可変精度ラフ集合モデルにおける簡便な縮約計算手法

可変精度ラフ集合モデルにおける簡便な縮約計算手法

著者	工藤　康生，村井　哲也
雑誌名	ファジィシステムシンポジウム講演論文集
巻	23
ページ	481-486
発行年	2007-08
URL	http://hdl.handle.net/10258/2207

可変精度ラフ集合モデルにおける簡便な縮約計算手法

A Simple Calculation Method of Attribute Reduction
in Variable Precision Rough Set Models

工藤 康生　村井 哲也
Yasuo Kudo　Tetsuya Murai
室蘭工業大学　北海道大学
Mutoran Institute of Technology　Hokkaido University

Abstract: We propose a simple calculation method of attribute reduction in variable precision rough set (for short, VPRS) models proposed by Ziarko. VPRS is an extension of Pawlak's rough set theory, and it provides a theoretical basis to treat inconsistent or probabilistic information in the framework of rough sets. Inuiguchi has proposed various types of attribute reduction in VPRS, and Wang and Chiou have proposed a method to calcurate reducts preserving β-lower approximations (called L^{β}-reducts) proposed by Inuiguchi. In this paper, we prove that calculation of L^{β}-reducts results in calculation of relative reducts in Pawlak's rough set theory. Moreover, by generating a β-decision table from the given decision table, we propose a method to calculate all L^{β}-reducts in the given decision table by using a discernibility matrix.

1　はじめに

Ziarko が提案した**可変精度ラフ集合モデル** (variable precision rough set model) [8] は，Pawlak による**ラフ集合** (rough set) [4, 5] における近似の定義を緩め，矛盾を含む情報をラフ集合の枠組みで扱う基礎的な手法を与えている．可変精度ラフ集合モデルにおける縮約の定義に関しては，下近似による近似の質を保存する縮約 [1]，下近似の構造を保存する縮約 [2] など多様な提案がなされている．可変精度ラフ集合モデルにおける縮約を具体的に計算する手法として，Wang and Chiou [7] は与えられた決定表から生成される 2 種類の決定表を用いて，下近似の構造を保存する縮約の計算を 2 段階に分けて行う手法を提案している．

本稿では，可変精度ラフ集合モデルにおける下近似の構造を保存する縮約の計算は，Pawlak のラフ集合における相対縮約の計算に帰着できることを示す．また，**識別行列** (discernibility matrix) [6] を用いて，下近似の構造を保存する縮約をすべて求める簡便な計算法を提案する．

2　ラフ集合

本節ではラフ集合に関する基礎的な内容について概説する．なお，本節の内容は文献 [2, 3] に基づく．

2.1　情報表と識別不能関係

ラフ集合によるデータ解析では，一般的に，複数の属性とその値の組として表されるカテゴリカルなデータを対象とする．このようなデータは以下の 4 項組で定義される**決定表** (decision table) として表される．

$$(U, C \cup D, V, \rho),$$

ここで，U は対象の有限集合，C は条件属性の集合，D は決定属性の集合であり，$C \cap D = \emptyset$ とする．すべての属性の集合を $AT \stackrel{\mathrm{def}}{=} C \cup D$ と表す．V は各属性 $a \in AT$ の値の集合，$\rho : U \times AT \to V$ は対象 x の属性 a での値 $\rho(x, a) \in V$ を表す関数である．

属性の任意の部分集合 $A \subseteq AT$ に対して，U 上の関係 R_A を次式で定義する．

$$xR_A y \stackrel{\mathrm{def}}{\Longleftrightarrow} \begin{array}{l} \text{すべての } a \in A \text{ に対して} \\ \rho(x, a) = \rho(y, a). \end{array} \qquad (1)$$

関係 R_A が同値関係となることは容易に確かめられる．R_A による x の同値類 $[x]_{R_A}$ は，A に含まれるどの属性についても x と区別できない対象の集合となる．このような関係 R_A を**識別不能関係** (indiscernibility relation) と呼ぶ．決定属性集合 D に基づく識別不能関係はサンプルの全体集合の分割 $\mathcal{D} = \{D_1, \cdots, D_m\}$ を与え，各 D_i は**決定クラス** (decision class) と呼ばれる．

各決定クラス D_i に対して，識別不能関係 R_A による**下近似** (lower approximation) $\underline{A}(D_i)$ および**上近似** (upper approximation) $\overline{A}(D_i)$ をそれぞれ以下の通り定義する．

$$\underline{A}(D_i) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{x \in U \mid [x]_{R_A} \subseteq D_i\}, \qquad (2)$$
$$\overline{A}(D_i) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{x \in U \mid [x]_{R_A} \cap D_i \neq \emptyset\}. \qquad (3)$$

表 1: 決定表の例

U	c_1	c_2	c_3	c_4	d
x_1	1	1	1	2	1
x_2	1	1	2	4	3
x_3	1	1	3	2	1
x_4	1	1	3	2	1
x_5	1	1	3	2	2
x_6	1	1	3	2	2
x_7	2	1	2	2	2
x_8	3	1	1	2	1
x_9	1	2	1	3	1
x_{10}	1	2	1	3	2
x_{11}	1	2	1	3	2

識別不能関係 R_A の定義より，D_i の下近似 $\underline{A}(D_i)$ は，A に含まれる属性の値によって，確実に D_i に分類される対象の集合となる．これに対して，上近似 $\overline{A}(D_i)$ は D_i に分類される可能性がある対象の集合となる．すべての決定クラス D_i に対して $\underline{C}(D_i) = D_i = \overline{C}(D_i)$ となる決定表を無矛盾な決定表と呼び，そうでない決定表を矛盾を含む決定表と呼ぶ．

決定表の例を表 1 に示す．この表は文献 [7] で用いられている決定表であり，$\rho(x_i, d) = i$ となる要素の集合を決定クラス D_i とすると，3 個の決定クラス $D_1 = \{x_1, x_3, x_4, x_8, x_9\}$ および $D_2 = \{x_5, x_6, x_7, x_{10}, x_{11}\}$，$D_3 = \{x_2\}$ が得られる．決定クラス D_1 に対して，条件属性集合 $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ に基づく識別不能関係 R_C による下近似 $\underline{C}(D_1)$ および上近似 $\overline{C}(D_1)$ は以下の通り構成される．

$$\begin{aligned}\underline{C}(D_1) &= \{x_1, x_8, x_9\}, \\ \overline{C}(D_1) &= \{x_1, x_3, x_4, x_5, x_6, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}.\end{aligned}$$

よって，表 1 は矛盾を含む決定表であることが分かる．

2.2 相対縮約

データから規則性を見出す観点から，できるだけ少ない属性数で，条件属性 C をすべて用いた識別不能関係 R_C による分類と同等な分類を与え，すべての決定クラスを近似できることが望ましい．そのような性質を満たす条件属性の集合 $A \subseteq C$ を相対縮約と呼ぶ．形式的には，分割 $\mathcal{D}$ の C に関する**相対縮約** (relative reduct) とは，すべての決定クラス $D_i \in \mathcal{D}$ $(i = 1, \cdots, m)$ に対して以下の 2 条件を満たす条件属性の部分集合 $A \subseteq C$ である．

1. $\underline{A}(D_i) = \underline{C}(D_i)$.
2. 任意の $B \subset A$ に対して $\underline{B}(D_i) \neq \underline{C}(D_i)$.

ここで，$B \subset A$ は集合 B が集合 A の真部分集合であることを意味する．

条件 1 は，相対縮約 A に基づく下近似が，すべての条件属性 C を用いた場合の下近似と一致することを要請している．条件 2 は，A に含まれる属性を 1 つでも取り除くと，C を用いた下近似と一致しなくなることを要請している．これらの条件より，相対縮約は，条件属性 C と同等な分類を与える必要最小限の属性集合となる．

2.3 識別行列による相対縮約の計算

相対縮約を具体的に計算する手法として，本稿では識別行列 [6] を用いた手法を用いる．決定表 $(U, C \cup D, V, \rho)$ が与えられたとき，決定属性の部分集合 $B \subseteq D$ に関する識別行列は，以下で定義する i 行 j 列目の成分 δ_{ij} を持つ $n \times n$ 行列である．

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \{a \in C \mid \rho(x_i, a) \neq \rho(x_j, a)\}, \\ \qquad \exists d \in B,\ \rho(x_i, d) \neq \rho(x_j, d), \\ \emptyset, \quad \text{その他}. \end{cases} \tag{4}$$

ここで，$n = |U|$ であり，$|U|$ は集合 U の要素数を表す．

定義より明らかに $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ かつ $\delta_{ii} = \emptyset$，すなわち i 行 j 列目の成分と j 行 i 列目の成分は等しくなり，かつ対角成分は必ず空集合となることから，実際に識別行列を計算する場合は，行列の上三角部分または下三角部分のみ計算すれば十分である．

$\delta_{ij} \neq \emptyset$ である i 行 j 列の成分 δ_{ij} は，決定クラスが異なる対象 x_i と x_j に対して，δ_{ij} に含まれるいずれかの属性を比較することで x_i と x_j を区別できることを表している． よって，すべての δ_{ij} に対して，$\delta_{ij} \neq \emptyset$ ならば$\delta_{ij} \cap A \neq \emptyset$ となり，かつ包含関係について極小となるような条件属性の部分集合 $A \subseteq C$ が相対縮約となる．

相対縮約を具体的に計算するために，論理式を用いて以下のように表現する．$\delta_{ij} = \{a_{i1}, \cdots, a_{ik}\}$ $(k \geq 1)$ に含まれるすべての属性の論理和を $L(\delta_{ij})$ と表す．$\delta_{ij} = \{a_{i1}\}$ の場合は，$L(\delta_{ij}) \equiv a_{i1}$ とする．また，$\delta_{ij} = \emptyset$ の場合は，$L(\delta_{ij})$ は $\top$ (恒真) とする．$L(\delta_{ij})$ は「(x_i と x_j を区別するために) a_{i1} または $\cdots$ または a_{ik}(の値を比較する)」を意味する．次に，すべての $L(\delta_{ij})$ の論理積 $\bigwedge L(\delta_{ij})$ を求める．上述の通り $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ であるので，実際には例えば下三角部分から構成された論

理式 $\bigwedge_{i>j} L(\delta_{ij})$ を求めれば十分である．この論理式を変形し同値な論理和標準形

$$\bigwedge_{i>j} L(\delta_{ij}) \equiv \bigvee_{k=1}^{s} \bigwedge_{l=1}^{t_k} a_{kl}$$

を求め，論理積 $\bigwedge_{l=1}^{t_k} a_{kl}$ に出現する属性からなる集合 $\{a_{k1}, \cdots, a_{kt_k}\}$ $(k = 1, \cdots, s)$ が求める相対縮約となる．相対縮約は一般的に複数個存在するものの，この方法により，すべての相対縮約が求められる．

2.4 可変精度ラフ集合モデル

可変精度ラフ集合モデルは，Pawlak による近似の定義を緩め，矛盾を含む情報をラフ集合の枠組みで扱う基礎的な手法を与えるモデルである．

決定表 $(U, C \cup D, V, \rho)$ が与えられているとする．任意の部分集合 $X, Y \subseteq U$ に対して，誤判別度 $c(X, Y)$ を以下の式で定義する．

$$c(X,Y) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1 - \dfrac{|X \cap Y|}{|X|}, & |X| > 0 \text{ のとき}, \\ 0, & \text{それ以外}. \end{cases} \tag{5}$$

誤判別度 $c(X, Y)$ は，X のすべての要素を Y に分類した場合に生じる誤分類の割合を表す．誤判別度 $c(X, Y)$ を用いると，X が Y に完全に包含されるのは $c(X, Y) = 0$ のとき，かつそのときのみであることがわかる．

$$X \subseteq Y \iff c(X, Y) = 0. \tag{6}$$

よって，許容する誤分類の度合いを表す**精度** (precision) β $(0 \leq \beta < 0.5)$ を用いることで，包含関係を以下のように拡張することができる．

$$X \stackrel{\beta}{\subseteq} Y \stackrel{\text{def}}{\iff} c(X, Y) \leq \beta. \tag{7}$$

R_A を集合 $A \subseteq C$ に基づく識別不能関係，U/R_A を R_A による同値類の集合とする．決定クラス D_i の R_A による **β-下近似** (β-lower approximation) $\underline{A}_\beta(D_i)$ および **β-上近似** (β-upper approximation) $\overline{A}_\beta(D_i)$ をそれぞれ以下の通り定義する．

$$\underline{A}_\beta(D_i) \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup\{[x]_{R_A} \in U/R_A \mid [x]_{R_A} \stackrel{\beta}{\subseteq} D_i\} \tag{8}$$

$$= \{x \in U \mid c([x]_{R_A}, D_i) \leq \beta\}, \tag{9}$$

$$\overline{A}_\beta(D_i) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in U \mid c([x]_{R_A}, D_i) < 1 - \beta\}. \tag{10}$$

Pawlak による下近似および上近似の定義は，この定義における $\beta = 0$ の場合に相当する．よって，可変精度ラフ集合モデルは Pawlak によるラフ集合の自然な拡張と見なすことができる．β-下近似の例を図 1 に示す．

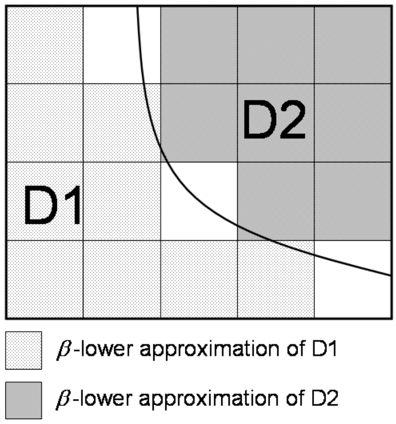

図 1: β-下近似の例

可変精度ラフ集合モデルにおける縮約として，本稿では，Inuiguchi による下近似の構造を保存する縮約 (**L^β-縮約**と呼ばれる) [2] を用いる．L^β-縮約は以下の通り定義される．

定義 1 L^β-縮約は，すべての決定クラス $D_i \in \mathcal{D}$ $(i = 1, \cdots, m)$ に対して以下の 2 条件を満たす条件属性の部分集合 $A \subseteq C$ である．

1. $\underline{A}_\beta(D_i) = \underline{C}_\beta(D_i)$.
2. 任意の $B \subset A$ に対して $\underline{B}_\beta(D_i) \neq \underline{C}_\beta(D_i)$.

3 L^β-縮約を計算する従来手法

本節では，Wang and Chiou [7] による L^β-縮約[1]の計算手法について概略を述べる．なお，文献 [7] の記法は本稿と異なるため，本節の内容は本稿の記法に合わせて書き直してある．

Wang and Chiou による手法では，与えられた決定表から生成される 2 種類の決定表を用いて，L^β-縮約の計算を以下の 2 段階に分けて行う．

第 1 段階 与えられた決定表 $DT = (U, C \cup D, V, \rho)$ およびその決定クラスによる分割 $\mathcal{D} = \{D_1, \cdots, D_m\}$ に対して，新たな決定属性 d_1 $(V_{d_1} = \{0, 1\})$ および関数 ρ_1 を持つ第 1 段階の擬決定表 (pseudo decision table)

$$DT_1 = (U, C \cup \{d_1\}, V \cup \{0, 1\}, \rho_1)$$

を構成する．ρ_1 は次式で定義される．

$$\rho_1(x,a) = \begin{cases} \rho(x,a), & a \in C, \\ 1, & a = d_1 \text{かつ } x \in \mathrm{Pos}_C(\mathcal{D}), \\ 0, & \text{その他}. \end{cases} \tag{11}$$

[1]文献 [7] では β-certain reduct と呼ばれている．

集合 $\mathrm{Pos}_C(\mathcal{D})$ は次式で定義され，属性集合 C による分割 $\mathcal{D}$ の β-正領域 (β-positive region) と呼ばれる．

$$\mathrm{Pos}_C(\mathcal{D}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \bigcup_{D_i \in \mathcal{D}} \underline{C}_\beta(D_i) \tag{12}$$

第 1 段階の擬決定表 DT_1 における相対縮約を求め，L^β-縮約の初期解とし，第 2 段階へ進む．

第 2 段階 決定表 DT およびその決定クラスによる分割 $\mathcal{D} = \{D_1, \cdots, D_m\}$ に対して，新たな決定属性 d_2 $(V_{d_2} = \{1, \cdots, m\})$ および関数 ρ_2 を持つ第 2 段階の擬決定表

$$DT_2 = (\mathrm{Pos}_C(\mathcal{D}), C \cup \{d_2\}, V \cup V_{d_2}, \rho_2)$$

を構成する．ρ_2 は次式で定義される．

$$\rho_2(x, a) = \begin{cases} \rho(x, a), & a \in C, \\ i, & a = d_2 \text{かつ } x \in \underline{C}_\beta(D_i). \end{cases} \tag{13}$$

第 2 段階の擬決定表 DT_2 における相対縮約 S_2 が以下の性質をすべて満たすならば，S_2 は与えられた決定表 DT の L^β-縮約となることが示されている [7].

1. L^β-縮約の初期解 S_1 が存在し，$S_1 \subseteq S_2$ となる．
2. β-正領域 $\mathrm{Pos}_C(\mathcal{D})$ に含まれないすべての要素 x およびすべての決定クラス $D_i \in \mathcal{D}$ について，誤判別度に関して次式が成り立つ．

   $$c([x]_{S_2}, D_i) > \beta. \tag{14}$$

   ここで，$[x]_{S_2}$ は S_2 に基づく識別不能関係 R_{S_2} による x の同値類である．

4 L^β-縮約の簡便な計算法

本節では，決定表における L^β-縮約の計算が相対縮約の計算に帰着できることを示し，識別行列を用いた L^β-縮約の簡便な計算法を提案する．

4.1 L^β-縮約と相対縮約との関連性

まず，与えられた決定表における通常の下近似と β-下近似との間に，以下の関係が成り立つことに着目する．

命題 1 決定表 $DT = (U, C \cup D, V, \rho)$ において，$X \subseteq U$ を任意の要素の集合，R_B を任意の属性集合 $B \subseteq AT$ に基づく識別不能関係とする．また，β $(0 \leq \beta < 0.5)$ を精度とする．R_B による (通常の) 下近似および β-下近似について以下が成り立つ．

$$\underline{B}\left(\underline{B}_\beta(X)\right) = \underline{B}_\beta(X). \tag{15}$$

L^β-縮約の性質 1. を用いると，命題 1 より以下の性質が導かれる．

補題 1 決定表 DT における条件属性の部分集合 $A \subseteq C$ が L^β-縮約の条件 1:

$$\text{すべての } D_i \in \mathcal{D} \text{ に対して} \underline{A}_\beta(D_i) = \underline{C}_\beta(D_i)$$

を満たすとき，かつそのときに限り，すべての決定クラス $D_i \in \mathcal{D}$ に対して以下の性質が成り立つ:

$$\begin{aligned} \underline{A}_\beta(D_i) &= \underline{A}\left(\underline{C}_\beta(D_i)\right) && (16) \\ &= \underline{C}\left(\underline{C}_\beta(D_i)\right). && (17) \end{aligned}$$

また，命題 1 から導かれる以下の性質は，L^β-縮約の条件 2 の性質を表現するために重要である．

系 1 決定表 DT における要素の集合 $X \subseteq U$ に対して，属性の部分集合 $B, B' \subseteq AT$ が以下の性質

$$\underline{B}\left(\underline{B'}_\beta(X)\right) \neq \underline{B'}_\beta(X) \tag{18}$$

を満たすならば，次式が成り立つ．

$$\underline{B}_\beta(X) \neq \underline{B'}_\beta(X). \tag{19}$$

系 1 より以下の性質が導かれる．

補題 2 決定表 DT における条件属性の部分集合 $A \subseteq C$ が，すべての決定クラス $D_i \in \mathcal{D}$ の条件属性集合 C に基づく β-下近似 $\underline{C}_\beta(D_i)$ に対して，相対縮約の条件 2:

$$\text{任意の } B \subset A \text{ に対して，} \underline{B}\left(\underline{C}_\beta(D_i)\right) \neq \underline{C}\left(\underline{C}_\beta(D_i)\right)$$

を満たすならば，属性集合 A はすべての決定クラス $D_i \in \mathcal{D}$ に対して L^β-縮約の条件 2:

$$\text{任意の } B \subset A \text{ に対して，} \underline{B}_\beta(D_i) \neq \underline{C}_\beta(D_i)$$

を満たす．

決定表 DT における各決定クラス D_i $(i = 1, \cdots, m)$ に対して，条件属性集合 C に基づく D_i の β-下近似 $\underline{C}_\beta(D_i)$ を考え，集合族 $\mathcal{D}_\beta$ を以下の通り定義する．

$$\mathcal{D}_\beta \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{\underline{C}_\beta(D_i) \mid D_i \in \mathcal{D}\} \cup \{U - \mathrm{Pos}_C(\mathcal{D})\}. \tag{20}$$

$\mathcal{D}_\beta$ が U の分割となることは容易に確かめられる．$\mathcal{D}_\beta$ による分割の例を図 2 に示す．

補題 1 および補題 2 より，以下の定理が得られる．

定理 1 決定表 DT において，条件属性の部分集合 $A \subseteq C$ が分割 $\mathcal{D}_\beta$ に関する相対縮約であるならば，A は分割 $\mathcal{D}$ に関する L^β-縮約である．

よって，可変精度ラフ集合モデルにおける L^β-縮約の計算は，相対縮約の計算に帰着される．

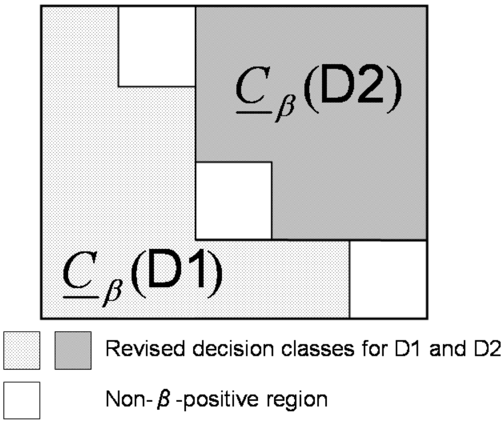

図 2: 分割 $\mathcal{D}_\beta$ の例

4.2 識別行列による L^β-縮約の計算

本節では，与えられた決定表 DT および精度 β に対して，識別行列を用いてすべての L^β-縮約を計算する手法を提案する．

前節の定理 1 より，決定表 DT に対して，前節で定義した分割 $\mathcal{D}_\beta$ に関する相対縮約は DT における L^β-縮約となることが保障される．よって，識別行列を用いて L^β-縮約を具体的に計算するためには，決定クラスによる分割 $\mathcal{D}$ に関する識別行列ではなく，分割 $\mathcal{D}_\beta$ に関する識別行列を求める必要がある．そのため，決定表 DT から以下で定義する β-決定表を構成する．

定義 2 決定表 $DT = (U, C \cup D, V, \rho)$ およびその決定クラスによる分割 $\mathcal{D} = \{D_1, \cdots, D_m\}$ に対して，

$$DT_\beta = (U, C \cup \{d\}, V \cup V_d, \rho') \tag{21}$$

を **β-決定表**と呼ぶ．属性の有限集合 U は決定表 DT と同一である．d は β-決定表における新たな決定属性であり，$d \notin C$ とする．$V_d = \{1, \cdots, m, m+1\}$ は決定属性 d の値の集合である．$\rho' : U \times (C \cup \{d\}) \to (V \cup V_d)$ は次式で定義される関数である．

$$\rho'(x, a) = \begin{cases} \rho(x, a), & a \in C \text{ の場合}, \\ i, & a = d \text{ かつ } x \in \underline{C}_\beta(D_i), \\ m+1, & \text{それ以外}. \end{cases} \tag{22}$$

β-決定表における決定クラスによる分割が，前節で定義した分割 $\mathcal{D}_\beta$ と一致することは容易に確かめられる．また，β-決定表における決定属性 d に関する相対縮約が，与えられた決定表 DT における分割 $\mathcal{D}_\beta$ の相対縮約となることは明らかである．更に，分割 $\mathcal{D}_\beta$ を構成する集合はすべて識別不能関係 R_C による同値類の和集合であることに注意すると，分割 $\mathcal{D}_\beta$ の相対縮約は，β-決定表におけるすべての要素 $x \in U$ を，各要素が所属する決定クラスへ誤りなく分類することが可能である．識別行列を用いることですべての相対縮約が求まることから，以下の定理を得る．

表 2: β-決定表

U	c_1	c_2	c_3	c_4	d
x_1	1	1	1	2	1
x_2	1	1	2	4	3
x_3	1	1	3	2	4
x_4	1	1	3	2	4
x_5	1	1	3	2	4
x_6	1	1	3	2	4
x_7	2	1	2	2	2
x_8	3	1	1	2	1
x_9	1	2	1	3	2
x_{10}	1	2	1	3	2
x_{11}	1	2	1	3	2

定理 2 与えられた決定表 DT におけるすべての L^β-縮約は，DT から構成された β-決定表において，識別行列を用いることで具体的に計算することができる．

$\beta = \frac{1}{3}$ とし，表 1 の決定表および決定クラスによる分割から得られる β-決定表を表 2 に示す．表 1 と表 2 の相違点は，表 1 における β-正領域 $\mathrm{Pos}_C(\mathcal{D})$ に含まれない要素 x_3 および x_4，x_5，x_6 は，表 2 での決定属性の値が非 β-正領域に対応する値 “4” に変化していること，および β-下近似 $\underline{C}_\beta(D_2)$ に含まれる要素 x_9 の決定属性の値が，表 2 では $\underline{C}_\beta(D_2)$ に対応する値 “2” に変化していることである．

また，表 2 の β-決定表から構成される，$D = \{d\}$ に関する識別行列を表 3 に示す．表 3 において，x_4 から x_6 に対応する行は x_3 の行と，x_9 および x_{10} に対応する行は x_{11} の行と，それぞれ同内容であるため省略している．2 行 1 列目の成分 $\delta_{21} = \{c_3, c_4\}$ は，属性 c_3 または c_4 の値によって，要素 x_1 と x_2 を区別できることを表す．2.3 節で述べた手法により，β-決定表における相対縮約を具体的に計算すると

$$\begin{aligned} \bigwedge_{i>j} L(\delta_{ij}) &\equiv (c_3 \vee c_4) \wedge c_3 \wedge \cdots \wedge (c_1 \vee c_2 \vee c_4) \\ &\equiv (c_1 \wedge c_2 \wedge c_3) \vee (c_3 \wedge c_4) \end{aligned}$$

となるため，定理 1 および定理 2 より，表 1 に対する

表 3: 表 2 の β-決定表に対する識別行列

	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_7	x_8	$\cdots$	x_{11}
x_1	$\emptyset$							
x_2	$\{c_3, c_4\}$	$\emptyset$						
x_3	$\{c_3\}$	$\{c_3, c_4\}$	$\emptyset$					
$\vdots$								
x_7	$\{c_1, c_3\}$	$\{c_1, c_4\}$	$\{c_1, c_3\}$	$\cdots$	$\emptyset$			
x_8	$\emptyset$	$\{c_1, c_3, c_4\}$	$\{c_1, c_3, c_4\}$	$\cdots$	$\{c_1, c_3\}$	$\emptyset$		
$\vdots$								
x_{11}	$\{c_2, c_4\}$	$\{c_2, c_3, c_4\}$	$\{c_2, c_3, c_4\}$	$\cdots$	$\emptyset$	$\{c_1, c_2, c_4\}$	$\cdots$	$\emptyset$

すべての L^β-縮約として $\{c_1, c_2, c_3\}$ および $\{c_2, c_4\}$ が求められる．

5 おわりに

本稿では，可変精度ラフ集合モデルにおける L^β-縮約の計算は，Pawlak のラフ集合における相対縮約の計算に帰着できることを示した．また，与えられた決定表から β-決定表を構成し，識別行列を用いてすべての L^β-縮約を具体的に計算する手法を提案した．

本稿の提案手法と Wang and Chiou [7] による従来手法とを比較すると，与えられた決定表における各決定クラスの，条件属性集合 C による β-下近似を識別対象とする部分は，提案手法と従来手法とで共通している．しかし，以下の 2 項目により，提案手法は従来手法より一般的であると見なすことができる．

1. 従来手法では 2 種類の擬決定表を構成する必要があることに対し，提案手法では β-決定表だけでよい．
2. 従来手法では，第 2 段階における擬決定表の相対縮約がすべて元の決定表の L^β-縮約となるとは限らないことに対し，提案手法では β-決定表の相対縮約はすべて元の決定表の L^β-縮約となることが保障される．更に，提案手法では識別行列を用いてすべての L^β-縮約を求めることができる．

従来手法における第 1 段階の擬決定表は β-正領域 $\mathrm{Pos}_C(\mathcal{D})$ と非 β-正領域を識別し，第 2 段階の擬決定表は各決定クラスの β-下近似 $\underline{C}_\beta(D_i)$ を識別する．これに対し，β-決定表は各決定クラスの β-下近似および非 β-正領域を同時に識別するため，従来手法における 2 つの擬決定表の性質を併せ持つと見なすことができる．また，この性質により，β-決定表は必ず無矛盾であるため，相対縮約によりすべての要素を誤りなく分類することが可能となり，識別行列を用いることで元の決定表におけるすべての L^β-縮約を求めることができる．

参考文献

[1] Beynon, M.: Reducts within the variable precision rough set model: A further investigaton, *European Journal of Operations Research*, Vol. 134, pp. 592–605 (2001).

[2] Inuiguchi, M.: Several approaches to attribute reduction in variable precision rough set model, *Proceedings of MDAI 2005*, Springer-Verlag, pp.215–226 (2005).

[3] 工藤 康生, 村井 哲也: ラフ集合によるルール生成, 第 16 回あいまいと感性研究部会ワークショップ講演論文集, pp.18–23 (2006).

[4] Pawlak, Z.: Rough Sets, *International Journal of Computer and Information Science*, Vol. 11, pp.341–356 (1982).

[5] Pawlak, Z.: *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data*, Kluwer Academic Publishers (1991).

[6] Skowron, A. and Rauser, C. M.: The discernibility matrix and functions in information systems, *Intelligent Decision Support: Handbook of Application and Advance of the Rough Set Theory*, Słowiński, R. (ed.), Kluwer Academic Publishers, pp.331–362 (1992).

[7] Wang, P. C. and Chiou, H. K.: Two-Phase β-Certain Reducts Generation, *Proceeding of RSKT 2007*, Springer-Verlag, LNAI 4481, pp.387–394 (2007).

[8] Ziarko, W.: Variable Precision Rough Set Model, *Journal of Computer and System Science*, Vol. 46, pp.39–59 (1993).

連絡先

工藤 康生
〒 050-8585 北海道室蘭市水元町 27-1
室蘭工業大学工学部情報工学科
Tel: 0143–46–5469, Fax: 0143–46–5499
E-mail: kudo@csse.muroran-it.ac.jp