

変動荷重の作用する静圧球面軸受の混合潤滑特性*

(ピストンポンプ・モータの作動条件に基づく数値シミュレーション)

風 間 俊 治^{*1}

Mixed Lubrication Characteristics of Dynamically Loaded Hydrostatic Spherical Bearings

(Numerical Simulation at Operating Conditions of Piston Pumps/Motors)

Toshiharu KAZAMA^{*2}

^{*2} Department of Mechanical Systems Engineering, Muroran Institute of Technology,
27-1 Mizumoto-cho, Muroran-shi, Hokkaido, 050-8585 Japan

Mixed and fluid film lubrication characteristics of hydrostatic spherical bearings for hydraulic piston pumps and motors are studied theoretically under unsteady state conditions. The basic equations considering interference and contact of surface roughness are developed using the mixed lubrication model based on the GW and PC models. The effects of the operating conditions and the bearing dimension on the motion of the sphere, asperity-contact/fluid pressure distributions, leakage flow rate, power loss and the stiffness are examined. A seat geometry which reduces the asperity-contact pressure is presented. A simplified model applicable to the limited conditions in the fluid film lubrication is also derived.

Key Words: Tribology, Fluid Power Systems, Hydrostatic Bearings, Mixed Lubrication, Sphere, Dynamic Load, Oil Hydraulics, Piston Pumps and Motors, Ball Joint

1. 緒 言

既報⁽¹⁾では、静圧球面軸受⁽²⁾のしゅう動部特性を記述する一連の定常解析解を導出し、圧力補償用絞りの形式や半径すきまの与え方などを整理して、損失動力最小および軸受剛性最大に基づく最適寸法を統一的に示した。前報⁽³⁾では、表面粗さ突起の干渉や接触を伴う混合潤滑域を含めた理論解析を定常状態下で行い、その理論モデルの妥当性を実験により検証した。

本報では、ピストンポンプ・モータの球継手への適用を念頭に置き、混合潤滑域から流体潤滑域に及ぶ、供給圧力と荷重の両者が変動する作動条件下において、静圧球面軸受の非定常トライボロジー特性を論ずる。さらに、混合潤滑域における性能向上を狙った軸受形状を検討するとともに、一方で、流体潤滑域における簡便な特性式をも導く。

2. おもな記号

C: 半径すきま

\bar{h} : すきま = h/C

\bar{L} : 損失動力 = $L/(\omega p_{s0} R_1^3 S_0)$

\bar{m} : 質量 = $\omega^2 C m / (p_{s0} R_1^3 S_0)$

\bar{p} : 圧力 = $p / (p_{s0} S_0)$

\bar{p}_r : ポケット圧力 = $p_r / (p_{s0} S_0)$

\bar{p}_s : 供給圧力 = $p_s / (p_{s0} S_0)$

\bar{Q} : 流量 = $Q / (\omega R_1^3)$

\bar{R}_w : 等価荷重半径 = $[|W| / (\pi p_s)]^{1/2} / R_1$

R_1 : 球半径

\bar{r}, θ, \bar{z} : 座標系 = $r/R_1, \theta, z/C$

S_0 : パラメータ = $6\mu\omega(R_1/C)^2/p_{s0}$

\bar{T} : トルク = $T / (p_{s0} R_1^3 S_0)$

\bar{V}_r : ポケット容積 = $p_{s0} S_0 V_r / (K R_1^3)$

\bar{W} : 荷重; 負荷容量 = $W / (p_{s0} R_1^3 S_0)$

β : 毛細管絞り特性数

γ : オリフィス絞り特性数

$\Delta\tau$: 時間差

ϵ : 離心率 = e/C

θ_e, θ_r : 球面座端角度, ポケット端角度

μ : 粘度

σ : 等価表面粗さ = $(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$

τ : 時刻; 時間 = Ωt

Ω : 代表角速度

* 原稿受付 2002年8月9日。

^{*1} 正員, 室蘭工業大学工学部(〒050-8585 室蘭市水元町27-1)。

E-mail: kazama@mmm.muroran-it.ac.jp

- ω : 球角速度
- 添字
- a, f : 粗さ突起, 流体
- 0: 基準値; 参照値
- 1, 2: 球, 球面座

3. 混合潤滑モデル

3.1 基礎方程式 図1に示す静圧球面液体軸受を考える。本報では、台形波状に変動(図2)する供給圧力 p_s および同心荷重 W のもとに、球が z 軸まわりに一定角速度 ω で回転する条件を取扱う。混合潤滑から流体潤滑までの連続した作動領域を取扱う潤滑方程式の導出に当たっては、Greenwood-Williamson⁽⁴⁾ ならびに Patir-Cheng⁽⁵⁾ のモデルをベースとした混合潤滑モデル⁽⁶⁾ を採用する。なお、粗さは等方性、粗さの基準面は剛体、流体の物性値は一定などの仮定をおく。以下、要点のみを記す。

GW モデル⁽⁴⁾ より、見掛けの微小面積における粗さ突起の接触に基づく平均接触圧力 $\bar{p}_a = \bar{p}_{ae} + \bar{p}_{ap}$ (添字 e, p : それぞれ、突起の弾性、塑性変形) は

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_{ae} &= (2/3)\bar{E}'\eta\beta'\sigma^*(\sigma^*/\beta')^{1/2} \\ &\times [F_{3/2}(d_e^*) - F_{3/2}(d_e^* + w_p^*)] \\ \bar{p}_{ap} &= \pi\bar{H}_a\eta\beta'\sigma^*F_1(d_e^* + w_p^*) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

$$F_m(d_e^*) = \int_{d_e^*}^{\infty} (s - d_e^*)^m \psi(s) ds \dots\dots\dots (2)$$

であり、 d_e^* : 分離距離、 \bar{E}' : 等価弾性係数 = $E'/(p_{s0}S_0)$ 、 \bar{H}_a : 軟質材の硬さ = $H_a/(p_{s0}S_0)$ 、 $w_p^* = (\beta'/\sigma^*)(2H_a/E')^2$ 、 β' : 等価突起半径、 η : 突起密度、 $\sigma^* = 0.7\sigma$ 、 $\psi(s)$: 標準確率密度関数 = $(2\pi)^{-1/2} \exp(-s^2/2)$ である。

PC モデル⁽⁵⁾ に従うと、粗さを考慮した非定常軸対称レイノルズ方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\phi \bar{h}^3 \sin \theta \frac{\partial \bar{p}_f}{\partial \theta} \right) &= 2 \cos \theta \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{d\varepsilon}{\omega R_1} \right) \\ &\times \left[1 + \frac{C}{R_1} \left(\bar{h}_r + \frac{\tan \theta}{2} \frac{\partial \bar{h}_r}{\partial \theta} \right) \right. \\ &\left. + \frac{\sigma}{R_1} \left(\phi_s + \frac{\tan \theta}{2} \frac{\partial \phi_s}{\partial \theta} \right) \right] \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 \bar{h}_r : 局所すきま、 ϕ, ϕ_s : 粗さの係数⁽⁵⁾ である。流体圧力 $\bar{p}_f(\theta, \tau)$ の境界条件は、 $\bar{p}_f(\theta_r, \tau) = \bar{p}_r(\tau)$ 、 $\bar{p}_f(\theta_e, \tau) = 0$ 。

公称すきま \bar{h} は、しゅう動面形状の一部にだ円弧(パラメータ: δ', ϕ')を採用することにより、球面座形状を真円弧から拡張⁽³⁾して次式で与える。

$$\bar{h} = 1 + \varepsilon \cos \theta + \delta' \cos^2(\theta + \phi') \dots\dots\dots (4)$$

軸受負荷容量は、突起および流体に基づく負荷容量

\bar{W}_a, \bar{W}_f の和(ただし、 $0 < \theta < \theta_r$ で $\bar{p}_a = 0, \bar{p}_f = \bar{p}_r$) となり

$$\bar{W}_a + \bar{W}_f = -2\pi \int_0^{\theta_e} (\bar{p}_a + \bar{p}_f) \cos \theta \sin \theta d\theta \dots\dots\dots (5)$$

ポケット圧力 $\bar{p}_r(\tau)$ は、ポケット部における液体の圧縮性および押退け容積を考慮⁽²⁾して、流量連続の関係より

$$\bar{V}_r \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{d\varepsilon}{\omega R_1} \right) = \bar{Q}_r - \bar{Q}(\theta_r) - \pi \sin^2 \theta_r \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{d\varepsilon}{\omega R_1} \right) \dots\dots\dots (6)$$

軸受流量 $\bar{Q}(\theta)$ ($\theta_r \leq \theta \leq \theta_e$) および毛細管あるいはオリフィス絞り流量 $\bar{Q}_{rc}, \bar{Q}_{ro}$ は、それぞれ

$$\begin{aligned} \bar{Q}(\theta) &= \pi(C/R_1) \sin \theta \\ &\times \left[-\phi \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}_f}{\partial \theta} + \left(\frac{C}{R_1} \bar{h}_r + \frac{\sigma}{R_1} \phi_s \right) \sin \theta \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{d\varepsilon}{\omega R_1} \right) \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{Q}_{rc} &= \pi(C/R_1)(\bar{p}_s - \bar{p}_r)/\beta \\ \bar{Q}_{ro} &= \pm \pi(C/R_1)(|\bar{p}_s - \bar{p}_r|/\gamma)^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 β : 毛細管絞り特性数 = $4C^3 l_c / (3r_c^2)$ 、 γ : オリフィス絞り特性数 = $\rho \omega C^4 R_1^2 / (12\mu c_f^2 r_c^2)$ であり、 c_f : 流量係数、 l_c : 絞り長さ、 r_c : 絞り半径、 ρ : 密度

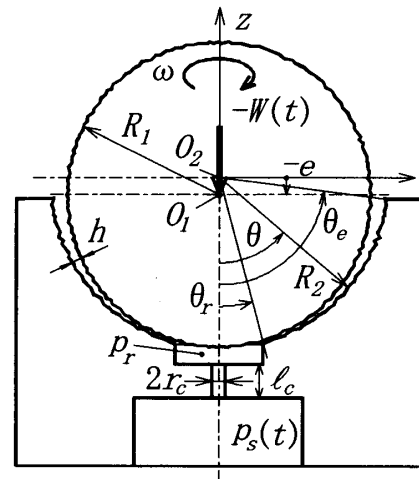


Fig. 1 Schematic and coordinates of hydrostatic spherical bearings

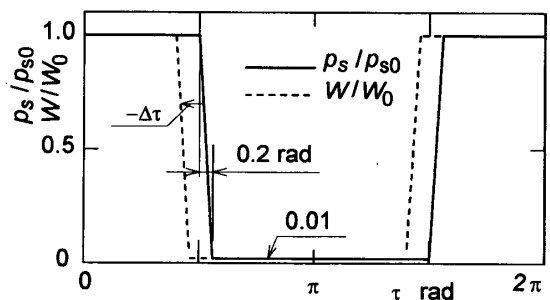


Fig. 2 Changes in supply pressure p_s and load W

である(複号は、絶対値記号の中が正で+, 負で-)。

突起ならびに流体に基づく摩擦トルク \bar{T}_a, \bar{T}_f は、それぞれ

$$\bar{T}_a = \iint_{\bar{A}_0} \sin \theta \left\{ \xi \bar{\tau}_p \left[\left(\frac{\bar{\tau}_e}{\bar{\tau}_p} \right) d\bar{A}_e + d\bar{A}_p \right] + (1 - \xi) \bar{\tau}_{ad} d\bar{A}_r \right\} \dots \dots \dots (9)$$

$$\bar{T}_f = \frac{\pi}{3} \frac{C}{R_1} \int_{\theta_r}^{\theta_e} \frac{\sin^3 \theta}{h} \left[\phi_f + \left(1 - 2 \frac{\sigma_z^2}{\sigma^2} \right) \phi_{fs} \right] d\theta \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 \bar{A}_r : 真実接触面積 = A_r/R_1^2 , \bar{A}_0 : 見掛けの接触面積, ξ : 吸着膜の破断率⁽⁶⁾, $\bar{\tau}$: せん断応力 = $\tau/(p_{s0}S_o)$, ϕ_f, ϕ_{fs} : 粗さの係数⁽⁵⁾, 添字 *ad*: 吸着膜。

平均損失動力 \bar{L}_m は、漏れ流量 $\bar{Q}_{out} [= \bar{Q}(\theta_e)]$ と摩擦トルク $\bar{T} (= \bar{T}_a + \bar{T}_f)$ に基づく損失動力 $\bar{L}_{Qm}, \bar{L}_{Tm}$ の和を1周期で平均した値で定義する。すなわち

$$\bar{L}_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\bar{p}_s \bar{Q}_{out} + \bar{T}) d\tau = \bar{L}_{Qm} + \bar{L}_{Tm} \dots \dots \dots (11)$$

球部に対する \bar{z} 軸方向の並進運動方程式 [$\bar{g} = g/(\Omega^2 C)$] は

$$\left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \bar{m} \frac{d^2 \bar{\varepsilon}}{d\tau^2} = \bar{W} + \bar{W}_a + \bar{W}_f - \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \bar{g} \bar{m} \dots (12)$$

なお、完全流体潤滑状態かつ真円弧球面座の場合には、式(5), (7), (10)の解析解を求めることが可能となる(附録1参照)。

3.2 計算方法と数値パラメータ

式(3)に有限差分法を、式(6), (12)にルンゲ・クッタ法を適用して、液体の流れ場と球の運動を数値的に解く。1周期を $10^4 \sim 10^6$ に等分割し、 $\tau = 0, 2\pi$ における $\varepsilon, d\varepsilon/d\tau, \bar{p}_r$ の相対誤差が 10^{-4} 未満になるまで繰返し計算を行う。その後、さらに、 τ の刻み幅を半分にして、解の収束性を確認する。初期値には定常値(高压側)を用いる。代表的なパラメータの数値例として、 $C/R_1 = 10^{-3}, \bar{m} = 10^{-4}, \bar{R}_w = 0.8, R_1 = 10 \text{ mm}, S_o = 10, \bar{V}_r = 0.3, \beta = 0.113 (\gamma = 0.317), \Delta\tau = 0 \text{ rad}, \delta' = 0, \theta_r/\theta_e = 53.1^\circ/84.2^\circ (44.4^\circ/82.1^\circ), \sigma/C = 0.1, \varphi' = 0 \text{ rad}, \Omega/\omega = 0.1$ などを設定する。なお、絞りおよび球面座の形状は、毛細管・オリフィス絞りとともに、定常・同径軸受に対する負荷容量最大・剛性最大・損失動力最小条件に基づく最適寸法⁽¹⁾とする。

4. 計算結果および考察

4.1 混合潤滑解析

図3は、離心率 ε , ポケット圧力 \bar{p}_r/\bar{p}_{s0} , 漏れ流量 \bar{Q}_{out} , 突起接触およびキャビテーション発生の見掛けの面積 $\bar{A}_{cnt}/\bar{A}_0, \bar{A}_{cav}/\bar{A}_0$ の変動を示す。高压側と低压側との切替時 ($\tau = \pi/2, 3\pi/2$)

に ε が大きく変動するため、そのときの \bar{Q}_{out} が大きく、続いてキャビテーションを生じる ($\bar{A}_{cav}/\bar{A}_0 > 0$)。低压側 ($\pi/2 < \tau < 3\pi/2$) では、 ε は大きく、流体潤滑状態である。しかし、高压側へ切替った後 ($\tau > 3\pi/2$), ε は減少し、すきまの最小値は表面粗さと同程度となり、固体接触を生じて ($\bar{A}_{cnt}/\bar{A}_0 > 0$), 混合潤滑状態となる。この数値条件下では、これらのパラメータの変動は、毛細管絞りの場合に比して、オリフィス絞りの場合のほうが大きい。

図4, 5は、その切換後 ($\tau \geq 3\pi/2$) における接触および流体に基づく圧力分布 $\bar{p}_a/\bar{p}_{s0}, \bar{p}_r/\bar{p}_{s0}$ を示す(以下、

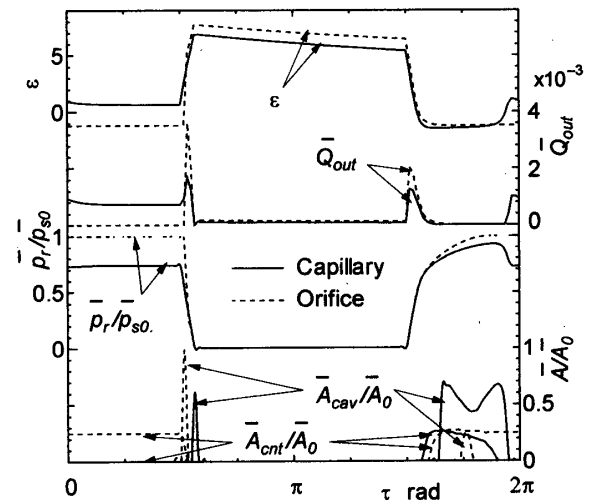


Fig. 3 Variation of eccentric ratio ε , recess pressure \bar{p}_r/\bar{p}_{s0} , leakage flow rate \bar{Q}_{out} and contacting and cavitating area ratios $\bar{A}_{cnt}/\bar{A}_0, \bar{A}_{cav}/\bar{A}_0$ ($\Omega/\omega = 0.05$)

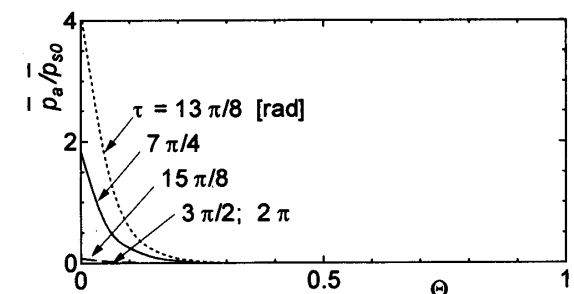


Fig. 4 Asperity-contact pressure \bar{p}_a/\bar{p}_{s0} distributions ($\Omega/\omega = 0.05$)

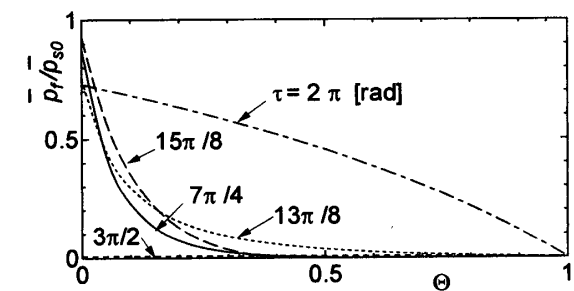


Fig. 5 Fluid pressure \bar{p}_r/\bar{p}_{s0} distributions ($\Omega/\omega = 0.05$)

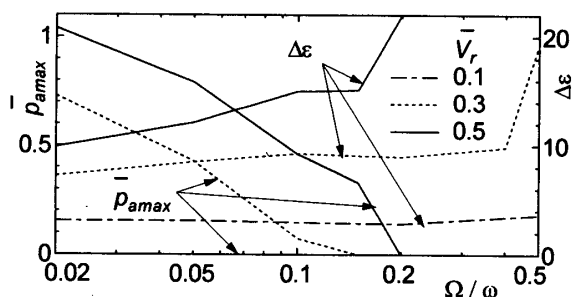


Fig. 6 Effects of reference angular velocity Ω/ω and normalized recess volume \bar{V}_r on maximum asperity-contact pressure $\bar{p}_{a\max}$ and fluctuation of eccentric ratio ε

毛細管絞り), 半径すきまを有する ($C > 0$) 真円弧球面座の場合, ポケット端近傍 [$\theta = (\theta - \theta_r)/(\theta_e - \theta_r) = 0$] において固体接触を生じやすい. この条件では, $\tau = 3\pi/2 \rightarrow 13\pi/8$ で衝突 ($\bar{p}_a/\bar{p}_{s0} > 0$) する. 一方, 絞り膜効果に基づく \bar{p}_r の増加は, $d\bar{h}/d\theta < 0$ ($\varepsilon > 0$) となる条件 ($\tau = 2\pi$) において顕著に表れる.

図6は代表角速度 Ω/ω および無次元ポケット容積 \bar{V}_r が突起接触圧力の最大値 $\bar{p}_{a\max}$ および球部の変動 $\Delta\varepsilon (= \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min})$ に及ぼす影響を示す. Ω/ω が大きい場合, 絞り膜効果が十分に働くため, すきまは大きく, 固体接触は生じない ($\bar{p}_{a\max} = 0$). しかし, Ω/ω が小さい場合, すきまは小さく, $\bar{p}_{a\max} > 0$ となる. Ω/ω はポンプ・モータの軸回転速度に対応するので, 高速運転時に流体潤滑状態が確保できても, 低速運転時には混合潤滑状態となり得ることを表している.

また, \bar{V}_r が大きいほど $\Delta\varepsilon$ は大きくなり, 大きな Ω/ω でも固体接触を生じやすく, $\bar{p}_{a\max}$ も大きい. \bar{V}_r は液体の体積弾性係数の逆数の無次元量でもあるので, 液体への空気の混入等による見掛けの体積弾性係数の低下は, 剛性の減少および接触圧力の増加を招くことになる.

液圧ポンプ・モータのしゅう動部には, 基本的に供給圧力 p_s に比例する荷重 W が作用する. しかしながら, 剛性の視点からも, p_s に比例しない W の成分の影響を論じておく必要がある. そこで, p_s の変化と W の変化との間に時間差 $\Delta\tau$ を設けたモデリングにより, その影響を調べる.

図7を見ると, $|\Delta\tau| > 0$ において ε の変動が大きい. 特に, W の変化が早まる場合 ($\Delta\tau < 0$) に $\tau > 3\pi/2$ での ε が小さくなる. 同図では, $\Delta\tau = -0.4$ rad の場合, $3\pi/2 < \tau < 2\pi$ で, $\Delta\tau = 0.4$ rad の場合, $\tau \approx 16\pi/25$ で固体接触を生じる.

さて, 図4に見られるような局所的な固体接触は, 摩耗や焼付きの要因となり, 信頼性工学や安全設計の

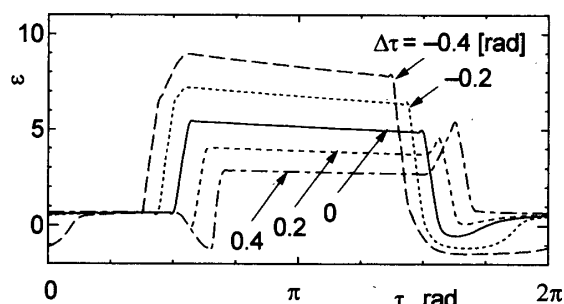


Fig. 7 Effect of time-lag $\Delta\tau$ on eccentric ratio ε ($\bar{V}_r = 0.2$)

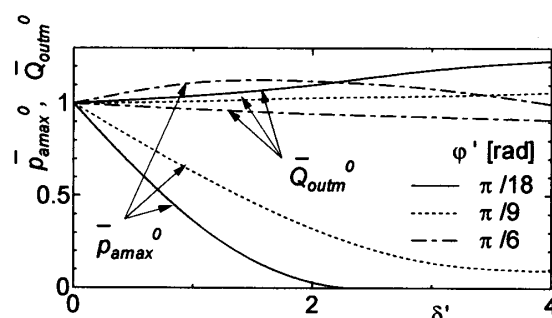


Fig. 8 Effect of clearance geometry on normalized maximum asperity-contact pressure $\bar{p}_{a\max}^0$ and mean leakage flow rate $\bar{Q}_{out m}^0$ ($\Omega/\omega = 0.05$)

見地から好ましくない. そこで, \bar{p}_a を低減させる方策を検討する.

いま, 球面座を式(4)で近似できる円弧に施した場合の解析結果を, 真円弧 ($\delta' = \varphi' = 0$) の解で無次元化して図8に示す. δ' と φ' を適切に選ぶことにより, \bar{p}_a の大幅な減少を図られることがわかる. 特に, $\varphi' = \pi/18$ rad では $\delta' > 2.7$ で $\bar{p}_{a\max}^0 = 0$ となる. なお, $\delta' > 0$ とすることは, すきまを大きく採ることになるため, 同一条件において平均漏れ流量 $\bar{Q}_{out m}^0$ は増加する. ただし, その影響は小さい.

4.2 流体潤滑解析 混合潤滑域を含む非定常計算は, 煩雑であり時間も要する. 表面粗さや固体接触などの影響が無視できる, ある限定された流体潤滑状態を想定した条件下での数値解を得ておくことは, 解の見通しを立てておくためにも有用であろう. そこで, 既報⁽¹⁾ で論じた半径すきまの取扱いならびに慣性項や負圧のモデリングの差異を含めた検討をしておく.

ここでは, $\bar{p}_r < 0$ に対して $\bar{p}_r = 0$ と置く場合 ($\bar{p}_c = 0$ と記す. 負荷容量 \bar{W}_r は数値積分で求める), 負圧を許容する場合 ($\bar{p}_c < 0$ と記す. \bar{W}_r は解析的に求まり, $d\varepsilon/d\tau$ を陽に表すことができる), さらに慣性項を無視する場合 ($\hat{m} = 0$ と記す. 運動方程式は1階となる) の三とおりのモデリングを比較する.

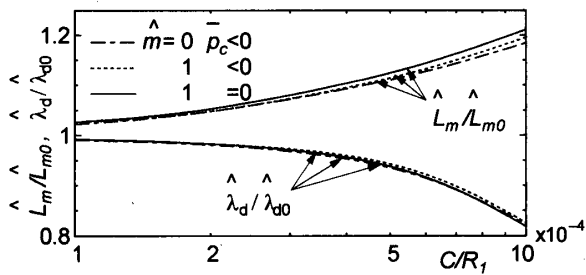


Fig. 9 Difference in mean power loss \bar{L}_m and dynamic stiffness $\hat{\lambda}_d$ in fluid film lubrication [$S_o(C/R_1)^2 = 10^{-5}$, $\bar{V}_r/S_o = 0.02$]

同径軸受の解(添字0)との比をとって、平均損失動力 $\bar{L}_m (= \bar{L}_m S_o)$ ならびに軸受動剛性 $\hat{\lambda}_d [= (\Delta \bar{W} / \Delta \varepsilon) R_1 S_o / C]$ を求めた結果を図9に示す。定常解の場合⁽¹⁾と同様に、 C/R_1 が小さくなるほど、異径軸受の同径軸受の解に漸近する。また、小型汎用ピストンポンプ・モータを例に採れば、スリッパ軸受あるいはピストン・アセンブリ単体では、その質量 $\bar{m} (= \bar{m} R_1 S_o / C) \sim 10^0$ 程度であるから、 $\bar{L}_m, \hat{\lambda}_d$ に対する慣性項の影響は無視できるといえる。さらに、負圧の取扱い方の影響も小さい。なお、同図の計算時間を測定したところ、 $\bar{m} = 0, \bar{p}_c < 0$ および $\bar{m} = 1, \bar{p}_c < 0$ での測定値は、 $\bar{m} = 1, \bar{p}_c = 0$ での計算時間を1として、0.12~0.2となった。したがって、流体潤滑域での近似解を得ることに目的を絞れば、構成式やプログラムが簡単で計算量も少ない附録1に示すモデルもまた実用的であるといえよう。

5. 結 言

混合潤滑域を含めて、変動する供給圧力および荷重が作用する静圧球面軸受に対する数理モデルを構築し、幅広い作動条件にわたりトライボロジー特性を論じた。特に、低速での運転、供給圧力に比例しない荷重変動、体積弾性係数の低下など、実機のピストンポンプ・モータへ適用するに際して検討しておくべき作動条件を想定して数値シミュレーションを行った。

おもな結論として、

- (1) 高速運動時に流体潤滑状態であっても、低速運転時に混合潤滑状態となり得ること
- (2) 供給圧力に比例しない荷重の変動成分は、軸受剛性を低め、固体接触の可能性を高めること
- (3) 液体の体積弾性係数の減少あるいは軸受のポケット容積の増大は、軸受剛性を低め、固体接触の可能性を高めること
- (4) 真円弧球面座の場合、ポケット端において局部的に大きな固体接触圧力が生じること

などを明らかにした。さらに、球面座の形状を工夫することにより、固体接触圧力を低減あるいは流体潤滑状態を実現できることを示した。加えて、流体潤滑域での運転を対象とした簡便なモデルを導いた。

最後に、日頃よりご懇切なご指導を賜っている横浜国立大学 山口 惇 名誉教授ならびに室蘭工業大学 藤原 満 教授に深謝する。

附 録 1

図1に示す静圧球面軸受に対して、表面粗さを無視した流体潤滑状態を考えると、レイノルズ方程式⁽²⁾は

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \sin \theta \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) = 2 \cos \theta \frac{\Omega}{\omega} \frac{d\varepsilon}{dt} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、すきま $\bar{h} = \varepsilon \cos \theta$ (同径軸受), $\bar{h} = 1 + \varepsilon \cos \theta$ (異径軸受)⁽¹⁾ で与える。 $x = \cos \theta$ において式(13)を解くと

$$\bar{p}(x) = [G_e - G(x)] / \Delta G \cdot \bar{p}_r + \frac{\Omega}{\omega} \frac{\Delta G_1 G(x) - \Delta G G_1(x) + G_{1r} G_e - G_{1e} G_r}{\varepsilon^3 \Delta G} \frac{d\varepsilon}{dt} \dots\dots\dots (14)$$

いま、キャピテーションは生じないとして $x = x_e \sim x_r$ にわたって積分すれば、負荷容量 \bar{W}_f は、ポケット部を含めて次式となる。

$$\bar{W}_f = \pi \frac{\Delta I}{\Delta G} \bar{p}_r - \pi \frac{\Omega}{\omega} \frac{\Delta G_2 \Delta I - \Delta G \Delta I_1}{\varepsilon^3 \Delta G} \frac{d\varepsilon}{dt} \dots\dots\dots (15)$$

軸受流量 $\bar{Q}(x)$ は、 $X = \varepsilon x$ (同径軸受), $X = 1 + \varepsilon x$ (異径軸受)として

$$\bar{Q}(x) = \frac{\pi X(1-x^2)}{R_1/C} \left(X^2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{C}{R_1} \frac{\Omega}{\omega} \frac{d\varepsilon}{dt} \right) \dots\dots\dots (16)$$

摩擦トルク \bar{T}_f は

$$\bar{T}_f = (\pi/3)(C/R_1)(\Delta J/\varepsilon) \dots\dots\dots (17)$$

なお、異径軸受に対しては、式(14), (15), (17)で $\varepsilon = 1$ と置いた形となる (ε を含む項は附録2参照)。

附 録 2

パラメータ $\Delta G_1 = G_1(x_e) - G_1(x_r)$, $\Delta G_2 = G_2(x_e) - G_2(x_r)$, $\Delta I_1 = I_1(x_e) - I_1(x_r)$ は以下のとおりである ($\Delta G, \Delta I, \Delta J$ は既報⁽¹⁾参照)。

- (a) 同径軸受に対して
 - $G_1(x) = \log(1/x^2 - 1)/2 \dots\dots\dots (18)$
 - $G_2(x) = -1/(2x^2) \dots\dots\dots (19)$
 - $I_1(x) = -\log x - 1/(2x^2) \dots\dots\dots (20)$

(b) 異径軸受に対して(上付き添字は ε を、添字なしは $\varepsilon \neq 0, \pm 1$ を示す)

$$\begin{aligned}
 G_1(x) &= \frac{-1-3\varepsilon^2-4\varepsilon^3x}{2\varepsilon(1+\varepsilon)^2(1-\varepsilon)^2(1+\varepsilon x)^2} \\
 &+ \frac{\varepsilon(3+\varepsilon^2)}{(1+\varepsilon)^3(1-\varepsilon)^3} \log(1+\varepsilon x) \\
 &- \frac{1}{2} \left[\frac{\log(1+x)}{(1-\varepsilon)^3} - \frac{\log(1-x)}{(1+\varepsilon)^3} \right] \\
 G_1(x)^0 &= x - \log[(1+x)/(1-x)]/2 \\
 G_1(x)^{\pm 1} &= \mp \frac{2-3x \pm 3x^2}{24(1 \pm x)^3} - \frac{1}{16} \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
 G_2(x) &= -1/[2\varepsilon(1+\varepsilon x)^2] \\
 G_2(x)^0 &= x \\
 G_2(x)^{\pm 1} &= \mp 1/[2(1 \pm x)^2]
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 I_1(x) &= -1/[\varepsilon^3(1+\varepsilon x)] - (1-x^2)/[2\varepsilon(1+\varepsilon x)^2] \\
 &- \log(1+\varepsilon x)/\varepsilon^3 \\
 I_1(x)^0 &= x - x^3/3 \\
 I_1(x)^{\pm 1} &= \mp (3 \pm x)/[2(1 \pm x)] \pm \log(1 \pm x)
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

- (2) 山口惇, ピストンポンプ, 同モータに用いられる球面軸受の特性, 油圧と空気圧, 1-1 (1970), 10-18.
- (3) 風間俊治, 静圧球面軸受の混合潤滑特性—ピストンポンプ・モータへの適用を踏まえて, 機論, 67-658, C (2001), 2014-2018.
- (4) Greenwood, J. A. and Williamson, J. B. P., Contact of Nominally Flat Surfaces, *Proc. Roy. Soc., London, Ser. A*, 295 (1966), 300-319.
- (5) Patir, N. and Cheng, H. S., Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces, *J. Lubrication Technology, Trans. ASME*, 101-2 (1979), 220-230.
- (6) Yamaguchi, A. and Matsuoka, H., A Mixed Lubrication Model Applicable to Bearing/Seal Parts of Hydraulic Equipment, *J. Tribology, Trans. ASME*, 114-1 (1992), 116-121.
- (7) Kazama, T. and Yamaguchi, A., Application of A Mixed Lubrication Model for Hydrostatic Thrust Bearings of Hydraulic Equipment, *J. Tribology, Trans. ASME*, 115-4 (1993), 686-691.
- (8) Kazama, T. and Yamaguchi, A., Experiment on Mixed Lubrication of Hydrostatic Thrust Bearings for Hydraulic Equipment, *J. Tribology, Trans. ASME*, 117-3 (1995), 399-402.

文 献

(1) 風間俊治, 静圧軸受の最適設計(流体潤滑域の解析解), 機論, 64-619, C (1998), 311-316.