



## 真空管電位計による静電気測定の入力回路について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-27 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 北村, 正一, 伊藤, 一郎 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3163">http://hdl.handle.net/10258/3163</a>

# 真空管電位計による静電気測定の入力回路について

北村正一・伊藤一郎

## On the Input Circuit Conditions in Measuring the Static Electricity by Means of the Vacuum Tube Electrometer

Syoichi Kitamura and Ichiro Ito

### Abstract

In this paper some measurable conditions of the static electricity by means of the vacuum tube electrometer are treated with detail. In this problem three capacitances—among the object to be measured, the measuring electrode, and the earthed conductors—being important, these are measured by the “electrolytic field analyzer” method. Using these data, we have treated about measuring the surface charge voltage, the space charge distribution in the insulating liquid, and the electric field strength induced by the charged bodies, and then some following results are obtained: a) the absolute value of the surface charge will be measured when the shield pipe is set on the object; b) the space charge distribution in the liquid will be discriminated only very roughly; c) the relative values of the field strength will be measured, as the field disturbance will be caused by the insertion of the shield pipe.

### 1. はし が き

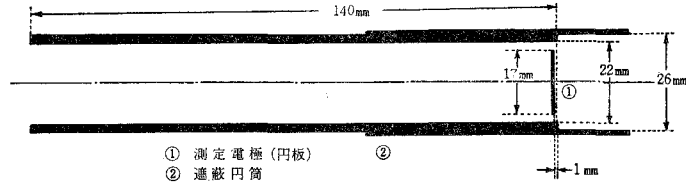
金属容器または絶縁性容器の中に、荷電された絶縁性液体が入っているとき、または更にそれらの容器が外部から荷電されたとき、容器外壁の表面電荷、内部液体中にある空間電荷の分布状態および液体表面上の空間の電場を知りたいことがある<sup>1)</sup>。この場合の測定系として、筆者の一人が先に発表した真空管電位計<sup>2)</sup>を用いるとき、その測定系と被測定系の関係を入力回路素子の形であらかじめ種々の検討を加えて定数を決めておく必要がある。

先の発表では、その回路素子としての静電容量の測定が充分でなかったために、満足な結果が得られなかったが、その後微小静電容量測定法を改良し、充分目的に合う値を得た。その結果にもとづいて、その入力回路に種々の考察を加えることができ、そして上記の目的に合う測定が可能になったので、ここに報告する。

### 2. 静電気測定原理

任意の密度分布をもっている空間電荷の分布状態を測定することは非常に困難である。空中イオンの場合にはこの研究がみられるが、液体の場合は知らない。また表面電荷においても、ある任意の密度で分布している状態を詳細に測定することは一般に困難である。しかしここで

は、測定が何故困難であるか、そしてどのような条件で測定するとどの程度の近似で測定が可能であるかを、試作した特定測定系について考察する。



第1図 使用測定系の寸法

測定系は第1図に示すように、薄い銅円板の測定電極が保護用の銅円筒でかこまれ、この円筒の先端と測定電極との距離  $d$  は任意の長さに加減できるようになっている。このような測定系を被測定系の附近にもってくると、静電誘導により測定電極と保護円筒とは、その位置の電場  $\mathbf{E}$  に応じてそれぞれの表面に電荷が生ずる。そのときに現われた電荷  $Q$  は(1)式で表される。

$$Q = f_e \cdot \mathbf{E} \quad [\text{C}] \quad (1)$$

ここで  $\mathbf{E}$  は電場ベクトルでその大きさの単位は  $[\text{V/m}]$ 、 $f_e$  は一般に測定電極の形・寸法・その附近にある誘電体の誘電率等によって与えられる関数である。そのときの測定電極の表面電位  $V$  は(2)式で表わされる。

$$V = -\int \mathbf{E} d\mathbf{r} \quad [\text{V}] \quad (2)$$

ここで  $\mathbf{r}$  は荷電体からの距離ベクトルである。またこの表面電位  $V$  と電荷  $Q$  との間には、(3)式の関係が成立する。

$$V = Q/C \quad (3)$$

この比例定数  $C$  が被測定系と測定電極との間の静電容量で、この(3)式を用いると回路の取扱ができる。ここで  $V$  は測定できる値であるので、 $C$  の値が求められていれば  $Q$  を求めることができる。そこで下記のような特別の測定条件の場合について以下の節で考察する。

- (a) 表面にだけ電荷をもつ場合の表面電位またわ電荷の測定。
- (b) 液体中の空間電荷分布の測定。
- (c) 電場の測定。

なお、測定系を入れたことによって電場が乱されるので、その影響を充分考慮しなければならない。また保護円筒は当然接地してしゃへい円筒として取扱わなければならない。

#### A. 表面電位または電荷の測定

測定には、しゃへい円筒を測定電極前面より  $d$  だけ出してその前縁を被測定物の表面におく。そのときのしゃへい円筒内空間断面積  $A_0$  内に含まれる表面電荷量を  $Q_0$ 、その  $A_0$  面が接

地導体に対する静電容量を  $C_0$  とすれば、測定対象になる表面電位  $V_0$  は (4) 式で表わされる。

$$V_0 = Q_0 / C_0 \quad (4)$$

従って、 $V_0$  の測定には  $C_0$  の大きさが問題になる。この  $C_0$  は電荷が  $A_0$  上に一様に分布していて、かなりの長い時間一定に保たれていると考えられる条件のときは、 $A_0$  と同じ面積の金属円板と接地導体との間の静電容量と等価になる。

一般の場合についてこの  $C_0$  値を求めることは、理論的にも困難であるし、またそれぞれの場合に応じて測定することも不可能なことが多い。そこで計算と議論を簡単にするために次の仮定を立てる。すなわち、この等価電極自身のもつ静電容量  $C_e$  と等しい静電容量をもつ球を考え、その等価球の半径を  $r_{e0}$  とし、この球が無限平面上  $h$  の高さにあると仮定する。そうすると  $C_0$  の値は (5) 式で与えられる。

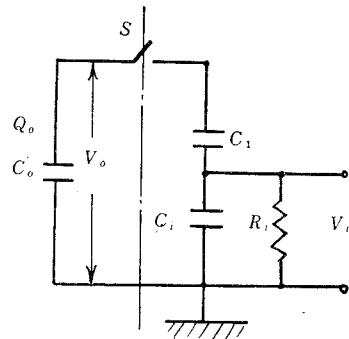
$$C_0 = \frac{r_{e0} h}{(h - r_{e0})} \quad (5)$$

ここで  $r_0 \ll h$  の条件が成立する範囲内では  $C_0$  は近似的に (6) 式で表わされる。

$$C_0 \doteq r_{e0} = C_e \quad (6)$$

(6) 式が成立するときは、対象面の対接地静電容量は対象面自身の静電容量  $C_e$  だけを考慮すればよるので、近似的には、任意の形の被測定部分とその寸法に比べて接地体から充分遠く離れているときは、(6) 式が成立すると考えてよい。

次に上記のことを考慮に入れると、被測定系と測定系との間の等価入力回路は第2図のように表わされる。この図でスイッチ  $S$  を通る鎖線より左側が被測定系で、右側が測定系の入力回路である。 $C_1$  は被測定部分と測定電極との間の静電容量で、 $C_i$  は等価入力容量で、リード線を含む測定電極と接地しゃへい円筒との間の静電容量と真空管入力容量との和である。 $R_i$  は等価入力抵抗で、グリッド抵抗かまたはグリッドを浮かせて使用するときにはグリッドとカソード間の漏洩抵抗である。 $R_i$  の値は  $C_0$  と  $C_1$  に並列に入る漏洩抵抗に比べてかなり小さい値と考えられるので、この抵抗だけを取入れた。スイッチ  $S$  は、測定系を被測定系に急に近づけたときに  $S$  が閉じることを示している。第2図の回路を  $S$  を閉じてから後の  $V_i$  について解けば (7) 式が得られる。



第2図 被測定系と測定系の等価入力回路

$$V_i = \frac{C_0 C_1}{C_0 + C_1} \cdot \frac{V_0}{C_i} \cdot e^{-\frac{t}{R_i C_i}} \quad (7)$$

(7) 式の波形は第3図(a)に示すものであるが、実際では測定系を近づけるのにある時間を必要とするので、第3図(b)の波形がグリッドに加わる。従って測定値を読みとりやすくするため

には、時定数  $R_i C_i$  の値を大きくすることがのぞましい。

次に(7)式にもとづいて、 $C_0$ 、 $C_1$  および  $C_i$  の大きさを比較する。まず  $C_i$  の値は数 pF 以上になる。 $C_0$  は(6)式が成立するので(8)式で与えられる。

$$C_0 = \frac{2R_0}{\pi} \times 1.1 \quad [\text{pF}]$$

$$\approx 0.7 R_0 \quad [\text{pF}] \quad (8)$$

ここで  $R_0$  は対象面と等価な金属円板の半径で cm 表わしたものである。 $C_1$  は  $d$  の値によって大きく変るが、一般に  $C_0 > C_1$  であって、特に  $C_0 \gg C_1$  の条件が成立する範囲がある。その範囲内では(9)式が成り立つ。

$$V_i = \frac{C_1}{C_i} V_0 e^{-\frac{t}{R_i C_i}} \quad (9)$$

$t=0$  のときの  $V_i$  を  $V_{i0}$  とすれば、 $V_{i0}$  が測定される値で(9)式で表わされる。

$$V_{i0} = \frac{C_1}{C_i} V_0 \quad (9)$$

すなわち、 $C_1$  と  $C_i$  の値があらかじめ求められていると  $V_0$  の値は(9)式から求められる。

次に測定系を被測定系に近づけることによって生ずる影響を考慮する。この場合に測定対象部分の接地導体に対する静電容量が  $C_0'$  だけ増加したとすれば、それによって  $V_0$  が  $V_0'$  に減少する。すなわち(10)式の関係が得られる。

$$\frac{V_0'}{V_0} = \frac{C_0}{C_0 + C_0'} \quad (10)$$

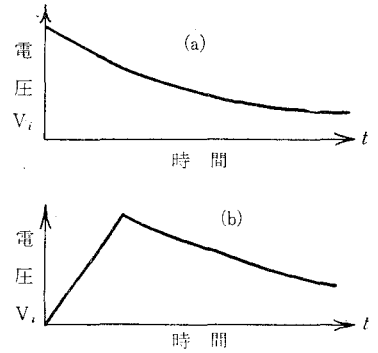
(10)式を(9)式に代入すると、 $V_0$  について(11)式が得られる。

$$V_0 = \left(1 + \frac{C_0'}{C_0}\right) \times \frac{C_i}{C_1} \times V_i \quad (11)$$

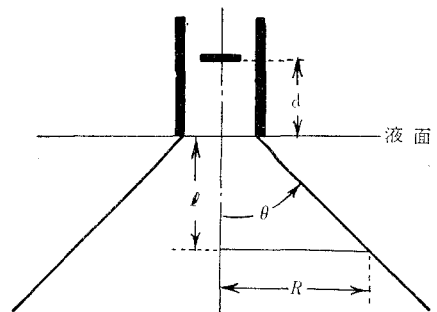
ここで用いている  $C_0$  は(8)式で求められ、 $C_0'$ 、 $C_i$  および  $C_1$  は3でのべる方法であらかじめ測定しておく。このようにして表面電位と電荷の絶対値がかなりの近似で測定できることになる。

**B. 液体中の空間電荷分布の測定**

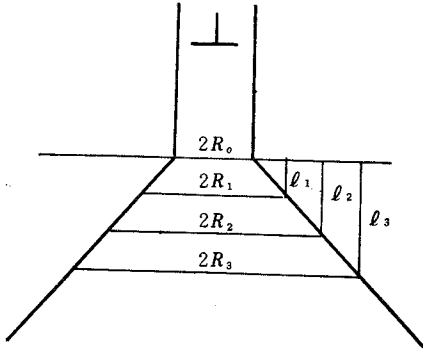
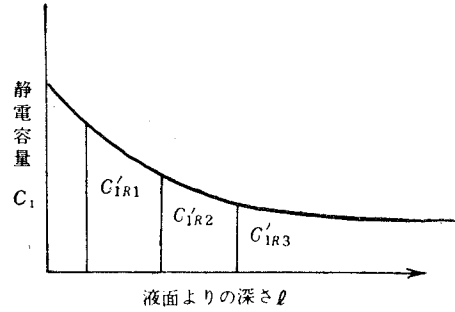
液体表面上に遮蔽円筒をおいて、測定電極に誘導される電位を測定する場合、測定対象になる電荷は近似的に第4図に示されるような頂角が  $2\theta$  の直円錐台に含まれると仮定すれば、この程度の



第3図 グリッド入力波形



第4図 液体空間電荷測定における測定範囲

第5図 空間電荷測定のための  $C_0, C_1$  の求め方第6図  $C_1$  の深さに対する分布より等価  $C'_{iR}$  の求め方

粗さで分布状態を測定することになる。この仮定がどこまで用いられるかは、関係静電容量の測定値から確かめなければならない。この場合の  $C_0$  と  $C_1$  は次のようにして求められる。 $C_1$  については第5図に示すように、まず液面の  $A_0$  部分と測定電極との間の  $C'_i$  と液面から  $l_1, l_2, l_3, \dots$  の深さにある半径  $R_1, R_2, R_3, \dots$  の円板と測定電極との静電容量  $C'_{iR1}, C'_{iR2}, C'_{iR3}, \dots$  を測定して、それらの値をもとにして第6図の曲線を描く。この曲線と横軸との間の面積が等価  $C_{ie}$  である。同様な方法で  $C_0$  についても求められる。

ここで用いた原理を表面電荷測定に応用することができる。この場合の測定対象になる面積  $A_s$  は(12)式で表わされる。

$$\begin{aligned} A_s &= \pi R^2 \\ &= \pi (R_0 + l \tan \theta) \end{aligned} \quad (12)$$

### C. 電場の強さの測定

上記の測定系を用いて電場を測定するときは、**A** と **B** で用いたと同様の原理で使うことができる。電場により測定電極上に誘起される電荷量は(6)式が成立する範囲内では  $Q_m = C_m \times V_m$  で、 $C_m$  はその電極自身の静電容量で、 $V_m$  はその表面電位である。その電極の片面だけの面積を  $A_m$  とすれば、その表面電荷密度  $\sigma_m = C_m V_m / A_m = C_m V_m / \pi r^2$  となる。この電荷密度によってつくられる電場は与えられた電場と方向反対で大きさが等しいが、その大きさは  $E = 4\pi \sigma_m$  である。そこで電場と測定電極電位との間には(13)式の関係が得られる。

$$E = \frac{4C_m V_m}{r^2} \quad (13)$$

この関係を与える  $V_m$  は第2図の一般的等価入力回路では  $C_1$  の両端電圧になり、 $C_1 = C_m$  になる。また、 $C_0 \ll C_1$  と  $C_1 \ll C_0$  の関係が成立する場合は、 $C_0$  は短絡し  $C_1$  と  $C_i$  が並列に入って、 $V_m$  は(14)式の  $V'_m$  で与えられる。

$$V'_m = \frac{C_i + C_m}{C_m} V_m$$

$$= \frac{(C_i + C_m) r_m^2}{4C_m^2} E \quad (14)$$

この(14)式から電場の測定ができる。しかし  $C_i \ll C_m$  のときはしゃへい円筒による電場の乱が問題になる。この影響を少なくするには測定電極を飛び出させるとよい。またこの方法では  $d$  の調整によって測定電圧範囲と被測定空間の広さとが共に変る不便がある。

### 3. 静電容量の測定

特殊な構造の静電容量を求めるには、測定による以外はないのであるが、1 pF 以下の微小容量を直接測定することはなかなか困難である。そこで *Electrolytic Field Analyzer*<sup>3)</sup> を応用して測定し目的に合う値を得た。

#### A. 測定原理

この原理は、静電場と電解溶液の電流場が等価に置くことができることに著目して、求める静電容量の両電極間の液体抵抗を測定して、これを静電容量に等価変換する方法である。測定された抵抗  $R_m$  とこれに等価な静電容量  $C$  との間には (15) 式の関係がある。

$$C = \frac{\epsilon \cdot a}{R_m r} \quad (15)$$

ここで単位を、 $C$  では [F] に、 $R_m$  では [ $\Omega$ ] に、比伝導度  $r$  では [ $\sigma/m$ ] に、 $a$  を実際のものとモデルとの間の長さの比に、誘電率  $\epsilon = 8.855 \times 10^{-12} \epsilon_1$  にすれば、(15) 式は (16) 式で表わされる。

$$C = 8.855 \times 10^{-12} \epsilon_1 \frac{a}{R_m} \quad [F] \quad (16)$$

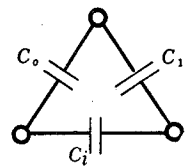
ここで  $\epsilon_1$  は実際の媒質の比誘電率である。

次にモデルについて抵抗を測定するには若干の工夫がある。実際の静電容量  $C_0$ 、 $C_1$  および  $C_i$  に対応する抵抗  $R_{m0}$ 、 $R_{m1}$  および  $R_{mi}$  は第7図のような三角接続になって各素子を単独に分離することができない。そこで2つの電極間を測定しながら第3の電極をいずれか一方の電極の電位に保ち、他の抵抗素子に電流を流さないようにする。実際の測定回路には周波数ブリッジを用いて、静電容量分を補償して測定した。

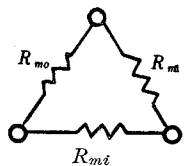
#### B. 静電容量測定値

実際の測定系をそのままモデルにして用いたので(16)式の  $a$  は1である。被測定系には3種類の直径の銅円板を用いた。このときの使用変数は第4図に示したものである。

測定結果については、(1)  $C_1$  と  $d$  の関係は  $l = 0$  として求めた曲線を第8図で、(2)  $C_1$  と  $l$  の関係について  $d$  と  $R$  をパラメタにして描いた曲線群が第9図で、(3)  $C_0$  と  $d$  の関係を

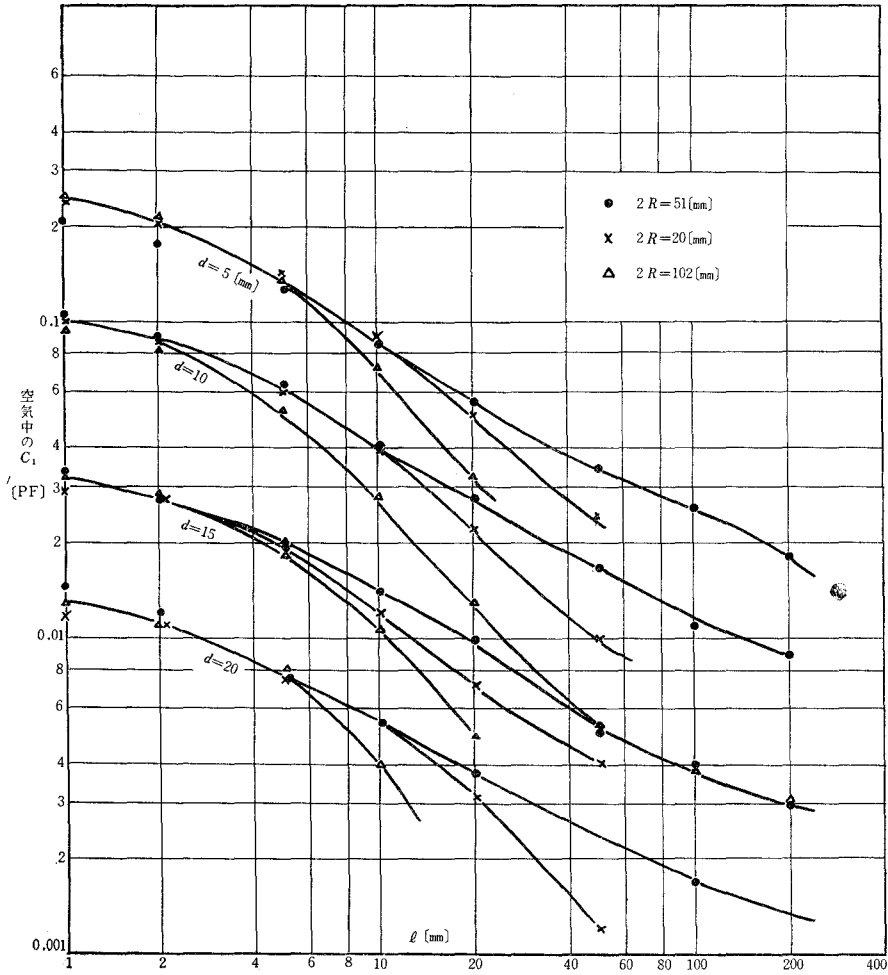


(A) 静電容量系



(B) 電解液抵抗系

第7図 モデル電極間抵抗と容量の等価変換関係



第 9 図 測定系を液面においたときの  $C_1$  と  $l$  の関係

描いた曲線群が第 10 図で、(4)  $C_1'$  と  $l$  の関係について  $R$  をパラメタにして描いたのが第 (11) 図である。

#### 4. 測定値にもとづく検討

上記の測定された値をもとにして、理論式の近似計算について検討する。

##### A. しゃへい円筒を被測定面上におき表面電位を測定する場合

この場合は (11) 式を用いるのであるが、実際は  $l \neq 0$  で  $m$  を調整して適当な測定範囲に入れて測定する。そこで (11) 式の中で  $V_0$  と  $V_i$  の比例係数をつぎの (17) 式で表わし、この  $K$  を入力較正係数として、これを  $d$  について描いておけば便利である。

$$\left(1 + \frac{C_0'}{C_0}\right) \left(\frac{C_i}{C_1}\right) \equiv K \tag{17}$$

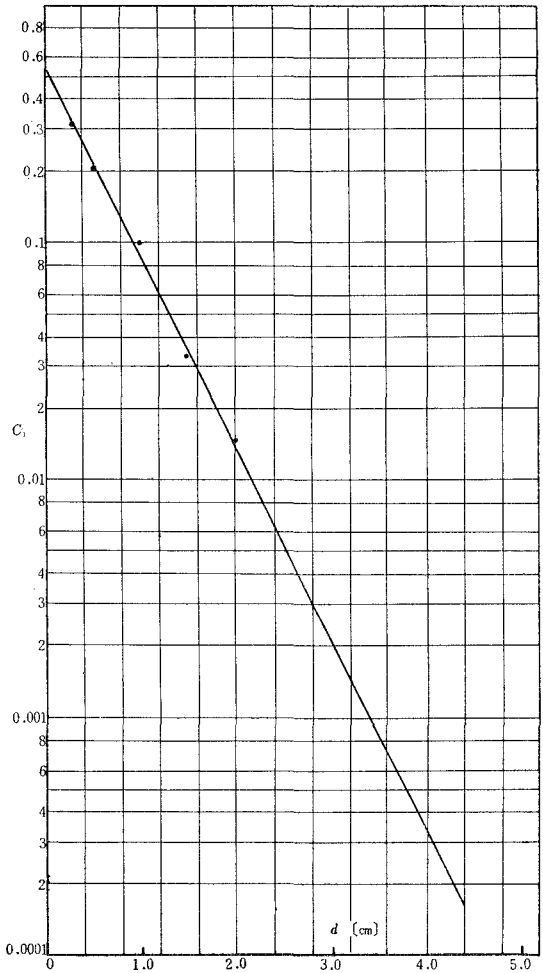


$C_0$  の値は (8) 式から計算すると,  $C_0 = 0.595$  [pF] である。被測定面  $A_0$  に関する  $C_0'$  の値は, 第 12 図の曲線から  $C_0'(A_0) = 1.35$  [pF] になり,  $d$  による変化は無視できる。つぎに  $C_1$  は第 8 図から求められる。 $C_2$  の値はつぎの 2 つの値の和として求められる。すなわち, 測定電極とリード線がしゃへい円筒の  $d$  の部分との間にもつ静電容  $C_2'$  と,  $d = 0$  としたときの真空管グリッド入力容量  $C_2''$  とに分けられる。 $C_2'$  は第 13 図から与えられるが,  $C_2''$  は真空管としゃへい円筒の間につめた防湿材によって異なる値であるので, あらかじめ測定しておかなければならない。

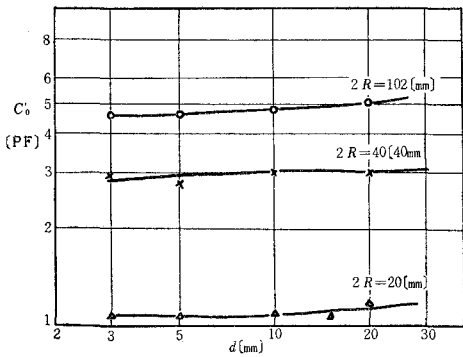
以上の  $C$  の値から  $K$  の値を計算すると第 14 図の入力校正曲線が得られる。この図では  $C_2'' = 5 \sim 20$  [pF] を仮定して描いてある。

**B. 液体中の空間電荷分布測定の場合**

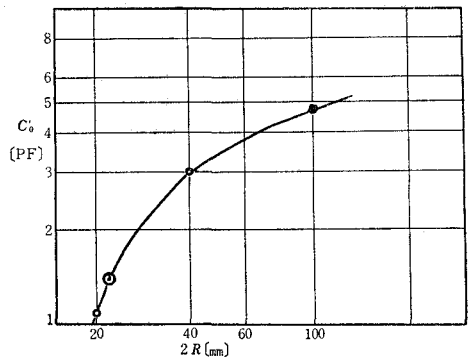
第 9 図の  $C_1$  の測定値から, 測定電極に電荷を誘起させる液体の範囲を求



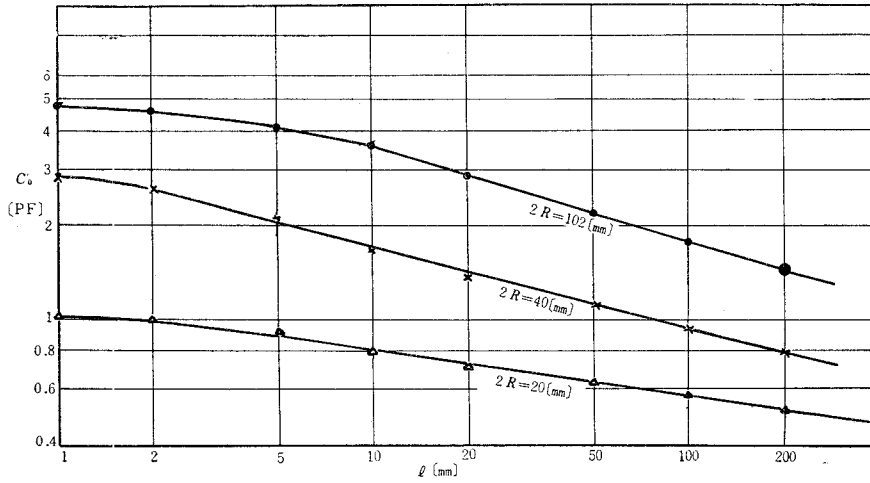
第 8 図 しゃへい筒の長さ  $d$  による  $C_1$  の変化



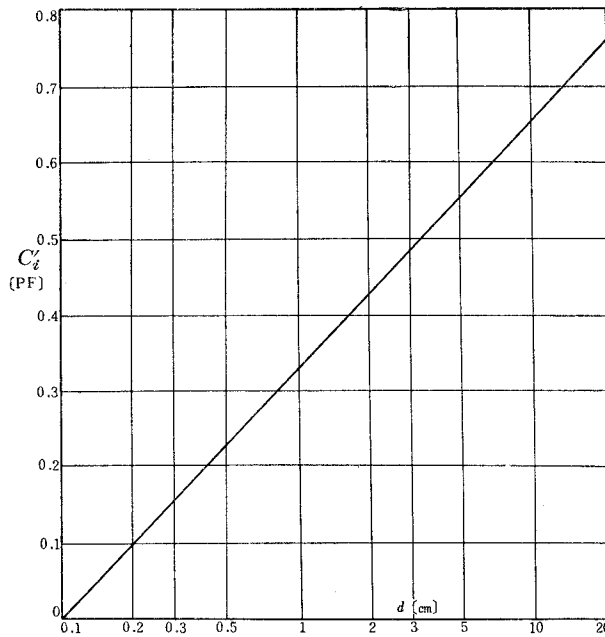
第 10 図 しゃへい筒に対する被測定部の接地容量と  $d$  との関係



第 12 図 しゃへい筒に対する被測定部の接地容量と  $2R$  との関係

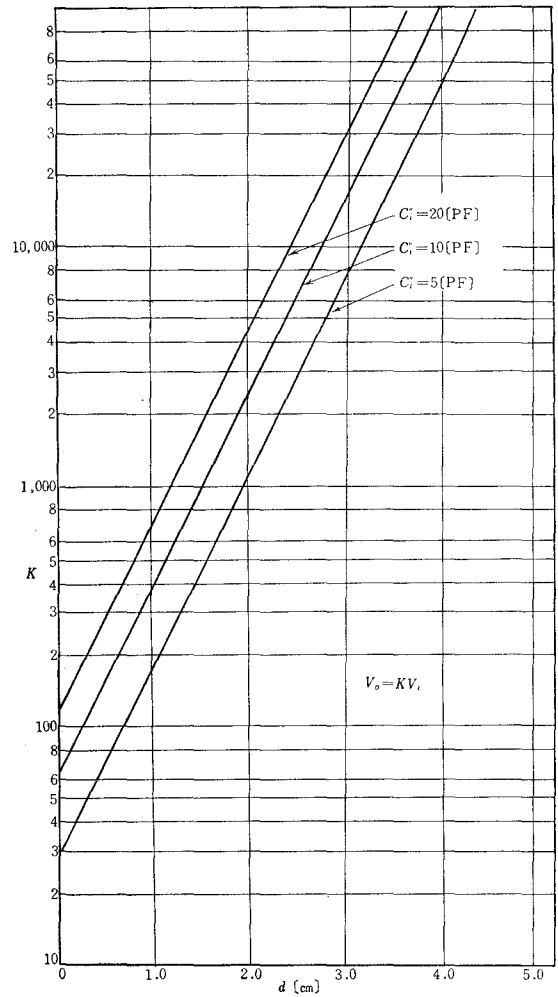


第11図 シャへい筒に対する被測定部の接地容量と  $l$  との関係

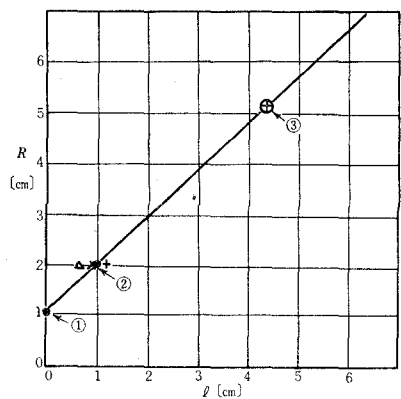


第13図 測定電極とその前面にあるシャへい筒との間の静電容量と  $d$  の関係

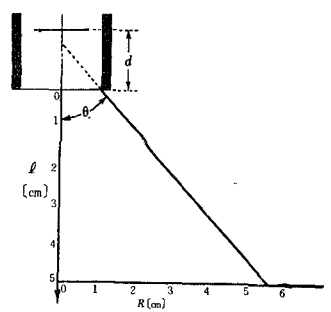
めると第15図と第16図に示すようになる。第15図で点1はシャへい円筒の断面の半径の値で、点2は  $l=1$  [cm] のときの測定値であるが、 $l$  と  $R$  の関係が直線的であると仮定して、 $R=5.05$  [cm] に対する  $l$  の値の有効な限界を推定したのが点3である。これらの測定値は不足でもやや不確実であるが  $d > 0.5$  [cm] では第16図に示すように、 $\angle\theta$  の大きさは  $d$  に関係なく一定で大体  $\theta = 40^\circ$  附近になる。このようにして測定対象の含まれる範囲が直円錐台と近似



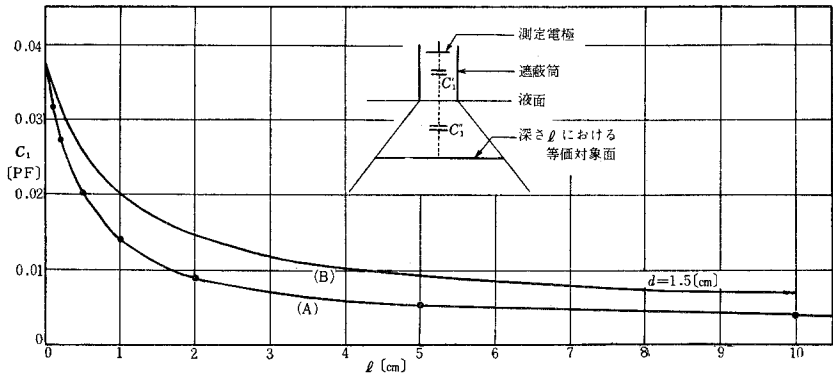
第14図 しへい円筒の長さ  $d$  を移動して表面電荷を測定するときの入力較正曲線



第15図 液体の深さ  $l$  と有効な等価円の半径  $R$  との関係



第16図 測定電極が測定対象とする液体中円錐台の大きさ

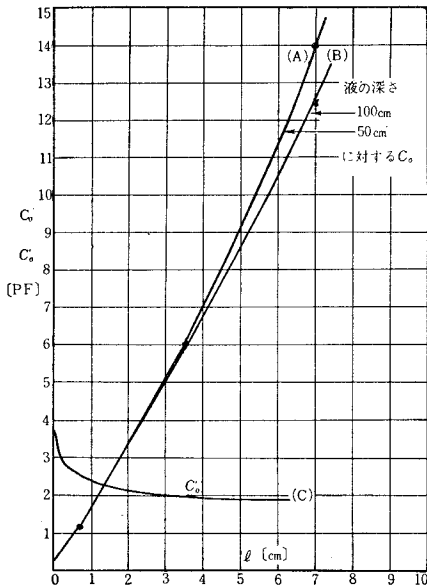


第 17 図 シャへい筒を液面に置いたときの  $C_1$  と深さ  $l$  との関係

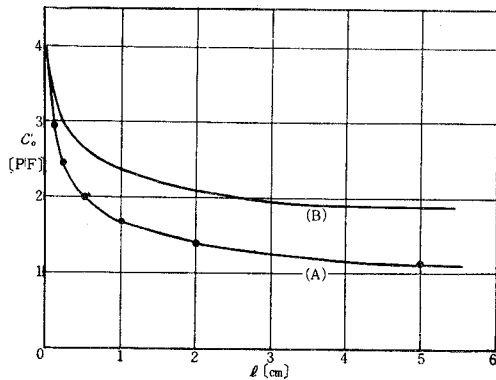
的に取扱うことができる。

つぎにこの直円錐台内に含まれる等価静電容量  $C_{1e}$  は第 6 図の原理から求められるが、その 1 例は第 17 図のようになる。これは  $d = 1.5$  [cm] にとって、種々の  $l$  に対して  $C_1$  を空気媒質の中として測定した値である。しかし実際では空気と液体の複合誘電体であるので、図に示すように空気部の容量を  $C_1'$ 、液体部分の容量を  $C_1''$  とすれば  $C_1$  は  $C_1'$  と  $C_1''$  の直列接続の合成容量になる。この関係と第 17 図の (A) 曲線を用い、液体の誘電率  $\epsilon = 2$  として計算すると (B) 曲線の分布を示す。

つぎに  $C_0$  の深さ  $l$  についての分布を求めるのであるが、液体容器の形と寸法が問題にな



第 18 図 シャへい筒を液面においたときの  $C_1'$  と  $C_0$  の  $l$  による変化の比較



第 19 図 シャへい筒を液面に置いたときの  $C_1'$  と深さ  $l$  との関係

る。容器が接地されている場合は、簡単のために容器を半球殻とし、今考えている液体面を等価半球面として、その  $C_0$  の値は円心球間静電容量として計算すれば、第 18 図の (A) と (B) の曲線が得られる。(A) 曲線は液の深さが 50 cm の、(B) 曲線は 100 cm の場合を示す。更に測定系を近づけた影響は  $C'_0$  で与えられるが、この  $C'_0$  は測定も計算も困難であるので大ざっぱな近似計算を行なうことにする。媒質を空気として測定された第 19 図 (A) 曲線から、 $l=0$  のときの  $C'_0$  の値を  $C'_0$  とし  $l=l$  のときの液体部分だけの静電容量を  $C'_l$  とすれば、 $C'_0$  は  $C'_0$  と  $C'_l$  を直列接続した合成容量と等価であると仮定して計算すると同図の (B) 曲線が得られる。これを第 18 図に移すと (C) 曲線になる。この図の (A) または (B) 曲線と (C) 曲線とを比較して  $V_i$  の式を検討するとつぎの関係が得られる。

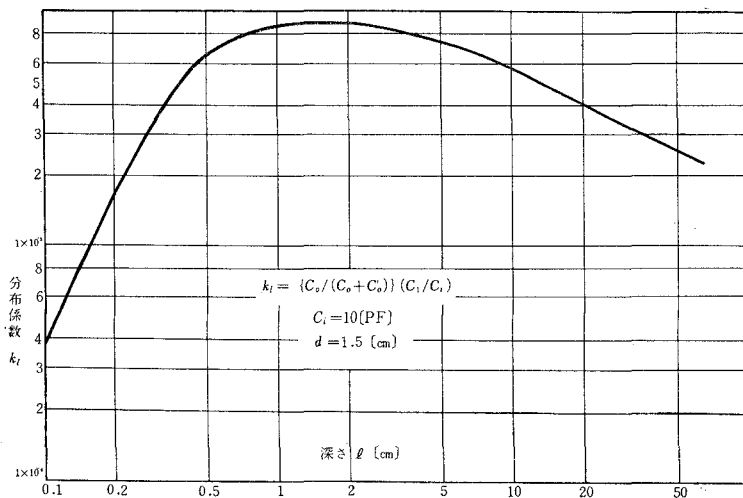
表面に接近している液体では  $C'_0 \gg C_0$  であるので (11) 式から (18) 式の関係が得られ

$$V_i = \left( \frac{C_0}{C'_0} \right) \left( \frac{C_1}{C'_l} \right) V_0 \quad (18)$$

また液体の深さの 1/5 より深い液体部分に対しては、 $C'_0 \ll C_0$  であるので (19) 式の関係が得られる。

$$V_i = \left( \frac{C_1}{C'_l} \right) V_0 \quad (19)$$

この (18) 式は (11) 式と同じ関係であるが、 $V_i$  を  $l$  の関数として求めるのが困難である。しかし近似的には  $l$  が小さいところでは第 14 図を適用することができる。(19) 式において、 $C'_l$  は  $l$  に対して一定であるので、 $V_i$  は  $C_1$  に比例する。(18) 式から (19) 式に移る中間の変化の大体の様子を知るために、(11) 式から  $V_i$  と  $V_0$  の比例係数を



第 20 図 液体表面に測定係を置いたときの深さに対する測定電圧分布係数

$$\left\{ \frac{C_0}{(C_0 + C_0')} \right\} \left( \frac{C_1}{C_1'} \right) \equiv k_i \quad (20)$$

とにおいて、この  $k_i$  を分布係数とし前に計算した数値を代入して、 $k_i$  を  $l$  について描くと第 20 図が得られる。この図から、液面にごく近い部分の電荷の影響はかえって小さく、数 mm から 1 m 附近までは殆んど同程度の影響を与えることが推定できる。すなわち、この測定系を液面近くにおいて測定するときは、液の深さに対してはほぼ同程度の割合で電圧が誘起されることになる。

## 5. あとがき

静電気量の絶対値を測定することは困難なことであるが、被測定系と測定系の条件によっては可能になる。そこで第一にこの点に重点を置いて、試作した測定系をもとにして、測定されたデータから検討を加えた。

表面電荷については、接地導体からかなり離れている位置にしゃへい筒をおくとき、その筒内に含まれる面積上の電荷の平均値がかなり正確に測定できることが明らかになった。

次に力を入れて検討したのは、空間電荷をもつ液体の電荷分布の状態がどのていど測定できるかという問題であった。そこで知られたことは、(i) 測定系を液面におくときは、大体頂角が  $80^\circ$  附近の直円錐台内の電荷が測定対象になることと、(ii) 液面からの深さによる影響は対象になる面積が深さに比例して広がるために同程度の割合で測定されて、特に表面付近だけが測定対象になることはないということである。

同じ測定系で電場の測定もできるが、その場合は測定電極を飛び出させて、電極挿入による電場の乱を少なくする必要がある。

以上の結果から、静電気測定について若干の手がかりが得られたと考える。

本報告を発表することができたのは、静電気問題について具体的な資料を提供して下さった日本石油精製室蘭製油所と、絶えず指導と励ましをいただいた本学電気工学教室の山上孝教授とのおかげであるので、ここに厚く感謝の意を表わす。

(昭和 36 年 4 月 28 日受理)

## 文 献

- 1) Klinkenberg, A. and van der Minne, J. L.: *Electrostatics in the Petroleum Industry*. p. 10 (Elsevier Publication Co. 1958)
- 2) 北村正一: 室工大研報, **2**, 569 (1957)
- 3) Farr and Wilson: *Trans. A.I.E.E.* **70**, (Pt. II) 1307 (1951)