

衝撃波を伴う超音速内部流動に関する研究*

(マッハ4擬似衝撃波の内部構造に関する実験的研究)

福田 浩一^{*1}, 杉山 弘^{*2}, 溝端 一秀^{*3}
遠藤 清和^{*4}, 孫立群^{*4}, 広島 敬之^{*4}

Study on Supersonic Internal Flows with Shock Waves (Experiments for the Internal Structure of Mach 4 Pseudo-Shock Wave)

Koichi FUKUDA, Hiromu SUGIYAMA^{*5}, Kazuhide MIZOBATA,
Kiyokazu ENDO, Liqun SUN and Takayuki HIROSHIMA

^{*5} Department of Mechanical Systems Engineering, Muroran Institute of Technology,
27-1 Mizumoto, Muroran-shi, Hokkaido, 050-8585 Japan

This paper describes an experimental study on the internal structure of the Mach 4 pseudo-shock wave (PSW) in a straight square duct with cross section of $80 \times 80 \text{ mm}^2$, using the new Mach 4 supersonic wind tunnel of Muroran Institute of Technology. The free stream Mach number, unit Reynolds number, and flow-confinement just upstream of the PSW were $M_\infty = 3.98$, $Re = 2.6 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, and $\delta_\infty/h = 0.39$, respectively, where δ_∞ is the boundary layer thickness, and h is the half height of duct. The development and characteristics of the turbulent boundary layer on the top and bottom walls of the duct was investigated by LDV measurements. The internal structure of the Mach 4 PSW was clarified by color schlieren photographs and Particle Image Velocimetry (PIV) measurements. It reveals that the turbulent boundary layer on the top or bottom wall of the duct separates in large just after the first oblique shock of the PSW, and the internal flow with the PSW becomes asymmetric flow.

Key Words: Supersonic Internal Flow, Shock Wave/Boundary Layer Interaction, Pseudo-Shock Wave, Color Schlieren Photograph, PIV Measurement, LDV Measurement

1. 緒 言

管路やダクト内で超音速流が亜音速流に減速する際に発生する衝撃波は、壁面境界層と干渉し、衝撃波列(shock train)とその後に続く静圧上昇部より成る、いわゆる擬似衝撃波(pseudo-shock wave)⁽¹⁾⁽²⁾となる場合がしばしばある。擬似衝撃波現象は、超音速風洞や超音速遠心圧縮機のディフューザ、空気吸い込み式エンジンの超音速インテークや分離部、高圧ガス配管系内の流れや、その他狭い流路内の超音速流れで発生し、流路の騒音・振動・破壊問題や流れの不安定性、機器の性能低下や不始動問題を引き起こす。それ故、擬似衝撃波の挙動や特性を研究することは、上述の流路や機器の設計・運転と関連し、工学・技術上重要である。

今までに、擬似衝撃波の挙動や特性、特に擬似衝撃波の構造や振動特性に関し、多くの研究がなされてき

ている^{(1)~(11)}。しかし、擬似衝撃波現象は、多数の衝撃波と乱流境界層の干渉という極めて複雑な現象であるため、未だ十分に解明されていない。特に、高マッハ数(マッハ3以上)の場合の擬似衝撃波の特性については、不明な点が多い。

前報⁽¹²⁾では、正方形ダクト(断面積 $80 \times 80 \text{ mm}^2$ 、長さ $1,500 \text{ mm}$)内の一様流マッハ数 $M_\infty = 4$ の超音速流中の上流、中流、下流の3箇所に擬似衝撃波を発生させ、その巨視的構造を、カラーシュリーレン法による可視化と5点同時圧力変動測定により調べた。その結果、 $M_\infty = 4$ の場合には、X形擬似衝撃波が発生し、先頭衝撃波足下で乱流境界層は大きくはく離する。この場合、流れは一方の壁に沿って流れる非対称流れとなり、流れ構造は、低マッハ数 $M_\infty = 2$ の場合と比べ、激的に変化することを述べた。

本報では、 $M_\infty = 4$ の正方形ダクト内に発生する擬似衝撃波の詳細な内部構造に関する実験結果について述べる。具体的には、初めに、擬似衝撃波が発生しない場合の乱流境界層の発達の様相と特性を、レーザドップラーフロー速計(LDV:Laser Doppler Velocimetry)を用いて詳細に調べた。次に、ダクト内に擬似衝撃波

* 原稿受付 2002年5月7日。

*1 正員、室蘭工業大学大学院(〒050-8585 室蘭市水元町27-1)。

*2 正員、フェロー、室蘭工業大学。

*3 正員、室蘭工業大学。

*4 学生員、室蘭工業大学大学院。

E-mail : sugiyama@mmm.muroran-it.ac.jp

を発生させ、その内部構造を、カラーシュリーレン法による光学的観察と壁面圧力測定、粒子画像流速測定法(PIV:Particle Image Velocimetry)による流速測定により、詳細に調べた。

2. 実験装置と実験方法

2.1 実験装置

本研究で使用した実験装置の概要を図1に示す。本装置は吹出し吸込み式風洞⁽¹³⁾(pressure-vacuum type supersonic wind tunnel)で、高圧槽から吹出した圧縮空気は、調圧弁により所定の圧力を調整され、ラバルノズルを通って所定の流れのマッハ数まで加速され、測定部へ流入する。測定部に流入した空気は下流の真空槽に吸込まれる。

図2に、超音速内部流動測定部および計測系の概要を示す。測定部②は流路高さ $D=80\text{mm}$ 、幅 $w=80\text{mm}$ の正方形断面を有する長さ $L=1,500\text{mm}$ の正方形ダクトであり、側面には流れの可視化や PIV による流れ場の流速分布測定を行うため、光学観察用窓③が設けられている。測定部上壁には、壁面圧力変動を測定するための圧力測定孔が、上壁面に44個設けられている。ラバルノズル①は、図2に示すような2次元ノズルである。測定部の下流には、擬似衝撃波の発生位置を調整するための、衝撃波発生装置④が取り付けられている。この衝撃波発生装置を用いて、擬似衝撃波の発生位置が調整できる。

2.2 実験方法と実験条件

実験は、上述の測定部内に、擬似衝撃波を発生させて、その挙動と特性を、カラーシュリーレン法による流れ場の可視化、壁面圧力測定、PIV(Kanomax, 2D-PIV)による擬似衝撃波内の詳細な流速分布測定により、調べた。また、擬似衝撃波が発生しない場合の、ダクト内の時間平均流速分布測定を LDV (Kanomax:TSI-760) を用いて行った。

シュリーレン法による流れ場の可視化は、光源にナノスパークフラッシュ(閃光時間30nsec)、カラースリットを用いて行った。壁面静圧分布は、測定部上壁中心線上に20mm 間隔で取り付けた半導体圧力センサ(Kulite CT-190)を用い、測定した。

前報⁽¹²⁾では、擬似衝撃波を正方形ダクトの上流、中流($X_f/D=8.8$)、下流($X_f/D=13.8$)に発生させ、その巨視的構造を調べたが、本論文では、擬似衝撃波をダクトの中流位置 $X_f/D=8.8$ に発生させ、その内部構造と特性を詳細に調べた。この位置における無次元境界層厚さ、いわゆる境界制限(flow confinement) δ_∞/h は $\delta_\infty/h=0.39$ である。ここに、 X_f はダクト入り口から

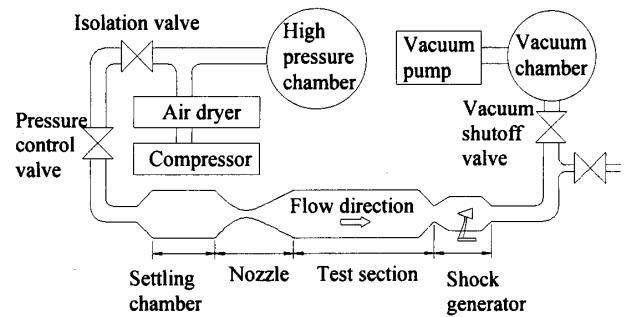


Fig.1 Pressure-vacuum type Mach 4 supersonic wind tunnel

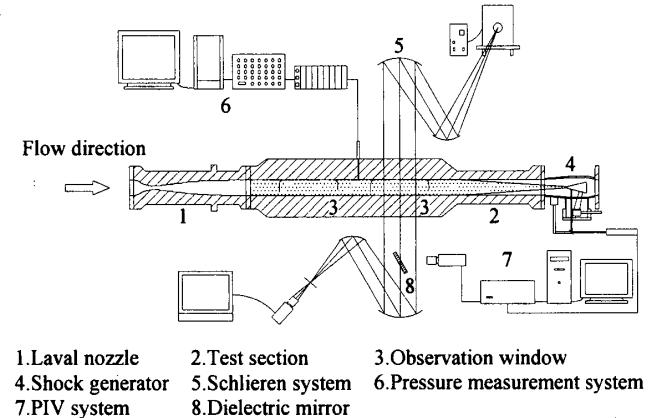


Fig.2 Schematic diagram of the test section

擬似衝撃波発生位置までの距離、 D はダクト高さ、 δ_∞ は先頭衝撃波直前の境界層厚さ、 h はダクト高さの半分である。測定部入り口における主流マッハ数 M_∞ と単位長さ当たりのレイノルズ数は、それぞれ $M_\infty=3.98$, $Re=2.6 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ である。

2.3 PIVによる流速測定法

擬似衝撃波を含む流れ場の流速分布の詳細を、PIV を用いて測定した。PIV による流速測定断面は、測定部の奥行き方向の中央断面である。ダブルパルス Nd:YAG レーザの第2高調波(wave length : $\lambda=532\text{nm}$, energy : 120mJ)の光を、衝撃波発生装置内に取り付けたシート光学系で、厚さ約1mm の光シートにし、下流から上流に向けて発光時間間隔 $\Delta t = 1 \mu \text{sec}$ で2回連続して、測定部に照射した。

流速測定用のトレーサ粒子は、整流筒 (settling-chamber) 内に噴霧し、流れに混入させた。気体流れ内に供給するトレーサ粒子として、通常、平均粒径が約 $1 \mu \text{m}$ の多分散分布となる植物オイルが用いられ、トレーサ粒子の発生装置として、従来、ラスキンノズル発生器がよく用いられてきた⁽¹⁴⁾。しかし、本 PIV 計測では、本超音速風洞の運転上の理由（整流筒内の圧力を自動調整していること）と、風洞内部、特に測定部と真空排気系を油で汚染させない等の理由により、

トレーサ粒子として、インピングジ形ノズルで微粒化した水粒子を用いた。この水粒子は、ラバルノズルを通過することによってさらに微粒化すると考えられるが、測定部におけるトレーザ水粒子の粒径については、現時点では実際に計測していないので不明である。

レーザ光は、トレーザ粒子によってミー散乱され、空間的濃淡画像（濃度あるいは輝度パターン）、あるいは粒子群像を形成する⁽¹⁴⁾。この粒子画像は、シュリーレン光学系との光の干渉を避けるために、観測窓と入射角49°で設置したダイクロイックミラーで反射され、レーザの発光毎にCCDカメラ（画素数1,000×1,016pixels）に記録される。

流れ場の速度ベクトルは、次のようにして求めた。初めに、CCDカメラに記録した2枚の画像間の相互相関を求める。検査領域は64 pixels×64pixelsである。相関処理には、処理速度の高速化を図るために、周波数領域相関処理⁽¹⁴⁾を用いた。検査領域の中心から相関係数が最大となる点までのベクトルによって、トレーザ粒子の変位ベクトルが定義され、これを Δt で除すことにより速度ベクトルを求める。

先頭衝撃波は、流れ方向に振動するので、PIVで得

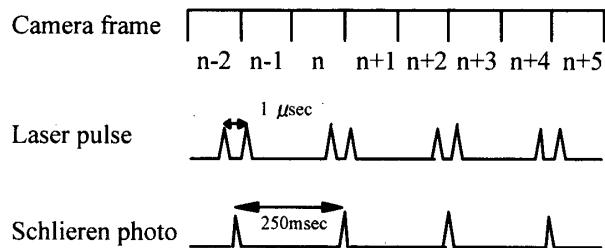


Fig.3 Synchronization of schlieren photometry and PIV measurements

られる流速分布画像と先頭衝撃波の位置関係を明確にする必要がある。そこで、図3に示すとおり、シュリーレン光学観察用ナノスパークの発光時期とPIV用YAGレーザの発光時期、フレームストラドリングCCDカメラの画像の取り込み時期を正確に同期させて、PIV測定とシュリーレン写真観察の同時測定を行い、PIV計測領域と先頭衝撃波の位置関係を正確に把握することにした。

3. 実験結果と考察

3. 1 ダクトの上・下壁に沿う乱流境界層の発達状況と特性（擬似衝撃波が発生しない場合）

本

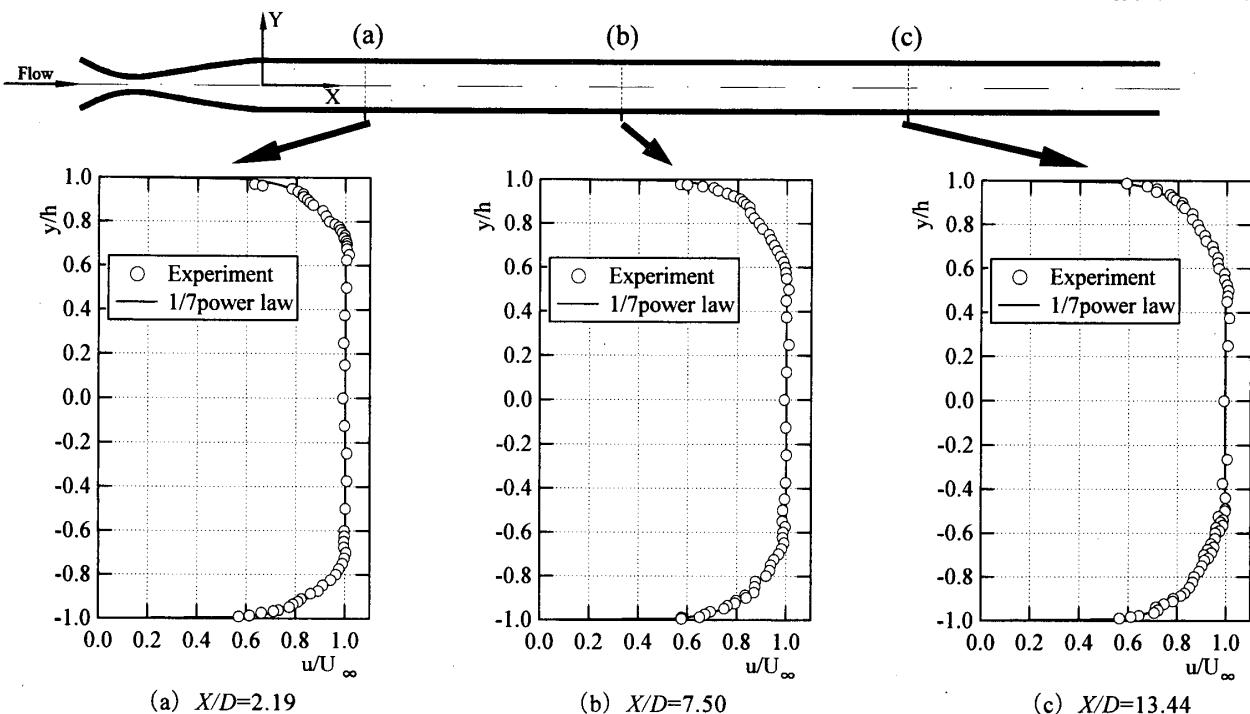


Fig.4 Temporally-averaged streamwise velocity distributions from LDV measurements

Table 1 Characteristics of the wall turbulent boundary layer

Non dimensional distance X/D	2.19	7.50	13.44
Boundary layer thickness δ (mm)	11.0	15.5	18.8
Flow confinement δ/h	0.28	0.39	0.47
Displacement thickness δ^* (mm)	1.57	1.88	2.56
Momentum thickness θ (mm)	1.21	1.49	2.02
Shape factor $H = \delta^*/\theta$	1.30	1.27	1.27

節では、擬似衝撃波が発生しない場合の、正方形ダクトの上・下壁に沿う乱流境界層の発達状況と特性について述べる。図4に、LDVを用いて測定したダクト奥行き方向中央断面における流速分布を示す。流れ方向測定位置は、上流($X/D=2.19$)、中流($X/D=7.50$)、下流($X/D=13.44$)の3か所である。図の横軸は、流れ方向速度 u を各位置での主流速度 U_∞ で除した無次元速度 u/U_∞ 、縦軸はダクトの中心軸からの高さ y を h で除した無次元高さ y/h である。図中の○印は実験結果を示し、境界層内の実線は乱流境界層の1/7乗則による速度分布の計算値を示す。主流速度 U_∞ は、 $X/D=2.19$ で $U_\infty=691\text{m/s}$ 、 $X/D=7.50$ で $U_\infty=682\text{m/s}$ 、 $X/D=13.44$ で $U_\infty=680\text{m/s}$ である。図4より、境界層の速度分布は1/7乗則による速度分布とよく一致し、境界層は乱流境界層となっていること、また、擬似衝撃波が発生しない場合には、ダクト内の流れは上下対称流となっていることがわかる。

表1に、速度分布から得られた各 X/D における境界層厚さ(boundary layer thickness) δ 、境界制限(flow confinement) δ/h 、排除厚さ(displacement thickness) δ^* 、運動量厚さ(momentum thickness) θ を示す。図4と表1より、下流側にいくに従い、乱流境界層は発達し、厚くなり、それにつれて、中心部の一様な超音速流の幅(高さ)は狭くなっていることがわかる。

ところで、境界層のはく離の目安を与える境界層の形状係数(shape factor) $H=\delta^*/\theta$ は、表1より、擬似衝撃波が発生しない場合には、各測定位置において約1.3である。この場合には、各位置において乱流境界

層ははく離していない。なお、流れ方向に圧力勾配の無い平板上の非圧縮性乱流境界層においては、 $H=1.8 \sim 2.4$ で流れははく離することが知られている⁽¹⁵⁾。

3. 2 ダクト内のマッハ4擬似衝撃波の観察

本節では、正方形ダクト内に発生するマッハ4擬似衝撃波の構造を、カラーシュリーレン写真観察に基づいて調べる。図5(a)は、ダクト入り口からの無次元距離 $X_f/D=8.8$ の位置に擬似衝撃波を発生させた場合の、マッハ4擬似衝撃波のカラーシュリーレン写真である。このシュリーレン写真は、閃光時間30nsecの光源を用い、横方向(X-Y面に垂直方向)から撮影した3枚の写真(流れ方向の位置を変えて撮影した、3枚の写真)をつなぎ合わせたものである。このシュリーレン写真より、ダクト内の擬似衝撃波を含む流れの様相が広範囲にわたって観察できる。なお、図5(a)の下部に、O.S.1(下壁側境界層内から発生する斜め衝撃波)の延長線上と下壁との交点を原点とする無次元座標 x/D を示す。図5(b)の流れ場を説明するための模式図を図5(b)に示す。以下にこの図を用いて、流れ場の説明を行う。

図5(b)に示すように、この流れ場は、大局的には、下壁と上壁に沿う乱流境界層(turbulent boundary layer)、中心部のマッハ4の一様な超音速流、2つの斜め衝撃波O.S.1とO.S.2(上壁側境界層内から発生する斜め衝撃波)よりなる先頭衝撃波(1st shock wave)、先頭衝撃波直後に現れるはく離領域(separation region)、はく離領域と中心部の一様な超音速流の間のせん断層(shear layer)、第2衝撃波(2nd shock wave)、第2衝撃波背後の混合領域(mixing region)か

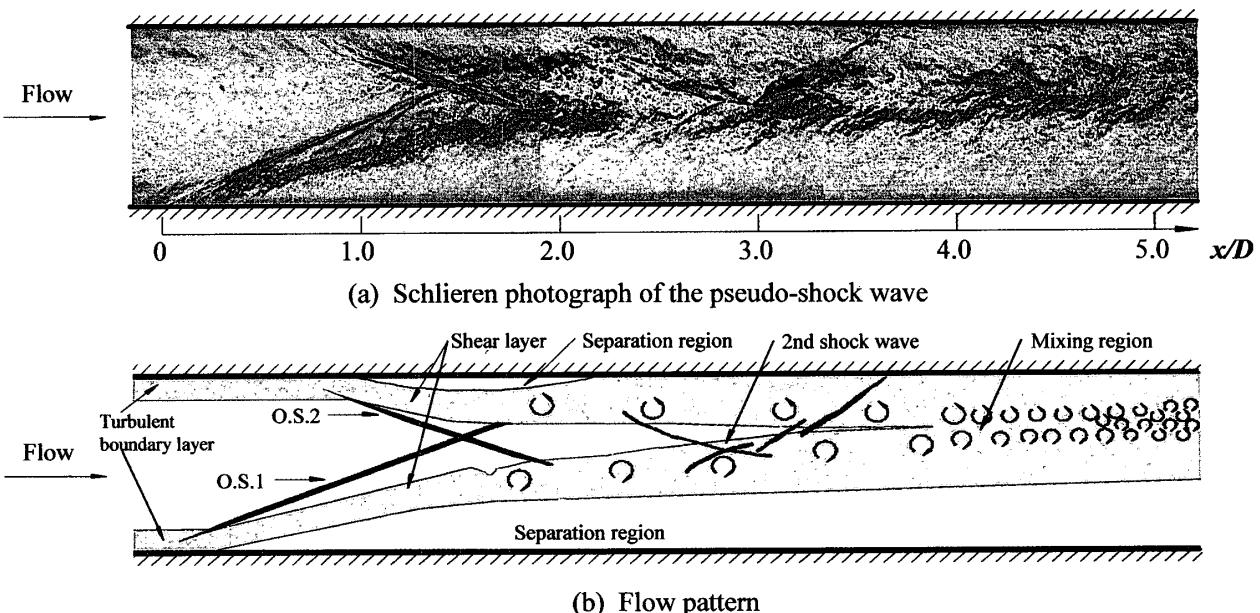


Fig.5 Schlieren photograph of the pseudo-shock wave

ら構成されている。

先頭衝撃波の形状は、中心部に垂直部分を持たない上下非対称な X 型衝撃波である。この衝撃波は、O.S.1 と O.S.2 より成る。この O.S.1 と O.S.2 の交点 (intersection) は、ダクト中心線より上側に来る。第 2 衝撃波も基本的には、2 つの斜め衝撃波より構成されるが、第 2 衝撃波発生点近くでは、せん断層内で発生する大きな渦(乱流)構造の影響により、弱い斜め衝撃波が複数発生していることが、シュリーレン写真より認められる。

図 5(a) の場合は、下壁に沿う乱流境界層が早くはく離する場合である(この逆の場合、すなわち上壁側の乱流境界層が早くはく離する場合もある)が、流れは上壁に沿って流れる非対称流れとなる。

なお、Carroll ら⁽⁶⁾は、矩形ダクト内のマッハ 2.45 の流れ中に擬似衝撃波が発生すると、擬似衝撃波の先頭衝撃波の形状は、本実験結果の場合と同様、非対称な X 形になることを、報告している。

3. 3 ダクト壁面に沿う壁面圧力分布 図 6 に、マッハ 4 擬似衝撃波を含む正方形ダクトの上・下壁に沿う壁面静圧分布と流れの様相を捉えたシュリーレン写真を示す。横軸は、前節で定義した無次元距離 x/D で、縦軸は壁面静圧 P を整流筒圧力 P_0 で除した無次元壁面静圧である。まず、境界層が先にはく離し、大きなはく離領域を形成している下壁に沿う壁面圧力分布(図中の▲印)に注目すると、壁面圧力は、先頭の斜め衝撃波の発生点からわずか上流(その点における境界層厚さ $\delta \approx 16\text{mm}$ 程度前方)から上昇し始め、なだらかに上昇する。前報⁽¹²⁾によると、この壁面圧力上昇は、 $X/D=9$ 付近まで続いている。このことより、マッハ 4 の擬似衝撃波の場合には、第 2 衝撃波下流の長い領域(約 5D) にわたって、流れの中心部の高速流とせん断層内の低速流の混合が続いていると言える。

次に、ダクト上壁に沿う壁面圧力(図中の○印)に注目すると、壁面圧力は、上壁側境界層内の斜め衝撃波の発生点のわずか上流(境界層の厚さ程度前方)の I 点から上昇を始め、上壁側はく離流れが再付着する点 II 付近まで上昇し続ける。その後、II～III の間で壁面圧力は減少するが、この間は流れの膨張領域と考えられる。III 点付近では、第 2 衝撃波の発生により圧力は上昇する。

Carroll ら⁽⁶⁾は、矩形ダクト内で、マッハ 2.45 の擬似衝撃波が発生する場合の、上・下壁に沿う壁面静圧分布を測定し、境界層が後からはく離する壁面に沿う圧力分布は、本実験結果の場合と同様の傾向を示す、

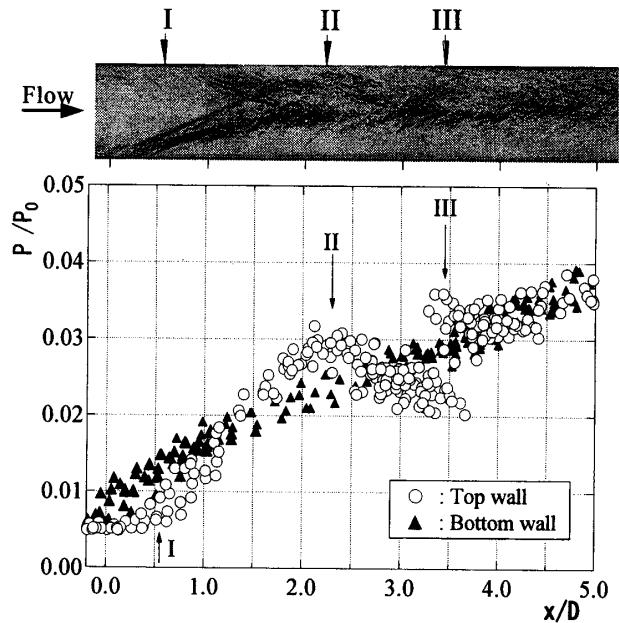


Fig.6 Wall static pressure distribution along the duct

すなわち鋸歯状に壁面圧力は上昇する、と述べている。

3. 4 マッハ 4 擬似衝撃波内の流速分布 前節 3.2 と 3.3 において、正方形ダクト内に発生するマッハ 4 擬似衝撃波のダクト中央断面における巨視的構造とダクト壁面に沿う壁面静圧分布について述べた。本節では、マッハ 4 擬似衝撃波の内部構造を明らかにするために測定した PIV による、マッハ 4 擬似衝撃波内の流速分布測定結果について述べる。

図 7(a),(b),(c) に、マッハ 4 擬似衝撃波をダクトの中流 $X_f/D = 8.8$ 位置に発生させた場合の、PIV による流速測定結果を示す。図 7(a) は各測定断面における流速ベクトル分布、図 7(b) は主流方向の速度成分 U の等高線分布、図 7(c) は流れの模式図に図 7(a) の速度ベクトル分布を重ね合わせたものである。各図において、横軸は前節で定義した流れ方向の無次元距離 x/D 、縦軸はダクトの中心を原点とする無次元高さ y/h である。

図 7(a) と 7(c) より、各位置 x/D における速度分布を調べると次のようになる。 $x/D = 0 \sim 1.5$ の間では、ダクト中心部における高速流領域で平坦な速度分布形状が得られているが、 $x/D = 1.75 \sim 3.25$ の間では、中心部の高速流とせん断層内における低速流の混合が進み、速度分布形状は放物線形状に移行していくことがわかる。図 7(b) より、流れの中心部を形成する高速流の速度は、 $x/D = 0$ においては $U = 650\text{m/s}$ 、先頭衝撃波を通過した $x/D = 1.5$ 付近では $U = 550\text{m/s}$ 、第 2 衝撃波下流の $x/D = 3.25$ 付近では $U = 500\text{m/s}$ と減少していることがわかる。

次に、ダクト下壁側のはく離せん断層と、はく離領

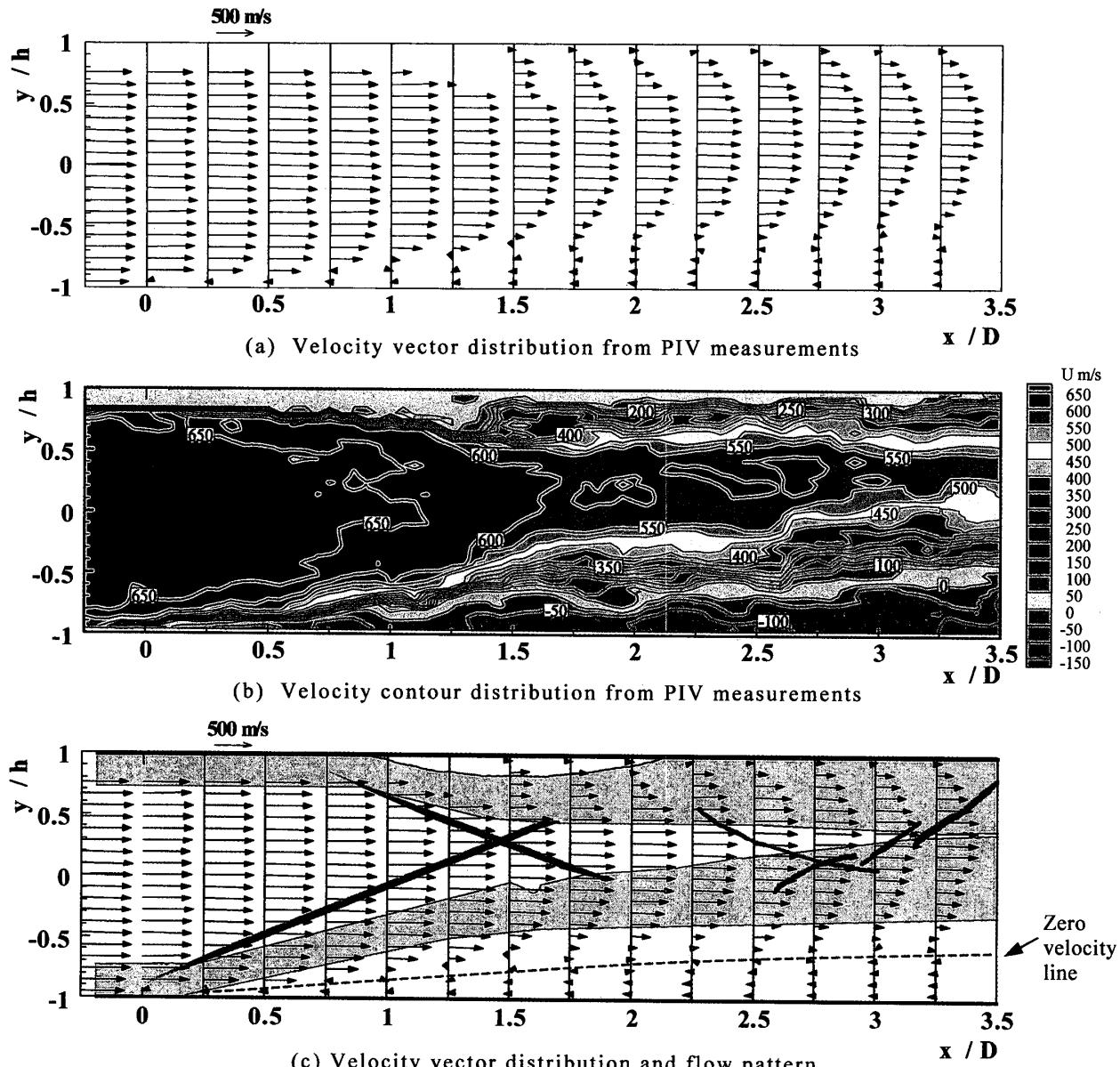


Fig.7 Detailed velocity distribution in the pseudo-shock wave

域内の速度分布について調べると、次のようになる。図7(c)より、はく離領域内の壁面近くでは、上流側に向かう逆流流れの速度、せん断層側では流れ方向の流れ速度が測定され、はく離領域内には大きな循環流れが存在していることがわかる。はく離領域内の破線は、ゼロ流線(zero velocity line)を示す。図7(b)より、はく離領域内の下壁近傍では、上流に向かう流速100m/s程度の空気の流れがあることがわかる。

なお、本実験では、図7(a), (c)に示すように、 $x/D=0 \sim 1.25$ の範囲の上壁境界層内で流速分布のデータは取得できなかった。この理由として、この領域へトレーサ粒子が混入しなかったためであると考えられるが、詳細については不明である。

4. 結 論

管路やダクト内の衝撃波を伴う超音速内部流動に関する研究の一環として、正方形ダクト内に発生するマッハ4擬似衝撃波を取り上げ、その内部構造と特性を、カラーシュリーレン法による広範囲にわたる流れ場の可視化、ダクト上・下壁面に沿う壁面圧力分布測定、およびPIV法による詳細な流速分布測定により、実験的に明らかにした。実験は、断面 $80 \times 80\text{mm}^2$ 、長さ $1,500\text{mm}$ の正方形ダクトを用い、擬似衝撃波発生位置における主流マッハ数3.98、単位長さ当たりのレイノルズ数 $2.6 \times 10^7/\text{m}$ 、境界制限 $\delta/h=0.39$ （ここに δ は境界層厚さ、 h はダクト高さの半分）の実験条件で行われた。

本研究で明らかになった、マッハ4擬似衝撃波を含む正方形ダクト内の、ダクト中央断面における流れ構造と特性は、要約すると次ぎのようになる。

- (1) ダクト内でマッハ4擬似衝撃波が発生すると、壁面乱流境界層は上・下壁面のいずれかで大きくはく離し、ダクト内の流れは、境界層が大きくはく離した壁と反対側の壁に沿って流れる、いわゆる非対称流れとなる。
- (2) マッハ4擬似衝撃波の内部構造は、ダクト中心部の超音速流（高速流）と壁面乱流境界層（低速流）、非対称な形状のX形の先頭衝撃波と第2衝撃波、はく離せん断層、大規模なはく離領域、第2衝撃波下流における高速流と低速流の混合領域などより成る。
- (3) マッハ4擬似衝撃波を含む流れ場において、流れの中心部を形成する高速流の速度分布は、擬似衝撃波の前方では平坦であるが、擬似衝撃波の先頭と第2衝撃波下流では放物線形状へと移行していく。大規模なはく離領域内には循環流れが存在する。
- (4) マッハ4擬似衝撃波を含むダクト壁面に沿う壁面圧力は、大規模なはく離領域が存在する壁面上ではなだらかに上昇する。これに対し、流れが付着して流れる側の壁面圧力は、擬似衝撃波の構造（先頭衝撃波、膨張領域、第2衝撃波）の影響が現れ、鋸歯状に上昇する。

なお、本文中でも述べているが、本PIVトレーサ粒子の粒径計測は実際に行っておらず、粒子の流れへの追従性や流速計測精度の検討は十分ではない。しかし、本実験のPIV計測では、シュリーレン写真より観察される流れ場をよく説明する流速分布が計測、得られている。このことより、未解明であったマッハ4擬似衝撃波内部の流れ構造が本論文で明らかになったと考えている。

今後、PIV計測の計測精度の向上を目的として、超音速風洞内に既知の粒径および粒径分布を持つトレーサ粒子を、ラスキンノズル発生器等を用いて供給できるよう、本超音速風洞を改造していく予定である。

本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究(c)(2)、課題番号14550136）の助成を受け行われた。ここに記して、謝意を表す。

文献

- (1) 高山和喜編、衝撃波ハンドブック、シュプリンガー・フェアラーク東京、(1995), 230-239.
- (2) Matsuo, K., Miyazato, Y. and H., D., Kim, Shock Train and Pseudo-Shock Phenomena in Internal Gas Flows, Progress in Aerospace Science 35, (1999), 33-100.
- (3) 杉山・関山・武田・張、直管路内の擬似衝撃波の発生位置と構造に関する実験的研究、機論(B編), 52-484(1986), 3859-3866.
- (4) 杉山・新井・阿部・高橋・高山、正方形断面を有する直管内に発生するλ形擬似衝撃波の流動機構、機論(B編), 56-522(1990), 330-335.
- (5) Sugiyama, H., Arai, T. and Uno, N., LDV Investigation of Turbulence Phenomena in Multiple Shock Wave / Turbulent Boundary Layer Interactions, IUTAM Symposium on Combustion in Supersonic Flows (Champion, M. and Deshaies, B., Eds.), Kluwer Academic Publishers, (1995), 325-332.
- (6) Carroll,B.F. and Dutton, J.C., Characteristics of Multiple Shock Wave / Turbulent Boundary-Layer Interactions in Rectangular Ducts, J. of Propulsion and Power, 6-2(1990), 186-193.
- (7) Carroll,B.F. and Dutton, J.C., Multiple Normal Shock Wave / Turbulent Boundary-Layer Interactions, J. of Propulsion and Power, 8-2(1992), 441-448.
- (8) 杉山・針生・関山・佐藤・奥田、直管路内の擬似衝撃波の振動現象に関する実験的研究（λ形擬似衝撃波の場合）、機論(B編), 51-467(1985), 2053-2060.
- (9) Sugiyama, H., Takeda, H., J., Zhang, Okuda, K. and Yamagishi, H., Locations and Oscillation Phenomena of Pseudo-Shock Waves in a Straight Rectangular Duct, JSME International Journal, Series II, Vol.31, No.1(1988), 9-15.
- (10) 松尾・望月・宮里・合屋、長方形断面を持つ直管内の擬似衝撃波の振動特性、機論(B編), 57-541(1991), 3083-3090.
- (11) 山根・高橋・齊藤、直管内の擬似衝撃波の振動（第2報、流路各部の圧力変動相互の関係）、機論(B編), 49-449(1983), 2336-2342.
- (12) 杉山・福田・溝端・遠藤・孫・新井、衝撃波を伴う超音速内部流動に関する研究（超音速内部流動実験装置の開発およびマッハ数2と4の擬似衝撃波の特性）、機論(B編), 68-676(2002), 3295-3301.
- (13) 杉山・溝端・新井・福田・孫・遠藤・広島、室蘭工業大学新設マッハ4超音速風洞の気流特性および衝撃波と乱流境界層の干渉現象に関する研究、室蘭工業大学紀要, 51号(2001), 57-62.
- (14) Raffel, M., Willert, C.E., Kompenhans, J., 小林敏雄 日本語版監修、PIVの基礎と応用、(2000), 109, シュプリンガー・フェアラーク東京。
- (15) 生井・井上、粘性流体の力学、(1978), 109, 理工学社。