



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



## 合成桁における固有値問題について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-27 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 能町, 純雄, 尾崎, 昶 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3154">http://hdl.handle.net/10258/3154</a>

# 合成桁における固有値問題について

能町純雄・尾崎 詔

## On "Eigenwertprobleme" of a Composite Girder

Sumio G. Nomachi and Sinobu Ozaki

### Abstract

In the previous paper, the authors, by means of the theory of "Affinlastengruppe", have been dealing with the elastic behavior, considering the horizontal displacement of the shear connector, in composite girders. As a consequence of them leads to that there is little difference between the result of the case assuming the shear connectors continuously distribute and the result of the case when a certain number of shear connectors are used, accordingly, the solutions of vibration and buckling concerned with the composite girder with continuous shear connector in it, is presented here. Thus it can be seen that

- (1) influence coefficients of vibration and buckling take a same form each other,
- (2) according to the experiment of vibration, influences of the shear connector will be able to make clear,
- (3) in order to find out the displacement coefficient of the shear connector beforehand, vibration experiment of the miniature of composite beam will be used.

### 1. 緒 言

さきに著者らはズレを考慮した有限個のジベルで結合された合成桁について発表し<sup>1)</sup>, 差分および Affinlastengruppe を用いて, 各種荷重に対するジベル剪断力あるいわ合成桁各部の応力を求め得ることを明らかにした<sup>2)</sup>. その結果, 連続したジベルで合成されているとして計算しても不連続の場合と殆んど差がないことがわかったので, 以下, 固有値問題を考えるにはコンクリート床版と鋼桁がズレのある連続したジベルで結合されているものとして取扱う。なお, ここでは振動および挫屈の問題を取り上げたが, 前者は合成桁橋において合成桁に使われているジベルのズレの影響を振動実験から調べるための理論的な検討を試みたもので, 後者は合成トラス橋などの合成圧縮部材についてジベルのズレのために挫屈荷重がどの程度変化するかを検討してみたものである。

### 2. 基本式の誘導<sup>3)</sup>

いま, コンクリート床版と鋼桁が全スパンを通じて同一のズレ定数をもったジベルで連続

的に結合されていると仮定する。この時  $x$  なる位置におけるジベルの単位剪断力  $T_x$  はズレに比例すると考えると、ズレ定数  $C$  を用いて

$$T_x = C \cdot \delta_x \quad (1)$$

ここで  $\delta_x$  は  $x$  位置におけるコンクリートと鋼との間のズレで、第1図にあるように、

$$d\delta_x = (dx + \Delta dx_s) - (dx + \Delta dx_b) \quad (2)$$

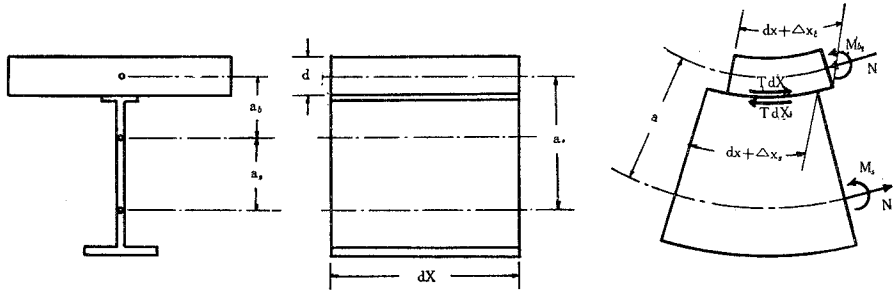
なる関係があるから、(1)式は

$$\frac{dT_x}{dx} = C \left( \frac{\Delta dx_s}{dx} - \frac{\Delta dx_b}{dx} \right) \quad (3)$$

ただし、上式中  $\Delta dx_b/dx$  および  $\Delta dx_s/dx$  は、それぞれコンクリート床版と鋼桁の歪で、次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta dx_b}{dx} &= -\frac{N}{E_b A_b} + \frac{M_b}{E_b I_b} \cdot \frac{d}{2} \\ \frac{\Delta dx_s}{dx} &= \frac{N}{E_s A_s} - \frac{M_s}{E_s I_s} \left( a - \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上式中、 $E_b$ 、 $E_s$  は、それぞれコンクリートおよび鋼の弾性係数、 $A_b$ 、 $A_s$  は同上断面積、 $I_b$ 、 $I_s$  は同上断面二次モーメント、 $N$  は同上重心に作用する軸力、 $M_b$ 、 $M_s$  は同上重心に作用する曲げモーメント、 $a$  は同上重心間の距離、 $d$  はコンクリート床版の厚さである。



第1図 合成桁断面と記号

一方、コンクリート床版と鋼桁が同じ曲率を有するとすれば、

$$\frac{M_b}{E_b I_b} = \frac{M_s}{E_s I_s} \quad (4)$$

したがって、(2)、(3)式および  $dT/dx = d^2N/dx^2$  の関係を用いて

$$\frac{d^2N}{dx^2} = CN \left( \frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_s A_s} \right) - aC \frac{M_b}{E_b I_b} \quad (5)$$

また、外方のモーメント  $M$  との釣合から

$$M = N \cdot a + M_b + M_s \quad (6)$$

したがって、(4)式は

$$\left. \begin{aligned} M_b &= \frac{E_b I_b}{E_b I_b + E_s I_s} (M - Na) \\ M_s &= \frac{E_s I_s}{E_b I_b + E_s I_s} (M - Na) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(5), (7)式より、次のごとき基本式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 N}{dx^2} - \omega N &= -\gamma N \\ \text{ただし} \quad \omega &= \frac{aIC}{a_b A_b E_b (I_b + nI_s)} \\ \gamma &= \frac{aC}{E_b (I_b + nI_s)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

上式中、 $I$  はコンクリート換算の合成断面の断面二次モーメント

$a_b$  は合成断面重心とコンクリート重心との距離

$n$  は弾性比で、 $n = E_s/E_b$

### 3. 振動について

さきに求めた基本式(8)とモーメントの釣合の式(6)とから

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} - \omega \right) \left( \frac{M}{a} - \frac{M_b + M_s}{a} \right) = -\gamma M \quad (9)$$

両辺を  $x$  で二度微分して

$$\frac{1}{a} \left( \frac{d^2}{dx^2} - \omega \right) \left\{ \frac{d^2 M}{dx^2} - \left( \frac{d^2 M_b}{dx^2} + \frac{d^2 M_s}{dx^2} \right) \right\} = -\gamma M \quad (10)$$

ここで、 $\frac{d^2 M}{dx^2} = -\frac{W}{g} \frac{d^2 y}{dt^2}$ 、 $M_b = -E_b I_b \frac{d^2 y}{dx^2}$ 、 $M_s = -E_s I_s \frac{d^2 y}{dx^2}$  なる関係式を適用すれば、

$$\frac{1}{a} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \omega \right) \left\{ \frac{W}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} (E_s I_s + E_b I_b) \right\} = -\gamma \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (11)$$

となる。さて、両端単純支持の場合  $p/2\pi$  を振動数とすれば、

$$y = Y(x) \sin pt$$

とおくことができ、境界条件より  $Y(x) = A \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x$

であるから、第1音だけを考えれば

$$\frac{1}{a} \left\{ \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 + \omega \right\} \left\{ \frac{W}{g} p^2 + \left( \frac{\pi}{l} \right)^4 (E_s I_s + E_b I_b) \right\} = \gamma \frac{W}{g} p^2$$

$$\therefore p^2 = \frac{E_b(I_b + nI_s) \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \omega \right\}}{\frac{W}{g} \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \omega - ar \right\}} \quad (12)$$

これに(8)式の $\omega, r$ の値, および $a_b = a \frac{nA_s}{A_b + nA_s}$ の関係を代入すると,

$$p^2 = \frac{E_b(I_b + nI_s) \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \frac{aIC}{a_b A_b E_b (I_b + nI_s)} \right\}}{\frac{W}{g} \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \frac{aC}{a_b A_b E_b} \right\}}$$

これを整理して

$$p^2 = \frac{E_b I \left(\frac{\pi}{l}\right)^4}{W/g} \times \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad (13)$$

ここで,  $a = \frac{a_b A_b E_b}{aC} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2, \beta = \frac{I_b + nI_s}{I}$

となる。ズレのない完全合成桁の場合は,

$$p_0^2 = \frac{E_b I \left(\frac{\pi}{l}\right)^4}{W/g}$$

であるから, ズレを考慮した場合, ズレの影響係数を $K$ とすれば,  $p^2 = K \cdot p_0^2$ で表わされ,

$$K = \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad (14)$$

となる。

#### 4. 挫屈について

さきに求めた基本式(8)と, モーメントの釣合の式(6)とから振動の場合と同じ(9)式を得る。これに次の関係式

$$M_b = -E_b I_b \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad M_s = -n E_b I_s \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad M = P \cdot y$$

を代入すると

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} - \omega \right) \left\{ \frac{P \cdot y}{a} + \frac{E_b (I_b + nI_s)}{a} \frac{d^2 y}{dx^2} \right\} = -r P y \quad (15)$$

となる。両端単純支持の場合には, 挫屈荷重の最小値を求めるため

$$y = A \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

とおき, 上式に適用すれば

$$P = \frac{E_b(I_b + nI_s) \left\{ \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 + \omega \right\}}{\left\{ \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 + \omega - a\tau \right\}} \quad (16)$$

を得る。これに  $\omega$ ,  $\tau$  の値を代入し、振動の場合と同じような計算をすれば、次のように表わされる。

$$P = E_b I \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \text{ここで, } a = \frac{a_b A_b E_b}{ac} \left( \frac{\pi}{l} \right)^2, \beta = \frac{I_b + nI_s}{I} \end{array} \right\} \quad (17)$$

ズレのない完全合成桁では、

$$P_0 = E_b I \left( \frac{\pi}{l} \right)^2$$

であるから、ズレを考慮した場合は、 $P = K \cdot P_0$  で表わされ、

ズレの影響係数は

$$K = \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad (18)$$

となり、結局ズレの影響は振動の場合と全く同じであることがわかる。

## 5. 考 察

以上の結果から、合成桁橋梁における振動実験の実施により、ジベルの合成効果を調べることがわかった。そこで実際にどの程度の値となるかを数値計算で確かめてみる。

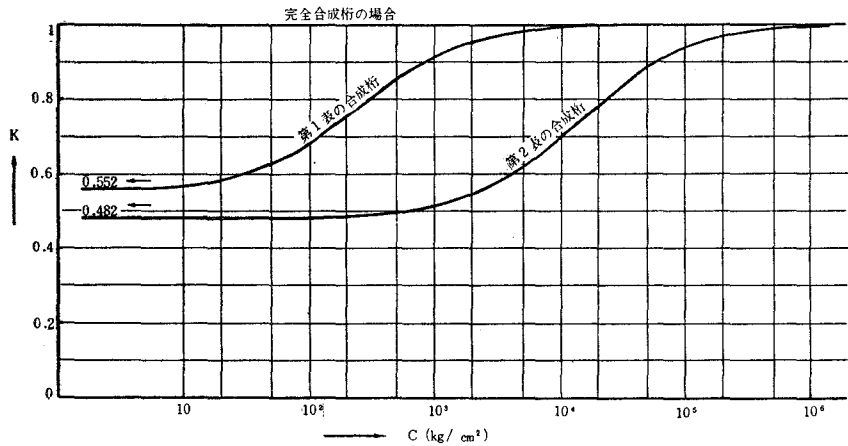
いま、第1表のような諸値を有するスパン 30 m の合成桁橋の合成桁と、第2表のような諸値を有するスパン 112 cm の模型合成桁について、各種のズレ定数に対するズレの影響係数を求めて見ると、第2図のような結果を得る。

第1表 スパン 30 m 合成桁の諸値

$l=30$ m,	$A_b=2,700$ cm <sup>2</sup> ,	$I_b=50,620$ cm <sup>4</sup> ,	$a_b=32.9$ cm,	$E_b=210,000$ kg/cm <sup>2</sup> ,	$\beta=0.5519$
$a=82.0$ cm,	$A_s=181.3$ cm <sup>2</sup> ,	$I_s=891,660$ cm <sup>4</sup> ,	$a_s=49.1$ cm,	$E_s=2,100,000$ kg/cm <sup>2</sup> ,	$n=10$

第2表 スパン 112 cm の模型合成桁の諸値

$l=112$ cm,	$A_b=160$ cm <sup>2</sup> ,	$I_b=416$ cm <sup>4</sup>	$a_b=5.6$ cm,	$E_b=210,000$ kg/cm <sup>2</sup> ,	$\beta=0.4815$
$a=10$ cm,	$A_s=19.8$ cm <sup>2</sup> ,	$I_s=800$ cm <sup>4</sup> ,	$a_s=4.5$ cm,	$E_s=2,100,000$ kg/cm <sup>2</sup>	$n=10$



第2図 ズレの影響係数;  $K$  の値

上記計算例において第2図からわかるように、合成桁橋の合成桁ではズレ定数  $C=10000$   $\text{kg}/\text{cm}^2$  以上の場合には、完全結合と考えたものより約1%程度の減少しか見られず、実際の橋梁に用いるジベルもこの程度のもので推定されるが、現在ズレ定数といったものが明らかにされていないので振動実験を実施して検討して見るのも一方法であろう。

また、小スパン模型合成桁では  $C=10000$   $\text{kg}/\text{cm}^2$  において約30%もの減少を見せしているが、設計施工に際し、使用ジベルのズレ定数を知りたい時には、この点を利用して、小スパンの合成桁を製作し、振動実験から求めることができると考えられる。

挫屈については、合成トラス橋の合成圧縮部材の長さが合成桁橋の場合に比べて短いので断面、ジベルの種類、配置などによって、ズレの影響の大きな場合があるかも知れない。しかし、これは振動の場合と同じ影響値を示すので振動実験から明らかになるだろう。

以上、理論的に合成桁のジベルのズレの影響を調べて見たが、将来実験的にも検討して見たい。

(昭和36年5月1日受理)

#### 文 献

- 1) 能町純雄, 尾崎 昶: 土木学会第15回年次学術講演会概要: II-14, 31 (1960)
- 2) 能町純雄, 尾崎 昶: 土木学会北海道支部技術資料 No.17, 54 (1961)
- 3) Hawranek und Steinhardt: Theorie und Berechnung der Stahlbrücken, 407 (1958)