

弱い衝撃波の分子振動緩和による減衰過程に関する数値解析*

畠中和明*¹, 齋藤 務*²Numerical Analysis of Attenuation Process of Weak Shock
due to Molecular Vibrational Relaxation EffectsKazuaki HATANAKA*³ and Tsutomu SAITO*³ Division of Aerospace Engineering, Muroran Institute of Technology,
27-1 Mizumoto-cho, Muroran-shi, Hokkaido, 050-8585 Japan

Numerical analyses are performed for attenuation of weak shock waves generated by explosion of a unit mass of TNT. Viscous and heat conduction loss and molecular vibrational relaxation effects of oxygen and nitrogen molecules are considered. The effect of each diffusion term on the wave attenuation and the wave form change is investigated in detail. In addition, the characteristics of each attenuation effect are investigated by the technique of frequency analysis.

Key Words: Compressible Flow, Shock Wave, Numerical Simulation, Blast Wave, Molecular Vibrational Relaxation, RCM, Frequency Analysis

緒 言

超音速で飛行する航空機の機体近傍で形成された衝撃波は、大気中を伝播する過程で減衰を受けて弱い衝撃波となり、地上ではソニックブームと呼ばれる爆音となって観測される。このときの圧力値の変化履歴を記録すると、アルファベットのNの形をした波形になることから、N波とも呼ばれる。機体近傍の強い衝撃波の波面は非常に薄く、気体分子の平均自由行程の数倍程度であり、事実上不連続面と見なして良いが、大気中を伝播する過程で、その厚みは緩和効果によって増加し、有限の値を持つようになる。衝撃波面の厚みの評価には、大気圧からN波のピーク圧力に達するまでの「立ち上がり時間」がよく用いられるが、ソニックブームの立ち上がり時間を実際に測定すると、粘性・熱伝導による作用から予測される値よりも数桁のオーダーで大きな値になることが知られている⁽¹⁾。この原因の一つとして、大気中の窒素及び酸素の分子振動励起による緩和効果の影響が提唱され、Bassら⁽²⁾やHodgson⁽³⁾による研究が報告されている。衝撃波面の立ち上がり時間・ピーク圧力は、人が耳で聞いて感じる不快さの程度に大きく影響するとされており、次世代の静粛型超音速機の研究開発が活発化する近年、

弱い衝撃波の減衰を正確に予測することの重要性が増してきている。

本研究では、TNT 1 kgの爆発をN波の発生源として数値的に模擬し、分子振動緩和効果を考慮した減衰について詳細に調べることを目的とする。酸素・窒素分子が減衰にどの程度寄与するのかを別々に調べ、減衰効果の違いを明らかにする。また、それぞれの減衰効果の特徴を、周波数解析の手法を用いて説明する。

1. ランダム・チョイス法による数値計算

1.1 基礎方程式 数値計算には、Honmaらの手法⁽⁴⁾を用いる。点対称・一次元のオイラー方程式に、粘性熱伝導及び酸素・窒素分子の振動緩和効果を拡散項として追加した式を用いる。粘性係数 μ 及び熱伝導係数 λ は一定とし、分子振動に対しては調和振動を仮定すると、基礎方程式は以下のように書ける。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial r} - \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) C + 2(H_I + H_V) - H_R = 0 \quad (1)$$

* 原稿受付 2010年3月5日。

*¹ 学生員, 室蘭工業大学大学院工学研究科航空宇宙システム工学専攻(〒050-8585 室蘭市水元町27-1)。*² 正員, 室蘭工業大学もの創造系領域航空宇宙システム工学専攻。

E-mail: s1822207@mmm.muroran-it.ac.jp

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ E \\ \rho \sigma_O \\ \rho \sigma_N \end{bmatrix}, & F &= \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (E + p)u \\ \rho u \sigma_O \\ \rho u \sigma_N \end{bmatrix}, \\
 C &= \begin{bmatrix} 0 \\ 2\mu u \\ \lambda T + \mu u^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & H_I &= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ (E + p)u \\ \rho u \sigma_O \\ \rho u \sigma_N \end{bmatrix}, \\
 H_V &= \frac{1}{r^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 2\mu u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & H_R &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho \frac{(\sigma_O)_e - \sigma_O}{\tau_O} \\ \rho \frac{(\sigma_N)_e - \sigma_N}{\tau_N} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$E = \rho \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right) \quad (3)$$

$$e = \frac{5}{2} RT + \sigma_O + \sigma_N \quad (4)$$

$$p = \rho RT \quad (5)$$

$$\sigma_S = \varepsilon_S R \theta_S / [\exp(\theta_S / T_V S) - 1] \quad (6)$$

$$(\sigma_S)_e = \varepsilon_S R \theta_S / [\exp(\theta_S / T) - 1] \quad (7)$$

ここで、 ρ :密度、 u :速度、 p :圧力、 T :温度、 E :全エネルギー、 e :内部エネルギー、 R :気体定数、 σ_S : S 分子の振動エネルギー [$S=O$ (酸素)、 N (窒素)], $(\sigma_S)_e$: S 分子の平衡振動エネルギー、 T_{VS} : S 分子の振動温度、 ε_S : S 分子の空気1モルに対するモル比 ($\varepsilon_O = 0.209$, $\varepsilon_N = 0.781$), θ_S : S 分子に対する振動特性温度 ($\theta_O = 2239.1$ K, $\theta_N = 3350.0$ K), τ_S : S 分子の振動緩和時間. ここで振動緩和時間は、Bassら⁽⁵⁾による次の式を用いる.

$$\tau_O = \frac{1}{2\pi} \frac{p_0}{p_1} \left(24 + 4.4 \times 10^4 h \frac{0.05 + h}{0.391 + h} \right)^{-1} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_N &= \frac{1}{2\pi} \frac{p_0}{p_1} \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} \\
 &\quad \left\{ 9 + 350 h \exp \left[-6.142 \left(\sqrt[3]{\frac{T_0}{T_1}} - 1 \right) \right] \right\}^{-1} \quad (8b)
 \end{aligned}$$

ここで、 p_1 :大気圧力、 T_1 :大気温度、 h :大気絶対湿度、 $p_0 = 101.3$ kPa, $T_0 = 273.15$ Kである. この式は、Bassら、および他の研究者らによって広範囲な条件で検証されており、本論文で扱う条件 (常温、大気圧、 $10^1 \sim 10^5$ Hz) にも合致している.

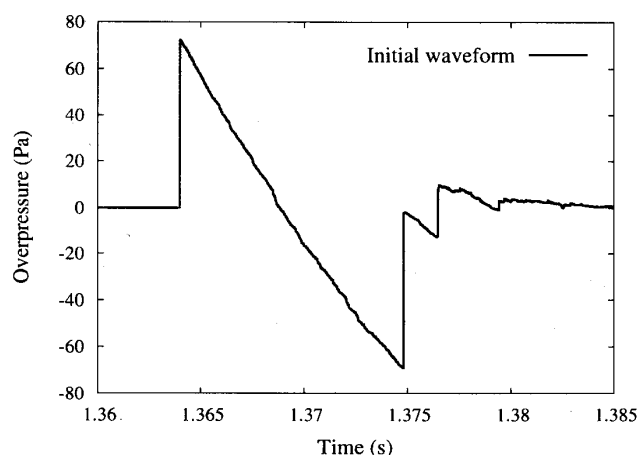
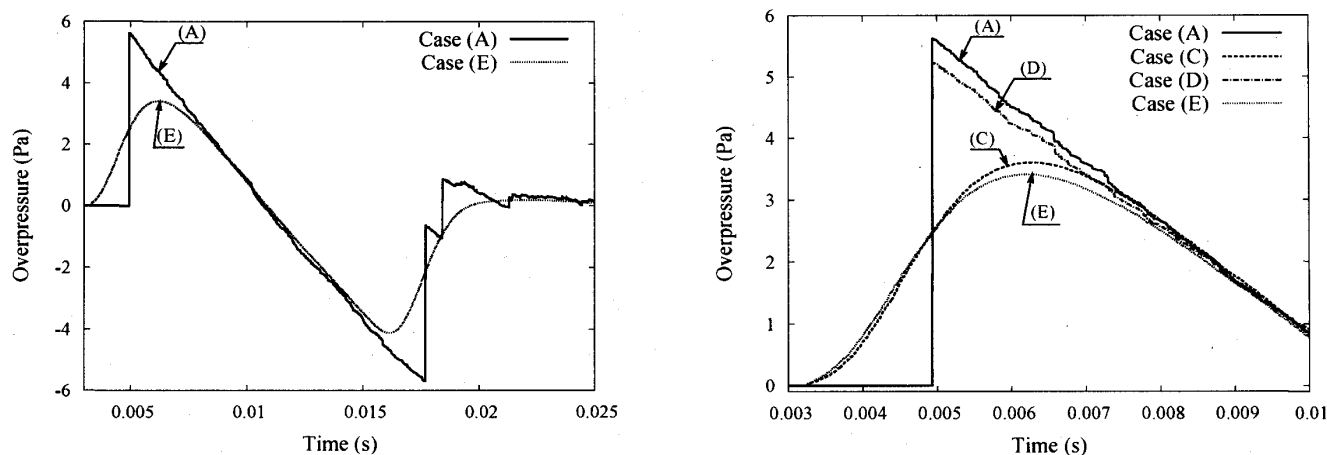


Fig. 1 Initial waveform

1.2 数値スキーム まずオイラー方程式をランダム・チョイス法 (RCM)⁽⁶⁾ によって解き、球形形状効果及び各種緩和効果による拡散項を追加して演算子分割法で順次解いていく. 演算子分割法では、時間積分に四次のルンゲ・クッタ法を用いた.

RCMは一次精度のスキームであるが、数値粘性が無いという特筆すべき性質を持つ. 本研究で模擬するブラスト波は、爆発中心近傍でのピーク圧力が 10^8 Pa のオーダーであるのに対して、5000 m 離れた地点では数 Pa 程度と、扱う圧力幅が非常に大きい. 加えて分子振動緩和は非常に微小な効果であるため、高精度のスキームであっても、長距離を伝播する過程で数値粘性が波面の立ち上がり時間を増大させ、無視できない誤差となって計算結果に影響を及ぼす恐れがある. RCMにはそのような影響が無いと判断し、本研究において非常に有効なスキームであると判断し、採用した.

1.3 計算条件 爆発中心の初期条件として、球形の TNT 1 kg が時刻ゼロですべて反応生成物に変化した状態を仮定する. TNT の密度 1.6×10^3 kg/m³ から、球体の半径 5.30×10^{-2} m を得る. 時刻ゼロの反応生成物も同じく 1.6×10^3 kg/m³ とする. 次に TNT の反応生成物が標準状態 (101.3 kPa, 298.15 K) で占める体積が 0.73 m³ である事と、理想気体の状態方程式に従うとすることにより、気体定数 248 J/kg/K を得る. そこで、爆発の初期状態について、温度を 2000 K と仮定し、先に述べた密度と気体定数を用いると、状態方程式より初期圧力 7.94×10^8 Pa を得る. 大気 (爆発中心の外部領域) は標準状態とし、反応生成物及び大気の比熱比は、共に $\gamma = 1.4$ と仮定した. また、分子振動緩和効果は湿度にも影響を受けるが、本研究では湿度 10% に固定した. 計算格子幅は 5 mm とした. N 波が 500 m 地点に達した際、N 波の長さは約 6 m とな



(a) Whole N-wave profile, case (A) and (E) are plotted

(b) Closeup to positive phase of Fig. 2(a). The attenuation effects of case (C) and (D) are also plotted.

Fig. 2 Overpressure histories at 5000 m, 10% of relative humidity

り、N波全体を表現するのに、およそ6000点の計算格子を配している。

1.4 伝播・減衰過程 本研究では、減衰過程の調査に主眼を置くため、爆発中心近傍はオイラー方程式のみを解き、500 mの位置で得られた圧力履歴を初期波形とした。以降、次のケースにおける各種減衰効果を考慮した計算を5000 m位置まで行った。

- (A) オイラー方程式のみの解
- (B) 粘性熱伝導による緩和効果を考慮した解
- (C) O₂分子の振動緩和効果を考慮した解
- (D) N₂分子の振動緩和効果を考慮した解
- (E) (A)–(D)すべてを考慮した解

図1に、500 m位置での初期波形を示す。横軸は時間、縦軸は大気圧からの差圧を表す。

1.5 計算結果 図2(a)に、ケース(A)と(E)について、5000 m位置でサンプリングした圧力履歴を示す。ケース(A)は、球面形状効果によって図1の初期波形からピーク圧力が大幅に減衰していることが確認できる。ケース(E)は、各種緩和効果によって更に減衰を受けていることが分かる。また図2(b)に、図2(a)の正圧部分を拡大し、ケース(C)と(D)を重ねて表示した圧力履歴を示す。正圧部の最大圧力を「ピーク圧力」、ピーク圧力が10%から90%までを変化するのに要する時間をもって「立ち上がり時間」を定義する。ケース毎に5000 m位置にN波が到達する時刻が異なるため、各ケースにおける波形の減衰を最も比較しやすいように、時間軸をシフトして重ねて表示させている。ケース(B)は、図の上ではケース(A)とほぼ重なり、区別が付かないため、表示を省略した。図2より、分子振動緩和効果によって明確な減衰が起こって

いること、またその減衰の主要因は酸素分子の振動緩和効果であることが分かる。窒素分子はN波のピーク圧力を少し減衰させる効果を持っているが、立ち上がり時間の増大にはほとんど寄与していない。

以上のように、気体分子の種類によってN波の減衰への寄与の様子が大きく異なるという結果が得られた。

2. 周波数解析

上記の結果を説明するために、音響学的な立場から解析を行い、RCMで得られた結果との比較を行う。

2.1 振動緩和周波数 音響学の分野では、単一周波数音波の大気中での減衰率を、分子振動緩和効果も考慮した形で調べる研究が進められてきており、広い周波数帯域で減衰率が実験的に求められている⁽⁵⁾。図3に、横軸に周波数、縦軸に1波長当たりの減衰率をとったグラフを示す。四つのデータはそれぞれ(1)粘性熱伝導による緩和効果、(2)O₂の振動緩和効果、(3)N₂の振動緩和効果、(4)全緩和効果の和、である。この図から、それぞれの緩和効果が減衰に寄与する固有の周波数帯域を持っていることが分かる。N波を多数の異なる周波数を持った正弦波の重ね合わせと考え、個々の正弦波にこの減衰率を適用することによって、減衰後のN波の波形を予測できる。減衰過程を、このような重ね合わせ可能な線形過程と、次節に述べる非線形過程に分け、N波に対して両過程を独立に作用させる方法が示されている⁽⁷⁾。

2.2 有限振幅音波の非線形効果 本研究で扱う圧力波は、衝撃波としては非常に弱く、分子振動緩和等によって先頭波面の圧力勾配は継続的に減少していく。しかし音波としては非常に強いいため、有限振幅音波の非線形性による波形歪み効果も同時に現れ、波面

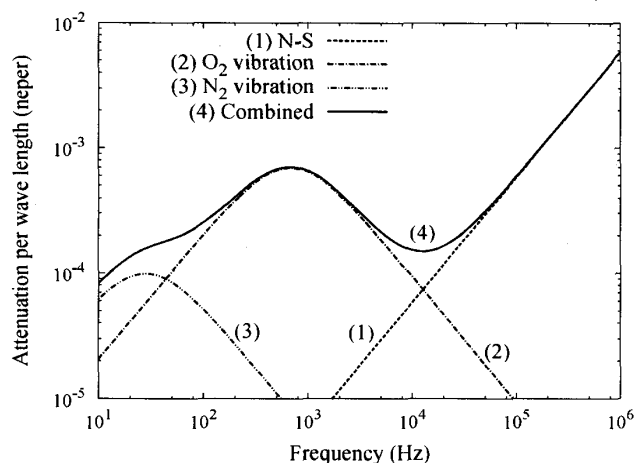


Fig. 3 Attenuation rate for pure tone sound waves

の圧力勾配を常に急峻にしようとする効果として働いている。衝撃波の形成や減衰は両効果の重ね合わせで考えられ、本研究においても、減衰効果だけではなく、波形歪み効果も考慮して計算を行う。

2.3 計算方法 1.4節同様、オイラー方程式を解いて得られた、爆発中心から500m離れた地点の波形を初期値として用いる。この初期波形は、等間隔の時間でサンプリングされたデータで構成されているものとする。計算は文献⁽⁷⁾に従って次の手順で行う。この手法は、「弱い衝撃波においては、有限振幅音波の歪み効果と減衰効果は、十分短い計算ステップ内ではそれぞれ独立に働くと考えてよい」という前提を持つ。まず衝撃波の伝播を小さな時間ステップに分け、波形の歪み効果と減衰効果を別々に作用させる処理を繰り返しながら時間を進めていく。

(a) 圧力波形の負の最大勾配 $(dp/dt)_{\max}$ より、衝撃波形成距離 d_{shock} を次の式より求める。

$$d_{\text{shock}} = \rho_0 c^3 / \beta (dp/dt)_{\max} \quad (9)$$

ここで ρ_0 は大気密度、 c は大気中の音速、 $\beta = (\gamma + 1)/2$ は非線形係数である。

(b) 計算ステップ距離 d_{step} を次の式より求める。

$$d_{\text{step}} = 0.15 d_{\text{shock}} \quad (10)$$

(c) 有限振幅音波の歪み効果を加える。 i 番目の圧力値 $p_i = p(t_i)$ のサンプリング時間 t_i に次の式を適用して t'_i に変換し、 i 番目の圧力値を t'_i に対応させる。

$$t'_i = t_i + \beta p(t_i) d_{\text{step}} / \rho_0 c^3 \quad (11)$$

これにより、圧力値 p_i そのものは変化しないが、 $p_i = p(t'_i)$ となるため、すべての t についてこの変

換を行うと波形全体が歪められる。これによって有限振幅音波の歪み効果が表され、 d_{step} 進んだ後の波形が求められる。

- (d) (c) の処理によって、データのサンプリング間隔が不均一になる。次に行うFFT演算では、データが等間隔に並んでいなければならないため、サンプリング時間が等間隔になるように、線形補間によって再度圧力をサンプリングする。
- (e) FFT演算をかけ、圧力波形を時間領域から周波数領域に変換する。
- (f) 各周波数成分の振幅 $A(f_i)$ に、球面形状効果、各種緩和効果による減衰を適用し、 $A'(f_i)$ を次の式より求める。

$$A'(f_i) = A(f_i) \frac{D}{D + d_{\text{step}}} \exp(-\alpha(f_i) d_{\text{step}}) \quad (12)$$

ここで D はここまでの d_{step} を積算した総伝播距離、 α は図3に示した減衰率である。

(g) 逆FFT演算をかけ、時間領域波形に戻す。

(h) 総伝播距離が目的の値になるまで(a)-(g)の手順を繰り返す。

圧力履歴のサンプリング周波数は575.6 KHz、FFTのサンプリング数は16384 ($= 2^{14}$) とした。

2.4 計算結果 図4に、RCMの結果と周波数解析の結果を比較した圧力履歴とスペクトル分布を示す。(1)-(6)のデータはそれぞれ次の通り。(1)はRCMでオイラー方程式のみを解いて得られた波形。(4)はそのスペクトル分布。(2)はRCMでO₂の振動緩和効果を考慮して得られた波形。(5)は2.3節(f)の手順で得られたスペクトル分布。(3)はその逆FFT演算によって得られた減衰後の波形。(6)は図3で示したO₂の振動緩和による減衰率を示している。図5に、N₂の振動緩和効果を考慮して同様に解析を行った結果を示す。また図6に、粘性熱伝導による緩和効果、O₂振動緩和効果、N₂振動緩和効果すべてを考慮して解析を行った結果を示す。

図4-6より、1.5節で得られた結果と周波数解析の手法で得られた結果は良い一致を示していることが分かる。これにより、周波数解析の立場から考察を加えることによって分子振動緩和効果の特徴を説明することができると考えている。

3. 考 察

3.1 O₂の分子振動緩和効果 本研究で模擬したN波は、先頭衝撃波から後方の衝撃波までの時間を基本周期とすると、その周波数は60 Hz程度である。分

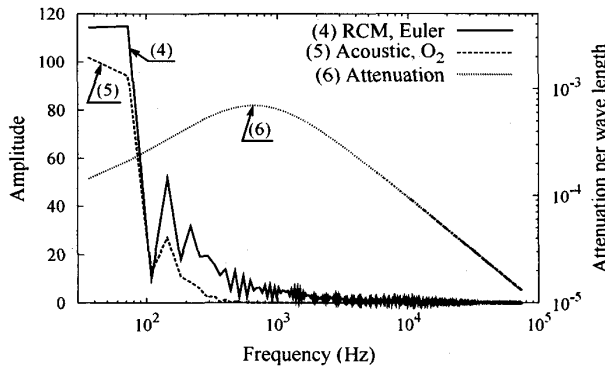
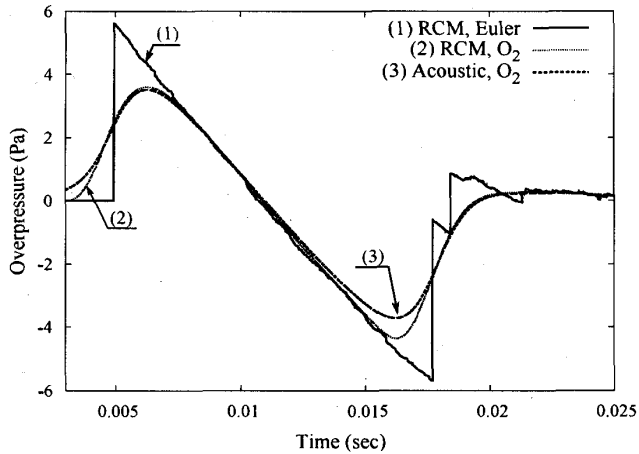
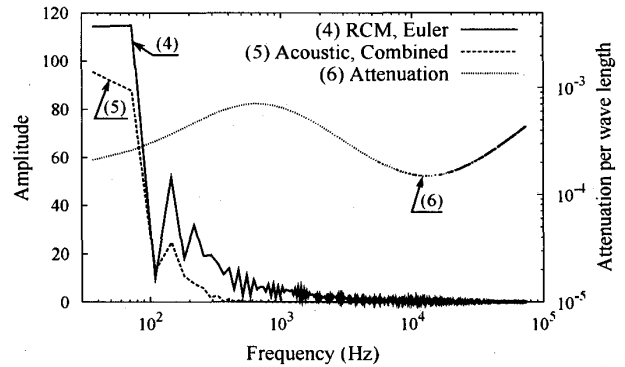
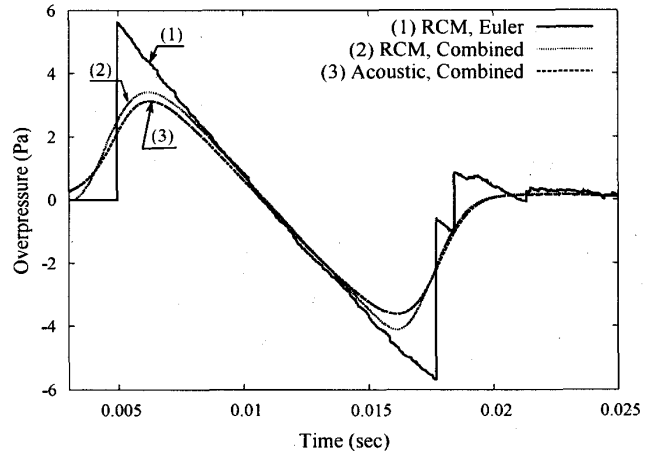
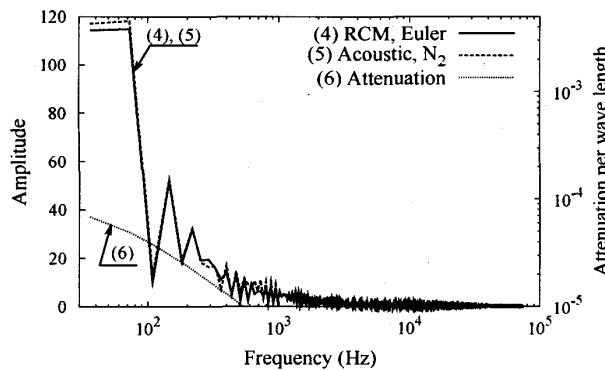
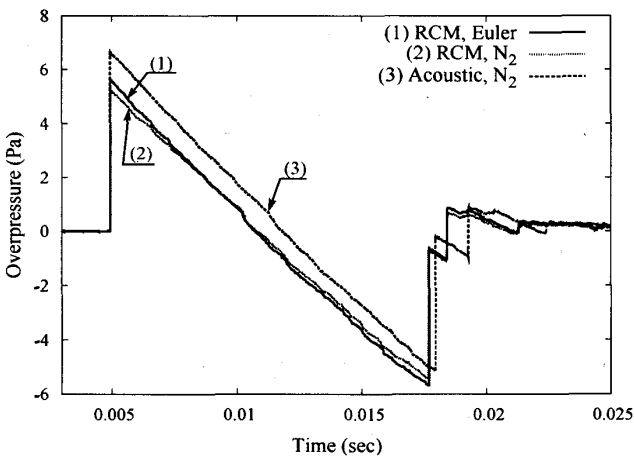
Fig. 4 Attenuation effects of O₂ vibrational relaxation

Fig. 6 Total attenuation effects

Fig. 5 Attenuation effects of N₂ vibrational relaxation

子振動緩和効果によって N 波の基本周波数近傍の低周波数帯域が減衰を受けると、ピーク圧力を減少させる効果となって現れ、高い周波数帯域が減衰を受けると、衝撃波面などの不連続箇所が平滑化され、立ち上がり時間を増加させる効果となって現れる。図 4 より、O₂ の振動緩和によって圧力履歴が全体的に滑らかな曲線となるのは、O₂ による減衰が、広い周波数帯域で起こるため、ピーク圧力の減少と立ち上がり時間の増加が同時に起こるためであることが分かる。

3.2 N₂ の分子振動緩和効果 図 5 で、周波数解析によって得られた圧力履歴 (3) と RCM でオイラー方程式を解いた結果の圧力履歴 (1) を比較すると、(3) の方が (1) よりもピーク圧力が大きくなってしまっている。これは、2.3 節で示した計算手法が、計算精度を保つためには衝撃波の立ち上がり部分に少なくとも 10 点程度のサンプリングポイントを必要とするという制限を持つこと⁽⁷⁾ に起因していると考えられる。RCM には数値粘性が無いので、初期波形とした 500 m 地点の圧力履歴においては、衝撃波面の立ち上がりは一回のサンプリング分で完了する。O₂ の振動緩和では、当初不連続であった衝撃波面は O₂ の振動緩和効果によって短時間で平滑化され、立ち上がり部分に十分な数のサンプリングポイントを確保できるようにな

るが、 N_2 の振動緩和の場合、衝撃波面が平滑化されないため、立ち上がり部分に十分な数のサンプリングポイントが確保されず、計算結果に影響を与えているものと考えられる。本研究では、上述のサンプリング数の制限は考慮されていない。波面を解像できるくらい格子数を増やして計算することも考えられるが、それには現在よりも格段に格子を細かくしなくてはならず、計算資源の問題から行われなかった。

このように N_2 の振動緩和については、二つの計算手法に十分良い一致が得られているとは言い難いが、図 5 の周波数解析結果より、RCM において、 N_2 による振動緩和では減衰がほとんど起こらない原因を説明することができる。減衰率を示すデータ (6) を見ると、 N_2 の振動緩和効果は、数十から数百 Hz の低い周波数帯域でのみ減衰効果を持つが、同じ帯域での O_2 の減衰率と比べても非常に低い減衰効果しか持たない。そのため、N 波の基本周波数付近の成分のみが減衰を受け、ピーク圧力が減少するが、高周波成分は減衰を受けないため、不連続面は平滑化されず、立ち上がり時間を増加させる効果は持たないということが分かる。

3.3 トータル緩和効果 図 6 より、すべての緩和効果を考慮した解析では、低周波数帯から高周波数帯まで均等に減衰を受けるため、全体的に滑らかな圧力履歴になっていることが分かる。

前節で N_2 の振動緩和のみを考慮した場合、周波数解析の結果と RCM の結果に差が生じた一方で、 N_2 を含むすべての減衰を考慮した図 6 では、良い一致を示している。これにも、前節で述べた衝撃波の立ち上がり部分のサンプリング数が関係していると考えられる。すなわち、すべての減衰効果を考慮した場合、 O_2 の緩和効果によって衝撃波面は短時間で平滑化されるため、立ち上がり部分のサンプリング数が十分な数となり、RCM と良い一致を得たと考えられる。

3.4 波面のサンプリング数の影響 図 7 に、球面形状効果と粘性散逸効果のみを考慮し、分子振動緩和効果は無視した結果を示す。この場合、 N_2 の緩和効果のみを考慮した場合よりも、RCM と周波数解析の解が近づいていることが分かる。図からは分かりにくいですが、粘性を考慮することによって高周波成分が減衰するため、衝撃波面が平滑化されている。これによって立ち上がり部分にサンプリングポイントが増えたため (5000 m 位置で、波面に 20 点以上)、解の精度が向上したと考えられる。

このように、本研究における周波数解析の解は、衝撃波面のサンプリング数の制限に実際に影響を受けていることが分かる。本研究では、爆発中心から 500 m

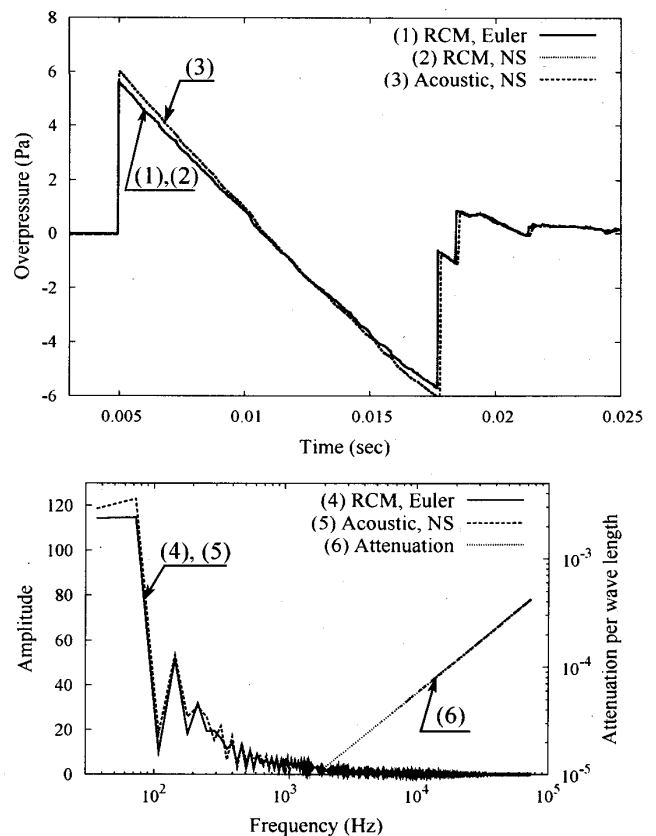


Fig. 7 The attenuation with viscosity

の段階では衝撃波はまだ比較的強く、この領域で Bass による形状効果や非線形効果のモデリングが、正しく適用できるのか等について、今後の研究課題である。

3.5 周波数解析の有効性と応用 以上のように、分子振動緩和による N 波の減衰を、周波数解析的に求めることによって、分子種によって異なる減衰の特徴を容易に捉えられることを示した。本研究で模擬した N 波の基本周波数は 60 Hz 程度、波長は 5–6 m であり、この規模の N 波では N_2 の振動緩和効果による減衰は非常に小さい。実験室スケールの波長の短い N 波では、 N_2 の効果はほとんど無視できるレベルになることが予想される。しかし、逆に長い波長の N 波では N_2 の振動緩和効果は無視できなくなることが予想され、大型の航空機を発生源とするソニックブームの減衰を調べる上では、 N_2 の分子振動緩和効果を考慮する必要がある。

更に、大気湿度によって減衰特性は変化するが、ある湿度に対する図 3 の減衰率曲線は容易に得ることができるため、異なる湿度での N 波の減衰も調べることができる。N 波が高空から地上へ伝播する際に、連続的に変化する大気状態を考慮に入れて N 波の減衰を模擬するという応用も考えられる。

周波数解析の手法は、RCM と比べて計算コストが

低いというメリットもある。ただし、強い衝撃波の減衰を正確に模擬するためには、衝撃波面を解像できる十分細かいサンプリングが必要になり、計算コストが上がるため、注意を要する。

結 論

TNT 1 kg の爆発によって生じる N 波を数値的に模擬し、分子振動緩和効果による減衰について、ランダム・チョイス法 (RCM) による解法と周波数解析的な解法で調べ、両者の比較を行った。その結果、両者に良い一致が見られた。

次に、RCM で得られた結果からは捉えにくかった分子種による減衰効果の違いを、周波数解析の手法を用いて説明した。

最後に N 波の減衰を予測する上での周波数解析的手法の有効性を示し、その応用と注意点についても考察を行った。

文 献

- (1) Pierce, A. D. and Maglieri, D. J. , Effects of atmospheric irregularities on sonic-boom propagation, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 51, No. 2C, (1972), pp. 702–721.
- (2) Bass, H. E. and Rasket, R. , Vibrational relaxation effects on the atmospheric attenuation and rise times of explosion waves, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 64, No. 4, (1978), pp. 1208–1210.
- (3) Hodgson, J. P. , Vibrational relaxation effects in weak shock waves in air and the structure of sonic bangs, *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, Vol. 58, No. 01, (1973), pp. 187–196.
- (4) Honma, H. , Glass, I. I. , Wong, C. H. , Holst-Jensen, O. , and Xu, D. Q. , Experimental and numerical studies of weak blast waves in air, *Shock Waves*, Vol. 1, No. 2, (1991), pp. 111–119.
- (5) Shields, F. and Bass, H. , Atmospheric absorption of high frequency noise and application to fractional octave bands of noise, *NASA Contractor Report*, Vol. 2760, , (1977), pp. 1–234.
- (6) GLIMM, J. , Solutions in the large for nonlinear hyperbolic systems of equations, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. 18, No. 4, (1965), pp. 697–715.
- (7) Bass, H. E. , Rasket, R. , Chambers, J. P. , and Kelly, M. , Modification of sonic boom wave forms during propagation from the source to the ground, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 111, No. 1, (2002), pp. 481–486.