長距離送電線の靜止対称軸における表示と凸極同期機に対する解析法

長距離送電線の靜止対称軸における表示と凸極同期機に対する解析法

三　浦　五　郎

Analitical Method for Long-distance Transmission Line with Salient-pole Synchronous Generator, Expressed on the Coordinates of Static Symmetrical Axes.

Goro Miura

Abstract

Perfect analysis of a long-distance transmission line connected to a salient-pole synchronous generator can be performed, as this paper shows, only by an introduction of the coordinates of static symmetrical axes. Usual manners, such as by symmetrical axes, or rectangular coordinates, fail in this purpose.

The author thus obtained fundamental differential equations on both a transmission line and a salient-pole generator in linear forms with constant coefficients and combined into the matrix equation.

$$\underset{\cdot}{e} = \left\{ \underset{\cdot}{Z}'(p) + \underset{\cdot}{Z}'_M(p) \right\} \underset{\cdot}{i}$$

Procedures for the transformation of equations are also comparatively simple.

I　緒　　言

長距離送電線を完全に解析するには，その直列インピーダンスのみでなく並列アドミツタンス即ち分布容量並びにリーカンスを考察せねばならぬことは周知の事柄である。即ち分布定数回路として扱う必要が起きてくる。その場合動作発電機が非凸極対称機である時は，発電機側の特性も送電線側の特性も共に対称座標軸に変換して解析することができる。そのアモルト効果をも検討するには回転子に適当な制動捲線を仮定して計算すればよく，その詳細な理論は既に発表した。[1,2]

しかるに発電機が凸極機である一般の場合になると，たとえ発電機側を対称座標軸に変換し

1　三浦五郎：アモルト導体を有する一般対称多相機の一解析，電学誌，70，418 (1950)
2　三浦五郎：対称同期機の塊状回転子の影響による制動効果，電工論，4，145 (1952)

ても周知の如く定係数の微分方程式とならないため，如上の送電線を接続した場合の解析は不能に陥いる。そこで発電機を基準直交座標系[3]に変換してやれば今度は送電線側の方が定係数の微分方程式にならぬためこれも解析不能である。即ち並列アドミツタンスを考察した長距離送電線を扱う場合は座標系を対称座標軸にとつても，直交座標軸にとつても不可能なのであつて共に完全な動作を表示することができないのである。

しかるに筆者が前に考案した如く今静止対称軸なるものを考えて，その座標系に変換する時はこの問題は一挙に解決されるのであつて，送電線を含めた動作方程式が定数係数で表わされてくる。既にこの問題については連合大会に於いて発表した[4]が，その時は無限級数を用いたりして得られた計算の結果は相当複雑であつたが，その後極めて直截的な簡単な解析方法のあることに気付いたのでここに改めて報告しようと思う。

II　送電線の基礎微分方程式

基礎微分方程式を送電線側と発電機側とに分けて考え，最後に二者を重畳することにする。先づ送電線側を考察する。一般に長距離送電線の特性はこれを双曲線函数によつて送電定数を書き表わせば完全に表示できるのである。即ち送電端より眺めた駆動点インピーダンス$Z_1(p)$は，負荷の任意集中インピーダンスを$Z_l(p)$とする時は次の如くなる。但しpはヘビサイドの演算子記号であつて，インダクタンス及びキャパシタンスの回路要素に関聯する。

$$Z_1(p)=\frac{Z_l(p)A_1(p)+B_1(p)}{Z_l(p)C_1(p)+D_1(p)} \tag{1}$$

ここに$A_1(p)$，$B_1(p)$，$C_1(p)$，$D_1(p)$は送電定数であるが，これは送電線の形状，常数及び恒長より，簡単な計算式によつて求まる全直列インピーダンス$Z(p)$及び全並列アドミツタンス$Y(p)$より次式によつて算出されるものである。

$$\left.\begin{aligned}A_1(p)&=\cosh\sqrt{Z(p)Y(p)}\\B_1(p)&=W(p)\sinh\sqrt{Z(p)Y(p)}\\C_1(p)&=\frac{1}{W(p)}\sinh\sqrt{Z(p)Y(p)}\\D_1(p)&=\cosh\sqrt{Z(p)Y(p)}\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

但し

$$W(p)=\sqrt{\frac{Z(p)}{Y(p)}} \tag{3}$$

また

$$\left.\begin{aligned}Z(p)&=R+pL\\Y(p)&=A+pC\end{aligned}\right\}$$

3　三浦五郎：基準直交座標系による同期機のベクトル図，26回連大集，4，P.1 (1952)
4　三浦五郎：長距離単一送電線に接続された凸極動作の静止対称軸上に於ける表示，支部連大集，P. 264 (1953)

R, L, A, Cはそれぞれ送電線の全恒長に対する抵抗，インダクタンス，リーカンス及びキャパシタンスである。

さて（2）式で$Z(p)\cdot Y(p)$の双曲線函数はこれを次の如く冪収斂級数に展開することができ，しかもその収斂は長距離送電線では甚だ敏速であるから，実際の数値計算に当つては最初の3項乃至は4項位をとつて充分であり，その誤差は僅少である。

$$\left.\begin{aligned}
A_1(p)&=D_1(p)=1+\frac{Z(p)Y(p)}{2!}+\frac{Z^2(p)Y^2(p)}{4!}+\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\{Z(p)Y(p)\}^r}{(2r)!}\\
B_1(p)&=\sqrt{\frac{Z(p)}{Y(p)}}\sinh\sqrt{Z(p)Y(p)}=\sqrt{\frac{Z(p)}{Y(p)}}\Big\{\sqrt{Z(p)Y(p)}\\
&\quad+\frac{1}{3!}(\sqrt{Z(p)Y(p)})^3+\frac{1}{5!}(\sqrt{Z(p)Y(p)})^5+\cdots\cdots\cdots\cdots\Big\}\\
&=Z(p)\left\{1+\frac{Z(p)Y(p)}{3!}+\frac{Z^2(p)Y^2(p)}{5!}+\cdots\cdots\cdots\cdots\right\}\\
&=Z(p)\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\{Z(p)Y(p)\}^r}{(2r+1)!}\\
C_1(p)&=\sqrt{\frac{Y(p)}{Z(p)}}\sinh\sqrt{Z(p)Y(p)}\\
&=Y(p)\left\{1+\frac{Z(p)Y(p)}{3!}+\frac{Z^2(p)Y^2(p)}{5!}+\cdots\cdots\cdots\cdots\right\}\\
&=Y(p)\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\{Z(p)Y(p)\}^r}{(2r+1)!}
\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

上式で表わした4定数は対称座標法の正相分定数でもあり，又逆相分定数でもある。(4)式は送電線についてのみ表わした定数で，変圧器やリアクトルの如き静止機器定数を含んでいないが，こられ等をを含めことは容易であり適宜π型T型等の変換を行えばよい。[5]　且つまた零相分インピーダンスについて4定数も上式の$Z(p)$, $Y(p)$に零相分要素を用いたものを使つて容易に算出されるのであるから，送電線の配置や恒長から対称座標分の全相分について，4定数を求めることができることになる。このことは負荷インピーダンス$Z_l(p)$についても同様云えるのであつて，その正，逆，零相分は$Z_{l1}(p)$, $Z_{l2}(p)=Z_{l1}(p)$, $Z_{l0}(p)$の如く表わされるのである。

従つてこれ等のインピーダンスを用いて（1）式より各相分について駆動点インピーダンス$Z_1(p)$, $Z_2(p)=Z_1(p)$, $Z_0(p)$が計算される訳であり一般にこれ等はpの整分数函数であるから，これを

5　小串孝治，笹田助三郎：送電配電の理論及び計算，P. 170

$$Z_1(p)=Z_2(p)=\frac{w(p)}{y(p)},\qquad Z_0(p)=\frac{v(p)}{u(p)} \tag{5}$$

の如く書き表わすこともできる。

しかる時は対称座標軸上に表わした送電線の基礎微分方程式は次の如くなる。

$$Z(p)=\begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & Z_1(p) & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & Z_1(p) & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & Z_0(p) \\ \hline \end{array} \tag{6}$$

送電線に変圧器等の集中回路を適宜含めた時も全く（6）式の恰好に帰して了うことは今述べた通りである。

Ⅲ　基礎微分方程式の座標軸度換

前章で求まつた送電線の基礎微分方程式を対称座標軸に変換する。この理由は緒言に於いても述べた如く，全系統の方程式を常数係数の線型方程式とするためである。静止対称軸については既に詳細を発表した如く,[5] 次の如き変換マトリクスで変換すればよいのである。

$$C=C^{-1}=\begin{array}{c|c|c|c|} & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline 1 & 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ \hline 2 & \varepsilon^{+j\theta} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \tag{7}$$

但し　$\theta=t+\varphi,\quad t=\omega t=$時間（単位法）

（7）式を用いて $Z(p)$に一次マトリクス変換を行えば

$$Z_0(p)=C^{-1}Z(p)C$$

となる。

さてこの場合 $Z(p)$を（5）式の如く表わしてそれを級数に分解しなくても次の如く簡単に変換されるのである。即ち

$$E(p)\varepsilon^{+j\theta}=\varepsilon^{+j\theta}F(p+j),\qquad \varepsilon^{+j\theta}F(p)=F(p+j)\varepsilon^{+j\theta}$$

であることから，$Z'(p)$ は

$$Z'(p)=C^{-1}\cdot\begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & Z_1(p) & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & Z_1(p) & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & Z_0(p) \\ \hline \end{array}\cdot\begin{array}{c|c|c|c|} & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline 1 & 0 & & 0 \\ \hline 2 & & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

6　三浦五郎：多相凸極同期機の変換理論による基礎解析，電工論，4，173 (1952)

$$
= \begin{array}{c|ccc|}
 & 1 & 2 & 0 \\ \hline
\mathrm{I} & 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\
\mathrm{II} & \varepsilon^{j\theta} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
\end{array}
\cdot
\begin{array}{c|ccc|}
 & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline
1 & 0 & \varepsilon^{-j\theta}Z_1(p-j) & 0 \\
2 & \varepsilon^{j\theta}Z_1(p+j) & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & Z_0(p) \\ \hline
\end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c|ccc|}
 & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline
\mathrm{I} & Z_1(p+j) & 0 & 0 \\
\mathrm{II} & 0 & Z_1(p-j) & 0 \\
0 & 0 & 0 & Z_0(p) \\ \hline
\end{array}
\qquad (8)
$$

であり，（8）式は極めて簡単に求まる。

次に凸極同期機の方の同軸上への変換であるが，これは既に求めた如く[7]

$$
\boldsymbol{Z}_M' = \begin{array}{c|ccc|}
 & \mathrm{I} & \mathrm{II} & 0 \\ \hline
\mathrm{I} & r+(p+j)A(p) & (p+j)\,B(p) & 0 \\
\mathrm{II} & (p-j)\,B(p) & r+(p-j)\,A(p) & 0 \\
0 & 0 & 0 & r+px_0 \\ \hline
\end{array}
\qquad (9)
$$

である。玆に $A(p)$，$B(p)$ は直軸及び横軸のインピーダンス演算子の和及び差の平均を示す r は電機子の抵抗（一相）である。

従つて凸極機を含めた全送電系統のマトリクス方程式は

$$
\boldsymbol{e} = \left[\boldsymbol{Z}'(p) + \boldsymbol{Z}'_M(p)\right] \boldsymbol{i} \qquad (10)
$$

の如く求まり，上式は (8)，(9) 両式より判る通り定係数線型の微内方程式であり，長距離送電線の全特性を完全に解析する基礎方程式である。

上式よりその逆マトリクスを求めることは容易であり

$$
\boldsymbol{i} = \left[\boldsymbol{Z}'(p) + \boldsymbol{Z}'_M(p)\right]^{-1} \boldsymbol{e} \qquad (11)
$$

この実際の計算は既に筆者が数例に互つて発表した[8,9]ものと全く軌を一にするのでここには省略する。

7　6 と同一文献

8　三浦五郎：多相同期発電機における接地短絡とその対称軸インピーダンスについて，
電工論，4，334 (1952)

9　三浦五郎：直列コンデンサ補償送電線における三相突流理論（第1報）
電学誌，73，1435 (1953)

Ⅳ 結　言

長距離送電線が凸極同期機に接続された場合の並列アドミツタンスの影響は，前章で得た微分方程式より完全に計算される。但し不平衡故障の場合はこの方法によつても表示できない。不平衡故障の完全解析はヘビサイド演算子の変定数回路の応用による外ないと思われ，既に或る程度の成果は得られ現在検討中であるが，何れにしろこの問題は今後に残された未解決の問題である。

また如上の理論を利用して凸極機と送電線の状態を円線図に画くこともできると考えられ，延いては保護継電器の動作範囲も解析できると思われる[10,11]がこれも現在検討中である。なお送電線が多数結合して送電網を形成する場合も送電定数をマトリクス表現することによつて[12]計算されるし，発電所の適正電圧決定にも上記理論は応用されるものと思惟する。[13]

本研究はかつて筆者が北大に内地留学を行つていた際に考えていた問題であつて，その後色々の事情で放置されてあつたが今漸く脱稿することができた。当時色々とこの問題について御指導やヒントを戴いた北大工学部小串孝治教授に深謝すると共に，色々御批判下さつた本学電気工学科の教官各位に感謝の意を表わす次第である。

（昭和29年6月15日受付）

10　小串孝治，三浦五郎：保護継電器の動作範囲に対する円線図の応用，連大集，P.293 (1953)

11　K. Ogushi & G. Miura : Tripping Characteristics of Protective Relays on Transmission Network, Expressed by Circle Diagram Method. (Part 1), 北大工学部紀要, 9, 346 (1953)

12　K. Ogushi & G. Miura : Electrical Characteristics of Interconnected Power Transmission Systems, 北大工学部紀要, 9, 231 (1953)

13　K. Ogushi & G. Miura : Suitoble Voltages for Minimum Transmission Loss in Interconnected Power Network System, 北大工学部紀要, 9, 313 (1953)