直列コンデンサ系統における凸極同期機の一相中性点間短絡について

直列コンデンサ系統における凸極同期機の一相中性点間短絡について

三　浦　五　郎

On the Line-to-Neutral Short Circuits of a Salient-pole Synchronous Machine in Series Capacitor Systems

Goro Miura

Abstract

The theories for line-to-neutral short circuits of series capacitor systems consisting a salient-pole synchronous machine have been successfully developed in this paper. The process of calculation and the individual results are somewhat different from the previous analyses reached by the author for line-to-line short circuits.

The results given in the paper are summarized as follows:

(1) Both steady and transient components of sudden short circuit currents are derived in analytical solutions.

(2) The values of higher harmonic frequencies in the system are obtained.

(3) As to a transient voltage across the series capacitor, the maximum peak value is expressed by an approximation formula.

(4) The transient current in a field winding of the machine are derived.

I. 緒　　言

凸極同期機に直列コンデンサを有する系統が接続された際の突発線間短絡故障については，筆者が基本式に Laplace 変換を施こして無限次マトリクス方程式を解く新解析法に成功し，すでにその理論および実験結果を発表した[1)~3)]。

本文はこの理論を，線間短絡とならんで代表的な故障である一線地絡について進展させたものである。一線地絡についても線間短絡とほとんど同様に解析できるが，計算過程その他個々の結果に大部異なつている点がみられる。まず適用仮定については，コンデンサ補償度が単に不足補償であること以外に，さらに

$$\frac{x_c}{x_l} < \frac{2}{3} + \frac{x_o}{3x_l} \tag{1}$$

を満足することが必要である。ただし，x_l は直列線路リアクタンスを含めた同期機の過渡リア

クタンスとする。ゆえにもし電線路長が大である等によつて，系統の零相リアクタンスが過渡リアクタンスにほぼ等しいような場合は，この条件は約「補償度が1より小さいこと」を意味し線間短絡の仮定と同一になるが，もし x_o が甚少であるときは補償度（過渡リアクタンスに対する値）は大よそ60% 以下でなければならない。

その他の適用仮定については線間短絡におけると同一で，線路抵抗は十分小であり同期機のアモルト捲線は一応考慮しない。電線路は直列 R, L 回路とし，線路定数はすべて凸極機定数に直列加算して r, $x_d(p)$, $x_q(p)$, x_o 等とおく。(r は接地抵抗等を含める)

II. 基礎方程式

短絡は無負荷より a 線が地絡するとし接地抵抗は甚少とする。相軸における凸極同期機の基本式において電機子各相の自己インピーダンス要素に $\dfrac{x_c}{p}$ を加算し，これを条件 $i_b=i_c=0$ によつて変形誘導すれば次の基礎方程式を得る。

$$\left.\begin{aligned} x_{afd}\left[T'_{d0}\frac{d}{dt}+1\right]I_{fd} &= -\frac{2}{3}T'_{d0}(x_d-x'_d)\frac{d}{dt}\,i\cos\theta \\ e\sin\theta &= x_{afd}\frac{d}{dt}I_{fd}\cos\theta+\left[r+\frac{1}{3}\frac{d}{dt}(x_o+2A+2B\cos 2\theta)\right]i+x_c\int i\,dt \end{aligned}\right\}\quad (2)$$

記号は従来の慣習にしたがつて

T'_{d0}: 過渡直軸開路時定数

I_{fd}: 直軸界磁回路電流

i: a 線の突発短絡電流

x_{afd}: 直軸電機子と界磁との相互リアクタンス

θ: 直軸と電機子 a 相磁軸間の電気角

x_c: 直列コンデンサのリアクタンス

A: 直リアクタンス x_d と横リアクタンス x_q の和の平均

B: 同上の差の平均

x'_d: 直過渡リアクタンス

x_o: 零相リアクタンス

r: 電機子 a 相回路の抵抗

とする。この基礎方程式に Laplace 変換を施こすときは次のようになる。

$$x_{afd}(T'_{d0}p+1)I_{fd}(p) = -\frac{1}{3}T'_{d0}(x_d-x'_d)\,\varepsilon^{j\varphi}pI(p-j)+\mathrm{Conj}$$

$$e\frac{p\sin\varphi+\cos\varphi}{p^2+1} = -\frac{1}{2}x_{afd}\,\varepsilon^{j\varphi}pI_{fd}(p-j)+\mathrm{Conj}$$

$$+\left[r+\frac{p}{3}(x_o+2A)+\frac{x_c}{p}\right]I(p)$$

$$+\left\{\frac{1}{3}B\varepsilon^{j2\varphi}pI(p-2j)+\mathrm{Conj}\right\}$$

Conj とは前出項の共軛値の意であり，$I(p-j)$, $I(p-2j)$ 等は $I(p)$ において p に $p-j$, $p-2j$ 等を代入したものである。φ は短絡瞬時における a 相磁軸と直軸間の電気角である。

上式第1式より $I_{fd}(p)$ は

$$x_{afd}I_{fd}(p)=-\frac{1}{3}\frac{T'_{d0}(x_d-x'_d)}{T'_{d0}p+1}\varepsilon^{-j\varphi}pI(p+j)+\mathrm{Conj} \tag{3}$$

を得るから，これより $I_{fd}(p+j)$ および $I_{fd}(p-j)$ を作つて第2式に代入すれば，I_{fd} の項は消失し次式が導かれる。

$$I(p)\left[r+\frac{p}{3}\left\{x_o+A(p+j)+A(p-j)\right\}+\frac{x_c}{p}\right]$$

$$+\left\{\frac{1}{3}I(p+2j)p\varepsilon^{-j2\varphi}B(p+j)+\mathrm{Conj}\right\}=\frac{e(p\sin\varphi+\cos\varphi)}{p^2+1} \tag{4}$$

ただし

$$A(p)=\frac{1}{2}\left\{x_d(p)+x_q\right\}$$

$$B(p)=\frac{1}{2}\left\{x_d(p)-x_q\right\}$$

$$x_d(p)=\frac{T'_{d0}x'_dp+x_d}{T'_{d0}p+1}$$

いま次のような $K(p)$, $F(p)$ を定義する。

$$\left.\begin{aligned}
K(p)&=\frac{p\varepsilon^{-j2\varphi}B(p+j)}{3\left[r+\frac{p}{3}\left\{x_o+A(p+j)+A(p-j)\right\}+\frac{x_c}{p}\right]}\\
K^*(p)&=K(p)\text{ の共軛値}\\
F(p)&=\frac{e}{r+\frac{p}{3}\left\{x_o+A(p+j)+A(p-j)\right\}+\frac{x_c}{p}}\cdot\frac{p\sin\varphi+\cos\varphi}{p^2+1}
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

このときは(4)式は次式のごとくなる。

$$I(p)+K(p)I(p+2j)+K^*(p)I(p-2j)=F(p) \tag{6}$$

この $I(p)$ に関する循環方程式を代数的に解析するのであるが，本式は直列コンデンサ系統の線間短絡におけるときと同一形であり，同じ方法で以下の運算を行うことができる訳である。

III. Laplace 変換式の一般解と特異点

すなわち，p に関する恒等式(6)式において p に $p+j2n$ ($n=-\infty\sim+\infty$ なる整数全部) を置換すれば，無限次のマトリクス方程式を形成しその代数解は次式で与えられる。

$$I(p)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n(p)F(p+j2n) \tag{7}$$

または

$$I(p)=A_0(p)F(p)+\sum_{n=1}^{\infty}A_n(p)F(p+j2n)+\mathrm{Conj} \tag{8}$$

と記してもよい。$A_n(p)$ については一般解(7)式を(6)式に代入して，$n=-\infty\sim+\infty$ の整数全部に対し未定係数法を適用することによつて求まる。この過程は既発表論文[2),3)]の説明と全く軌を一つにするからここに繰り返さない。

かくして必要な演算子式 $Y_a(p)$, $Y_a^*(p)$, $A_n(p)$, $A_{-n}(p)$, および $A_0(p)$ が得られた。

$$\left.\begin{aligned}Y_a(p)&=1-\frac{K^*(p)K(p-j2)}{Y_a(p-j2)}\\ Y_a^*(p)&=Y_a(p)\text{ の共軛値}\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}A_n(p)&=(-1)^n A_0(p+j2n)\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K(p+j2\nu)}{Y_a(p+j2\nu)}\cdots\cdots(n>0)\\ A_{-n}(p)&=A_n^*(p)=A_n(p)\text{ の共軛値}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(n<0)\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned}A_0(p)&=\frac{1}{Y_a(p)+Y_a^*(p)-1}\\ A_0^*(p)&=A_0(p)\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

さて一般解が計算されれば，その Laplace 逆変換によつて実電流 $i(t)$ は

$$\left.\begin{aligned}i&=\mathfrak{L}^{-1}I(p)=\sum C_k\varepsilon^{p_k t}\\ C_k&=\{(p-p_k)I(p)\}_{p=p_k}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

となる。C_k は $I(p)$ の特異点 p_k における留数値である。では次にこの特異点 p_k を考察するに一相中性点間の短絡故障においては特異点は次の 3 種類に分けられる。

a) 定常電流項に対応する特異点 p_k

印加電圧 $F(p)$ は(5)式の第3式であり，その分母項の 1 つは p^2+1 である。したがつて一般解(7)または(8)式の $F(p\pm j2n)$ は $p_k=\mp j(2n+1)$ (ただし $n=0\sim\infty$) の特異点を有する。すなわち定常電流は無限次の奇数調波から成り立つている。このときの近似として，同期機の電機子および回転子の全回路抵抗を省略する。

b) 界磁回路にもとづく過渡電流項に対する特異点 p_k

界磁回路の抵抗によつて a) の定常電流に減衰移行する過渡電流項である。

$$p_k = -a \mp j(2n+1) \qquad (n=0\sim\infty)$$

周波数は a) と同じく無限奇数高調波であるが，a なる減衰率を有する。このときの近似は電機子回路の抵抗を無視する。

c) 電機子回路にもとづく過渡電流項に対応する特異点 p_k

$F(p)$ および $K(p)$ の分母項による特異点である。このときの近似として界磁回路の抵抗を無視すれば，該分母項を零とおいて

$$r+\frac{p}{3}(x_o+2A'')+\frac{x_o}{p}=0$$

ただし

$$A''=\frac{1}{2}(x_d'+x_q)$$

より，印加電圧 $F(p\pm j2n)$ にもとづく特異点は次のように決定される。

$$p_k \doteqdot -\frac{3r}{2(x_o+2A'')} \mp j\left[2n \pm \sqrt{\frac{3x_c}{x_o+2A''}}\right] \qquad (n=0\sim\infty)$$

高調波周波数に関しては線間短絡の場合では $2n\pm\sqrt{\frac{x_c}{A''}}$ であつたが，一相中性点間短絡の場合は $2n\pm\sqrt{\frac{3x_c}{x_o+2A''}}$ となるのである。しかるに対称同期機と直列コンデンサの組み合せによる一線地絡故障においては，電機子回路にもとづく過渡電流の周波数には $\sqrt{\frac{3x_c}{x_o+2A''}}$ がただ1個だけ出現するのであり， このことは筆者が別に n 相多相機について発表した論文において，$n=3$ とおいて直ちに誘導され証明される[4]。かつ，減衰率が $\frac{3r}{2(x_0+2A'')}$ となることについても同様である。

IV. 定常電流の算定

定常電流の特異点 $p_k=-j(2n+1)$ は， 印加電圧 $F(p+j2n)$ と $F(p+j\overline{2n+2})$ とによつて作られ，その留数は

$$C_k=[p+j(2n+1)][A_n(p)F(p+j2n)+A_{n+1}(p)F(p+j\overline{2n+2})]_{p=-j(2n+1)} \tag{13}$$

にて与えられる。 いま1つの特異点 $p_k=+j(2n+1)$ についは， 単に上記の留数の共軛値をとればよい。便宜上，次章の界磁回路にもとづく過渡項を算定するに必要な数式をも，一括してここに求めておく。

$$\left.\begin{aligned} K(p)_{p\doteqdot j} &= \frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B''}{x_o+A''+A(p-j)-3x_c} \\ K(p)_{p\doteqdot -j} &= \frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B(p+j)}{x_o+A(p+j)+A''-3x_c} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} K(p)_{p=j} &= \frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B''}{x_o+A''+A-3x_c} \\ K(p)_{p=-j} &= \frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B}{x_o+A+A''-3x_c} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

ただし

$$A'' = \frac{1}{2}(x_d'+x_q)$$

$$B'' = \frac{1}{2}(x_d'-x_q)$$

また $|p|\geqq 2j$ (すなわち $p\geqq 2j$ および $p\leqq -2j$) に対しては

$$K(p) = \frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B''}{x_o+2A''+\dfrac{3x_c}{p^2}}$$

であるが，不定補償系統における仮定

$$\frac{x_c}{A''} < \frac{2}{3} + \frac{x_o}{3A''}$$

より，$|p^2|\geqq 4$ においては近似的に

$$K(p)_{|p|\geqq 2j} \fallingdotseq \frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B''}{x_o+2A''} = -\frac{\varepsilon^{-j2\varphi}}{2}\cdot\frac{x_q-x_d'}{x_o+x_d'+x_q} \tag{16}$$

が成立する。また以上の共軛値については直ちに

$$\left.\begin{aligned} K^*(p)_{p\fallingdotseq j} &= [K(p)_{p\fallingdotseq -j}]^* = \frac{\varepsilon^{j2\varphi}B(p-j)}{x_o+A(p-j)+A''-3x_c} \\ K^*(p)_{p\fallingdotseq -j} &= [K(p)_{p\fallingdotseq j}]^* = \frac{\varepsilon^{j2\varphi}B''}{x_o+A'+A(p+j)-3x_c} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

$$K^*(p)_{|p|\geqq 2j} = [K(p)_{|p|\geqq 2j}]^* = -\frac{\varepsilon^{j2\varphi}}{2}\cdot\frac{x_q-x_d'}{x_o+x_d'+x_q} \tag{18}$$

同様にして

$$K(p-j2)_{p\fallingdotseq j} = [K^*(p+j2)_{p\fallingdotseq -j}]^* = \frac{\varepsilon^{-j2\varphi}B(p-j)}{x_o+A(p-j)+A''-3x_c} \tag{19}$$

$$K^*(p-j2)_{p\fallingdotseq j} = [K(p+j2)_{p\fallingdotseq -j}]^* = \frac{\varepsilon^{j2\varphi}B''}{x_o+A(p-j)+A''-3x_c} \tag{20}$$

が得られる。

また $Y_a(p)$ については (9), (16), (18) 式等より

$$Y_a(p)_{p\leqq -2j} = 1 - \frac{K^*(p)K(p)}{Y_a(p)}\bigg|_{p\leqq -2j}$$

であるから，これに (16), (18) 両式を代入して解けば

$$\left.\begin{aligned} Y_a(p)_{p\leqq -2j} &= \frac{\left\{\sqrt{\dfrac{x_o}{2}+x_d'}+\sqrt{\dfrac{x_o}{2}+x_q}\right\}^2}{2(x_o+x_d'+x_q)} \\ Y_a^*(p)_{p\geqq 2j} &= [Y_a(p)_{p\leqq -2j}]^* = \text{上と同一値} \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

なお上記の $K(p)_{|p|\geqq 2j}$, $K^*(p)_{|p|\geqq 2j}$, $Y_a(p)_{p\leqq -2j}$, $Y_a^*(p)_{p\geqq 2j}$ の結果より直ちに次式が導かれる。

$$\left.\begin{aligned} \frac{K(p)}{Y_a(p)}\Bigg|_{p\leqq -2j} &= -\varepsilon^{-j2\varphi}b_0 \\ \frac{K^*(p)}{Y_a^*(p)}\Bigg|_{p\geqq 2j} &= -\varepsilon^{j2\varphi}b_0 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

ただし

$$b_0 = \frac{\sqrt{\dfrac{x_o}{2}+x_q}-\sqrt{\dfrac{x_o}{2}+x_d'}}{\sqrt{\dfrac{x_o}{2}+x_q}+\sqrt{\dfrac{x_o}{2}+x_d'}} \tag{23}$$

なお

$$B''b_0 = -\frac{1}{2}x_o - A'' + \sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)} \tag{24}$$

も得らるのである。

以上までの結果を用いれば，(9)式の $Y_a(p)$ は $p\doteqdot \pm j$, $p=\pm j$ において，それぞれ次のごとくなる。

$$\begin{aligned} Y_a(p)_{p\doteqdot j} &= 1-\frac{K^*(p)K(p-j2)}{1-K^*(p-j2)\dfrac{K(p-j4)}{Y_a(p-j4)}}\Bigg|_{p\doteqdot j} \\ &= 1-\frac{[B(p-j)]^2}{x_o+A(p-j)+A''-3x_c}\cdot\frac{1}{\dfrac{x_o}{2}+A(p-j)+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c} \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} Y_a(p)_{p\doteqdot -j} &= 1-K^*(p)\frac{K(p-j2)}{Y_a(p-j2)}\Bigg|_{p\doteqdot -j} \\ &= \frac{\dfrac{x_o}{2}+A(p+j)+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}{x_o+A''+A(p+j)-3x_c} \end{aligned} \tag{26}$$

$$Y_a^*(p)_{p\doteqdot j} = [Y_a(p)_{p\doteqdot -j}]^*$$

$$Y_a^*(p)_{p\doteqdot -j} = [Y_a(p)_{p\doteqdot j}]^*$$

$p=j$, $p=-j$ のときは，それぞれ $A(0)=A$, $B(0)=B$ を上式に代置すればよい。

これらより $A_0(p)$ は次のように計算される。

$$\left.\begin{aligned} A_0(p)_{p\doteqdot j} &= \frac{\left[x_o+A''+A(p-j)-3x_c\right]\left[\frac{x_o}{2}+A(p-j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]}{\left[\frac{x_o}{2}+A(p-j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]^2-\left[B(p-j)\right]^2} \\ A_0(p)_{p\doteqdot -j} &= [A(p)_{p\doteqdot j}]^* \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

$$A_0(p)_{p=j}=A_0(p)_{p=-j}=\frac{\left[x_o+A''+A-3x_c\right]\left[\frac{x_o}{2}+A+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]}{\left[\frac{x_o}{2}+A+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]^2-B^2} \quad (28)$$

以上の結果より特異点 $p_k=-j(2n+1)$ における留数(13)式を計算することができる。すなわち同式の $A_n(p)_{p=-j(2n+1)}$, $A_{n+1}(p)_{p=-j(2n+1)}$ は下のごとくなる。(10)式へ(22)式と(28)式の関係を代入して

$$\begin{aligned} A_n(p)_{p=-j(2n+1)} &= (-1)^n A_0(-j)\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K[j(2\nu-\overline{2n+1})]}{Y_a[j(2\nu-\overline{2n+1})]} \\ &= \varepsilon^{-j2n\varphi}b_0^n\frac{\left[x_o+A''+A-3x_c\right]\left[\frac{x_o}{2}+A+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]}{\left[\frac{x_o}{2}+A+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]^2-B^2} \end{aligned} \quad (29)$$

また(10)式を変形して $A_{n+1}(p)$ を作り，これにさらに(15)式(26)式の関係を代入して

$$\begin{aligned} A_{n+1}(p)_{p=-j(2n+1)} &= (-1)^{n+1}A_0(j)\left[-\varepsilon^{-j2\varphi}b_0\right]^n\frac{K(-j)}{Y_a(-j)} \\ &= -\varepsilon^{-j(2n+2)\varphi}b_0^n\frac{B\left[x_o+A''+A-3x_c\right]}{\left[\frac{x_o}{2}+A+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]^2-B^2} \end{aligned} \quad (30)$$

留数(13)式の他の部分については，(5)式の $F(p)$ を変形することによつて次のように計算される。

$$\left.\begin{aligned} &\Big\{[p+j(2n+1)]\,F(p+j2n)\Big\}_{p=-j(2n+1)} = -\frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{2}\cdot\frac{3e}{x_o+A+A''-3x_c} \\ &\Big\{[p+j(2n+1)]\,F(p+j\overline{2n+2})\Big\}_{p=-j(2n+1)} = \text{上の共軛値} \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

ゆえに留数 C_k は(29), (30)および(31)各式から次のように求まるのである。

$$\begin{aligned} C_k &= \Big[p+j(2n+1)\Big]\Big[A_n(p)F(p+j2n)+A_{n+1}(p)F(p+j\overline{2n+2})\Big]_{p=-j(2n+1)} \\ &= \frac{-3\,e\,b_0^n\,\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{2\left[\frac{x_o}{2}+A+B+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]} \end{aligned} \quad (32)$$

これは特異点 $p_k=-j(2n+1)$ における留数であるが，他の特異点 $p_k=+j(2n+1)$ (ただし $n=0\sim\infty$) は上式の共軛値 C_k^* である。

したがつて定常電流 $i_s(t)$ は Laplace 逆変換によつて

$$i_s(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_k\varepsilon^{p_k t}+\mathrm{Conj}\right\}$$
$$=\frac{-3e}{\dfrac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\sum_{n=0}^{\infty}b_0^n\cos(2n+1)\theta \tag{33}$$

である。基本周波数に対するリアクタンスは

$$\left[x_o-x_c\right]+\left[x_d-x_c\right]+\left[\left\{\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-\frac{x_o}{2}\right\}-x_c\right]$$

であるから，同期機の正，逆，零相リアクタンスよりコンデンサ・リアクタンスを差引いたものが，それぞれ系統の正，逆，零相リアクタンスになつている。

V. 界磁回路にもづく過渡電流

特異点は $p_k=-a-j(2n+1)$ (ただし $n=0\sim\infty$) およびその共軛値である。a は減衰率である。特異点 $p_k=-a-j(2n+1)$ における留数を C_k' とすれば

$$C_k'=\Big[p+a+j(2n+1)\Big]\Big[A_n(p)F(p+j2n)+A_{n+1}(p)F(p+j\overline{2n+2})\Big]_{p\doteqdot-j(2n+1)} \tag{34}$$

であり，以下 $p+j2n=p'$ とおく。

まず (22), (27) 両式の関係より

$$A_n(p)_{p\doteqdot-j(2n+1)}=(-1)^nA_0(p')\prod_{\nu=0}^{n-1}\frac{K[p'+j2\nu-2n]}{Y_a[p'+j2\nu-2n]}\,{}_{p'\doteqdot-j}$$
$$=\varepsilon^{-j2n\varphi}b_0^n\frac{\left[x_o+A''+A(p'+j)-3x_c\right]\left[\dfrac{x_o}{2}+A(p'+j)+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]}{\left[\dfrac{x_o}{2}+A(p'+j)+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]^2-\Big[B(p'+j)\Big]^2}$$

次に

$$A_{n+1}(p)_{p\doteqdot-j(2n+1)}=(-1)^{n+1}A_0(p+j\overline{2n+2})\prod_{\nu=0}^{n}\frac{K[p+j2\nu]}{Y_a[p+j2\nu]}\,{}_{p\doteqdot-j(2n+1)}$$
$$=-\varepsilon^{-j2n\varphi}b_0^nA_0(p'+j2)\frac{K(p')}{Y_a(p')}\,{}_{p'\doteqdot-j}$$

であるが，ここでまず $Y_a(p'+j2)_{p'\doteqdot-j}$ を求めよう。すなわち (14), (17), (19), (22) および (24) 各式を用いれば

$$Y_a(p'+j2)_{p'\doteqdot-j}=1-\frac{K^*(p'+j2)K(p')}{1-K^*(p')\dfrac{K(p'-j2)}{Y_a(p'-j2)}}\,{}_{p'\doteqdot-j}$$

$$=1-\frac{[B(p'+j)]^2}{\left[x_o+A(p'+j)+A''-3x_c\right]\left[\frac{x_o}{2}+A(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]}$$

同様に(20), (22)および(24)各式を用いれば

$$Y_a^*(p'+j2)_{p'\doteqdot -j}=1-K(p'+j2)\frac{K^*(p'+j4)}{Y_a^*(p'+j4)}{}_{p'\doteqdot -j}$$
$$=\frac{\frac{x_o}{2}+A(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}{x_o+A(p'+j)+A''-3x_c}$$

が得られるから，これら2式を用いて $A_0(p'+j2)_{p'\doteqdot -j}$ を計算すると

$$A_0(p'+j2)_{p'\doteqdot -j}=\frac{1}{Y_a(p'+j2)+Y_a^*(p'+j2)-1}{}_{p'\doteqdot -j}$$
$$=\frac{\left[x_o+A(p'+j)+A''-3x_c\right]\left[\frac{x_o}{2}+A(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]}{\left[\frac{x_o}{2}+A(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]^2-\left[B(p'+j)\right]^2}$$

前にもどり $A_{n+1}(p)_{p\doteqdot -j(2n+1)}$ は上記の関係より次のように完成される。

$$A_{n+1}(p)_{p\doteqdot -j(2n+1)}$$
$$=-\varepsilon^{-j(2n+2)\varphi}\,b_0^n\frac{B(p'+j)[x_o+A(p'+j)+A''-3x_c]}{\left[\frac{x_o}{2}+A(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]^2-\left[B(p'+j)\right]^2}$$

次に留数 C_k' の印加電圧項に関しては(5)式より

$$F(p+j2n)_{p\doteqdot -j(2n+1)}=F(p')_{p'\doteqdot -j}=\frac{-3e}{x_o+A(p'+j)+A''-3x_c}\cdot\frac{\varepsilon^{-j\varphi}}{2(p'+j)}$$

$$F(p'+j\overline{2n+2})_{p\doteqdot -j(2n+1)}=F(p'+j2)_{p'\doteqdot -j}=\frac{-3e}{x_o+A''+A(p'+j)-3x_c}\cdot\frac{\varepsilon^{j\varphi}}{2(p'+j)}$$

のように求まる。かくして(34)式の留数 C_k' に以上の数式を代入する。直列コンデンサ線間短絡の解析と同一過程をふみ，まず C_k' と $p+a+j(2n+1)$ の商を求めると次のようになる。

$$\left.\frac{C_k'}{p+a+j(2n+1)}\right|_{p\doteqdot -j(2n+1)}=\left[A_n(p)F(p+j2n)+A_{n+1}(p)F(p+j\overline{2n+2})\right]_{p\doteqdot -j(2n+1)}$$
$$=\left.\frac{-3eb_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{\frac{x_o}{2}+A(p'+j)+B(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\cdot\frac{1}{2(p'+j)}\right|_{p'\doteqdot -j}\qquad(35)$$

ゆえに界磁回路にもとづく $I(p)$ は，上式の分母に出現している $\phi(p')$ より決定される特異点 p' を有する筈である。ただし

$$\phi(p')=\frac{x_o}{2}+A(p'+j)+B(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c$$

$$= \frac{x_o}{2}+x_d(p'+j)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c$$

$$= \frac{x_o}{2}+\frac{(p'+j)\,T_{d0}'x_d'+x_d}{(p'+j)\,T_{d0}'+1}+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c$$

$\phi(p')$ は p' に関する1次関数であつて，その分子項が特異点を決定する。上式を書きかえると

$$\phi(p') = \frac{\left[\frac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]T_{d0}'}{(p'+j)\,T_{d0}'+1}(a+p'+j)$$

ただし

$$a = \frac{\frac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}{\frac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\cdot\frac{1}{T_{d0}'} \tag{36}$$

となるから，$I(p)$ は $p'=-a-j$ すなわち $p=-a-j(2n+1)$ なる特異点を持つことが明らかであり，その実電流解は ε^{-at} のごとく1にくらべ小量なる実数 a を減衰率とする指数関数項を含んでくることがわかる。そして一線地絡における過渡時定数は

$$T_{d(1n)}' = \frac{1}{a} = T_{d0}'\frac{\frac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}{\frac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c} \tag{37}$$

となる。

求めようとする留数 C_k' は(35)式の結果に以上の関係を代入して

$$C_k' = -3eb_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}\,\frac{a+p'+j}{\phi(p')}\cdot\frac{1}{2(p'+j)}\Bigg|_{p'=-a-j}$$

$$=\left[\frac{-3e}{\frac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}-\frac{-3e}{\frac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\right]\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{2} \tag{38}$$

のごとくなり，界磁回路にもとづく実電流 $i'(t)$ は次式のように完成される。

$$i'(t) = \sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_k'\varepsilon^{-at}\varepsilon^{-j(2n+1)t}+\mathrm{Conj}\right\}$$

$$=\left[\frac{-3e}{\frac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}-\frac{-3e}{\frac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\right]\varepsilon^{-at}\sum_{n=0}^{\infty}b_0^n\cos(2n+1)\theta \tag{39}$$

短絡瞬時は，回路突流は過渡正相リアクタンスを含むインピーダンス項によつて制限され，時間の経過とともに減衰率 a によつて(33)式の定常値に移行するのである。

VI. 電機子回路にもとづく過渡電流

III 章において述べたごとく特異点は

$$p_k = -\alpha' - j(2n \pm \kappa) \quad \text{およびその共軛値}$$

ただし
$$\kappa \doteqdot \sqrt{\frac{3x_c}{x_o + 2A''}} < 1$$

である。しかし，より妥当な κ および α' の値は後述の計算より明らかとなる。いま，この2種類 ($2n+\kappa$ と $2n-\kappa$) の周波数を分離して，それぞれ

$$\begin{cases} p_{k1} = -\alpha' - j(2n+\kappa) & \text{およびその共軛値} \\ p_{k2} = -\alpha' - j(2n-\kappa) & \text{およびその共軛値} \end{cases}$$

としよう。ここで $n=0\sim\infty$ に変化させる訳であるが，$n=0$ の項に限り同一の値が2回重複するので，重複しないようとくに注意を要する。

まず p_{k1} の方から求める。その留数を C''_{k1} とすると

$$C''_{k1} = [p + \alpha' + j(2n+\kappa)]\,[A_n(p)F(p+j2n)]_{p \doteqdot -j(2n+\kappa)} \tag{40}$$

$p+j2n=p'$ とおけば(10)式より

$$[A_n(p)F(p+j2n)]_{p\doteqdot -j(2n+\kappa)} = (-1)^n A_0(p') \prod_{\nu=0}^{n-1} \frac{K[p'+j\overline{2\nu-2n}]}{Y_a[p'+j\overline{2\nu-2n}]} F(p')_{p'\doteqdot -j\kappa} \tag{41}$$

を得る。(22)式より Π を計算すると

$$\prod_{\nu=0}^{n-1} \frac{K[p'+j\overline{2\nu-2n}]}{Y_a[p'+j\overline{2\nu-2n}]}_{p'\doteqdot -j\kappa} = (-1)^n \varepsilon^{-j2n\varphi} b_0^n$$

次に $Y_a(p')_{p'\doteqdot -j\kappa}$ を求めると

$$Y_a(p') = 1 - K^*(p') \frac{K(p'-j2)}{Y_a(p'-j2)} = 1 + K^*(p')\varepsilon^{-j2\varphi} b_0$$

となるが，ここで(5)式より

$$K^*(p') = \frac{p'\varepsilon^{j2\varphi} B''}{3\left[r + \dfrac{p'}{3}(x_o+2A'') + \dfrac{x_c}{p'}\right]}$$

であり，また $B''b_0$ は(24)式で与えられるからこれらの関係より

$$Y_a(p') = \frac{r + \dfrac{p'}{3}\left[\dfrac{x_o}{2} + A'' + \sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x'_d\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}\right] + \dfrac{x_c}{p'}}{r + \dfrac{p'}{3}(x_o+2A'') + \dfrac{x_c}{p'}} \tag{42}$$

また $Y_a^*(p')_{p'\doteqdot -j\kappa}$ について計算すると

$$Y_a^*(p')=1-\frac{K(p')\,K^*(p'+j2)}{1+K(p+j2)\varepsilon^{j2\varphi}b_0}$$

となるがこれにそれぞれ $p'\doteqdot -j\kappa$ における $K(p')$, $K(p'+j2)$, $K^*(p'+j2)$ を (5) 式から作成して（このとき，電機子回路の抵抗 r のみ考慮し界磁抵抗を無視することに留意する）代入するときは

$$Y_a^*(p')=1-\frac{p'B''}{3\left[r+\dfrac{p'}{3}(x_o+2A'')+\dfrac{x_c}{p'}\right]}\,\xi_0(p') \tag{43}$$

ただし

$$\xi_0(p')=\frac{B''}{\dfrac{x_o}{2}+A''+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}+\dfrac{3x_c}{(p'+j2)^2}}$$

なる結果が導かれる。そして高調波 $2-\kappa$ において，系統の直列リアクタンスが直列コンデンサ・リアクタンスに比し十分大であり

$$(2-\kappa)\left[\frac{x_o}{2}+A''+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}\right]$$

$$\doteqdot(2-\kappa)(x_o+2A'')\gg\frac{3x_c}{2-\kappa}$$

が満足されるならば $\xi_0(p')$ の分母第 2 項は省略され $\xi_0(p')=-b_0$ となる。この条件は $1\gg\kappa^2$ に一致するから，近似成立の妥当いかんは結局 (1) 式の仮定にかかつている。

さて $\xi_0(p')=-b_0$ とするときは (43) 式は (42) 式と相等しくなり，$Y_a^*(p')=Y_a(p')$ が成立する。したがつて $p'\doteqdot -j\kappa$ における $A_0(p')$ は

$$A_0(p')=\frac{1}{Y_a(p')+Y_a^*(p')-1}$$

$$=\frac{r+\dfrac{p'}{3}(x_o+2A'')+\dfrac{x_c}{p'}}{r+\dfrac{2}{3}p'\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}+\dfrac{x_c}{p'}}$$

である。また印加電圧項である $F(p')$ は (5) 式より直ちに

$$F(p')=\frac{e}{r+\dfrac{p'}{3}(x_o+2A'')+\dfrac{x_c}{p'}}\cdot\frac{p'\sin\varphi+\cos\varphi}{p'^2+1}$$

この諸関係を (41) 式へ代入するときは

$$[A_n(p)F(p+j2n)]_{p \doteqdot -j(2n+\kappa)}$$
$$= \frac{3e\varepsilon^{-j2n\varphi}b_0^n}{2} \cdot \frac{p'\sin\varphi+\cos\varphi}{p'^2+1} \cdot \frac{p'}{p'^2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}+\frac{3}{2}rp'+\frac{3}{2}x_c}$$

となり，電機子回路にもとづく $I(p)$ は最右項分母により決定される特異点を有する。ゆえに該項を零とする方程式

$$p'^2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}+\frac{3}{2}rp'+\frac{3}{2}x_c=0$$

を解いて得られる共軛2根の1つは

$$p' = p+j2n \doteqdot -\frac{3r}{4\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}} - j\sqrt{\frac{3x_c}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}}}$$
$$= -\alpha' - j\kappa$$

ただし

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= \frac{3r}{4\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}} \\ \kappa &= \sqrt{\frac{3x_c}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}}} \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

であり，$I(p)$ は $p=-\alpha'-j(2n+\kappa)$ の特異点を有するのである。α' はそのときの減衰率である。他の分母項 $(p'+j)(p'-j)$ より決定される特異点については，定常電流に対するものであつて前に検討ずみである。

さて(40)式にもどつて，$p_{k1}=-\alpha'-j(2n+\kappa)$ における留数 C_{k1}'' を算出すれば，以上の関係式より

$$C_{k1}'' = \frac{3e}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c} \cdot \frac{b_0^n\varepsilon^{-j2n\varphi}(-j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2} \tag{45}$$

が得られ，電機子にもとづく回路突流 $i_{a1}(t)$ は次のごとくなる。

$$i_{a1}(t) = [C_{k1}''\varepsilon^{p_{k1}t}]_{n=0} + \sum_{n=1}^{\infty}\{C_{k1}''\varepsilon^{p_{k1}t}+\mathrm{Conj}\}$$
$$= \frac{3e}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\varepsilon^{-\alpha't}\sum_{n=1}^{\infty}b_0^n\{-\kappa\sin\varphi\sin(2n\theta+\kappa t)+\cos\varphi\cos(2n\theta+\kappa t)\}$$
$$+\frac{3e}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c} \cdot \frac{-j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi}{2}\varepsilon^{-\alpha't}\varepsilon^{-j\kappa t} \tag{46}$$

次に他の特異点 $p_{k2}=-\alpha'-j(2n-\kappa)$ についても，同一仮定下においては上と全く同様に解析され，単に κ が $-\kappa$ と置換されるにすぎない。すなわち(46)式において κ を $-\kappa$ とすればよろしく，その過渡電流 $i_{a2}(t)$ は

$$i_{a2}(t)=\frac{3e}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\varepsilon^{-\alpha' t}\sum_{n=1}^{\infty}b_0^n\{\kappa\sin\varphi\sin(2n\theta-\kappa t)+\cos\varphi\cos(2n\theta-\kappa t)\}$$
$$+\frac{3e}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\cdot\frac{j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi}{2}\varepsilon^{-\alpha' t}\varepsilon^{j\kappa t} \tag{47}$$

電機子回路にもとづく過渡電流は $i_{a1}(t)$ と $i_{a2}(t)$ の和によつて与えられる。

$$i_a(t)=i_{a1}(t)+i_{a2}(t)$$
$$=\frac{3e}{\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)-\frac{3}{2}x_c}}\varepsilon^{-\alpha' t}\{\cos\varphi\cos\kappa t-\kappa\sin\varphi\sin\kappa t\}$$
$$\times\left\{\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}b_0^n\cos 2n\theta\right\} \tag{48}$$

電流は，$\left[\left\{\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-\frac{x_o}{2}\right\}-x_c\right]+\frac{1}{2}\left[x_o-x_c\right]$ のごとく系統の逆相リアクタンスに系統の零相リアクタンスの $\frac{1}{2}$ を加えた値によつて制限されることは，無コンデンサ系統における一線地絡と同様であるが，周波数は $2n\pm\kappa$ のごとくコンデンサ系統の固有周波数 κ を含む無限高調波を発生する点が特徴である。また対称同期機の場合では，上式の $\sum$ 項である高調波は消失して $\kappa=\sqrt{\frac{3x_c}{x_o+2x''}}$ なる周波数のみが発生し，過渡突流を制限するインピーダンスは $\frac{x_o}{2}+x''-\frac{3}{2}x_c$ のごとくなるのであり，この理論については別に発表した。[4)]

VII. 突流の結果

かくして定常電流，界磁回路にもとづく過渡電流，および電機子回路にもとづく過渡電流の3者の和が一線地絡時の突発短絡電流を与える。

$$i(t)=i_s(t)+i'(t)+i_{a1}(t)+i_{a2}(t)$$
$$=-\left\{\left[\frac{3e}{\frac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\right.\right.$$
$$\left.-\frac{3e}{\frac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\right]\varepsilon^{-\frac{t}{Td'(\mathrm{1n})}}$$
$$\left.+\frac{3e}{\frac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\right\}\sum_{n=0}^{\infty}b_0^n\cos(2n+1)\theta$$

$$+\frac{3e}{\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-\frac{3}{2}x_c}\varepsilon^{-\alpha' t}\{\cos\varphi\cos\kappa t-\kappa\sin\varphi\sin\kappa t\}$$

$$\times\left\{\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}b_0^n\cos 2n\theta\right\} \tag{49}$$

直列コンデンサが無い場合は上式で $x_c=0$, $\kappa=0$ を代入すればよいが，電機子減衰率 α' は真値の半分となる点に留意せねばならない。また対称機系統では上式で $x_d'=x_q=x''$ とし，さらに全高調波を省いて $\sum_0^{\infty}b_0^n\cos(2n+1)\theta=\cos\theta$, $\sum_1^{\infty}b_0^n\cos 2n\theta=0$ とおけばよろしい。

以上は同期機の回転子が，アモルト捲線を持つていないときの解析である。アモルト捲線のある場合には (49) 式において $\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}$ を $\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}$ と置換し，界磁回路にもとづく突流をリアクタンス $x_o+x_d''+x_2-3x_c\rightarrow x_o+x_d'+x_2-3x_c\rightarrow x_o+x_d+x_2-3x_c$ (ただし x_2 は同期機の逆相リアクタンス) の3段階にわたつて，それぞれ $T_{d(\mathrm{ln})}''$, $T_{d(\mathrm{ln})}'$ なる減衰時定数によつて減衰せしめるなど，線間短絡におけると同様の修正を加えればよいのである。すなわちアモルト捲線を有する場合の，減衰率を省略した数式は次のごとく表わされる。

$$i(t)=-\frac{3e}{\frac{x_o}{2}+x_d''+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}-3x_c}\sum_{n=0}^{\infty}b_0^n\cos(2n+1)\theta$$

$$+\frac{3e}{\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}-\frac{3}{2}x_c}\left\{\cos\varphi\cos\kappa t-\kappa\sin\varphi\sin\kappa t\right\}$$

$$\times\left\{\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}b_0^n\cos 2n\theta\right\} \tag{50}$$

ただし

$$b_0=\frac{\sqrt{\frac{x_o}{2}+x_q''}-\sqrt{\frac{x_o}{2}+x_d''}}{\sqrt{\frac{x_o}{2}+x_q''}+\sqrt{\frac{x_o}{2}+x_d''}}$$

突流の尖頭値を求めるには，たとえばアモルト捲線を有する場合では (50) 式にて $\theta=\pi$ において最大値となる。

$$(i_s+i')_{\max}=\frac{3e}{\frac{x_o}{2}+x_d''+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}-3x_c}\cdot\frac{1}{1-b_0}$$

$$(i_{a1}+i_{a2})_{\max}=\frac{3e}{\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}-\frac{3}{2}x_c}\sqrt{\cos^2\varphi+\kappa^2\sin^2\varphi}$$

$$\times\cos\left\{\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi]\right\}\cdot\left[\frac{1}{2}+\frac{b_0}{1-b_0}\right]$$

第2式中における $\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi]$ は

$$\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi]=\varphi-\left[\frac{1-\kappa}{1+\kappa}\right]\sin 2\varphi+\frac{1}{2}\left[\frac{1-\kappa}{1+\kappa}\right]^2\sin 4\varphi-\frac{1}{3}\left[\frac{1-\kappa}{1+\kappa}\right]^3\sin 6\varphi+\cdots\cdots$$

のごとく展開されるから，第2式が $\kappa(<1)$ のいかんを問わず最大値になる条件は $t=0$，$\varphi=\pi$ (最大磁束鎖交) である。ゆえに

$$(i_{a1}+i_{a2})_{\max}=-\frac{3e}{\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}-\frac{3}{2}x_c}\left[\frac{1}{2}+\frac{b_0}{1-b_0}\right]$$

$t=0$ においては初期条件より電流総和は零となるが，(i_s+i') および $(i_{a1}+i_{a2})$ はそれぞれ最大の振幅値を有する。すなわち両者の振幅値は同大，異符号となる。ただしこのことは現在の場合，近似的に成立することである。(対称機系統では厳密に成立する。) ゆえに $t=0$ 以外の随時に発生し得る最大振幅値は各値の絶対値の和，換言すれば近似的に $2(i_s+i')_{\max}$ となるとしてよく，直列コンデンサ系統における一相中性点間短絡時の突流最大値と定常短絡電流最大値との比は近似的に

$$\frac{\text{最大尖頭値}}{\text{定常振幅値}}=\frac{2\left[\frac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}-3x_c\right]}{\frac{x_o}{2}+x_d''+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q''\right)}-3x_c}\tag{51}$$

にて与えられるのである。

VIII. コンデンサ端子間の過渡電圧

前章において求出した一線地絡時の線路突流 $i(t)$ を用いて，コンデンサに加わる過渡電圧 $e_c=\int x_c i(t)dt$ を計算することができる。電圧の最大値を求める意味で，$i(t)$ の減衰率をすべて零とおくときは (49) 式より次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}(i_s+i')&=-\frac{3e}{\frac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\sum_0^\infty b_0^n\cos(2n+1)\theta\\(i_{a1}+i_{a2})&=\frac{3e}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\sqrt{\cos^2\varphi+\kappa^2\sin^2\varphi}\\&\quad\times\Big[\cos(\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])+\sum_1^\infty b_0^n\Big\{\cos(2n\theta+\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])\\&\quad+\cos(2n\theta-\kappa t-\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])\Big\}\Big]\end{aligned}\right\}\tag{52}$$

ただし，上式は t に関する積分が容易なように (49) 式を変形してある。その積分値は直ちに次のごとくなる。

$$(e_s+e') = \int x_c(i_s+i')\,dt$$
$$= -\frac{3x_ce}{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\sum_0^\infty \frac{b_0^n}{2n+1}\sin(2n+1)\theta$$

$$(e_{a1}+e_{a2}) = \int x_c(i_{a1}+i_{a2})\,dt$$
$$= \frac{3x_ce}{2\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\sqrt{\cos^2\varphi+\kappa^2\sin^2\varphi}\times\Bigg[\frac{1}{\kappa}\sin(\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])$$
$$+\sum_1^\infty\Bigg\{\frac{b_0^n}{2n+\kappa}\sin(2n\theta+\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])$$
$$+\frac{b_0^n}{2n-\kappa}\sin(2n\theta-\kappa t-\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])\Bigg\}\Bigg]$$

上 2 式を最大値にする θ は $\theta=\frac{\pi}{2}$ であり，このときは

$$\sum_{n=0}^\infty \frac{b_0^n}{2n+1}\sin(2n+1)\theta = \sum_0^\infty\frac{(-b_0)^n}{2n+1} = \frac{\tan^{-1}\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}}$$
$$\sum_{n=1}^\infty \frac{b_0^n}{2n+\kappa}\sin(2n\theta+\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi] = \sum_1^\infty\frac{(-b_0)^n}{2n+\kappa}\sin(\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])$$
$$\sum_{n=1}^\infty \frac{b_0^n}{2n-\kappa}\sin(2n\theta-\kappa t-\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi]) = -\sum_1^\infty\frac{(-b_0)^n}{2n-\kappa}\sin(\kappa t+\tan^{-1}[\kappa\tan\varphi])$$

が成立する。したがつて $t=0$, $\varphi=\frac{\pi}{2}$ (したがつて $\theta=\frac{\pi}{2}$) において最大振幅を有するのであり，この値は近似的に次式によつて表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned}(e_s+e')_{\max} &= -\frac{3x_ce}{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\cdot\frac{\tan^{-1}\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}}\\ (e_{a1}+e_{a2})_{\max} &= \frac{3x_ce}{2\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\left\{1-\kappa^2\sum_1^\infty\frac{(-b_0)^n}{2n^2}\right\}\end{aligned}\right\}\quad(53)$$

ゆえに起り得る過電圧の最大値は (53) 式における 2 式の絶対値の和，すなわち近似的に $2(e_s+e')_{\max}$ である。かつ短絡瞬時 ($t=0$) において，直列コンデンサは無電荷であると仮定してあるから $(e_s+e')_{\max}+(e_{a1}+e_{a2})_{\max}=0$ となるはずであるが，上式については厳密には成立せず近似的にいえるのである。(対称機系統では正しく成立する。)

さてコンデンサ過電圧の最大尖頭値を，直列コンデンサに永久短絡電流が流れるときの電圧最大値と比較すれば

$$\tau=\frac{\text{最大尖頭電圧}}{\text{定常振幅値}}=\frac{2\left[\dfrac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c\right]}{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c} \tag{54}$$

また同期機がアモルト捲線を有する場合については

$$\tau'=\frac{\text{最大尖頭電圧}}{\text{定常振幅値}}=\frac{2\left[\dfrac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q''\right)}-3x_c\right]}{\dfrac{x_o}{2}+x_d''+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d''\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q''\right)}-3x_c} \tag{55}$$

なお，これらの式は直列コンデンサ系統の線間短絡における電圧高騰度の結果より類推すれば(49)式より直ちに導かれるものである。このように一相中性点間短絡においては，回路の零相リアクタンスによる影響が相加わつてくる。

IX. 界磁回路の異常突流

a 線が一線地絡を起す際に，直列コンデンサ系統の凸極機界磁回路に流れる過渡電流を算出する。すでに電機子回路突流 $i(t)=i_s(t)+i'(t)+i_{a1}(t)+i_{a2}(t)$ の導出にあたつては，一般電流解 $I(p)$ に $(p-p_k)$ を乗ずることによつて，それぞれの留数値 C_k, C_k', C_{k1}'', C_{k2}'' を誘導した。すなわち一般電流解 $I(p)$ を定常成分，界磁回路にもとづく過渡成分および電機子回路にもとづく過渡成分の3者に分け，おのおのに Laplace 変換を行つたのである。

したがつて，これらの実電流 $i(t)$ の結果より逆にその対応する電流成分 $I(p)$ を得るのであつて，たとえば(32)式と(38)式より定常電流および界磁にもとづく過渡成分に対しては

$$\begin{aligned}I'(p)=&\frac{-3e}{\dfrac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\sum_0^\infty\left[\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{2(p+j\overline{2n+1})}+\mathrm{Conj}\right]\\&+\left[\frac{-3e}{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\right.\\&\left.-\frac{-3e}{\dfrac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\right]\sum_0^\infty\left[\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{2(p+a+j\overline{2n+1})}+\mathrm{Conj}\right]\\=&\sum_0^\infty\frac{-3e}{\dfrac{x_o}{2}+x_d(p+j\overline{2n+1})+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\left\{\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}}{2(p+j\overline{2n+1})}+\mathrm{Conj}\right\}\end{aligned} \tag{56}$$

また電機子にもとづく過渡成分に対しては(45)式等より

$$I_a(p)=\frac{3e}{2\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\left\{\sum_1^\infty\frac{b_0^n\varepsilon^{-j2n\varphi}(-j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'+j\overline{2n+\kappa})}\right.$$

$$+\sum_{1}^{\infty}\frac{b_0^n\varepsilon^{-j2n\varphi}(j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'+j\overline{2n-\kappa})}+\frac{-j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi}{2(p+a'+j\kappa)}+\mathrm{Conj}\Bigg\} \tag{57}$$

である。ただし(56)式の $x_d(p+j\overline{2n+1})$ は演算子リアクタンス $x_d(p)$ において p に $p+j(2n+1)$ を置換したもの，また(57)式の Conj は括弧｛　｝内にある3項全部の共軛式を表わす。

一線地絡故障における界磁電流はすでに(3)式より

$$x_{afd}I_{fd}(p)=-\frac{1}{3}\cdot\frac{T'_{d0}(x_d-x'_d)p}{T'_{d0}p+1}\left[\varepsilon^{-j\varphi}I(p+j)+\mathrm{Conj}\right] \tag{58}$$

によつて表わされから(56)，(57)両式の和 $I(p)=I'(p)+I_a(p)$ において，p を $p+j$ および $p-j$ と置換して $I(p+j)$ および $I(p-j)$ を作成し，それを上式に代入すれば界磁電流解 $x_{afd}I_{fd}(p)$ が誘導されるのである。この計算は若干複雑であるが，その要点を示せば次のごとくである。

$$\varepsilon^{-j\varphi}I(p+j)=\sum_{1}^{\infty}\frac{-3e}{\frac{x_o}{2}-x_d(p+j2n)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x'_d\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\cdot\frac{b_0^{n-1}\varepsilon^{-j2n\varphi}}{2(p+j2n)}$$

$$+\sum_{0}^{\infty}\frac{-3e}{\frac{x_o}{2}+x_d(p-j2n)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x'_d\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\cdot\frac{b_0^{n}\varepsilon^{j2n\varphi}}{2(p-j2n)}$$

$$+\frac{3e}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x'_d\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}$$

$$\times\Bigg\{\sum_{0}^{\infty}\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(-j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'+j\overline{2n+1}+\kappa)}+\sum_{0}^{\infty}\frac{b_0^{n+1}\varepsilon^{j(2n+1)\varphi}(j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'+j\overline{2n+1}+\kappa)}$$

$$+\sum_{0}^{\infty}\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'+j\overline{2n+1}-\kappa)}+\sum_{0}^{\infty}\frac{b_0^{n+1}\varepsilon^{j(2n+1)\varphi}(-j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'-j\overline{2n+1}-\kappa)}\Bigg\}$$

$\varepsilon^{j\varphi}I(p-j)=$ 上式の共軛値

$$x_{afd}I_{fd}(p)=\frac{e\,T'_{d0}(x_d-x'_d)p}{T'_{d0}p+1}\Bigg[(1+b_0)\sum_{1}^{\infty}\frac{b_0^{n-1}}{\frac{x_o}{2}+x_d(p+j2n)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x'_d\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}$$

$$\times\frac{\varepsilon^{-j2n\varphi}}{2(p+j2n)}+\mathrm{Conj}+\frac{1}{\frac{x_o}{2}+x_d(p)+\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x'_d\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\cdot\frac{1}{p}$$

$$-\frac{1+b_0}{2\sqrt{\left(\frac{x_o}{2}+x'_d\right)\left(\frac{x_o}{2}+x_q\right)}-3x_c}\Bigg\{\sum_{0}^{\infty}\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(-j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'+j\overline{2n+1}+\kappa)}$$

$$+\mathrm{Conj}+\sum_{0}^{\infty}\frac{b_0^n\varepsilon^{-j(2n+1)\varphi}(j\kappa\sin\varphi+\cos\varphi)}{2(p+a'+j\overline{2n+1}-\kappa)}+\mathrm{Conj}\Bigg\}\Bigg] \tag{59}$$

上式の各項の特異点は明らかに $p_k=-j2n$，$-a-j2n$，$-a$ および $-a'-j(2n+1+\kappa)$，$-a'-j(2n+1-\kappa)$ の5種であり，それぞれの項は定態界磁成分，界磁にもとづく過渡成分，直流分および電機子にもとづく過渡成分である。ただし a および a' はすでに算出せる界磁減

衰率および電機子減衰率である。特異点がわかれば上式各項の留数は $\{(p-p_k)I_{fd}(p)\}_{p=p_k}$ を個々に計算して求まるから，直ちにそれより Laplace 逆変換を施せる各実電流 $\mathfrak{L}^{-1}I_{fd}(p)=I_{fd}(t)$ を得るのであつて，その結果の和に直流定常電流 $I_{f0}=-e/x_{afd}$ を加えて界磁回路の突発電流が完成されることになる。この計算結果を示すと次式のごとくである。

$$
\begin{aligned}
I_{fd}(t) = {} & I_{f0}\frac{(1+b_0)(x_d-x_d')}{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\,g_0(t)\sum_1^{\infty} b_0^{n-1}\cos 2n\theta \\
& + I_{f0}+I_{f0}\frac{x_d-x_d'}{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\,\varepsilon^{-\alpha t} \\
& - I_{f0}\frac{(1+b_0)(x_d-x_d')}{\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)-\dfrac{3}{2}x_c}}\,\varepsilon^{-\alpha' t}\left\{\cos\varphi\cos\kappa t-\kappa\sin\varphi\sin\kappa t\right\} \\
& \times\sum_0^{\infty} b_0^n\cos(2n+1)\theta
\end{aligned}
\tag{60}
$$

ただし

$$
\begin{aligned}
g_0(t) = {} & \frac{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}{\dfrac{x_o}{2}+x_d+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}} \\
& + \left[1-\frac{\dfrac{x_o}{2}+x_d'+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}{\dfrac{x_o}{2}-x_d+\sqrt{\left(\dfrac{x_o}{2}+x_d'\right)\left(\dfrac{x_o}{2}+x_q\right)-3x_c}}\right]\varepsilon^{-\alpha t}
\end{aligned}
$$

界磁回路を流れる過渡電流は，線間短絡の場合と同様，直流分と 2, 4, 6, 8…… の偶数高調波および $1\pm\kappa$, $3\pm\kappa$, $5\pm\kappa$…… のごときコンデンサ系統特有の無限高調波より成立する。ただし κ は (44) 式で与えられるとおり零相リアクタンスによつて変化する値である。 $I_{fd}(t)$ の最大尖頭値は $\theta=\pi$, $\varphi=\pi$, $t=0$ の条件より数式的に求められる。すなわち電機子捲線が最大磁束鎖交数を有する瞬時に短絡を起すときは，コンデンサ回路に特有の周波数 $2n+1\pm\kappa$ ($n=0\sim\infty$) の電流が最大になるからである。対称機系統，無コンデンサの場合についても直ちに上式より結果が求まる。

X. 結　　言

凸極同期発電機が直列コンデンサを有する線路に接続され，一般に行われているように機器リアクタンスを含めた系統全部に対する補償度が, $\dfrac{x_c}{x_l}<\dfrac{2}{3}+\dfrac{x_o}{3x_l}$ のごとき不足補償の場合の一相中性点間短絡故障理論を明らかにしたものである。以下，要約すれば次のとおりである。

(イ) 解析の方法は筆者がすでに発表した直列コンデンサ線間短絡故障における方法と相似しているが，仮定の1部および結果は相当に異なつている。したがつて線間短絡の結果より直ちに一相中性点故障の結論を引きだすことは困難である。

(ロ) 定常短絡電流については，対称座標法で考えるとおり $(x_1-x_c)+(x_2-x_c)+(x_0-x_c)$ なるインピーダンスによつて正相電流を制限する。ただし x_1, x_2, x_0 は直列コンデンサが無いときの，その故障条件における系統の対称分リアクタンスである。

(ハ) 系統が無負荷の状態より a 線地絡を起す場合の線路突発短絡電流を計算した。この解析はアモルト捲線を有しないときのものであるが，アモルト捲線を有する場合も直ちに誘導できることを示した。

(ニ) その定常項は無限次の奇数高調波より成り立つている。またその過渡項は $2n\pm\kappa$ ($n=0\sim\infty$) のごとく，直列コンデンサによる系統の固有周波数を含む無限高調波より成立している。

(ホ) 線路突流の最大尖頭値を算出し，近似的に簡単な結果で表わし得た。

(ヘ) 直列コンデンサに加わる過渡電圧を解析し，その最大尖頭値の簡単な近似式を得た。

(ト) 同期機界磁捲線回路に発生する突流を定量的に明らかにし，周波数は無限次偶数調波および $2n+1\pm\kappa$ ($n=0\sim\infty$) の高調波であることを証した。

かくして従来，解法不可能とされていたこの種の短絡現象が理論的に明らかになつた。実験による認証は時日の都合で行えなかつたので他日にゆずりたいが，結果の線間短絡理論との比較ならびにすでに行つた線間短絡の理論と実験結果の比較を検討すれば，本理論の妥当性は明瞭である。計算式は一見複雑であるが，収れん迅速な無限級数を取り扱かうから，数値計算およびグラフ表示は比較的簡単である。

本研究を実施するにあたつて，懇篤な御指導を頂いた北大工学部の小串孝治教授と俣野麻太郎教授に深甚な謝意を表するとともに，御討議下さつた本学電気工学教室の各教官に感謝の意を表わす。

なお，本研究費の一部を文部省科学研究費および北海道科学研究助成金によつたことを附記して謝意を表する次第である。

(昭和34年4月30日受理)

文　献

1) 三浦： 連大, 357 (1956).
2) 三浦： 室工大研報, **2**, 173 (1956).
3) 三浦： 電気学会誌, **77**, 404 (1957).
4) 三浦： 電工論, **4**, 145 (1952).