

衝撃波を伴う超音速内部流動に関する研究*
(2次元平行流路内のマッハ2擬似衝撃波の内部構造に
関する数値解析による検討)

孫立群*¹, 杉山弘*², 溝端一秀*²
福田浩一*³, 広島敬之*¹

Study on Supersonic Internal Flows with Shock Waves
(Investigation by Numerical Analysis on the Internal Structure of Mach 2
Pseudo-Shock Wave in a Two-Dimensional Channel)

Liqun SUN, Hiromu SUGIYAMA*⁴, Kazuhide MIZOBATA,
Koichi FUKUDA and Takayuki HIROSHIMA

*⁴ Muroran Institute of Technology, Department of Mechanical Systems Engineering,
27-1 Mizumoto, Muroran-shi, Hokkaido, 050-8585 Japan

This paper describes an investigation by numerical simulation and experiment on the structure and characteristics of the multiple shock waves and turbulent boundary layer interaction, that is, pseudo-shock wave in a Mach 2 two-dimensional channel. The numerical simulation was carried out with Harten-Yee's second-order accuracy TVD scheme and Baldwin-Lomax's algebraic compressible model for turbulent flows. Good agreement between the numerical analysis and the experiment for the shape of the shock train of the pseudo-shock wave and the wall pressure distribution along the channel was obtained. Based on this agreement, the flow quantities, which are very difficult to obtain by experiment, were analyzed by numerical simulation. These analyses are very valuable for understanding of the detailed structure and characteristics of the pseudo-shock wave. The study conditions are $M_\infty \cong 2.0$ (free stream Mach number), $Re_\infty = 2.5 \times 10^7 \text{m}^{-1}$ (unit Reynolds number), $\delta_\infty/h = 0.25$ (flow confinement), respectively.

Key Words: Compressible Flow, Supersonic Flow, Pseudo-Shock Wave, Shock Train, Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction, Numerical Analysis

1. 緒言

管路やダクトのような固体壁で囲まれた流路内において、超音速流れが亜音速流れに減速する際に発生する衝撃波は、壁面に沿って発達する境界層と干渉し、複雑な衝撃波システムを形成する。上流マッハ数が増加するに従い、衝撃波と境界層の干渉は強くなり、分枝した先頭衝撃波の後方にいくつかの後続衝撃波が形成される。このような複数の衝撃波より成る衝撃波列 (shock train) とその後方に続く静圧上昇部は、全体で1つの垂直衝撃波と同等な役割を果たすと考えられ、これは擬似衝撃波 (pseudo-shock wave) ⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾ と呼ばれ

る。擬似衝撃波を伴う流れは、高圧ガス配管系、超音速ディフューザ、スクラムジェットエンジン分離部などに、流れの条件次第でしばしば出現し、流路の騒音・振動・破壊問題や流れの不安定性、機器の性能低下や不始動問題などを引き起こす。このため、擬似衝撃波の構造、特性の解明を行うことは工学上非常に重要である。

近年、コンピュータの性能の急速な向上と計算手法の進歩から、流路内の擬似衝撃波の構造に関する数値解析的研究が試み、進められている。畑上⁽⁵⁾、Carrollら⁽⁶⁾、山根ら⁽⁷⁾は、擬似衝撃波に関して数値解析を行い、擬似衝撃波の構造と壁面静圧分布等を得ているが、詳細な実験結果との比較はなされていない。また、擬似衝撃波の内部構造と特性について十分検討されていない状況である。

* 原稿受付 2002年6月17日。

*¹ 室蘭工業大学大学院学生 (〒050-8585 室蘭市水元町27-1)。

*² 正員, 室蘭工業大学。

*³ 正員, 室蘭工業大学大学院。

E-mail: sugiyama@mmm.muroran-it.ac.jp

前報⁽⁸⁾では、2次元ラバルノズルに接続した正方形ダクト内の一様流マッハ数 $M_\infty \approx 2.0$ の超音速流中の上流、中流、下流の3箇所に擬似衝撃波を発生させ、ダクト中央断面における擬似衝撃波の巨視的構造をシュリーレン写真とダクト壁面静圧測定により調べた。本報では、実験では得られなかった広い範囲にわたっての擬似衝撃波の構造、および擬似衝撃波の詳細な内部構造を、2次元 Navier-Stokes 方程式と実験で得られた境界条件（流入および下流側条件）を用い、数値解析的に詳細に調べ、検討する。擬似衝撃波の形状や壁面静圧分布に関する数値シミュレーション結果は、2次元流れと考えられる比較的大きな断面積（ $80 \times 80 \text{ mm}^2$ ）をもつ正方形ダクトの中央断面における実験結果⁽⁸⁾と比較・検討される。

2. 数値解析法

2.1 支配方程式および計算方法 本解析の基礎方程式として、2次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式の保存型を用いた。長さは流路高さで、流れの速度、圧力、温度および粘性係数はよどみ点状態での値でそれぞれ無次元化した。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial F_{ns}}{\partial x} + \frac{\partial G_{ns}}{\partial y} = 0 \quad \dots \dots (1)$$

式(1)中の各ベクトル U, F, G, F_{ns}, G_{ns} は、次のようになる。

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ m \\ n \\ E \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} m \\ mu + P \\ mv \\ (E + P)u \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} n \\ nu \\ nv + P \\ (E + P)v \end{bmatrix},$$

$$F_{ns} = \frac{-1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + e_x \end{bmatrix}, \quad G_{ns} = \frac{-1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + e_y \end{bmatrix}, \quad \dots \dots (2)$$

ここに、

$$m = \rho u, \quad n = \rho v, \quad \tau_{xy} = u_y + v_x,$$

$$\tau_{yy} = \frac{4}{3}v_y - \frac{2}{3}u_x, \quad \tau_{xx} = \frac{4}{3}u_x - \frac{2}{3}v_y,$$

$$e_x = \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu_l}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial(c^2)}{\partial x}, \quad e_y = \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu_l}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial(c^2)}{\partial y} \quad \dots \dots (3)$$

上式(1)~(3)中に現われる E は単位体積あたりの

全エネルギー、 ρ は密度、 u と v はそれぞれ x と y 方向の速度成分、 P は圧力、 Re はレイノルズ数、 γ は比熱比 ($\gamma = 1.4$)、 c は局所音速、 μ_l は粘性係数、 μ_t は乱流による渦粘性係数、 Pr はプラントル数、 Pr_t は乱流プラントル数である。粘性係数はサザーランド式を用い算出した。完全気体の状態方程式を用いると、 E と P の関係は、

$$P = (\gamma - 1) \left(E - \frac{m^2 + n^2}{2\rho} \right) \quad \dots \dots (4)$$

となる。渦粘性係数は Baldwin-Lomax の圧縮性乱流モデル⁽⁹⁾を用い算出した。乱流モデルの中での圧縮性の効果を表すための、Van-Driest 減衰関数 D は

$$D = 1 - \exp[-y^+ (\rho/\rho_w)^{1/2} (\mu_w/\mu)/A^+] \quad \dots \dots (5)$$

となる。

式(1)を数值的に解く際に、対流項に Harten-Yee の2次精度風上形 TVD スキーム⁽¹⁰⁾を適用した。また、粘性項に関しては2次精度の中心差分で与えた。時間積分に関しては、2次精度の時間分割法を用いた。

2.2 計算領域および計算格子 図1は、見やすくするために、分割する計算格子の一部を取り出し、拡大した図である。計算流路は流路高さの12倍の長さをもつ2次元平行流路である。流れは上下対称であるため、流路中心線の下半部のみを計算した。格子点は x 方向に865点、 y 方向には壁付近の境界層の挙動をよく捕えるために格子を細かく指数関数の不等間隔で与え、73点とした。なお、図1では x, y を見やすくするために、大文字 X, Y で記述している。以後、本文中でも同様に記述することとする。

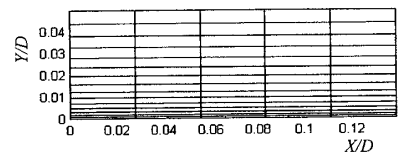


Fig.1 Computational mesh

2.3 計算条件 本研究では、図2に示すように、2次元平行流路内の流れを数値計算した。前報⁽⁸⁾での実験結果、すなわち正方形ダクト内の中央断面における実験値を参考に、流れの諸量を次のように与えた。

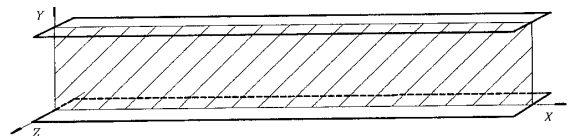
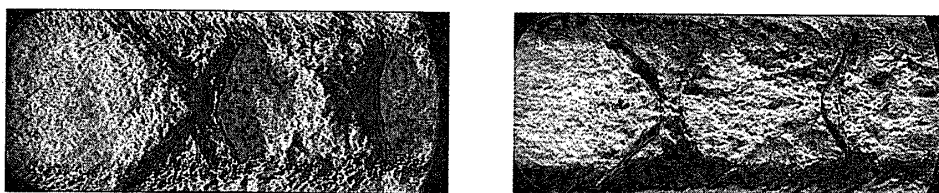


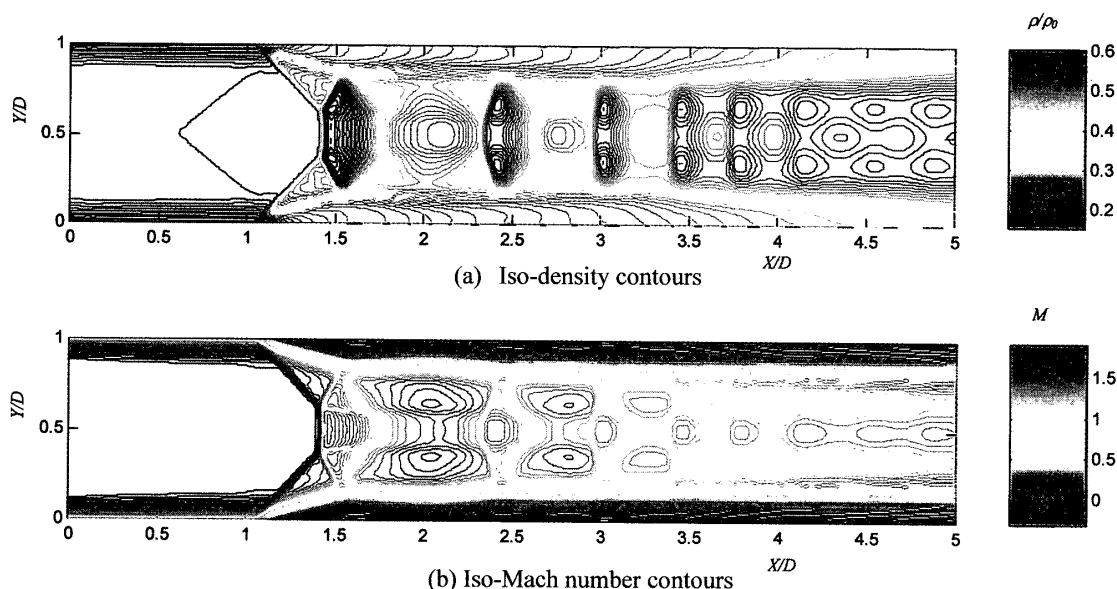
Fig.2 Computational region of two-dimensional channel



(a) Vertical color slit

(b) Horizontal color slit

Fig.3 Schlieren photographs of the Mach 2 pseudo-shock wave in the central section of the square duct



(a) Iso-density contours

(b) Iso-Mach number contours

Fig.4 Numerical results of the Mach 2 pseudo-shock wave in the two-dimensional channel

マッハ数2の擬似衝撃波発生位置における境界制限 (flow confinement) として $\delta_\infty/h=0.25$ を与えた。ここに、 δ_∞ は先頭衝撃波直前の境界層厚さ、 h は管路半高さである。擬似衝撃波上流のマッハ数、単位長さ (1m) あたりのレイノルズ数はそれぞれ $M_\infty=2.0$ 、 $Re_\infty=2.5 \times 10^7 m^{-1}$ で、よどみ点圧力 P_0 と温度 T_0 はそれぞれ、 $P_0=196[kPa]$ 、 $T_0=300[K]$ とした。

流入境界条件に関し、主流は一様流とし、境界層の速度分布は $1/7$ 乗速度分布で与えた。流出境界条件に関しては、背圧は実験データを参考にし、 $P_b/P_0=0.47$ と一定に設定し、その他の流れの諸量は1点内側の点の流れの諸量と同じ値を取るとした。壁面上の境界条件は滑りなし断熱壁とし、速度以外の流れの諸量は1点内側の点の値を採用した。流路中心軸上での対称条件は2次外挿で与えた。初期条件として1つの垂直衝撃波を与えた。

3. 数値解析結果および考察

3. 1 平行流路内のマッハ2擬似衝撃波の構造

まず、初めに数値解析結果と比較する擬似衝撃波の先頭部の形状を示す実験結果について述べる。図3(a),(b)に、正方形ダクト内の一様流マッハ数 $M_\infty=2.0$ の超音速流中に発生させた擬似衝撃波のカラーシュリーレン写真を示す。光源として閃光時間約 $30ns$ のナノsparkフラッシュを用いた。実験では、上下対称2次元ラバルノズルを用いていること、比較的大きい断面積 ($80 \times 80 mm^2$) をもつ正方形ダクトを用いていることより、この写真は、奥行き方向ダクト中央断面における2次元的な流れを捉えていると考えられる。図3(a),(b)は、カラーシュリーレン光学系のスリットを流れの主流方向に垂直および水平にセットした場合である。図3(a)では、 λ 形先頭衝撃波と上流側にわずかにふくらんだ凸形の第2衝撃波、各衝撃波間に存在する膨張領域、図3(b)では、 λ 形先頭衝撃波の前枝と後枝、および第2衝撃波足下における壁面乱流境界層厚さの変化 (増加や減少) の様相がよく観察できる。

図4(a),(b)に、本数値解析によって得られた等密度線

図と等マッハ線図の計算結果を示す。これらの図より、先頭衝撃波の前枝と壁面となす角度、前枝と後枝との間の角度、3重点の壁面からの高さ、先頭衝撃波の垂直部分の長さ、先頭衝撃波と第2衝撃波の間の境界層厚さの変化の様相、先頭衝撃波と第2衝撃波の距離、先頭衝撃波と第2衝撃波直後における膨張領域の大きさと形状、および第2衝撃波の形状はすべて、図3のカラーシュリーレン写真とよく一致することが確認できる。また、図4(b)より、先頭衝撃波背後の亜音速領域の形状、3重点から下流に向かう滑り線、各衝撃波直後では亜音速領域が存在すること等がわかる。また、先頭衝撃波下流の後続衝撃波は曲がっているが、下流にいくとともに、曲率は大きくなり、衝撃波のY方向の長さは短くなることわかる。

なお、本数値解析結果より得られた衝撃波列の衝撃波の数は、デジタルビデオの映像から得られた実験結

果とほぼ一致することを確認している(実験終了時点で擬似衝撃波は上流側に移動していくが、本ビデオ撮影では、これを連続的に撮影することによって、擬似衝撃波全体の構造を捉えた)。

3. 2 マッハ2 擬似衝撃波を含む平行流路内の圧力分布 図5(a)に、本数値解析で得られたマッハ2 擬似衝撃波を含む2次元平行流路内のX-Y面における圧力分布を示す。X軸は計算領域入口を原点とする流れ方向の距離Xをダクトの高さDで無次元化したものであり、Y軸は壁面から流路の高さ方向の距離Yをダクトの高さで無次元化したものである。図5(a)の上図の縦軸は無次元静圧 P/P_0 である。図5(a)の上図と下図より、マッハ2 擬似衝撃波を含む平行流路内の流路中心部および壁面近くにおいて、静圧分布がどのように変化するかがよくわかる。

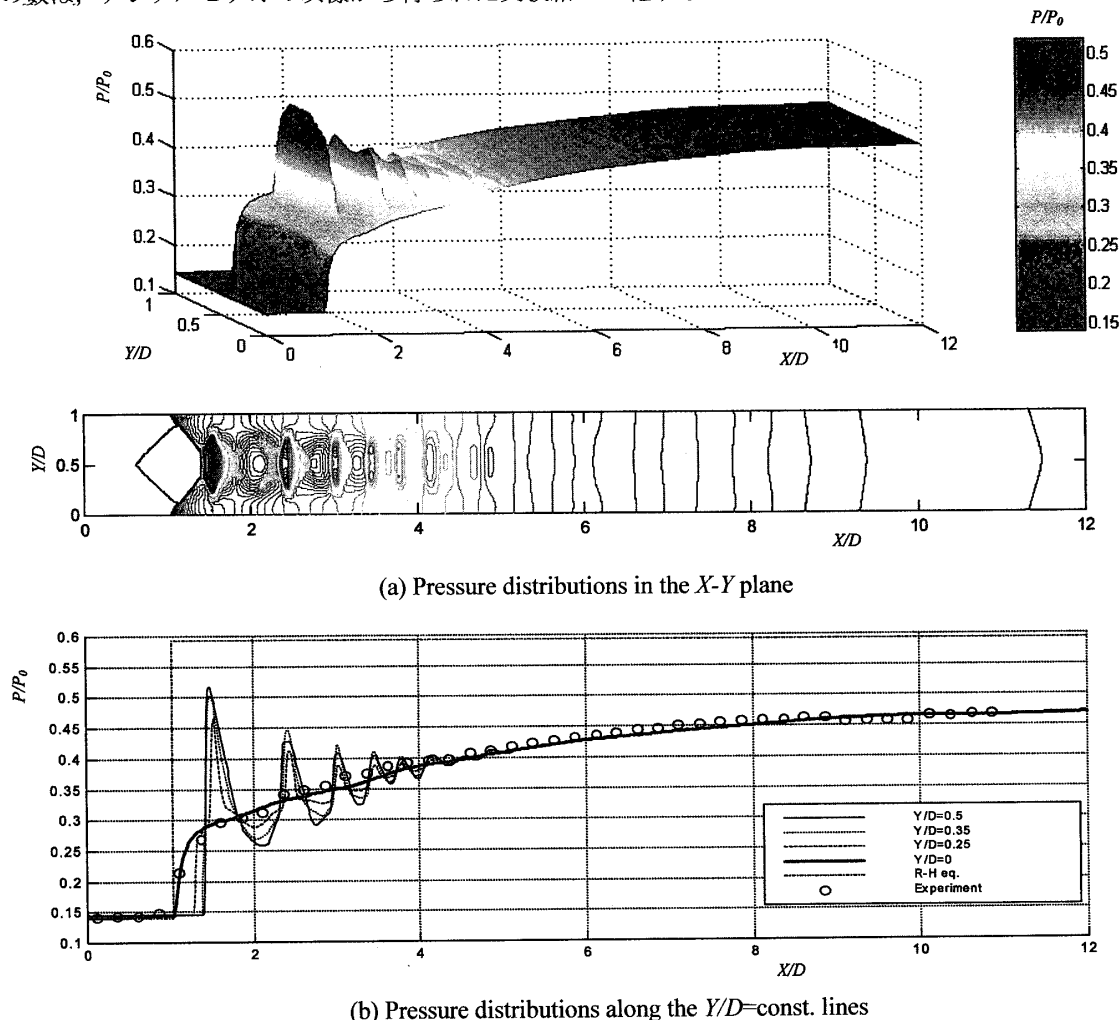


Fig.5 Numerical and experimental pressure distributions of the Mach 2 pseudo-shock wave in the two-dimensional channel

図5(b)に、 $Y/D=0.5$ (流路の中心軸), $Y/D=0$ (壁面) および壁面から異なる距離における静圧の流れ方向分布を示す。丸印は時間平均壁面静圧の実験値である。図5(b)より、壁面静圧分布は実験値とよく一致することが確認できる。計算結果より、流路中心軸における静圧は先頭衝撃波による圧力上昇が最も大きく、その下流で減少し、後続の各衝撃波位置で増加、その下流で減少することを繰り返しながら、衝撃波列直後での壁面静圧値に等しくなる。静圧上昇は、混合領域でも続き、最終的に一定値になることがわかる。各衝撃波による静圧上昇は、壁面に近づくと小さくなることがわかる。また、先頭衝撃波の中心部は垂直衝撃波と見なしてよいが、圧力上昇は粘性を無視した垂直衝撃波による圧力、いわゆる Rankine-Hugoniot の関係式より得られる値より低いことがわかる。

3.3 マッハ2擬似衝撃波を含む平行流路内の速度分布

本節では、マッハ2擬似衝撃波を含む2次元平行流路内の流速分布に関する数値計算結果について

述べる。図6(a)に、 $X-Y$ 面内の広い範囲にわたる流速分布を示す。なお、図(a)の上図に、衝撃波列を構成する各衝撃波の位置や混合領域を示すために、等密度線図を載せている。図6(a)の下図より、先頭衝撃波前方では、流速は流路中心部で一様であること、先頭および第2衝撃波直後では、最大速度は流路中心部ではなく、衝撃波の3重点とせん断層(境界層)の外縁の間に現われること、すなわち速度分布は凹形になること、衝撃波列背後の $X/D=4.5\sim 7.5$ の範囲では流路中心部での速度分布がほぼ平坦になる台形の速度分布になること、この速度分布の平坦部は $X/D=4.5\sim 7.5$ の範囲で下流にいくにつれ短くなること、それより後方 $X/D>7.5$ では流路中心部で最大速度を持つ凸形の放物線速度分布に移行することがわかる。

図6(b)に、流路壁面から一定高さ $Y/D=\text{const.}$ の線に沿う流れのマッハ数変化の様子を示す。この図より、衝撃波列が存在している流路中心部では、流れの減速、増速が繰り返し生じていることがわかる。また、壁面

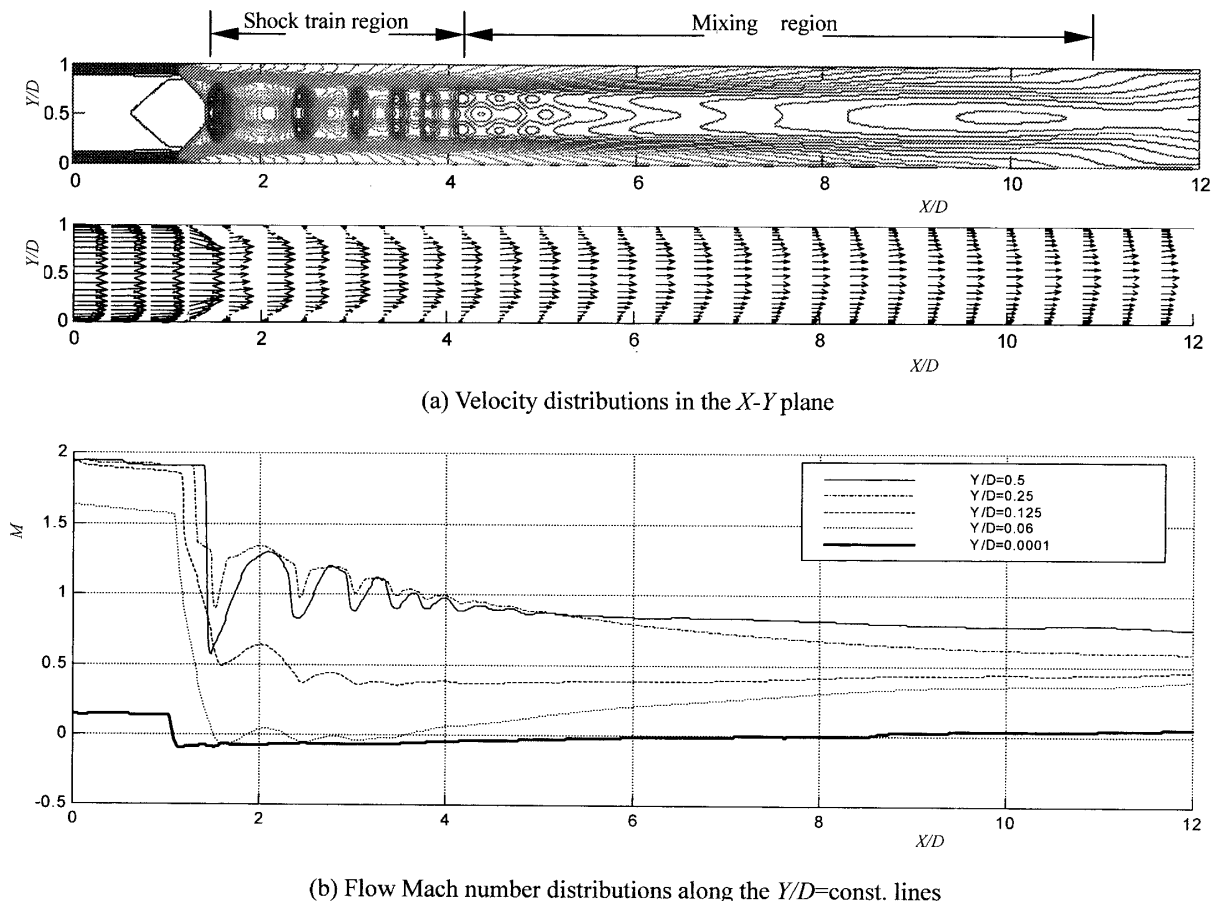


Fig.6 Velocity and Mach number distributions in the two-dimensional channel with the Mach 2 pseudo-shock wave

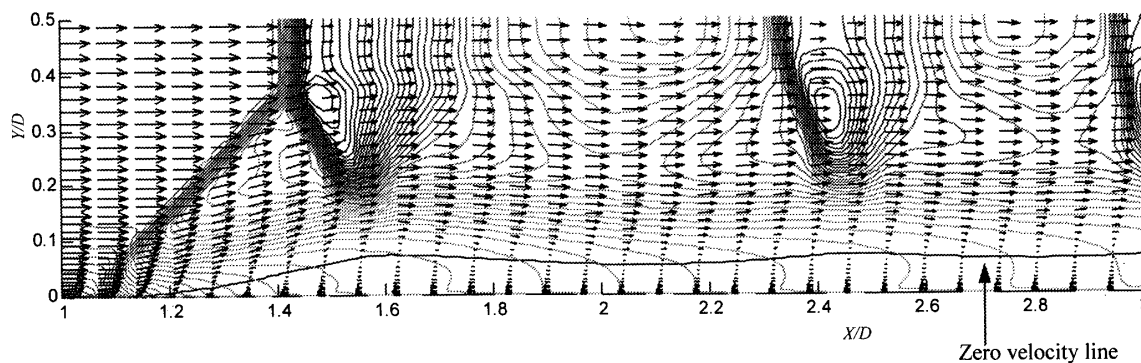


Fig.7 Detailed velocity distributions between the 1st shock and the 3rd shock

のごく近く ($Y/D=0.0001$) では、逆流が比較的広い範囲 ($1 < X/D < 6$) にわたって生じていることがわかる。

図7に、マッハ2擬似衝撃波の先頭衝撃波から第3衝撃波の領域における速度分布の詳細を示す。この図に、各衝撃波の位置を示すために、等密度線図も重ねて描いている。この図より、先頭衝撃波の前枝を通過すると、速度ベクトルは、流路の中心方向に向うこと、先頭衝撃波の後枝を通過すると壁面方向に向うことがわかる。この傾向は $M_\infty=1.77$ の場合の前報⁽¹⁾のレーザドップラー流速計 (LDV) による流速測定結果と同じである。また図7より、乱流境界層は先頭衝撃波の前枝の直後からはく離すること、はく離領域内のゼロ流速線の内側には逆流領域が現われることなどがよくわかる。

の乱流境界層の厚さ (実験値) は $\delta=0.25h=10\text{mm}$, 排除厚さ $\delta_1=1.25\text{mm}$, 運動量厚さ $\delta_2=0.97\text{mm}$, 形状係数は $H=\delta_1/\delta_2=1.29$ である。この乱流境界層は、本数値解析によると、流れの壁面静圧勾配が $d(P_w/P_0)/d(X/D)=0.57$ のとき、はく離していることがわかる。

なお、本数値解析結果によると、多数の衝撃波による境界層のはく離は、 $1 < X/D < 6$ とかなり広い範囲にわたり現われているが、これを実証する実験データは、目下のところ、ない状況である。今後、本数値解析で示したはく離現象 (はく離の発生条件、はく離領域の大きさ、逆流の大きさ等) が検証できる精緻な実験が必要であると考えられる。

4. 結論

本論文では、衝撃波を伴う超音速内部流動に関する研究の一環として、2次元平行流路内のマッハ2擬似衝撃波を取り上げ、実験で解明することが困難な広い範囲にわたっての擬似衝撃波の構造と特性、および詳細な擬似衝撃波の内部構造を、2次元 Navier-Stokes 方程式と実験で得られた境界条件 (流入および下流側条件) を用い、数値解析的に詳細に明らかにした。その結果を要約すると、次のようになる。

1. 実験結果と比較できる本数値解析結果、すなわち平行流路内のマッハ2擬似衝撃波の衝撃波列の構造と壁面静圧分布に関する本数値解析結果は、実験結果とよく一致する。

2. マッハ2擬似衝撃波内での詳細な密度分布、圧力分布、マッハ数分布を示すことにより、衝撃波列の詳細な構造、各衝撃波背後における膨張領域の形状と大きさ等を明らかにした。

3. マッハ2擬似衝撃波内の速度分布を広い範囲に

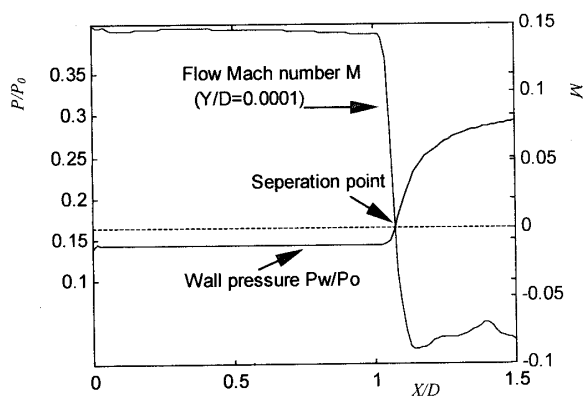


Fig.8 Wall pressure and flow Mach number distributions near the separation point in the Mach 2 pseudo-shock wave

図8に、本数値解析により得られた先頭衝撃波前枝下の乱流境界層のはく離点近くの壁面静圧と、壁面近傍 ($Y/D=0.0001$) における流れのマッハ数分布を示す。ここで、数値解析的に調べている先頭衝撃波前枝直前

わかって詳細に明らかにした。すなわち、擬似衝撃波内での速度分布は、先頭および第2衝撃波直後における凹形の速度分布から、衝撃波列背後における台形の速度分布、混合領域後半部における凸形の放物線形速度分布に移行していく。

4. 先頭衝撃波前枝と後枝、および第2、第3衝撃波近くの境界層内の詳細な速度分布、および境界層のはく離現象を数値解析的に示した。ただし、数値解析で示したはく離現象（はく離の発生条件、はく離領域の大きさ、逆流の大きさ等）に関しては、今後、精緻な実験との比較・検討が必要である。

文 献

- (1) 衝撃波ハンドブック (高山編), シュプリンガー・フェアラーク東京, (1995), 230-239.
- (2) Matsuo, K., Miyazato, Y. and H., D., Kim, Shock train and pseudo-shock phenomena in internal gas flows, *Progress in Aerospace Science* 35, (1999), 33-100.
- (3) 杉山・関山・武田・張, 直管路内の擬似衝撃波の発生位置と構造に関する実験的研究, *機論(B編)*, 52-484, (1986), 3859-3866.
- (4) Sugiyama, H., Takeda, H., J., Zhang, Okuda, K. and Yamagishi, H., Locations and Oscillation Phenomena of Pseudo-Shock Waves in a Straight Rectangular Duct, *JSME International Journal, Series II, Vol.31, No.1*, (1988), 9-15.
- (5) Hataue, I., Computational study of the shock-wave/boundary-layer interaction in a duct, *Fluid Dynamics Research* 5, (1989), 217-234.
- (6) Carroll, B.F. and Lopez-Fernandez, P.A., Dutton, J.C., Computations and Experiments for a Multiple Normal Shock/Boundary-layer Interaction, *Propulsion and Power*, Vol.9, No.3, (1993), 405-411.
- (7) 山根・大島・中村・石井・朴明寛, 直管内擬似衝撃波の数値シミュレーション, *機論(B編)*, 59-564, (1993), 2410-2415.
- (8) 杉山・福田・溝端・遠藤・孫立群・新井, 衝撃波を伴う超音速内部流動に関する研究 (超音速内部流動実験装置の開発およびマッハ数2と4の擬似衝撃波の特性), *機論(B編)*, 68-676, (2002), 3295-3301.
- (9) 乱流の数値流体力学-モデルと計算法(大宮司・三宅・吉沢編), 東京大学出版会, (1998), 428-430.
- (10) Yee, H.C., A Class of High-Resolution Explicit and Implicit Shock-Capturing Methods, *NASA TM*, 101088, (1989).
- (11) 杉山・新井・阿部・高橋・高山, 正方形断面を有する直管路内に発生するλ形擬似衝撃波の流動機構, *機論(B編)*, 56-522, (1990), 330-335.