^T$ から図6に示すような入力 $\{\alpha_1, \cdots, \alpha_6\}^T$ を求めることができる．図6では角 α_i が α_i' のとき E_i が E_i' に移動し，α_i'' のとき E_i'' に移動することを示している．ただ，方程式(1)と(2)を求める過程で一意的でない解がでる場合もある．この場合は剛性リンク E_iD_i の任意時刻での運動の連続性と唯一性によって，不必要な解を除くことができる．

3・2 てこクランク機構における位置方程式および逆運動学分析 3・1節で定義された α_i はてこクランク機構から見るとその出力になっている．次にてこクランク機構における出力から入力を求めてみよう．このクランク機構は6グループが図4のように配置されている．このクランク機構への動作入力はモータによって与えられる．

逆運動学分析は複素数ベクトル法を用いて方程式を得る．i 番目のてこクランク機構を図7のように簡略に示す．次の方程式

$$ae^{j\delta_{1i}}+be^{j\delta_{2i}}=d+ce^{j\delta_{3i}} \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(5)$$

が成立するので δ_{3i} から δ_{1i} が得られる．a はクランク A_iB_i の長さ，c はてこ D_iC_i の長さである．b は B_iC_i, d は A_iD_i の長さを表す．任意時刻 t の δ_{3i}^t から零時刻の δ_{3i}^0 を引くことにより

$$\alpha_i=\delta_{3i}^t-\delta_{3i}^0 \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(6)$$

として下側プラットフォーム機構の入力角度を導くことができる．また，

$$\gamma_i=\delta_{1i}^t-\delta_{1i}^0 \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(7)$$

はてこクランク機構への入力角度，すなわち，モータの出力角度である．

3・3 機構全体の逆運動学分析 プラットフォーム機構における上側プラットフォームの6次元速度は次の式に従って6つの一般化入力速度より求められる．

$$V_P=[G_q^P]\dot{q} \quad \cdots\cdots(8)$$

マトリックス $[G_q^P]$ は1次運動影響係数マトリックスといわれている(11)．$V_P=\{\omega_{Px}, \omega_{Py}, \omega_{Pz}, v_{Px}, v_{Py}, v_{Pz}\}^T$ は上側プラットフォームの6次元速度で，$\dot{q}=\{\dot{q}_1,\cdots,\dot{q}_6\}^T$ は一般化入力速度といい，つまり，$\dot{q}=\dot{\alpha}=\{\dot{\alpha}_1,\cdots,\dot{\alpha}_6\}^T$ である．3・2節で検討された結果を用い，一般化座標系からてこクランク機構の入力角速度への変換を次式で表す．

$$\dot{q}=[G_\gamma^q]\dot{\gamma} \quad \cdots\cdots(9)$$

$\dot{\gamma}=\{\dot{\gamma}_1,\cdots,\dot{\gamma}_6\}^T$ はてこクランク機構への入力速度である．したがって，

$$[V_P]=[G]\dot{\gamma} \quad \cdots\cdots(10)$$

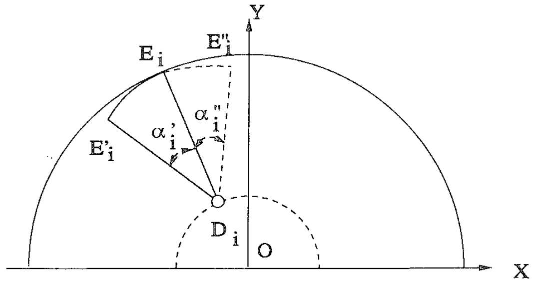

Fig. 6 Input of parallel platform mechanism

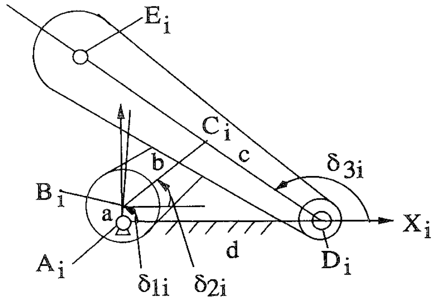

Fig. 7 A sketch of four-bar linkage

ここで，$[G]=[G_q^P][G_\gamma^q]$ は全機構の一次運動総合影響係数マトリックスと定義される．$[G_\gamma^q]$ は次の式を表している．

$$[G_\gamma^q]=\begin{bmatrix} M_1 & & O \\ & \ddots & \\ O & & M_6 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(11)$$

ここで，M_i は次式で得られる．

$$M_i=A_{21}^i\sin\delta_{1i}+A_{22}^i\cos\delta_{1i} \quad (i=1,\cdots,6) \cdots(12)$$

ただし，$t_1=b/a$, $t_2=c/a$ と置くと，A_{21}^i と A_{22}^i は

$$\begin{bmatrix} A_{11}^i & A_{12}^i \\ A_{21}^i & A_{22}^i \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -t_1\sin\delta_{2i} & t_2\sin\delta_{3i} \\ -t_1\cos\delta_{2i} & t_2\cos\delta_{3i} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$(i=1,\cdots,6) \cdots\cdots(13)$$

より求められる．

式(10)より次式が成立する．

$$\dot{\gamma}=[G]^{-1}V_P \cdots\cdots(14)$$

以上より，上側プラットフォームの運動を規定すれば，これを実現する $\dot{\gamma}$ を求めることができる．つまり，この機構に要求されるクランクの入力速度が求められる．

4. パラレルプラットフォーム機構における力釣合い方程式

ここでは，弾性モーメントと各入力トルクおよび外負荷を含む力釣合い方程式を導く．求められる各駆動トルクは，モータおよびコントローラの選定条件の参考にもなる．

6-RTSパラレルプラットフォーム機構は図2のように弾性関節をもつ6つのリンクを用いているので，伝統的な関節がもっている間隙が存在せず，位置決め，姿勢保持の精度が高い．しかし，弾性変形と弾性モーメントが存在しない伝統的な関節と異なり，駆動トルクを求める場合およびプラットフォームの力釣合い方程式をたてるときに，この弾性モーメントを無視することができない．したがって，ここでは弾性関節の実際的な運動状態における，弾性曲げ角と弾性ねじり角を求め，さらにそれぞれのリンクの弾性関節の運動および弾性モーメントを明確にする．また，線形条件の下で仮想仕事の原理に基づいて一般化座標系で等価トルクを求め，最後に，力釣合い方程式を導出する．

4·1 上側のプラットフォームにおける外力の等価トルク T_q^A 上側プラットフォームに慣性力および外界からある力とモーメントが作用すると仮定し，問題を単純化して，これらは質点 P に作用しているとすると，$F_P=\{T_{Px}, T_{Py}, T_{Pz}, f_{Px}, f_{Py}, f_{Pz}\}^T$ のような6次元ベクトルで表すことができる．ただし，T は3次元モーメントベクトルで，f は3次元力ベクトルである．この6次元ベクトルは一次運動影響係数を直接かければ，次式のように6つの原動節における等価トルクが得られる．

$$T_q^A=[G_q^P]^T F_P \cdots\cdots(15)$$

ここで，T_q^A は6次元外力を上側プラットフォームから一般化座標系に変換した等価トルク列ベクトルである[11]．

4·2 弾性モーメントの等価トルク T_q^k

4·2·1 弾性変形 ある一つのリンク i を取る．また，以下では i の添字を省略する．

（a） 弾性曲げ角 それぞれのリンクは図8のように三つの剛性部で示される．これらを L_{21}, L_{22}, L_{23} と定義する．L_{22} はつまり L_2 である．初期位置では，弾性関節は変形がないから，L_{21}, L_{22}, L_{23} の軸線は一致する．この線の単位ベクトル方向は最初に機構を組立てたときのリンクに関する軸線の単位ベクトルである，すなわち，

$$L_{21}^0=L_{22}^0=L_{23}^0=\frac{F^0-E^0}{|F-E|} \cdots\cdots(16)$$

ここで，E, F は先に図4，5で示されたが，図8の弾性関節の中心点 b, a に取ることを意味する．$|F-E|$ はリンクの長さ L_2 である．また，記号 X^0 は初期時刻0での X を表している．

任意時刻 t の L_{21}, L_{22}, L_{23} の軸線における単位ベクトルの変化は次式で示される．

$$L_{21}^t=[T_Z]L_{21}^0 \cdots\cdots(17)$$

$$L_{22}^t=\frac{F^t-E^t}{|F-E|} \cdots\cdots(18)$$

$$L_{23}^t=[T]L_{23}^0 \cdots\cdots(19)$$

ここで，

$$F^t=[T]F^0+P \cdots\cdots(20)$$

ただし，X^t は任意時刻 t での X を表している．マトリックス $[T]$ の意味は式(4)と等しく，$[T_Z]$ は固

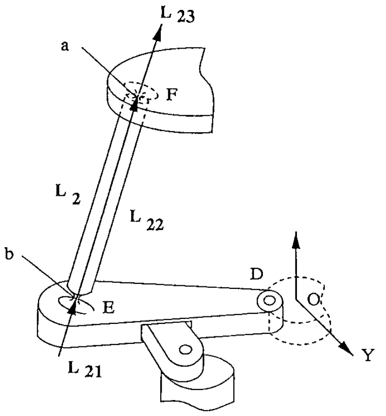

Fig. 8 Axis of a link in the initial state

定座標系のZ軸の周りを回る回転変換行列である．E^tは式(1)，(2)より求められる．したがって，任意時刻におけるL^t_{21}とL^t_{22}およびL^t_{22}とL^t_{23}間の軸線における夾角の角度は実際の運動における弾性関節T, Sの弾性曲げ角である．この角度は次式で示される．

$$\varphi_{Mb}=\angle(L^t_{21}, L^t_{22}) \cdots\cdots (21)$$

$$\varphi_{Ma}=\angle(L^t_{22}, L^t_{23}) \cdots\cdots (22)$$

文献(2)より，弾性回転対偶は理想モデルとして三つの方向に変形できる．ただし，二つの弾性対偶は1本のリンクに図1のように組み合わされ，6-RTSパラレルプリットフォーム機構のリンクとして一つは弾性ラック継手Tといわれ，一つは弾性回転対偶Sといわれる(2章を参照)．関節T, Sで式(21)，(22)のように求められるφ_{Mb}とφ_{Ma}は，実際の運動状態においてある二つの方向の弾性曲げ変形を組み合わせて表されている．ところで，各リンクではねじりが生じるのでねじりによる変形を考慮する必要がある．(b)ではこのねじり角を求めてみよう．

(b)　弾性ねじり角　　D-H座標系における，仮想的な回転中心線S_2, S_3, S_4, S_5, S_6およびS_1を図9中に示す．任意時刻における単位ベクトルを次で表すことができる．

$$S_2=(E-D)/|E-D| \cdots\cdots (23)$$

$$S_4=(F-E)/|F-E| \cdots\cdots (24)$$

$$S_3=S_2\times S_4/|S_2\times S_4| \cdots\cdots (25)$$

$$S_6=(P-F)/r \cdots\cdots (26)$$

$$S_5=S_4\times S_6/|S_4\times S_6| \cdots\cdots (27)$$

rは上側プラットフォームにFが分布する円の半径で，D, E, F, Pは式(1)，(2)，(3)で使われているものと等しい．

回転中心線S_1の方向は固定座標系のZ軸の方向と等しい．初期時刻$t=0$のとき，S_3とS_5の二つの回転中心線における夾角の角度は

$$\eta^0=\angle(S^0_3, S^0_5) \cdots\cdots (28)$$

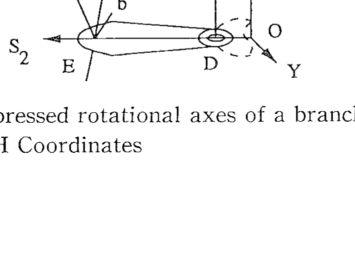

Fig. 9　Expressed rotational axes of a branch by the D-H Coordinates

となり，任意時刻tでは次式となる．

$$\eta^t=\angle(S^t_3, S^t_5) \cdots\cdots (29)$$

上の両式の角度η^0とη^tは零から2πまでとる．

任意時刻tにおいて軸線$L_{22}(S_4)$の周りを回転すれば，弾性ねじり角は次の式で求められる．

$$\varphi_N=\eta^t-\eta^0 \cdots\cdots (30)$$

実際の運動中，弾性関節T, Sはすべてねじりによる変形があるが(その変形の軸線は式(24)で表される)，ここで，求められるφ_Nはその二つのねじり角を合わせS関節側で代表する．

以上，実際の運動状態における，弾性関節Tの曲げ角φ_{Mb}とSのφ_{Ma}およびねじり角φ_Nを導いた，以上の結果を6つのリンクに適用すれば，$\varphi^i_{Ma}, \varphi^i_{Mb}, \varphi^i_N (i=1,\cdots,6)$が求められる．

4・2・2　弾性モーメントの等価トルクT^k_q

(a)　それぞれの弾性関節における角速度$\dot{\varphi}$　　それぞれの弾性関節に対応する角速度を導くため，とりあえず，D-H座標系によってそれぞれの回転中心線(図9に示す)に対して回転運動を求める．一般的なパラレルプラットフォーム機構が6次元運動を発生すると，運動学方程式は式(8)のように表される．そして，1つの枝には1つの原動節と5つの従動節があるので，D-H座標系において回転中心線が設定される．

(a-1)　D-H座標系での回転運動　　枝ごとに1次元偏微分影響係数マトリックスは次の式で求められる

$$[G^P_\varphi]=\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \cdots & S_6 \\ S_1\times(P-r_1) & S_2\times(P-r_2) & \cdots & S_6\times(P-r_6) \end{bmatrix} \cdots\cdots (31)$$

ここで，$S_1, S_2,\cdots, S_6$は図9において示されている回転中心線である．Pは式(3)のPと等しく，r_iは$S_i(i=1,\cdots,6)$につながる第i番目の相対座標系の原点のベクトルである．すなわち，Pは固定座標系における上側のプラットフォームの位置ベクトルで，r_iはD点の，r_2, r_3はE点の，r_4, r_5, r_6はF点のベクトルである．さらに，

$$V_P=[G^P_\varphi]\dot{\varphi} \cdots\cdots (32)$$

したがって，

$$\dot{\varphi}=[G^P_\varphi]^{-1} V_P \cdots\cdots (33)$$

結局，上側のプラットフォームにおける6次元運動をそれぞれの軸線$S_1, S_2,\cdots, S_6$に対する回転運動に変換できる．

パラレルプラットフォームの6つの枝に上の結果を適用すれば，次の式を得る．

$$\dot{\varphi}^{(i)}=\{[G^P_\varphi]^{-1}\}^{(i)} V_P \quad (i=1,\cdots,6) \cdots\cdots (34)$$

式(8)を式(34)に代入すると，次式が成立する．

$$\dot{\varphi}^{(i)}=[g_q^{\varphi}]^{(i)}\dot{q} \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(35)$$

この式は D-H 座標系におけるそれぞれの枝の軸線を回る回転運動 $\dot{\varphi}^{(i)}=\{\dot{\varphi}_1^{(i)},\dot{\varphi}_2^{(i)},\cdots,\dot{\varphi}_6^{(i)}\}^T$ を表している．ここで

$$[g_q^{\varphi}]^{(i)}=\{[G_\varphi^P]^{-1}\}^{(i)}[G_q^P] \quad (i=1,\cdots,6) \cdots\cdots(36)$$

である．

(a-2) 弾性関節に対応する角速度　本機構が位置，姿勢の誤差補償器として用いられることを考慮すると，上側プラットフォームは小さい範囲内で動くので，各弾性関節の変形は小さく，線形モデルと仮定できる．したがって，実際的な運動に対して弾性変形に対応する弾性関節の運動は次の式で求められる．

$$\dot{\varphi}_{Mb}^{(i)}=\dot{\varphi}_2^{(i)}+\dot{\varphi}_3^{(i)} \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(37)$$

$$\dot{\varphi}_{Ma}^{(i)}=\dot{\varphi}_5^{(i)}+\dot{\varphi}_6^{(i)} \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(38)$$

$$\dot{\varphi}_N^{(i)}=\dot{\varphi}_4^{(i)} \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(39)$$

すなわち

$$\dot{\varphi}_{Ma}^{(i)}=\sum_{j=5,6}[g_q^{\varphi}]_{j;}^{(i)}\dot{q} \quad (i=1,\cdots,6) \cdots\cdots(40)$$

$$\dot{\varphi}_{Mb}^{(i)}=\sum_{j=2,3}[g_q^{\varphi}]_{j;}^{(i)}\dot{q} \quad (i=1,\cdots,6) \cdots\cdots(41)$$

$$\dot{\varphi}_N^{(i)}=[g_q^{\varphi}]_{4;}^{(i)}\dot{q} \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(42)$$

ここで，記号 $[A]_{k;}$ は行列 A の K 行目を表す．

以上，実際の運動状態における弾性関節の振舞いを明らかにした．

(b) 等価トルク T_q^k　弾性変形範囲内での変形を考えているので，次の式よりそれぞれの弾性関節の弾性モーメント T が得られる．

$$T_j^{(i)}=-k_j^{(i)}\varphi_j^{(i)} \quad (j=Ma,Mb,N\,;\ i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(43)$$

ここで，$k_j^{(i)}$ はそれぞれの弾性関節の弾性剛さである．つまり，$k_{Mb}^{(i)}, k_{Ma}^{(i)}$ は T, S 関節の曲げ剛さで，$k_N^{(i)}$ は S 関節のねじり剛さである．それらの値は関節の材料と形によって異なる．

δt を微小時間とし，仮想仕事の原理を使い，次の式を得る．

$$T_j^{(i)}\dot{\varphi}_j^{(i)}\delta t=\{\tau_j^i\}^T\dot{q}\,\delta t$$
$$(j=Ma,Mb,N\,;\ i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(44)$$

ここで，$\{\tau_{Ma}^i\},\{\tau_N^i\}$ は弾性関節 S の弾性曲げモーメントと弾性ねじりモーメントで，一般化座標系に対応して生じる等価トルクの列ベクトルである．$\{\tau_{Mb}^i\}$ は弾性関節 T の弾性曲げモーメントで，一般化座標系に対応して生じる等価トルクの列ベクトルである．すなわち，$\{\tau_j^i\}=\{\tau_j^1,\tau_j^2,\cdots,\tau_j^6\}^T\,(j=Ma,Mb,N)$ は6つの枝に対応する等価トルクの列ベクトルである．

式(44)は i 番めのリンクの弾性モーメントによって生じる仕事と一般化座標系における等価トルクの列ベクトルによって生じる仕事は等しいことを表している．

式(40)～(44)をまとめ，次の式で表す．

$$\{\tau_{Ma}^i\}^T=T_{Ma}^{(i)}\sum_{j=5,6}[g_q^{\varphi}]_{j;}^{(i)} \quad (i=1,\cdots,6) \cdots\cdots(45)$$

$$\{\tau_{Mb}^i\}^T=T_{Mb}^{(i)}\sum_{j=2,3}[g_q^{\varphi}]_{j;}^{(i)} \quad (i=1,\cdots,6) \cdots\cdots(46)$$

$$\{\tau_N^i\}^T=T_N^{(i)}[g_q^{\varphi}]_{4;}^{(i)} \quad (i=1,\cdots,6) \quad \cdots\cdots(47)$$

$\{\tau_j^i\}$ はそれぞれの要素が独立で，以上の3式をすべて満たすことにより，

$$T_q^k=\sum_{i=1}^{6}[T_{Ma}^{(i)}\sum_{j=5,6}[g_q^{\varphi}]_{j;}^{(i)}+T_{Mb}^{(i)}\sum_{j=2,3}[g_q^{\varphi}]_{j;}^{(i)}$$
$$+T_N^{(i)}[g_q^{\varphi}]_{4;}^{(i)}] \quad \cdots\cdots(48)$$

あるいは

$$T_q^k=\sum_{i=1}^{6}\sum_{j}\{\tau_j^i\}^T \quad (j=Ma,Mb,N) \cdots\cdots(49)$$

が得られる．ここで T_q^k は一般化座標系における，それぞれの弾性関節によって生じるすべての弾性等価トルクである．

4・3 釣合い方程式　d'Alembert の原理によると，各弾性トルクと入力トルクおよび外負荷を含む釣合い方程式は次の式で表せる．

$$T_q+T_q^A+T_q^k=0 \quad \cdots\cdots(50)$$

ここで，T_q は一般化座標系における総合等価トルクである．T_q を得ると，てこクランク機構に要求されるトルクを求めることができる．これは同時にモータの出力として必要なトルクでもあるのでモータ選定の条件を与えることになる．

5. ま と め

本論文では新しく提案された弾性関節をもつパラレルプラットフォーム機構について解析を行った．まず，位置方程式により，上側プラットフォームからてこクランク機構までを含めた運動分析を行い，全体の逆運動学公式を導いた．また，精度向上のため弾性関節が用いられるとして，弾性モーメントを含む一般化座標系における力釣合い方程式を導いた．なお，ここでは弾性モーメントは弾性関節の運動学の観点から求められた．

本研究はロボットのハードウェア誤差補償器として開発中のパラレルプラットフォーム機構に対する研究の一部をまとめたものであり，モータやコントローラを含めた全系の解析や設計を行う上で有用であろう．

文 献

(1) Stewart, D., A Platform with Six Degrees of Freedom, *Proc, Inst. Mech. Eng. London*, Part 1, **180**-5 (1965), 371-386.
(2) Hunt, K. H., Structural Kinematics of In-parallel-

Actuated Robot-Arms, *ASME J. Mech. Trans. and Autom. Design*, **105** (1983), 705-712.

(3) Fichter, E. F., A Stewart Platform-Based Manipulator : General Theory and Practical Construction, *Int. J. Robotics Research*, **5**-2 (1986), 157-182.

(4) Griffis, M. and Duffy, J., A Forward Displacement Analysis of a Class of Stewart Platforms, *J. Robotic Systems*, **6**-6 (1989), 703-720.

(5) Ma, O. and Angles, J., Architecture Singularities of Platform Manipulators, *Proc. 1991 IEEE Int. Conf. Robotics and Autom.*, (1991), 1542-1547.

(6) Takeda, Y. and Funabashi, H., Motion Transmissibility of In-Parallel Actuated Manipulators, *JSME Int. J.*, Ser. C, **38**-4 (1995), 749-755.

(7) 特集パラレルメカニズム, 日本ロボット学会誌, **10**-6 (1992).

(8) パラレルメカニズム研究専門委員会報告書, (1993), 日本ロボット学会.

(9) Hudgens, J. C. and Tesar, D., A Fully-Parallel Six Degree-of-Freedom Micromanipulator : Kinematic Analysis and Dynamic Model, *ASME 20th Biennial Mech. Conf. Orlando*, Florida, Sep, (1988), 29-37.

(10) Hara, A. and Sugimoto, K., Synthesis of Parallel Micromanipulators. *ASME J. Mech. Trans. Autom. Des.*, **111** (1989), 34-39.

(11) Huang, Z., *Spatial Mech.*, (1991), 227, 253, China Press.