



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



室蘭工業大学研究報告 第3巻第4号 全1冊

メタデータ	言語: eng 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/2933

室 蘭 工 業 大 学

研 究 報 告

第 三 卷 第 四 号

昭 和 三 十 六 年 七 月

MEMOIRS
OF
THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

VOL. 3 NO. 4

July 1961

MURORAN HOKKAIDO

JAPAN

Editing Committee

K. Otsubo	President	<i>Chairman of the Committee.</i>
J. Futatsugi	Prof.	<i>Electrical Engineering.</i>
H. Kano	Prof.	<i>Chemical Engineering.</i>
E. Yamamoto	Prof.	<i>Mining Engineering.</i>
S. Nomachi	Prof.	<i>Civil Engineering.</i>
M. Akagi	Prof.	<i>Mechanical Engineering.</i>
S. Kanamori	Prof.	<i>Metallurgical Engineering.</i>
M. Masuda	Prof.	<i>Literature.</i>
N. Matsumura	Asst. Prof.	<i>Physics.</i>
T. Sakai	Prof.	<i>Chief Librarian.</i>

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued irregular intervals. When they amount to about 800 pages, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告 第三卷 第四号

目 次

	頁
珪藻土担持銀触媒を使用するエチレンの 直接酸化反応管型式について……………	加 納 久 雄 金 塚 高 次 平 野 晴 望 4 (1) 579
石炭酸ソーダ水溶液による炭酸ガス吸収速度の研究…………	木 村 一 4 (9) 587
タール酸ソーダ水溶液分解装置の化学工学的検討…………	木 村 一 4 (27) 605
土壤による鑄鉄の腐食に関する研究 (第2報) 埋没深度の影響について……………	杉 田 治 八 郎 4 (39) 617
クロム鉱石焼成物よりクロム酸ソーダの抽出 試料の性状について……………	杉 田 治 八 郎 4 (49) 627 本 田 重 司
北海道瀬棚郡今金町北方の新第三紀層……………	沢 田 義 男 4 (57) 635
プレストレストを考慮せるローゼ桁橋の設計試案と その応力調整並びに計算方法に関する研究……………	中 村 作 太 郎 4 (69) 647
ローゼ桁橋の応力分布に関する光弾性模型 実験について……………	中 村 作 太 郎 4 (101) 679 番 匠 勲 志 村 政 雄
On One Method of Solving Stress Problems in Cylindrical Co-ordinates by Means of Finite Fourier Hankel Transforms (Part II) ……………	Sumio G. Nomachi 4 (127) 705
合成桁における固有値問題について……………	能 町 純 雄 4 (139) 717 尾 崎 謙 認
骨材の比表面積によるコンクリートの配合設計……………	太 田 誠 一 郎 4 (145) 723
気化器機関の燃焼に関する研究 (I) 長い燃焼行程を有する混合気の燃焼波測定の実験…………	赤 木 盈 4 (157) 735 紺 田 功
気化器機関の燃焼に関する研究 (II) 低圧縮機関における中間生成物の検出について…………	赤 木 盈 4 (169) 747 紺 田 功
アルミナイズド鋼の合金層に関する研究……………	西 田 恵 三 4 (177) 755 幸 田 成 康
チオアセトアミドによる銀の電位差滴定……………	柏 木 民 次 郎 4 (191) 769 太 刀 川 哲 平
高炉ライニングの溶食変形原因に関する研究 (第3報) 解体高炉のシャフト下部および炉腹部ライニング の損傷についての2,3の考察……………	田 中 章 彦 4 (197) 775
On Complete Continuity of P. S. Uryson's Operator in Function Spaces ……………	K. Honda 4 (217) 795
A Renovated Course of Functional Analysis ……………	Y. Kinokuniya 4 (231) 809
真空管電位計による静電気測定の入力回路について…………	北 村 正 一 4 (245) 823 伊 藤 一 郎
昭和35年度研究業績……………	4 (259) 837

珪藻土担持銀触媒を使用するエチレンの 直接酸化反応管型式について

加納久雄・金塚高次・平野晴望

On the Most Suitable Reactor Type for the Direct Oxidation of Ethylene Catalyzed with Silver Supported on Kieselguhr

Hisao Kano, Takatsugu Kanazuka, Harumochi Hirano

Abstract

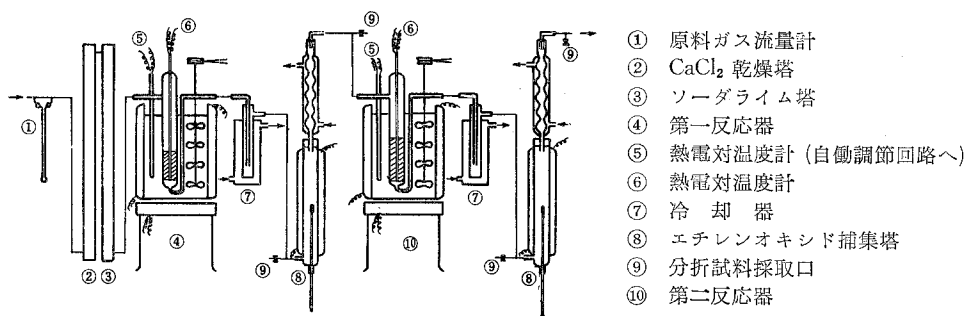
The discovery of highly active and selective catalyst and the design of a reactor suitable for catalytic character of such a catalyst are of the greatest importance to be considered for us to bring the direct oxidation of ethylene to industrially practical success. First, the authors measured the rate of the above-mentioned reaction by flow method, using the catalyst developed by them. An important conclusion has been reached from kinetic data that a good yield of ethylene oxide will be obtained in case they use two series reactors connected with ethylene oxide absorber between them. This conclusion was verified experimentally, and the conversion of ethylene per pass proved to be above 88 per cent, selectivity 60 per cent.

緒 言

著者ら¹⁾はさきに珪藻土を担体とする銀触媒がエチレンの直接部分酸化によるエチレンオキシド合成触媒として満足できる性能を有することを示した。しかし珪藻土自身は熱伝導性に乏しい物質であるから、殊に触媒が苛酷な負荷を負う場合（加圧条件下で使用せられる場合のごとき）を考慮すれば、この点に改良を加えて活性物質の過熱防止をはかることが必要と考えられる。このため珪藻土を担体とする銀触媒の製造法として新らたな方法を創案した²⁾。本報では先ず第一にこのようにして得られた触媒を使用して、エチレンの酸化反応速度の測定を行ない、反応管設計の基礎資料を得た。次にエチレンの直接酸化において最も重要な点は、並行反応と逐次反応の混成した複雑な反応系を制御して、エチレンオキシドの生成のために最も有利な条件のもとで反応を行なわせることにある。そのためには性能の高い触媒を使用すべきことは言うまでもないが、同時に触媒の性能を最高度に発揮させるような反応管型式を採用することが必要である。これによつてはじめて選択率を低下させることなしに、高い反応率を達成することが可能となる。そこで第二の目的を最適反応管型式の決定において研究を行なった。

実験方法

原料エチレンの製造法および精製法，反応生成物の分析法ならびに反応速度の測定法はすべて前報¹⁾に準じた。又本報後段の実験に使用した直列二基の反応管の配置を第1図に示した。



第1図 直列二基の反応管配置図

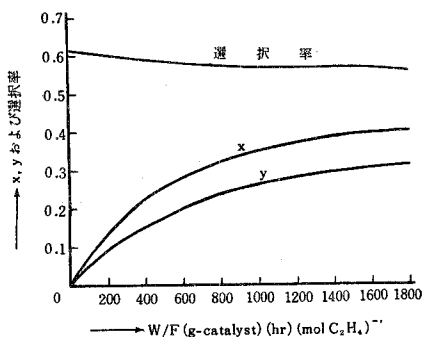
実験結果と考察

温度 245, 255 および 265°C で触媒充填量 (W) を種々変化させて，4.5% の C_2H_4 を含む一定流量の空気- C_2H_4 混合気体を送入し，反応管出口におけるエチレンオキシド (以下 EtO で表わす) および CO_2 への転換率 (それぞれ x および y) を測定し，転換率対 W/F 曲線の図上微分によって反応速度を求めた。 x, y 対 W/F の関係を第2, 3 および 4 図に，また y 対 x, r_1 対 x および r_2 対 y の関係を第5, 6 および 7 図に示した。ただし

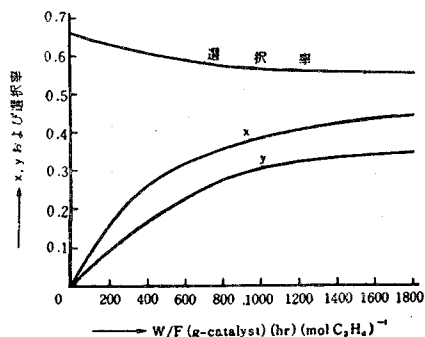
F : 単位時間に供給される C_2H_4 のモル数, $mol C_2H_4 \cdot hr^{-1}$

r_1 : C_2H_4 の消失速度で表わした EtO 生成反応速度, $mol C_2H_4 \cdot hr^{-1} \cdot g\text{-catalyst}^{-1}$

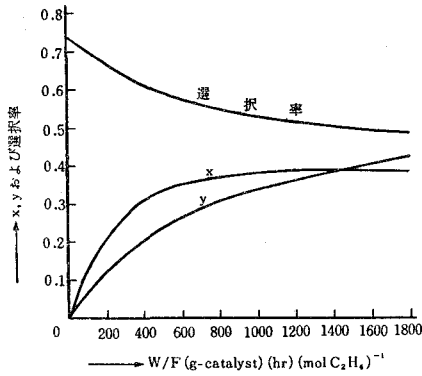
r_2 : 同じく C_2H_4 の消失速度で表わした CO_2 生成反応速度, $mol C_2H_4 \cdot hr^{-1} \cdot g\text{-catalyst}^{-1}$



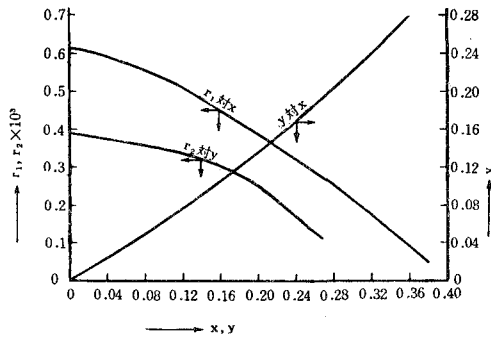
第2図 W/F と x, y および選択率との関係 (245°C)



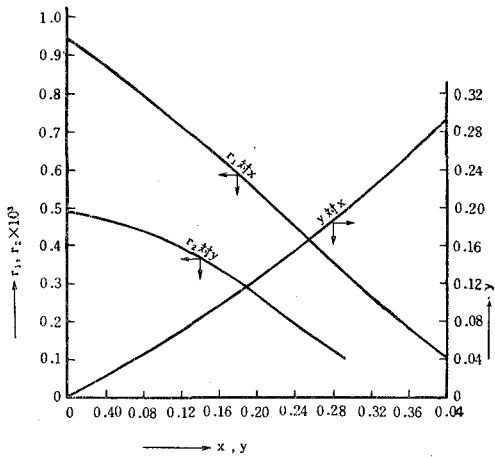
第3図 W/F と x, y および選択率との関係 (255°C)



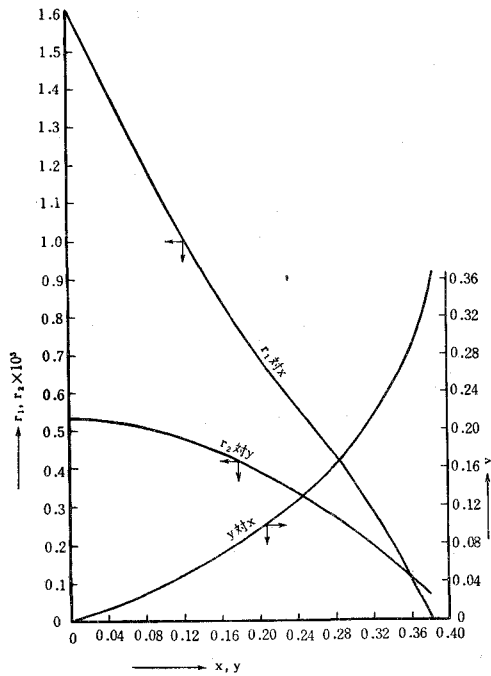
第4図 W/Fとx, yおよび
選択率との関係



第5図 y対x, r₁対xおよび
r₂対y (245°C)



第6図 y対x, r₁対xおよび
r₂対y (255°C)



第7図 y対x, r₁対xおよび
r₂対y (265°C)

前報で決定した反応機構にもとづき実験結果の解析を行なった結果, 反応速度式として次の表式が得られた。

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 3.7807 \times 10^{-2} p_1 p_2^{1/2} - 0.5123 \times 10^{-2} p_3 \\ r_2 &= 0.5123 \times 10^{-2} p_3 + 4.4180 \times 10^{-2} p_1 p_2 \end{aligned} \right\} 245^\circ\text{C} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 4.6941 \times 10^{-2} p_1 p_2^{1/2} - 0.7400 \times 10^{-2} p_3 \\ r_2 &= 0.7400 \times 10^{-2} p_3 + 5.5952 \times 10^{-2} p_1 p_2 \end{aligned} \right\} 255^\circ\text{C} \quad (2)$$

(3)

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 7.7774 \times 10^{-2} p_1 p_2^{1/2} - 2.3277 \times 10^{-2} p_3 \\ r_2 &= 2.3277 \times 10^{-2} p_3 + 6.0115 \times 10^{-2} p_1 p_2 \end{aligned} \right\} 265^\circ\text{C} \quad (3)$$

ここに p_1 , p_2 , p_3 はそれぞれ C_2H_4 , O_2 および EtO の分圧 (atm) を表わす。 $1/T$ に対して $\log k_1$, $\log k_2$ および $\log k_3$ (k_1 , k_2 , k_3 はそれぞれ EtO の生成, EtO の燃焼および C_2H_4 の完全燃焼反応の速度定数) を点綴すれば, 第 8 図に示すようにほぼ直線を与える故, 活性化エネルギーを求めそれぞれ次の値を得た。

$$\text{EtO の生成に対して} \quad E_1 = 19.71 \text{ kcal} \cdot \text{mol C}_2\text{H}_4^{-1}$$

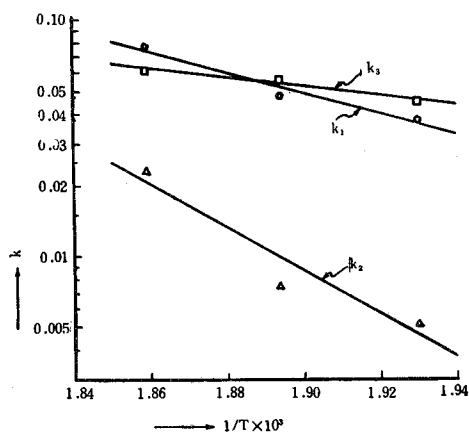
$$\text{EtO の燃焼に対して} \quad E_2 = 41.48 \text{ kcal} \cdot \text{mol EtO}^{-1}$$

$$\text{CO}_2 \text{ の生成に対して} \quad E_3 = 8.62 \text{ kcal} \cdot \text{mol C}_2\text{H}_4^{-1}$$

したがって反応速度式として下記の各式を得た。

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 7.499 \times 10^6 \exp(-9920/T) p_1 p_2^{1/2} - 1.43 \times 10^{15} \exp(-20874/T) p_3 \\ r_2 &= 1.43 \times 10^{15} \exp(-20874/T) p_3 + 1.971 \times 10^2 \exp(-4340/T) p_1 p_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

以上の実験結果によれば, 一基の反応管を用いて高転換率を得るためには W/F を大にすることが必要であることがわかるが, しかる時は附随的に選択率の低下をまねがれることができない。これは生成した EtO の二次的燃焼反応によるものであるから, 選択率を低下させることなしに C_2H_4 の反応率を高める方法として, 次の三つの方法が考えられる。第一は反応ガス中の EtO を捕集分離した後, 残余のガスに C_2H_4 および O_2 を捕給して循環反応させる方法, 第二は第一法同様に EtO の捕集を行なった上で



第 8 図 $\log k$ 対 $1/T$

更に未反応 C_2H_4 の回収を行ない, これを再使用方法, 第三は二基 (またはそれ以上の個数) の反応管を直列に使用し, 第一反応管で生成した EtO を捕集分離した後, 残余のガスを第二反応管に通じて C_2H_4 の反応率を可及的に高めるという方法である。第一法については既に直接酸化によって得られる反応ガス中の EtO の捕集に関する研究として発表した³⁾。しかしこの方法による時は反応系内の CO_2 の蓄積を避けるために比較的濃度の高い C_2H_4 を含む反応ガスの一部をパーヅすることが必要であり, さもなければ CO_2 を除くため別に吸収塔を設けることが必要である。第二法は C_2H_4 に対する強力な吸収剤の使用が可能な場合, 有効な方法である^{3,4)}。本報では第三法について検討を行ない好結果を得たので次にこれについて記述する。

今, 第一反応管の操作条件を温度 255°C , $W/F=662$ に選べば, 第 3 図から反応管出口における転換率は $\alpha=0.345$, $y=0.243$, 選択率 59.1% となり, 供給された C_2H_4 の中 41.2% が未

反応のまま排出される。4.5%の C_2H_4 を含む原料ガス 100 モルを基準にとれば、第一反応管から流出する未反応 C_2H_4 は 1.854 モルとなるから、第二反応管出口ガスの成分分圧はそれぞれ次の各式で表わすことができる。ただし次式中 x' 、 y' は第二反応管で得られる EtO および CO_2 への転換率である。

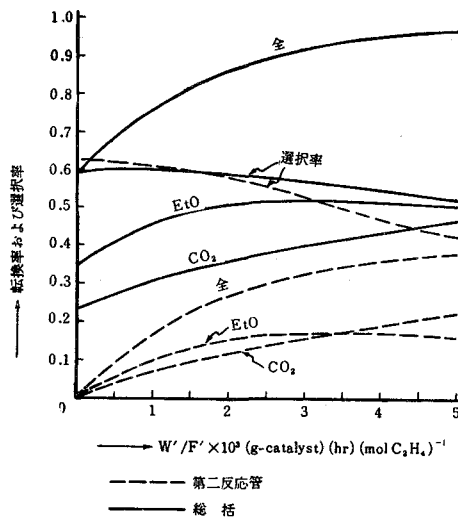
$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{1.854(1-x'-y')}{95.4842-0.927x'} \text{ atm} \\ p_2 &= \frac{16.0032-0.927x'-5.562y'}{95.4842-0.927x'} \text{ atm} \\ p_3 &= \frac{1.854x'}{95.4842-0.927x'} \text{ atm} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに第一反応管で生成する EtO および H_2O は第二反応管に入る前に分離するものとする。

第一反応管へ供給せられる原料ガス流量が 3 l/hr のとき、第二反応管へ供給せられる C_2H_4 のモル数 F' は

$$F' = 3 \times 0.045 (1 - 0.588) / 22.4 = 2.483 \times 10^{-3} \text{ mol/hr}$$

となる。 W'/F' (W' は第二反応管の触媒量) を変え、速度式 (2) を用いて反応速度 (r_1 、 r_2) および転換率 (x' 、 y') を算出し第 1 表の結果を得た。第 1 表には第一反応管入口の C_2H_4 に対する第二反応管の転換率および総括収率をも併記した。又、第 9 図は W'/F' に対する転換率および選択率の関係を示したものである。



第 9 図 第二反応管の収率および総括収率

第1表 第二反応管における反応速度と転換率ならびに総括収率 (計算値)

W'/F' (g-catalyst) (hr) (mol C ₂ H ₄) ⁻¹	$r_1' \times 10^4$ (mol C ₂ H ₄) (hr) ⁻¹ (g-catalyst) ⁻¹	$r_2' \times 10^4$ (mol C ₂ H ₄) (hr) ⁻¹ (g-catalyst) ⁻¹	x'	y'	選 択 率 (%)	第一反応管入口の C ₂ H ₄ に対する第 二反応管の転換率		総括転換率		総 括 選 択 率 (%)
						EtO (%)	CO ₂ (%)	EtO (%)	CO ₂ (%)	
1000	1.6383	1.3423	0.2685	0.1582	60.6	11.06	6.52	45.56	30.82	59.8
2000	0.6601	1.0981	0.3834	0.2802	57.8	15.80	11.54	50.30	35.84	58.4
3000	0.0513	0.9131	0.4190	0.3807	52.4	17.26	15.69	51.76	39.99	56.4
4000	-0.1747	0.7780	0.4128	0.4653	47.0	17.01	19.17	51.51	43.47	54.3
5000	-0.3196	0.6674	0.3881	0.5376	42.0	15.99	22.15	50.49	46.45	52.1

他方第1図に示した直列二基の反応管により実験を行ない、第2表に示す結果を得た。

第2表 直列二基の反応管による実験結果

No.	第一 反 応 管							第二 反 応 管							総 括 収 率			
	W (g)	W/F (g-catalyst) (hr) (mol C ₂ H ₄) ⁻¹	温度 (°C)	転換率			選 択 率 (%)	W (g)	温度 (°C)	転換率			選 択 率 (%)	転換率			選 択 率 (%)	
			EtO (%)	CO ₂ (%)	全 (%)				EtO (%)	CO ₂ (%)	全 (%)		EtO (%)	CO ₂ (%)	全 (%)			
1	2.0	332	255	21.7	14.4	36.1	60.2	2.0	255	33.7	21.3	55.0	61.3	43.2	28.0	71.2	60.6	
2	3.99	662	255	37.0	23.9	60.9	60.9	16.36	255	40.5	29.3	69.8	58.0	52.9	35.3	88.2	60.0	
3	6.03	1000	255	42.0	29.3	71.3	59.0	14.33	255	34.6	16.9	51.5	67.2	52.0	34.2	86.2	60.4	
4	10.05	1669	255	44.9	33.6	78.5	57.1	10.01	255	34.0	11.8	45.8	74.3	52.2	36.1	88.3	59.2	

第9図は第二反応管に送入されるガス中の C₂H₄ (F') が 2.483×10^{-3} mol/hr の場合について示したものであって、広く F' の異なる場合を含んでいないが、第2表の実験 No. 2 は上記の F' に相当している。この場合 $W'/F'=6590$ ($W'=16.36$ g) の条件では、第二反応管で実際に得られる全転換率は第9図の外挿によって予想せられる値よりも小さく、選択率は高くなっている。したがって総括転換率および総括選択率もまた同じ傾向を示す。その理由は第1表の数値の算出に当って用いた速度式は CO₂ (他の化学種の含まれる可能性もある) の吸着による反応速度の低下を無視しているが、実際には第一反応管で生成した CO₂ を含むガスが供給せられ、更にこれに第二反応管で生成する CO₂ も加わり、その濃度がかなり高くなる (CO₂ の分圧は $[3.708 y' + 2.187]/[95.4842 - 0.927 x']$ atm である) ために反応速度が低下することによると考えられる。

結 言

以上の研究によって得られた結果とその意義について要約すれば次の通りである。

(1) 著者らが開発した珪藻土担持銀触媒を用いて行なったエチレンの直接酸化反応のデータの解析によって工業反応速度の値を求め、反応管設計の基礎資料を得た。

(2) エチレンの接触酸化反応の特徴は並行反応と逐次反応の混成した複雑な反応系をなす

ことである。反応速度に関して得られた資料にもとづき、選択率を低下させることなしに触媒の性能を最高度に発揮せしめるためには、直列に配置した二基(以上)の反応管を用い、それらの中間にエチレンオキシドの吸収塔を設けることが必要であるという重要な結論を得た。

(3) 中間吸収塔を設置した直列二基の反応管を用いて実験を行なった結果、エチレンの単流転換率88%以上、選択率60%という成績を取めることができた。

本研究の実施に当って懇切な御指導、御討論をいただいた北海道大学工学部岡本剛博士に厚く謝意を表わす。

(昭和35年7月日本化学会北海道大会にて講演) (昭和36年4月28日受理)

文 献

- 1) 加納・金塚：工化 **61**, 1157 (1958)
- 2) 加納・金塚：日本特許 昭35-16426
- 3) 三谷・加納：北大工紀要 **8**, 75 (1947)
- 4) Gilliland, E. R. and Seebold, J. E.: Ind. Eng. Chem. **33**, 1143 (1941)



石炭酸ソーダ水溶液による炭酸ガス吸収速度の研究

木 村 一

Studies on the Rate of Gas Absorption by Liquid. —The Absorption of Carbon Dioxide in Sodium Phenolate Solutions—

Hajime Kimura

Abstract

From the absorption experiments of small liquid tube and agitated vessels, obtained the following results:—

- 1) Determined the reaction velocity constant for this systems.
- 2) Dissolved this reaction mechanics as the second order, irreversible reactions.
- 3) Mass transfer coefficients in agitated vessels were represented as

$$K_{oL} = -3.12 \times 10^{-2} [\log N - \log 2.7] \tan [38.4 e^{0.00735 t - 0.154}]$$

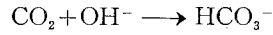
1. 緒 言

液体によるガスの吸収速度に関しては多くの研究があり、Lewis & Whitman 氏¹⁾ の二重境膜説、Higbie 氏²⁾ の滲透説、Danckwerts 氏³⁾ の表面更新説などの諸説や、van Krevelen 氏⁴⁾、藤田氏⁵⁾、松山氏⁶⁾ らの著名な実験もある。又化学反応を伴う不可逆吸収に関しては八田氏⁷⁾ の研究以後、前述の研究者の見るべき成果がある。著者は既に化成工場に於けるタール酸ソーダ水溶液の炭酸ガスによる分解を各装置について化学工学的に追究して来たが、本報に於てその基礎的資料である吸収速度を検討したゆえ、その結果を報告する。研究の方針としては、石炭酸ソーダ水溶液を用い、松山氏⁶⁾ のごとく不定常拡散の非瞬間不可逆反応の検討を微小液柱による吸収実験で行ない、反応機構の解明をし、更に反応速度定数に対する反応温度、溶液濃度などの諸因子の影響を求めた。一方バッチ式攪拌槽の吸収実験を行ない、ある仮定の下に反応係数 β を求め、これより反応速度定数を求めて、前述の実験の結果をチェックするとともに検討を行なった。

2. 吸 収 理 論

吸収理論としては種々あるが、松山氏⁶⁾、藤田氏⁵⁾ の理論に準拠して追究を進めてみる。すなわち、松山氏は滲透説により非瞬間反応を伴う場合を研究し、炭酸ガスの液中濃度を

C [mol/l], アルカリ濃度を A_m [mol/l] で表わすと



なる反応の速度式は

$$-\frac{dC}{dt} = k_{II} A_m C \quad [\text{mol/cc sec}] \quad (1)$$

もしアルカリが液中均一に分布し、その濃度変化がないとすれば A_m は一定であって CO_2 の濃度 C の微分方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - k_{II} A_m C \quad (2)$$

によって拡散と反応が同時に働くときの基礎式が与えられる。境界条件 $x=0$ で $C=C_L$, $\theta=0$ で $C=0$, $x=\infty$ で $C=0$ としてこれを解き、 $\theta=0 \sim \theta$ 間の平均吸収速度 N を求めると

$$N = \left\{ \sqrt{k_{II} A_m D_L} + \frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{D_L}{k_{II} A_m}} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{k_{II} A_m \theta}} e^{-u^2} du \right\} (C_i - 0) \quad (3)$$

を得た。しかるに藤田氏は物理吸収の不定常拡散式

$$k_L = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{D_L}{\theta}} \quad (4)$$

と定常拡散の反応吸収式

$$\tau = \sqrt{k_{II} A_m D_L / k_L} \quad (5)$$

を用いて (3) 式を整理して

$$N = \left[\tau + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau/\sqrt{\pi}} e^{-u^2} du \right] k_L (C_i - 0) \quad (6)$$

を得た。その他吉田氏⁸⁾ の更に明確な理論的追究もある。

3. 微小液柱による吸収実験

3.1. 実験装置および操作

実験装置は第1図に概略を示す。実験方法は静止液面の吸収防止に流動パラフィンを用いた。すなわち、ガスの吸気管は外径4 cm, 高さ15 cmのガラス管で、これをガス加温コイル、ガスビュレットとともに測定温度に保った恒温槽に保持し、この吸気管と吸収量測定用のガスビュレット中に被吸収ガスを c より封入してをく。ガスは市販のボンベ入りの炭酸ガスを洗気瓶、乾燥瓶を経たものを c に接続して用いた。この吸気管中のノズル a よりは液溜めから定水位槽を経た測定温度に調温された吸収液が連続流下する。吸収液は既報⁹⁾ で述べたような方法で調製した石炭酸ソーダ水溶液である。ノズル a の下に b の液受けがあり、吸収は主とし

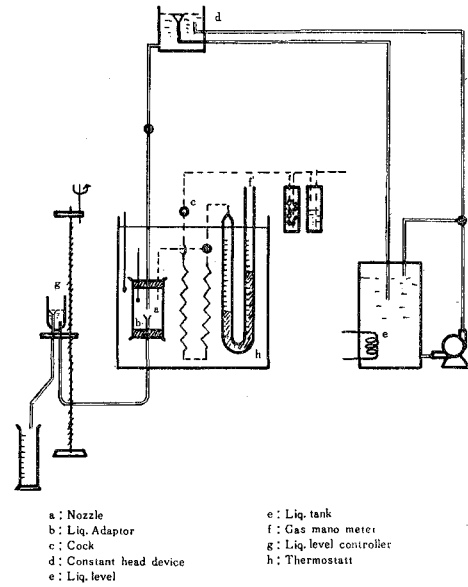
てaよりbに達する円柱状の液表面で行なわれる。bの水平液面でも吸収が行なわれるが、物理吸収の場合は静止液面への吸収に近く非常に遅いと考えられ省略し得るが、本実験のように化学吸収の場合は微小液柱に比べて液面の吸収を無視し得ないゆえ、液表面を流動パラフィンを用いて流下液と炭酸ガスの接触をbの静止液面では行なわぬ様にした。したがってbの静止液面よりの吸収は省略し得る。液柱abの直径は平均0.76 mmでこれはカセットメーターで液の流下線速度、物理性による変化を予め測定しておいた。液柱abの高さは1.49 cmで被吸収ガスの気泡の同伴は認められなかった。流下線速度は0.8~2.8 m/secで非常に速く、流速はコックの開閉で調節した。吸収ガス量はガスビュレット中の液面の移動を0.5 mlごとにストップウォッチで読みこれより吸収速度を得た。この場合吸収の進行とともに吸収管内の圧力も減ずるゆえ、常圧吸収を行なわせるための圧力補正を無視できるようにビュレット中の圧力を大気圧を基準に水柱上数cm(ガス量で5~10 ml)の圧力変化内で測定を行ない、圧力により溶解度 H_0 の変化を無視し得るようにした。吸収量は始めの被吸収ガスの圧力 P_1 atm, 体積 v_1 ml, ある時間後の圧力 P_2 atm, 体積 v_2 mlより $(P_1v_1 - P_2v_2)$ mlで1 atmの被吸収ガス量が求まり、吸収時間 sec/ml gas 1 atmを得る。ガスビュレットは圧力計と容積計の二重の役をなす。

bの水平液面は吸収管内の圧力が減ずるとともに上昇せんとする傾向にあり、液面調節用の微動装置を手動してb液面の位置を一定に保持し液柱高さの変化を防いだ。

流下液量は吸収実験中に任意に、同一状態の下に1分間当りの液量を秤量して求めた。

§3. 実験結果および考察

実験結果の一部を第1表に示す。この場合、10, 20, 40, 60°Cの実験データでアルカリ濃度は0.043, 0.865 mol/lのものを記した。又第2図に吸収速度対接触時間の関係を示しているが、この場合は1.762, 0.432 mol/lの値も記載した。接触時間は大略5/1000~15/1000秒である。

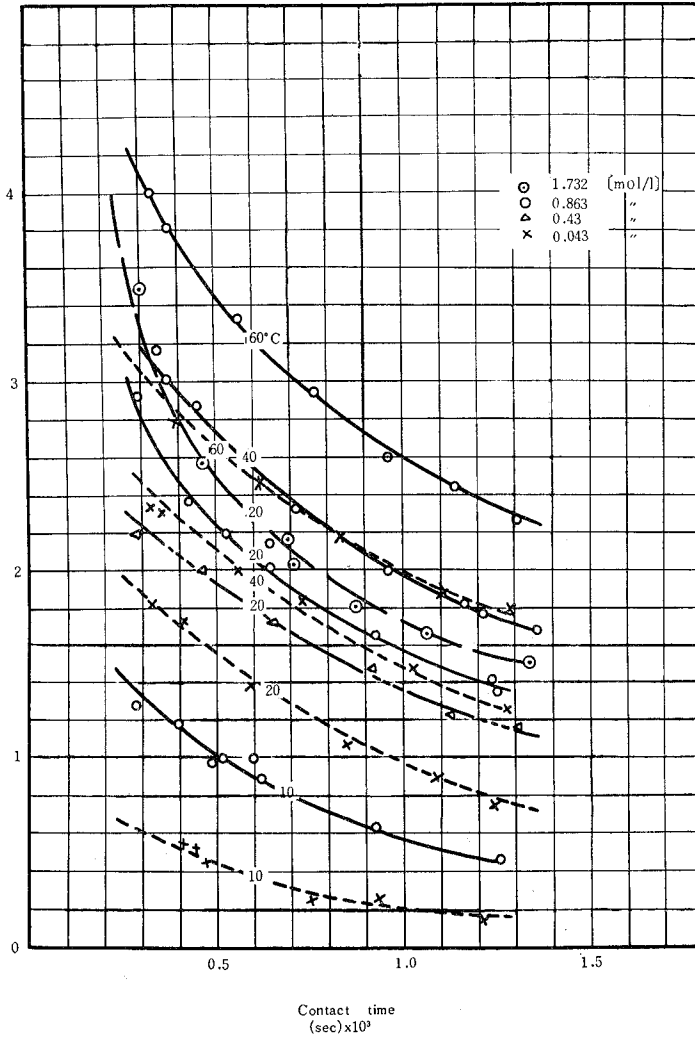


第1図

第 1 表

Liq. Conc. $\frac{\text{mol}}{\ell}$	Liq. Temp. °C	Flow rate $\frac{\text{ml}}{\text{min}}$	吸収に要する時間 $\frac{\text{sec}}{\text{ml} \cdot \text{min}}$	接触時間 $\text{sec} \times 10^3$	線速度 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	$H_0' \times 10^3$ $\frac{\text{mol}}{\text{ml}}$	$D_L \times 10^5$ $\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$	$N_e \times 10^6$ $\frac{\text{mol}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}$	k_{II} $\frac{1}{\text{mol} \cdot \text{sec}}$
0.863	10.5	45	198.7	0.9014	165.3	0.05331	0.4500	0.63	39.0
	11.0	65	142.3	0.6242	238.7	0.05311	0.4528	0.881	69.9
	11.2	68	119.4	0.5965	249.8	0.05153	0.4723	0.853	67.6
	11.0	73	200.8	0.5558	268.1	0.05311	0.4528	0.93	81.0
	11.0	79	120.9	0.5134	290.2	0.05311	0.4528	1.041	101.6
	10.7	85	166.0	0.4773	312.2	0.05197	0.4584	1.22	141.1
	20.5	43	78.48	0.9436	157.1	0.03864	0.6667	1.61	302.5
	20.7	62	49.9	0.6543	227.7	0.03864	0.6667	2.03	481
	20.5	92	33.3	0.4410	338.0	0.03864	0.6667	2.394	663
	39.4	42	63.7	0.9657	154.3	0.02354	1.2779	1.971	635
	40.5	91	77.5	0.4458	334.2	0.02399	1.2501	2.808	1270
	40.8	108	61.9	0.3756	396.7	0.02310	1.2918	3.02	1545
	59.0	35	33.5	1.1586	128	0.01599	2.111	2.45	1295
	62.2	105	32.97	0.3863	385.7	0.01580	2.116	3.82	3140
	60.3	122	17.22	0.3825	448.1	0.01591	2.114	4.00	3490
	58.2	125	28.27	0.3245	459.1	0.01003	2.110	4.45	4130
0.043	10.3	33.0	989.2	1.229	122.5	0.05249	0.5639	0.127	141.5
	10.0	86.0	273.4	0.467	316	0.05289	0.6112	0.458	284
	11.0	88	244	0.456	323	0.05199	0.5834	0.514	391
	11.0	93	237.8	0.4362	342	"	"	0.530	415
	20.5	32.0	94.9	1.269	117.4	0.03864	0.667	0.71	4140
	21.0	94	38.3	0.432	345	"	"	1.779	28050
	40.0	50.0	83.05	0.812	184	0.0138	1.2779	1.51	21780
	41.4	58.3	67.83	0.741	221.2	0.0138	1.2779	1.858	32900
	40.0	70.5	62.0	0.575	259	0.0138	1.2779	2.01	38800
	54.8	67.0	60.55	0.605	247	0.0175	1.6946	2.48	19900

図で示されるごとく、アルカリ濃度の高いときは時間が増すと吸収速度は著しく激少するが、アルカリ濃度の低い時は時間の増すにつれて吸収速度の減少する割合が小さい。又アルカリ濃度の増加すると吸収速度が増加するのは苛性アルカリの炭酸ガス吸収と同様である。この考えは定性的に次の様に説明し得る。すなわち、アルカリ濃度の高い時は反応速度が速く、気液界面付近で急激にアルカリ濃度が減少し、一方アルカリの液内部からの拡散がそれに伴わず、吸収速度が時間とともに急速に減少するが、或る程度時間が増すと H_0' が小さい上に、粘度、拡散係数の影響を多く受けるとともに、液内部からの拡散も或る程度行なわれて吸収速度の時間に対する減少率が少なくなる事と考えられる。これらの結果を前節の理論に合致せしむべく



第 2 図

5/1000 秒程度の微小時間で液表面近くのアルカリ濃度の減少がそれほど著しくない場合に適用して実験値と理論値の比較を第 3 図に示した。このとき理論式 (3) でアルカリ濃度が 1 N 以上では (3) 式右辺第 2 項は第 1 項に比し小であるとして

$$N \approx H_0' \sqrt{D_L k_{II} A} \quad (7)$$

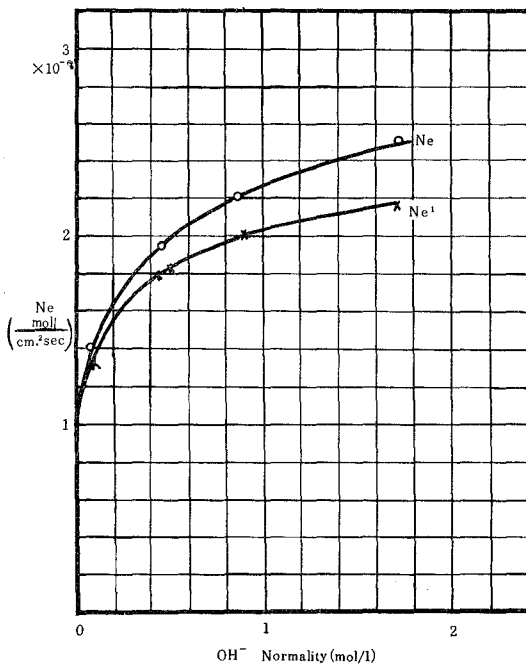
のごとく時間に無関係に近似して N を計算したものである。又拡散係数 D_L , 粘度 μ_L , 密度 ρ_L 等はそれぞれ既述の物性値より求めたが, 飽和溶解度 H_0' は塩類効果を考慮に入れた松山氏⁶⁾ にならい, $H_0' = 0.039 e^{-0.068 A}$ mol/l として計算したものである。又この時を用いた反応速度恒数 k_{II} は種々の仮定は含んでいるが, 後述の攪拌槽実験により得た数値を用いたものである。 N_0'

は攪拌槽実験の値である。

猶本実験結果より(7)式により反応速度定数 k_{rx} を計算すると第1表第11項に示されるごとく、後述の攪拌槽実験の数値と略々同じオーダーを有して居り、その温度係数は第3図に示すごとく全く一致している。現在迄便宜的に装置設計のために使用していた



の場合の Faurholt⁽¹⁰⁾ の与えた反応速度定数の値より低い値である事が認められた。

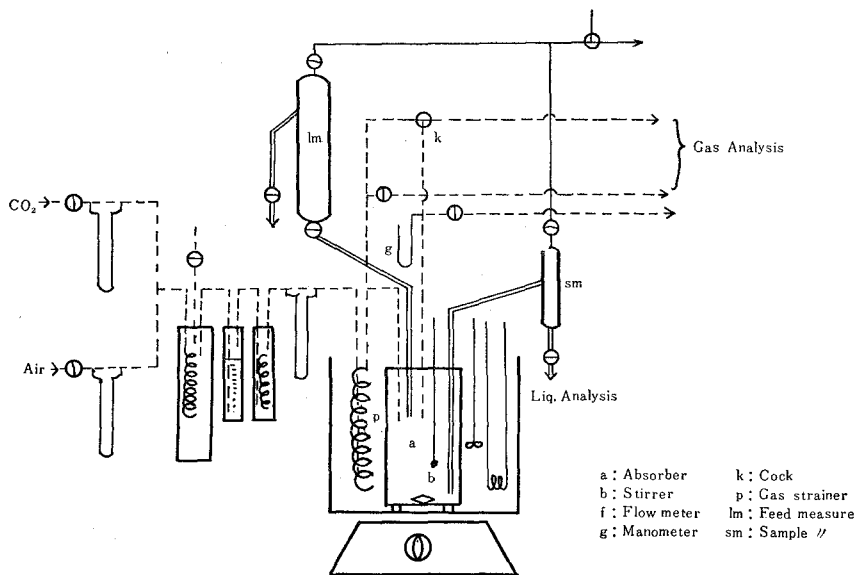


第3図

4. バッチ式攪拌槽による吸収実験

4.1. 実験装置および操作

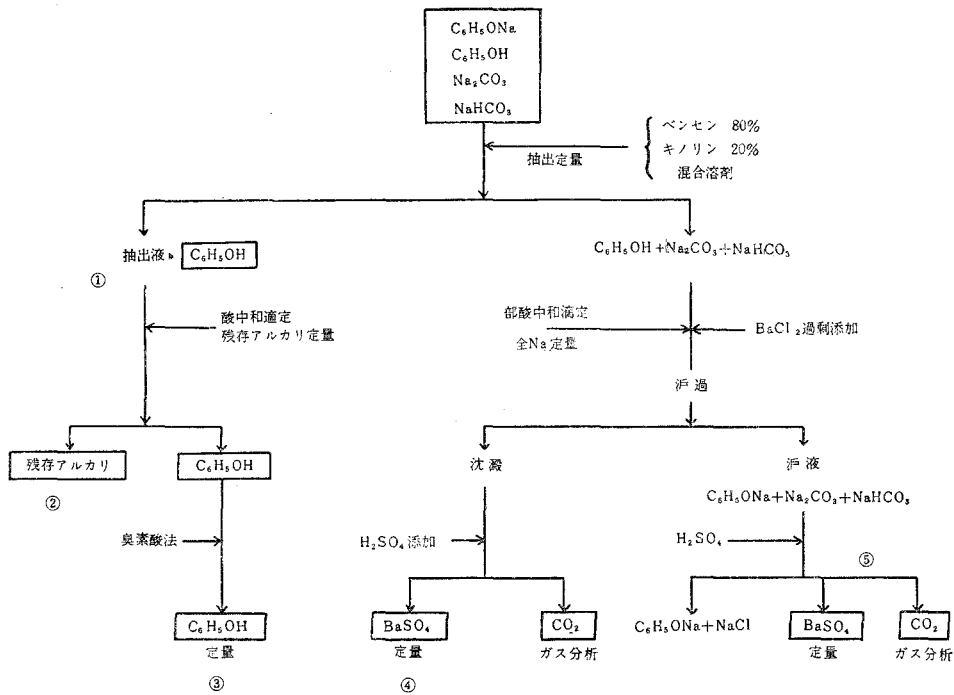
実験装置は第4図に概略を示す。液吸収剤を測量瓶 lm にて一定量吸引測量した後、300 ml 容量の硝子製5ロフラスコ a に入れ、恒



- a : Absorber
- b : Stirrer
- f : Flow meter
- g : Manometer
- k : Cock
- p : Gas strainer
- lm : Feed measure
- sm : Sample //

第4図

温槽 r で定温に保つ。攪拌は液のみ行ないマグネチックスターラー b を用いた。このときガス放出口に邪魔板を用い、気相中のガスの流動を攪拌と同じ効果のあるように工夫した。液体吸収剤は既報⁹⁾ で述べたように、水酸化ナトリウム水溶液に当量の石炭酸を溶解して調製した石炭酸ソーダ水溶液を 24 時間放置したものを用い、被吸収ガスは洗気瓶、乾燥瓶を通じた市販炭酸ガスに空気を混合したものを用い、この混合ガスを流量計 f、硝子ファイバーを充填したガストレーナー蛇管 p を通じて吸収瓶 a に吹込む。排出ガス、送入ガスはともに切換コック k を通じてガス分析器に導かれる。液分析試料は測量瓶 sm を通じて実験開始後 15, 30, 60, 120, 240 分毎に約 20 ml 取出され分析に供せられる。液分析法としては第 5 図に示すとき総合法を用いた。すなわち、現在まで報告されていた分析方法は電導度滴定法を始め多くあるが、精度に難点が多く、特に石炭酸ソーダ水溶液の濃度の低いときには著しい誤差があった。そのため混合法はそれらの短所を除き、精度を高めるために用いた方法で、所要時間も長く、装置、操作も多くの方法を併用するため複雑であるが、組成決定が重要である本実験のごとき機構解析などのために採用したものである。図のごとく試料溶液を 5 部に分けて、① 臭素酸法で全石炭酸の定量、② 塩酸中和滴定法で全 Na の定量、③ 電導度滴定法で石炭酸ソーダの分解率の決定、④ 中和滴定法で石炭酸ソーダ、炭酸ソーダ、重炭酸ソーダの決定、⑤ ガス分析法で重炭酸ソーダ、炭酸ソーダの確認と以上の結果の総合により各組成を決定するものである。まず ② 臭



第 5 図

素酸法とは、試料溶液 25 ml をガラス共栓フラスコに入れ、臭化カリ-臭素酸カリ標準溶液 (0.2 N) 25 ml を加える。濃塩酸 5 ml にて酸性とし、すみやかに栓をした後、1 分間振盪し臭素化を完了するまで約 5 分間、 $25 \pm 1^\circ\text{C}$ の恒温槽中に浸して放置する。20% 沃化カリ溶液 25 ml 加え、終点近くにおいて 1% デンプン溶液 1~2 ml 加え、遊離される沃素を N/10 チオ硫酸ナトリウム標準液で滴定する。(この実験は同じ溶媒を使って空試験をあらかじめしておく)。又 ① の酸滴定法とは試料溶液を蒸発乾涸して後、残渣を蒸留水に溶かし、酸標準液で中和滴定して全 Na を求めるものである。③ の電導度滴定法、④ 中和滴定法は既報の通りである。④ の方法は塩化バリウムで沈澱するものを CO_3^{--} とし、 HCO_3^- は溶液中に残るものとしての考えの下でそれぞれ分離し、更に硫酸を加えて硫酸バリウムを沈澱させ定量し、一方発生炭酸ガス量を一定圧力、温度の下で定量して追試する方法である。すなわち、①+③ で全石炭酸を、②+②=③ 或いは ① で全石炭酸および全 Na を、④=④ で CO_3^{--} 、⑤=⑤ で HCO_3^- を定量して③、② と対照しつつ組成を決定する方法である。本法は組成確認のため、本章以降の液分析はほとんどこの混合法を用いた。

又実験装置の吸収瓶内は常にマンメーター g で大気圧に保たれ、液の吸引、洗滌はアスピレーターを用いて外気との接触、気密などに注意を払った。

また実験条件は次のとおりである。

反応温度	0.5~80°C	ガス流速	$30 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{hr}$
入口ガス濃度	20%	溶液濃度	0.086~1.73 kg mol/m ³
反応時間	4 hr		

で入口ガス濃度の変化による吸収速度の影響やガス流速変化による吸収速度の影響は特に調べなかった。すなわち、現在工場の操業条件の範囲内で行ない、上記の 2 条件の選定は文献¹⁸⁾ によって得た最適条件をそのまま使用した。又ガスは常法通り Orsat 法を用いた。

4.2. 実験結果および考察

吸収速度および総括物質移動係数

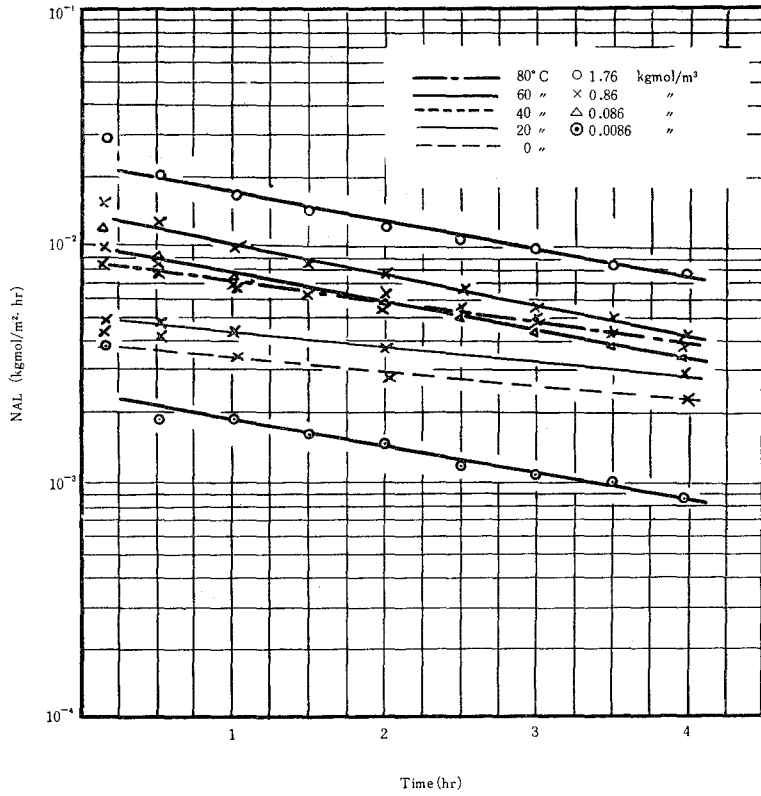
上記の実験条件で行なって得た結果の一部を第 2 表に示す。装置のガス送入口、排出口の両部の炭酸ガス分析値より求めた吸収速度 (N_A)_G と、原料液試料と各時間毎に採取した液体試料より求めた吸収速度 (N_A)_L が誤差 100% 以内のパラッキがあつて、且物質収支よりの値と一致した値を吸収速度とした。今生成アルカリ (炭酸ソーダと重炭酸ソーダ) 量の反応時間による変化を第 6 図に示す。半対数方眼紙で $N_A = B e^{-m\theta}$ で表わされ、 m は温度の関数で 0.5~60°C では $dm/dt = 0.077$, 60°C 以上で $dm/dt = -0.24$ である。これは流通式装置で理論的に $N_A = K_0 L (C^* - C_L)$ より求めた濃度と時間の関係

$$\ln (C^* - C_L) = -\frac{AK_0 L}{V} \theta + \text{const}$$

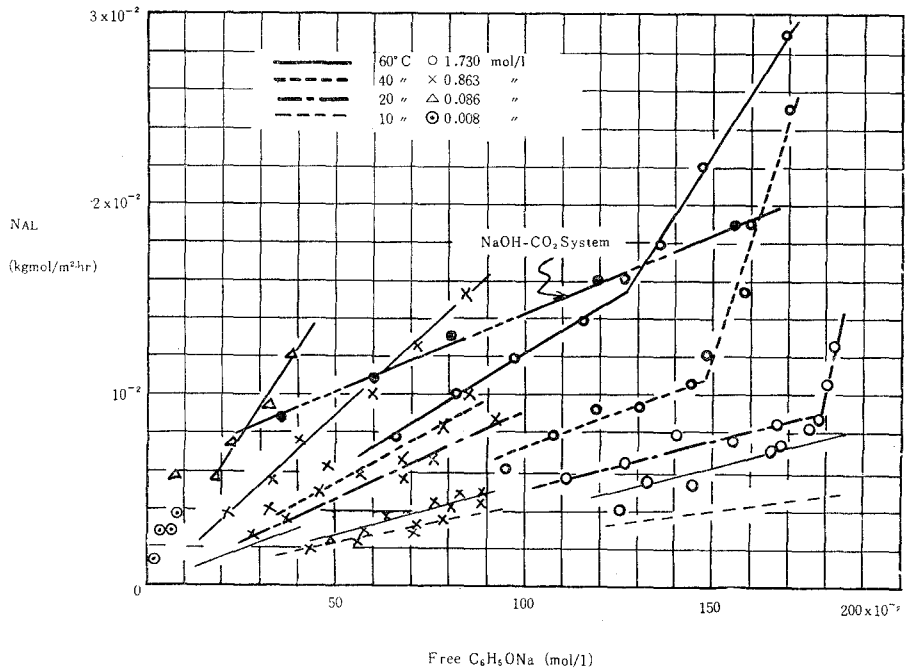
に近似している。これから液組成と吸収速度との関係を求めれば第7図のようになる。今横軸に遊離石炭酸ソーダの濃度 $[\text{kg mol/m}^3]$ をとり、縦軸に吸収速度 $[\text{kg mol/m}^2 \cdot \text{hr}]$ をとると図に示すごとく、初めの溶液濃度の低いときは吸収速度は大体一定で進行するが、溶液濃度の高いときは初めは吸収速度は一定で進行し、或る点以上になると急激に増加して進行する事が見受けられた。八田氏⁷⁾の苛性アルカリ溶液による炭酸ガスの吸収速度は遊離アルカリに沿って一定で、或る点になると吸収速度は遊離アルカリに無関係になり、横軸に平行になると報ぜられているが、本実験のごとく直線の折点は反応機構の変化を意味し、その反応機構で吸収速度が一定に進行していることを意味する。すなわち、ある溶液石炭酸ソーダの濃度以上になると接触面では遊離の石炭酸ソーダは存在しておらず全部炭酸ソーダになっており、溶解した炭酸ガ

第 2 表

Liq. Temp. (°C)	React. Time hr	Liq. Conc. $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$	P (atm)	Prod. Alkali $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$	Free Alkali $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3}$	N_{AL} $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$	K_{0L} $\frac{\text{kgmol}}{\text{m}^3 \text{ hr} \cdot \text{atm}}$	β (-)	X (-)	K_r $\frac{\text{m}^3}{\text{kgmol} \cdot \text{hr}}$
0	0.5	57.26	20.8	3.85	53.41	26.69	0.664	3.32	3.6	8.45
	1.0	57.35	20.8	7.30	50.05	23.16				
	2.0	57.26	20.8	13.11	44.15	9.6				
	4.0	57.00	20.8	22.65	35.35	15.85				
20	0.5	8.805	23.0	1.07	7.73	7.139	1.556	7.78	7.78	87.95
	1.0	8.771	22.8	1.95	6.82	6.185				
	2.0	8.805	23.0	3.22	5.58	4.81				
	4.0	8.840	23.0	4.21	4.68	2.95				
	0.5	179.22	21.2	10.99	168.23	73.33	0.204	1.02	1.2	0.303
	1.0	179.75	20.7	23.76	155.99	75.37				
	2.0	179.39	20.6	34.58	144.81	51.70				
	4.0	181.99	20.6	55.99	126.0	39.29				
40	0.5	91.17	22.6	12.5	78.68	83.4	1.28	6.4	6.4	4.14
	1.0	89.61	22.6	20.62	68.99	65.4				
	2.0	89.53	22.4	42.4	47.13	63.39				
	4.0	89.18	21.4	57.32	31.86	40.02				
60	0.5	44.94	22.4	13.88	31.06	92.61	4.2	21.0	21.1	51.4
	1.0	44.63	22.4	23.7	20.93	75.75				
	2.0	43.64	21.2	38.42	5.22	57.4				
	4.0	46.82	22.2	46.42	0.40	32.6				
80	0.5	96.37	20.4	10.96	95.41	73.13	1.155	5.78	5.78	2.04
	1.0	96.75	19.6	20.78	75.97	65.90				
	2.0	94.26	19.6	34.84	57.42	55.08				
	4.0	92.92	19.6	55.17	37.75	38.71				



第 6 図



第 7 図

スは接触面では CO_3^{--} とならず別な反応機構 (工場実験でも認められたことであるが、或る程度吸収が進んで炭酸ガスが理論量まで吸収されても更に大量の炭酸ガスが吸収消費される。これに対して炭酸ソーダが重炭酸ソーダに移行する機構と考えられるが、吸収後の溶液分析を行なっても重炭酸ソーダの生成量が消費炭酸ソーダに比して極めて小さい。しかしながら、溶液分析法において重炭酸ソーダの検出に難点を有する可能性があるとするれば、重炭酸ソーダの生成機構とも考えられる。ただ、石炭酸ソーダおよび石炭酸の存在において炭酸ソーダから重炭酸ソーダへの反応機構中に多量の炭酸ガスが物理的又は化学的に吸収される機構の存在する事は容認出来る。) に従って進行すると考えられる。ただし此の点について今後の追試が必要である。

また前述の吸収速度より $(N_A)_L = K_{oL}(C^* - C_L)$ を用いて計算した総括吸収 K_{oL} に対する温度、溶液濃度の影響を調べてみる。

K_{oL} 対溶液濃度：反応開始後 30 分後の値を図示すれば第 8 図のように

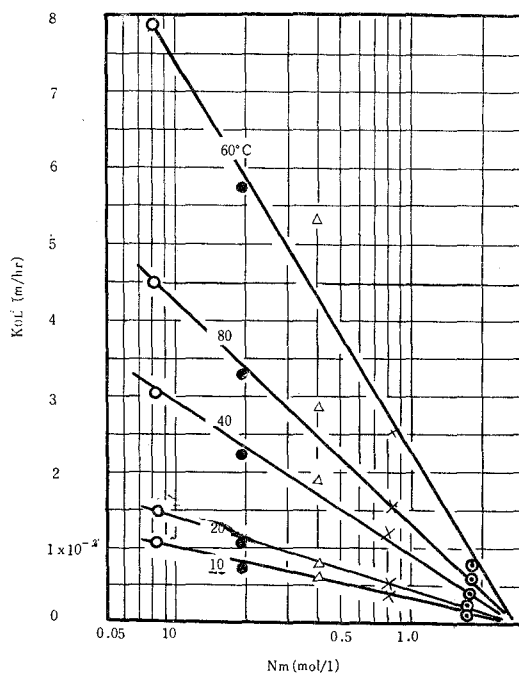
$$K_{oL} = -3.12 - 10^{-2} [\log A_m - \log 2.7] \tan [38.4 e^{0.00735 t} - 0.154] \quad (8)$$

で表わされる。この結果から直ちに断定的なことは言えないが、傾向として溶液濃度 $2.7 [\text{kg mol/m}^3]$ が石炭酸ソーダ水溶液の炭酸ガス吸収操作を行ない得る最高濃度であると考えられる。実際石炭酸ソーダ水溶液で $3 [\text{kg mol/m}^3]$ 以上になると相当高温でも調製困難であるし、又粘度も著しく高くなって来て泥漿状となって来る。

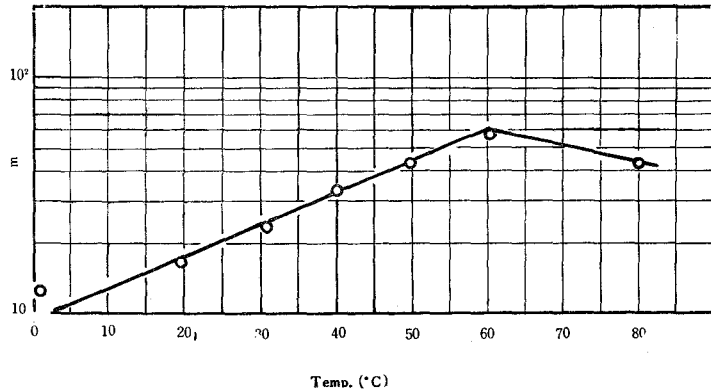
K_{oL} 対温度： K_{oL} に対する温度の影響は 60°C 付近で極大点を有するため $0 \sim 60^\circ\text{C}$ で $e^{0.0301 t}$ に、 $60 \sim 80^\circ\text{C}$ で $e^{-0.0154 t}$ に比例することが示された。第 9 図は第 8 図の溶液濃度に対する K_{oL} の傾斜 m' を温度に対して点綴したもので、この図も反応開始後 30 分後の値である。

今溶液濃度 $1.0 [\text{kg mol/m}^3]$ の値と温度

の関係式を入れると、流通式吸収装置 (攪拌型) の石炭酸ソーダ水溶液の炭酸ガス吸収における総括吸収係数は、前 (8) 式で表わされる。しかして前述のごとくこの式は 30 分間反応した後の数値であるが、各時間に対しても約 $\pm 30\%$ の範囲内で、上記実験条件では結果と一致している。



第 8 図



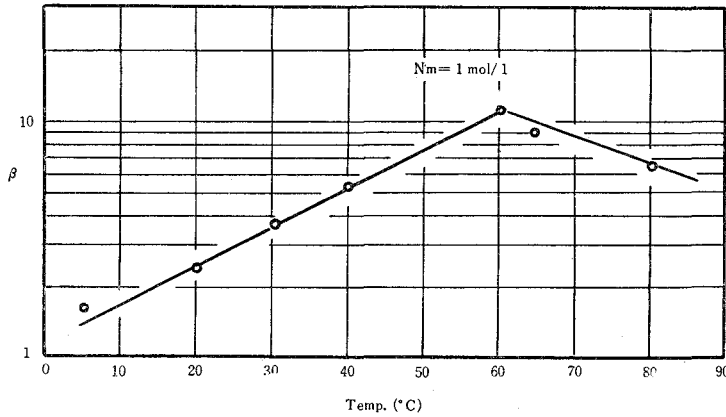
第 9 図

反応係数および反応速度定数

次に $1/K_{0L} = H/k_G + 1/\beta k_L$ 式より反応係数 β を求めてみる。 k_G に関しては測定は困難であることは言うまでもないが、最も完全に近い方法として純粋の液を空気その他の不活性ガス中に蒸発させる方法や、液側で迅速な不可逆反応が起り液の背圧をゼロとみなせるようなガス吸収による方法や、さらに接触面積が既知と考えられる濡壁塔の実験などがある。かつ実験については Shulman¹¹⁾ の純液蒸発、Gilliland¹²⁾、van Krevelen¹³⁾ の濡壁塔、亀井氏、高松氏ら¹⁴⁾ の多孔板塔、Dodge¹⁵⁾、藤田氏⁹⁾ の充填塔実験などがあるが、いずれの場合でも k_G の一定値を得る事は困難とされている。又パッチ式で液表面が流動状態の時 k_G を測定した実験もほとんどないため、本化学吸収は液境膜抵抗が支配的であるとして k_G は無視小とした。

一方液境膜係数 k_L については理論式は分子拡散によるものであり、実験式としては僅かに一般的な van Krevelen⁴⁾、藤田氏ら⁹⁾ の式、および本実験のような攪拌槽については Johnson¹⁶⁾、藤田氏¹⁷⁾ などがある。しかし、今攪拌方法としてインペラーを用いず、回転数も略々一定に保ったマグネチックスターラーを用いたゆえ接触面積も大体既知と考えられる攪拌槽であり、かつ攪拌液の微小表面を瞬間的にとれば、前述の分子拡散の式は適用でき、全体の吸収はそれら微小面積と時間の累積すなわち接触表面積と反応時間と考えても差支えない。ゆえに濡壁塔で求めた平板流の解の理論式 $k_L = (6 D_L \bar{u} / \pi z)^{1/2}$ に \bar{u} に Nusselt の理論式を入れて求めた k_L を適用してみる。この値は充填塔その他の液表面の状態の変化するような実験装置で行なった他の実験式でもチェックしたが、殆んど一致したゆえこれを採用した。

以上のようにして求めた数値より上述の式より β を求めれば第 2 表第 10 項のごとくなり、溶液温度による影響を求めると第 10 図のように、反応温度 60°C 付近で β の最大値を得る事は K_{0L} の場合と同様である。すなわち、60°C 付近になると溶液の水蒸気圧が大になり、吸収速度が減少することの他に反応機構その他にも変化あることを示している。



第 10 図

この反応係数 β より $\beta = r / \tanh r$, さらに (5) 式より, 本吸収反応の見掛けの反応速度定数 k_{II} を求めてみると第 2 表第 8 項に示す数値が計算される。この結果, k_{II} の温度に対する影響を求めて第 11 図に図示すると

$$\log k_{II} = 12.072 - \frac{2100}{T} \quad [\text{m}^3/\text{kg mol} \cdot \text{hr}] \quad (9)$$

を得, 苛性ソーダ-炭酸ガス系で Faurholt¹⁰⁾ の得た。

$$\log k_{II} = 16.746 - \frac{2796}{T} \quad [\text{m}^3/\text{kg mol} \cdot \text{hr}] \quad (10)$$

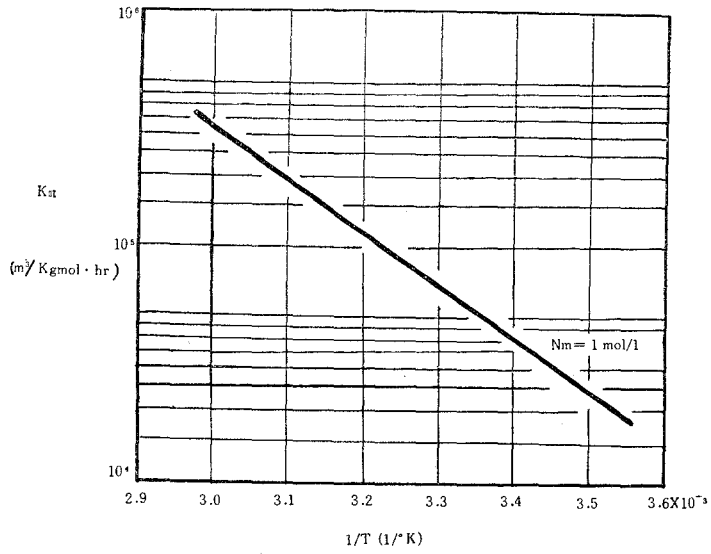
に類似の表現が出来, $k_{II} = Ae^{-E/RT}$ より活性化エネルギーを求めれば 20°C で

$$\text{石炭酸ソーダ-炭酸ガス系} \quad E = +9630 \quad \text{kcal/kg mol}$$

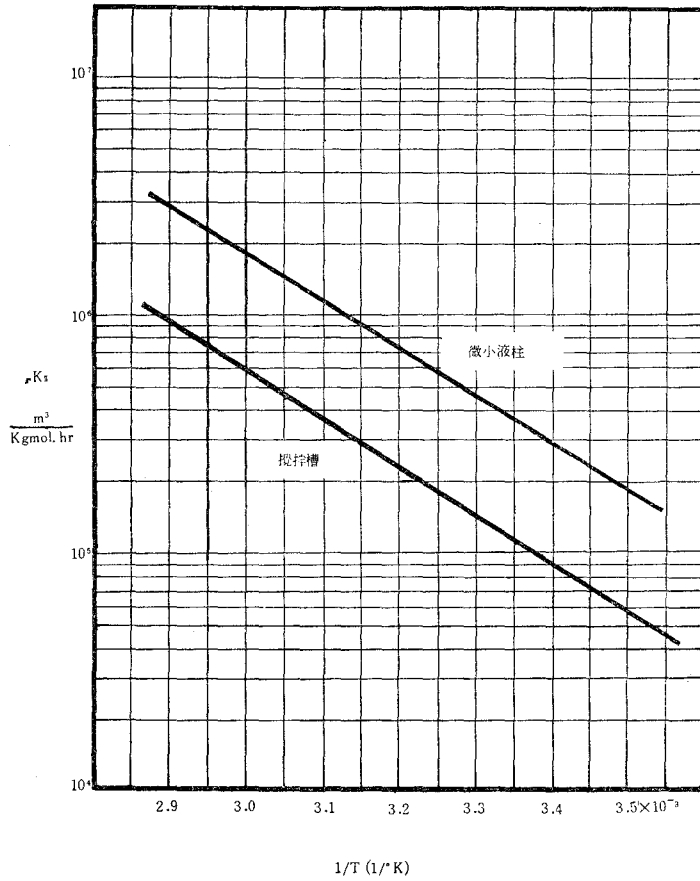
$$\text{苛性ソーダ-炭酸ガス系} \quad E = +12800 \quad \text{kcal/kg mol}$$

となり, 約 25% 低い活性化エネルギーが得られ, 又頻度係数 A [hr^{-1}] を求めて見ても苛性ソーダ-炭酸ガス系より相当反応速度が遅いことが判明する。

しかし, この結果を前節の微小液柱実験に比較してみると, 第 12 図のごとくなる。すなわち, 微小液柱実験と類似の吸収模型を攪拌槽実験に求めた。今, 前者の実験で一定時間後吸収して貯槽にたまった液量と後者の実験で吸収を行なう送入液量と相等しいとし得るゆえ, 単位時間当りのガスに接触する液量が知れる。この場合送入液量 105 ml で吸収時間 30 分ゆえ 0.08 ml/sec である。このため前者の実験に類似すると考えたゆえこの流体の攪拌による移動の線速度は 17.66 cm/sec となり, 接触時間は 8.42/100 秒となる。この時の流量は 4.82 ml/min でありこのときの微小液柱実験における吸収速度 N_s , 反応速度定数 k_{II} を求めれば第 3 表のごとくなる。すなわち, 攪拌槽実験は微小液柱実験より平均 1.5 倍小さい値が得られるが, この原因として接触時間が小さいためであり, 攪拌を更に激しく行ない, 接触時間を 5/100 秒付近で充分



第 11 図



第 12 図

に前述の k_G , k_L , H' などの数値を採用でき、かつ現在まで適用した仮定も満足され、攪拌槽実験で吸収機構も推定できることが判明した。

又八田氏は非定常拡散の理論で、苛性ソーダ-炭酸ガス系で

第 3 表

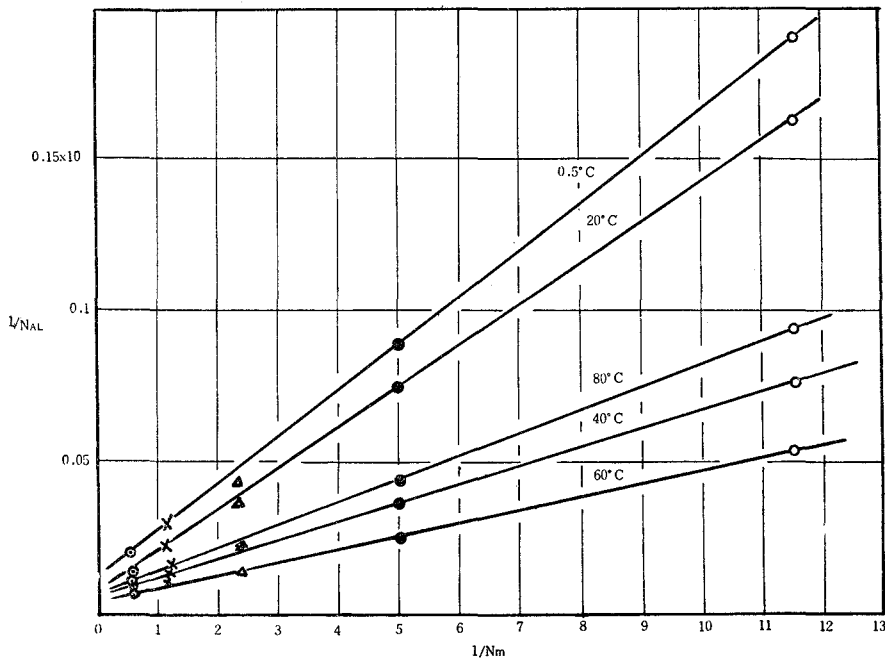
Temp. (°C)	$N'_2 \times 10^6$ (mol/cm ² ·sec)	$(k_{II})'$ (ℓ/mol·sec)	(k_{II}) (ℓ/mol·sec)
60	2.1	946	1290
40	1.5	371	600
20	1.0	123	300
10	0.5	81.3	120

$$N_{AL} = (C^* - C_L) \left\{ \frac{H}{k_G} + \frac{1}{\sqrt{k_{II} N_m D_L}} \right\} \quad (11)$$

を書きかえ、

$$1/N_{BL} = (a)_1 + (a)_2 / \sqrt{N_m} \quad (12)$$

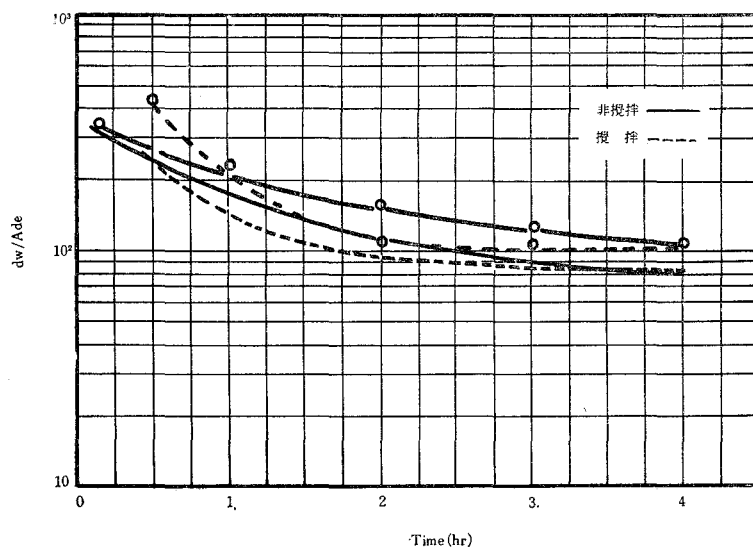
とし、 $1/N_{AL}$ 対 $1/\sqrt{N_m}$ を点綴した。結果 $(a)_1$ が負となり、したがって k_G が負となり理論に合わなかった。しかるにこの吸収を CO_2 1 mol と NaOH 2 mol の反応ゆえ、反応速度を $k_{II} C N_m^2$ と考えると前式は $1/N_{AL} = a_1 + a_2/N_m$ となり、 $1/N_{AL}$ と $1/N_m$ を点綴して二次反応を満足した。本反応系もこの場合と同様に考え $1/N_{AL}$ 対 $1/N_m$ を点綴せるに第 13 図のごとく直線が得られ、二次反応であることが確認された。



第 13 図

攪拌の影響

吸収平衡の実験¹⁹⁾で、攪拌の影響は液量が少なく、接触面積が比較的大きい本反応系に対しては、反応速度には影響を与えるが、反応平衡には余り影響を与えないものと考えてきたが、その関係の一例を第14図に示す。すなわち、反応温度 20°C の場合の吸収速度を時間に対して点綴したもので、液を攪拌した時は、気液は接触の初期に反応が急激に、その後は緩慢に進行するが、液を攪拌しない時は反応速度は時間に対して緩慢に略々一定で進行する。而して反応開始後 3~4 時間吸収をつづけていると、吸収速度に対する攪拌の影響はほとんど認められない。以上のことより溶解平衡の場合には長い時間気液を接触させている状態ゆえ、攪拌の影響を無視しても差支えない。一方反応速度については反応開始後 30 分間で約 50%，1 時間で約 75% 反応速度が減少し、攪拌の影響は無視し得ないことが明らかになった。



第 14 図

結 言

石炭酸ソーダ水溶液による炭酸ガスの吸収反応を (1) 微小液柱実験, (2) バッチ式攪拌槽実験で吸収速度を追究し次の結論を得た。

1. 微小液柱による吸収実験で反応速度定数を求めた。又接触時間 5/1000~5/100 秒の範囲内ではバッチ式攪拌装置による吸収実験とともに理論値と実測値がよく一致した。
2. 不可逆二次反応であることを確認した。
3. バッチ式攪拌槽実験で炭酸ガスの異常吸収を認めた。
4. 総括吸収係数, 反応係数を求め, 温度, 溶液濃度との関係式を求めバッチ式工業装置の指針とした。

5. 攪拌の影響を検討し、反応平衡にはほとんど影響を与えないが、反応速度に対しては反応初期に影響の激しい事を認めた。

終りに本研究に終始御指導を賜った京大教授、水科篤郎先生および高松武一郎先生に厚く感謝致します。

(昭和36年5月1日受理)

引用文字

A_m	アルカリ濃度	[mol/l], [kg mol/m ³]
C, C^*	液中のCO ₂ の濃度 (*は平衡を表す)	[mol/l], [kg mol/m ³]
D_L	溶液の拡散係数	[cm ² /sec], [m ² /hr]
E	活性化エネルギー	[kcal/kg mol]
H_0'	溶液に対するヘンリー定数	[kg mol/m ³ · atm]
k_{II}	反応速度定数	[l/mol · sec], [m ³ /kg mol · hr]
K_{oL}	総括吸収係数 (液基準)	[m/hr]
N, N_e, N_A	吸収速度	[mol/cm ² · sec], [kg mol/m ² · hr]
t	温度	[°C]
u	線速度	[cm/sec]
V	容積	[l]
z	塔高又は移動距離	[m]

文 献

- 1) Lewis & Whitman: I. E. C., **16**, 1215 (1924)
- 2) Higbie: Trans. Am. Inst. Chem. Eng., **31** 365 (1935)
- 3) Danckwerts: I. E. C., **43**, 1490 (1951)
- 4) van Krevelen: Chem. Eng. Progr., **44**, 529 (1948)
- 5) 藤田: 化工., **18**, 64, 73, 216 (1954)
- 6) 松山: 化工., **14**, 245, 249 (1950)
- 7) 八田: 工化., **35**, 1389, 1397 (1936)
- 8) 吉田: 化工, 東北大会 (於秋田) (1959. 10)
- 9) 木村: 日化, 北海道大会 (於釧路) (1957. 7)
- 10) Faurholt: J. Chem. Phys., **21**, 400 (1924)
- 11) Shulman: A. I. Ch. E. J., **1**, 253 (1955)
- 12) Gilliland & Sherwood: I. E. C., **26**, 516 (1934)
- 13) van Krevelen: Rec. Trav. Chim., **69**, 503 (1950)
- 14) 亀井, 高松: 化工., **20**, 71 (1956)
- 15) Dodge: I. E. C., **33**, 485 (1951)
- 16) Johnson: A. I. Ch. E. J., **2**, 412 (1956)
- 17) 藤田: 化工大会発表 (1955, 5)
- 18) 富士鉄化成資料 (1949. 11)
- 19) 木村: 化学工学協会第22年会 (1958. 4)



タール酸ソーダ水溶液分解装置の化学工学的検討

木 村 一

Chemical Engineering Studies for the Carbonators of the Sodium Cresylate.

Hajime Kimura

Abstract

Author described at previous papers that the chemical absorption of carbon dioxide in sodium phenolate solution were carried out by laboratory methods. Used these results, discussed the equipment designs, the operating conditions and the others for the industrial carbonators.

The results obtained is:

1. The tar acids are recovered by the bubble-cap column in which contained 16 plates,
2. The cost of the cake removal operation may be 1/3,
3. Gas rate was obtained at 21.4 m³/hr in this packed columns, approximately.

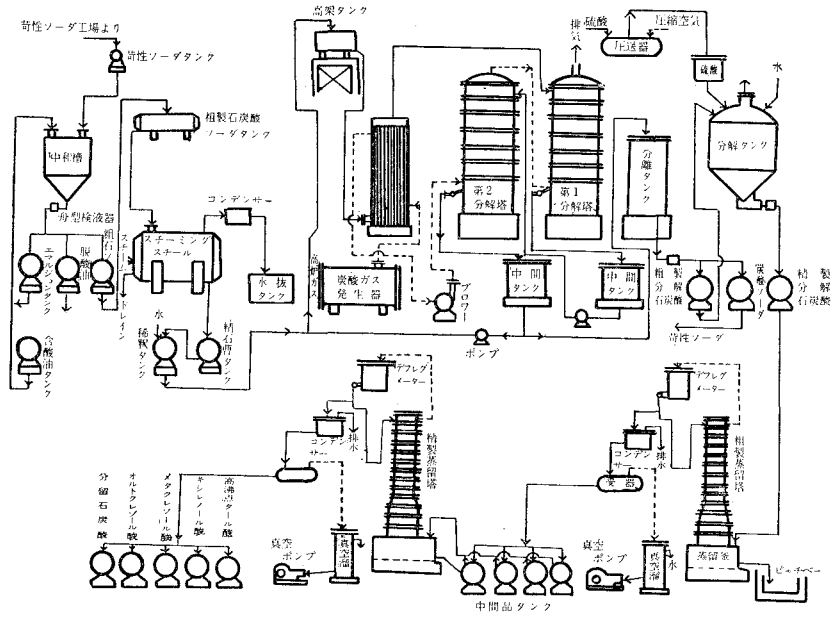
1. 緒 言

現在タール酸ソーダ水溶液分解塔には連続的装置として主に泡鐘塔，次いで充填塔が，稀に加圧吸収塔(充填塔)が使用されている。又回分式装置には流通式攪拌槽が使用されているが，現在そのほとんどが連続的に切り換えられつつある。著者らは先に¹⁾ 反応吸収の解析に必要な基礎的物性値を求め，溶解平衡実験²⁾，吸収速度実験³⁾などを行ない，更に濡壁塔，充填塔，泡鐘塔などの実験室的装置を用いて，石炭酸ソーダ水溶液による炭酸ガスの吸収の基礎的資料を得た。本報では工業的分解塔の装置，操作の現況を述べるとともにさらに前述のごとき基礎的データに基いてこれらを比較検討した結果を述べるものである。すなわち，現在稼働中の連続式装置(主として泡鐘塔，さらに充填塔，加圧吸収塔)について，装置設計の妥当性，作業条件の再検討，保全改修に対する研究事項などの点を追究したものである。

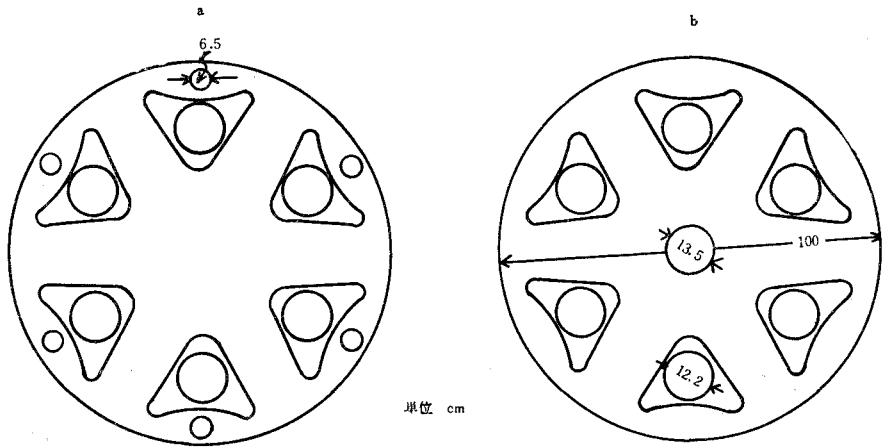
2. 泡 鐘 塔

2.1 装置および作業の概要

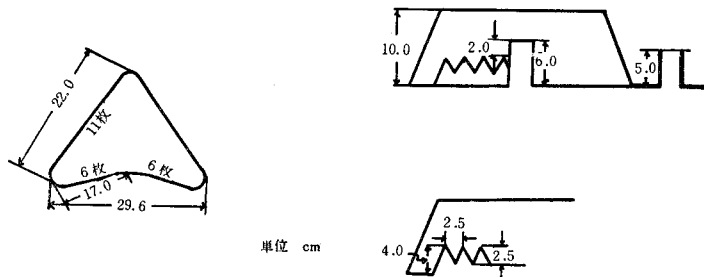
装置：対象とした泡鐘塔はA社の分解塔で，第1図にフローシートを，第2図に泡鐘の配置を，第3図に泡鐘の形状寸法を示す。分解塔はコラム内径1000mm，段間隔100mm，1ピース3段で12ピース36段を有する泡鐘塔で，泡鐘は3角形で，スロットは3角切欠である。1ピ



第 1 図



第 2 図



第 3 図

ース3段の内容は第2図に示すごとく、小さな溢流管6個が周囲にある段aと大きな溢流管1個が中央にある段bとが交互にあり、各段に同じ寸法のライザーが6個付設されている。

作業ならびに実験の概要：作業の概要を示せば、タール酸をソーダ塩として抽出し、更にスチーミングを行なって分解塔内流下液の温度降下を防ぎ、タール酸の濃度 20 vol. % に稀釈したタール酸ソーダを、地下タンクよりウオシントンポンプで原料タンクに装入し、原料装入用タービンポンプでローターメーター、熱交換器、加熱器を経て分解塔々頂より連続的に装入する。一方、発生炉ガス (20.0 vol. % 炭酸ガス) は分解塔直前において蒸気を飽和し、分解塔に底部より吹き込む。分解塔内では流下タール酸ソーダは上昇炭酸ガスにより分解され、塔底よりセパレーターに流入し、比重差により分解タール酸と炭酸ソーダの2層に分離され、分解タール酸はオーバーフロー管より、又炭酸ソーダはU字管より連続且つ自動的にそれぞれのタンクに流入する。

通常運転中の作業条件は、入口ガス量 650 Nm³/hr, 入口ガス組成(炭酸ガス) 17.2 vol. %, 入口ガス温度 57.5°C, 出口ガス温度 50°C, 入口液量 0.5 m³/hr, 入口液組成(タール酸ソーダ) 約 17.5%, 入口液温度 42°C である。この通常作業条件に対して、次のごとく条件を変化して工業操作を試験検討してみた。すなわち、入口液流量を 0.423, 0.848, 1.031 m³/hr, 入口ガス流量を 500, 640 m³/hr と変化せしめて分解率その他の関係を求めてみた。なお堀口ら⁴⁾ は原料液挿入段とガス流量を変化して実験した報告がある。

液の分析方法は、タール酸(粗製分解タール酸) 約 1 g を取り、これに 1 N 苛性ソーダ水溶液 10 ml, 1 N 塩化バリウム 3 ml を加えて蒸留水で 100 ml に稀釈する。これを 1 N 塩酸水溶液で電導度滴定を行ない、既報の分析方法で述べたごとく(註1参照)含有タール酸量を算出する。ガスの分析方法はオルザット法を用い、試料採取は液ガスともに一定時間毎に吸収塔の出口、入口で分析する。

2.2 作業実験成績

第1表に試験結果および計算値の大略を示す。このとき泡鐘塔の1ピース3段は段aと段bとが交互にあり、それぞれの段で濡れ縁の長さが異なる。そのため $(R_e)_L$ あるいは K_{oL} の数値にも影響を与えて来る。計算の場合は、 $(R_e)_L$ を濡れ縁当りの流量を基準として考え、近似的に段上を液が流れる時に塔の中心で液の流れに直角な断面を基準にとり、この断面における濡

(註1) 電導度滴定法で全タール酸分などは次式によって求める。(第4図参照)

$$\begin{aligned} \text{全タール酸分 (\%)} &= \left\{ \frac{(\text{AB部の1N塩酸の所要ml数})(f_{\text{HCl}})}{(10)(\text{試料g数})} \right\} \times (\text{タール酸平均分子量}) \\ \text{分解タール酸分 (\%)} &= \left[\left\{ \frac{(\text{添加1N苛性ソーダの所要ml数})(f_{\text{NaOH}})}{(10)(\text{試料g数})} \right\} \right. \\ &\quad \left. \times (\text{タール酸平均分子量}) \right] - (\text{全タール酸分}) \\ \text{分解率 (\%)} &= \frac{\text{分解タール酸分 (\%)}}{\text{全タール酸分 (\%)}} \times 100 \end{aligned}$$

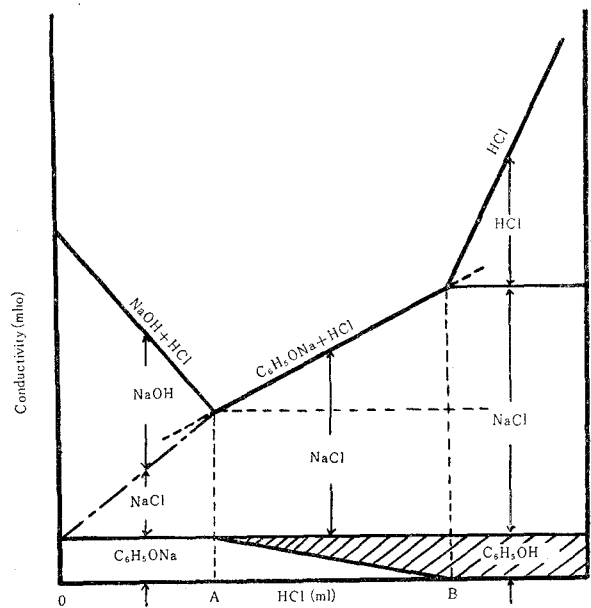
第 1 表

Exp. No.	1	2	3	4	5	6	7
Gas Vol. (m ³ /hr)	500	500	500	500	640	640	640
Gas Conc. (%)	16.91	17.85	17.25	17.40	12.52	16.05	16.51
Liq. Vol. (m ³ /hr)	0.38	0.60	0.78	0.95	0.60	0.80	1.00
Liq. Conc. (%)	18.90	17.16	16.28	15.40	24.23	23.80	23.80
Sp. Gr.	1.091	1.091	1.088	1.088	1.123	1.123	1.123
Absorbed (%)	24.50	34.50	40.47	47.23	36.41	49.24	59.80
Gas Temp. (°C)	57.5	"	"	"	69	70.5	70.5
Liq. Temp. (°C)	41	60	"	"	50	42.5	39
Decomp. ratio (%)	100	100	100	100	86.81	90.10	84.50
$N_{AG} \left(\frac{\text{kg mol}}{\text{m}^3 \cdot \text{hr} \cdot \text{atm}} \right)$	1.39	1.945	2.295	2.72	2.04	2.804	3.395
K_{0G}	112.1	154.5	205.45	253.8	250.5	277.2	357.2
$T_A \times 10$	266.2	420.1	544.0	664.0	433.0	577.5	721.0
$T_B \times 10$	321.0	494.0	639.0	780.0	508.0	678.0	848.0
$(R_e)_L \times 10$	207.0	535.0	765.5	967.0	270.3	317.0	348.5
$(K_{0L})_{\text{exp}}$	4.73	1.71	1.90	1.95	5.55	9.83	5.47
$(K_{0G})_{\text{exp}}$	35.0	12.0			69.5		

れ縁基準の $(R_e)_L$ をとった。すなわち、第 5 図の太線の部分で、段 a については 0.1558 m、段 b については 0.1325 m であった。ゆえにこれより濡れ縁当りの流量を求め、この流量の 4 倍を粘度で割って $(R_e)_L$ を求め、段 a、段 b の平均値を求めたのが表にある $(R_e)_L$ である。又 z' のとり方については近似的に吸収による液測濃度勾配を上段の溢流管より下段の溢流管までの距離と考え、段 a、b 共に 36.2 cm ととりそれより K_{0L} を求めた。

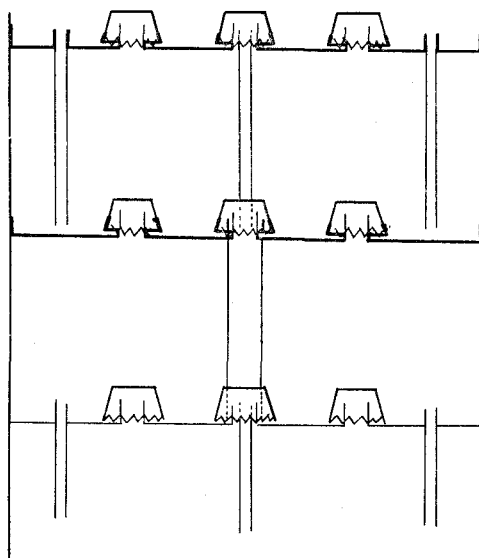
2.3 結果の検討

現在の作業条件は、製品の速かなる生産を考えるために充分な検討も加えずに予備実験のみにて工場を建設し作業条件を決定したもののようである。⁵⁾ そのため装置設計には充分過ぎる位の安全率を考え、作業条件その他にも多分に慣習的なものが見受けられ



第 4 図

る。すなわち、分解塔を泡鐘塔より充填塔に切り換えた場合でも、他の付属設備はそのまま使用し、甚だしいのは作業条件もそのまま使用しているような場合が行われている。このため存在する種々な矛盾に対しても根柢の薄弱な過大の安全率のためか無関心に処理されている場合が多い。A社の場合も作業条件は実験的に決定したが装置の設計は化学工学的考察は加えられていない。今この作業条件における泡鐘塔の理論段数を求めて見れば「見掛けの溶解度係数 H' 」を実験的に得ているゆえ³⁾、出口ガス組成(炭酸ガス) 11.8 vol. % とすれば

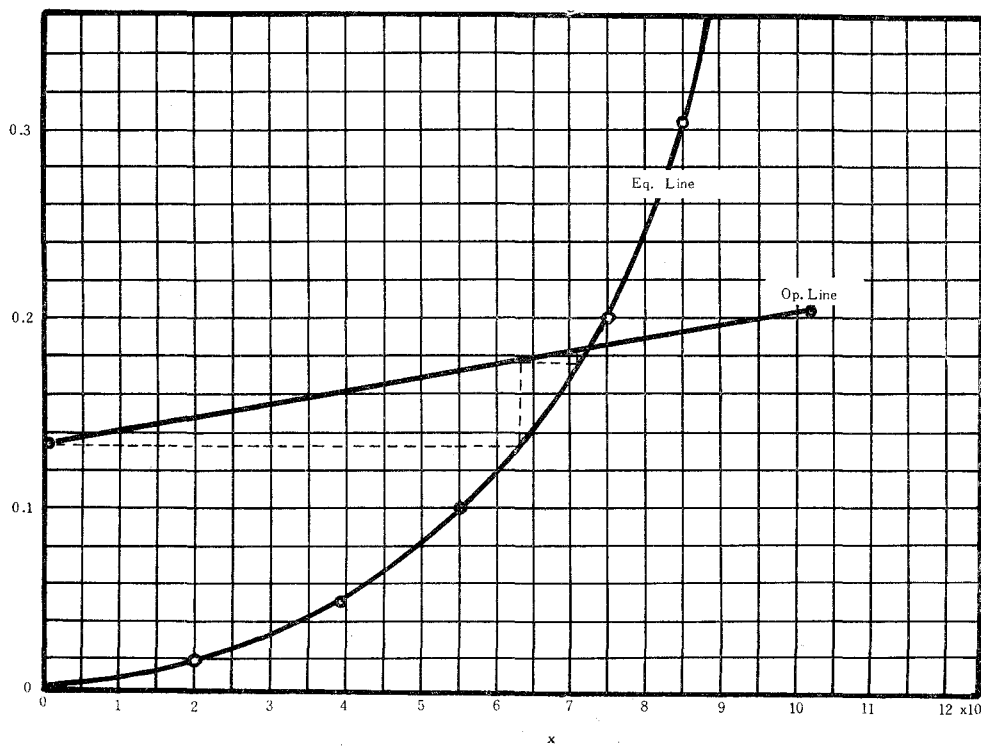


第 5 図

$$y_2 = \frac{11.8}{88.2} = 0.134 \text{ [kg mol-CO}_2\text{/kgmol-Air]},$$

$$y_1 = \frac{17.5}{82.5} = 0.212 \text{ [kg mol-CO}_2\text{/kgmol-Air]},$$

液量 0.5 m^3 に吸収された炭酸ガス量は同伴ガス量が $\left(\frac{650}{22.26}\right)(0.825) \text{ [kgmol]}$ ゆえ、



第 6 図

$$\left(\frac{650}{22.26}\right)(0.825)(0.212-0.134) = 1.88 \text{ kgmol}$$
 となり $x_1 = 1.88 / \{(0.5)(1060) / (34.85)\}$
 $= 0.1235 \text{ [kg mol-CO}_2\text{/kg soln]}$, $x_2 = 0$ かつ第 2 表のごとき平衡関係より平衡曲線, 操作線を図示し, 階段作図法にて理論段数を求めれば第 6 図に示すごとく 2.5 段を得, 段効率を約 32% (実験室的泡鐘実験値より⁶⁾) としても約 10 段で吸収が完了することが明らかである。しかしして 36 段を使用していることは補修維持費ならびにガス圧送機などにかかる動力費の余分の損失を招く許りでなく, スケール除去対策にも影響がある。堀口ら⁴⁾によれば供給ガスは粗製高炉ガスを燃焼して得たものを用いるゆえ, ガス中のダスト, 分解中に生成する炭酸ソーダ, および抽出工程に使用する苛性ソーダ中に混入する炭酸カルシウム等が第 3 表のごときスケールとなってプレート上に沈降するもので, このスケールのプレート, キャップ内測およびスロットに附着することにより圧力損失は 1 カ月に大体 250~300 mm H₂O 増大する。これは正常運転の場合の分解塔の圧力損失 750 mm H₂O に比し非常に動力費の損失を招くゆえ, 分解塔は 1 カ月に 1 回休止して 24 時間温水洗滌を行なうか, 又は解体してスケール除去を行なっている。このスケールは S. G. I. 25 の塩酸不溶解分は 23.23% でスケールの酸洗滌は不適當に思われ, 現在スケール除去の対策を考究中である。何れにしてもこのスケール対策からも適正段数の設定は重要な課題と考えられるのである。

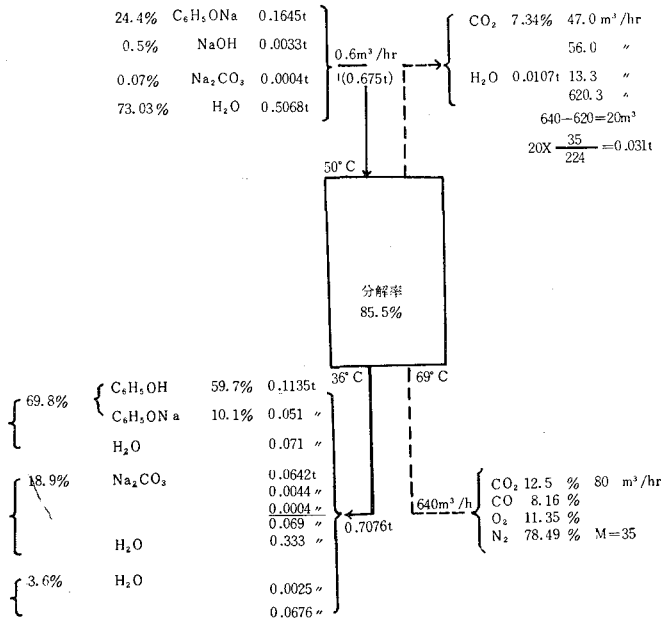
第 2 表

P	0.1	0.3	0.5	0.7	Atm
C	1.85	2.99	2.95	2.79	kgmol-CO ₂ /m ³ Solv. atm
X_i	0.0608	0.0984	0.0970	0.09266	kgmol-CO ₂ /kgmol Solv.
Y_i	0.11	0.43	1.00		kgmol-CO ₂ /kgmol air

第 3 表

場 所 \ 成 分	Si wt %	Al wt %	Ca wt %	Mg wt %	Na ₂ CO ₃ wt %	備 考
分解塔上部スケール	18.40	12.88	2.39	0.14	2.65	Fe なし
分解塔下部スケール	17.51	12.15	2.92	0.08	5.83	Fe なし

又分解塔の物質収支をとって見れば第 7 図のごとくなる。これは一例であるが, 計測器などの不備の点, 測定不能の箇所もあったが, 全工程を炭酸ガス収支を中心に考えればあまり矛盾はない結果となった。今 80 m³/hr の炭酸ガスが, 反応に消費されている 15.3 m³/hr と塔頂より排出される 47.0 m³/hr と合計 62.3 m³/hr が消費されているが, 残量 17.7 m³/hr は液中に溶存している状態になっているものと思われる。この事実は流通式攪拌槽実験でも指摘したごとく³⁾炭酸ガスが理論量まで吸収されてもさらに大量の炭酸ガスが吸収消費され, しかも液分析の結果重炭酸ソーダに移行する前にその様な吸収する機構の存在する結果と一致するものである事は今後の研究に一指針を与え得るものであろう。



第 4 図

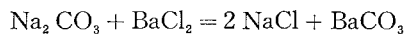
次に K_{OG} の値の検討であるが第 1 表の第 12 項に示すごとく数値の order は合致するが、実験室的泡鐘塔の場合の式

$$K_{oL} = 0.105 (R_e)_L^{0.68} e^{-0.071 L + 1.41 N}$$

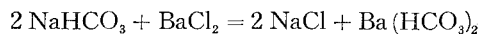
に代入した値より約 1/3 低い値が得られた。これは 1 ピース 3 段の内容で溢流管が中央にあるものと周囲にあるものの平均の $(R_e)_L$ をとり、かつ z' の取り方にも影響があつて、このような低い値が出たものと考えられる。

また原料供給段、ガス流量の影響の検討は研究されているが⁴⁾、分解率 90% では 18 段でよく、24 段以上で液の溢出が行なわれ、30 段以上の段数を有することの無意味さを述べている点注目される。なお同研究によればガス流量は 200 Nm³/hr が限界値で 250 Nm³/hr ではローディング現象が生じている。

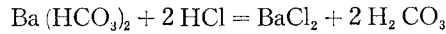
最後に現在行なわれている液分析方法である電導度滴定法であるが、この際炭酸根を塩化バリウムを加えて炭酸バリウムとしてその後、苛性ソーダを加え、塩酸で逆滴定しているが、この際



と同時に



の副反応が生ずる。而して塩酸で逆滴定する場合

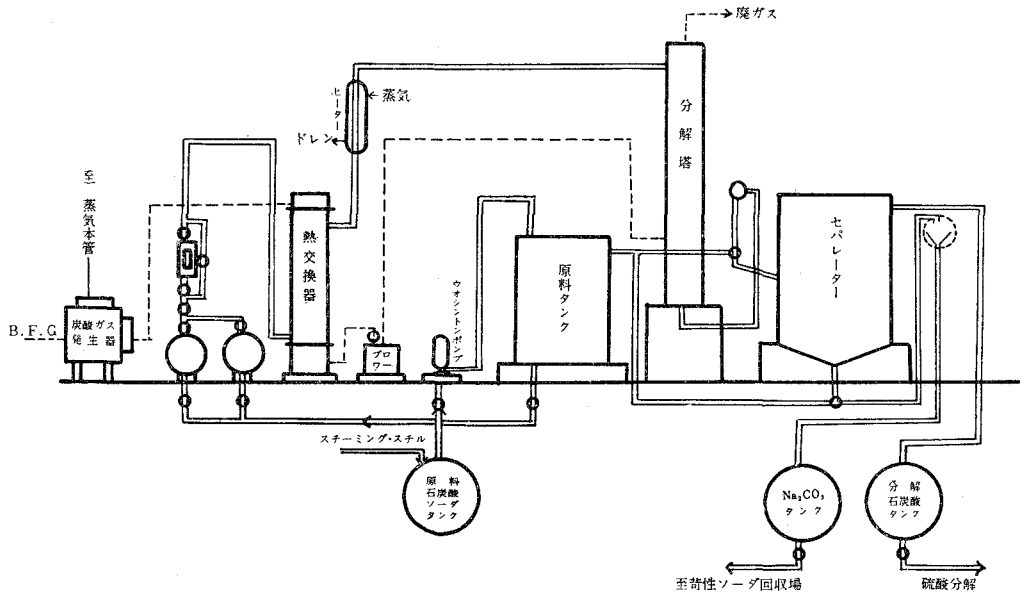


の反応で塩酸が消費される。すなわち重碳酸根に消費される塩酸が電導度滴定の場合現われてくるゆえ、 $\text{Ba}(\text{HCO}_3)_2$ の補正を考慮しなければならない。

3. 充 填 塔

3.1 装置および試験作業の概要

装置：第8図にB社の対象分解塔の常圧充填塔のフローシートを示す。充填塔は内径0.4mの保温した引抜き鋼管で充填層高4mで1"ラッシヒリング不規則充填をし、空間率72.4%で、液分布器には管内壁に沿った円形内管を用い、下方に開いた小孔をもって噴射させた。塔の側面に覗き窓を作り、液流量に対してチャンネリングを起さぬようにガス流量を調節し得るように工夫をしてある。



第8図

作業の概要：作業は前章2.2に全く同様であり、ただ作業条件が多少異なっている。すなわち、入口ガス量 $20\text{ m}^3/\text{hr}$ 、入口ガス組成(炭酸ガス)16%、入口ガス温度 30°C 、出口ガス温度 60°C 、入口液量 $0.130\text{ m}^3/\text{hr}$ 、入口液組成(タール酸ソーダ)約14.53%(比重1.084)、入口液温度 65°C である。この条件をガス流量 $8\sim 36.5\text{ m}^3/\text{hr}$ 、入口ガス濃度(炭酸ガス)6.0~27%に変化せしめ、液流量、液濃度については既報の泡鐘塔実験の最適作業条件の数値⁵⁾をまづ用い、それより充填塔の最適作業条件を見いだすべく試験した。

液、ガスの分析方法は2.1の泡鐘塔の場合と同じであるが、液試料採取は異なり循環され

ている精石曹より採取し、これを分液漏斗で約4時間放置し、上層に分離する粗タール酸を分離して炭酸ソーダ溶液約4gを精秤し、これに対して電導度滴定を行なったものである。

3.2 試験結果と検討

試験結果の一部を第4表に示す。ただ本実験は組織的に行なったものでないゆえ、この結果より直ちに最適条件の決定は困難であるが概略次のことが云い得る。

第4表

Exp. No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gas Vol. (m ³ /hr)	9.6	9.35	8.28	9.6	21.4	30.7	36.2	36.5	30.9	25.3	23.4
Gas Conc. (%)	6.77	6.8	6.2	7.5	16.6	23.3	27.5	26.7	23.6	20.3	19.3
Liq. Vol. (m ³ /hr)	0.143	0.137	0.131	0.128	0.129	0.132	0.132	0.137	0.131	0.124	0.122
Liq. Conc. (%)	14.53	14.53	14.53	14.53	14.53	14.53	14.53	14.53	14.53	14.53	14.53
Sp. Gr.	1.084	1.084	1.084	1.084	1.084	1.084	1.084	1.084	1.084	1.084	1.084
Absorbed CO (m ³ /hr)	6.3	5.93	4.36	4.53	7.2	6.6	5.5	3.7	3.5	1.2	1.2
Gas Temp. (°C)	30	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
Liq. Temp. (°C)	65.2	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
N_{AG}	0.1403	0.1317	0.08752	0.1138	0.4316	0.6092	0.672	0.4212	0.3267	0.09732	0.0899
K_{Ga} (kg mol / m ³ ·atm·hr)	0.8458	0.7653	0.4960	0.5162	0.7916	0.7368	0.6682	0.4162	0.3663	0.1231	0.1204
L (kg/m ² ·hr)	155	148.7	142.0	139	140	143	143	148.6	142	134.2	132.4
a	20.9	20.55	20.35	19.95	19.95	20.35	20.35	20.7	20.35	19.55	19.6
$(R_e)_L$	11.0	10.72	10.34	10.31	10.4	10.4	10.4	10.6	10.34	10.16	10.0
$(K_{Ga})_{exp} \times 10^{-2}$	4.46	4.21	3.68	4.06	7.82	10.56	12.06	12.5	10.6	8.63	8.0

まづガス流量についてであるが、本実験の結果、むしろガス流量が小さい場合に低いガス濃度で作業した場合も吸収抵抗が少ない事が判明したが、吸収炭酸ガス量、総括容量係数 K_{Ga} の点より考えれば実験番号 No. 5, No. 6 の作業条件が良く、現在の操業条件は略々満足すべきものと思われる。而し一方実験室的充填塔より求めた実験式⁷⁾

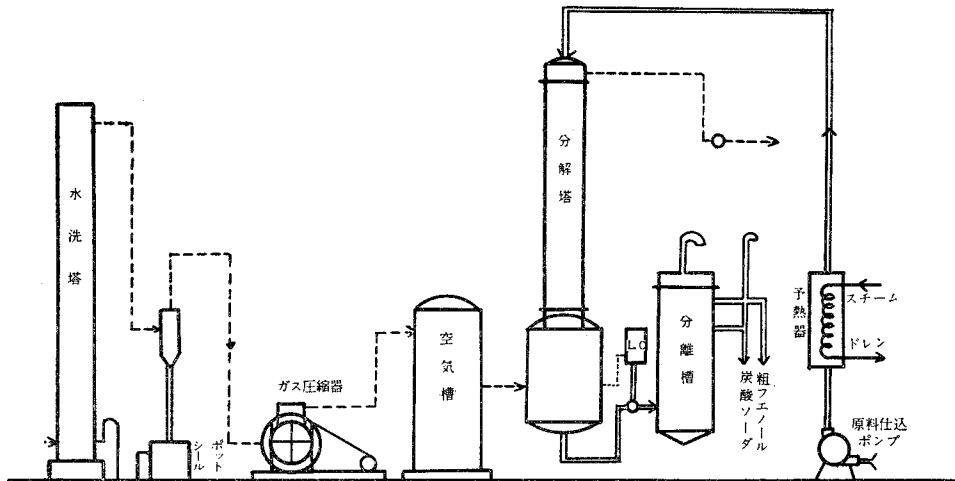
$$K_{Ga} = (1.2)(10^{-4}) N^{0.376} L^{-\frac{344}{T} + 1.815} G^{0.8} \quad (1)$$

によりこの操業条件を当てはめて K_{Ga} を求めて見れば、表に示したごとく 0.0782 [kgmol/m³·atm·hr] で大体において満足すべき結果が得られ、この作業実験の最適条件選定に有効であったことを示している。しかし、液流量は極めて低い値の実験のみで $(R_e)_L$ の影響は有効接触面積に関連し、 $a = 20 \text{ m}^2/\text{m}^3$ という低い値であり、この点相当の改良の余地があると考えられる。少なくとも $a = 50 \text{ m}^2/\text{m}^3$ 位の値でないと一般的な充填塔操業条件としては不利であり、そのため液流量を 0.5 m³/hr 程度が望ましいと考えられる。

4. 加圧吸収塔(充填塔)

4.1 装置および試験作業の概要

第9図にC社の分解塔(加圧充填塔)の概略図を示す。充填塔は15×15mmラッシュヒリング不規則充填した充填層高2.2mの内径4' S.G. P.で空隙率75.0%である。本装置は三宅ら⁸⁾による中間試験装置で分解率増加のための試験結果のみで、解析的な結果はなされていないゆえその数値のみで一応解析してみる。なお吸収作業は他のエタノールアミンの炭酸ガスの低圧吸収などと略々相等しいものとする。図より知る限りでは、スチーミングは行なっているが、循環は行なっていないようである。その他は加圧に対する注意事項を除けば3.1の充填塔作業と同一である。



第9図

4.2 試験結果と検討

試験条件その他得られた結果は第5表のごとくである。原報には述べられていないが、結果より推算して解析に必要な数値を求め一括記載した。

加圧吸収の場合、最も検討を要すべき圧力の影響を求めてみれば、得られた数値より計算して総括吸収係数 $K_{Gp} \cdot a$ 、液濃度に対し

$$K_{Gp} \cdot a = 11.0 p^{-0.78} e^{0.0283 N_m} \quad (2)$$

で表わせるごとく、圧力の0.78乗に逆比例して減少することが明らかであり、 $K_{Gp} \cdot a$ の常圧の場合の数値と上式で $p=1$ の場合の数値と略々一致している点より上式は10気圧以内の加圧吸収には便利であると考えられる。すなわち、装置の設計において、まづ(1)式より常圧でしかも諸因子の影響より作業条件に合致する $K_{Gp} \cdot a$ を求め、これと加圧した $K_{Gp} \cdot a$ が $p^{-0.78}$ に比例

することより両者の比をとり $K_{Gp} \cdot a$ を求め、

$$N_A = z \cdot K_{Gp} \cdot a \cdot (\Delta p)_{lm}$$

で所要炭酸ガス量を決定して塔高を決定すればよい。しかし本法は $K_{Gp} \cdot a$ に対する $(R_e)_L$ 、液濃度などの影響を飽くまで常圧の場合に適用できるとした便法であることは言うまでもなく、機構の解析、装置の正確な設計には加圧下の「見掛けの溶解度係数」その他の物性値などを求め、それにより計算しなければならないのは当然である。

第 5 表

Exp. No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tower Press (kg/m ²)	4.05	4.0	4.0	4.03	5.0	5.0	4.97	5.0	6.0	6.03	6.0	6.0
Gas Vol. (m ³ /hr)	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0
Gas Conc. (%)	14.4	13.5	13.8	13.7	13.8	14.4	13.1	13.3	14.1	13.5	13.4	13.8
Liq. Vol. (m ³ /hr)	0.145	0.150	0.155	0.150	0.150	0.150	0.150	0.150	0.150	0.150	0.150	0.150
Liq. Conc. (kg·mol/m ³)	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293	1.293
Absorbed CO ₂ (m ² /hr)	6.48	7.13	8.35	7.70	5.73	7.37	8.64	8.05	6.49	7.46	8.40	8.94
Liq. Temp. (°C)	60	69.6	80	91.4	59.8	69.4	80.8	88.7	59.8	70.4	80.5	91.5
N_A	3.695	4.065	4.761	4.390	3.267	4.202	4.926	4.590	3.700	4.253	4.789	5.097
K_{Ga} (kg·mol/m ³ ·atm)	4.549	6.302	9.174	7.865	3.262	4.70	8.08	6.280	3.33	4.707	6.822	7.682
a	20.3	19.76	22.6	22.75	21.85	21.65	22.4	22.8	20.5	21.66	22.13	22.8
$(R_e)_L$	10.42	12.65	12.21	12.2	11.8	11.5	11.92	12.2	10.7	11.5	12.1	12.2
$(K_{Ga})_{1 \text{ atm}}$	5.88	8.22	11.50	13.83	5.94	8.25	11.32	13.87	6.00	8.28	11.19	15.34

5. 結 言

各種分解塔に対して工場実験を行ない、装置作業条件を検討するとともに、実験室的分解塔の試験結果を適用して追究し、下記のごとき多くの結論を得た。現在の操業について

1. 泡鐘塔の段数は 36 段は不合理である。
2. 吸収炭酸ガス量と供給炭酸ガス量との間に追究すべき問題を含んでいる。
3. 液分析法は電導度滴定法のみでは不正確である。
4. 充填塔の作業条件は略々良好と考えられるが液流量の増加が望ましく、それに対応した作業条件を設定すべきである。
5. 加圧吸収塔設計の一指針を示した。

(昭和 36 年 5 月 1 日受理)

引用文字

a : 気液の有効接触面積 [m²/m³]

K_{Gg} : 総括物質移動係数 (ガス基準) [kgmol/m³·hr·atm]

- K_{oL} : 総括物質移動係数 (液基準) [m/hr]
 L : 液の質量速度 [kg/m²·hr]
 N : ガス吸収速度 [kgmol/hr] 又は [kgmol/m²·hr]
 T : 濡れ縁の長さ [m]
 z' : 段上を通過する流体の水平長さ [m]
 z : 塔 高 [m]
 $K_{Gp,a}$: 加圧されているときの総括吸収係数 [kgmol/m³·hr·atm]

文 献

- 1) 木村 et. al.: 室蘭工大研究報告 3 巻 3 号, 451 (1960)
- 2) 木村: 化学工学投稿中
- 3) 木村: 本号投稿中
- 4) 堀口 et. al.: 富士製鉄技報 4 巻 4 号, 391 (1955)
- 5) " : 富士製鉄化成資料 (1954 年 12 月)
- 6) 木村: 化学工学大会 (東京) 発表 (1958 年 4 月)
- 7) 木村: 化学工学大会 (京都) 発表 (1959 年 4 月)
- 8) 三宅: タール協会関東大会発表 (1934 年 8 月)

土壤による鑄鉄の腐食に関する研究 (第2報)

埋没深度の影響について

杉田 治八郎

A Study of the Soil Corrosion of Cast Iron (2)

Effect of Depth of Burial

Jihachiro Sugita

Abstract

In order to investigate the effect of depth of burial on the soil corrosion of cast iron, the present writer buried the cylindrical specimens at different depths in the volcanic ash soils of Tokachi District. Moreover, the various laboratory investigations were also attempted to make use of the same soils as the above mentioned. The results obtained in both field and laboratory tests are summarized as follows:

With depth of burial the corrosion decreased gradually near the surface of the ground or at considerable depths, but the specimens corroded more rapidly at the greater depths from 15-20 cm to 60 cm. Every penetration curve showed the two inflexion points. These may be mainly due to the differences of contents in soils of moisture, calcium, phosphate and water soluble matters.

1. 緒 言

さきに¹⁾, 保護被覆を施した鑄鉄の十勝火山灰土壤による腐食性について屋内および屋外試験を行ない, 処理法, 試験片形状, 土壤水分, 温度等の腐食に及ぼす影響について検討を試みたが, 今回は更に, 同一地土壤に於いて深度の方向に物理的および化学的性質の相異なる土層が見られることに着目し, 深度の変化が腐食に如何なる影響を及ぼすかについて種々の試験を行なった。比較の便宜上, さきの実験と同一の試験区土壤について, 円柱状市販鑄鉄のみを使用して実験を行ない, 次に述べる如き結果を得た。

2. 実験方法

2.1 屋外腐食試験

4 m × 9 m の矩形形状屋外試験区を設定し, 各頂点附近 I~IV の 4 区に於いて深度 5~35 cm, 矩形中心部に設けた V 区に於いて深度 5~45 cm に亘り垂直に埋没された各 1 組の試験片について腐食試験を行なった。試験片は, 旋盤で精密に仕上げた円柱状 (15 φ × 50 mm) のもの 6 個

を1組とし(V区のみ8個1組),各試験区に於ける試験片が常に一定配列を保って埋没され得る様に各片一端面に適当な刻印を施し,また端面に於ける腐食を防止すべく各片両端面をセロテープで封じた。埋没に当っては,初めに3/8"φ鉄棒を用いて土中垂直に穿孔し置き,15mmφ木棒により15φ×50mmの円錐状案内片を深度35cm迄圧入,次いで6個の試験片を所定の配列に従って順次埋没し,直ちに該当する表土を再び埋め戻した。各回試験終了後は,3"φ鉄管を深度45~50cmに打ち込み,埋没状態の試験片組を土壌と共に一挙に抜き去ってのち各試験片を取り出し,各片についてワイヤブラシ処理,セロテープ,附着土および鉄銹を除去,無水アルコール洗滌を行ない,腐食減量を精確に秤量した。

なお11月以降は表土の凍結が始まり,試験片抜き取りは次第に困難になった。

2.2 屋内腐食試験

a. 屋内埋没試験 前記屋外試験V区の附近に深さ約1mの細長い箱型溝を掘り出し,新らしく露出した側壁部について所定深さの土壌を採取して250cc広口瓶中に入れ,各瓶につき1個ずつの円柱状試験片(5φ×25mm)を埋没,密栓する。試験終了後の処理は2.1と同様である。

なお,各種分析に当っては,同様の方法で得られた該当土壌を試験に供した。

b. 細菌の影響 前報に於ける屋外腐食試験No.101~116で得られた鉄銹Aおよび屋内腐食試験(No.39~42,50°C,水分29.10~71.97%)で得られた鉄銹Bを後者試験用土壌と混合したものと鉄銹を含まぬものの3種類に分け,夫々について120°C,20分間オートクレープ中滅菌したものと未滅菌のものを作り,之等を0.5%寒天液30cc中に1%混入して20°Cに保ち,円柱状試験片(10φ×50mm)の細菌による腐食について検討を試みた。

以上2.1および2.2の実験に使用した3種類の円柱状試験片は同一の市販鑄鉄より作成したもので,その平均組成は第1表の如くである。

第1表 試験片の化学組成

T. C	G. C	Si	P	Mn	S
3.64%	2.41%	1.54%	0.354%	0.373%	0.100%

2.3 実験期間

本実験は昭和32年10月より昭和33年2月に亘り,帯広畜産大学に於いて行なったものであるが,各実験開始および終了年月日は次の如くである。なお,試験片No.211~258は屋外試験に使用した。

試験片 No.	211~246	年月日 年月日	271~281	年月日 年月日
		32.10.18~33.2.20		32.11.13~33. 1. 6
	251~258	32.11.27~33.2.20	285~287	32.11.26~33. 2.12
	260~266	32.11.27~33.2.12	290~292	32.10. 2~32.10.28

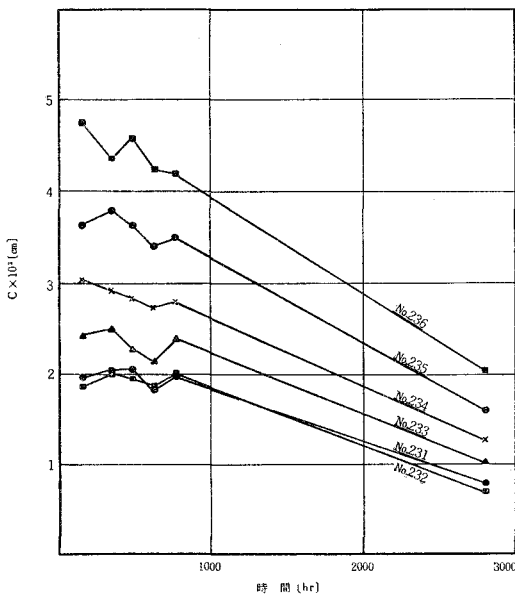
3. 実験結果および考察

3.1 屋外試験について

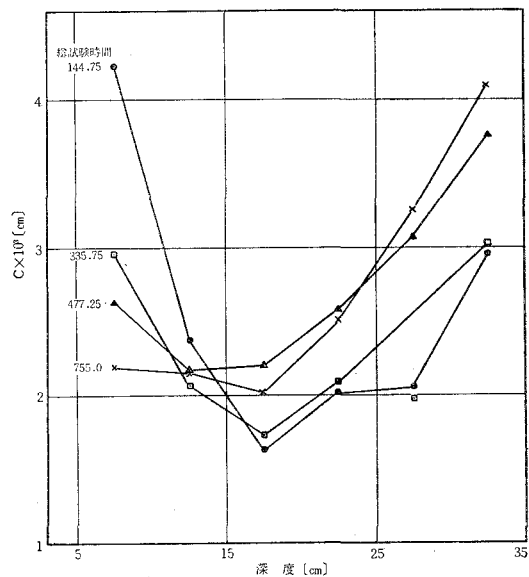
I~IV 区に於いて試験片 No. 211~246 を用い 6 期間, 2794.5 時間, V 区に於いて試験片 No. 251~258 を用い 1 期間 (I~IV 区第 6 期間に相当), 2039.5 時間の埋没腐食試験を行ない, 5 cm 毎の各片腐食減量を測定し第 2 表の結果を得た。また, 前報と同様に 100 日間平均侵食度 C [cm] (減少表面積の補正は行なわなかった)

$$\text{平均侵食度 } C = \frac{2400 \times (\text{腐食減量})}{(\text{比重量}) \times (\text{表面積}) \times (\text{総試験時間})}$$

を用いて侵食度一時間 (III 区例), 侵食度-埋没深度 (I 区例) の相関曲線を求め, 第 1 図, 第 2 図が得られた。



第1図 屋外侵食度の時間的変化 (III 区)



第2図 屋外侵蝕度の深度別変化 (I 区)

第 2 表下欄に於ける気象関係数値は, 帯広畜産大学構内にての村越氏観測結果²⁾ に基くものである。本実験区中 I~IV 区について, 各深度に於ける乾燥土壌基準含有水分 (以下の水分についても同じ) および土色を第 3 表に, pH 値を第 4 表に示す。各表供試土壌は夫々 10 月 24 日および 11 月 16 日採取分を使用, pH 試料は 4g に 2.5 倍量の水を加えて振盪, 静置後の上澄液について測定した。

第2表 屋外腐食試験結果

試験片 番号	重量 [g]	試験 分区	深度 [cm]	試験番号および腐食減量 [g]					
				1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
211	63.7095	I	5~10	0.0433	0.0703	0.0887	0.1003	0.1177	0.1703
212	63.0009		10~15	0.0241	0.0488	0.0731	0.0869	0.1154	0.1656
213	63.8866		15~20	0.0165	0.0392	0.0733	0.0886	0.1068	0.2154
214	63.1109		20~25	0.0206	0.0493	0.0866	0.1087	0.1333	0.2654
215	63.7475		25~30	0.0212	0.0470	0.1038	0.1361	0.1745	0.3906
216	63.3969		30~35	0.0301	0.0717	0.1268	0.1721	0.2189	0.5502
221	63.4505	II	5~10	0.0292	0.0600	0.0826	0.0932	0.1056	0.1333
222	63.2719		10~15	0.0219	0.0439	0.0727	0.0963	0.1092	0.1460
223	63.0547		15~20	0.0226	0.0474	0.0720	0.0916	0.1020	0.1432
224	63.4774		20~25	0.0170	0.0412	0.0571	0.0840	0.0989	0.1538
225	63.3859		25~30	0.0202	0.0539	0.0802	0.1095	0.1390	0.2121
226	63.4985		30~35	0.0463	0.1010	0.1514	0.1884	0.2382	0.3891
231	63.5227	III	5~10	0.0202	0.0485	0.0692	0.0798	0.1064	0.1552
232	63.4279		10~15	0.0190	0.0484	0.0659	0.0861	0.1072	0.1371
233	63.5616		15~20	0.0250	0.0598	0.0763	0.0926	0.1287	0.2012
234	63.4370		20~25	0.0309	0.0696	0.0958	0.1183	0.1491	0.2495
235	63.7190		25~30	0.0371	0.0898	0.1221	0.1484	0.1876	0.3176
236	63.8508		30~35	0.0491	0.1042	0.1558	0.1865	0.2245	0.4041
241	64.0053	IV	5~10	0.0254	0.0514	0.0662	0.0749	0.1038	0.1261
242	63.4358		10~15	0.0184	0.0282	0.0469	0.0616	0.0866	0.1397
243	64.0951		15~20	0.0188	0.0329	0.0662	0.0923	0.1160	0.1634
244	93.7193		20~25	—	0.0643	0.1050	0.1435	0.1780	0.3631
245	63.3284		25~30	0.0291	0.0747	0.1017	0.1356	0.1719	0.2957
246	63.7050		30~35	0.0408	0.0847	0.1296	0.1605	0.1945	0.3979
251	64.2322	V	5~10						0.0275
252	63.0293		10~15						0.0210
253	64.5157		15~20						0.0553
254	63.2502		20~25						0.0483
255	63.2215		28~30						0.0496
256	63.2280		30~35						0.0550
257	64.4327		35~40						0.0487
258	63.6412		40~45						0.0809
総腐食試験時間 [hr]				144.8	335.8	477.3	616.8	755.0	2794.5 (V区のみ) 2039.5
各期間に於る雨量 [mm]				12.5	9.1	16.6	0	0	—
" 日射量 [cal/cm ²]				1860.4	1964.9	1301.0	1581.4	1461.9	—
" 平均温度 [°C]				5.8	5.6	5.9	3.2	— 1.0	—

第3表 I~IV区に於ける土色および水分の深度別変化

深 度 [cm]	土 色 お よ び 水 分 [%]							
	I		II		III		IV	
7	黒 褐 色	46.49	黒 褐 色	46.82	黒 褐 色	52.17	黒 褐 色	51.19
17	"	48.81	赤 褐 色	56.22	"	50.34	赤 褐 色	71.69
27	赤 褐 色	64.91	淡赤褐色	66.73	赤 褐 色	69.98	"	68.35
37	灰 褐 色	61.83	灰 褐 色	58.45	灰 褐 色	57.86	灰 褐 色	57.74

第4表 I~IV区に於ける pH の深度別変化

深 度 [cm]	I	II	III	IV
10	6.15	6.25	6.28	—
20	6.40	6.60	6.62	6.55
30	6.81	6.81	6.62	6.60
45	6.70	6.75	6.55	6.52
60	6.62	6.65	6.52	6.50

之等の結果から、本実験期間内に於ける程度の日射量および雨量では腐食に対して左程大きい影響を示さず、また pH 値は本実験土壌の酸性なることを示しているが深度別には大差なく、侵食度との相関性は認め難い。なお、表土凍結が行なわれてからの冬季寒冷期間に於いても、温度低下による腐食度の減少に拘わらず、少なからざる腐食の進行が認められる。

各深度について、試験開始後短時間内に極大腐食が行なわれる如く推察せられ、恐らくは試験片表面に保護被覆が速やかに形成せられるのによるものと考えられる。

また、土壌深度の増大と共に腐食度は減少するが、15~20 cm を越えると急激な腐食の増加が見られる。之について更に検討を進めるべく、2.2の実験方法により採取した深度 15~20 cm, 35~40 cm, 55~60 cm の3種類の土壌について分析を行ない第5表-1, 2の結果を得た。之より、後に述べる土壌水分の影響の他に、水可溶性物および磷酸の含量が少なく、カルシウムおよび未分解有機物が多い程土壌組成に起因する腐食度は小さく、酸性およびアルカリ性成分の多少が腐食速度に関係するものと考えられる。

第5表-1 供試土壌の深度別組成変化

深 度 [cm]	土 色	pH		全酸度	平均水分 [%]	灼熱損失 [%]	有 機 物 [%]	水可溶物 [%]
		H ₂ O (1:2.5)	1 N-KCl (1:2.5)					
15~20	黒褐色	6.22 (5.70)	5.10 (5.05)	1.197	42.07	53.70	7.28	0.528
35~40	赤褐色	6.30 (5.84)	5.21 (5.19)	0.582	46.56	49.03	4.83	0.167
55~60	灰褐色	6.19 (5.69)	4.95 (4.92)	1.197	44.12	51.65	2.81	0.165

(註) pHに於ける括弧内数字は振盪中の測定値を示す。

第 5 表-2

試料作成方法	深 度 [cm]	SiO ₂	Fe ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	P ₂ O ₅	CaO	MgO	K ₂ O
pH4. 醋酸浸出*	15~20		2.2	47.0	0.98	141.5		89
	35~40		3.4	—	0.98	127.6		91
	55~60		2.1	23.0	0.98	78.5		91
炭酸ソーダ熔融**	15~20	52.53	6.32	19.73	0.565	7.17	3.47	
	35~40	52.10	9.22	19.19	1.150	5.74	2.98	
	55~60	62.65	4.35	19.98	4.148	4.95	4.71	

(註) *, ** による分析数値は夫々 [mg/100 g soil] および [g/100 g soil] で示した。

3.2 屋内試験について

a. 2.2 の実験方法により深度 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 cm に於ける 7 種類の土壌を採取, 試験片 No. 260~266 を使用して 250 cc 広口瓶中 3 期間, 1792 時間の腐食試験を行ない第 6 表の結果を得, 之を用いて屋内侵食度および pH の深度別変化の状態を第 3 図に図示した。供試土壌は 12 月 28 日に採取したものを使用, pH は第 5 表の如く 2.5 倍量の水を加え振盪後静置, 上澄液についての測定値と, 振盪中の値(括弧内数字)を示した。すでに見られた如く, 振盪中の pH 値は懸濁土壌粒子のため上澄液値より小さい。

ここに得られた結果より, pH は略々一定で, 深度 15~20 cm で腐食度は極小となり, 爾後深度の増加と共に腐食も増大し, 約 60 cm に達して再び腐食の減少が見られ 3.1 の屋外試験結果と合わせ, 本実験に於ける深度差に基く腐食の進行状態を再確認することが出来た。

b. つぎに, 前記供試土壌のうち深度 35~40 cm (水分 56.25%) のものについて, 140°C 乾燥土壌を作成, 蒸溜水にて水分 26~80% に亘る 7 種類の供試土壌を準備し, 之等による埋没腐食試験を純水および未乾燥土壌による試験と平行して行なった。試験片 No. 271~281 を使用し, 4 期間, 1227 時間の試験結果を第 7 表および第 4 図に示す。

第 6 表 屋内埋没試験結果

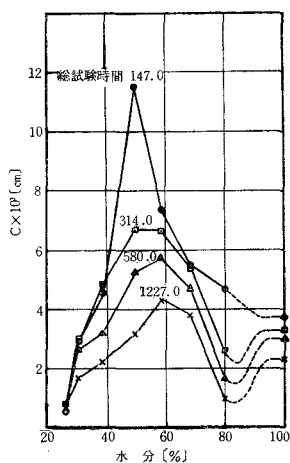
試験片 番 号	重 量 [g]	深 度 [cm]	土 色	pH	試験番号および腐食減量 [g]		
					2-1	2-2	2-3
260	17.7857	10	} 黒 褐 色	5.75 (5.40)	0.0095	0.0145	0.0299
261	17.5778	20		6.05 (5.80)	0.0070	0.0137	0.0530
262	17.7979	30	} 赤 褐 色	5.97 (5.75)	0.0131	0.0214	0.0583
263	17.6590	40		5.90 (5.70)	0.0166	0.0258	0.0650
264	17.6914	50	} 灰 褐 色	6.10 (5.90)	0.0160	0.0276	0.0658
265	17.8568	60		6.10 (5.70)	0.0241	0.0350	0.0816
266	17.8017	70		6.10 (5.80)	0.0169	0.0279	0.0836

(註) 灰褐色層は深度 80 cm 迄続き, 砂利層に変わる。

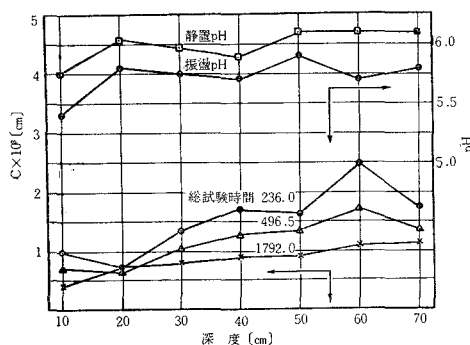
総腐食試験時間 [hr] 236.0 496.5 1792.0

第7表 土壤腐食に及ぼす水分の影響

試験片番号	重量 [g]	供試土壤	平均水分 [%]	試験番号および腐食減量 [g]			
				3-1	3-2	3-3	3-4
271	17.6566	乾燥土	26.46	0.0032	0.0103	0.0188	0.0361
272	17.3200	"	31.20	0.0175	0.0379	0.0625	0.0830
273	17.8730	"	39.21	0.0276	0.0627	0.0769	0.1121
274	16.9904	"	50.05	—	0.0853	0.1234	0.1579
275	17.7421	"	58.85	0.0444	0.0862	0.1367	0.2192
276	17.0414	"	68.61	0.0330	0.0694	0.1123	0.1903
277	17.6002	"	79.82	0.0282	0.0335	0.0394	0.0494
280	17.2660	水のみ		0.0224	0.0425	0.0703	0.1148
281	17.4142	自然土	56.25	0.0270	0.0454	0.0848	0.1315
総腐蝕試験時間 [hr]				147.0	314.0	580.0	1227.0



第3図 土壤水分に対する屋内侵食度変化



第4図 屋内侵食度および pH の深度別変化

No. 281 は 2 個の試験片 No. 281-1, 2 で得られた結果の平均を以て示したものであるが、略々同一水分の No. 274~275 と比較して腐食度が小さく、恐らくは後者供試土壤の乾燥に際して水可溶性物の酸化減少が行なわれ、ために乾燥処理後もとの土壤と同一水分のものを作成しても、自然土壤と人工土壤間に腐食度の相違が見られるものと思われる。

なお、前記供試自然土壤 (水分 45.09%) を使用し、円柱状試験片 (5φ×25 mm) No. 285~287 により 3 期間、1812.5 時間の屋内腐食試験を行なった結果、腐食試験前重量当り腐食減量 % の各片間最大偏差は第 1~3 期間に於いて夫々 0.005, 0.004, 0.025% で、実験方法に由来する誤差は殆んどないものと考えられる。

3.3 土壤腐食に対する細菌の影響

2.2. b. の如く処理した試験管内寒天液中へ6個の円柱状試験片 No. 290~292 を夫々封入、密栓し、380 時間、20°C に保ち第8表の結果を得た。

第8表 細菌による腐触試験結果

試験片番号	重量 [g]	混入 銹	滅 菌	腐触減量 [g]
290-1	28.1614	A	処 理	0.0210
291-1	28.5325	B	"	0.0262
292-1	28.2484	—	"	0.0289
290-2	27.9898	A	未 処 理	0.0349
291-2	28.3669	B	"	0.0247
292-2	28.5034	—	"	0.0267

本結果からは滅菌液、未滅菌液による腐食差を認め難いが、更に詳細な研究を行なうことが必要と考えられる。なお、本試験開始後約1週間で、滅菌処理を施したものについては寒天液の混濁と各試験片表面上黒銹の発生が認められ、未滅菌処理のものについては寒天液は殆んど白色で赤銹の発生が見られた。試験開始後16日目に各浸漬液を少量取り出し、メタノール固定、染色後約800倍で検鏡、未滅菌側に細菌らしきものが若干見られたが確認するに至らなかった^{3,4)}。

4. 結 言

帯産畜産大学試験区に於いて、昭和32年10月18日より昭和33年2月12日に亘り、市販鑄鉄製円柱状試験片の十勝火山灰土壤による屋外および屋内腐食試験を行ない、次の諸点を知ることが出来た。

1. 深度の増加と共に腐食は漸減するが、15~20 cm を過ぎれば反転して急激な腐食の増大が見られ、約60 cm で極大に達し再び減少しはじめる。
2. 各深度について、試験開始後比較的短時間に極大腐食が見られる。また、厳寒季表土凍結期間中も相当程度の腐食が進行する。
3. 各深度についての侵食度は、土壤水分の増大と共に増加し約60%で最大となり、以下漸減するが100%附近で再び増加する。なお、乾燥処理後同一水分に調製した土壤は未乾燥の土壤より腐食性が少ない。
4. 土壤成分中、水可溶性物および磷酸が多く、有機物およびカルシウムが少ない程腐食性が大きい。

最後に、本研究の実施に当りご援助をいただいた、帯広畜産大学営農工学、土壤肥科学、

細菌学各研究室の諸氏ならびに本学本田重司、磯家泰愷の両氏に厚く感謝の意を表わす。

(昭和34年4月3日 日本化学会第12年会講演)

(昭和36年4月26日受理)

文 献

- 1) 杉田：帯畜大研報, **2**, 79 (1958)
- 2) 村越：帯広畜産大学気象月報 (1957)
- 3) 八木：工業用水, **3**, 235 (1957)
- 4) Romanoff, M.: Underground Corrosion p. 13 (U. S. Dep. of Commerce, 1957)



クロム鉱石焼成物よりクロム酸ソーダの抽出

試料の性状について

杉田治八郎・本田重司

Extraction of Sodium Chromate from Chrome Ore Roast — Properties of Chrome Ore Roast and Its Extract —

Jihachiro Sugita and Shigeji Honda

Abstract

The present writers attempted to study the mechanism of solid-liquid extraction of chrome ore roast more easily reproducible than such natural organic substances as sugar beets or oil-bearing seeds. At first, before the continuous extraction tests, the properties of chrome ore roast and its extract were investigated and the following results were obtained:

The chrome ore, which was used in this case, was imported from U. S. S. R. having chromite structure rich in aluminium and magnesium. The longer leaching of the spherical roast increases the content of almost water insoluble matter in the extract and the specific gravities of chrome ore, roast, extract and residue are not so different from each other. The concentration of extracted liquor can be conveniently measured by means of $(\text{NH}_4)_2 \text{SO}_4$ - KMnO_4 titration method and 1 g of water soluble matter at 40°C in the extract is equivalent to 183.92 cc of 0.1 N- $(\text{NH}_4)_2 \text{SO}_4$, FeSO_4 solution. The result from the preliminary upward-stream extraction in fixed bed shows that the decrease of concentration of extracted liquor is very remarkable at the beginning, but after two or three hours it proceeds very slowly towards the complete extraction which may be achieved in a few hundred hours.

1. 緒 論

工業的固一液系抽出機構に関する研究は、主として甜菜、大豆等の有機天然資源を対象として行なわれて来多数の報告が発表されているに拘わらず、被抽出固体の内部構造が複雑多岐であること、ならびに外部形状の不定、長期保存の不可、同一性状試料の再現調製が困難であること等から、液一液系抽出に対する研究に比して極めて遅れているのが現状である。筆者はさきにタンニン樹皮の熱水抽出について研究を行なったが、このものについても前述の難点を免がれず、満足すべき結果を得ることが出来なかった。

抽質が液体の場合は、適当な不溶性多孔体への充填により被抽出物を人工的に再現する方法も一部行なわれているが^{1,2)}。固体抽質については多孔性骨骸内へ熔融充填後、冷却により膨脹係数差に基因する不完全充填状態が出現し、更には抽質を含まぬ死空隙の存在も予想せられ

本法の採用は不適當と考えられる。

之等のことから、再現性ならびに入手の比較的容易な試料として、工業薬品用クロム塩製造に際して現用される抽出原料に着目、固一液系抽出に関する研究を続行した。我が国に於ける工業薬品用クロム塩の製造に関しては、金属クロム製出に見られる如き電解法は鉄興社山形工場に於いてのみ採用され、他の日本電気冶金栗山工場、日本化学小松川工場、三井金属鉱山竹原精錬所に於いてはすべて焼成クロム鉱石の抽出から出発しているのが現状である。最近に於ける本邦年間クロム塩生産量は増加の一途を辿り^{3,4)}、主要塩たる重クロム酸ソーダ、重クロム酸カリ、無水クロム酸、酸化クロムの4者について夫々1956年度7,430 t, 1,715 t, 2,439 t, 516 t, 単体クロム換算総量4,820 tであったが、1,959年度には7,203 t, 1,575 t, 3,842 t, 786 t, クロム換算総量5,607 tに達し、総量に於いて約16.5%の増加が見られる。之等に対する原料鉱石はすべて輸入に俟って居り、しかも大部分のクロム塩収量の多寡を左右する抽出方法については、所謂連続向流清澄法による低能率浸出法が現在もなお踏襲されて居り⁵⁾改良の余地を多数残している。

原子力工業の発展に伴いウラン抽出の問題が脚光を浴びているが、合成品にて代えることの出来る有機資源は別としても、逐年涸渇しつつある一般無機資源の浸出に当り、固一液抽出機構の解明は極めて普遍的且つ重要な役割を果たすものと考えられる。本報では、クロム酸ソーダ連続抽出試験に必要な基礎資料を得るべく種々の検討を試み、次に述べることを知り得た。

2. 実験および考察

2.1 クロム鉱石および焼成物の組成

ソ連産クロム鉱石の褐色微粉末に対して炭酸ソーダ(純度96.08%)、生石灰(純度93.00%)および浸出残渣(Cr:14.81%, CaO:38.99%)を夫々44.07%, 22.59%, 23.16%, 10.18%の割合で混合し、回転炉中約4時間、反応帯温度約1100°Cで焼成した略々球状の第一焼成物を試料に供した。その化学組成および粒度分布は第1表、第2表に示す如くである。

クロム鉱石分析法については、JIS規格制定準備中であるため、本報では日本電気冶金栗山工場法⁶⁾(以下日電冶法と称する)およびスコット法⁷⁾による分析結果を示した。

第1表 クロム原鉱および焼成物の化学組成

試料	分析方法	Cr ₂ O ₃ (%)	SiO ₂ (%)	Al ₂ O ₃ (%)	FeO (%)	CaO (%)	MgO (%)	MnO (%)	失灼熱損 (%)
焼成物	日電冶法	25.98	3.48	4.94	4.58	26.71		7.81	
クロム原鉱	日電冶法	57.26	3.20	10.95	12.76	痕跡	13.90		2.37
クロム原鉱	スコット法	56.24	3.17	20.53	9.95	1.05	7.85	1.21	

第 2 表 焼 成 物 の 粒 度

～ 5 mesh	5～9 mesh	9～16 mesh	16～32 mesh	32～ mesh
69.87%	18.79%	7.56%	2.66%	1.10%

両法について、Cr に対しては略々同一分析法を採用しているが、他成分に対しては日電冶法は Na_2O_2 熔融法を用い、 SiO_2 分離後アンモニヤアルカリ性で Cr, Ni 等を除去、30% NaOH で Fe を再沈澱分離、のち再びアンモニヤアルカリ性で Al を沈澱させる。之に対してスコット法は、 Na_2CO_3 と $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ で熔融を行ない、挾雑する不純物を出来るだけ除去すべく比較的煩雑な操作を繰り返し、Cr, Ni, Pt 等は $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$, H_2S で除き、Fe を cupferron で沈澱後 Al を再沈澱する。両法を比較した場合、日電冶法は操作は簡単であるが各成分の分離が不完全で若干の誤差を免がれ難い。併し乍ら第 1 表に見られる如く、Fe 分離についてスコット法を併用すれば、簡易法として充分採用し得るものと考えられる。なおスコット法では、Fe 定量に Zimmermann-Reinhardt 法をすすめているが、還元剤としての Zn はアマルガム化した方が反応緩徐で好都合である⁸⁾。また試料熔融法としては、 Na_2O_2 を使用するのが最も容易であるが、使用 Ni 坩堝より熔出した Ni のため以後の分析は稍々阻害せられ、 Na_2CO_3 と $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ の混合物では熔融が比較的困難で反覆熔融を必要とする。

本分析結果から、供試クロム 鉱石は Al および Mg に富む Chromite の構造を有していることが知られる。

焼成物粒度については、大部分が 5 mesh 以上であることが知られるが、そのごの抽出試験からも知られる如く大粒径物の抽出率は極めて低く、本実験に対する供試の対象外としたため測定は 5 mesh 迄にとどめた。

2.2 単一熱水抽出試験

ボールミルにて細粉化した焼成物 (–100 mesh) について、ソックスレー抽出器を用い約 150～200 時間熱水抽出を行ない、抽出物含有率平均 44.6% の結果を得、9～16 mesh の未粉碎試料についても略々同一値を得た。抽出の終点は、極めて鋭敏な diphenyl carbazide の酸性エタノール溶液を用いてクロム反応の殆んど認められなくなるに至った点を以てした。

本試験により、極めて長時間に亘って完全抽出が達成せられ、内部拡散抵抗の甚だ大きいことが知られる。なおまた、抽出の進行と共にカルシウム塩等水に難溶性(酸には易溶)のものが徐々に溶出して壁面に堆積するのが見られ、今一旦得られた完全抽出物を集めて乾燥し、再び 25 倍量の水を加えて時折攪拌、2 時間 40°C に保つてのち直ちに濾別、可溶性物と不溶性物に分け抽出残渣と共に分析に供し、第 3 表の結果を得た。

第3表 抽出物化学組成

種類	Cr (%)	SiO ₂ (%)	Fe ₂ O ₃ (%)	Al ₂ O ₃ (%)	CaO (%)	MgO (%)	MnO (%)
抽出残渣	2.78	7.54	17.07	6.13	19.88	26.67	0.43
可溶性物	30.21						
不溶性物	6.74	1.20	0.54	3.50	35.52	6.69	—

之より、焼成物骨骸中の若干の Al および相当量の Ca, Mg, Mn が抽出液中へ移行していることが知られる。可溶性物中の Cr 含量は 94.14% の Na₂CrO₄ に相当し、(NH₄)₂C₂O₄ による別途沈澱試験結果から 1.48% の Ca 類が溶解していることが知られた。不溶性物中の Cr 含量は 20.23% の CaCrO₄ に相当し、残余の Ca, Mg 等は炭酸塩等の形で存在しているのではないかと考えられる。

2.3 溶解度および比重

可溶性物の水に対する溶解度は、30~50°C に於いて平均 13.52% で余り変化なく、同一温度に於ける純 Na₂CrO₄ の溶解度⁹⁾ に比して小さいが、恐らくは試料乾燥時共存する不溶性物と難溶性の塩を作るためではないかと考えられる。-100 mesh の焼成物について、比較的難溶性溶剤をえらび、各 30 cc を用いて 20°C、5 時間溶解試験を行ない

acetone 0.200, benzene 0.037, ethanol 0.034, n-hexane 0.018 [g/100 cc]

の結果を得、極性の小さいパラフィン系の n-hexane には殆んど溶解しないことが知られた。つぎに粗製 n-hexane を酸、アルカリ、過マンガン酸カリ処理後脱水した 66.5~67.5°C 溜分に市販流動パラフィンを適量加え、各種比重測定を行ない第4表の結果を得た。

d_{20}^{20} :

第4表 比重

n-hexane+liq. paraffin	焼成物(-100 mesh)	抽出物	可溶性物	不溶性物	抽出残渣
0.80003	3.2481	2.8699			
0.80280			3.1959	2.5496	
0.79855					3.0571

但し n-hexane: 0.6633 liq. paraffin: 0.8812

ここに示した物質の比重は大凡そ 2.5~3.2 の範囲にあり、その比重差は僅少で流動層に於ける分別等は仲々に困難であることが知られる。なお、本表に於ける抽出物中の不溶性物含有率は 9.54% で、試料焼成物に対する可溶性物含有率は 40.3% となる。

2.4 抽出液濃度に対する相当滴定価

抽出率の算定には、刻々に変化する抽出液濃度を重量法または容量法を用いて随時知る方法が考えられるが、Na₂CrO₄ を主体とする抽出物は乾燥に当り表面被膜が堅く且つ速やかに生

長し、被膜内水分の発散は極めて困難で仲々に恒量を得られぬため、止むを得ぬ場合を除き重量法を用いるのは不適當と考えられる。之に対して、2.2 にすでに述べた不溶性物の溶出は、極めて長時間の抽出を行なう場合を除いては殆んど無視出来ることから、抽出物中の Cr を対象として $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot \text{FeSO}_4 \cdot \text{KMnO}_4$ による酸化還元滴定法を用い、予め空試験によって求めて置いた濃度相当滴定価から任意滴定値に相應する濃度を求める簡便な容量法を、以後の抽出試験に採用した。

抽出物濃度 0.1~1.5% 程度の溶液 200 cc を作り、18 N- H_2SO_4 、3 N- HNO_3 、6 N- HCl の何れか 10 cc で酸性とし、不溶性物についても完全に溶解せしめ、その 15 cc について 0.1 N 試薬による滴定を行ない第 5 表の結果を得た。

第 5 表 抽出濃度相当滴定価

被 滴 定 物	濃 度 (g/100 cc)	使用した酸	0.1 N- $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot \text{FeSO}_4$ 消費量 (cc)	被滴定物 1 g 当り 0.1 N- $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot \text{FeSO}_4$ 相当量 (cc)	
可 溶 性 物	0.0943	HCl	2.53	178.81	
	0.2980		8.06	180.36	
	0.4959		13.37	179.79	
	0.9933		26.52	178.02	
	1.4864		39.71	178.10	
	0.2729		H_2SO_4	7.60	185.69
	0.4835	13.35		184.09	
	0.9486	26.12		183.57	
	1.3917	38.06		182.32	
	0.2729	HNO_3		7.66	187.16
	0.4835			13.49	186.03
	0.9486			26.17	183.92
	1.3917		38.41	184.00	
不 溶 性 物	0.0490	HNO_3	0.92	125.29	
	0.0940		1.54	109.28	
	0.1545		2.86	123.41	
抽 出 物 (不溶性物 9.141%)	0.1682	HCl	4.61	182.64	
	0.2776		7.36	176.83	
	0.5315		13.95	174.95	
	0.7610		19.25	168.64	

不溶性物および抽出物に於ける結果値に若干の偏差が見られるが、略々実験誤差の範囲内にあると見做すことが出来る。本表の結果から、可溶性物、不溶性物、抽出物各 1 g 当りの 0.1 N- $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot \text{FeSO}_4$ 平均相当量は夫々 183.92 cc, 113.95 cc, 175.76 cc となる。ここに示した抽出物中の不溶性物含有率は平均 9.14% で、得られた相当滴定価を各含有量に乗じて加算すれば

177.4 cc となり、前記した抽出物相当滴定価に略々等しいことが知られ、今後の抽出率計算に之等数値を適用しても支障がないと考えられる。

なお以上の酸化還元滴定に於いて、 H_2SO_4 、 HCl 、 HNO_3 の 3 種の酸を用いて空試験を行ない、酸消費量比は 1:1.0059:1.0063 で殆んど全く差異がないことを知った。

2.5 連続抽出予備試験

すでに述べた如き性状を有するクロム鉱石焼成物について固定充填層を作り、水による抽出試験を行ない大略の抽出機構を検討した。

内径 25 mm、長さ 180 mm の垂直円筒状保温抽出管を使用し、下部中央より所定温度の水を 120 mm だけ上昇流せしめて抽出を行ない、側部に設けた枝管より抽出液を溢流排出する。本抽出管内温度分布については、補正温度計を用い、管中央部に t_0 、管側壁より 10 mm 離れた円周上溢流端への最近部、中央部および最遠部に t_1 、 t_2 、 t_3 の温度計を管軸に平行に挿入、深度を変えて温度の変化を調べたが、何れの場合も最大温度差 $1^\circ C$ 程度で管の構造から見て懸念される不等温状態は無視出来ることが知られた。例えば貯槽内供給水温度 $44.0^\circ C$ 、約 50 cc/min の上昇流では第 6 表の如き温度分布が見られた。

第 6 表 抽出管内温度分布

液面よりの深さ (mm)	温 態 計 位 置			
	t_0 ($^\circ C$)	t_1 ($^\circ C$)	t_2 ($^\circ C$)	t_3 ($^\circ C$)
15	—	40.2	39.7	39.2
50	—	40.4	40.3	39.9
100	40.2	40.8	40.4	40.1

供給水貯槽温度 $44.0^\circ C$

また可溶性物を約 0.5% および 1.0% 含む溶液 [$0.1 N-(NH_4)_2 SO_4 \cdot FeSO_4$ 消費量 2.53 cc および 12.32 cc] を抽出管内に容れ、下部より平均流速 50 cc/min で純水を導入、溢流する稀釈液について濃度の変化を検討した結果、両者について夫々約 8 分および 10 分で滴定消費量が 1 cc 以下となり、本抽出管内液置換速度は比較的早く、管内試料の抽出速度を略々正確に知り得ると考えられる。

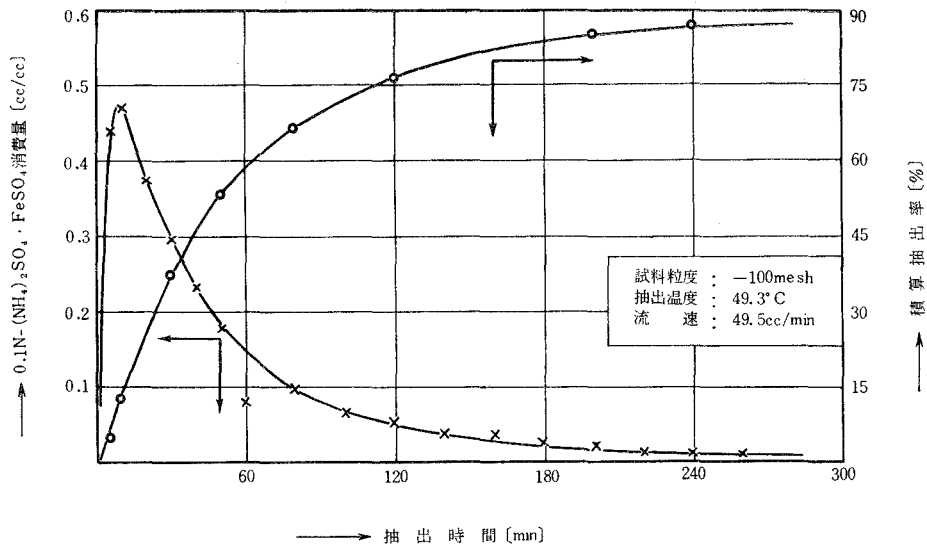
つぎによく乾燥した -100 mesh の試料約 20 g を No. 84 円筒濾紙内に入れ、温度および流速が一定となった抽出管内に装入して抽出試験を行ない第 7 表の結果を得た。更に、抽出液 1 cc 当り $0.1 N-(NH_4)_2 SO_4 \cdot FeSO_4$ 消費量の時間的变化を描き、平均流速 49.5 cc/min、試料中可溶性分含有率 40.3%、可溶性物 1 g 当り $0.1 N-(NH_4)_2 SO_4 \cdot FeSO_4$ 消費量 183.92 cc として積算抽出率の時間約変化を求めると第 1 図の如くなる。

第7表 抽出予備試験結果

試料 19.8457 g

抽出時間 (min)	抽出温度 (°C)	回収温度 (°C)	流速 (sec/50 cc)	抽出液 15 cc の 0.1 N-(NH ₄) ₂ SO ₄ · FeSO ₄ 消費量 (cc)	毎時間に於ける抽出液 15 cc の 0.1 N-(NH ₄) ₂ SO ₄ · FeSO ₄ 平均消費 量 (cc)
5	49.2	24.0	60.3	6.68	
10	49.4	24.0	61.3	7.14	
20	49.0	24.3	60.6	5.60	
30	49.0	24.7	59.7	4.36	
40	48.8	24.1	60.7	3.48	
50	48.3	24.8	60.8	2.69	
60	48.7	25.0	59.7	1.22	4.16
80	48.7	21.7	61.1	1.47	
100	49.0	21.6	62.9	0.96	
120	49.0	21.6	59.7	0.76	1.27
140	49.5	21.5	60.4	0.57	
160	49.4	21.3	60.3	0.47	
180	48.7	22.5	60.6	0.41	0.46
200	49.0	22.3	60.1	0.27	
220	50.2	22.1	60.4	0.20	
240	50.8	22.1	60.1	0.17	0.34
260	50.0	23.5	61.4	0.15	
280	49.8	23.5	61.2	—	

平均抽出温度 49.3°C 平均流速 49.5 cc/min



第1図 抽出液濃度および積算抽出率の時間的变化

之等の結果から、試験開始直後に急速な抽出が行なわれるが、約1時間で稍々緩慢となり大凡そ3時間以降は極めて微量の抽出が継続進行する。5時間を経てなお積分抽出率は90%を超えず、完全抽出は極めて長時間ののち達成せられることが推察され、2.2の実験結果と合せ、表面部に比し焼成物深奥部に於ける拡散抵抗が著るしく大きいことが知られる。恐らくは、不溶性隔壁の崩壊等により新たな拡散抵抗が現出したり、拡散路を全く有しないで隔壁内に包蔵されていた可溶物が隔壁部不溶物の溶出と共に徐々に拡散を始めることなどに起因するのではないかと考えられる。

3. 結 論

クロム鉱石焼成物の連続熱水抽出試験を行なうに先立ち、試料の性状について検討を試み次の諸点を知った。

1. 供試クロム鉱石はAlおよびMgに富むChromite構造を有して居り、その焼成物について長時間の熱水抽出を行なえば難溶性物質の溶出が漸次著るしくなるが、通常抽出に際しては無視出来る。各試料の全分析に当って、Fe分析法を改善すれば簡易な日電治法を用いても大きな支障は認められない。

2. 抽出液濃度の決定には酸化還元滴定法を用いるのが好都合であり、0.1N-(NH₄)₂SO₄・FeSO₄の相当滴定価は可溶性物および不溶性物1g当り夫々183.92ccおよび113.95ccである。

3. クロム鉱石、焼成物および抽出物間の比重差は僅少である。

4. クロム鉱石焼成物の熱水抽出は、初期に於ける抽出液濃度変化著るしく、2~3時間後より極めて緩徐な抽出状態に移行し、大きい内部拡散抵抗のため完全抽出は甚だ長時間を経て達成される。

最後に、本研究に終始御協力下さった日本電気冶金栗山工場長野沢房雄氏、ならびに実験を援助された萩原稔、松橋芳男両工学士に厚く謝意を表わす。

(昭和36年4月3日 日本化学会第14年会講演)

(昭和36年5月1日受理)

文 献

- 1) Piret, E. L., Ebel, R. A., Kiang, C. T. and Armstrong, W. P.: C. E. P. **47**, 405, 628 (1951)
- 2) Boucher, D. F., Brier, J. C. and Osburn, J. O.: T. A. I. C. E. **38**, 967 (1942)
- 3) 日本工業薬品協会: 月報 (1953~1959)
- 4) 加里塩懇和会: 月報 (1953~1959)
- 5) Ullmann, F.: Enzyklopädie der Technischen Chemie, III, 2 Aufl., 379 (1929)
- 6) 日本電気冶金栗山工場: クロム鉱石分析法, 1 (社報, 1960)
- 7) Scott, W. W.: Standard Methods of Chemical Analysis, I, 5th ed., 295, 475, 491 (1938)
- 8) Kolthoff, I. M. and Belcher, R.: Volumetric Analysis, III, 11, 76 (1957)
- 9) Mellor, J. W.: A Comprehensive Treatise on Inorganic and Theoretical Chemistry, XI, 244 (1935)

北海道瀬棚郡今金町北方の新第三紀層

沢田 義 男

The Neogene Deposits in the North of Imagane-cho, Setana-gun, Hokkaido

Yoshio Sawada

Abstract

The Neogene Deposits distributed in and around Imagane-cho, Setanagun, Hokkaido can be subdivided as follows:

Pliocene	Chinkope formation (250 m+)	Pale brownish gray coarse sandstone
----- clino-unconformity -----		
	Kuromatsunai formation (42-200 m)	Pale brownish gray lapilli tuff, alternation of bluish gray siltstone and pale brownish gray lapilli tuff
Miocene	Yakumo formation (0-175 m)	Thin alternation of pale gray shale, gray tuffaceous siltstone and bluish gray tuffaceous fine grained sandstone
	Kaikarabashi sandstone (0-30 m)	White gray arkose coarse grained sandstone
----- blended unconformity -----		
	Pre-tertiary Basement	Granodiorite

The pectinid fossils collected from the Kaikarabashi sandstone comprise, *Chlamys arakawai* (Nomura), *Chlamys kumanodoensis* Masuda, *Chlamys otukae* Masuda and Sawada, *Patinopecten kagamianus kagamianus* (Yokoyama), *Placopecten setanaensis* (Kubota) and *Nanaochlamys notoensis* (Yokoyama).

Judging from the above-mentioned pectinid fossils, it may be considered that the age of the Kaikarabashi sandstone is early Miocene in a two-fold division of the Series.

I. 緒 言

西南北海道における層序は周知のように長尾巧、佐々保雄等(1932, 1934)^{25, 26)}、によつて確立されたのであるが、それによると新第三系の各層を下部より福山統、訓縫統、八雲統、黒松内統及び瀬棚統に分け、各層より多くの化石を採集し、これらの地質時代について述べ、且つ東北日本及び北海道に発達する新第三系の各層と対比を行なっている。

この層序及び地質時代については多くの人々に受け入れられて現在に至っているのであるが、最近の日本古生物学会年会(1960)において、菅野三郎¹⁰⁾が所謂瀬棚層中より中新世及び鮮

っているが、その一部として瀬棚郡今金町貝殻橋付近で7種の帆立介化石を採集し得たので、この産地附近の地質及び産出化石について概要を報告する。

本文に入るに先立ち、終始御懇篤な御指導を頂いた東北大学理学部畑井小虎教授に衷心より感謝する。又野外調査及び化石鑑定を行なうに当り有益な御助言、御討論を頂いた東北大学理学部北村信博士、小高民夫博士、化石の鑑定について種々御親切な御助言を惜しまれなかった東北大学教育学部増田孝一郎博士、更に又、御討論、御援助を下された東北大学理学部早坂祥三博士に心から感謝の意を表す。

II. 地質概要

今回報告するのは北海道渡島半島の横断路線として最適の一つであるが、噴火湾に臨む訓縫より西方、日本海岸の瀬棚を結ぶ国鉄瀬棚線に沿う地区で、今金駅、種川駅、北住吉駅を結ぶ線の北方に当る。

当地域の主流である利別川の支流、下ハカイマップ川及びメップ川、並びにその支流左股川が何れも北方メップ岳(1147m)を主峯とする分水嶺より源を發して南流しているが、これらの各川の下流域に当り、標高200mを越えるのが普通である。

第2図 地質概要図にも示す通り当地区に分布する新第三系は、下位より貝殻橋砂岩層、

時代	地層名	柱状略図	層厚 M	主要岩質	産出化石
新第三紀	鮮新世		250+	淡褐色 中粒乃至粗粒砂岩 (礫岩薄層をはさむ)	(clinounconformity)
				淡褐色粗粒砂岩 (含安山岩礫)	
	中新世	黒松内層		42 淡褐色乃至灰色 角礫凝灰岩 (シルト岩、礫岩、凝灰岩の薄層を挟む)	Makiyama chitani.
				200 青灰色シルト岩、淡褐色角礫凝灰岩互層 (数m単位)	
新世	八雲層		0 淡灰色頁岩、灰色凝灰質シルト岩、青灰色凝灰質細粒砂岩 薄互層 (20~30cm単位)	Makiyama chitani.	
			175 (灰色粗粒砂岩薄層を挟む)		
	貝殻橋砂岩層		0 30 灰白色アルコーズ粗粒砂岩 灰白色アルコーズ巨礫岩	Chlamys arakawai, Chlamys kumano-densis, Chlamys otukae, Patinopecten kagamianus kagamianus, Placopecten setanensis, Placopecten wakuyaensis, Nanaochlamys noroensis. (blended unconformity)	
先第三紀	基盤岩類			花崗閃緑岩	

第2図 新第三系地質概要図

八雲層、黒松内層及び珍古辺層に四分されるが、珍古辺層及び黒松内層が比較的広い分布を示し、八雲層、貝殻橋砂岩層の分布は前二者に比して狭く、とくにメップ川においては、左股川との合流点である貝殻橋附近にのみ限られており、今回報告の帆立貝化石産出層である貝殻橋砂岩層は極めて小範囲の分布を示めている。以下各層について、その概要を述べる。

1) 基底岩類

当地域の北方に分布するもので、下ハカイマップ川中流、二股附近、メップ川、左股川合流点附近及び左股川中流附近で夫々新第三系の各層に不整合におおわれているが、前記下ハカイマップ川中流二股附近及びその西北方メップ満俺坑附近では、後述する八雲層に直接おおわれ、又メップ川、左股川合流点貝殻橋附近では不整合をもって貝殻橋砂岩層におおわれている。更に、その西方左股川中流附近では黒松内層に直接不整合におおわれる等、夫々異なった層準の地層におおわれているのである。

2) 貝殻橋砂岩層

標式的発達地は貝殻橋附近であるが、その分布は前述のように、この附近に極めて狭小な分布をなすもので、以下述べるようにその特徴ある岩相、とくに時代を指示する重要な介化石を多産する点等よりして新にその標式地名をとって「貝殻橋砂岩層」と呼称する。本層は全体として基盤の花崗閃緑岩より起因する軟質のアルコーズ砂岩が主体で、その下部に花崗閃緑岩礫層をはさみ、又花崗閃緑岩小礫や安山岩円礫を散点せしめるものであるが、下位の花崗閃緑岩との関係は *blended unconformity* の関係にある。即ち、最下部には風化面で帯黄灰白色の粗粒アルコーズ砂岩及び最大 1.5 m にも及ぶ花崗閃緑岩の巨礫を含む同質礫岩がくるが、それらと基底岩との境界は判然としない。この礫岩の礫は殆んど花崗閃緑岩であるが、その大部分は路傍崖又は河崖の露出でみるに、ハンマーで掻き取れる位に軟弱になっており、硬質礫は稀にその間に散点する程度である。これらの上に厚さ 6 m 程の灰白色無層理、極粗粒アルコーズ砂岩が続き、更にその上位に同様のアルコーズ粗粒砂岩がくるが、下位のものとは異なり層理を示し、この中に帆立介化石の密集帯(約 2.5 m 層厚)がみられる。この化石密集帯は基盤より上位約 15 m の位置にあるが、更にその上位 10 m 程の所にも化石の密集帯がみられる。又、最上部もやはり下部と同様岩質であるが、上位の八雲層との関係は整合関係にある。本層の層厚は最厚約 30 m であるが、メップ川、左股川でみられるように北方に厚さを減じ遂に尖滅するようである。

3) 八雲層

本層の標式的発達地は、当地域南東方利別川中流志文内附近であるが、その西北方連続が分布しているのである。むしろ当地域はその分布の西縁と云った方がより適切であるが、下ハカイマップ川中流二股附近では、前述基底岩類(花崗閃緑岩)の上に直接不整合にのり、貝殻橋砂岩層はみられない。又メップ川、左股川合流点貝殻橋附近では、貝殻橋砂岩層の上に整合に

重なっていることは前述の通りであるが、ここではその走向傾斜が東側メップ川沿いでは、N 30° E の走向で南に 14° の傾斜を示すが、合流点附近では殆んど東西に近い N 80° E の走向に変わり、南に 8° の傾斜を示し、更に西側即ち左股川沿いでは、N 30° E の走向、傾斜 20° W となっており、更に層厚も北方に薄化し、地質略図に示すように、馬蹄形状の分布を示している。又下ハカイマップ川中流でも、メップ満俺坑附近では、その走向は北東から次第に北西に変わり、同様北方に層厚を減じている。しかし下ハカイマップ川上流に連続分布する本層はすくなくとも 175 m の厚さを示している。

本層の岩質は極めて特徴的で、淡灰色頁岩、灰色凝灰質シルト岩及び灰青色凝灰質細粒砂岩の 20~30 cm の薄い互層で、時に 20 cm 程度の灰色粗粒砂岩の薄層をはさむこともある。只下カイマップ川中流附近では灰色凝灰質シルト岩中に暗灰色粗粒凝灰質砂岩の円礫（径、数 cm が多い）を含み、風化面では、この礫がボロボロに軟化し、脱落して風化面上に特異な円型又は不定形の穴を残し、本層の堆積の性状の一端を覗わしめている。又本層の特徴である上記の薄い互層は、その風化面で比較的軟質の灰白色凝灰質シルト岩や凝灰質細粒砂岩が凹部を作り遠望しても略々岩相の区別の可能な点等は、前記標式地或いは、当地域外の本層と似ているが標式地の岩相に比較してシルト岩及び細粒砂岩の優勢な点が少しく異なっている。とくに下ハカイマップ川中流より下流においては、シルト岩が多くなり遂に次に述べる上位層の黒松内層に移化している。層厚は下ハカイマップ川では百数十米を示すが、メップ川では 30~40 m に薄化し遂に尖滅する。即ち、このメップ川附近の本層が、訓縫・瀬棚間、換言すれば渡島半島横断路線における分布の西縁を限っているわけである。

4) 黒松内層

本層の標式地は当地域外、寿都郡黒松内町附近であるが、下ハカイマップ川下流及びメップ川貝殻橋下流に分布する本層は、下位の八雲層とは互層しつつ漸移する関係にあり、更に左股川中流では前記のように花崗閃緑岩を直接不整合におおっている。

岩相は下位の八雲層と互層漸移するところでは、八雲層の薄互層のそれと似た青灰色シルト岩と淡褐灰色角礫凝灰岩とが数米の互層をなしつつ上部に次第に角礫凝灰岩が優勢になり、シルト岩、礫岩、凝灰岩等は数十種、時には数米の薄層又は互層として挟在するようになる。又左股川でみられるように 2~3 cm の安山岩角礫を多量に含む角礫凝灰岩は時には偽層を示し又時には、挟在する白色凝灰岩との境に不規則な凸凹面を作っている。層厚は下ハカイマップ川、メップ川支流左股川等では 200 m に達するが、貝殻橋下流では僅かに 40 m 余に薄化している。その走向傾斜は下位の八雲層と略々同様である。

5) 珍古辺層

本層は下ハカイマップ下流、メップ川下流の 200 m 以下の低平な丘陵を構成しているもので、当地域外、南方即ち利別川南方及び西方、東瀬棚に至る丘陵地帯に広く分布するもので、

本地区でも 10° 内外の緩い傾斜で南に傾き、黒松内層を不整合におおっている。岩相は極めて軟弱な粗粒乃至中粒砂岩が主で、時に層厚 1 m 余の安山岩礫(径, 3~4 cm 円磨又は半円磨)を主とする礫岩層を挟み、風化面では何れも淡褐灰色又は灰白色を呈する。下位層との関係は前述のように傾斜不整合であるが、基底礫岩はみられず、粗粒の砂岩となっており、本地区からは化石の発見が未だなされていないが、本層の南西方連続及び東方の利別川沿岸の各地から多くの介化石を採集し得た。

当地区における本層は、佐々・長尾等の瀬棚層上部丹羽泥層²⁶⁾、又、松井等²⁵⁾の瀬棚層中、上部層を含むもので、層厚は 200 m を越えるものである。

III. 地 質 構 造

当地域における地質構造は比較的狭い地域にかかわらず、やや単調を欠いており、下ハカイマップ川に沿う一断層が存在する他、各層の走向傾斜も単純ではなく、その変化が著しい。

1) 下ハカイマップ断層

種川駅北東方約 6 km 附近より、下ハカイマップ川に沿い、その下流に約 3 km 追跡され、沖積層下に没するもので、走向略々 $N 40^\circ E$ 、南落ちの正断層である。即ち、上流では八雲層の薄互層を切り、メップ鉱山への岐れ道より南西方では黒松内層のシルト岩、角礫凝灰岩をも切っており、その為両層共、その一般走向を変え、岐れ道附近では $N 50^\circ E$ の走向、南に 58° の急傾斜となっている。

しかし本断層が珍古辺層分布地域に入る前に、下ハカイマップ川流域の沖積層下に没するので、これら両者の関係を確認することは出来なかった。各層の走向傾斜の変化は、一部前項でもふれたが、下ハカイマップ川中流附近では $N 19^\circ E$ 、 $10^\circ S$ の走向・傾斜を示す黒松内層及び八雲層がメップ満庵坑附近では $N 45^\circ W$ 、 $10^\circ S$ とその走向を変えており、更にメップ川附近では $N 19^\circ E$ - $N 45^\circ W$ 、 $14^\circ E$ - $20^\circ W$ と基盤岩(花崗閃緑岩)をとりまくような変り方をしている。断層で確認できたのはこの下ハカイマップ断層のみであるが、何れの地層も断層に近接する以外は比較的緩い傾斜を示し、南方瀬棚線に近づくに従い走向も略々東西に近いものになり、傾斜角も小さくなってゆくようである。

2) 不 整 合

当地域でみられる不整合は基盤岩類(花崗閃緑岩)と新第三系の各層との間、及び珍古辺層と黒松内層との間でみられるが、それらの露出は下ハカイマップ川及びメップ川の河崖又は路傍崖等でみられる。

a) 基盤岩類と新第三系との不整合

既に地質概要の項で述べたように、下ハカイマップ川中流では花崗閃緑岩上に八雲層が直接のり、貝殻橋砂岩層を欠いているが、メップ満庵坑への岐れ道附近の河谷で観察されるよう

に、花崗閃緑岩の上の淡灰色シルト岩、灰青色凝灰質細粒砂岩の薄互層と淡褐色角礫凝灰岩との3~4mの互層がみられるが、花崗閃緑岩の上部は、アルコーズ砂岩(2~3m, 層厚)になり、その上に西北方に傾斜する八雲層がのっている。又メップ満庵坑附近でも同様の関係がみられ、貝殻橋砂岩層を欠いて花崗閃緑岩上に八雲層が直接のついている。メップ貝殻橋附近では花崗閃緑岩の巨礫を有する礫岩がくるのであるが、その境界は判然としない。しかしこれより上位には次第に層理を示し、前述のように介化石の密集帯になっている。

b) 黒松内層と珍古辺層との不整合

下ハカイマップ川下流、種川駅北東方約1.5kmの河崖でみられる様に走向N10°W, 西に5°の緩傾斜をする黒松内層の淡褐色角礫凝灰岩上に、之を切って非常に粗い砂岩がのり、基底礫岩と云うべきものはみられぬが、この粗粒な砂岩は種川駅近くまで続き、更にその上に不整合に段丘礫層をのせている。

又メップ川貝殻橋より約600m南方、路傍崖の露出では、八雲層の淡褐色角礫凝灰岩が走向N80°W, 且つ7°の緩い角度で南に傾斜しているが、その十数米下流に前述の様な珍古辺層の粗粒砂岩層が露出し、更にその両者を不整合に被って段丘礫層が広く分布している。ここでは両層の直接接している露出をみる事は出来なかったが、恐らく下ハカイマップ川におけると同様、基底礫岩を欠いて粗粒砂岩が基底を占めるものの様である。

以上の外、珍古辺層、八雲層両層の接する露出は、広く段丘礫層でおおわれており、その性状を観察する事が出来なかった。

IV. 産出化石並びにその分布

本地域での化石産出層は、新第三系最下部の貝殻橋砂岩層のみであるが、その産状について簡単に述べる。

前項貝殻橋砂岩層で述べた如く、基盤の花崗閃緑岩から約15m程上位における成層した含礫アルコーズ粗粒砂岩中に化石の密集帯があり、その厚さ約2.5mであるが、この代表的露出はメップ川左股川合流点附近河崖と、その北方約200m道路崖で見られる。

化石種としては殆んど帆立介のみで、第1表に示す様に7種であるが、何れも片殻のものが凸面を上にして層理に平行に含まれており、両殻のものは最多産の *Placopecten setanaensis* に僅かにみられる程度である。

貝殻橋砂岩層の略々中部と上部に近い附近とに密集帯が二帯あるが産状は殆んど同様に、只、種類にやや相異がある。即ち、下部には *Placopecten setanaensis* が大部分を占め、僅かに *Patinopecten kagamianus kagamianus*, *Nanaochlamys notoensis* が共産し、上部には *Chlamys otukae*, *Chlamys kumanodoensis*, *Placopecten wakuyaensis*, *Patinopecten kagamianus kagamianus*, *Nanaochlamys notoensis* が大体同じ割合で普通程度の産出状態を示して

第 1 表 貝殻橋砂岩層産出帆立介化石の分布

化石名	産地・地層名	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>Chlamys arakawai</i> (Nomura)		○	○				○	○		○
<i>Chlamys kumanodocensis</i> Masuda		○					○			
<i>Chlamys otukae</i> Masuda and Sawada		○			○	○				○
<i>Patinopecten kagamianus kagamianus</i> (Yokoyama)		○			○		○			
<i>Placopecten setanaensis</i> (Kubota)		○								
<i>Placopecten wakuyaensis</i> Masuda		○								○
<i>Nanaochlamys notoensis</i> (Yokoyama)		○	○	○	○		○		○	○

1. 北海道瀬棚郡今金町貝殻橋 (貝殻橋砂岩層)
2. 青森県西洋経郡鱒ヶ沢田野沢 (田野沢層)
3. 秋田県雄勝郡山田村上畑 (須郷田層)
4. 石川県七尾市岩屋 (七尾層)
5. 宮城県加美郡野田町宇津野 (宇津野層)
6. 宮城県仙台市茂庭 (旗立層茂庭部層)
7. 宮城県宮城郡泉町堂所 (大堤層)
8. 宮城県塩釜市網尻 (網尻層)
9. 宮城県遠田郡元浦谷村追戸 (追戸層)

いる。

本層産出の帆立貝化石は、青森県 (田野沢層)¹²⁾、秋田県 (須郷田層)¹¹⁾、石川県 (七尾層)³⁰⁾、の裏日本各地^{13,14)}及び宮城県 (宇津野層、茂庭層、大堤層、網尻層、追戸層)^{4-8, 28, 29, 31, 32)}等から報告されており、その化石名、産地等は第 1 表に示す通りである。

本表に示した各層は何れも中新世前半期を示す地層であり、従って貝殻橋砂岩層産出の帆立介化石群集の示す地質時代は中新世前半期と考えられる。尚、貝殻橋砂岩層より上位の八雲層、黒松内層及び珍古辺層の産出化石としては、当地域で前二層より *Makiyama chitanii* の産出をみるのみであるが、本地域外の各地から多産する化石及び層序、岩相、その他の資料から第 2 図に示した様な結論を得たが、それ等の詳細については後日報告する予定である。

V. 総 括

以上要するに、本地域に分布する新第三系は、先第三紀の花崗閃緑岩の上に夫々異なった層準でのり、下位より中新世の貝殻橋砂岩層、八雲層、黒松内層が整合的に重なり、その上を鮮新世の珍古辺層が不整合におおうもので、これ等の各層は第四紀の段丘礫層に不整合におわれている。

以上の各層には従来、所謂瀬棚層として取り扱われて来たものの一部が含まれるが、特に貝殻橋砂岩層より 7 種の帆立介化石を採集し、その化石群集は中新世前半期を示すことを明らかにした次第である。

本報文で取り扱った地域はこの中新世化石産出層を中心としたもので、その区域も狭く八雲層より上位の各層よりの化石も当地域内では採集し得なかったもので、これらの時代及び対比、又第四紀の各層の記述も省略した事をお断りしておく。(昭和 36 年 5 月 1 日受理)

文 献

- 1) Asano, K.: Foraminifera from Kuromatsunai-mura, Suttu-gun, Hokkaido. Jour. Geol. Soc. Japan, Vol. 43, No. 515, pp. 615-622, pls. 32-33 (1936)
- 2) 浅野 清: 北海道瀬棚統有孔虫 (概報), 地質雑, 44 卷, 525 号, 509-512 頁 (1937)
- 3) Asano, K.: On Some Pliocene Foraminifera from the Setana Beds, Hokkaido. Jap. Jour. Geol. Geogr., Vol. 15, pp. 87-103, pls. 9-11 (1938)
- 4) Hanzawa, S. et al.: The Geology of Sendai and its Environs. Sci. Rep., Tohoku Univ., Ser. 2, Vol. 25, pp. 1-50, 2 Geol. Maps (1:50,000), 1 Correl. Table, 1 Profile, 1 Index Map, 1 Tectonic Map, tabs. 1-14 (1953)
- 5) 半沢正四郎: 東北地方, 日本地方地質誌 (朝倉書店) 1-329 頁, 図 1-69 (1954)
- 6) 磯崎義正: 宮城県北西部宮城, 山形県界附近の地質, 東北大学, 大学院修士論文 (1955, 手記)
- 7) 岩井淳一: 仙台附近の新生代層, 地球科学, 1 号, 23-27 頁, 1 表 (1949)
- 8) 神戸信和: 二十分万之一 地質図, 石巻 (1959)
- 9) Kanehara, K.: Some Mollusca Remains from the Setana Series of Hokkaido and from the Taga Series of the Joban Coal-field of Iwaki. Jap. Jour. Geol. Geogr., Vol. 18, No. 4, pp. 133-140 (1942)
- 10) 菅野三郎: いわゆる瀬棚層産軟体動物化石群について, 日本古生物学会, 昭和 34 年度年会講演 (1960)
- 11) Kato, I.: Petrogenetic Consideration of the Green Tuffs found in the Lower Part of the Neogene developed in the Yokote Basin in Yamagata Prefecture. Sci. Rep., Tohoku Univ., Ser. 3, Vol. 5, No. 1, pp. 1-194 (1955)
- 12) 北村 信: 青森県鯉ヶ沢油田調査報告, 青森県油田調査報告書 12-20 頁 (1957)
- 13) 北村 信: 東北地方における後期中新世より初期鮮新世にかけての造山運動について (要旨), 日本新第三紀シンポジウム, 日本地質学会昭和 33 年討論会資料 (1958)
- 14) 北村 信: 東北地方の堆積盆地の変遷史, 新生代の研究, 26 号, 1-15 頁, 図 1-8, 表 1-2 (1958)
- 15) 窪田 薫: 北日本新生代化石解説, 9, (瀬棚統化石動物群の研究, No. 3), 新生代の研究, 6 号, 94-100 頁, 図版 8-9 (1950)
- 16) Masuda, K.: On the Miocene Pectinidae from the Environs of Sendai, Part 3; Two Miocene Pectens. Trans. Proc. Palaeont. Soc. Japan, N.S., No. 12, pp. 83-87, Plate. 8 (1953)
- 17) Masuda, K.: On the Miocene Pectinidae from the Environs of Sendai, Part 5; On "*Pecten*" *arakawai* Nomura. Trans. Proc. Palaeont. Soc. Japan, N.S., No. 14, pp. 149-153, Plate. 19 (1954)
- 18) Masuda, K.: Some Fossil Pectinidae from the Oido formation, Wakuya-machi, Tôda-gun, Miyagi Prefecture, Northeast Japan. Saito Ho-on Kai Mus., Res. Bull., No. 25, pp. 22-26, Plate. 3 (1956)
- 19) Masuda, K.: On the Miocene Pectinidae from the Environs of Sendai, Part 12; On *Pecten kagamianus* Yokoyama. Trans. Proc. Palaeont. Soc. Japan, N.S., No. 32, pp. 271-284, Pls. 40-41 (1958)
- 20) Masuda, K.: On Morphogenesis of *Nanzoichlamys*. Sci. Rep. Tohoku Univ., Ser. 2, Special Volume, No. 4, (Hanzawa Memorial Volume), pp. 371-383, Plate, 39, text-figs. 1-10 (1960)
- 21) Masuda, K.: On the Miocene Pectinidae from the Environs of Sendai, Part 17; Summary, Trans. Proc. Palaeont. Soc. Japan, N.S., No. 39, pp. 293-300 (1960)
- 22) Masuda, K. and Sawada, Y.: Some New Tertiary Pectinids from Southwestern Hokkaido. Jap. Jour. Geol. Geogr., Vol. 32, No. 1, pp. 19-27, Plate. 4 (1961)
- 23) 松井 愈, 他: 北海道後志国今金町東北部地質鉞床調査報告書, 北海道地下資源調査所, 1-25 頁, 5 万分 1 地質図 (1955)
- 24) 松井 愈: 今金町美利河附近の新第三紀層 (予報), 北地要, 30 号, 28-29 頁 (1955)
- 25) 長尾 巧: 北海道西南部の新生代層と最近の地史, 地質雑, 39 卷, 465 号, 320-322 頁 (1932)
- 26) 長尾 巧, 佐々保雄: 北海道西南部の新生代層と最近の地史 (1)-(4), 地質雑, 40 卷, 480 号, 555-577 頁, 483 号, 750-775 頁, 41 卷, 485 号, 47-60 頁, 488 号, 211-260 頁 (1933-1934)
- 27) Nomura, S. and Hatai, K.: On the Variation of Certain Internal Features of the Fossil

- Terebrataria coreanica* from Hokkaido. Mal. Soc. Japan, Vol. 5, No. 1, pp. 10-13 (1935)
- 28) Okutsu, H.: Geology and Qualitative Characteristics of Lignite, Miyagi Prefecture. Tohoku Kozan, No. 3, pp. 11-20, 1 Table, text-figs. 1-14 (1951)
- 29) Okutsu, H.: On the Stratigraphy and Paleobotany of the Cenozoic Plant Beds of the Sendai Area. Sci. Rep., Tohoku Univ., Ser. 2, Vol. 26, pp. 1-114, pls. 1-8, text-figs. 1-34, tables 1-14 (1955)
- 30) Otuka, Y.: The Oti Graben in Southern Noto Peninsula, Japan. (Part 2). Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Imp. Univ., Vol. 13, Pt. 4, pp. 806-845, 1 Plate, tables 2-4, text-figs. 12-13 (1935)
- 31) 庄司力偉: 宮城県葉来山及び三本木町近傍の亜炭田の地質について, 宮城県商工部, 1-27 頁, 図 1-12, 表 1-6, 地質図 1-2 (1954)
- 32) 庄司力偉: 宮城県北西部亜炭田地域の地質, (鮮新統に発達する堆積輪廻の生成に関する研究), 東北鉱山, 5 巻, 1 号, 1-25 頁, 図 1-13, 表 1-4 (1958)
- 33) 白井健裕: 瀬棚産化石有孔虫群集を中心とする黒松内地域の地質について, (北日本新第三紀化石有孔虫群集の研究 I), 北地要, 38 号, 1-12 頁 (1959)
- 34) 三谷勝利, 斎藤尚志, 長尾捨一: 太櫓地域の石炭び可燃性天然ガス調査報告, 北海道地下資源調査資料, 67 号, 1-24 頁, 図 1-5, 表 1-2, 写真版 1-6, 5 万分 1 地質図 (1961)

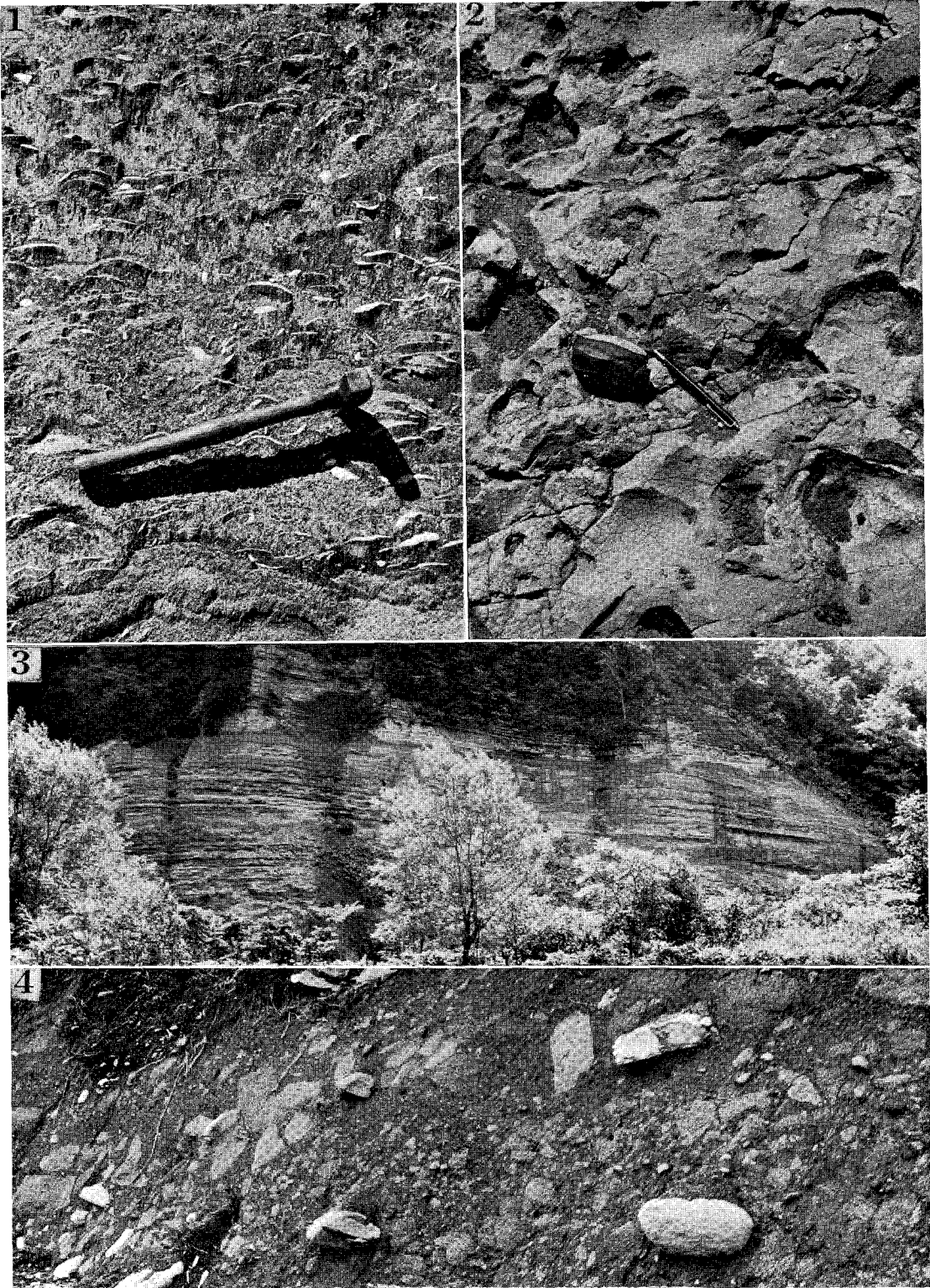
図 版 説 明

第 1 図 版

- 第 1 図: 貝殻橋砂岩層。帆立介化石密集帯, (下部密集帯)。マップ川左股川合流点北方約 200 m。
- 第 2 図: 八雲層。暗灰色凝灰質粗粒砂岩円礫を含む灰色凝灰岩。下ハカイマップ川二股上流約 1000 m
- 第 3 図: 貝殻橋砂岩層上に整合にのる八雲層。マップ川貝殻橋南方約 150 m。
- 第 4 図: 貝殻橋砂岩層下部の礫岩。花崗閃緑岩巨礫は風化のため軟弱になっている。マップ貝殻橋北方約 200 m。

第 2 図 版

- 第 1 図: 黒松内層。青灰色角礫凝灰岩に挟まれる灰白色凝灰岩。左股川貝殻橋北北西約 2500 m。
- 第 2 図: 花崗閃緑岩上に blended unconformity でのる貝殻橋砂岩層最下部。マップ川貝殻橋北方約 500 m
- 第 3 図: 八雲層薄互層を切る下ハカイマップ断層。
- 第 4 図: 珍古辺層。偽層する灰白色中粒砂岩及び之に挟まれる礫岩。今金駅東方約 1000 m



第 1 図 版



第 2 図 版

プレストレスを考慮せるローゼ桁橋の設計試案と その応力調整並びに計算方法に関する研究

中村作太郎

A Study of the Tentative Design and the Stress Adjusting and Calculating Method of the “Prestressed Lohse Girder Bridge”.

Sakutaro Nakamura

Abstract

In order to get the economical section of members and the structural perfection of the bridge, the present writer made a special study of the tentative design of the prestressed Lohse girder bridge of the Langer girder type having a little camber at the lower chord member.

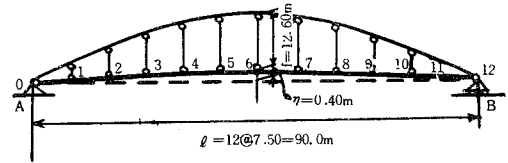
He investigated carefully the stress adjusting and calculating method of its upper and lower chord members, and showed that the above prestressed Lohse girder bridge is much better than the common Lohse girder bridge and Langer girder bridge.

Then again by using the graphic method, he calculated the most profitable prestresses and moments around a neutral axis or a core centre axis of the chord member section at the two prestressed Lohse girder bridges of the Langer girder type both cambered and not cambered at the lower chord member having the same span length $l=90$ m and the same arch rise $f=12.60$ m. Also by some illustrative moment-graphs he expressed clearly how the minus and plus moments of the upper and lower chord members are adjusted, discussing the max fiber stress intensity of every chord member at the above-mentioned bridges.

I. 緒 論

最近、経済性、外観の軽快性および設計計算の簡易なることなどより、ランガー桁橋が好んで多く架設せられるようになった。しかし、ランガー桁橋¹⁻⁴⁾は、これらの利点に反し、剛性乏しく、振動性^{1,3)}に富み、死・活荷重により撓みが意外に大きくなるほか、上弦材に生ずる曲げモーメントを考慮しないため、力学上の理論が不完全であり、プレストレスト・ランガー桁橋⁵⁾の応力調整並びに計算を行なう際、種々支障を未たす結果となる。著者は、この欠点を補い、理論を明快ならしめるため、上弦材の曲げモーメントによる影響をも考慮に入れたローゼ桁の計算理論をそのまま、上弦材に比し下弦材断面の大きな、ランガー桁型式の橋梁に用い好結果をおさめた。また、著者はこのようなランガー系のローゼ桁橋において、撓みと断面応力の減少を目的として、下弦材に、若干の反り(1/200~1/300程度)をつけることを考案し、支

間、90 m の一等道路橋として、下弦材に中央で 40 cm の反りのある設計を試みた(第 1 図参照)。すなわち死・活荷重の载荷により、下弦材の反りの影響が、力学的効果をもたらし、水平力の自然の増大(プレストレスを発生する)によって、上・下両弦材の曲げモーメントを調整、減少させ、ひいては、断面の合成応力度の軽減をもたらし、下弦材水平なる同支間・同型のローゼ桁橋に比べ、遙かに有利ならしめることが出来た。この際、問題となるのは、どの程度の反りをつければ、応力調整上、もっとも都合がよく、最上の経済断面が得られるかということであり、これを決めることが、下弦材に反りのあるプレストレスを考慮したローゼ桁橋を設計する上の鍵となるわけである。



第 1 図 キャンバー式のプレストレスを考慮せるローゼ桁橋の一般側面図

著者は、第 1 図のローゼ桁橋と同支間・同拱矢の下弦材水平なるプレストレスト・ランガー桁橋における最も有利なる、導入プレストレスの値を参照し、反りによるプレストレスを考慮した、ローゼ桁橋の自然の水平増発力(最大の $H_p \approx 20$ t) の大きさ並びに、下弦材中央の反りの値($\eta = 40$ cm)を推定した。

尚、著者は同橋の詳細設計を試み、下弦材水平なるローゼ桁橋と比較し、断面の経済性、撓みの減少、その他について、遙かに優れていることを明白ならしめたほか、プレストレスを考慮せる、ローゼ桁橋の上・下弦材の応力調整法とそれら断面の応力計算方法について論ずると共に、実際の計算例についても吟味検討した。(著者はこのような橋を総括してプレストレスト・ローゼ桁橋と名づけた。)

II. プレストレスを考慮せるローゼ桁橋の設計試案とその応力計算

1. プレストレスの自然発生並びに導入の方法について

プレストレスト・ローゼ桁橋において、プレストレスの自然発生並びに導入の方法について考えて見るに、大体、プレストレスト・ランガー桁橋における場合と、略同様に取扱うことが出来る。ただ、ランガー桁橋においては、補剛桁(下弦材)に何らかの形で、負の曲げモーメントを発生させるか、若しくは、人工的にそれを導入し、上・下フランジの応力を等しい値に近づけ、同時に桁全長に渡って生ずる最大応力が、略等しい値となるように配慮し、出来れば桁全長に渡って対称断面を使用する工夫をするにあり、拱肋(上弦材)に関しては、軸力の増大以外に大した考慮も払わないことになっている。これに比べ、ローゼ桁橋においては、下弦材は勿論、上弦材においても、負の曲げモーメントを自然発生させるか人工的に導入する方法を研究しなければならない。また、この場合、プレストレスの発生・導入によって、上弦材・下弦材の応力を調整し、総合的見地から最も都合のよいプレストレスの量を見出さなければならない。上弦材、下弦材に負の曲げモーメントを発生・導入させる方法としては、次の数種の場合

が考えられる。

A. 上弦材(拱肋)に直接、ジャッキを挿入するか、または、直接ワイヤー・ロープ等にて水平に引張り、上弦材(拱肋)に圧縮応力を導入する方法。

B. 吊材に、ターン・バックル等を挿入し、吊材の長さを調整する方法。

C. 下弦材に、予め上向きの反りをつけ、負の曲げモーメントを生ぜしめた状態で、上弦材(拱肋)・吊材を取付ける方法。

D. 下弦材が両側に跳出部を有する場合には、**C**の場合と同じ状態、すなわち、上向きの反りを跳出部より来る死荷重・活荷重により生ぜしめる方法。

E. 下弦材に、予め上向きの反りをつけ、死荷重・活荷重により、下弦材は勿論、上弦材(拱肋)にも負の曲げモーメントを生ぜしめる方法。

F. 下弦材(箱形断面)の内部に、弾性係数の特に高い金属よりなるピアノ線を挿入し、これに引張力を与えることによって、上向きの反りをつけ、上弦材・下弦材に負の曲げモーメントを生ぜしめる方法。

以上の6種類の中、**A, B, C, F**の場合は人工的に、プレストレスを導入する方法であり、**D, E**の場合は、自然にプレストレスの発生する理論計算の明快なる方法である。また、**D, E**の場合に、人工的プレストレスの導入を併用する方法も考えられる。

2. ランガー系プレストレスト・ローゼ桁橋の設計方針と要項

上弦材(拱肋)の断面に比し、下弦材の断面が割合大きな、ランガー系の橋梁に、ローゼ桁橋の理論を用い、更に下弦材に若干の反りをつけることによって、自然的にプレストレスを発生させる方法、すなわち、前記のEの方法を採用することにし、次の設計要項に従って応力計算を行なった。

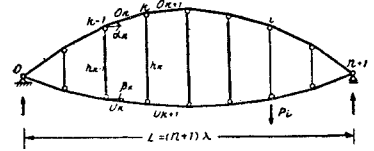
- A.** 設計示方書：鋼道路橋設計示方書(昭和31年5月改正)
- B.** 橋の型式：下弦材に反りのあるランガー系のプレストレスト・ローゼ桁橋
- C.** 橋種：鋼道路一等橋
- D.** 支間： $l=12 @ 7.5 \text{ m}=90 \text{ m}$
- E.** 有効幅員：7.5 m
- F.** 舗装：コンクリート舗装
- G.** 床版：鉄筋コンクリート
- H.** 活荷重： $T-20, L-20, 500 \text{ kg/cm}^2$ の群集荷重
- I.** 衝撃係数： $i=20/50+l$ 、 l は、鋼道路設計示方書による(m)
- J.** 橋台：扶壁式鉄筋コンクリート橋台
- K.** 基礎地盤：軟質岩盤
- L.** 鋼材の種類：一般構造用圧延鋼材、SS 41、リベット用鋼材、SV 34

M. 接合：リベット接合

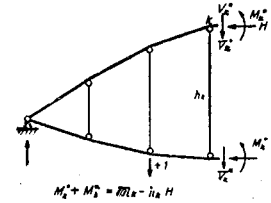
3. ローゼ桁橋の計算解式

ローゼ桁橋の解式を列記するに先立ち、主なる記号をあげると次の如くである。

L : 支間, λ : 格間長, $(n+1)$: 格間数, O_k : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における上弦材の長さ, U_k : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における下弦材の長さ, a_k : 格間 $(k-1) \sim (k)$ において上弦材が支点 $(0) \sim (n+1)$ を結ぶ線となす角, β_k : 格間 $(k-1) \sim (k)$ において下弦材が支点 $(0) \sim (n+1)$ を結ぶ線となす角, h_k : 格点 k における吊材の長さ, F_k^0 : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における上弦材の断面積, F_k^u : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における下弦材の断面積, J_k^0 : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における上弦材の慣性モーメント, J_k^u : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における下弦材の慣性モーメント, J_c : 任意にある基準として選定した標準の慣性モーメント, O'_k : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における上弦材の換算長, $O'_k = O_k J_c / J_k^0$, U'_k : 格間 $(k-1) \sim (k)$ における下弦材の換算長, $U'_k = U_k J_c / J_k^u$, $l'_k = O'_k + U'_k = O_k J_c / J_k^0 + U_k J_c / J_k^u$, H : 弦材軸力の水平分力, M_k^0 : 上弦格点 k における曲げモーメント, M_k^u : 下弦格点 k における曲げモーメント, M_k : 格点 k における単純梁としての曲げモーメント, Z_k : 格点 k における吊材応力, V_k^0 : 上弦格点 k のすぐ右側において上弦材に作用する垂直剪力, V_k^u : 下弦格点 k のすぐ右側において下弦材に作用する垂直剪力, l_k : 分配率, N : 軸力, 今, $(n+1)$ 個の格間を有し, 格間長 λ , 支間 $L = (n+1)\lambda$ の第 2 図のようなローゼ桁を考えて見ると, これは $(n+1)$ 次の不静定構造物であるから, 不静定量として上弦材の格点モーメントおよび弦材軸力の水平分力に選べば, $(n+1)$ 個の方程式から解くことが出来る筈である。そこで, 三連モーメントの定理を応用し, 次の仮定, a) 格間長 λ は, 全格間にわたり一定である。b) 荷重はすべて格点荷重とする。c) 吊材の変形を省略する。d) 格点間の弦材は直線部材であるとみなす。などを設ければ, 不静定量, $M_1^0, M_2^0, \dots, M_n^0$ および H を算出する基本式は, 周知の如く, (1) および (2) によって表わすことが出来る。



a) 一般側面図



b) 左側半分の力学的平衡図

第 2 図 一般的ローゼ桁の側面図

$$\left. \begin{aligned} & l'_k M_{k-1}^0 + 2(l'_k + l'_{k+1}) M_k^0 + l'_{k+1} M_{k+1}^0 + [U'_k h_{k-1} + 2(U'_k + U'_{k+1}) h_k + U'_{k+1} h_{k+1}] H \\ & + 6 \left[\frac{J_c}{F_k^0} \sin a_k - \frac{J_c}{F_{k+1}^0} \sin a_{k+1} - \frac{J_c}{F_{k+1}^u} \sin \beta_k + \frac{J_c}{F_k^u} \sin \beta_{k+1} \right] H \\ & = U'_k M_{k-1} + 2(U'_k + U'_{k+1}) M_k + U'_{k+1} M_{k+1} \end{aligned} \right\} (1)$$

および,

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \left[O'_k h_{k-1} + 2(O'_k + O'_{k+1}) h_k + O'_{k+1} h_{k+1} \right] M_k^0 - 6 \lambda H \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J_c}{F_k^0} \frac{\cos(a_k + \beta_k)}{\cos \beta_k} \right. \\ & \left. + \frac{J_c}{F_k^u} \frac{1}{\cos \beta_k} \right] = 0 \end{aligned} \right\} (2)$$

ローゼ桁の計算は、 H の項を含む(1)式の示す n 個の方程式群および未知量をことごとく含む(2)式を解くことに帰着するが、 $(n+1)$ 個の連立方程式を消去法その他の方法によって解くには、非常な労力を要するので、平井敦氏の取扱った方列論的解法⁴⁾を、第1図のような半レンズ形のローゼ桁橋に用い、次に列記するような近似計算式を得ることが出来る。これらの式は、既に知られている如く、極めて近似性が高く、充分計算に役立つものである。

A. 換算長の計算式

$$O'_k = \frac{J_c}{J_k^0} \cdot O_k, \quad U'_k = \frac{J_c}{J_c} \cdot U_k = \lambda \tag{3}$$

B. 分配率の計算式

$$t_k = \frac{U'_k + U'_{k+1}}{V'_k + V'_{k+1}}, \quad 1 - t_k = \frac{O'_k + O'_{k+1}}{V'_k + V'_{k+1}} \tag{4}$$

C. 水平分力の影響線の計算式

$$H_i = \frac{\sum_{k=1}^n \phi_k \mathfrak{M}_{ki} h_k}{\sum_{k=1}^n \phi_k h_k^2 + J_c \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{\cos a_k}{F_k^0} + \frac{\cos \beta_k}{F_k^u} \right]} \tag{5}$$

但し、 $\phi_k = \frac{J_c}{J_k^0} \cdot t_k \cdot \sec a_k + \frac{J_c}{J_k^u} (1 - t_k)^2 \sec \beta_k$

D. 曲げモーメントの影響線の計算式

$$M_k^0 = t_k (\mathfrak{M}_{ki} - h_k H_i), \quad M_k^u = (1 - t_k) (\mathfrak{M}_{ki} - h_k H_i) \tag{6}$$

E. 剪断力の影響線の計算式

$$\left. \begin{aligned} V_k^0 &= t_k \frac{\mathfrak{M}_{k+1, i} - \mathfrak{M}_{k, i}}{\lambda} + (1 - t_k) \frac{h_{k+1} - h_k}{\lambda} H_i \\ V_k^u &= (1 - t_k) \frac{\mathfrak{M}_{k+1, i} - \mathfrak{M}_{k, i}}{\lambda} - (1 - t_k) \frac{h_{k+1} - h_k}{\lambda} H_i \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

F. 上下弦材の軸方向力の計算式

$$\left. \begin{aligned} N_k^0 &= H \cos a_k + V_k^0 \sin a_k, \quad N_k^u = H \cos \beta_k - V_k^u \sin \beta_k \quad (\beta_k \neq 0 \text{ なら } N_k^u = H) \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

ここに、 N_k^0 ：上弦材の軸方向力、 N_k^u ：下弦材の軸方向力

G. 上下弦材の剪断力の計算式

$$\left. \begin{aligned} Q_k^0 &= V_k^0 \cos a_k - H \sin a_k, \quad Q_k^u = V_k^u \cos \beta_k + H \sin \beta_k \quad (\beta_k \neq 0 \text{ なら } Q_k^u \doteq V_k^u) \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

ここに、 Q_k^0 ：上弦材の剪断力、 Q_k^u ：下弦材の剪断力

H. 上下弦材応力および許容応力

鋼道路橋設計示方書第26条の規定によれば、曲げモーメントおよび圧縮力を受ける部材の応力は、次式を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \frac{N}{F_g} + \frac{M}{W} \frac{\sigma_{ca_1}}{1,200} &\leq \sigma_{ca_1} & \sigma_{ca_1} &= 1,200 - 0.05 \left(\frac{l}{r_1}\right)^2 \text{ (kg/cm}^2\text{)} \\ \frac{N}{F_g} + \frac{M}{W} &\leq \sigma_{ca_3} & \sigma_{ca_3} &= 1,200 - 0.5 \left(\frac{l}{b}\right)^2 \text{ (kg/cm}^2\text{)} \\ \frac{N}{F_g} &\leq \sigma_{ca_2} & \sigma_{ca_2} &= 1,200 - 0.05 \left(\frac{l}{r_2}\right)^2 \text{ (kg/cm}^2\text{)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 σ_{ca_1} : 水平軸のまわりの断面二次半径(r_1)を用いた許容圧縮応力度
 σ_{ca_2} : 垂直軸のまわりの断面二次半径(r_2)を用いた許容圧縮応力度
 σ_{ca_3} : フランジの幅(b)と、フランジ固定点間の距離(l)を用いた許容圧縮応力度

下弦材のように、曲げモーメントおよび、引張力を受ける部材については、

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_t}{F_n} + \frac{M}{W_t} &\leq 1,300 \text{ (kg/cm}^2\text{)} \\ \text{ここに、} W_t: J_n = J_g \cdot F_n / F_g &\text{を用いた引張側の断面係数} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

I. 吊材応力の影響線

$$\left. \begin{aligned} Z_{k, \ell} &= t_k \cdot \delta_{k, \ell} + (1 - t_k) \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} \cdot H_\ell \\ \text{ここに、} \delta_{k, \ell}: &\text{クロネッカー (Kronecker) の記号} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

J. 撓み計算式

弾性荷重の一般式は、

$$\left. \begin{aligned} EW_k &= \frac{1}{J_k S_k} \int_0^{S_k} M_t S dS + \frac{1}{J_{k+1} S_{k+1}} \int_0^{S_{k+1}} M_r (S_{k+1} - S) dS \\ &- \frac{\tan \theta_k}{A_k S_k} \int_0^{S_k} N_t dS + \frac{\tan \theta_{k+1}}{A_{k+1} S_{k+1}} \int_0^{S_{k+1}} N_r dS \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(14) 式をローゼ桁の下弦材に適用し、

$$\left. \begin{aligned} EW_k &= \frac{P_k \cdot \lambda}{6} \left[\frac{\bar{y}_{k-1}}{J_k} + 2\bar{y}_k \left(\frac{1}{J_k} + \frac{1}{J_{k+1}} \right) + \frac{\bar{y}_{k+1}}{J_{k+1}} \right] \\ \text{ここに、} W_k: &\text{格点 } k \text{ の弾性荷重, } P_k: \text{格点荷重, } J_k: \text{格点 } k \text{ の左側} \\ &\text{の部材の断面二次モーメント, } \bar{y}_k: \text{与えられた載荷状態に対する曲げモーメント影響線縦距の和} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\text{撓み } \delta = \frac{P}{E} M_k \quad (16)$$

4. 荷 重

A. 死 荷 重

$$\left. \begin{aligned} \text{コンクリート舗装} & 2,300 \times 0.05 \times 7.5 \times \frac{1}{2} = 431.3 & \text{鋼重} \\ \text{鉄筋コンクリート床版} & 2,400 \times 0.15 \times 7.5 \times \frac{2}{1} = 1350 & \text{床組 } 65 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{地 覆} \quad 2,400 \times 0.35 \times 0.25 = 210 \\
 \text{ハンチなど} \quad 90 \\
 \text{高 欄} \quad 100
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{地 覆} \\ \text{ハンチなど} \\ \text{高 欄} \end{array}} \right\}
 \begin{array}{l}
 2,081.3 \text{ kg/m} \\
 \\
 \text{一主構 1 m 当り } \frac{345,000}{90 \times 2} = 1,916.7 \text{ kg/m}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{横構} \quad 30 \\
 \text{主構} \quad 250
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{横構} \\ \text{主構} \end{array}} \right\} 345 \text{ t}$$

故に、一主構 1 m 当り総死荷重強度 $2,081.3 + 1,916.7 = 3,998.0 \text{ kg/m}$

$$\text{格点死荷重 } W = 3,998.0 \times 7.5 = 29,985 \text{ kg}$$

B. 活荷重

$$L-20 \text{ 荷重, 有効幅員 } w = 7.5 \text{ m} \quad a = 1 - \frac{7.5 - 5.5}{50} = 0.96$$

$$\text{集中荷重 } P = \frac{7.5}{5} \times 5.0 \times 0.96 = 18,000 \text{ kg}$$

$$\text{等分布荷重 } p = 0.96 (430 - 90) \times \frac{7.5}{2} \times 7.5 = 9,180 \text{ kg}$$

C. 衝撃係数

$$\text{上下弦材に対して, } i = \frac{20}{50 + l} = \frac{20}{50 + 90} = 0.142, \text{ 吊材に対して, } i = \frac{20}{50 + 7.5} = 0.347$$

5. 形状寸法並びに部材断面

A. 基本寸法

第 1 表 基本寸法および整値

k	x (m)	y (m)	y' (m)	V_k $= y - y'$ (m)	O_k (m)	U_k (m)	$\cos \alpha_k$	$\sin \alpha_k$	$\cos \beta_k$	$\sin \beta_k$
1	37.5	3.972	0.1222	3.8498	8.487	7.5	0.88370	0.46801	1.0	0
2	30.0	7.222	0.2222	6.9998	8.174	"	0.91760	0.39760	"	"
3	22.5	9.570	0.2999	9.2701	7.915	"	0.94757	0.31939	"	"
4	15.0	11.556	0.3555	11.2005	7.714	"	0.97226	0.23412	"	"
5	7.5	12.639	0.3888	12.2502	7.578	"	0.98971	0.14291	"	"
6	0	13.000	0.4000	12.6000	7.509	"	0.99880	0.04808	"	"

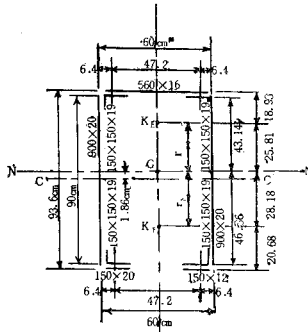
第 1 図および第 16 図における、基本寸法および数値を示せば第 1 表の如くなる。

B. 上弦材断面

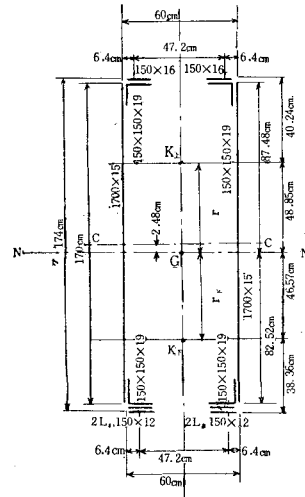
上弦材の断面は、第 3 図のような形状とする。断面積および断面に関する諸数値を示せば、第 2 表の如くなる。

C. 下弦材断面

下弦材の断面は、第 4 図のような形状とし、断面積および断面に関する諸数値は、第 3 表の如くなる。



第3図 上弦材標準断面図
(O_1 部材)



第4図 下弦材標準断面図
(U_1 部材)

第2表 上弦材の断面に関する諸数値

種別	使用材片 (mm)	総断面積 (m^2)	偏心率 (cm)	J_k^0 (cm^4)	W (cm)	r_1 & r_2 (cm)
O_1 ($k=1$)	1 Cov. 560×16 2 Web. 900×20 4 Ls. 150×150×19 2 Pls. 150×20	723.12	1.86	911,724.65	W_0 20,378.3 W_u 18,659.9	r_1 35.51 r_2 25.50
O_2 ($k=2$)	1 Cov. 560×16 2 Web. 880×20 4 Ls. 150×150×19 2 Pls. 150×20	715.12	1.84	866,576.34	W_0 19,802.9 W_u 18,114.1	r_1 34.81 r_2 25.47
O_3 ($k=3$)	1 Cov. 560×16 2 Web. 860×20 4 Ls. 150×150×19 2 Pls. 150×20	707.12	1.82	820,224.88	W_0 19,173.1 W_u 17,518.7	r_1 34.06 r_2 25.42
O_4 ($k=4$)	1 Cov. 560×16 2 Web. 840×20 4 Ls. 150×150×19 2 Pls. 150×20	699.12	1.79	776,826.87	W_0 18,579.9 W_u 16,965.0	r_1 33.33 r_2 25.38
O_5 ($k=5$)	1 Cov. 560×16 2 Web. 820×20 4 Ls. 150×150×19 2 Pls. 150×20	691.12	1.77	734,399.68	W_0 17,986.8 W_u 16,403.8	r_1 32.60 r_2 25.33
O_6 ($k=6$)	1 Cov. 560×16 2 Web. 800×20 4 Ls. 150×150×19 2 Pls. 150×20	683.12	1.75	693,552.56	W_0 17,404.1 W_u 15,852.6	r_1 31.86 r_2 25.29

注 J_k^0 : 断面の中立軸に関する慣性モーメント

第3表 下弦材の断面に関する諸数値

種別	使用材片 (mm)	断面積 (cm ²)	偏心量 (cm)	J_x^* (cm ⁴)	W (cm ³)	J_c/J_x^*
U_1 (k=1)	2 Cov. 150×16 2 Web. 1,700×15 4 Ls. 150×150×19 4 Pl. 150×12	A_g 843.52 A_n 770.52	2.48	3,498,951.91	W_o 39,278.8 W_u 34,037.7	0.86656
U_2 (k=2)	2 Cov. 150×16 2 Web. 1,680×15 4 Ls. 150×150×19 4 Pl. 150×12	A_g 837.52 A_n 764.52	2.46	3,405,417.34	W_o 38,671.6 W_u 33,514.6	0.89036
U_3 (k=3)	2 Cov. 150×16 2 Web. 1,660×15 4 Ls. 150×150×19 4 Pl. 150×12	A_g 831.52 A_n 758.52	2.45	3,309,492.02	W_o 38,018.3 W_u 32,982.7	0.91617
U_4 (k=4)	2 Cov. 150×16 2 Web. 1,640×15 4 Ls. 150×150×19 4 Pl. 150×12	A_g 825.52 A_n 752.52	2.44	3,215,435.04	W_o 37,371.4 W_u 32,409.4	0.94296
U_5 (k=5)	2 Cov. 150×16 2 Web. 1,620×15 4 Ls. 150×150×19 4 Pl. 150×12	A_g 819.52 A_n 746.52	2.43	3,122,916.23	W_o 36,727.2 W_u 31,877.5	0.97090
U_6 (k=6)	2 Cov. 150×16 2 Web. 1,600×15 4 Ls. 150×150×19 4 Pl. 150×12	A_g 813.52 A_n 740.52	2.42	3,032,041.76	W_o 36,087.14 W_u 31,318.5	1.00000

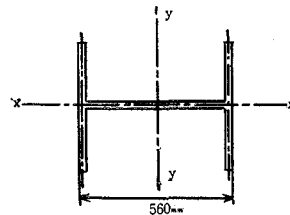
注 J_x^* : 断面の中立軸に関する慣性モーメント

D. 吊材断面

吊材の断面は、第5図のような形状とし、断面積および断面に関する諸数値は、次の如くである。

	F (cm ²)	J_x (cm ⁴)
2 pls @ 300×20	120	9,000
1 pl 520×20	104	34.67
	224	9,034.67

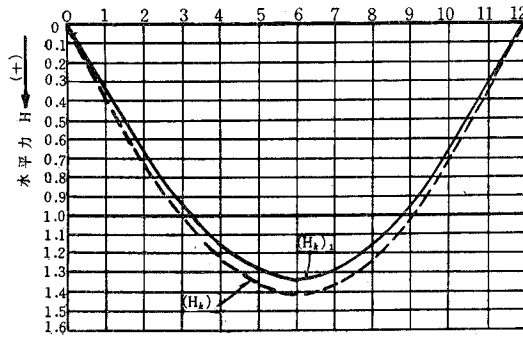
$$r = 6.35 \text{ cm}, \quad \frac{l}{r} = 198.42 < 200$$



第5図 吊材断面図

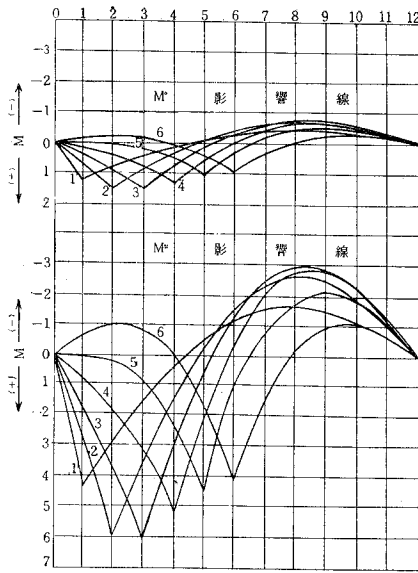
6. 水平力、曲げモーメント、剪断力などの影響線

下弦材水平なる場合と、下弦材に反り($\gamma=40$ cm)ある場合について、それぞれ、水平力、曲げモーメント、剪断力などの影響線を画けば、第6図～第10図が得られる。



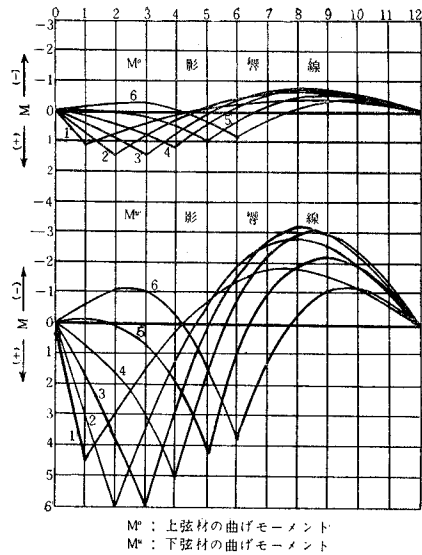
(H_k)₁: 下弦材水平なる場合の水平力
 (H_k)₂: 下弦材に反り ($\eta=40$ cm) ある場合の水平力

第 6 図 水平力 H の影響線図



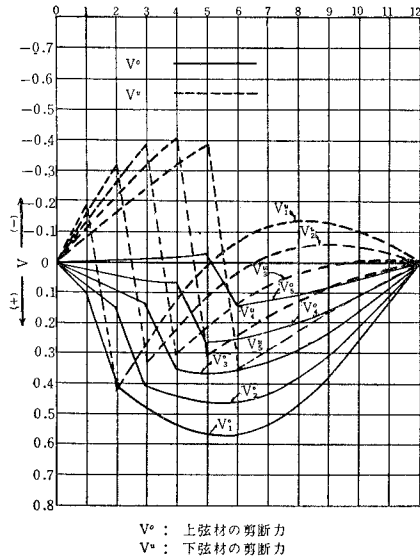
M^u : 上弦材の曲げモーメント
 M^l : 下弦材の曲げモーメント

第 7 図 下弦材水平なる場合の
 曲げモーメント影響線図

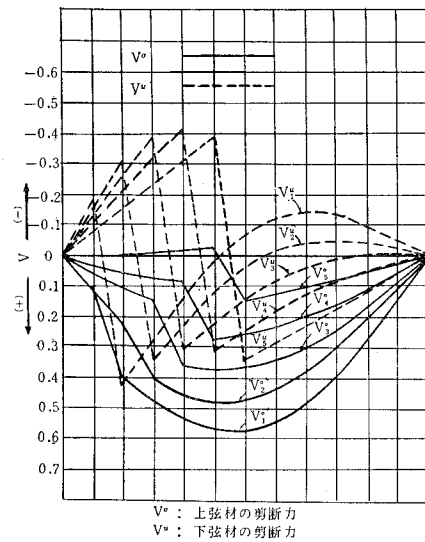


M^u : 上弦材の曲げモーメント
 M^l : 下弦材の曲げモーメント

第 8 図 下弦材に反り ($\eta=40$ cm) ある
 場合の曲げモーメント影響線図



第9図 下弦材水平なる場合の
剪断力影響線図



第10図 下弦材に反り ($\gamma=40$ cm)
ある場合の剪断力影響線図

7. 反りによって生ずる水平増発力の計算

第6図より、下弦材水平なる場合と反り ($\gamma=40$ cm) のついでる場合の H の影響線の縦距の差を計算し、格点死荷重 $W=29,985$ kg, 格点活荷重の中, 集中荷重 $P=18,000$ kg, 等分布荷重 $p=9,180$ kg; 衝撃係数 $i=0.142$ などを用いて、それぞれの水平力増加の値を計算すれば次の如くなる。

死荷重による水平力の増加	13.629 t
活荷重による水平力の増加	5.329 t
衝撃荷重による水平力の増加	0.757 t
計	$H'_p=19.715$ t

先きに、最大の $H'_p \doteq 20$ t と推定したが、計算の結果、左程の違いのないことが分った。

8. 断面の合成応力度並びに許容応力度

上弦材および下弦材の断面における合成応力度と許容応力度を求めれば、第4表～第9表の如くなる。

第4表 上弦材の断面合成応力度 (その1)
 曲げモーメント最大の上弦材の合成応力 (kg/cm²)

種別	下弦材・水平		下弦材の上向きの反り・ $\eta=40$ cm			
	(+) M_{\max} のとき		(+) M_{\max} のとき		(-) M_{\max} のとき	
k	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W_0} \frac{\sigma_{ca_1}}{1,200}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{W}{W_0}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W_0} \frac{\sigma_{ca_1}}{1,200}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W_0}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W_u} \frac{\sigma_{ca_1}}{1,200}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W_u}$
1	750.34	773.22	642.16	652.14	781.28	796.33
2	768.48	902.42	695.42	710.15	695.42	710.15
3	911.13	946.75	718.71	733.66	854.97	880.82
4	877.39	909.37	703.38	716.31	826.16	853.43
5	803.09	826.75	680.44	689.09	754.60	773.51
6	786.66	810.74	677.93	688.40	714.55	727.13

第5表 上弦材の合成応力度 (その2)
 水平力最大時の上弦材合成応力 (kg/cm²)

種別	下弦材・水平		下弦材の反り40 cm	
	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W_u} \frac{\sigma_{ca_1}}{1,200}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W_u}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W} \frac{\sigma_{ca_1}}{1,200}$	$\frac{N}{F_g} + \frac{M}{W}$
1	680.43	671.97	724.64	727.64
2	656.37	656.83	721.68	725.77
3	653.96	655.09	711.64	715.76
4	682.30	686.58	683.21	684.91
5	695.73	701.48	696.60	699.67
6	810.18	826.76	769.84	779.37

第6表 下弦材の合成応力度

種別	下弦材水平なる場合		下弦材に反り ($\eta=40$ cm) ある場合		
	(+) M_{\max} のとき	H_{\max} のとき	(+) M_{\max} のとき	(-) M_{\max} のとき	H_{\max} のとき
k	$\frac{N}{F_n} + \frac{M}{W_t}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n} + \frac{M}{W}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n} + \frac{M}{W_t}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n} + \frac{M}{W_t}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n} + \frac{M}{W}$ (kg/cm ²)
1	1,084.89	983.55	918.70	886.49	675.45
2	1,414.78	560.36	1,157.11	1,157.11	697.04
3	1,484.86	624.35	1,205.93	1,121.14	701.93
4	1,401.80	715.98	1,125.42	1,055.32	654.53
5	1,179.47	756.33	953.11	1,205.98	637.83
6	1,141.15	1,033.84	1,002.26	860.98	874.95

第7表 上弦材の軸圧縮応力度

種類	下弦材・水平		下弦材の反り・ $\eta=40$ cm		
	(+) M_{max} のとき	H_{max} のとき	(+) M_{max} のとき	(-) M_{max} のとき	H_{max} のとき
k	$\frac{N}{F_g}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_g}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_g}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_g}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_g}$ (kg/cm ²)
1	523.80	665.71	543.40	632.34	691.02
2	521.11	651.62	544.67	544.67	679.84
3	540.86	642.17	563.33	586.20	668.86
4	544.93	637.84	568.99	583.54	665.48
5	561.60	637.04	592.14	561.67	665.30
6	550.68	647.63	575.36	592.20	676.45

第8表 下弟材の軸引張応力度

種別	下弟材・水平		下弦材の反り・ $\eta=40$ cm		
	(+) M_{max} のとき	H_{max} のとき	(+) M_{max} のとき	(-) M_{max} のとき	H_{max} のとき
k	$\frac{N}{F_n}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n}$ (kg/cm ²)	$\frac{N}{F_n}$ (kg/cm ²)
1	470.06	598.15	471.66	550.53	600.44
2	479.18	"	484.56	484.56	605.16
3	505.18	"	514.97	540.52	609.94
4	512.60	"	527.17	538.74	614.81
5	528.59	"	552.86	523.25	619.75
6	508.60	"	531.40	546.95	624.77

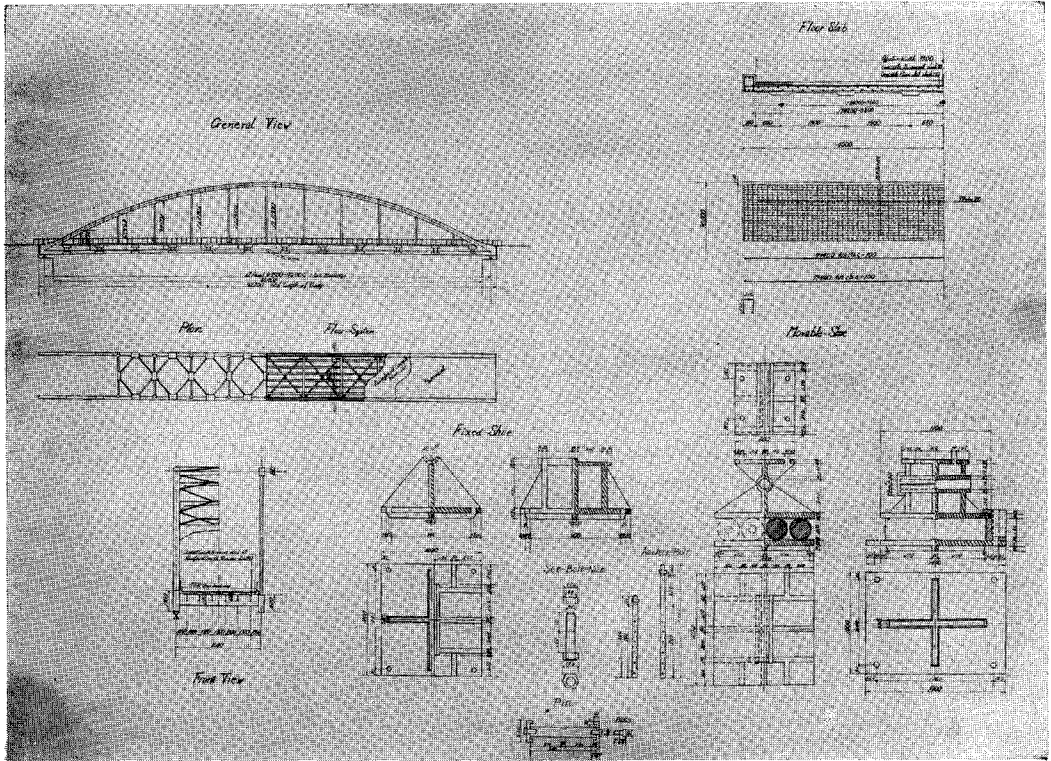
第9表 許容応力度

k	r_1 (cm)	r_2 (cm)	l (cm)	許容圧縮応力度			許容引張 応力度 σ_t (kg/cm ²)
				σ_{ca_1} (kg/cm ²)	σ_{ca_2} (kg/cm ²)	σ_{ca_3} (kg/cm ²)	
1	35.51	25.50	1,666.1	1,087.9	986.6	814.47	1,300
2	34.81	25.47	1,608.9	1,093.2	1,000.5	840.48	"
3	34.06	25.42	1,562.9	1,094.7	1,011.0	860.74	"
4	33.33	25.38	1,529.2	1,094.7	1,018.5	875.21	"
5	32.60	25.33	1,508.7	1,092.7	1,022.7	883.86	"
6	31.86	25.29	1,501.8	1,088.9	1,023.7	886.75	"

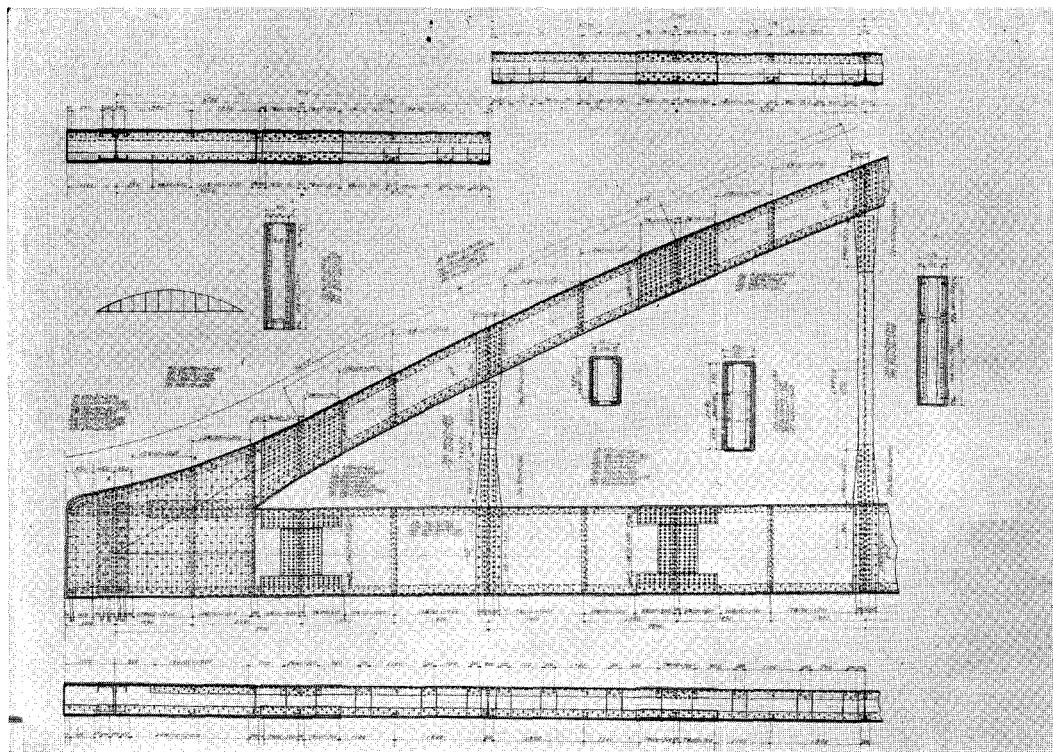
注 σ_{ca_1} , σ_{ca_2} , σ_{ca_3} , σ_t に関しては (10), (11), (12) 参照

9. 新型プレストレスト・ローゼ桁橋の設計図示とその力学的経済性について

下弦材に反りのある新型ランガー系プレストレスト・ローゼ桁橋の試案設計図を画けば、第11図～第15図の通りとなる。なお、これらに対する詳細の設計計算は、紙面の関係上、上述の計算結果のほかは、特殊のもの以外は省略することとする。次に、下弦材水平なる場合と下弦材に反り($\eta=40$ cm)のある場合について、上下弦材の断面応力度を比較検討、吟味すれば既述の計算結果より明らかな如く、上下弦材共、曲げモーメント最大の時の合成応力度、 $N/F + M/W$ によって、最大応力度並びに断面が決定し、下弦材に反りのある場合の方が、遙かに断面応力度が小さく、経済断面が得られることが分った。ただこの場合、幾らの反りをつけた時、最も力学的に経済的な断面が得られるかということと、その応力整調に関する研究問題が残存するわけである。それについては、IIIのところでも論究する。



第11図 ランガー系のキャンバー式プレストレスト・ローゼ桁橋の設計図 その1 (一般図, 支承, 床版など)



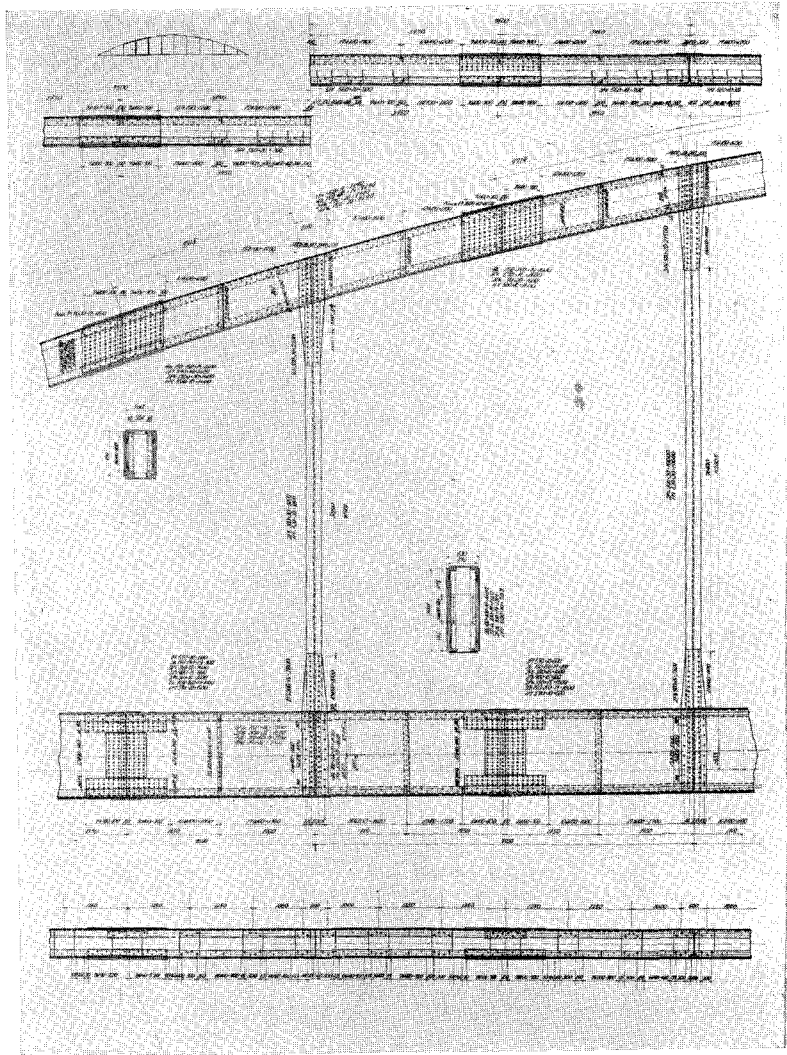
第12図 ランガー系のキャンバー式プレストレスト・ローゼ桁橋の設計図 その2 (主構詳細の1)

III. プレストレスを考慮せるローゼ桁橋の応力調整法について

1. プレストレスの発生または導入による上下弦材応力の調整と計算方法に対する一般的考察

ランガー系ローゼ桁橋の上下弦材には、軸応力のほかに、曲げモーメントが作用し、主として、下フランジ応力に比べ、上フランジ応力が小さく(この傾向は、下弦材において特に著しい)、非対称断面を使用しなければならなくなり不経済である。故に、上下弦材に負の曲げモーメントを自然発生または導入し、上下フランジ応力の均等化を図り、対称断面を用いると共に断面の減少を図るのが、プレストレスト・ローゼ桁橋の主なる目的である。一般に、ローゼ桁橋の上下弦材の縁維応力 f は次式で算出され、断面決定も殆んどこの合成応力度によることが多い。

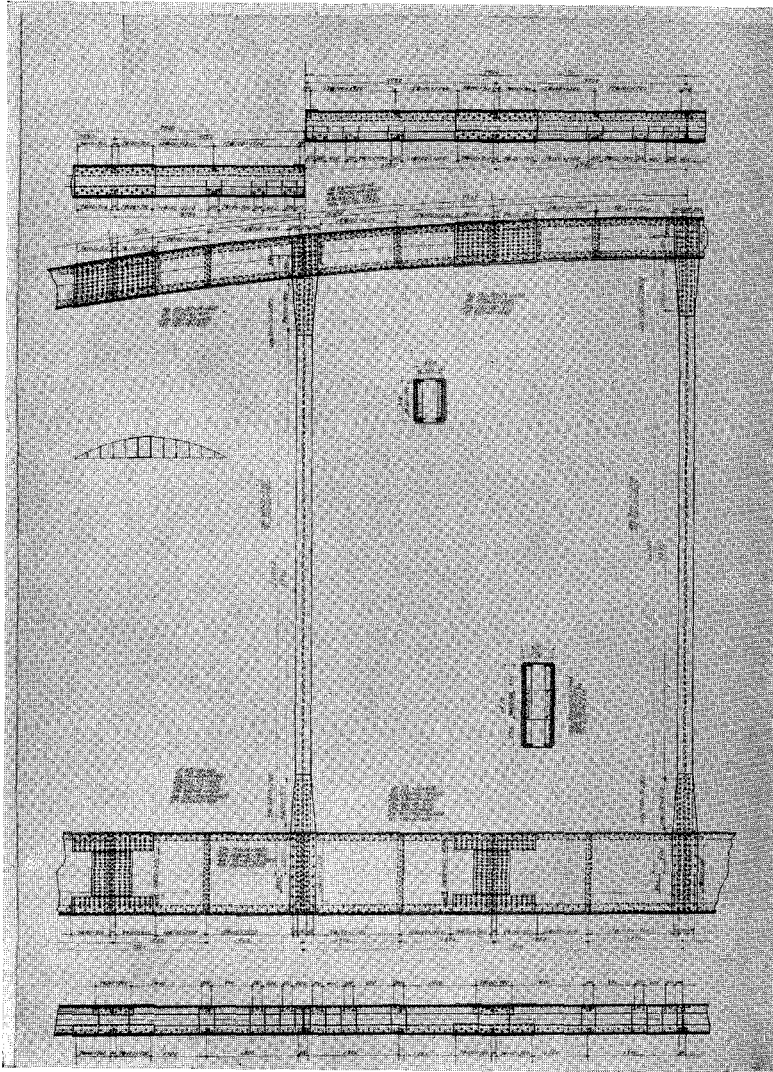
$$\left. \begin{array}{l} \text{上弦材に対し,} \quad \frac{N_x}{F_g} + \frac{M_x}{I_x} y_c = \frac{N_x}{F_g} + \frac{M_x}{W} \\ \text{下弦材に対し,} \quad \frac{N_x}{F_n} + \frac{M_x}{I_x} y_t \frac{b_g}{b_n} = \frac{N_x}{F_n} + \frac{M_x}{W} \frac{b_g}{b_n} \end{array} \right\} \quad (17)$$



第13図 ランガー系のキャンバー式プレストレスト・ローゼ
桁橋の設計図 その3 (主構詳細の2)

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} N_x: \text{軸力 (上弦材では軸圧縮力, 下弦材では軸引張力) (kg)} \\ I_x: \text{断面の慣性モーメント (cm}^4\text{)} \\ y_c, y_t: \text{断面の中立軸より圧縮縁・引張縁までのそれぞれの距離 (cm)} \\ F_g: \text{総断面積 (cm}^2\text{)} \\ F_n: \text{純断面積 (cm}^2\text{)} \\ b_g: \text{断面フランジの総幅 (cm)} \\ b_n: \text{断面フランジの純幅 (cm)} \\ M_x: \text{正または負の最大曲げモーメント (kg-cm)} \end{array} \right.$$

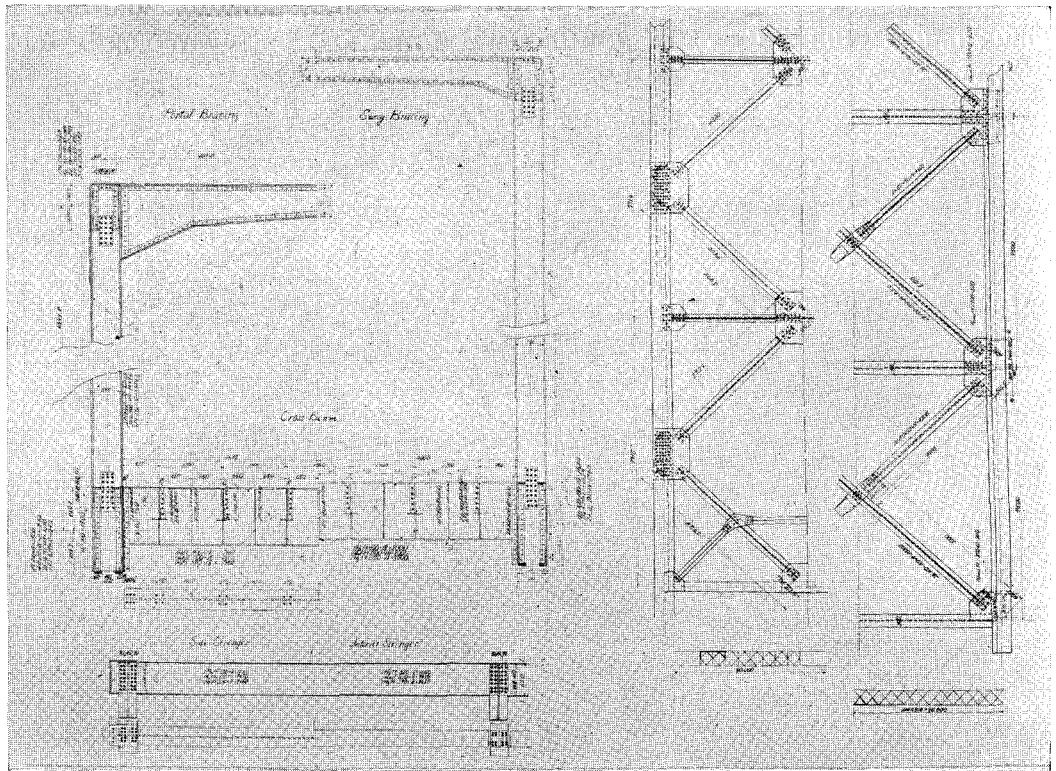


第14図 ランガー系のキャンバー式プレストレスト・ローゼ桁橋の設計図 その4 (主構詳細の3)

(17)式において、プラス、モーメント、 $M_e^{(+)}$ と、マイナス・モーメント、 $M_e^{(-)}$ の両者に対して、常に同一の値を有するものは、 F_θ , F_n と I_x であり、他は何れも相異なる。そこで、それらの相異なる数値について、本設計例を基として検討してみると、大体において、次のことが云える。

A. N_x の値は、正負の曲げモーメントの最大値に対し、その差は、上弦材にて 10.5%、下弦材にて、2.7% であり、僅少である。

B. y_e , y_t に関しては、その差が、上弦材にて 8.4%、下弦材にて 4.5% で僅少である。



第15図 ランガー系のキャンバー式プレストレスト・ローゼ桁橋の設計図 その5 (橋門構, 対傾構, 横構, 床桁, 縦桁など)

C. b_g/b_n は, 上弦材, 下弦材共 1.271 で, 上縁, 下縁に対するものが相等しいからその比は, 1.0 と見ることが出来る。また, b_g と b_n の差は 19% となっている。

以上は, 本設計例についてであるが, その他のローゼ桁橋, ランガー桁橋などの例から見ても, その差は僅少である。そこで, ランガー系ローゼ桁橋において, プレストレスの自然発生または, 導入を行なった際, 上下弦材の縁維応力が, プラスモーメント $M_i^{(+)}$ に対しても, マイナスモーメント $M_i^{(-)}$ に対しても同一の値であるためには, (17) 式における M_x または, $M \cdot b_g/b_n$ が, プラスモーメントとマイナスモーメントの両者に対して同一値であればよい。すなわち, M_x または $M_x \cdot b_g/b_n$ が同一の値であるような, $M_i^{(+)}$ 或いは $M_i^{(-)}$ を見つけ出せば, それがプレストレスの自然発生, または導入された時における最も有利なモーメントの値となる。このようなプレストレスおよびモーメントを Most Profitable Prestress および Most Profitable Moment と名づけることが出来る。次にこのような Most Profitable Moment を見つけ出す方法について述べる。

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材に対し, } M_i^{(+)} &= M_0^{(+)} - t \cdot y \cdot H_p \\ M_i^{(-)} &= -(|M_0^{(-)}| + t \cdot y \cdot H_p) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{下弦材に対し, } M_i^{(+)} &= M_0^{(+)} - (1-t)y \cdot H_p = M_0^{(+)} - t' \cdot y \cdot H_p \\ M_i^{(-)} &= -\{|M_0^{(-)}| + (1-t)y \cdot H_p\} = -(|M_0^{(-)}| + t' \cdot y \cdot H_p) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに、 $\left\{ \begin{array}{l} M_0: \text{上弦材または下弦材におけるプレストレスによるモーメント以外の全} \\ \quad \text{モーメント } |M_0^{(-)}| \text{ は、負モーメントの絶対値} \\ t: \text{上弦材における分配率} \\ t': \text{下弦材における分配率} \\ H_p: \text{Most Profitable Prestress} \\ M_i^{(+)}, M_i^{(-)}: \text{Most Profitable Moment} \\ y: \text{上弦材と下弦材の中立軸間の間隔} \end{array} \right.$

上弦材に対しては、(18)式、下弦材に対しては(19)式のそれぞれの二式ずつについて、 M_i と H_p に関する各部材毎のグラフを画き、それより、ある一定の H_p に対し、各々の M_i について最も小さなモーメントを与えるような、最も有利なる H_p の値を見つけ出せばよい。この場合、上弦材、下弦材の各々について別箇に Most Profitable Prestress を求むべきは勿論でありその得られた二つのプレストレスの値より、最終的に、決定的なプレストレスの値を定むべきである。Most Profitable Prestress の値を見つけ出す方法には、繰返し試算計算法とグラフを利用する図式交点法が考えられるが、図式交点法は極めて便利であり、実用価値に富んでいる。勿論、図式交点法による場合でも、正確を期する時は、この方法を二三回繰返して誤差を消去すべきである。しかし、実際にこの図式解法を用いて見て感ずることは、プレストレスの発生または導入によって、上下弦材の断面を減らせば H は増大し、従って $M_0^{(+)}$ は減少し、 $M_0^{(-)}$ は増大するが、その増減の値は殆んど等しく、 H_p - M_i の線は平行移動するだけであるから、Most Profitable Prestress の値は真値と大差なく、簡単に求めることが出来て非常に便利であるということである。

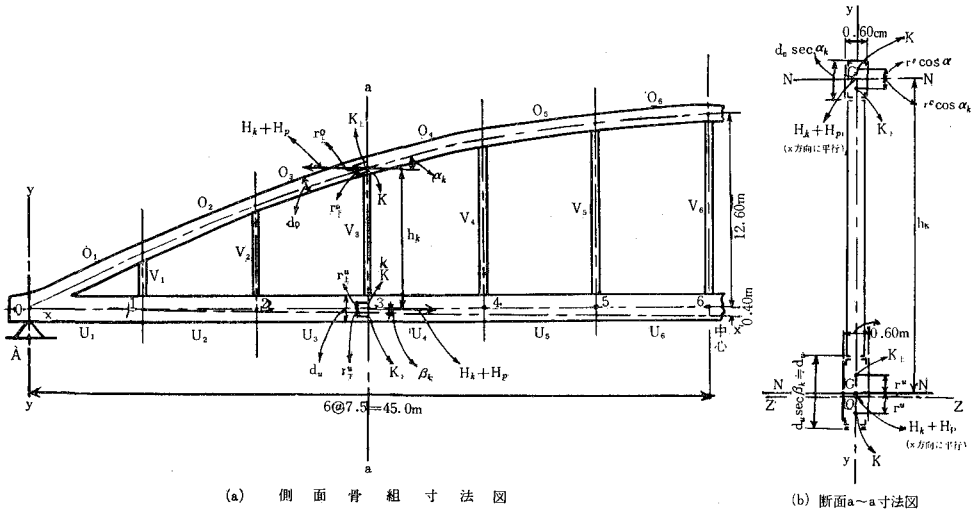
2. 断面の重心を基点、中立軸を基線とせる上下弦材の正、負最大曲げモーメントに対する応力調整解式

第16図のようなランガー系のプレストレスト・ローゼ桁橋における上弦材と下弦材の合成応力度を表わす式(17)に含まれる正または負の最大曲げモーメント M_x に相当する式を、上弦材と下弦材について作って見れば、(20)、(21)式のようなになる。

$$\text{上弦材に対し, } M_k^0 = t_k (\mathfrak{M}_k - h_k H) \quad (20)$$

$$\text{下弦材に対し, } M_k^0 = (1-t_k) (\mathfrak{M}_k - h_k H) \quad (21)$$

そこで、上弦材、下弦材について、それぞれ正の最大モーメントと負の最大モーメント $M_k^{(+)}$, $M_k^{(-)}$ および、 $M_k^{u(+)}$, $M_k^{u(-)}$ に分けて考え、(18)式および(19)式のように、プレストレス H_p の



第16図 プレストレスを考慮せるローゼ桁橋の寸法図

自然発生または導入による応力調整の式をたてれば、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材に対し, } & M_{ka}^0 = t_k (\mathfrak{M}_k - h_k H_k) - t_k h_k H_p \\ & M_{ka}^0 = -\{t_k (\mathfrak{M}_k + h_k H_k) + t_k h_k H_p\} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{下弦材に対し, } & M_{ka}^u = (1-t_k) (\mathfrak{M}_k - h_k H_k) - (1-t_k) h_k \cdot H_p \\ & M_{ka}^u = -\{(1-t_k) (\mathfrak{M}_k + h_k H_k) + (1-t_k) h_k \cdot H_p\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

- ここに、
- M_{ka}^0 (上), M_{ka}^0 (下): 上弦材における正または負の調整モーメント
 - M_{ka}^u (上), M_{ka}^u (下): 下弦材における正または負の調整モーメント
 - \mathfrak{M}_k : k 格点における単純桁としての曲げモーメント
 - h_k : k 格点における上下弦材の中立軸線間の間隔
 - H_k : k 格点における軸力の水平分力
 - H_p : Most Profitable Prestress
 - t_k : 上弦材における分配率
 - $(1-t_k)$: 下弦材における分配率

3. 断面の上下核心を基点とせる上下弦材の正負最大核心モーメントに対する応力調整解式

第16図を参照し、(20), (21), (22), (23)式を作ったと同様に、上弦材および下弦材における断面の上下核心モーメント^{6,7)}, uM_k^0 , iM_k^0 ; uM_k^u , iM_k^u の式を作り、更に Most Profitable Prestress H_p の自然発生または導入による応力調整の式をたてれば、次の如くである。

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材に対し, } & iM_k^0 = t_k \{ \mathfrak{M}_k - (h_k - r_{\mp}^0 \cos a_k) H_k \} \\ & uM_k^0 = -t_k \{ \mathfrak{M}_k + (h_k + r_{\pm}^0 \cos a_k) H_k \} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{下弦材に対し, } & \left. \begin{aligned} iM_k^{(+)} &= (1-t_k) \{ \mathfrak{M}_k - (h_k - r_{\pm}^u) H_k \} \\ uM_k^{(-)} &= -(1+t_k) \{ \mathfrak{M}_k + (h_k + r_{\mp}^u) H_k \} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材に対し, } & \left. \begin{aligned} iM_{ka}^{(+)} &= [t_k \{ \mathfrak{M}_k - (h_k - r_{\mp}^0 \cos a_k) H_k \} - t_k (h_k - r_{\mp}^0 \cos a_k) H_p] \\ &= t_k \{ \mathfrak{M}_k - (h_k - r_{\mp}^0 \cos a_k) (H_k + H_p) \} \\ uM_{ka}^{(-)} &= -[t_k \{ \mathfrak{M}_k + (h_k + r_{\pm}^0 \cos a_k) H_k \} + t_k (h_k + r_{\pm}^0 \cos a_k) H_p] \\ &= -t_k \{ \mathfrak{M}_k + (h_k + r_{\pm}^0 \cos a_k) (H_k + H_p) \} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{下弦材に対し, } & \left. \begin{aligned} iM_{ka}^{(+)} &= [(1-t_k) \{ \mathfrak{M}_k - (h_k - r_{\pm}^u) H_k \} - (1-t_k) (h_k - r_{\pm}^u) H_p] \\ &= (1-t_k) \{ \mathfrak{M}_k - (h_k - r_{\pm}^u) (H_k + H_p) \} \\ uM_{ka}^{(-)} &= -[(1-t_k) \{ \mathfrak{M}_k + (h_k + r_{\mp}^u) H_k \} + (1-t_k) (h_k + r_{\mp}^u) H_p] \\ &= -(1-t_k) \{ \mathfrak{M}_k + (h_k + r_{\mp}^u) (H_k + H_p) \} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

ここに、

- $iM_k^{(-)}, iM_k^{(+)}$: 上弦材における上核心モーメント(負)または、下核心モーメント(正)
- $uM_k^{(-)}, uM_k^{(+)}$: 下弦材における上核心モーメント(負)または、下核心モーメント(正)
- $uM_{ka}^{(-)}, iM_{ka}^{(+)}$: 上弦材における上核心調整モーメント(負)または、下核心調整モーメント(正)
- $uM_{ka}^{(-)}, iM_{ka}^{(+)}$: 下弦材における上核心調整モーメント(負)または、下核心調整モーメント(正)
- \mathfrak{M}_k : k 格点における単純桁としての曲げモーメント
- h_k : k 格点における上下桁材の中立軸線間の間隔
- H_k : k 格点における軸力の水平分力
- H_p : Most Profitible Prestress
- t_k : 上弦材における分配率
- $(1-t_k)$: 下弦材における分配率
- r_{\pm}^0, r_{\mp}^0 : 上弦材における中立軸線より、その垂直断面の上下核心 K_{\pm} , K_{\mp} に至る垂直距離
- r_{\pm}^u, r_{\mp}^u : 下弦材における中立軸線より、その垂直断面の上下核心 K_{\pm} , K_{\mp} に至る垂直距離
- a_k : 上弦材における格点 k と格点 $k+1$ を結ぶ直線が水平線となす傾斜角

4. 上下弦材における応力調整の計算例 (第11図~第15図参照)

既述せるランガー系のプレストレスト・ローゼ桁橋について、その上下弦材に対し、応力調整を行なって見る。

A. 断面の重心を基点、中立軸を基線とせる上下弦材の正、負最大曲げモーメントに対する応力調整計算

(20), (21) 式を用い、上下弦材における正・負の最大モーメントを第7図、第8図を利用し

て求め、更に、(22)、(23)式によつて、格点1, 2, 3, 4, 5, 6における調整モーメントの数式を作れば次の如くなる。

i. 下弦材水平なる場合の調整モーメント数式

a) 上弦材の正・負調整モーメント, M_k^0, M_k^0 (t-m)

$$\left. \begin{array}{ll} M_1^0 = 50.829 - 0.830 H_p, & M_1^0 = -(29.799 + 0.830 H_p) \\ M_2^0 = 75.510 - 1.488 H_p, & M_2^0 = -(43.255 + 1.488 H_p) \\ M_3^0 = 77.823 - 1.966 H_p, & M_3^0 = -(44.867 + 1.966 H_p) \\ M_4^0 = 67.713 - 2.280 H_p, & M_4^0 = -(36.161 + 2.280 H_p) \\ M_5^0 = 47.691 - 2.395 H_p, & M_5^0 = -(24.305 + 2.395 H_p) \\ M_6^0 = 45.262 - 2.419 H_p, & M_6^0 = -(10.307 + 2.419 H_p) \end{array} \right\} \quad (28)$$

b) 下弦材の正・負調整モーメント, M_k^u, M_k^u (t-m)

$$\left. \begin{array}{ll} M_1^u = 192.553 - 3.140 H_p, & M_1^u = -(112.890 + 3.140 H_p) \\ M_2^u = 291.437 - 5.740 H_p, & M_2^u = -(166.947 + 5.740 H_p) \\ M_3^u = 306.822 - 7.790 H_p, & M_3^u = -(179.178 + 7.790 H_p) \\ M_4^u = 275.889 - 9.280 H_p, & M_4^u = -(147.327 + 9.280 H_p) \\ M_5^u = 203.846 - 10.240 H_p, & M_5^u = -(103.893 + 10.240 H_p) \\ M_6^u = 198.105 - 10.580 H_p, & M_6^u = -(45.116 + 10.580 H_p) \end{array} \right\} \quad (29)$$

ii. 下弦材に反り ($\eta=40$ cm) である場合の調整モーメント数式

a) 上弦材の正・負調整モーメント, M_k^0, M_k^0 (t-m)

$$\left. \begin{array}{ll} M_1^0 = 42.732 - 0.724 H_p, & M_1^0 = -(30.608 + 0.724 H_p) \\ M_2^0 = 63.896 - 1.327 H_p, & M_2^0 = -(46.674 + 1.327 H_p) \\ M_3^0 = 64.748 - 1.797 H_p, & M_3^0 = -(51.622 + 1.797 H_p) \\ M_4^0 = 55.067 - 2.122 H_p, & M_4^0 = -(45.110 + 2.122 H_p) \\ M_5^0 = 35.600 - 2.295 H_p, & M_5^0 = -(34.749 + 2.295 H_p) \\ M_6^0 = 33.699 - 2.344 H_p, & M_6^0 = -(21.379 + 2.344 H_p) \end{array} \right\} \quad (30)$$

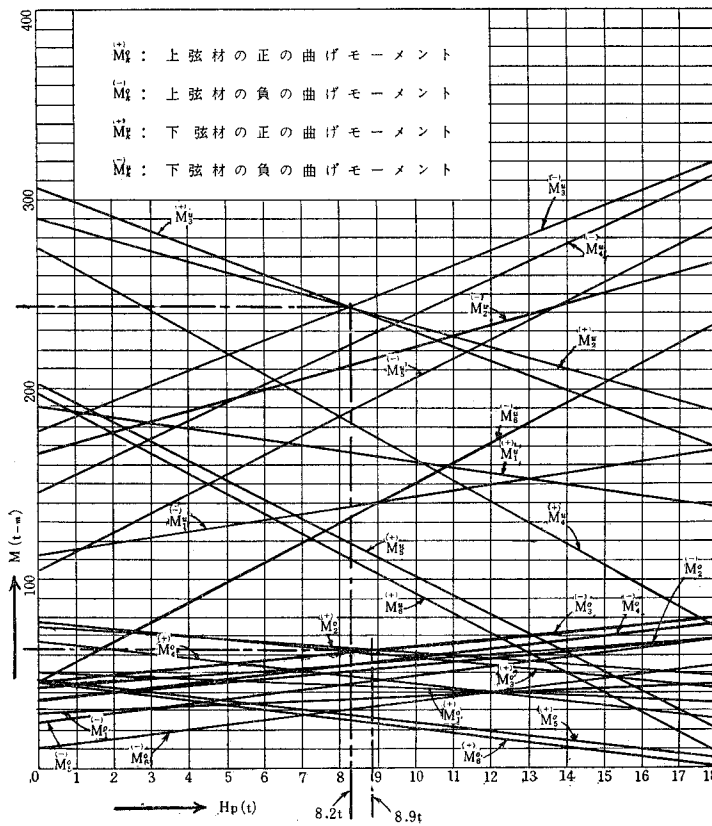
b) 下弦材の正・負調整モーメント, M_k^u, M_k^u (t-m)

$$\left. \begin{array}{ll} M_1^u = 184.104 - 3.125 H_p, & M_1^u = -(131.946 + 3.125 H_p) \\ M_2^u = 272.892 - 5.670 H_p, & M_2^u = -(199.588 + 5.670 H_p) \\ M_3^u = 275.774 - 7.650 H_p, & M_3^u = -(219.726 + 7.650 H_p) \\ M_4^u = 235.587 - 9.080 H_p, & M_4^u = -(192.983 + 9.080 H_p) \\ M_5^u = 154.620 - 9.960 H_p, & M_5^u = -(150.645 + 9.960 H_p) \\ M_6^u = 147.542 - 10.260 H_p, & M_6^u = -(93.593 + 10.260 H_p) \end{array} \right\} \quad (31)$$

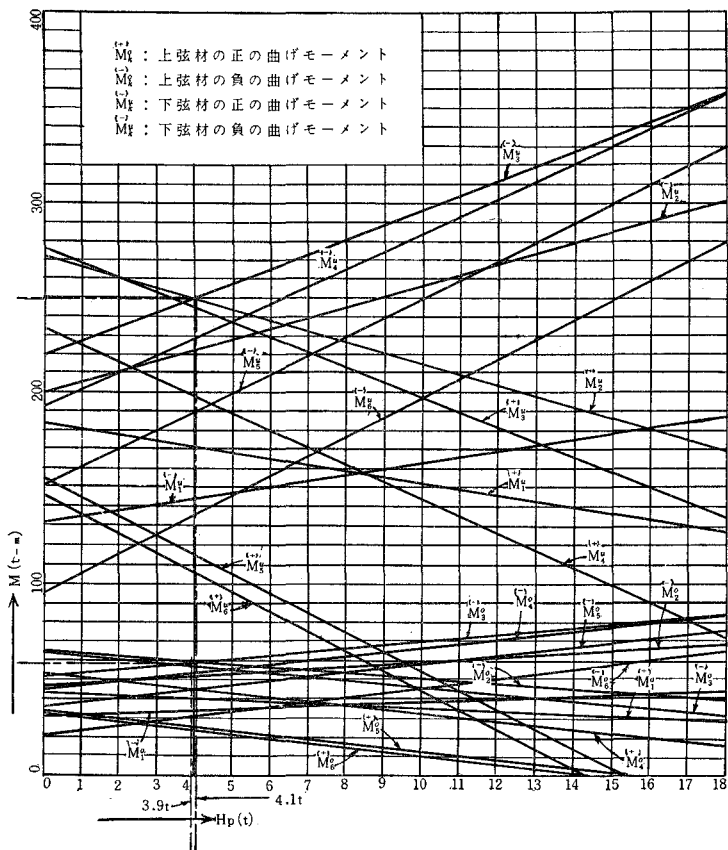
iii. 上下弦材における **Most Profitable Prestress** と、調整モーメントの決定

下弦材水平なる場合と反り ($\eta=40$ cm) のある場合について、(28), (29), (30), (31) 式を用いてグラフを画き、上弦材, 下弦材それぞれに対し、図式交点法により、Most Profitable Prestress の値を見出し、更に最終的に、有利な方の値に決定する。(第 17 図, 第 18 図参照)

最も適当なるプレストレスの値が定ったならば、上記の(28), (29), (30), (31)式にこれを代入して、正・負の調整モーメントを求める。その結果を図示すれば、第 19 図の通りとなる。



第 17 図 下弦材, 水平な場合の最も有利なプレストレスと曲げモーメントを求めるための図

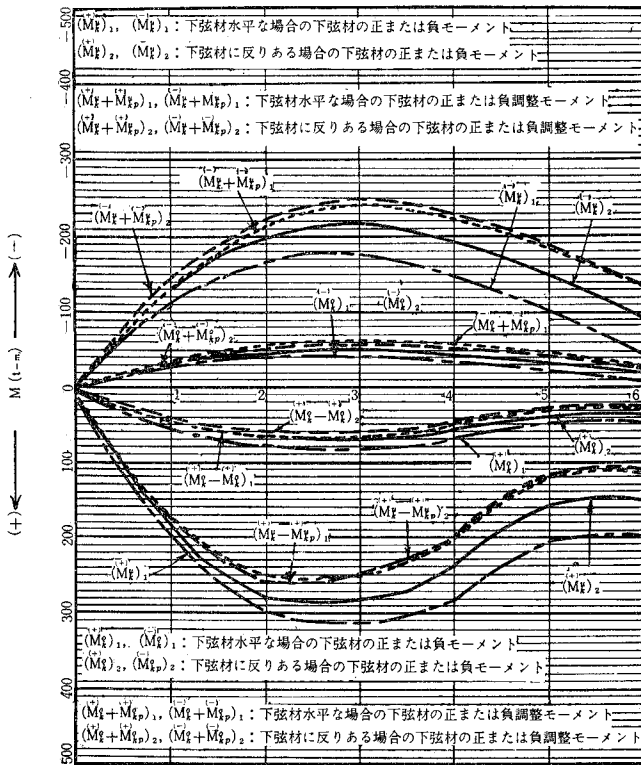


第 18 図 下弦材に反りがある場合の最も有利なプレストレスと
曲げモーメントを求めるための図

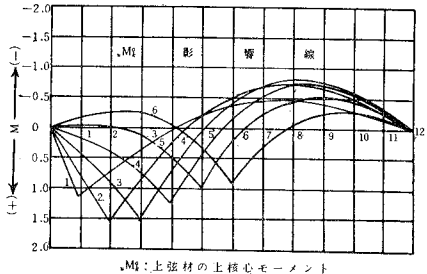
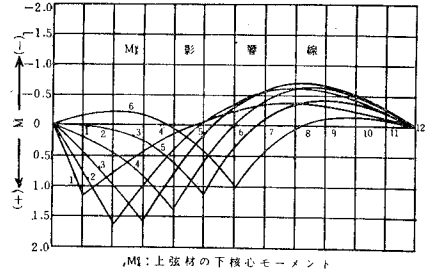
**B. 断面の上下核心を基点とせる上下弦材の正・負最大曲げモーメントに対する
応力調整計算**

試みに、下弦材水平なるランガー系のプレストレス・ローゼ桁橋（上下弦材の断面は、反りのある本橋の平均断面を使用する）に対し、上弦材および下弦材における断面の最大なる上下核心モーメントを、(24)、(25)式を用いて求め、(第 20 図、第 21 図参照) 更に、(26)、(27)式

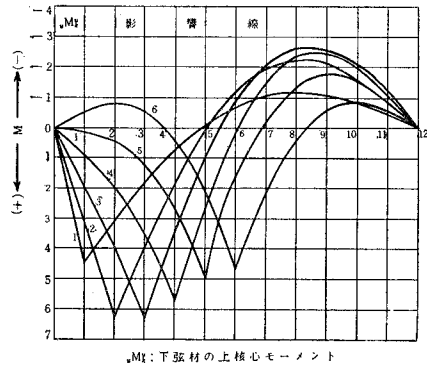
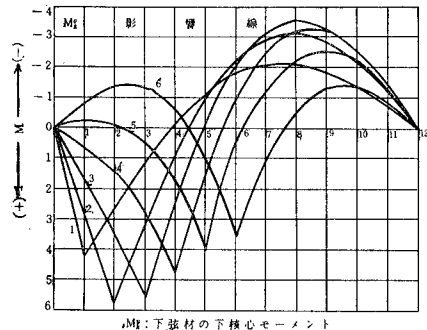
よって、調整核心モーメントの数式を、各格点 1, 2, 3, 4, 5, 6 について作れば、次の通りになる。



第19図 上下弦材における中立軸に関する最大曲げモーメントに対するモーメントの調整図



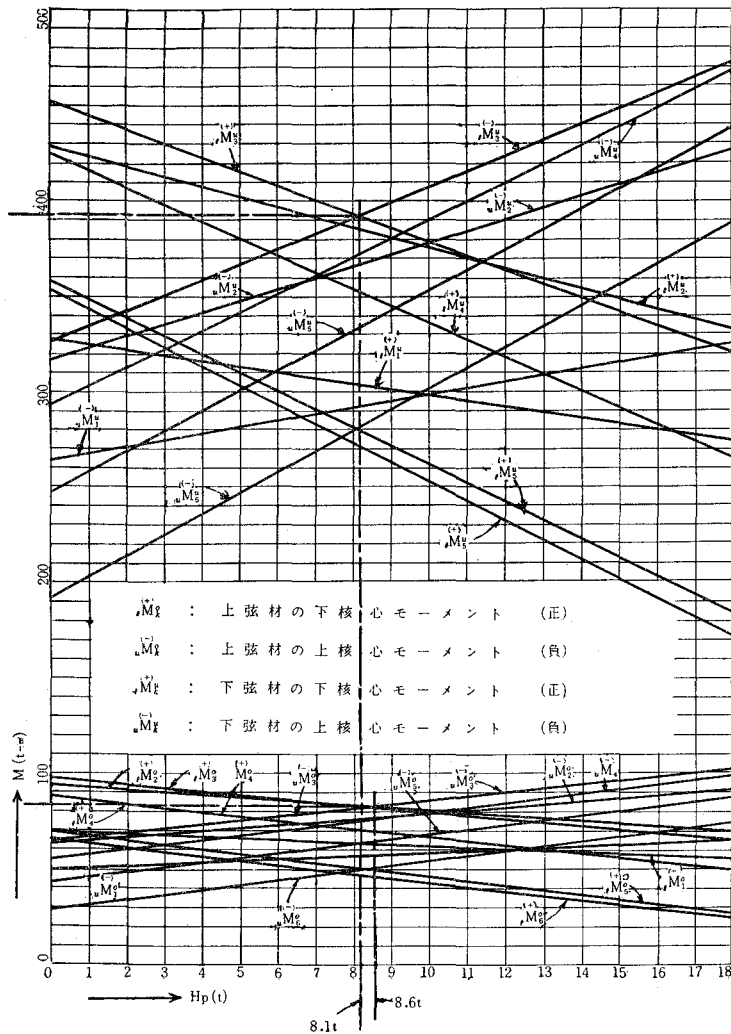
第20図 上弦材における上・下核心モーメント影響線図



第21図 下弦材における上・下核心モーメント影響線図

i. 上弦材の上・下核心調整モーメント, ${}_uM_k^{\ominus}, {}_iM_k^{\oplus}$ (t-m)

$$\left. \begin{aligned} {}_uM_1^{\ominus} &= -(49.110 + 0.877 H_p) & {}_iM_1^{\oplus} &= 68.945 - 0.778 H_p \\ {}_uM_2^{\ominus} &= -(63.020 + 1.535 H_p) & {}_iM_2^{\oplus} &= 94.493 - 1.433 H_p \\ {}_uM_3^{\ominus} &= -(64.552 + 2.016 H_p) & {}_iM_3^{\oplus} &= 97.664 - 1.913 H_p \\ {}_uM_4^{\ominus} &= -(55.281 + 2.327 H_p) & {}_iM_4^{\oplus} &= 88.123 - 2.223 H_p \\ {}_uM_5^{\ominus} &= -(42.580 + 2.445 H_p) & {}_iM_5^{\oplus} &= 68.400 - 2.343 H_p \\ {}_uM_6^{\ominus} &= -(28.841 + 2.466 H_p) & {}_iM_6^{\oplus} &= 65.478 - 2.365 H_p \end{aligned} \right\} \quad (32)$$



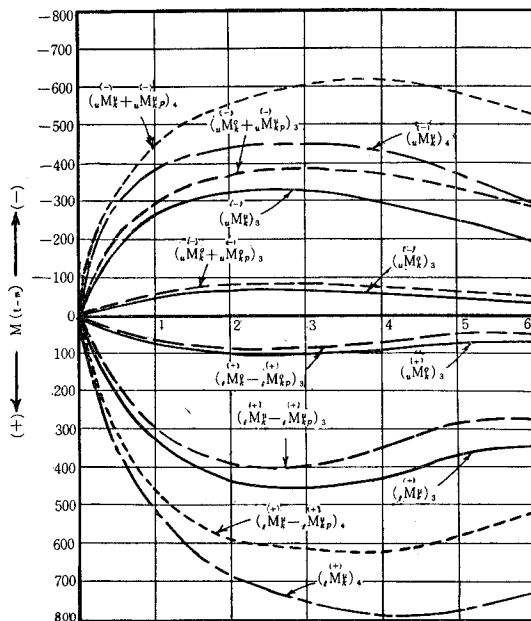
第 22 図 下弦材水平なる場合の上下弦材の上・下核心モーメントの図

ii. 下弦材の上・下核心調整モーメント, ${}_uM_i^u, {}_iM_i^u$ (t-m)

$$\left. \begin{aligned} {}_uM_1^u &= -(264.284 + 3.511 H_p), & {}_iM_1^u &= 326.983 - 0.778 H_p \\ {}_uM_2^u &= -(316.994 + 6.106 H_p), & {}_iM_2^u &= 429.594 - 1.433 H_p \\ {}_uM_3^u &= -(326.019 + 8.155 H_p), & {}_iM_3^u &= 452.509 - 1.913 H_p \\ {}_uM_4^u &= -(293.483 + 9.653 H_p), & {}_iM_4^u &= 424.981 - 2.223 H_p \\ {}_uM_5^u &= -(248.091 + 10.620 H_p), & {}_iM_5^u &= 359.434 - 2.343 H_p \\ {}_uM_6^u &= -(192.395 + 10.962 H_p), & {}_iM_6^u &= 353.872 - 2.365 H_p \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

iii. 上下弦材における Most Profitable Prestress と調整モーメントの決定

(32), (33)式を用いて, グラフを画き, 上弦材, 下弦材それぞれに対し, 図式交点法により Most Profitable Prestress の値を見出し, 更に最終的に, 有利な方の値に決定する。(第 22 図参照) 次に, このプレストレス, H_p の決定値を (32), (33)式に代入し, 上下弦材における上・下核心調整モーメントを求めて, 図示すれば第 23 図の通りとなる。尚, 念のため, 同支間, 同拱矢のプレストレスト・ランガー桁橋における補剛桁(下弦材)の上・下核心調整モーメントも計算



- $({}_uM_k^u, {}_iM_k^u)$: プレストレスト・ローゼ桁橋の上弦材の上・下核心最大モーメント
- $({}_uM_k^u + uM_{kp}^u, {}_iM_k^u - iM_{kp}^u)$: プレストレスト・ローゼ桁橋の上弦材の上・下核心調整モーメント
- $({}_uM_k^u, {}_iM_k^u)$: プレストレスト・ローゼ桁橋の下弦材の上・下核心最大モーメント
- $({}_uM_k^u + uM_{kp}^u, {}_iM_k^u - iM_{kp}^u)$: プレストレスト・ローゼ桁橋の下弦材の上・下核心調整モーメント
- $({}_uM_k^u, {}_iM_k^u)$: プレストレスト・ランガー桁橋の下弦材の上・下核心最大モーメント
- $({}_uM_k^u + uM_{kp}^u, {}_iM_k^u - iM_{kp}^u)$: プレストレスト・ランガー桁橋の下弦材の上下核心調整モーメント

第 23 図 上下核心に関する最大核モーメントに対するモーメントの調整図

し、同上のグラフに比較のため掲載した。その結果を見れば明らかな如く、プレストレスト・ローゼ桁橋の下弦材における核心調整モーメントの方がプレストレスト・ランガー桁橋のそれよりも遙かに小さく、経済断面が得られることが分った。

iv. 上下弦材における、核心モーメントによる曲げ縁維応力度並びに合成縁維応力度の検査

プレストレスト・ローゼ桁橋の上下弦材の核心モーメントによって生ずる曲げ縁維応力度を計算し、更に軸力によって生ずる、軸圧縮応力度または、軸引張応力度と加算合成すれば、第10表、第11表の如くなる。合成縁維応力度は下弦材において、許容引張応力度 1,300 kg/cm² を超過するが、これは核心モーメントによって生ずる特殊の曲げ縁維応力度の影響によること明らかであり、この際の合成縁維応力度に対しては、許容応力度を 30% 程度増加してもよいと考える。このようにして安全率を減らしても断面の極部の最大縁維応力度によって計算する方が寧ろ望ましいと思う。

第10表 上弦材における調整核心モーメント最大の時の合成縁維応力度 (kg/cm²)

種別	M_e^u (kg-cm)	W_o or W_u (cm ³)	M/W (kg/cm ²)	N/F_g (kg/cm ²)	$N/F_g + M/W$ (kg/cm ²)	σ_c (kg/cm ²)	$\sigma_c \times 1.3$ (kg/cm ²)
O_1	6,256,200	20,378.3	307.0	543.40	850.40	986.6	1,282.6
O_2	8,288,600	19,802.9	418.7	544.67	963.37	1,000.5	1,300.7
O_3	8,216,900	19,173.1	428.4	563.33	991.73	1,011.0	1,324.1
O_4	7,011,700	18,579.9	377.0	568.99	945.99	1,018.5	1,329.5
O_5	-6,238,500	16,403.8	380.2	561.67	941.87	1,022.7	1,330.8
O_6	-4,881,600	15,852.6	307.8	592.20	900.00	1,023.7	1,169.9

第11表 下弦材における調整核心モーメント最大の時の合成縁維応力度 (kg/cm²)

種別	M_e^l (kg-cm)	W_l (cm ³)	M/W_l (kg/cm ²)	N/F_n (kg/cm ²)	$N/F_n + M/W_l$ (kg/cm ²)	σ_t (kg/cm ²)	$\sigma_t \times 1.3$ (kg/cm ²)
U_1	30,465,900	39,278.8	776.0	550.53	1,326.53	1,300	1,690
U_2	38,627,500	38,671.6	999.0	484.56	1,483.56	"	"
U_3	39,261,800	38,018.3	1,033.0	540.52	1,573.52	"	"
U_4	-37,167,200	32,409.4	1,146.0	527.17	1,673.17	"	"
U_5	-33,411,300	31,877.5	1,048.0	552.86	1,600.86	"	"
U_6	-28,118,700	31,318.5	899.9	531.40	1,431.30	"	"

IV. 結 論

1. 自然のおよび人工的プレストレスによる応力調整に対する考察

本稿の如き、下弦材に反り ($\eta=40$ cm) のあるランガー系のキャンバー式プレストレスト・ローゼ桁橋では、下弦材が水平な場合に比べ、上下弦材の最大曲げモーメントが上弦材において約 17%、下弦材において約 10% 減少するから可成り経済的である。云い換えれば、反りをつけたことは、ランガー系のローゼ桁橋に自然的のプレストレスを与え、正・負曲げモーメントのバランスをとり、自然的に応力調整を行なったことになる。勿論、反りの量が完全な応力調整を行なうには、更に、 $\Delta\eta$ だけ加算し、 $\eta+\Delta\eta$ にしなければならないことが応力調整計算の結果明らかとなった。すなわち、反りのある場合で、更に $H_p=4.1$ t のプレストレスの導入を必要とする。これに対し、下弦材の水平なランガー系ローゼ桁橋では、 $H_p=8.2$ t のプレストレスを導入すれば、応力が完全に調整される計算結果となった。これより見れば、反りによって生ずる自然の水平増発力 H_p' の量は、人工的プレストレスの量よりも可成り大きくなっても影響がローゼ桁橋全体に及ぶ関係上、曲げモーメントの調整の減少効果率が、単独にプレストレスを導入する場合に比べ小さく、応力調整も簡単に割り切つて決めつける訳にはゆかないが、人工的プレストレスの如く、極部的の無理な力を生ずる恐れもなく、理論計算通りに応力調整は確実に行なわれる。下弦材水平な場合に、 $H_p=8.2$ t のプレストレスを直接導入すれば、計算の結果上・下弦材共約 20% 最大曲げモーメントを減少させることが出来、反りのある場合には既に平均約 15% 曲げモーメントの減少を見ているが、更に $H_p=4.1$ t のプレストレスを導入することにより、上下弦材のモーメントが完全に調整され、約 10% 重ねて曲げモーメントを減らすことが出来る。そこで完全な応力調整を行なった後における最大曲げモーメントの値は、下弦材水平な場合、反りのある場合を比較して見ると、両者共略等しく、上弦材では反りのある方、下弦材では水平なものの方がそれぞれ幾分曲げモーメントが小さく、経済的には略互格であるが、応力調整の確実な点では反りのある方が優れていると思う。また、念のため特に、テストケースとして下弦材水平な場合について上下弦材の上核心モーメント、下核心モーメントの最大値を求め、これを出来るだけ応力調整して見たところ、その最も有利なプレストレスの値は、矢張り $H_p=8.1$ t となり、中立軸の廻りの正・負曲げモーメントの調整を行なったときと略等しいプレストレスの量が得られたので、その数値の正確なことが証明されたこととなった。尚プレストレスト・ローゼ桁橋の下弦材における、上下核心モーメントの調整の結果は、同支間、同拱矢のプレストレスト・ランガー桁橋の補剛桁の上下核心調整モーメントの大きさに比べ約 37% も小さく極めて有利である。次に、自然発生のプレストレスと人工的プレストレスの導入について比較して見ると、人工的のプレストレスを与える方法では、その工法が問題になるほか、果して計算通りのプレストレスが導入されているかどうかを応力測定などによつ

て確かめて見る必要がある。この点、自然的にプレストレスを発生させる方法では、下弦材に反りをつけるとか、或いはまた、両端を突桁にして死、活荷重によって、何れも負の曲げモーメントを生じさせる方法を取り、自然に応力調整させ、確定的な効果をあげることが出来る。本橋の設計では水平増発力或いは自然的プレストレスの推定値より逆に反りの量を決定し上述のランガー系、キャンバー式プレストレス・ローゼ桁橋を考案し、力学上および経済上からみて好結果を収めることが出来た。

2. 反りによる撓みの減少効果について

本設計提案のキャンバー式プレストレス・ローゼ桁橋の最大撓みは、計算の結果、活荷重半載時の第3格点に生じ、 $\delta_{\max}=6.01\text{ cm}$ で、最大撓み/支間 $=6.01/9000=1/1498 < 1/800$ で、充分安全である。また、これを同支間、同拱矢のランガー桁橋の最大撓み 12.10 cm に比較して見ると遙かに小さく、下弦材に反りをつけた効果を実によく現れ、剛性増加上誠に有意義である。

3. ランガー系のキャンバー式、プレストレス・ローゼ桁橋の提唱

本橋の利点を総合すると、

A. 普通のランガー桁橋、ローゼ桁橋よりも経済的で、撓みが小さく剛性に富んでいる。

B. プレストレス・ランガー桁橋より力学的理論が明快であり、応力調整も正確である。そのほか、撓みが小さく剛性に富み経済的でもある。

C. 人工的にプレストレスを導入するよりも、下弦材の反りによって発生される自然のプレストレスは、部材に極部の無理な力を与えることなく、その影響は全体的に波及し、簡直ではないが、応力調整が確実に実現出来る。また、応力調整の計算が理論計算と終局において一致する利点がある。(但し、反りによって生ずる水平増発力の中、モーメント調整のプレストレスとして有効なのは約40~60%と見る。)

以上により、ランガー系のキャンバー式、プレストレス・ローゼ桁橋は極めて優秀であり、その設計を提唱する次第である。注意を要する事項としては、下弦材に余りに大きな反りを与えることは、挫屈荷重に対し研究の余地があると考えられるので、 η/l に当然ある制限を与えるべきである。 $\eta/l=1/200\sim 1/300$ 程度であれば、何ら問題にならないと思う。本橋の場合、 $1/225$ の反りをつけたのは、このような点をも考慮に入れて、慎重に決定したものなることを附記する。最後に、本研究の設計に協力頂いた室蘭工業大学土木工学科学生小針宏幸、中野幹夫の両君並びに図面のトレースを手伝って頂いた本学土木工学教室田中功君、渡部公治君に感謝すると共に、御高言を賜った北大工学部今俊三教授、酒井忠明教授に、心から敬意を表する次第である。

(尚、本研究は、昭和36年5月27、28日名古屋において開催される土木学会の学術講演会に発表する予定である。)

(昭和36年5月1日受理)

文 献

- 1) 谷藤正三・安部清孝：建設省土木研究所報告, **83-3**, 1-24 (1952)
- 2) 猪瀬寧雄：ランガー橋設計法, 初版, 1-154, (東京, 1955)
- 3) 山崎徳也：土木学会第14回年次学術講演会概要, **IV-24**, 49, 50 (1959)
- 4) 平井 敦：鋼橋 III, 初版, 52-137, 200-233 (東京, 1956)
- 5) 中村作太郎：土木学会第15回年次学術講演会概要, **II-21**, 45-48 (1960)
- 6) 成瀬勝武：弾性橋梁, 3版, 167 (東京, 1953)
- 7) 小野 薫・他4名共訳：キルホッフ骨組の力学, 下巻, 7版, 298, 342 (東京, 1953)



ローゼ桁橋の応力分布に関する 光弾性模型実験について

中村作太郎・番匠 勲・志村政雄

On the Experiment of Photoelastic Models Connected with the Stress Distribution of Lohse Girder Bridge.

Sakutaro Nakamura, Isao Bansho and Masao Shimura

Abstract

We made with epoxy resin two small models (span $l=15$ cm) of a common Lohse girder and a special Lohse girder of Langer type, in which the lower chord member is horizontal in the former and cambered merely in the latter, and experimented on these models by means of Photo-Elasticity Apparatus to get the stress distribution intensity in the section of upper and lower chord members in the vicinity of its centre and the supported end of the span of those girders.

This paper treats of the experimental results of the abovementioned two models and the comparison of those experimental and theoretical values.

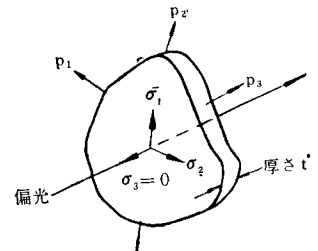
1. 緒 言

支間、 $l=150$ mm の下弦材水平で、上弦材と下弦材の断面の高さ、略等しい普通型のローゼ桁と、同支間で、下弦材の中央に 2 mm の反りをつけた、上弦材断面が下弦材に比し、約 2/3 なる高さのランガー式ローゼ桁の二種類の模型をエポキシ樹脂で製作し、下弦材の中央点に集中荷重、0 kg~8.53 kg (勿論、弾性限度以内の荷重範囲) を吊り下げ、理研標準型光弾性実験装置¹⁾ によって、その一つ一つに対する光弾性縞写真を撮影し、その応力度分布の変化状況について観察し、種々、考察・探究した。更にまた、上記二種類の模型について、等傾線の投影プロット、主応力線の作図を行ない、中央集中吊り荷重、8.53 kg の場合につき、直角座標による図式積分法の中の一方法である剪断応力差積分法²⁾ によって、断面の応力解析を行なった。そして、これから求めた断面応力度をローゼ桁の理論計算によって得た結果と比較し、更に、二つの模型実験間における断面応力度分布について比較吟味し、反りのついた、ランガー式のローゼ桁は、荷重によって、上・下弦材に、自然的に、負の曲げモーメントを生ぜしめ、断面応力の減少を齎らすことを明らかならしめた。尚、比較に用いた断面は、特に要点を選び、上・下弦材の中央附近の断面と、支点における断面の三個所にしぼった。

2. 光弾性応力解析の原理

A. 実験の原理と等色線

光弾性の実験法は、透明な弾性体でモデルを作り、これを偏光の場で検する方法であって、モデルが外力を受けるとその外力のために生ずる内力に相応して種々の色縞が現われる。この色縞と内力との間にはある一定の関係が存在することからして色縞を実験的に測定することによって内力分布の測定をなすことが出来るという原理に基づいたものである。この現象は、1816年に D. Brewster 氏によって発見せられて以来、E. G. Coker, A. Mesnager 氏などによって発展せられ多くの工学者に利用せられるようになり、内外の文献も沢山ある。光が電磁波の振動であることは今更ここで述べるまでもないが通常の光源から発せられる光の振動面は、光の進む方向に直角な方向において全く定まりなくあらゆる方向であると考えられている。しかし、今このような光を偏光子を通過させれば光の振動方向は、その偏光子に特有なただ一つの方向に限られる。今、第1図のような最も簡単な平板の場合を考えて、その面内で荷重、 p_1, p_2, \dots, p_n を加え、面内の主応力 σ_1, σ_2 を生じたものとする、第3の主応力 σ_3 は平板に垂直すなわち σ_3 方向に偏光を通過させると、複屈折によって生じた2光波の位相差が平板面内の主応力差に比例するというのが Brewster の法則である。すなわち、



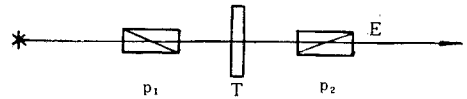
第1図 平面応力状態にある平板に偏光の垂直入射する場合の図 ($p_1, p_2, \dots, p_n, \sigma_1, \sigma_2$ は平板の面内にある)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} Ch(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1)$$

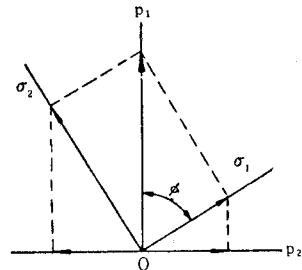
ただし、

- Δ : 複屈折された2光波の光路差
- δ : 複屈折された2光波の位相差
- λ : 使用単色光の波長
- C : 材料の光弾性常数
- h : 板 厚
- $(\sigma_1 - \sigma_2)$: 平板の面内に生じた主応力差

これが二次元光弾性の基礎をなす関係式である。第2図において偏光子 P_1, P_2 の軸方向を互に直交の状態に置きその中間に非晶体の透明試験片 T を置いて外力を加え、生じた主応力 σ_1, σ_2 の一方の方向が P_1 の軸となす角を ϕ とすると、光源



(a) 直光偏光子の場合



(b) (a) 図に主応力方向 σ_1, σ_2 の試片を挿入した場合の光波振動方向

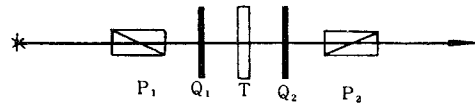
第2図 直光偏光子の場合に試片を挿入せる場合の図

S から出た光は云うまでもなく P_1 によって OP_1 方向に振動する平面偏光となって T に入射するが、その振動方程式を $A \sin \omega t$ (A は振幅) とすればこれが T に入り、 σ_1, σ_2 方向の成分に分たれ、それぞれが T を通過した後、 δ の位相差を生ずるから、 σ_1 方向には、 $\xi = A \cos \phi \sin \omega t$ 、 σ_2 方向には、 $\eta = A \sin \phi \sin (\omega t - \delta)$ の振動となる。これが更に偏光子 P_2 に入って、それぞれ、 $A \cos \phi \sin \phi \sin \omega t$ 、 $-A \sin \phi \cos \phi \sin (\omega t - \delta)$ となり、これら二つの光の合成は、 $A \sin 2\phi \sin \delta/2$ 、従って、 P_2 を通過した後の光の強さ I は、

$$I = A^2 \sin^2 2\phi \sin^2 \delta/2 \quad (2)$$

となる。すなわち、外力を加えた試験片を直交偏光子の間に置いて見ると主応力方向と偏光子の軸となす角 ϕ が一定ならば、位相差 δ と共に光の強さが変化する。云い換えると、 $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ のとき視野は暗黒となり、 $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ のとき視野は最も明るくなる。而して、 δ は上述の (1) 式により、 $\sigma_1 - \sigma_2$ と比例するから試験片に加える力を増して δ が増すと共に視野は最初の暗黒より始まって、明、暗交互に変化することが見られる。従って視野が暗黒になる順番(これを消光次数或は縞次数と云う)を数えることによって主応力差、 $\sigma_1 - \sigma_2$ を知ることが出来る。

第3図において、試験片 T の両側に四分の一波長板 Q_1, Q_2 を置く。これは普通雲母の薄板で作ったものであってこれに主面と 45° をなす方向の振動面を持つ平面偏光を入射せしめると雲母結晶は複屈折現象³⁾ を起して、常、異常両光線に分れ、雲母板を通過せる後の両光線は、互に波の位相差を生ずるが、この位相差を丁度、使用波長の $1/4$ になるように雲母板の厚みをとってあるから両光線の合成波は、円軌道を描く所謂、円偏光となる。すなわち、振動式は、 $x' = A/\sqrt{2} \cos \omega t$ 、 $y' = A/\sqrt{2} \sin \omega t$ となる。この光が応力を生じている試験片により、 $x = A/\sqrt{2} \cos (\omega t + \delta)$ 、 $y = A/\sqrt{2} \sin \omega t$ となる。この振動の軌道は両式から ωt を消去して、 $x^2 + y^2 + 2xy \sin \delta = 1/2 A^2 \cos^2 \delta$ を得る。すなわち、試験片を出た光は、一般に、楕円偏光であって特別の場合、 $\delta = n\pi$ のとき円偏光となり、 $\delta = (2n+1)\pi/2$ のとき平面偏光となる。これを第2の四分の一波長板 Q_2 によって再び二直交方向の平面偏光となし、第2の偏光子 P_2 によって、 $\sigma_1 - \sigma_2$ の値を分析し得るのである。つまり、一組の四分の一波長板を加えることによって (2) 式の $\sin^2 2\phi$ の項は 1 となり、視野の明るさは主応力の方向に無関係で主応力差 $\sigma_1 - \sigma_2$ のみによって定まることになる。これは現象としては、稍複雑であるが、 P_1 から出た平面偏光が Q_1 によって互に直角方向の振動面を持つ二つの平面偏光となり、それぞれが試験片 T に入って、更に、二直交方向の 4 つの平面偏光に分れる。次にこれが Q_2 によって 8 つの平面偏光となり、これ等が最後の偏光子 P_2 によって同一平面に振動する



第3図 直交偏光子の場合に2枚の1/4波長板の加わった場合の図

偏光に整理され、これに位相差 δ を考慮に入れると、結局、

$$I = A^2 \sin^2 \delta/2 \quad (3)$$

が得られる結果となる。以上は、使用光線として単色光を用いた場合であるが、若し白色光を用いると、(2)式の I は各波長の光について加え合せたもの、 $I = \sum A^2 \sin^2 \delta/2$ となるべきである。而して、(1)式で分るように、位相差は光波長入に逆比例するから消光の状態は光波長によって異り、例えば黄色が丁度消光するとすれば視野は略白色より黄色光を除いた残りの色となり、順次長い波長の光が消光すると共に視野は黄、橙、赤、紫、青緑、緑黄……の如く変化する。すなわち、色によって主応力差を知り得るわけである。試験片に現われる色の縞は、このようにして生ずるのであって、各色の形作る曲線は、それぞれ主応力差 $\sigma_1 - \sigma_2$ の等高線をなしているものである。この縞を等色線と称している。もつとも、最近では、光弾性感度の高い材料を用いる関係上、白色光でなく、単色光を用いるのであるが、便宜上矢張り、等色線と称する。実際には、 σ_1 、 σ_2 のそれぞれの値を求めることが必要な場合もあるが、平面応力で、最大剪断応力 τ_m は、 $\tau_m = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ で与えられ、且、普通構造物に使用する鋼などは、 τ_m が最大の点から破損すると云われているから（最大剪断応力説）若しそうだとすれば、上述の等色線は、 $\sigma_1 - \sigma_2$ の等高線であると共にもまた最大剪断応力の等高線を示しているということになる。（等色線の例は、第13図、第14図参照）

B. 等傾線と主応線の性質とその求め方

i. 等傾線

偏光子と検光子を直交し、2枚の1/4波長板を除いた平面偏光器の中に試験片を挿入してこれに応力を与えると、 $\sin 2\phi = 0$ すなわち、 $\phi = 0$ または、 $\pi/2$ の所、いい換えると直交偏光子の主面が試験片の主応力軸に一致する所には使用光の波長如何にかかわらず暗点を生じ、その点が連なって等傾線を生ずる。等傾線を求めるには、白色光源を用い、四分の一波長板を除き、二個の偏光子を直交の状態に置き、その時現れる試験片上の黒線を写真に撮るか或は、鉛筆で写し取る。この黒線は、 $I = A^2 \sin^2 2\phi \sin^2 \delta/2$ において位相差 δ の値の如何にかかわらず、 $I = 0$ の場合すなわち、偏光子の軸と主応力方向となす角 ϕ が零である場合に相当すること明かである。勿論、 $\phi = 0$ のみならず、 $\delta = 2n\pi$ に相当する点においても光の強さ I は零となることが考えられるが、それは単色光を使用する場合であって、白色光を用いると、 $\delta = 0$ の個所を除き、縞は各種の色を帯びて現れるから、等傾線と干渉による縞とは容易に区別出来る。もつとも、等傾曲線を写真撮影する場合には両者を識別するよう適当な乾板を用いる必要がある。試験片を荷重したまま、直交偏光子に対し、 $5^\circ \sim 10^\circ$ 隔きに順次回転してそれぞれの角度に相当する等傾線を記録するわけであるが、試験片を回転することは厄介であるから、二個の偏光子を試験片に対して回転する。この際、回転の方向が写真レンズ側から見て時計の針の方向であ

るかまた反時計針方向であるかを明示しておく必要がある。今、等傾線を求める上の解析的な性質^{3,4,5)}を述べると、

a) 試験片の直線形自由境界では主応力の方向が一定であるから、この境界線は1本の等傾線を形成する。

b) 各等傾線は両主応力の値の等しい点すなわち、零点を除いては相互に交切することはない。

c) 等傾線は自由境界の接線が等傾線の指示する主応力軸の方向に平行する点においてのみ自由境界線に交わる。但し、例外として境界線上の応力零の点には全ての等傾線が集まる。

d) 全ての等傾線は、零点において交わる。零点では両主応力が相等しいので、特に定まった主応力軸の方向を定義することが出来ない。

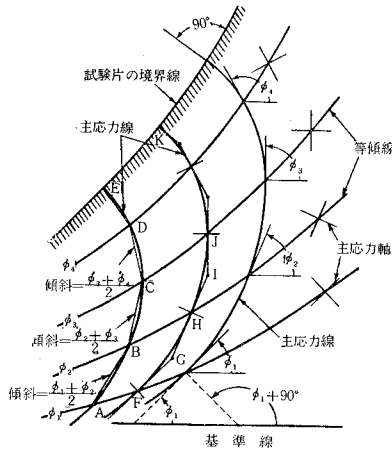
e) 試験片の形状および荷重両方に関しての対称軸は1本の等傾線を形成する。

更に、等傾線を求める上において特に必要だと思われる事項を纏めて見ると次の如くである。

等傾線用の試験片材料として、光弾性感度低く、初応力少なく、ヤング率の大なるものがよい。すなわち、エポキシ樹脂、フェノライトよりセルロイドがよく、セルロイドより、ガラス、アクリル酸樹脂(プレキシ・ガラス)が最もよいとされている。等傾線を投影するには、白色光源を用いて試験片の照明を強くし、荷重の大きさに注意する必要がある。余り大きな外力を加えて高次の色縞を現わすことは黒縞を不鮮明ならしめる。しかし、余り荷重が小さいと極く僅かの初応力の影響が黒線の位置に影響するからこの点を考えに入れて荷重する必要がある。すなわち、荷重の変化によって黒線の位置が殆んど移動しない所まで荷重を増す必要がある。それから、不注意なる荷重のかけ方によって試験片の面が変位を起した場合は、黒線は不明瞭となるかまたは正しい位置より移動するから出来るだけ厳密に平面応力となす必要がある。測定は数回繰返して正確を期し、映像の倍率は出来るだけ大にする方がよい。映像は衝立の上にトレーシングペーパーを張ってこれに描くと便利がよい。

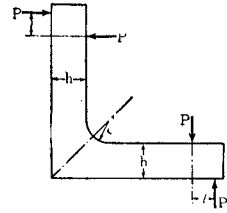
ii. 主応力線¹⁻⁵⁾

上述せる等傾線だけではこれを一見して主応力の方向を諒解するには不便であり、また後述の各主応力の値を求める場合にもそれだけでは不足である。そこで、次には主応力の方向が図から一见して解るように、恰かも流線と流速の関係の如く主応力が常に一つの曲線の接線の方向に作用するような曲線を考える。このように曲線上の各点の接線がその点の二つの主応力の方向を与える曲線を主応力線という。任意の1点を通る主応力線は2本あって互に直交し、試験片内の各点を通る主応力線は集まって互に直交する2組の曲線群を構成し、試験片の全面を覆う直交曲線網を作る。主応力線は、等傾線から次のようにして図式的に求めることが出来る。第4図において曲線 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots$ を図の最下に示した基準線に対して偏光子の主面すなわち

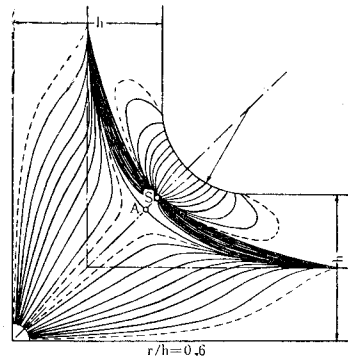


第4図 等傾線と主応力線の関係図

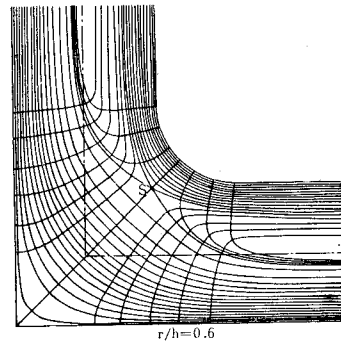
主応力軸が、適当な角間隔を置いて角 $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \dots$ だけ傾く場合の等傾線とし、その上に記した十字線の印は各等傾線が指定する主応力軸の方向を示すものとする。従って、所要の主応力線は、 AE, FK 曲線のように、これらすべての等傾線を上十字線に平行に切るものでなければならない。それを規則的に求めるには、例えば、第一の等傾線 ϕ_1 上の A 点からその傾角 ϕ_1 と次の等傾線 ϕ_2 の傾角 ϕ_2 との平均値すなわち、 $(\phi_1 + \phi_2)/2$ の傾きを持つ直線 AB を引き、第二の等傾線 ϕ_2 と B 点で交わせ、更に B 点から次の ϕ_3 との平均傾角 $(\phi_2 + \phi_3)/2$ の直線を引いて ϕ_3 曲線と C 点で交わせ。以下同様にして屈折線 $ABCDE$ を引き、それ等 $A, B, C \dots$ 点を通る曲線を描けばよい。または $FGH \dots K$ 線の所に示したように、 ϕ_1 曲線上の F 点を通り傾角 ϕ_1 の方向線を引き、それが、 ϕ_1, ϕ_2 両等傾線の間の略中間の点 G に行なってから次に傾角 ϕ_2 の方向線 GH を描いて等傾線 ϕ_2 と H 点で交わせ、更にこの方向線を延長してそれが ϕ_2, ϕ_3 両等傾線の間の略中間の点 I に達してから、次の ϕ_3 方向に方向線を描く。このような屈折線 $FGHI \dots K$ と各等傾線との交点 $F, G, H \dots$ において屈折線に接する曲線を描いても近似的に所要の主応力線を得る。等傾線図が比較的密に描いてあればこれらの方法で充分正確な主応力線が得られるものである。これから分るように主応力線は全ての点で等傾線を指定の方向に切り、自由境界に直交し、2組の主応力線はどこでも直



(a) 荷重方法



(b) 等傾線(S: 零点)



(c) 主応力線(S: 零点)

第5図 直角等辺山形板の単純曲げの図

交して直交曲線網を構成する。第5図は直角等辺形板に(a)に示すような荷重方法によって単純曲げを与えるとき得られる等傾線(b)およびそれから図式に解いて得た、主応力線(c)を示したものである。等傾線から主応力線を描く際に時々主応力方向の不定な点或は主応力方向が急激に変化する点に出逢わし、主応力線を描くのに困難を生ずることがある。例えば、第5図の(b), (c)におけるS点がこれである。このように主応力方向の不定な点を特異点^{2,4)}という。第6図に示すように、ある xy 軸に関する平面応力の3成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ が与えられたとき、両主応力 σ_1, σ_2 が x 軸となす角 θ_1, θ_2 は、

$$\tan 2\theta = 2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y) \quad (4)$$

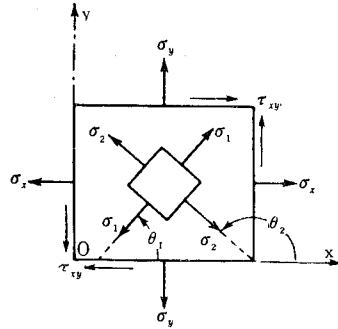
の関係を満足するが、この式で、**a)** $(\sigma_x - \sigma_y)$ および τ_{xy} が共に零になる点、**b)** $(\sigma_x - \sigma_y), \tau_{xy}$ の両方またはいずれか一つが無限大になる点、**c)** $(\sigma_x - \sigma_y), \tau_{xy}$ のいずれかが不連続となる点、では明かに主応力方向 θ は不定となる。**a)**は両主応力が等しくなる点すなわち $\sigma_1 = \sigma_2$ の点であって、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ の値に比例する光弾性効果が零となる点であるから、これを零点という。一般にこの点は等色線図上では単独の暗点となって現われ、等傾線はこの零点に放射状に集まることが多い。第5図のS点はこれである。場合によっては零点が連なっていわゆる零線を生ずることもある。**b)**は集中荷重の作用点または鋭角の切欠底における応力集中点などがこれに相当するものでこれを極ということがある。この点には、等傾線が放射状に集まると共に等色線も輪状に密集する。**c)**は、分布荷重の不連続な点に現われるもので、これを不連続点ということがある。等傾線はこの点にも集中する性質がある。**b), c)**の特異点は与えた荷重の状況により当然現われるべきことが予想されるものであるが、**a)**の特異点すなわち、零点は思いがけない所に現われてまごつくことがしばしばある。

C. 主応力決定の図式計算法

光弾性実験によって得た等傾線および等色線の測定値と、これに平面応力問題における平衡方程式を補助に用い、図式積分法によって各主応力の単独値を求める方法があるが、以下その中の一つである剪断応力差積分法^{2,4)}について述べる。

平面応力問題における応力の平衡方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$



第6図 xy 軸に関する
平面応力の図

である。ここに、 σ_x, σ_y は、 x 面、 y 面に働く垂直応力、 τ_{xy} は x 面、 y 面に働く剪断応力であり、 X, Y は、 x 軸、 y 軸方向に働く単位体積当りの体積力である。(第7図参照)

但し、重力や遠心力を主体に扱う問題以外の普通の場合には、 $X=Y=0$ と置いてよい。従って(5)式を積分すると、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= (\sigma_x)_0 - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx \\ \sigma_y &= (\sigma_y)_0 - \int_{y_0}^y \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。但し、 $(\sigma_x)_0, (\sigma_y)_0$ は積分の基準点 O (多くは境界上にとる) における σ_x, σ_y の値であって、これらは測定により既知とする。また、右辺第2項内の τ_{xy} は、

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta \quad (7)$$

によって与えられるが、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ は等色線から求められ、 θ は x 軸と主応力 σ_1 の方向との間の角であって、その値は等傾線によって求められるから、結局、 τ_{xy} は試験片の全ての点における値が光弾性実験による等傾線と等色線だけから容易に算出される。但し、その方向または、符号には注意を要する。理論的にその符号を定める方法もあるが、普通それは荷重状況から容易に判断され、零点を通ると符号が変わる。さて、(6)式の $\partial \tau_{xy} / \partial y$ は、第8図において x 軸上の任意点 i を通る所の y 軸への平行線 BC 上において、 τ_{xy} の分布を求めれば、 $\tau_{xy} = f(y)$ の曲線の i 点における切線の傾斜として与えられる。そして B, C 点を i 点に充分近くとれば、

$$\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right)_i \doteq \frac{(\tau_{xy})_B - (\tau_{xy})_C}{\Delta y} = \left(\frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \right)_i \quad (8)$$

と書けるから、(6)式の積分形は、次の和の形に改められる。

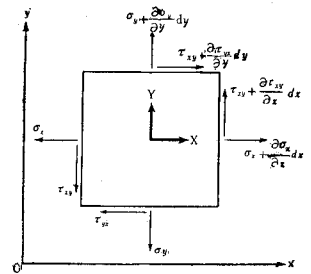
$$(\sigma_x)_j = (\sigma_x)_0 - \sum_0^j \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \cdot \Delta x \quad (9)$$

但し、 j は x 軸上 O 点から $x = \sum \Delta x$ の距離にある任意の点である。尚、図式計算の便宜上、 $\Delta x = \Delta y$ にとると、(9)式は、

$$(\sigma_x)_j = (\sigma_x)_0 - \sum_0^j \Delta \tau_{xy} \quad (10)$$

となる。そこで、所要の j 点における主応力値を決定するためには、

- i. まず、試験片の拡大図を描き、境界線上に原点を置き、 j 点を通って x 軸を引き、そ



第7図 平面応力の平衡に関する図

の全長を、10~20 に等分して Δx とする。

ii. 次にその上下 $\Delta y/2 = \Delta x/2$ の距離において x 軸に平行に $B'B''$ および $C'C''$ 線を引き、同じく Δx で等分する。

iii. 等色線および等傾線がこれら $B'B''$ および $C'C''$ 線と交わる点を求め、各線上において縞次数 n および主応力傾角 θ の座標 x に対する分布曲線を描く。

iv. それを用いて、 $B'B''$ および $C'C''$ 線上の各分割点における $\sigma_1 - \sigma_2 = nS/d$ (S はフリンジ応力、 d は板厚) および θ を求め、(7)式によって τ_{xy} を計算し、 τ_{xy} の x 座標に対する分布図を描く。

v. それより各分割点間の中点における $\Delta\tau_{xy}$ ($B'B''$ 線上の τ_{xy} と $C'C''$ 線上の τ_{xy} との差) を求める。または、左右両分割点における $\Delta\tau_{xy}$ の平均値をとってこれを、その中点における $\Delta\tau_{xy}$ としてもよく、また、初めから各分割点間の中点において、 τ_{xy} を求め、 $\Delta\tau_{xy}$ を計算すれば、 τ_{xy} の分布図を描く必要はない。

vi. この $\Delta\tau_{xy}$ を(9)式に用いれば、 x 軸上の各分割点における σ_x の値が定まり、 σ_x の分布図が得られる。

vii. 第8図の2本の τ_{xy} 曲線に囲まれた DEI の面積は、点 O から点1に至る第一の区間における $\sum \Delta\tau_{xy} \cdot \Delta x$ を表わすから、これを Δx で割った値を、(10)式の $\sum \Delta\tau_{xy}$ に用いれば、更に正確な点1における、 σ_x の値を得る。更に、それに、{面積 $(EFJI)/\Delta x$ } を加えれば、分割点2における正確な σ_x の値を得る。

viii. 同じ x 軸上の σ_y の値は、

$$\sigma_y = \sigma_x - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \tag{11}$$

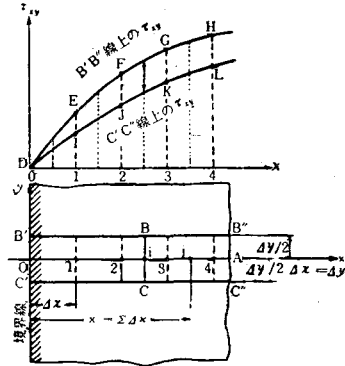
の関係式に、上に求めた σ_x および実験により既知の $(\sigma_1 - \sigma_2)$ および θ の値を代入して計算される。

ix. かくて、 σ_x, σ_y の分布を得た上は、

$$p = \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y \tag{12}$$

の関係により、主応力和、 $p = \sigma_1 + \sigma_2$ を求め、これと既知の主応力差、 $q = \sigma_1 - \sigma_2$ の値とから、 $\sigma_1 = (p+q)/2$ 、 $\sigma_2 = (p-q)/2$ によって、両主応力の単独値が算出される。 y 軸に平行な直線上における σ_1, σ_2 の分布も全く同様にして求められる。

ローゼ桁の応力解析は、以上の原理に基づいて行なった。その結果については後述する。



第8図 剪断応力差積分法に関する図

3. 模型実験

A. 実験装置

光弾性模型実験に用いた装置は、第9図の如き、理研製標準型光弾性実験装置であり、その光学系¹⁾について説明すれば、次の如くである。

第10図において、

S: 光源、普通超高圧水銀灯または長岡式常圧水銀灯 (U字管) を用いるが、水銀スペクトルには、紅、黄、緑、青等に、5, 6本輝線があり、単色フィルタ F で $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ の緑色光を取出し単色光として使う。等傾線を求めるために白色光源として 200 W 程度の小型映写機の電球をも用意する。

C₁, C₂: コンデンサ・レンズ、直径 10 cm, 焦点距離 15 cm 程度。

F: 単色フィルタ

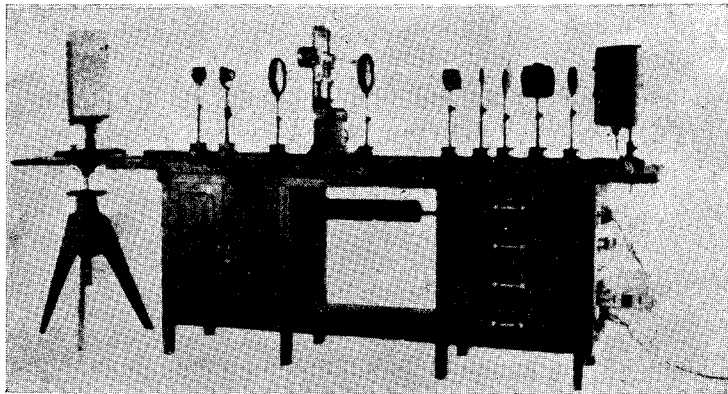
P₁, P₂: 偏光板、口径 5 cm 程度。

Q₁, Q₂: 1/4 波長板、光源の波長に合わせて作る。普通 $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ 用

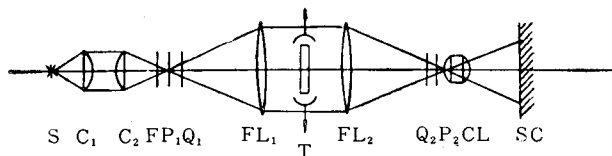
FL₁, FL₂: 2枚のフィールド・レンズ (視野レンズ)、焦点距離約 50~60 cm, 直径 15 cm 程度。

T: 光弾性材料の試験片と負荷装置。

CL: 写真レンズ、キャビネまたは手札判で焦点距離 210~300 mm 位、焦点距離 f は 4.5 程度、口径はある程度大きい方がよい結果が得られる。



第9図 理研製標準型光弾性実験装置の図



第10図 標準型光弾性実験装置の光学系の図

SC: スクリーンまたは暗函カメラのピント面。

この光学系は、照明系と投影系の2系統を重ね合わせることを十分考慮して設計すべきである。 FL_1 までが照明系、 FL_2 から後が投影系になる。

B. 模型材料

光弾性実験は透明等方体が応力を受けた場合に生ずる光弾性効果を利用して所要の応力を測定せんとするものであるから、それに使用される模型試験片の材料としては、その目的を容易且正確に達成し得るために次のような諸特性を有することを要求される。

- i. 無色で透明度の高いこと。
- ii. 光弾性感度の高いこと、すなわち、応力による両偏光間の位相差が大きいこと。
- iii. 加工性の良いこと、すなわち、原材料から容易に布望の形の試験片を工作し得ること。
- iv. Hook の法則に従う正比例の弾性を有すること。
- v. 弾性係数が大で応力による変形が少ないこと。
- vi. 弾性限度および引張強さが高くして広範囲の応力を加え得ること。
- vii. 応力と弾性効果とが正比例することすなわち、光弾性係数が繰り回しの大小にかかわらず一定で、繰り回数と主応力差が比例すること。
- viii. 機械的および光学的クリープの影響が少ないこと。
- ix. 初応力または残留応力の少ないこと。若し入った場合には熱処理により容易に除去し得ること。
- x. 時効のために生ずる縁応力の少ないこと。例え、縁応力が入っても熱処理または加工によって容易に除去し得ること。
- xi. 完全に等質等方の材料が大量に得られ、必要な形状寸法の試験片を自由に作り得ること。
- xii. 安価であること。

等である。ガラス、セルロイド、市販の各種合成樹脂等、多くの透明な等質等方性物質は大抵、多少共、光弾性効果を示すもので上記の各種条件を完全に満足するものは少ない。

本実験においては、エポキシ樹脂を用いて模型を作成した。エポキシ樹脂は最近の凍結用光弾性材料に対する諸要求を最も良く満すものとして、我国の理化学研究において見出されたポリ附加系の樹脂であるが常温用光弾性材料としても非常によい性質をもっている。エポキシ樹脂は、プレポリマー（石炭酸とアセトンの酸触媒反応によるジフェニロールプロパンとエピクロロヒドリンの化合物）100 g と無水フタル酸 30 g および硬化剤を均一の液体として鋳型に注入し、 $130^{\circ}\text{C} \times 1$ 時間および $(115 \sim 120^{\circ}\text{C}) \times 18$ 時間の加熱により固形化してから、 $120 \sim 130^{\circ}\text{C}$ で数時間焼鈍して仕上げたものである。エポキシ樹脂は、一応、時間縁応力を取除く方法^{1,2)}が見出されているため、非常に便利である。しかし、模型作成後なるべく速かに等色線の撮影、

等傾線のトレースを行なえば、模型に時間繰応力が入ることなく、非常に能率的である。次に、エポキシ樹脂の物理的諸数値をあげれば、第1表の如くなる。

第1表 エポキシ樹脂の諸数値

種 別	ヤング率 (kg/cm ²)	光弾性感度 (mm/kg)	フリング応力 (kg/mm)	光弾性係数
常 温	300	0.94	1.13	51
高 温	1.56	40.5	0.0247	—

C. 模型の作成

i. 試験片の加工法

まず、所要の形を板面上にけがきし、2~3mmの仕上代を残して鋸で切り抜く、鋸には、主として、糸鋸を用いた。樹脂材料は、一般に木材より硬いので案外速く磨滅し、それを無理して用いると試験片に加工歪の入る恐れがあるから、絶えず刃先を低いで切り味をよくする必要がある。試験板の表面にいささかでも傷があると光が屈折により乱されて傷はそのまま写真上に現われ、また、傷のために等色線や等傾線が歪むことさえあるから、試験片の両表面は完全に平滑に仕上げて置く必要がある。また、試験片にやすりをかける場合、強い力を与えたり、振動を与えたりすると、内部歪が入るので、やすりをかける場合は、静かにゆっくりと研磨する必要がある。

ii. 模型の寸法

模型の寸法は、第11図および第12図の如くであり、二種類とする。すなわち、模型I(第11図)は、下弦材が水平なもので、模型II(第12図)は、下弦材に若干の反り(中央で $\eta=2\text{mm}$)

第2表 上弦材、下弦材、垂直材の断面平均高さ

種 別	上 弦 材 (mm)	下 弦 材 (mm)	垂 直 材 (mm)
模 型 I	4.85	5.00	1.98
模 型 II	4.42	6.47	2.18

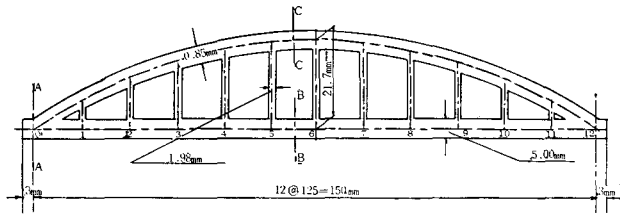
第3表 模型I或はIIにおける各部材の長さ

k	x (cm)	上 弦 材 (cm)	下 弦 材 (cm)	垂 直 材 (cm)
1	1.25	1.392	1.50	0.663
2	2.50	1.340	"	1.206
3	3.75	1.295	"	1.628
4	5.00	1.260	"	1.930
5	6.25	1.238	"	2.110
6	7.50	1.226	"	2.17

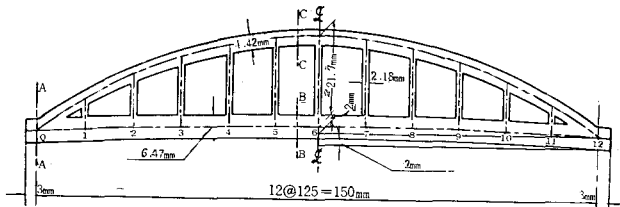
のついたものである。

支間 $l=150$ mm, 拱矢 $f=21.7$ mm, 上弦材の曲線は拋物線とする。

今, 各部材の断面平均高さ, 中立軸線間の部材長を示せば, 第2表, 第3表の通りになる。尚, 模型の平均幅は, I, II とも, 5.95 mm であった。



第11図 模型Iの一般側面寸法図



第12図 模型IIの一般側面寸法図

iii. 模型の初応力除去

電気乾燥器の中にガラス板をおき, その上に試験片を横においた。これは, 試験片の変曲を除くためである。次に, 乾燥器の温度を 125°C まで上げ, そのまま 40 分間放置した。それから, 1 時間に 5°C ずつ徐々に下げて行き, 85°C まで降下させた。それから徐々に, 室温まで放置しておいて, ゆっくり, 乾燥器から模型を引出した。これによって, エポキシ樹脂の模型から時間縁効果によって生じた内部初応力を除くことに成功した。

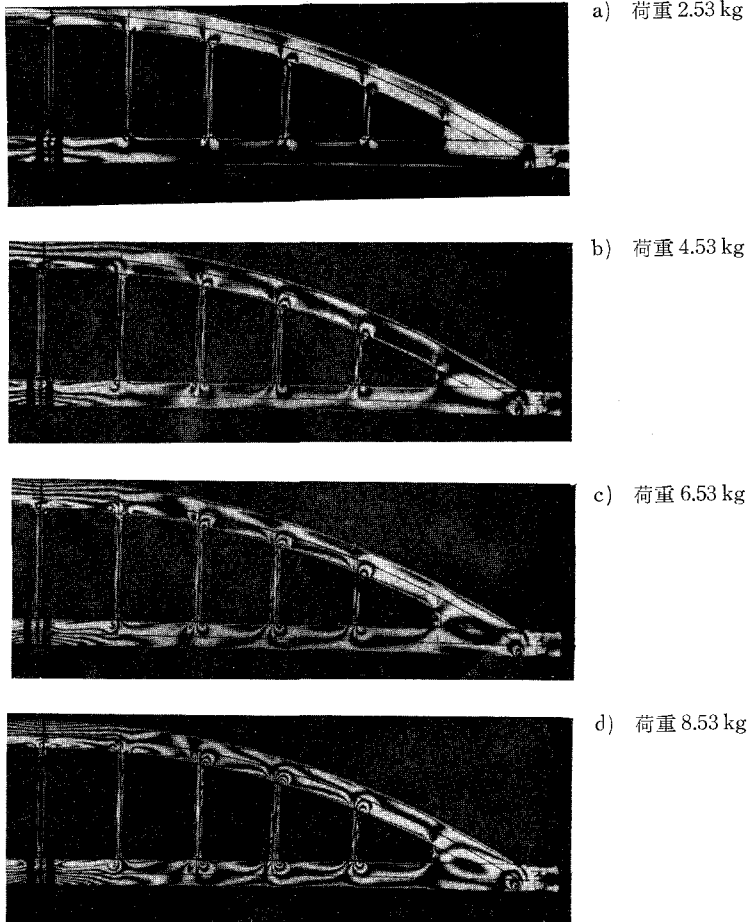
D. 実験の経過

i. 載荷試験

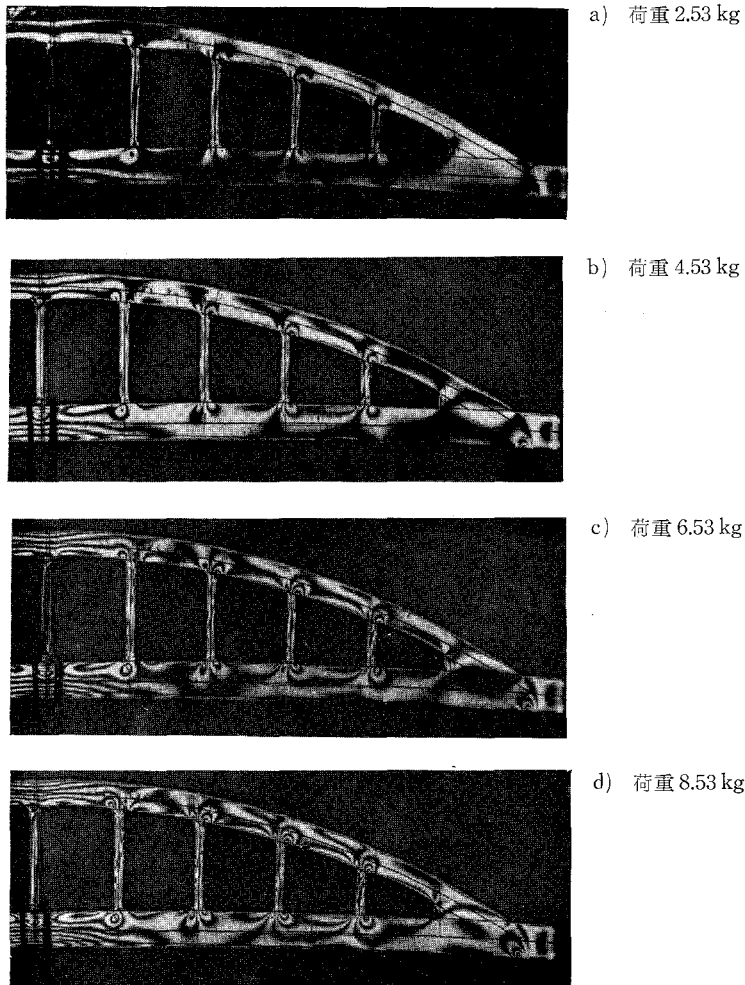
ローゼ桁模型の下弦材中央に, 天蚕糸によって錘を吊す方法をとった。この際, 錘り台の重量 0.53 kg で, 載荷に用いた荷重は, 錘り台の重量の他に, 2.0 kg, 4.0 kg, 6.0 kg, 8.0 kg の錘りを, 次々に静かに, かけ, 試験片に振れが入らないように注意した。振れが入ると, 異なった次数の縞が連結したり, 0 次が消えたりするからである。また, 光学系については, 常に, 平行光線が試験片の面を垂直に通るように調整し, 試験片の厚さによる視差のために, 試験片の縁が厚く撮影され, そのため縞が隠されて見掛上縞次数が下って出るのを防止するよう注意した。荷重の範囲は, 材料の弾性限度を超えることのないように, 予め, 他の試験片によって, 破壊試験を試み, その最大載荷荷重を 10 kg と決定した次第である。

ii. 等色線縞写真の撮影

光弾性実験による応力測定では、コントラストの良い鮮明な光弾性縞を記録するための写真技術が結果の精度に多分に影響する。撮影方法としては、最初、アサヒペンタックスカメラによって、フィルムにミニコピーを使用し、種々試みたがよい結果が得られなかったので、暗箱カメラによって、乾板による撮影を試みた。その結果、漸く成功した。その撮影状況を述べると、乾板は、パンクロプロセス、しぼりは開放で、露出時間は、3秒を記録した。光源は、水銀燈光源による緑色光線 ($\lambda=5461 \text{ \AA}$) を用いた。結局、撮影の露出時間は乾板の感度、光源、フィルターレンズ、その他の諸条件によって変わるものであるから、与えられた装置について予め数回試写し、最も適当なる露出時間を決めるようにすることが肝要である。等色線の写真を示せば、第13図、第14図の如くなる。



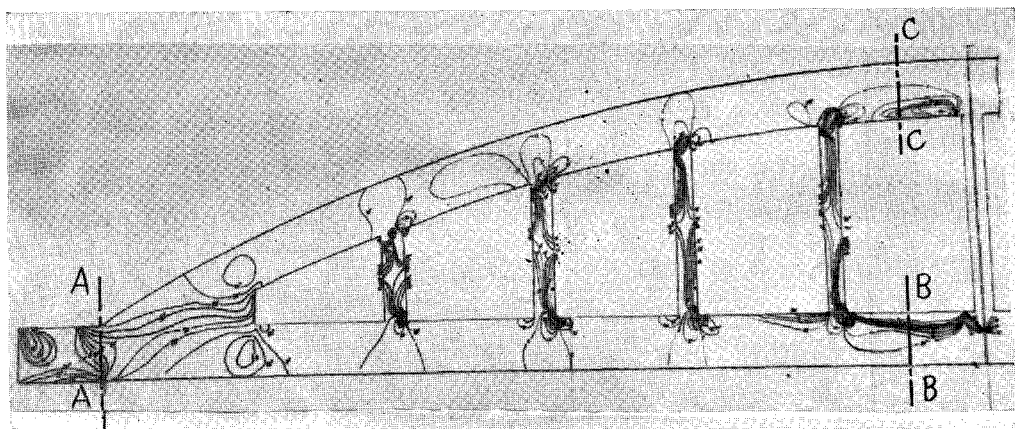
第13図 横型Iの等色線縞写真の図



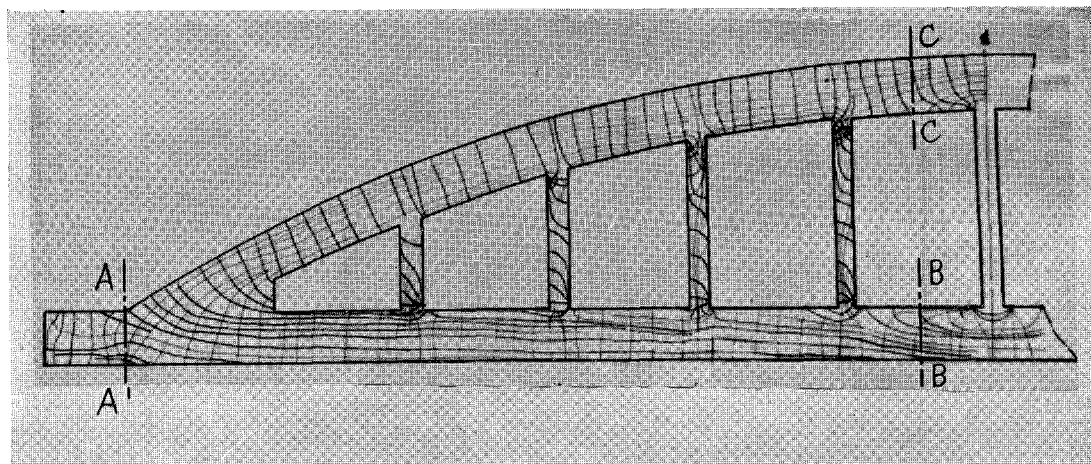
第 14 図 模型 II の等色線縞写真の図

iii. 等傾線および主応力線

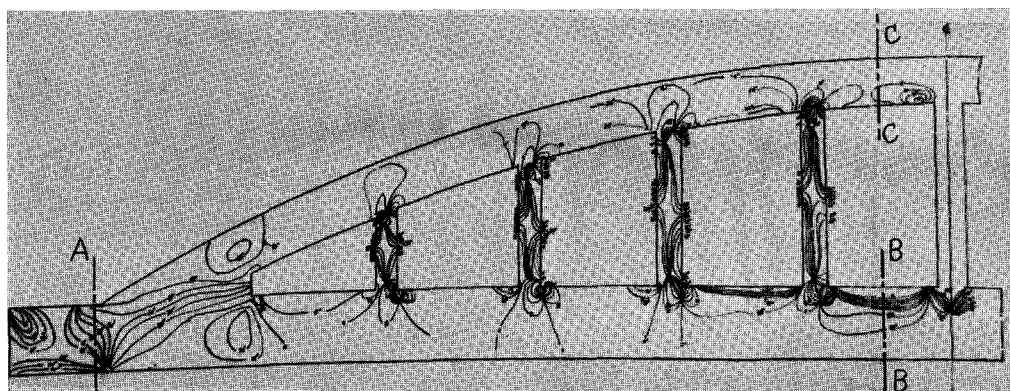
等傾線をとるには、 $1/4$ 波長板、 Q_1 、 Q_2 を除いて直交の偏光板 P_1 、 P_2 のみとし、光源には白色灯を用いた。模型は、等色線に用いたものをそのまま使用し、スクリーンにトレーシングペーパーをとめ投影レンズにて図を拡大してトレースする方法をとった。 $5^\circ \sim 10^\circ$ おきに、 P_1 、 P_2 の両者を (P_1 、 P_2 直交の状態) 回転しては、記録した。等傾線は、等色線に比べ、一般にかなり不明瞭だが、注意深く最も濃度の大きいところをとらえ、数回トレースを繰り返すことによって求めることが出来た。主応力線は、等傾線より、応力解析の原理の所で述べたようにして、注意深く、丁寧に描いた。模型 I と II のそれぞれについて等傾線と主応力線を掲載すれば、第 15 図～第 18 図の如くなる。



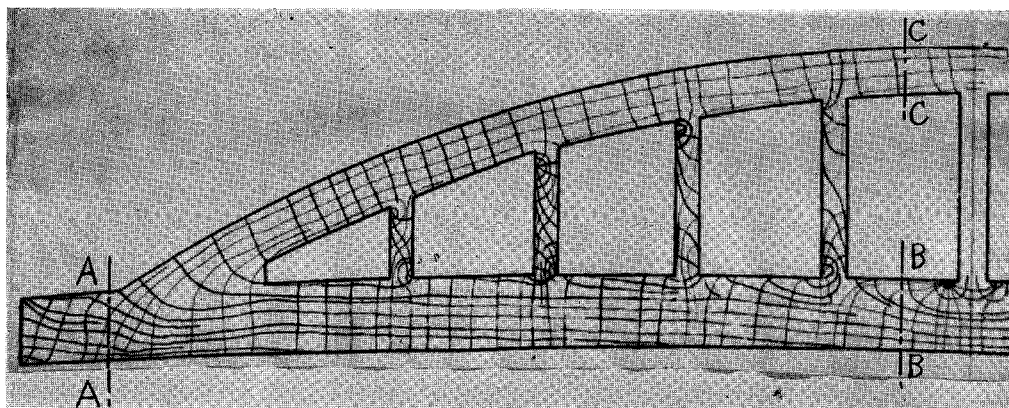
第 15 図 模型 I の等傾線図



第 16 図 模型 I の主応力線図



第 17 図 模型 II の等傾線図



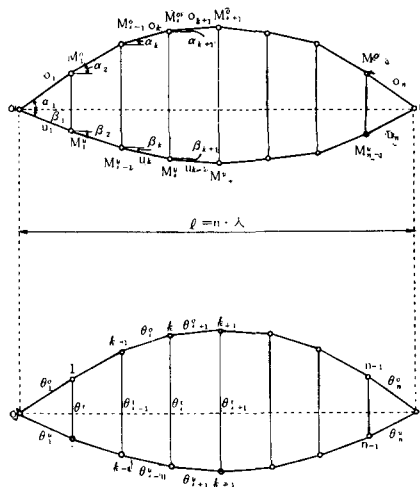
第 18 図 模型 II の主応力線図

4. 理論計算と実験の応力解析

A. 理論計算

第 19 図のような一般的なローゼ桁橋において、計算に用いる記号を示すと次の如くである。

λ : 格間長, n : 格間数, l : 支間長, o_k : k 番目の格間における上弦材の長さ, u_k : k 番目の格間における下弦材の長さ, h_k : 格点 k における吊材の長さ, a_k : k 番目の格間における上弦材が $0 \sim n$ となす角, β_k : k 番目の格間における下弦材が $0 \sim n$ となす角, Δo_k : k 番目の格間における上弦材の変形, Δu_k : k 番目の格間における下弦材の変形, θ_k^o : k 番目の格間における上弦材の廻転角, θ_k^u : k 番目の格間における下弦材の廻転角, θ_k^h : 格点 k における吊橋の廻転角, F_k^o : k 番目の格間



第 19 図 一般的なローゼ桁橋側面図

における上弦材の断面積, F_k^u : k 番目の格間における下弦材の断面積, J_k^o : k 番目の格間における上弦材の断面二次モーメント, J_k^u : k 番目の格間における下弦材の断面二次モーメント, J_o : 任意に選択せられたる一定の断面二次モーメント, H : 水平推力, M_k^o : 格点 k において上弦材に働く曲げモーメント, M_k^u : 格点 k において下弦材に働く曲げモーメント, O_k : k 番目の格間における上弦材に働く軸方向力, U_k : k 番目の格間における下弦材に働く軸方向力, Z_k : 格点 k における吊材に働く軸方向力, Q_k^o : k 番目の格間における上弦材に働く剪断力, Q_k^u : k 番目の格間における下弦材に働く剪断力, m_k : 格点 k における単純梁としての曲げモーメント, m_k : 格点 k より左側にある総ての吊材の軸方向力が k 点の周りに起すモーメント。

今、第 19 図を参照し、下弦材を水平とし、支間 $l=150$ mm, 拱矢 $f=21.7$ mm のローゼ桁の模型 I (第 11 図の寸法参照) において、支間の中央、6 格点に集中荷重 $P=8.53$ kg が載荷されたとして計算を試みた。上弦材の長さは、

$$o_k = \{\lambda^2 + (h_k - h_{k-1})^2\}^{1/2} \quad (13)$$

上弦材の傾斜角は、 a_k とすれば、 $\tan a_k = (h_k - h_{k-1})/\lambda$, $\sin a_k = (h_k - h_{k-1})/o_k$, $\cos a_k = \lambda/o_k$, $\sec a_k = o_k/\lambda$, 下弦材の部材長は、格間長 λ に等しい。また、下弦材の傾斜角は、零であるから、 $\tan \beta_k = 0$, $\sin \beta_k = 0$, $\cos \beta_k = 1$, $\sec \beta_k = 1$,

模型 I における計算に必要な諸数値を示せば、 $F^0 = 0.2885$ cm², $F^u = 0.298$ cm², $J^0 = 0.00566$ cm⁴, $J^u = 0.00620$ cm⁴, $J_c = J^u$ に選べば、 $J_c/J^0 = 1.095$ になり、 $o'_k = J_c/J^0 \cdot o_k = 1.095 o_k$, $u'_k = (J_c/J^u) u_k = u_k$ にて与えられるから、これらの式を用いて、 o'_k , u'_k を計算し、ローゼ桁の解式^{6,7)} における係数を求めるのに用いる。

ローゼ桁理論の最後の決定式を掲載すれば次の通りになる。

$$M_k^u = -M_k^0 - H \cdot h_k + \mathfrak{M}_k \quad (14)$$

この式を、 M^u , M^0 を共に含む一般式に代入し、 M^u を消去すれば、(15) の如くなる。

$$M_{k-1}^0(o'_k + u'_k) + 2 \cdot M_k^0(o'_k + u'_k + o'_{k+1} + u'_{k+1}) + M_{k+1}^0(o'_{k+1} + u'_{k+1}) + H\{u'_k \cdot (h_{k-1} + 2h_k) + u'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})\} - \gamma_k = \mathfrak{M}_{k-1} \cdot u'_k + 2\mathfrak{M}_k \cdot (u'_k + u'_{k+1}) + \mathfrak{M}_{k+1} \cdot u'_{k+1} \quad (15)$$

$$\gamma_k = 6H \left\{ -\frac{J_c}{F_k^0} \tan a_k \cdot \sec a_k + \frac{J_c}{F_{k+1}^0} \tan a_{k-1} \cdot \sec a_{k+1} + \frac{J_c}{F_k^u} \tan \beta_k \cdot \sec \beta_k - \frac{J_c}{F_{k+1}^u} \tan \beta_{k+1} \cdot \sec \beta_{k+1} \right\} \quad (16)$$

故に(15)は次の如くなる。

$$M_{k-1}^0(o'_k + u'_k) + 2M_k^0(o'_k + u'_k + o'_{k+1} + u'_{k+1}) + M_{k+1}^0(o'_{k+1} + u'_{k+1}) + H\{u'_k(h_{k-1} + 2 \cdot h_k) + u'_{k+1}(2h_k + h_{k+1}) + 6 \left(\frac{J_c}{F_k^0} \tan a_k \cdot \sec a_k - \frac{J_c}{F_{k+1}^0} \tan a_{k+1} \cdot \sec a_{k+1} - \frac{J_c}{F_k^u} \tan \beta_k \cdot \sec \beta_k + \frac{J_c}{F_{k+1}^u} \tan \beta_{k+1} \cdot \sec \beta_{k+1} \right)\} = \mathfrak{M}_{k-1} \cdot u'_k + 2\mathfrak{M}_k \cdot (u'_k + u'_{k+1}) + \mathfrak{M}_{k+1} \cdot u'_{k+1} \quad (17)$$

同様に、 M^0 に関するもう一つの式 $\sum_{k=1}^{n-1} M_k^0 \{o'_k(h_{k-1} + 2h_k) + o'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})\} + \rho \cdot t$ において、

$$\rho \cdot t = -6H \cdot \lambda \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{J_c}{F_k^0} (1 - \tan a_k \tan \beta_k) \sec a_k + \frac{J_c}{F_k^u} \sec^3 \beta_k \right\} \quad (18)$$

を代入すれば、

$$\sum_{k=1}^{n-1} M_k^0 \{o'_k(h_{k-1} + 2h_k) + o'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})\} - 6H \lambda \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{J_c}{F_k^0} (1 - \tan a_k \tan \beta_k) \sec a_k + \frac{J_c}{F_k^u} \sec^3 \beta_k \right\} = 0 \quad (19)$$

が得られる。(17), (19) の両式が, ローゼ桁の最後の決定式⁷⁾である。

以上の式において

$$J_c/F_k^0(1-\tan \alpha_k \tan \beta_k) \sec \alpha_k + J_c/F_k^u \sec^3 \beta_k = J_c/F_k^0 \sec \alpha_k + J_c/F_k^u \quad (20)$$

となり, $J_c/F_k^0 = 0.0196 \text{ cm}^2$, $J_c/F_k^u = 0.0190 \text{ cm}^2$, (19) の第 2 項は, $6H \cdot \lambda \sum_{k=1}^n \{J_c/F_k^0(1-\tan \alpha_k \tan \beta_k) \sec \alpha_k + (J_c/F_k^u) \sec^3 \beta_k\} = 1.823H$ となる。更に, 弦材の軸方向力などは,

$$\left. \begin{aligned} O_k &= -H \cdot \cos \alpha_k - 1/\lambda \{M_k^0 - M_{k-1}^0 + H \cdot (h_k - h_{k-1})\} \sin \alpha_k \\ U_u &= H \cdot \cos \beta_k + 1/\lambda \{M_k^u - M_{k-1}^u + H \cdot (h_k - h_{k-1})\} \sin \beta_k = H \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

或は,

$$O_k = -H \sec \alpha_k, \quad U_k = H \cdot \sec \beta_k = H \quad (22)$$

を利用し, 弦材の剪断力は, 次式によって求めることが出来る。

$$\left. \begin{aligned} Q_k^0 &= -H \sin \alpha_k + 1/\lambda \{M_k^0 - M_{k-1}^0 + H(h_k - h_{k-1}) \cos \alpha_k \\ Q_k^u &= -H \sin \beta_k + 1/\lambda \{M_k^u - M_{k-1}^u + H(h_k - h_{k-1})\} \cos \beta_k \\ &= -H \sin \beta_k + 1/\lambda \{M_k^u - M_{k-1}^u + H(h_k - h_{k-1})\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

吊材の軸方向力 Z_k は,

$$Z_k = -1/\lambda \{(M_{k-1}^0 - 2M_k^0 + M_{k+1}^0) + H(y_{k-1}^0 - 2y_k^0 + y_{k+1}^0)\} \quad (24)$$

以上の計算解式に, 簡易計算法を応用し, M_k^0 , M_k^u , Q_k^0 , Q_k^u , Z_k などを計算した。荷重は, 実験の応力解析と比較するため, 支間中央の格点 6 に, $P=8.53 \text{ kg}$ を載荷した場合とする。

水平軸力, $H = 1.375 P = 11.729 \text{ kg}$ となった。

i. 上弦材の曲げモーメント

$$\begin{aligned} M_1^0 &= -0.0753 P = -0.642 \text{ kg-cm} & M_2^0 &= -0.1117 P = -0.953 \text{ kg-cm} \\ M_3^0 &= -0.0819 P = -0.699 \text{ kg-cm} & M_4^0 &= -0.0355 P = -0.303 \text{ kg-cm} \\ M_5^0 &= 0.0807 P = 0.688 \text{ kg-cm} & M_6^0 &= 0.2152 P = 1.836 \text{ kg-cm} \end{aligned}$$

断面 C~C における $M_{C-C}^0 = 0.148 P = 1.262 \text{ kg-cm}$

ii. 下弦材の曲げモーメント

$$\begin{aligned} M_1^u &= -0.0902 P = -0.769 \text{ kg-cm} & M_2^u &= -0.1212 P = -1.034 \text{ kg-cm} \\ M_3^u &= -0.1203 P = -1.026 \text{ kg-cm} & M_4^u &= -0.04112 P = -0.351 \text{ kg-cm} \\ M_5^u &= 0.0736 P = 0.628 \text{ kg-cm} & M_6^u &= 0.2656 P = 2.266 \text{ kg-cm} \end{aligned}$$

断面 B~B における $M_{B-B}^u = 0.1696 P = 1.447 \text{ kg-cm}$

iii. 上弦材応力 (圧縮力)

$$\begin{aligned} O_1 &= -1.556 P = -13.273 \text{ kg} & O_2 &= -1.504 P = -12.829 \text{ kg} \\ O_3 &= -1.451 P = -12.377 \text{ kg} & O_4 &= -1.414 P = -12.061 \text{ kg} \\ O_5 &= -1.391 P = -11.865 \text{ kg} & O_6 &= -1.377 P = -11.746 \text{ kg} \end{aligned}$$

iv. 下弦材応力 (引張力)

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = U_5 = U_6 = 1.375 P = 11.729 \text{ kg}$$

v. 上弦材の剪断力

$$Q_1^0 = -0.0827 P = -0.705 \text{ kg} \quad Q_2^0 = -0.0581 P = -0.496 \text{ kg}$$

$$Q_3^0 = 0.0255 P = 0.192 \text{ kg} \quad Q_4^0 = 0.0792 P = 0.676 \text{ kg}$$

$$Q_5^0 = 0.129 P = 1.100 \text{ kg} \quad Q_6^0 = 0.173 P = 1.476 \text{ kg}$$

vi. 下弦材の剪断力

$$Q_1^y = 0.562 P = 4.794 \text{ kg} \quad Q_2^y = 0.559 P = 4.768 \text{ kg}$$

$$Q_3^y = 0.532 P = 4.538 \text{ kg} \quad Q_4^y = 0.485 P = 4.137 \text{ kg}$$

$$Q_5^y = 0.427 P = 3.642 \text{ kg} \quad Q_6^y = 0.315 P = 2.687 \text{ kg}$$

vii. 吊材の応力 (引張力)

$$Z_1 = 0.134 P = 1.143 \text{ kg} \quad Z_2 = 0.112 P = 0.955 \text{ kg}$$

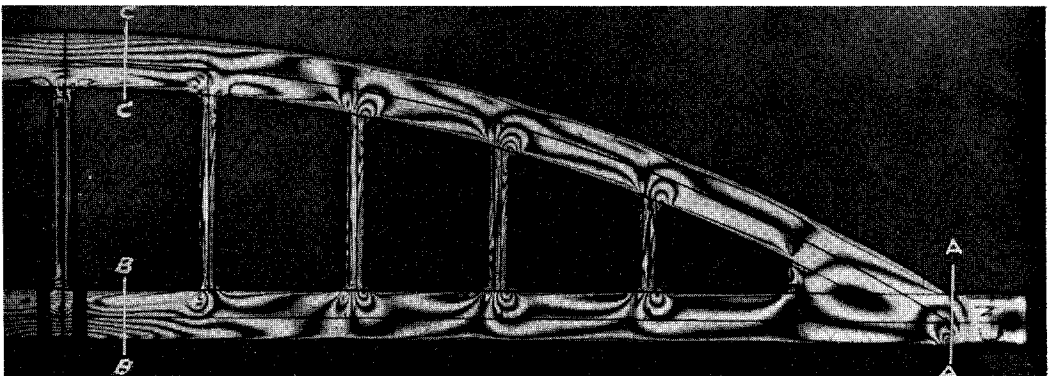
$$Z_3 = 0.152 P = 1.297 \text{ kg} \quad Z_4 = 0.1092 P = 0.931 \text{ kg}$$

$$Z_5 = 0.1504 P = 1.283 \text{ kg} \quad Z_6 = 0.4448 P = 3.794 \text{ kg}$$

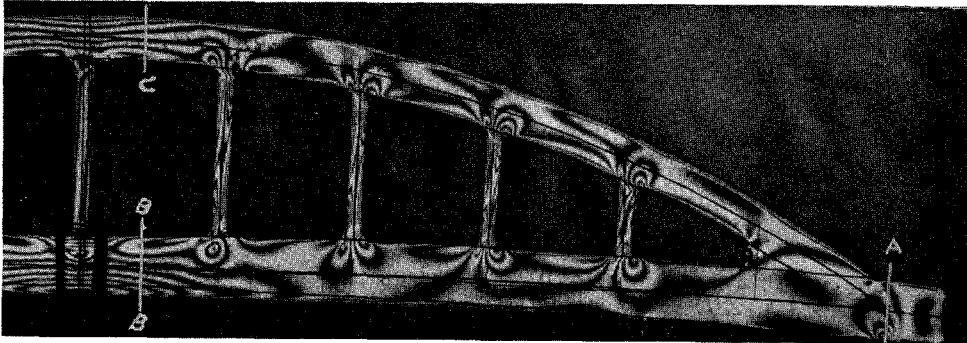
B. 実験の応力解析

模型 I と II に対し, 下弦材の中央格点 6 に, $P=8.53 \text{ kg}$ (錘り $8.0 \text{ kg} +$ 吊り台 0.53 kg) を載荷したときの応力解析用の等色線縞写真, 第 20 図および第 21 図を用いて, 断面 $A \sim A$ (支点部の断面), 断面 $B \sim B$ (下弦材の中央格点より $x=6.25 \text{ mm}$ の断面), 断面 $C \sim C$ (上弦材の中央格点より $x=6.25 \text{ mm}$ の断面) の三個所について, 既に述べた主応力決定の図式計算法の中の剪断応力差積分法による応力解析の原理に従って, σ_x , σ_y , τ_{xy} などを求めた。

断面 $A \sim A$, $B \sim B$, $C \sim C$ の両側近傍に平行する二断面, それぞれ, $A' \sim A'$, $A'' \sim A''$; $B' \sim B'$, $B'' \sim B''$; $C' \sim C'$, $C'' \sim C''$ を仮定し, 主応力傾角 θ , 等色線縞次数の分布曲線を描き, 各々の断面上の剪断力を求め, 更に σ_y , σ_x を求める。(解析の順序については, 既に述べたところで



第 20 図 模型 I の等色線縞写真 (応力解析用, 荷重 8.53 kg) の図



第 21 図 模型 II の等色線縮写真 (応力解析用, 荷重 8.53 kg) の図

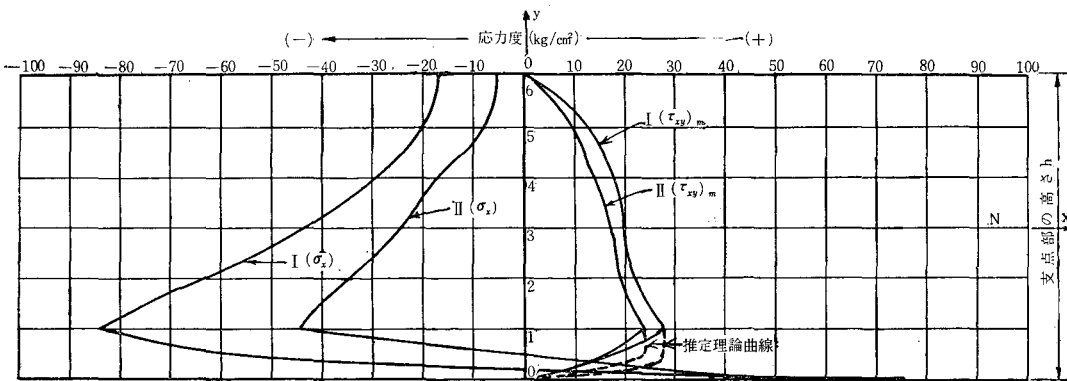
あるから、応力解析の原理と計算法の詳細を参照のこと。)すなわち、フリンジ数 $(p-q)$, θ , $\sin 2\theta$ を求め、フリンジにおける τ_{xy} を計算する。更に、フリンジにおける $\Delta\tau_{xy}$, $\Delta\tau_{xy(\text{mean})}$ の計算より、フリンジにおける σ_y の値を求め、 $\cos 2\theta$, $-\cos 2\theta \cdot (p-q)$ の計算より、フリンジにおける σ_x の値を計算する。また、フリンジにおける σ_x , σ_y などの値より、その実数値を求めるには、次の式によればよい。

$$\sigma = \sigma_{(F)} \frac{S}{d} \text{ (kg/cm}^2\text{)} \quad (25)$$

ここに、

- σ : σ_x , σ_y などの実数値 (kg/cm²) (実際の応力度)
- $\sigma_{(F)}$: フリンジにおける σ_x , σ_y などの値
- S : フリンジ応力 = 1.13 kg/mm = 11.3 kg/cm (エポキシ樹脂の数値)
- d : 板の厚さ = 5.95 mm = 0.595 cm

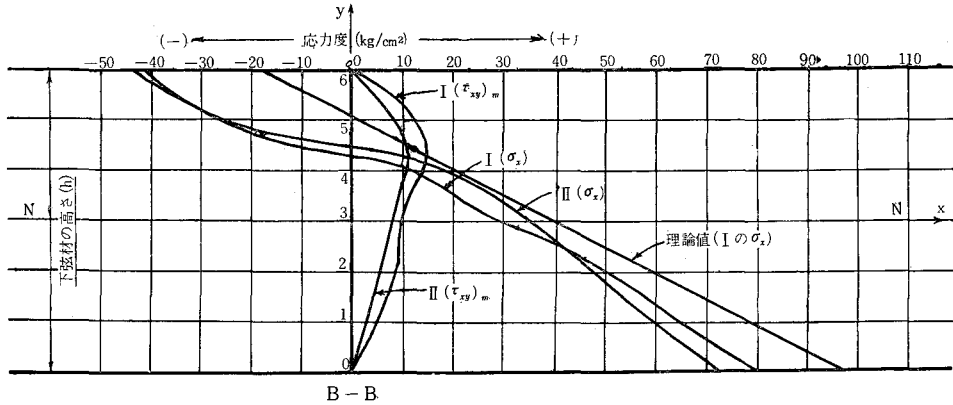
実験の解析に用いる等傾線、主応力線には、先に掲載せる、第 15 図～第 18 図を使用した。



- I (σ_x): 模型 I の σ_x の実験値
- II (σ_x): 模型 II の σ_x の実験値
- I ($\tau_{xy}m$): 模型 I の $\tau_{xy(\text{mean})}$ の実験値
- II ($\tau_{xy}m$): 模型 II の $\tau_{xy(\text{mean})}$ の実験値

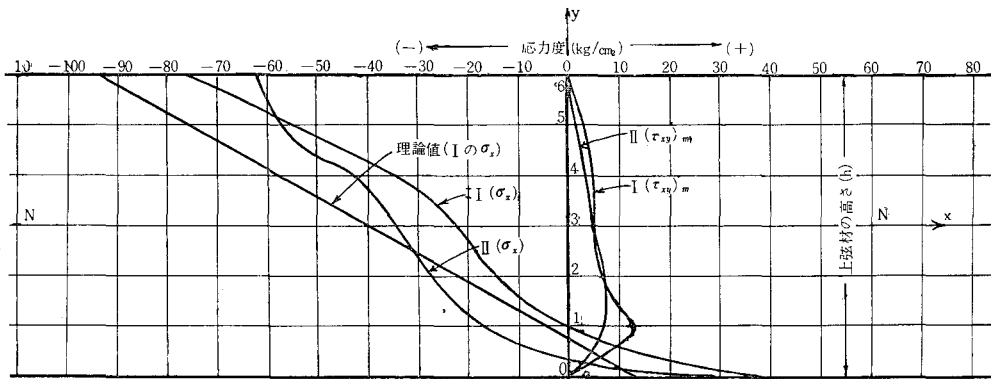
第 22 図 断面 A~A (支点部の断面) の σ_x , τ_{xy} の応力度分布図

そこで上述の応力解析の原理とその算出方法によって σ_x, τ_{xy} などをもとめ、模型 I および模型 II の実験値相互の比較並びに理論計算値との比較を図示すれば第 22 図～第 24 図の通りとなる。



理論値 (I の σ_x): 模型 I の σ_x の理論値 I (τ_{xy})_m: 模型 I の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 I (σ_x): 模型 I の σ_x の実験値 II (τ_{xy})_m: 模型 II の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 II (σ_x): 模型 II の σ_x の実験値

第 23 図 断面 B~B (下弦材中央部附近の断面) の σ_x, τ_{xy} の応力度分布図



理論値 (I の σ_x): 模型 I の σ_x の理論値 I (τ_{xy})_m: 模型 I の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 I (σ_x): 模型 I の σ_x の実験値 II (τ_{xy})_m: 模型 II の $\tau_{xy}(\text{mean})$ の実験値
 II (σ_x): 模型 II の σ_x の実験値

第 24 図 断面 C~C (上弦材中央部附近の断面) の σ_x, τ_{xy} の応力度分布図

C. 比較考察

i. 理論と実験の σ_x の比較

模型 I における支間中央附近の下弦材断面 B~B, 上弦材断面 C~C の σ_x の応力度分布を理論値と比較して見ると、第 23 図, 第 24 図を見れば分かるように、最大繊維応力は理論値の方が、約 15~20% 程度大きくなっている。しかし、グラフに現われたその応力度分布の傾向は、理論、実験共可成りよく似かよっている。

ii. 模型 I と II の σ_x, τ_{xy} の比較

模型 I と II における支間中央附近の上弦材断面 $C \sim C$ 、下弦材断面 $B \sim B$ の実験による最大繊維応力度を互に比較して見ると、模型 I の方が、それぞれ、約、10% および 20% 程大きくなっている。すなわち云いかえれば、反りをつけた模型の方が最大応力度が小さく有利であると云うことが出来る。また、支点部における断面 $A \sim A$ の σ_x の分布を見ると、模型 II の方が、模型 I に比べ、その引張応力度、圧縮応力度共、遙かに小さな値を示していることは注目に値する。これは、ローゼ桁橋の下弦材に反りをつけることが支点部における複雑な応力度集中、特にその圧縮応力度の増大を緩和することとなり、極めて有利である。

次に、 τ_{xy} について、模型 I と II の実験を比較して見ると断面 $A \sim A$ 、断面 $B \sim B$ 、断面 $C \sim C$ の何れにおいても、 τ_{xy} の分布曲線の最大値は、模型 I の場合に生じ、 τ_{xy} に関しても、下弦材に反りをつけた模型 II の方が有利である。

iii. 支点における応力度分布⁹⁾についての考察

第 22 図の σ_x, τ_{xy} の応力度分布から、支点部の力学的平衡について吟味、考察して見る。支点部には、上弦材(拱助)より来る軸圧縮力 13.273 kg と、下弦材の軸引張力 11.729 kg と、両支点が固定鉸になっている(理論上は、一方が可動鉸で外的静定構造である)ために生ずる水平反力(圧縮力)と、その偏心のために生ずる負の曲げモーメントおよび、垂直反力 4.265 kg、支点の廻りの正の曲げモーメント $V \cdot l/2 = 31.2$ kg-cm、負の曲げモーメント $H \cdot f = 25.5$ kg-cm などについて、 $\sum M = 0, \sum V = 0, \sum H = 0$ の平衡条件を満足するかどうか吟味して見たところ、略、その条件を満していることが分った。その誤差、何れも、10% 以下で、支点部における σ_x, τ_{xy} の応力度分布の合理性を確認することが出来た。すなわち、 σ_x の相当大きな圧縮応力度の分布は、上弦材の軸圧縮力と下弦材の軸引張力に対抗すると共に、中央格点における剪断力と拱頂における水平分力によって生ずる二つの曲げモーメントに対しても平衡を保つために複雑な様相を呈して生じたものと判断することが出来る。

iv. 剪断応力度 τ_{xy} の分布に関する考察

断面 $A \sim A, B \sim B, C \sim C$ における剪断応度 τ_{xy} の分布について、理論上より吟味して見た結果について述べる。先づ、理論計算によって、各断面における最大剪断応力度を求め、実験による最大値とそれぞれ比較して見たところ、下弦材の支間中央附近(断面 $B \sim B$)と支点部(断面 $A \sim A$)にては、その差が思ったより少なく、約 10% 前後であった。これに対し、上弦材の支間中央附近(断面 $C \sim C$)では、第 24 図を見れば分る通り、応力度分布に変化があり、合成の剪断力では差が少ないが、最大の剪断応力度においては、35% 程度の違いがあった。勿論、理論値は概算であるからあり得べきことと頷ける。寧ろ、模型 II の実験値の方がこの場合の理論値に接近していた。しかし、全体的に見て、実験によるこれらの τ_{xy} の分布曲線⁹⁾は、その傾向、曲線の形から云って合理的で、予想よりも好結果が得られたと思っている。

5. 結 言

A. 模型 II (キャンバー式ローゼ桁) の有利論

実験の結果、上弦材に比べ下弦材の断面が少々大きく (高さで 1.5 倍)、下弦材に反りのついた模型 II は、上下弦材共略等しい断面の普通型のローゼ桁の模型 I に比べ、断面 $A \sim A$, $B \sim B$, $C \sim C$ の何れの箇所においても、 σ_x , τ_{xy} の応力度分布の最大値が小さく、力学的に遙かに有利である。この事実は新しい橋梁の設計、力学上誠に有意義なことと思う。

B. 実験結果より見たローゼ桁理論に対する考察

最も注目に値するのは、支点部の応力分布である。普通の可動支承を有する外的静定構造のローゼ桁ではこのような大きな圧縮応力分布が見られるとは思われないが、しかし、この模型実験より考えると、一方が可動鉸であったとしても、多少の水平反力は生じ、圧縮応力の分布も可成り見られるのではないかと考えられる。次に、支間中央部附近の下弦材断面 $B \sim B$ 、上弦材断面 $C \sim C$ について考察するに、理論と実験は割合によく合っていて、理論の妥当なることが明白となった。またローゼ桁全般に渡り、力の平衡、剪断力の配分などについて検討して見た所、割合とよい結果が得られたので実験の精度が一応確保出来た。

C. 等色線縮写真, 等傾線, 主応力線などによる力学的考察

二つの模型に対し一連の追加荷重 2.53 kg, 4.53 kg, 6.53 kg, 8.53 kg を載荷した場合の等色線を観察すると次のことが推定出来る。支点部における楕円形の縮模様が可成り傾斜し、斜めの反力、云いかえれば、水平反力 (圧縮力) の生じていることが読みとれた。このことは、また、等傾線、主応力線を観察することによっても窺える。また、吊材が上下弦材に取りついている節点には明瞭に曲げモーメントの生じていることが、等色線、等傾線、主応力線より推定出来、純然たるローゼ桁の理論とは可成り異なった応力分布状況を呈している。すなわち、吊材の接合点は、鋸または熔接結合とすれば、本模型の応力分布に接近すると考えられ、当然、節点を鉸と仮定するローゼ桁の理論は吊材に関しては一考の余地があると思う。すなわち、吊材の設計にて、純然たる鉸結合と仮定したローゼ桁の計算理論によれば、危険をともしない易しい恐れもあるように思うので、吊材の結合と計算には特に注意を要する。

以上よりすれば、ローゼ桁に関する光弾性模型実験による今後の研究課題としては、大形模型を利用した支点部における極部拡大実験⁹⁾による精密なる応力分布と支承構造に関する研究並びに上下弦材に取付く吊材節点附近の極部的拡大撮影による二次応力分布の研究、のほか、各部材断面についての τ_{xy} と σ_y , σ_x に関する追加研究などを挙げることが出来ると思う。これらについては、今後、更に研究する予定である。本研究においては、複雑なローゼ桁の小さな模型 (支間 $l=15$ cm) について、全般的の問題を取扱ったため、等傾線その他に、精度の上において不十分な点が見られたので断面を三箇所に絞ったこと、また、模型の作成、時間効果な

どによって生ずる初応力の除去、荷重台装置の取付けなどに対し、非常に苦心したこと等を附記し、光弾性模型実験によるこの方面の研究者の参考に供する次第である。最後に、本研究に御協力頂いた室蘭工業大学土木工学科学生、谷島澄雄、須田勲、林脩の三君に心から感謝すると共に、種々御協力、御支援下さった、理化学研究所、理研計器株式会社、建設省土木研究所、北海道開発局土木試験所、日本製鋼所室蘭製作所研究部の光弾性関係の諸氏および北海道大学工学部橋梁工学研究室、同、構造工学研究室の諸先生並びに本学土木工学教室の諸教官と職員各位に対し厚く御礼申し上げる次第である。

(尚、本研究は、昭和36年5月27日、28日名古屋において開催される土木学会学術講演会に発表の予定である。)

(昭和36年5月1日受理)

文 献

- 1) 辻二郎, 河田幸三: 光弾性実験法, 初版, 1-163 (東京, 1957)
- 2) 応力測定技術研究会: 応力測定法, 初版, 472-672 (東京, 1955)
- 3) 西田正孝: 応力測定法, 初版, 80-152 (東京, 1943)
- 4) Max Mark Frocht: Photoelasticity, **Vol. I**, 1st, 252-286 (New York, 1941)
- 5) 辻二郎: 物理実験学, 4巻, 初版, 52-87 (東京, 1939)
- 6) 平井敦: 鋼橋, **Vol. III**, 初版, 85-95, 108-121 (東京, 1956)
- 7) 中島武: 鉄筋コンクリート・ローゼ桁, 初版, 25-82, 114-195 (東京, 1940)



On One Method of Solving Stress Problems in Cylindrical Co-ordinates by Means of Finite Fourier Hankel Transforms (Part II)

Sumio G. Nomachi*

Abstract

By making use of the formulas prescribed in Part I¹⁾, two dimensional stress problems according to the cylindrical co-ordinates are considered in this paper. After finding out the finite Fourier Hankel transformations with respect to the two components of the displacement which occur in an annular disc submitted by tractions on its inner and outer circumferences, the stress distribution in a solid disc with two equal and opposite forces on both end of a diameter is presented. As a consequence of it, the variation of normal stress σ_θ along a certain diameter, with arc length where uniform loads radially act, are numerically computed.

1. Equations including Finite Fourier Hankel Transforms of u and v

In this case the stress components $\sigma_z, \tau_{rz}, \tau_{z\theta}$, are zero and the state of stress is specified by $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ only. As it may be assumed these three components are independent of z , and $w_{z=0}$ is equal to $w_{z=c}$, then the finite Fourier Hankel transformations of the components of the displacement u and v which are derived from the equations of equilibrium, can easily be written from Eqs. (31) and (34) in Part I, as follows

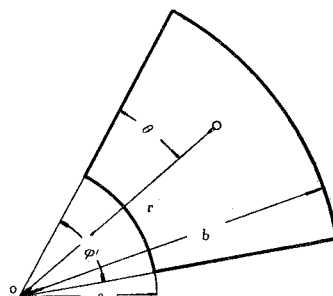


Fig. 1. Co-ordinate system considered here

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ C_m [(\sigma_r)_{r=b}] \cdot R_b - C_m [(\sigma_r)_{r=a}] \cdot R_a \right\} - \int_a^b \frac{R}{r} \left\{ (-1)^m [(\tau_{r\theta})_{\theta=\varphi}] \right. \\
 & \quad \left. - [(\tau_{r\theta})_{\theta=0}] \right\} dr - \left[C_m [(u)_{r=b}] \left\{ (2\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} \right) - 2\mu \frac{R}{r} \right\} \right. \\
 & \quad \left. - \mu\nu S_m [v] \frac{R}{r} \right]_a^b - \int_a^b C_m [u] \left\{ (2\mu + \lambda) \left(\frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{rdr} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \mu\nu^2 \frac{R}{r^2} \right\} dr - \nu \int_a^b S_m [v] \left\{ (\mu + \lambda) \frac{dR}{rdr} + 2\mu \frac{R}{r^2} \right\} dr \\
 & = \int_a^b C_m [K_r] \cdot R dr,
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

* 能町純雄

and

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ \mathbf{S}_m [(\tau_{r\theta})_{r=b}] \cdot R_b - \mathbf{S}_m [(\tau_{r\theta})_{r=a}] \cdot R_a \right\} \\
 & - \int_a^b (2\mu + \lambda) \nu \frac{R}{r^2} \left\{ (-1)^m (v)_{\theta=\varphi} - (v)_{\theta=0} \right\} dr \\
 & - \left[\mathbf{S}_m [v] \cdot \mu \left(\frac{dR}{dr} - 2 \frac{R}{r} \right) + \lambda \nu \frac{R}{r} \mathbf{C}_m [u] \right]_a^b \\
 & + \int_a^b \mathbf{C}_m [u] \cdot \nu \left\{ (\mu + \lambda) \frac{dR}{rdr} - 2 (2\mu + \lambda) \frac{R}{r^2} \right\} dr \\
 & + \int_a^b \mathbf{S}_m [v] \left\{ \mu \left(\frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{rdr} \right) - (2\mu + \lambda) \nu^2 \frac{R}{r^2} \right\} dr \\
 & = \int_a^b \mathbf{S}_m [K_\theta] \cdot R dr
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

respectively, where $\nu = \frac{m\pi}{\varphi} = M$, K_r , K_θ denote body forces, which are the notation used in Part I. To make the further evaluations easier, new notations A_{mr} and B_{mr} denoting

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{C}_m [u] &= A_{mr} + B_{mr}, \\
 \mathbf{S}_m [v] &= A_{mr} - B_{mr},
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

are here introduced. In stead of the direct determination of $\mathbf{C}_m [u]$ and $\mathbf{S}_m [v]$ from Eqs. (1) and (2), the resolution of A_{mr} and B_{mr} will be carried out.

2. Finite Hankel Transforms of A_{mr} and B_{mr}

Being replaced $\mathbf{C}_m [u]$ and $\mathbf{S}_m [v]$ by A_{mr} , and B_{mr} , (1)+(2) and (1)-(2) yield

$$\left. \begin{aligned}
 & R_b \left\{ \mathbf{C}_m [(\sigma_r)_{r=b}] + \mathbf{S}_m [(\tau_{r\theta})_{r=b}] \right\} - R_a \left\{ \mathbf{C}_m [(\sigma_r)_{r=a}] \right. \\
 & \quad \left. + \mathbf{S}_m [(\tau_{r\theta})_{r=a}] \right\} - \int_a^b \frac{R}{r} \left\{ (-1)^m [(\tau_{r\theta})_{\theta=\varphi}] - [(\tau_{r\theta})_{\theta=0}] \right\} dr \\
 & - \int_a^b \left\{ \lambda \left(\frac{dR}{rdr} + \nu \frac{R}{r^2} \right) + 2\mu \frac{R}{r^2} (\nu + 1) \right\} \left\{ (-1)^m [(v)_{\theta=\varphi}] \right. \\
 & \quad \left. - [(v)_{\theta=0}] \right\} dr - A_{mb} \left[(3\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \frac{R}{r} \right) - (\mu - \lambda) (\nu + 1) \frac{R}{r} \right]_{r=b} \\
 & - B_{mb} (\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} + \nu \frac{R}{r} \right)_{r=b} + A_{ma} \left[(3\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \frac{R}{r} \right) \right. \\
 & \quad \left. - (\mu - \lambda) (\nu + 1) \frac{R}{r} \right]_{r=a} + B_{ma} (\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} + \nu \frac{R}{r} \right)_{r=a} \\
 & + (3\mu + \lambda) \int_a^b A_{mr} \left\{ \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{rdr} - \nu (\nu + 2) \frac{R}{r^2} \right\} dr
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} & + (\mu + \lambda) \int_a^b B_{mr} \left\{ \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{rdr} + \nu^2 \frac{R}{r^2} + 2\nu \left(\frac{dR}{rdr} - \frac{R}{r^2} \right) \right\} dr \\ & = \int_a^b \left\{ C_m [K_r] + S_m [K_\theta] \right\} R dr, \end{aligned} \right\}$$

and

$$\left. \begin{aligned} & R_b \left\{ C_m [(\sigma_r)_{r=b}] - S_m [(\tau_{r\theta})_{r=b}] \right\} - R_a \left\{ C_m [(\sigma_r)_{r=a}] \right. \\ & \quad \left. - S_m [(\tau_{r\theta})_{r=a}] \right\} - \int_a^b \frac{R}{r} \left\{ (-1)_m [(\tau_{r\theta})_{r=\varphi}] - [(\tau_{r\theta})_{r=0}] \right\} dr \\ & \quad - \int_a^b \left\{ \lambda \left(\frac{dR}{rdr} - \nu \frac{R}{r^2} \right) + 2\mu \frac{R}{r^2} (1-\nu) \right\} \left\{ (-1)^n [(v)_{\theta=\varphi}] \right. \\ & \quad \left. - [(v)_{\theta=0}] \right\} dr - A_{mb} (\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \nu \frac{R}{r} \right)_{r=b} \\ & \quad - B_{mb} \left[(3\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \frac{R}{r} \right) + (\mu - \lambda) (\nu - 1) \frac{R}{r} \right]_{r=b} \\ & \quad + A_{ma} (\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \nu \frac{R}{r} \right)_{r=a} + B_{ma} \left[(3\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \frac{R}{r} \right) \right. \\ & \quad \left. + (\mu - \lambda) (\nu - 1) \frac{R}{r} \right]_{r=a} + (\mu + \lambda) \int_a^b A_{mr} \left\{ \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{rdr} (1 + 2\nu) \right. \\ & \quad \left. + \nu(2 + \nu) \frac{R}{r^2} \right\} dr + (3\mu + \lambda) \int_a^b B_{mr} \left\{ \frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{rdr} \right. \\ & \quad \left. - \nu(\nu - 2) \frac{R}{r^2} \right\} dr = \int_a^b \left\{ C_m [K_r] - S_m [K_\theta] \right\} R dr, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

respectively.

Now by choosing R as

$$H_{\nu+1}(\xi_i r) = J_{\nu+1}(\xi_i r) Y_\nu(\xi_i a) - Y_{\nu+1}(\xi_i r) J_\nu(\xi_i a), \text{ for Eq. (4)}$$

$$H_{\nu-1}(\xi_i r) = J_{\nu-1}(\xi_i r) Y_\nu(\xi_i a) - Y_{\nu-1}(\xi_i r) J_\nu(\xi_i a), \text{ for Eq. (5)}$$

which are reduced from the function

$$H_\nu(\xi_i r) = J_\nu(\xi_i r) Y_\nu(\xi_i a) - Y_\nu(\xi_i r) J_\nu(\xi_i a), \quad (6)$$

where ξ_i is a root of the transcendental equation

$$H_\nu(\xi_i r) = 0, \quad (7)$$

then by virtue of

$$\xi_i r H'_\nu(\xi_i r) \pm \nu H_\nu(\xi_i r) = \begin{cases} \xi_i r H_{\nu-1}(\xi_i r)^2 \\ - \xi_i r H_{\nu+1}(\xi_i r), \end{cases} \quad (8)$$

$$H'_\nu(\xi_i b) = H_{\nu-1}(\xi_i b) = -H_{\nu+1}(\xi_i b) \quad (9)$$

$$H'_\nu(\xi_i a) = H_{\nu-1}(\xi_i a) = -H_{\nu+1}(\xi_i a), \quad (10)$$

we have

when $R = r H_{\nu+1}(\xi_i r)$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{r dr} - \nu(\nu+2) \frac{R}{r^2} = -\xi_i^2 r H_{\nu+1}(\xi_i r), \quad (11)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{r dr} + \nu^2 \frac{R}{r} + 2\nu \left(\frac{dR}{r dr} - \frac{R}{r^2} \right) = \xi_i^2 r H_{\nu-1}(\xi_i r), \quad (12)$$

$$(3\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \frac{R}{r} \right) - (\mu - \lambda)(\nu + 1) \frac{R}{r} = (3\mu + \lambda) \xi_i r H_{\nu}(\xi_i r) \\ - (\nu + 1) 4\mu H_{\nu+1}(\xi_i r), \quad (13)$$

$$\frac{dR}{dr} + \nu \frac{R}{r} = \xi_i r H_{\nu}(\xi_i r), \quad (14)$$

and when $R = r H_{\nu-1}(\xi_i r)$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{r dr} - \nu(\nu-2) \frac{R}{r^2} = -\xi_i^2 r H_{\nu-1}(\xi_i r), \quad (15)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} - \frac{dR}{r dr} (1 + 2\nu) + \nu(2 + \nu) \frac{R}{r^2} = \xi_i^2 r H_{\nu}(\xi_i r), \quad (16)$$

$$(3\mu + \lambda) \left(\frac{dR}{dr} - \frac{R}{r} \right) + (\mu - \lambda)(\nu - 1) \frac{R}{r} \\ = - (3\mu + \lambda) \xi_i r H_{\nu}(\xi_i r) + 4\mu(\nu - 1) H_{\nu-1}(\xi_i r), \quad (17)$$

$$\frac{dR}{dr} - \nu \frac{R}{r} = -\xi_i r H_{\nu}(\xi_i r). \quad (18)$$

Eqs. (4) and (5) therefore yield

$$\left. \begin{aligned} & b H_{\nu+1}(\xi_i b) \left\{ C_m [(\sigma_r)_{r=b}] + S_m [(\tau_{r\theta})_{r=b}] \right\} \\ & - a H_{\nu+1}(\xi_i a) \left\{ C_m [(\sigma_r)_{r=a}] + S_m [(\tau_{r\theta})_{r=a}] \right\} \\ & - (-1)^m \mathbf{H}_{\nu+1} \left[\left(\frac{\tau_{r\theta}}{r} \right)_{\theta=\varphi} \right] + \mathbf{H}_{\nu+1} \left[\left(\frac{\tau_{r\theta}}{r} \right)_{\theta=0} \right] \\ & - (-1)^m \left\{ \lambda \mathbf{H}_{\nu} \left[\left(\frac{\nu}{r} \right)_{\theta=\varphi} \right] + 2\mu(\nu+1) \mathbf{H}_{\nu+1} \left[\left(\frac{\nu}{r^2} \right)_{\theta=\varphi} \right] \right\} \\ & + \left\{ \lambda \mathbf{H}_{\nu} \left[\left(\frac{\nu}{r} \right)_{\theta=0} \right] + 2\mu(\nu+1) \mathbf{H}_{\nu+1} \left[\left(\frac{\nu}{r^2} \right)_{\theta=0} \right] \right\} \\ & + 4\mu(\nu+1) H_{\nu+1}(\xi_i b) A_{mb} - 4\mu(\nu+1) H_{\nu+1}(\xi_i a) A_{ma} \\ & - (3\mu + \lambda) \xi_i^2 \mathbf{H}_{\nu+1} [A_{m\nu}] + (\mu + \lambda) \xi_i^2 \mathbf{H}_{\nu-1} [B_{m\nu}] \\ & = \mathbf{H}_{\nu+1} \mathbf{C}_m [K_r] + \mathbf{H}_{\nu+1} \mathbf{S}_m [K_{\theta}], \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

and

$$\left. \begin{aligned}
 & -b H_{\nu+1}(\xi_i b) \left\{ C_m [(\sigma_r)_{r=b}] - S_m [(\tau_{r\theta})_{r=b}] \right\} \\
 & + a H_{\nu+1}(\xi_i a) \left\{ C_m [(\sigma_r)_{r=a}] - S_m [(\tau_{r\theta})_{r=a}] \right\} \\
 & - (-1)^m \mathbf{H}_{\nu+1} \left[\left(\frac{\tau_{r\theta}}{r} \right)_{\theta=\varphi} \right] + \mathbf{H}_{\nu+1} \left[\left(\frac{\tau_{r\theta}}{r} \right)_{\theta=0} \right] \\
 & - (-1)^m \left\{ \lambda \mathbf{H}_{\nu} \left[\left(\frac{v}{r} \right)_{\theta=\varphi} \right] - 2\mu(\nu-1) \mathbf{H}_{\nu-1} \left[\left(\frac{v}{r^2} \right)_{\theta=\varphi} \right] \right\} \\
 & + \left\{ \lambda \mathbf{H}_{\nu} \left[\left(\frac{v}{r} \right)_{\theta=0} \right] - 2\mu(\nu-1) \mathbf{H}_{\nu-1} \left[\left(\frac{v}{r^2} \right)_{\theta=0} \right] \right\} \\
 & + 4\mu(\nu-1) H_{\nu+1}(\xi_i b) B_{mb} - 4\mu(\nu-1) H_{\nu+1}(\xi_i a) B_{ma} \\
 & - (3\mu + \lambda) \xi_i^2 \mathbf{H}_{\nu-1} [B_{m,r}] + (\mu + \lambda) \xi_i^2 \mathbf{H}_{\nu} [A_{m,r}] \\
 & = \mathbf{H}_{\nu-1} C_m [K_r] - \mathbf{H}_{\nu-1} S_m [K_{\theta}],
 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

respectively, in which $\mathbf{H}_{\nu}[f] = \int_a^b f \cdot r \cdot H_{\nu}(\xi_i r) dr$.

They are the two simultaneous equations that define $\mathbf{H}_{\nu+1}[A_{m,r}]$ and $\mathbf{H}_{\nu-1}[B_{m,r}]$.

3. Annular Disc, without Body Forces, submitted by any Tractions at its Boundaries

If there is no dislocation at each point of the elastic medium now considered, the condition of continuity lead to that m included in ν , is a even integer: that is

$$\nu = \frac{m}{2} = 1, 2, 3, \dots$$

On the other hand the condition of continuity and the condition of equilibrium of stress should satisfy

$$\left. \begin{aligned}
 & (v)_{\theta=\varphi} + (v)_{\theta=0} = 0, \\
 & (\tau_{r\theta})_{\theta=\varphi} + (\tau_{r\theta})_{\theta=0} = 0,
 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

respectively. The terms including $(\tau_{r\theta})_{\theta=\varphi}$, $(\tau_{r\theta})_{\theta=0}$, $(v)_{\theta=\varphi}$, and $(v)_{\theta=0}$ can therefore be vanished in Eqs. (19) and (20), which accordingly yield

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{H}_{\nu+1}[A_{m,r}] &= \frac{H_{\nu+1}(\xi_i b)}{4\mu(2\mu + \lambda)\xi_i^2} \left\{ 2\mu b C_{mb} + 2(2\mu + \lambda) b T_{mb} \right. \\
 & \left. + 4\mu(3\mu + \lambda)(\nu + 1) A_{mb} + 4\mu(\mu + \lambda)(\nu - 1) B_{mb} \right\} \\
 & - \frac{H_{\nu+1}(\xi_i a)}{4\mu(2\mu + \lambda)\xi_i^2} \left\{ 2\mu a C_{ma} + 2(2\mu + \lambda) a T_{ma} \right. \\
 & \left. + 4\mu(3\mu + \lambda)(\nu + 1) A_{ma} + 4\mu(\mu + \lambda)(\nu - 1) B_{ma} \right\},
 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

and

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{H}_{\nu-1}[B_{mr}] = & -\frac{H_{\nu+1}(\xi_i b)}{4\mu(2\mu+\lambda)\xi_i^2} \left\{ 2\mu b C_{mb} - 2(2\mu+\lambda) b T_{mb} \right. \\
 & \left. - 4\mu(\mu+\lambda)(\nu+1) A_{mb} - 4\mu(3\mu+\lambda)(\nu-1) B_{mb} \right\} \\
 & -\frac{H_{\nu+1}(\xi_i a)}{4\mu(2\mu+\lambda)\xi_i^2} \left\{ 2\mu a C_{ma} - 2(2\mu+\lambda) a T_{ma} \right. \\
 & \left. - 4\mu(\mu+\lambda)(\nu+1) A_{ma} - 4\mu(3\mu+\lambda)(\nu-1) B_{ma} \right\},
 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

where

$$\begin{aligned}
 C_{mb} &= \mathbf{C}_m [(\sigma_r)_{r=b}], & C_{ma} &= \mathbf{C}_m [(\sigma_r)_{r=a}], \\
 T_{mb} &= \mathbf{S}_m [(\tau_{r\theta})_{r=b}], & T_{ma} &= \mathbf{S}_m [(\tau_{r\theta})_{r=a}].
 \end{aligned}$$

4. Stress Distribution in Solid Disc

The application of the inversion theorem of finite Hankel transforms to Eqs. (22) and (23), can give the desired displacements which occur in the annular disc. This will however, not be attempted here but the stress problems of a solid disc will be carried on. In this case, as a is zero the symbolic notation \mathbf{J} has only to be taken instead of \mathbf{H} in the results so far indicated.

Then Eqs. (22) and (23) are transformed to

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{J}_{\nu+1}[A_{mr}] = & \frac{J_{\nu+1}(\xi_i b)}{4\mu(2\mu+\lambda)\xi_i^2} \left\{ 2\mu b C_{mb} + 2(2\mu+\lambda) b T_{mb} \right. \\
 & \left. + 4\mu(3\mu+\lambda)(\nu+1) A_{mb} + 4\mu(\mu+\lambda)(\nu-1) B_{mb} \right\},
 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{J}_{\nu-1}[B_{mr}] = & \frac{J_{\nu+1}(\xi_i b)}{4\mu(2\mu+\lambda)\xi_i^2} \left\{ -2\mu b C_{mb} + 2(2\mu+\lambda) b T_{mb} \right. \\
 & \left. + 4\mu(\mu+\lambda)(\nu+1) A_{mb} + 4\mu(3\mu+\lambda)(\nu-1) B_{mb} \right\},
 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

where ξ_i is a root of the transcendental equation

$$J_\nu(\xi_i b) = 0,$$

then at each point of $(0, b)$ at which A_{mr} and B_{mr} are continuous

$$A_{mr} = \frac{2}{b^2} \sum_i \frac{J_{\nu+1}(\xi_i r)}{J_{\nu+1}^2(\xi_i b)} \mathbf{J}_{\nu+1}[A_{mr}], \quad (26)$$

$$B_{mr} = \frac{2\nu r^{\nu-1}}{b^{2\nu}} \int_0^b B_{mr} r^\nu dr + \frac{2}{b^2} \sum_i \frac{J_{\nu-1}(\xi_i r)}{J_{\nu+1}^2(\xi_i b)} \mathbf{J}_{\nu-1}[B_{mr}], \quad (27)$$

in which the first term of B_{mr} is evaluated by the substitution of $r^{\nu+2}$ for R in Eq. (4), as follows

$$\int_0^b B_{mr} r^\nu dr = \frac{1}{4\nu(\nu+1)} \left\{ -b^\nu C_{mb} - b^\nu T_{mb} + 2(\nu+1) b^{\nu-1} (A_{mb} + B_{mb}) \right\}. \quad (28)$$

If $f(b)=0$, we can write

$$J_\nu \left[\frac{d^2 f}{d^2 r^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} - \nu^2 \frac{f}{r} \right] = -\xi_i^2 J_\nu [f] \quad (29)$$

so let

$$\frac{d^2 f}{d^2 r^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} - \nu^2 \frac{f}{r} = \frac{r^\nu}{b^\nu},$$

from which we reduce

$$f = \frac{r^{\nu+2}}{4(\nu+1)b^\nu} - \frac{r^\nu}{4(\nu+1)b^{\nu-2}}. \quad (30)$$

Here reverting to the formula

$$J_\nu \left[\frac{r^\nu}{b^\nu} \right] = -\frac{b J_{\nu+1}(\xi_i b)}{\xi_i^2}, \quad (31)$$

we have

$$J_\nu [f] = \frac{b J_{\nu+1}(\xi_i b)}{\xi_i^2}, \quad (32)$$

to which applying the relation

$$\xi_i J_\nu [f] = J_{\nu+1} \left[\frac{df}{dr} - \nu \frac{f}{r} \right]^* \quad (34)$$

$$\xi_i J_\nu [f] = -J_{\nu-1} \left[\frac{df}{dr} + \nu \frac{f}{r} \right], \quad (35)$$

we find that.

$$J_{\nu+1} \left[\frac{r^{\nu+1}}{2b^\nu(\nu+1)} \right] = \frac{b J_{\nu+1}(\xi_i b)}{\xi_i^2}, \quad (36)$$

$$J_{\nu-1} \left[\frac{r^{\nu+1}}{2b^\nu} - \frac{\nu r^{\nu-1}}{2(\nu-1)b^{\nu-2}} \right] = -\frac{b J_{\nu+1}(\xi_i b)}{\xi_i^2}. \quad (37)$$

By making use of Eqs. (28), (36), and (37), $A_{m,r}$ and $B_{m,r}$ take the forms:

$$A_{m,r} = \frac{\rho^{\nu+1}}{8\mu(2\mu+\lambda)(\nu+1)} \left\{ 2\mu b C_{mb} + 2(2\mu+\lambda) b T_{mb} + 4\mu(3\mu+\lambda)(\nu+1) A_{mb} + 4\mu(\mu+\lambda)(\nu-1) B_{mb} \right\}, \quad (38)$$

$$B_{m,r} = \rho^{\nu-1} \left\{ A_{mb} + B_{mb} - \frac{b(C_{mb} + T_{mb})}{2(\nu+1)(\mu+\lambda)} + \frac{1}{8\mu(2\mu+\lambda)} \left(\rho^{\nu+1} - \frac{\nu \rho^{\nu-1}}{(\nu+1)} \right) \left\{ 2\mu b C_{mb} - 2(2\mu+\lambda) b T_{mb} - 4\mu(\mu+\lambda)(\nu+1) A_{mb} - 4\mu(3\mu+\lambda)(\nu-1) B_{mb} \right\} \right\}, \quad (39)$$

* $\xi_i J_\nu [f] = \int_0^b f r J_\nu(\xi_i r) dr = \int_0^b f r \left\{ \frac{dJ_{\nu+1}(\xi_i r)}{dr} + (\nu+1) \frac{J_{\nu+1}(\xi_i r)}{r} \right\} dr = \int_0^b \left(\frac{df}{dr} - \nu \frac{f}{r} \right) r H_{\nu+1}(\xi_i r) dr.$

where $\rho = \frac{r}{b}$.

The displacements u , v and the stress components σ_r , σ_θ , $\tau_{r\theta}$ are expressed by A_{mr} and B_{mr} as

$$u = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u \, d\theta + \frac{1}{\pi} \sum_{\nu} \cos \nu\theta (A_{mr} + B_{mr}), \quad (40)$$

$$v = \frac{1}{\pi} \sum_{\nu} \sin \nu\theta (A_{mr} - B_{mr}), \quad (41)$$

and

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r = & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ (2\mu + \lambda) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} \right\} d\theta \\ & + \frac{1}{\pi} \sum_{\nu} \cos \nu\theta \left[(2\mu + \lambda) \left\{ \left(\frac{dA_{mr}}{dr} + (\nu + 1) \frac{A_{mr}}{r} \right) + \left(\frac{dB_{mr}}{dr} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - (\nu - 1) \frac{B_{mr}}{r} \right) \right\} - 2\mu \left\{ \frac{A_{mr}(1 + \nu)}{r} - \frac{B_{mr}(\nu - 1)}{r} \right\} \right], \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta = & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ (2\mu + \lambda) \frac{u}{r} + \lambda \frac{\partial u}{\partial r} \right\} d\theta \\ & + \frac{1}{\pi} \sum_{\nu} \cos \nu\theta \left[\lambda \left\{ \frac{dA_{mr}}{dr} + (\nu + 1) \frac{A_{mr}}{r} \right\} + \left(\frac{dB_{mr}}{dr} \right. \right. \\ & \left. \left. - (\nu - 1) \frac{B_{mr}}{r} \right) \right] + 2\mu \left\{ \frac{A_{mr}(\nu + 1)}{r} - \frac{B_{mr}(\nu - 1)}{r} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{r\theta} = & \frac{2\mu}{\pi} \sum_{\nu} \sin \nu\theta \left[\frac{dA_{mr}}{dr} + (\nu + 1) \frac{A_{mr}}{r} - \frac{dB_{mr}}{dr} \right. \\ & \left. + (\nu - 1) \frac{B_{mr}}{r} - 2 \left\{ \frac{A_{mr}(\nu + 1)}{r} + \frac{B_{mr}(\nu - 1)}{r} \right\} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

On calculating σ_r and $\tau_{r\theta}$ by the above formulas, it is seen that A_{mr} and B_{mr} completely satisfy the boundary conditions, so long as

$$\left. \begin{aligned} A_{mr} \Big|_{r=b} &= A_{mb}, \\ B_{mr} \Big|_{r=b} &= B_{mb}. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

The evaluation of the conditions (45) lead to

$$\left. \begin{aligned} (\nu + 1) A_{mb}(\mu + \lambda) - (\nu - 1) B_{mb}(\mu + \lambda) &= \frac{b}{2} \left\{ C_{mb} + \frac{2\mu + \lambda}{\mu} T_{mb} \right\}, \\ \text{and} \\ (\nu + 1) A_{mb}(3\mu + \lambda) - (\nu - 1) B_{mb}(3\mu + \lambda) & \\ &= \frac{(3\mu + \lambda)b}{2(\mu + \lambda)} \left\{ C_{mb} + \frac{2\mu + \lambda}{\mu} T_{mb} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

As illustrated by the above, the two conditions in (45) yield the same thing, hence

one more equation for the determination of A_{mb} and B_{mb} has to be built up. For this purpose, we return back to the equation of equilibrium and check the functions of A_{mr} and B_{mr} to fulfill the equations

$$(2\mu + \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - 2\mu \frac{\partial \omega}{r \partial \theta} = 0, \tag{47}$$

$$(2\mu + \lambda) \frac{\partial \Delta}{r \partial \theta} + 2\mu \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0, \tag{48}$$

where Δ and ω denote the dilatation and the angular change in the elastic medium, that is

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta}, \\ 2\omega &= \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} - \frac{\partial u}{r \partial \theta}. \end{aligned} \right\} \tag{49}$$

Representing Δ and ω by A_{mr} and B_{mr} , we have

$$\left. \begin{aligned} C_m[\Delta] &= \frac{\rho^n}{2\mu + \lambda} \left[C_{mb} + 2\mu \left\{ A_{mb}(\nu + 1) - B_{mb}(\nu - 1) \right\} \right], \\ S_m[2\omega] &= 2\rho^n \left\{ \frac{T_{mb}}{\mu} + A_{mb}(\nu + 1) + B_{mb}(\nu - 1) \right\}. \end{aligned} \right\} \tag{50}$$

Then, Eqs. (47) and (48) yield the same result as

$$4\mu(\nu - 1) B_{mb} = b(C_{mb} - T_{mb}). \tag{51}$$

Next inserting the above in Eq. (46), we obtain

$$A_{mb}(\nu + 1) = \frac{b(3\mu + \lambda)}{4\mu(\mu + \lambda)} (C_{mb} + T_{mb}). \tag{52}$$

Thus it follows that

$$A_{mr} = \frac{b(3\mu + \lambda)}{4\mu(\mu + \lambda)} \frac{\rho^{\nu+1}}{(\nu + 1)} (C_{mb} + T_{mb}), \tag{53}$$

$$\left. \begin{aligned} B_{mr} &= \frac{b\rho^{\nu-1}}{4\mu} \left\{ \frac{C_{mb} + T_{mb}}{\nu + 1} + \frac{C_{mb} - T_{mb}}{\nu - 1} \right\} \\ &- \frac{b}{4\mu} \left\{ \rho^{\nu+1} - \nu \frac{\rho^{\nu-1}}{\nu + 1} \right\} (C_{mb} + T_{mb}). \end{aligned} \right\} \tag{54}$$

5. The case when the Discs subjected by two equal and opposite uniformly distributed Loads

The lack of the shearing traction along its circumference, lead to $T_{mb} = 0$.

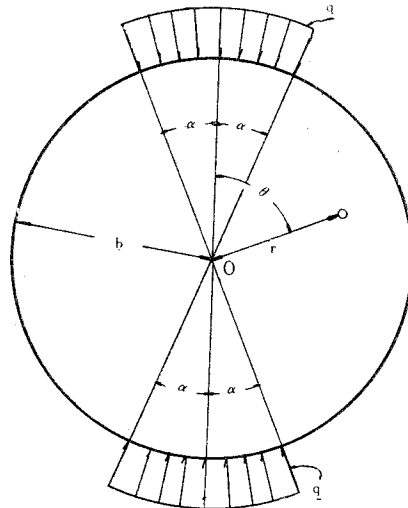


Fig. 2. Disc with two equal and opposite forces

Hence, the displacements and the stress components may be, under the consideration

$$C_{mb} = -q \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos \nu \theta \, d\theta = 2q \frac{\sin \nu \alpha}{\nu},$$

written as

$$u = -\frac{\alpha q r}{\pi (\mu + \lambda)} + \frac{2qb}{\pi} \sum_{\nu} \cos \nu \theta \cdot \frac{\sin \nu \alpha}{\nu} \left\{ \frac{3\mu + \lambda}{4\mu(\mu + \lambda)} \frac{\rho^{\nu+1}}{\nu + 1} + \frac{\nu \rho^{\nu-1}}{2\mu(\nu^2 - 1)} - \frac{1}{4\mu} \left(\rho^{\nu+1} - \frac{\nu \rho^{\nu-1}}{\nu + 1} \right) \right\}, \quad (55)$$

$$v = +\frac{2qb}{\pi} \sum_{\nu} \sin \nu \theta \cdot \frac{\sin \nu \alpha}{\nu} \left\{ \frac{3\mu + \lambda}{4\mu(\mu + \lambda)} \rho^{\nu+1} - \frac{1}{2\mu} \frac{\nu}{\nu^2 - 1} \rho^{\nu-1} + \frac{1}{4\mu} \left(\rho^{\nu+1} - \rho^{\nu-1} / (\nu + 1) \right) \right\}, \quad (56)$$

$$\sigma_r = -\frac{2q\alpha}{\pi} - \frac{2q}{\pi} \sum_{\nu} \cos \nu \theta \cdot \frac{\sin \nu \alpha}{\nu} \left[2\rho^{\nu} \frac{1}{2} \left\{ (\nu + 2) \rho^{\nu} - \nu \rho^{\nu-2} \right\} \right], \quad (57)$$

$$\sigma_{\theta} = -\frac{2q\alpha}{\pi} - \frac{2q}{\pi} \sum_{\nu} \cos \nu \theta \cdot \frac{\sin \nu \alpha}{\nu} \left\{ (\nu + 2) \rho^{\nu} - \nu \rho^{\nu-2} \right\}, \quad (58)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{2q}{\pi} \sum_{\nu} \sin \nu \theta \cdot \frac{\sin \nu \alpha}{\nu} \left[\rho^{\nu} - \frac{1}{2} \left\{ (\nu + 2) \rho^{\nu} - \nu \rho^{\nu-2} \right\} \right]. \quad (59)$$

In case of two equal and opposite loads acting concentratedly, we let

$$q = \frac{P}{2ab}, \quad \alpha \rightarrow 0.$$

so we have

$$u = -\frac{Pr}{2(\mu + \lambda)\pi b} + \frac{P}{\pi b} \sum_{\nu} \cos \nu \theta \left\{ \frac{3\mu + \lambda}{4\mu(\mu + \lambda)} \rho^{\nu+1} + \frac{1}{2\mu} \frac{\nu}{\nu^2 - 1} \rho^{\nu-1} - \frac{1}{4\mu} \left(\rho^{\nu+1} - \rho^{\nu-1} / (\nu + 1) \right) \right\}, \quad (60)$$

$$v = -\frac{P}{\pi b} \sum_{\nu} \sin \nu \theta \left\{ \frac{3\mu + \lambda}{4\mu(\mu + \lambda)} \rho^{\nu+1} - \frac{1}{2\mu} \frac{\nu}{\nu^2 - 1} \rho^{\nu-1} + \frac{1}{4\mu} \left(\rho^{\nu+1} - \rho^{\nu-1} / (\nu + 1) \right) \right\}, \quad (61)$$

$$\sigma_r = -\frac{P}{\pi b} - \frac{P}{\pi b} \sum_{\nu} \cos \nu \theta \left\{ \rho^{\nu} - \frac{\nu}{2} \left(\rho^{\nu} - \rho^{\nu-2} \right) \right\}, \quad (62)$$

$$\sigma_{\theta} = -\frac{P}{\pi b} - \frac{P}{\pi b} \sum_{\nu} \cos \nu \theta \left\{ (\nu + 2) \rho^{\nu} - \nu \rho^{\nu-2} \right\}, \quad (63)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{P}{\pi b} \sum_{\nu} \sin \nu \theta \left[\rho^{\nu} - \frac{1}{2} \left\{ (\nu + 2) \rho^{\nu} - \nu \rho^{\nu-2} \right\} \right]. \quad (64)$$

Here, by the aid of the following formulas

$$\sum_{\nu} \rho^{\nu} \cos \nu\theta = \frac{\rho^2 (\cos 2\theta - \rho^2)}{1 - 2\rho^2 \cos 2\theta + \rho^4}, \tag{65}$$

$$\sum_{\nu} \rho^{\nu} \sin \nu\theta = \frac{\rho^2 \sin 2\theta}{1 - 2\rho^2 \cos 2\theta + \rho^4}, \tag{66}$$

$$4 \sum_{\nu} \frac{\rho^{\nu}}{\nu} \cos \nu\theta = -\log (1 - 2\rho^2 \cos 2\theta + \rho^4), \tag{67}$$

$$2 \sum_{\nu} \frac{\rho^{\nu}}{\nu} \sin \nu\theta = \tan^{-1} \frac{\rho^2 \sin 2\theta}{1 - \rho^2 \cos 2\theta}, \tag{68}$$

$$\sum_{\nu} \nu \rho^{\nu} \cos \nu\theta = \frac{2\rho^2 (\cos 2\theta - 2\rho^2 + \rho^4 \cos 2\theta)}{(1 - 2\rho^2 \cos 2\theta + \rho^4)^2}, \tag{69}$$

$$\sum_{\nu} \nu \rho^{\nu} \sin \nu\theta = \frac{4\rho^2 \sin 2\theta (1 - \rho^4)}{(1 - 2\rho^2 \cos 2\theta + \rho^4)^2}, \tag{70}$$

$$\nu = 2, 4, 6, \dots,$$

we can write the prescribed displacements and stress components in simpler forms, for instance we will obtain the expression of σ_{θ} in this way.

A pair of balancing concentrated loads yields

$$\sigma_{\theta} = - \left. \begin{aligned} &\frac{P}{\pi b} - \frac{2P}{\pi b} \left\{ \frac{(\rho^2 - 1) (\cos 2\theta - 2\rho^2 + \rho^4 \cos 2\theta)}{(1 - 2\rho^2 \cos 2\theta + \rho^4)^2} \right. \\ &\left. + \frac{\rho^2 (\cos 2\theta - \rho^2)}{1 - 2\rho^2 \cos 2\theta + \rho^4} \right\}, \end{aligned} \right\} \tag{71}$$

from which we have

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta}|_{\theta=0} &= \frac{P}{\pi b}, \\ \sigma_{\theta}|_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= \frac{P}{\pi b} \left(1 - \frac{4}{(1 + \rho^2)^2} \right) = \frac{P}{\pi b} \left(1 - \frac{4b^2}{(b^2 + r^2)^2} \right). \end{aligned} \right\} \tag{72}$$

We can find the above formulas just the same as the results acquired by the other methods of calculation⁴⁾.

Under the distributed loads as shown in Fig. 2 it follows from Eq. (58) that

$$\sigma_{\theta} = - \left. \begin{aligned} &\frac{P}{\pi b} \left[1 + \frac{(\rho^2 - 1)}{2\alpha} \left\{ \frac{\sin 2(\alpha + \theta)}{1 - 2\rho^2 \cos 2(\alpha + \theta) + \rho^4} \right. \right. \\ &+ \left. \frac{\sin 2(\alpha - \theta)}{1 - 2\rho^2 \cos 2(\alpha - \theta) + \rho^4} \right\} + \frac{1}{2\alpha} \left\{ \tan^{-1} \frac{\rho^2 \sin 2(\theta + \alpha)}{1 - \rho^2 \cos 2(\theta + \alpha)} \right. \\ &\left. \left. + \tan^{-1} \frac{\rho^2 \sin 2(\theta - \alpha)}{1 - \rho^2 \cos 2(\theta - \alpha)} \right\} \right], \end{aligned} \right\} \tag{73}$$

where $P = 2\alpha qb$,

which, when $\theta = 0$, yield

$$\sigma_{\theta}|_{\theta=0} = - \frac{P}{\pi b} \left\{ 1 + \frac{(\rho^2 - 1) \sin 2\alpha}{\alpha (1 - 2\rho^2 \cos 2\alpha + \rho^4)} + \tan^{-1} \frac{\rho^2 \sin 2\alpha}{1 - \rho^2 \cos 2\alpha} \right\}. \tag{74}$$

As for the normal stress σ_θ along a diameter which is corresponding to the line of action belonging to the two equal and opposite forces, when these forces concentratedly act, it has been well known fact that the normal stress along the diameter is in a state of uniform tension as given by Eq. (72).

Adding to it, with the aid of Eq. (74) the variation of σ_θ along the diameter with 2α which is arc angle of load distribution, is shown in Table 1 and Fig. 3.

Table 1.
Variation of σ_θ along $\theta=0$, with 2α

r/b	$2\alpha=0^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=45^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=180^\circ$
1.0	1.0000	-2.3095	-2.1780	-1.7854	-1.3925	-1.0000
0.8	1.0000	0.6336	-0.4064	-1.2720	-1.2662	-1.0000
0.6	1.0000	1.1590	0.5260	-0.5939	-1.0830	-1.0000
0.4	1.0000	1.0533	0.7652	-0.1162	-0.9000	-1.0000
0.2	1.0000	0.9459	0.7999	0.1804	-0.7554	-1.0000
0.0	1.0000	0.9099	0.8005	0.2732	-0.7000	-1.0000

Postscript

The determination of the stress distribution in an annular disc leaves half finished in this paper, the author thinks, the completion of it will be presented on another chance.

(Received May 1, 1961)

References

- 1) S. G. Nomachi: Mem. of Muroran Institute of Tech. 3, 91 (1960).
- 2) G. N. Watson: A Treatise on the Theory of Bessel Functions, 2nd Edition 83 (1958).
- 3) I. N. Sneddon: Fourier Transforms 59 (1951).
- 4) S. Timoshenko and J. N. Goodier: Theory of Elasticity 108 (1951).

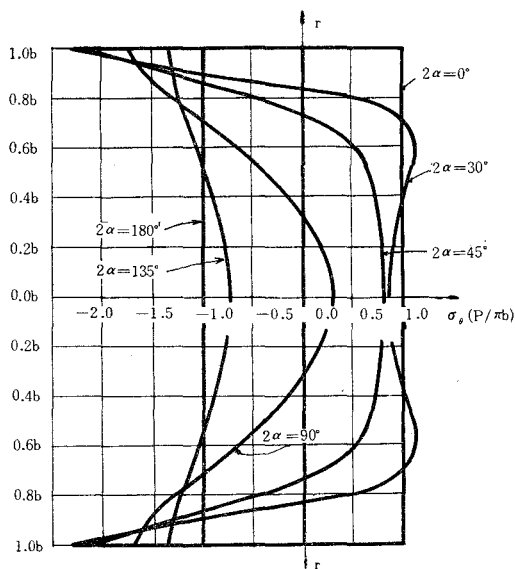


Fig. 3. Variation of σ_θ along $\theta=0$ with α

合成桁における固有値問題について

能町純雄・尾崎 詔

On "Eigenwertprobleme" of a Composite Girder

Sumio G. Nomachi and Sinobu Ozaki

Abstract

In the previous paper, the authors, by means of the theory of "Affinlastengruppe", have been dealing with the elastic behavior, considering the horizontal displacement of the shear connector, in composite girders. As a consequence of them leads to that there is little difference between the result of the case assuming the shear connectors continuously distribute and the result of the case when a certain number of shear connectors are used, accordingly, the solutions of vibration and buckling concerned with the composite girder with continuous shear connector in it, is presented here. Thus it can be seen that

- (1) influence coefficients of vibration and buckling take a same form each other,
- (2) according to the experiment of vibration, influences of the shear connector will be able to make clear,
- (3) in order to find out the displacement coefficient of the shear connector beforehand, vibration experiment of the miniature of composite beam will be used.

1. 緒 言

さきに著者らはズレを考慮した有限個のジベルで結合された合成桁について発表し¹⁾, 差分および Affinlastengruppe を用いて, 各種荷重に対するジベル剪断力あるいわ合成桁各部の応力を求め得ることを明らかにした²⁾. その結果, 連続したジベルで合成されているとして計算しても不連続の場合と殆んど差がないことがわかったので, 以下, 固有値問題を考えるにはコンクリート床版と鋼桁がズレのある連続したジベルで結合されているものとして取扱う。なお, ここでは振動および挫屈の問題を取り上げたが, 前者は合成桁橋において合成桁に使われているジベルのズレの影響を振動実験から調べるための理論的な検討を試みたもので, 後者は合成トラス橋などの合成圧縮部材についてジベルのズレのために挫屈荷重がどの程度変化するかを検討してみたものである。

2. 基本式の誘導³⁾

いま, コンクリート床版と鋼桁が全スパンを通じて同一のズレ定数をもったジベルで連続

的に結合されていると仮定する。この時 x なる位置におけるジベルの単位剪断力 T_x はズレに比例すると考えると、ズレ定数 C を用いて

$$T_x = C \cdot \delta_x \quad (1)$$

ここで δ_x は x 位置におけるコンクリートと鋼との間のズレで、第1図にあるように、

$$d\delta_x = (dx + \Delta dx_s) - (dx + \Delta dx_b) \quad (2)$$

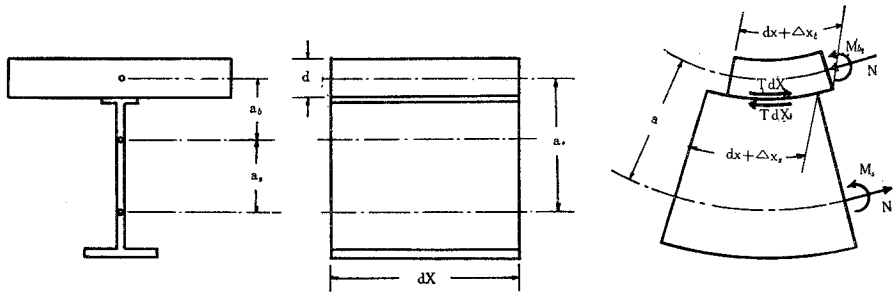
なる関係があるから、(1)式は

$$\frac{dT_x}{dx} = C \left(\frac{\Delta dx_s}{dx} - \frac{\Delta dx_b}{dx} \right) \quad (3)$$

ただし、上式中 $\Delta dx_b/dx$ および $\Delta dx_s/dx$ は、それぞれコンクリート床版と鋼桁の歪で、次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta dx_b}{dx} &= -\frac{N}{E_b A_b} + \frac{M_b}{E_b I_b} \cdot \frac{d}{2} \\ \frac{\Delta dx_s}{dx} &= \frac{N}{E_s A_s} - \frac{M_s}{E_s I_s} \left(a - \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上式中、 E_b 、 E_s は、それぞれコンクリートおよび鋼の弾性係数、 A_b 、 A_s は同上断面積、 I_b 、 I_s は同上断面二次モーメント、 N は同上重心に作用する軸力、 M_b 、 M_s は同上重心に作用する曲げモーメント、 a は同上重心間の距離、 d はコンクリート床版の厚さである。



第1図 合成桁断面と記号

一方、コンクリート床版と鋼桁が同じ曲率を有するとすれば、

$$\frac{M_b}{E_b I_b} = \frac{M_s}{E_s I_s} \quad (4)$$

したがって、(2)、(3)式および $dT/dx = d^2N/dx^2$ の関係を用いて

$$\frac{d^2N}{dx^2} = CN \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_s A_s} \right) - aC \frac{M_b}{E_b I_b} \quad (5)$$

また、外方のモーメント M との釣合から

$$M = N \cdot a + M_b + M_s \tag{6}$$

したがって、(4)式は

$$\left. \begin{aligned} M_b &= \frac{E_b I_b}{E_b I_b + E_s I_s} (M - Na) \\ M_s &= \frac{E_s I_s}{E_b I_b + E_s I_s} (M - Na) \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

(5),(7)式より、次のごとき基本式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 N}{dx^2} - \omega N &= -\gamma N \\ \text{ただし} \quad \omega &= \frac{aIC}{a_b A_b E_b (I_b + nI_s)} \\ \gamma &= \frac{aC}{E_b (I_b + nI_s)} \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

上式中、 I はコンクリート換算の合成断面の断面二次モーメント
 a_b は合成断面重心とコンクリート重心との距離
 n は弾性比で、 $n = E_s/E_b$

3. 振動について

さきに求めた基本式(8)とモーメントの釣合の式(6)とから

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \omega \right) \left(\frac{M}{a} - \frac{M_b + M_s}{a} \right) = -\gamma M \tag{9}$$

両辺を x で二度微分して

$$\frac{1}{a} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \omega \right) \left\{ \frac{d^2 M}{dx^2} - \left(\frac{d^2 M_b}{dx^2} + \frac{d^2 M_s}{dx^2} \right) \right\} = -\gamma M \tag{10}$$

ここで、 $\frac{d^2 M}{dx^2} = -\frac{W}{g} \frac{d^2 y}{dt^2}$ 、 $M_b = -E_b I_b \frac{d^2 y}{dx^2}$ 、 $M_s = -E_s I_s \frac{d^2 y}{dx^2}$ なる関係式を適用すれば、

$$\frac{1}{a} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \omega \right) \left\{ \frac{W}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} (E_s I_s + E_b I_b) \right\} = -\gamma \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{11}$$

となる。さて、両端単純支持の場合 $p/2\pi$ を振動数とすれば、

$$y = Y(x) \sin pt$$

とおくことができ、境界条件より $Y(x) = A \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x$

であるから、第1音だけを考えれば

$$\frac{1}{a} \left\{ \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 + \omega \right\} \left\{ \frac{W}{g} p^2 + \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 (E_s I_s + E_b I_b) \right\} = \gamma \frac{W}{g} p^2$$

$$\therefore p^2 = \frac{E_b(I_b + nI_s) \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \omega \right\}}{\frac{W}{g} \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \omega - ar \right\}} \quad (12)$$

これに(8)式の ω, r の値, および $a_b = a \frac{nA_s}{A_b + nA_s}$ の関係を代入すると,

$$p^2 = \frac{E_b(I_b + nI_s) \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \frac{aIC}{a_b A_b E_b (I_b + nI_s)} \right\}}{\frac{W}{g} \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \frac{aC}{a_b A_b E_b} \right\}}$$

これを整理して

$$p^2 = \frac{E_b I \left(\frac{\pi}{l}\right)^4}{W/g} \times \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad (13)$$

ここで, $a = \frac{a_b A_b E_b}{aC} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2, \beta = \frac{I_b + nI_s}{I}$

となる。ズレのない完全合成桁の場合は,

$$p_0^2 = \frac{E_b I \left(\frac{\pi}{l}\right)^4}{W/g}$$

であるから, ズレを考慮した場合, ズレの影響係数を K とすれば, $p^2 = K \cdot p_0^2$ で表わされ,

$$K = \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad (14)$$

となる。

4. 挫屈について

さきに求めた基本式(8)と, モーメントの釣合の式(6)とから振動の場合と同じ(9)式を得る。これに次の関係式

$$M_b = -E_b I_b \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad M_s = -n E_b I_s \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad M = P \cdot y$$

を代入すると

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \omega \right) \left\{ \frac{P \cdot y}{a} + \frac{E_b (I_b + nI_s)}{a} \frac{d^2 y}{dx^2} \right\} = -r P y \quad (15)$$

となる。両端単純支持の場合には, 挫屈荷重の最小値を求めるため

$$y = A \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

とおき, 上式に適用すれば

$$P = \frac{E_b(I_b + nI_s) \left\{ \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 + \omega \right\}}{\left\{ \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 + \omega - a\tau \right\}} \quad (16)$$

を得る。これに ω , τ の値を代入し、振動の場合と同じような計算をすれば、次のように表わされる。

$$P = E_b I \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \text{ここで, } a = \frac{a_b A_b E_b}{ac} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2, \beta = \frac{I_b + nI_s}{I} \end{array} \right\} \quad (17)$$

ズレのない完全合成桁では、

$$P_0 = E_b I \left(\frac{\pi}{l} \right)^2$$

であるから、ズレを考慮した場合は、 $P = K \cdot P_0$ で表わされ、

ズレの影響係数は

$$K = \frac{1 + a\beta}{1 + a} \quad (18)$$

となり、結局ズレの影響は振動の場合と全く同じであることがわかる。

5. 考 察

以上の結果から、合成桁橋梁における振動実験の実施により、ジベルの合成効果を調べることがわかった。そこで実際にどの程度の値となるかを数値計算で確かめてみる。

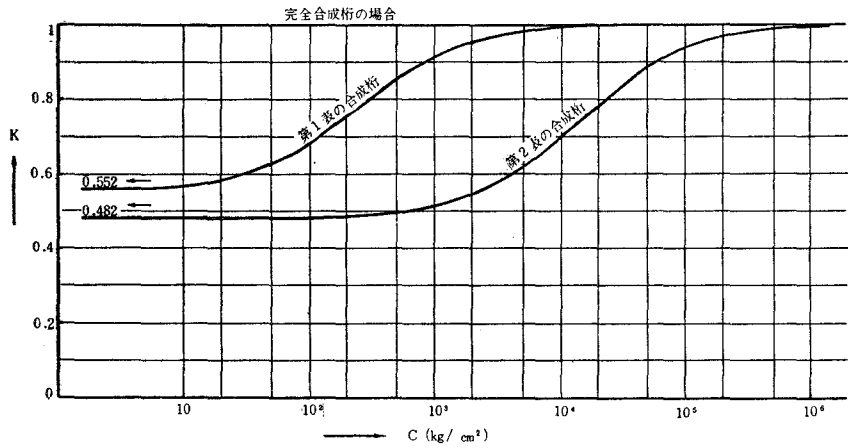
いま、第1表のような諸値を有するスパン 30 m の合成桁橋の合成桁と、第2表のような諸値を有するスパン 112 cm の模型合成桁について、各種のズレ定数に対するズレの影響係数を求めて見ると、第2図のような結果を得る。

第1表 スパン 30 m 合成桁の諸値

$l=30$ m,	$A_b=2,700$ cm ² ,	$I_b=50,620$ cm ⁴ ,	$a_b=32.9$ cm,	$E_b=210,000$ kg/cm ² ,	$\beta=0.5519$
$a=82.0$ cm,	$A_s=181.3$ cm ² ,	$I_s=891,660$ cm ⁴ ,	$a_s=49.1$ cm,	$E_s=2,100,000$ kg/cm ² ,	$n=10$

第2表 スパン 112 cm の模型合成桁の諸値

$l=112$ cm,	$A_b=160$ cm ² ,	$I_b=416$ cm ⁴	$a_b=5.6$ cm,	$E_b=210,000$ kg/cm ² ,	$\beta=0.4815$
$a=10.$ cm,	$A_s=19.8$ cm ² ,	$I_s=800$ cm ⁴ ,	$a_s=4.5$ cm,	$E_s=2,100,000$ kg/cm ²	$n=10$



第2図 ズレの影響係数; K の値

上記計算例において第2図からわかるように、合成桁橋の合成桁ではズレ定数 $C=10000$ kg/cm^2 以上の場合には、完全結合と考えたものより約1%程度の減少しか見られず、実際の橋梁に用いるジベルもこの程度のもので推定されるが、現在ズレ定数といったものが明らかにされていないので振動実験を実施して検討して見るのも一方法であろう。

また、小スパン模型合成桁では $C=10000$ kg/cm^2 において約30%もの減少を見せしているが、設計施工に際し、使用ジベルのズレ定数を知りたい時には、この点を利用して、小スパンの合成桁を製作し、振動実験から求めることができると考えられる。

挫屈については、合成トラス橋の合成圧縮部材の長さが合成桁橋の場合に比べて短いので断面、ジベルの種類、配置などによって、ズレの影響の大きな場合があるかも知れない。しかし、これは振動の場合と同じ影響値を示すので振動実験から明らかになるだろう。

以上、理論的に合成桁のジベルのズレの影響を調べて見たが、将来実験的にも検討して見たい。

(昭和36年5月1日受理)

文 献

- 1) 能町純雄, 尾崎 昶: 土木学会第15回年次学術講演会概要: II-14, 31 (1960)
- 2) 能町純雄, 尾崎 昶: 土木学会北海道支部技術資料 No.17, 54 (1961)
- 3) Hawranek und Steinhardt: Theorie und Berechnung der Stahlbrücken, 407 (1958)

骨材の比表面積によるコンクリートの配合設計

太田 誠 一 郎

Design of concrete mix proportioning by specific surface areas of aggregates

Seiichiro Ohta

Abstract

In recent years we have had various methods introduced for the design of concrete mix proportioning, and nowadays Dr. T. Yoshida's methods is used most extensively.

The present author has designed concrete mix proportioning by specific surface areas of aggregates; he would like to illustrate his own, comparing with Dr. Yoshida's.

概 要

従来、セメントコンクリートの配合設計にはいろいろの方法はあるが、最近では吉田徳次郎博士のものも多く使用される。著者は骨材の比表面積によるものを考え、吉田法と比較して例をあげて検討したい。

骨材の比表面積とはその骨材の表面積をその重量でわった値すなわち、 cm^2/g の値である。著者はステアリン酸による骨材の比表面積の測定法²⁾、Carmanの透水法、Blaineの空気浸透法によって実測してその結果下記のような値を与えた。(表—1)

表—1

ふるい (mm)	A_0 (比表面積) (cm^2/g , $\rho = 2.50$)	a (比面率, $A_0 = aa_0$, $a_0 = 10000 \text{ cm}^2/\text{kg}$)
40~20	1.8	0.2
20~10	3.3	0.3
10~5	6.1	0.6
5~2.5	11.2	1.1
2.5~1.2	20.8	2.1
1.2~0.6	38.6	3.9
0.6~0.3	71.0	7.1
0.3~0.15	133.0	13.3
0.15~0.075	246.0	25.0

表 2

($\rho = 2.65$)

ふるい (mm)	A' (Singh)*	A'' (Loudon)**	A_0 (Ohta)	Singh /Ohta	Loudon /Ohta
19.1~9.52 (20~10)	2	2	3	0.7	0.7
9.52~4.76 (10~5)	4	4	6	0.7	0.7
4.76~2.41 (5~2.5)	8	8	11	0.7	0.7
2.41~1.2 (2.5~1.2)	16	16	20	0.8	0.8
1.2~0.6	35	33	36	1.0	0.9
0.6~0.3	65	69	70	0.9	0.9
0.3~0.15	128	131	127	1.0	2.0
0.15~0.075	260	263	236	1.1	1.1

* 透水法と骨材の粒径の大きい上 3 つの値は推定による。

** No. 100~200 (0.15~0.075 mm) の球形の砂の比表面積を $210 \text{ cm}^2/\text{g}$ ($\rho=2.65$) とし、これを基準としてこれに砂の角張り係数平均 $f=1.25$ (1.1~1.4) をかけこの値を 2, 4, 8……すなわち 2^n ($n=1, 2, 3, \dots$) でわって求めたもの。

著者の値は Edwards のそれと比較して約 22% 大で、京都大学の松尾新一郎博士²⁾ の砂の比表面積の実測値と比べてよく合う。また、Dr. B. G. Singh³⁾、および A. G. Loudon⁴⁾ の値と比較して大粒のものは表のように相当の差があるが径 1.2 mm 以下では大体よく合っている。大粒の Singh の値は推定値で実測値でないのに反し著者の値はステアリン酸法等による実測値で、より正確であると思う。

比表面積 A_0 または比面率 $a^{(1)}$ (著者の名付けたもの) とコンクリートの混合水の被膜 $t(u)$ との関係は著者の研究では $A_0^{3/4} \cdot t = C$ となり、図—1 にこれを示した。式中、 C はある係数。

これを簡単に説明すると骨材の粒の大きいものほどそのまわりの水被膜の厚さがあつてということであつて、これが著者の比表面積法でステアリン酸による骨材の表面積測定法¹⁾ とともに著者の独創的のものと考えている。

次に、コンクリートの consistency は普通 slump によって示すが、著者の経験ではこのスランプは測定ごとに多少の変化があり一定でないから、相当多くの実験の結果、図—2 のような水被膜記号 (t) とスランプとの関係図をつくった。この関係はセメント骨材比 (1:A) の如何によって多少違う。図中の t_3 とは図—1 の No. 3 の線 (基準線) のときの水被膜の記号である。

次に、例題によってその設計法を吉田徳次郎法と比較して説明することとする。

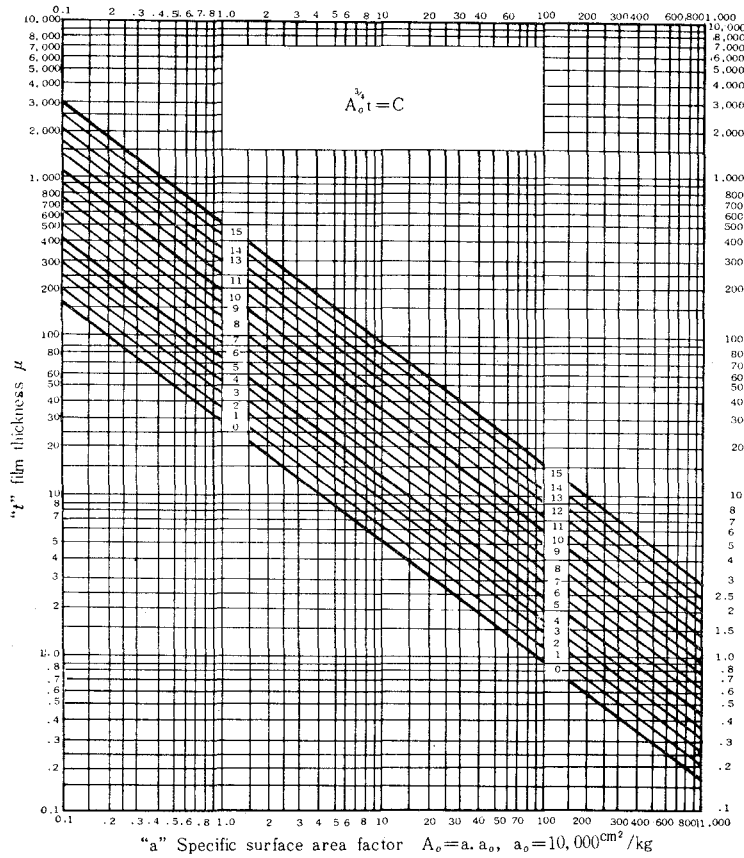
(1) スランプ $S=7 \text{ cm}$ 、1 週強度 $\sigma_7=80 \text{ kg/cm}^2$ 、15% の余ゆうを見て、 $80 \times 1.15 = 92 \text{ kg/cm}^2$ のコンクリートの配合の設計

ただし、このときの材料は、

セメント (浅野ポルトランドセメント、比重 $\rho=3.13$ 、比表面積 $A_0=3070 \text{ cm}^2/\text{g}$ 、ブレン法にて実測)

砂 (北海道、幌別川、 $\rho=2.66$ 、 $FM=2.82$)

Relationship between film thickness and specific surface area of aggregate in various mixtures



図一

砂 利 (北海道, 鶴川, $\rho=2.75$, $FM=6.15$)

砂, 砂利のふるひ分けは,

砂 利 ($\rho=2.75$)

ふるい (mm)	p (%)	a 2.75	pa
20~10	21	0.3	6
10~5	73	0.6	44
5~2.5	$\frac{6}{100}$	1.0	$\frac{6}{50}$

砂 ($\rho=2.66$)

ふるい (mm)	p (%)	a 2.66	pa
5~2.5	3	1.0	3
2.5~1.2	20	2.0	40

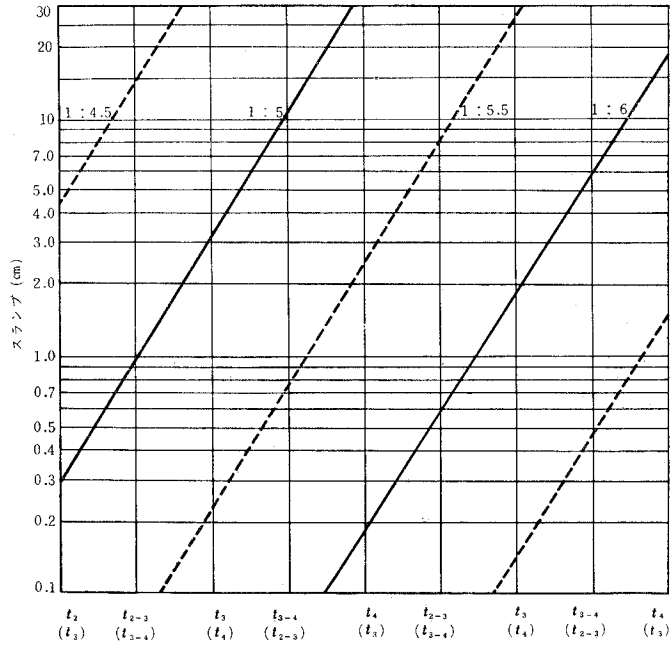


図 - 2 (A)

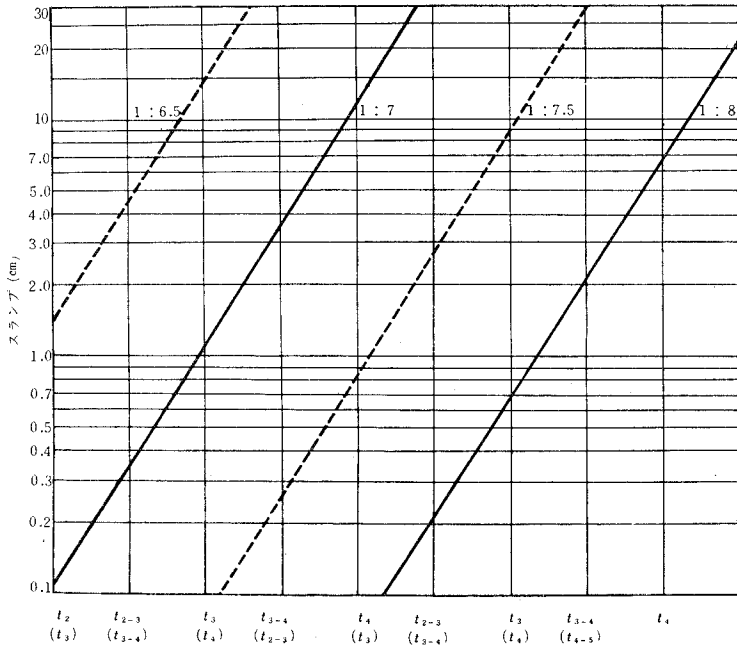


図 - 2 (B)

1.2~0.6	39	3.7	144
0.6~0.3	33	6.7	221
0.3~0.15	4	12.5	50
0.15~0.075	$\frac{1}{100}$	23.5	$\frac{24}{282}$

a の値は $\rho=2.50$ の基準のものからその材料の比重によって換算したもののすなわち、 $a_{2.66} = a_{2.50} \times \frac{2.50}{2.66}$

(A) 吉田徳次郎法 (コンクリートパンフレット No.7, 国分正胤著, 日本セメント技術協会, 昭和25年)⁵⁾

工事上期日の余ゆうがなく Lyse curve を画くための実験を省略したいときは, 土木学会の

式 $\sigma_{28} = -211 + 214 \frac{c}{w}$ ($S=7.5$ cm のとき) かその他の式のポルトランドセメント使用の

$$\sigma_{28} = -165 + 200 \frac{c}{w} \quad \text{舗装用}$$

$$\sigma_{28} = -78 + 191 \frac{c}{w} \quad \text{日本セメント技術協会}$$

$$\sigma_{28} = -105 + 199 \frac{c}{w} \quad \text{市販セメント}$$

等があるがスランプ等不明である。舗装用は $S=2.5$ cm, その他のものは 7 cm 位かと思う。

いま, 1週強度と4週強度との比 σ_{28}/σ_7 はセメントの種類その他で違うが, 大体 1.4~2.0 であるから, いま, これを 1.6 とすると, (このほかに計算式もある)

$$\sigma_7 = \frac{\sigma_{28}}{1.6} = -\frac{211}{1.6} + \frac{214}{1.6} \cdot \frac{c}{w}, \quad \sigma_7 = -132 + 134 \frac{c}{w}, \quad 92 = -132 + 134 \frac{c}{w}$$

$$\therefore w/c = \frac{124}{224} = 58.9\% (\approx 59\%)$$

コンクリートパンフレット No. 7 の表—4 を用うる ($S=7.5$ cm, 砂の $FM=2.75$, $w/c=57\%$) 骨材の最大径 20 mm のときは

$$G/S = \frac{1}{2}(0.96 + 1.25) = 1.1$$

$$\text{水量 } w = \frac{1}{2}(199 + 182) = 190.5 \text{ } \ell/\text{m}^3$$

この場合は $S=7$ cm, $w/c=59\%$ であるから, G/S 等の修正は

$$G/S = 1.1 + 0.08 \times \frac{0.57 - 0.59}{0.05} = 1.07$$

$$0.3 \times \frac{7.5 - 7.0}{2.5} = 0.006$$

$$w = 190.5 - 190.5 \times 0.006 = 189 \text{ } \ell/\text{m}^3$$

$$G/S = 1.07 + 0.04 \times \frac{2.75 - 2.82}{0.1} = 1.04$$

また, 細粗骨材の比重からの修正は

$$G/S = 1.04 \times \frac{2.75}{2.66} = 1.07$$

この場合、実験のときのスランブ測定の正確さ等を考え、 $G/S=1.0$ とするが、構造物の種類等によって、 $G/S=1.1\sim 1.2$ としてよいと思う。

$$G/S=1.0, \text{ とすると } G=S=50\%, w/c=59\%, 0.59=\frac{189}{c},$$

$$\therefore c=\frac{189}{0.59}=320 \text{ kg/m}^3$$

セメントの絶対容積の V_c は、

$$V_c=\frac{320}{3.13}=102 \text{ l/m}^3$$

コンクリートの 1 m^3 の骨材の絶対容積の V_A は、

$$V_A=1000-102-189=709 \text{ l/m}^3$$

また、骨材の比重の ρ_A は

$$\rho_A=\frac{2.75+2.66}{2}=2.70$$

骨材の重量の W_A は

$$W_A=2.70 \times 709=1914 \text{ kg/m}^3$$

よって、砂、砂利の重量は

$$W_G=W_S=957 \text{ kg/m}^3$$

以上の計算から

セメント (kg)	320	14.3	2.43	
砂 (kg)	957	42.8	7.28	
砂 利 (kg)	957	$\frac{42.9}{10.00}$	$\frac{7.29}{17.0}$	(スランブコーン一杯)
w/c (%)	59			
水 量 (cc)			1434	

(B) 太田の比表面積法¹⁾

スランブ $S=7 \text{ cm}$, $\sigma_7=92 \text{ kg/cm}^2$, 前記の計算から、 $w/c=59\%$, また、砂利の $\Sigma pa=56$, 砂の $\Sigma pa=482$ であるから、

$$\text{故に, } F=0.5 \times 56 + 0.5 \times 482 = 28 + 241 = 269 \approx 2.7 \times 10^2$$

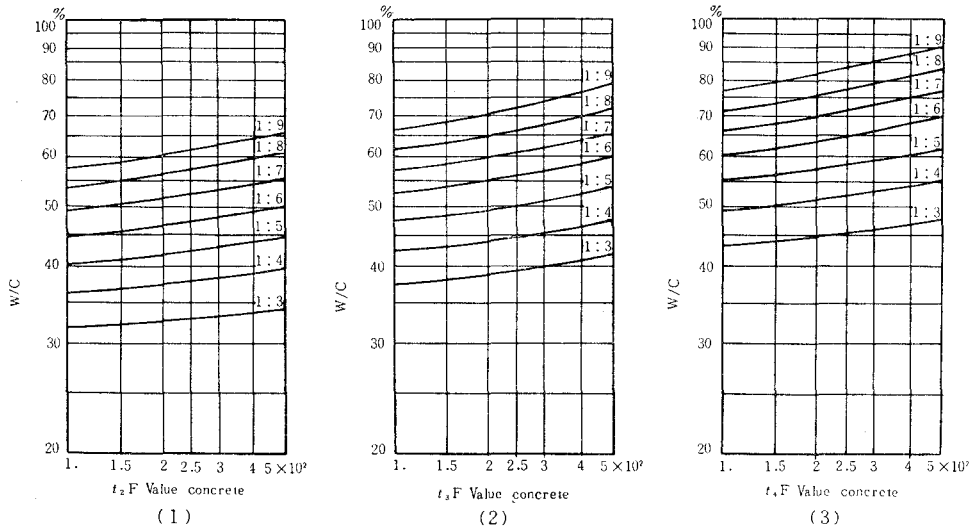
図—3 の水被膜記号の t_3 と t_4 から、

$$t_3 \dots \dots \dots 1 : 6.6$$

$$t_4 \dots \dots \dots 1 : 5.1$$

以上の内容は水被膜のうすい t_3 とするとセメント量は少ないが混和水量が少なくその強度は 92 kg/cm^2 を期待しうるが、スランブは 7 cm よりも小さいはずである。(図—2 参照)

また、 t_4 とこれよりも厚い水被膜すなわち、混和水量を多くすると、その強度を 92 kg/cm^2 とするためにはセメント量の多い $1:5.1$ となりスランブが 7 cm よりも大きいものであろう。この考えから、この中間のところでは $S=7 \text{ cm}$, $\sigma_7=92 \text{ kg/cm}^2$ の配合を考えると、いま、かりに



図一3

この配合を 1:6.5 とすると、図一2 から $S=7\text{ cm}$ は大体水被膜の t_{3-4} と t_4 との間で、また、1:5 とすると $S=7\text{ cm}$ で t_3 と t_{3-4} との間に相当する。従って、1:6.6 と 1:5.1 との間すなわち、まず 1:6 として試験して見ることにする。もし、試験の結果、不都合のときは 1:A すなわち、図一2 の斜線を右の方か左へ少しだけ移動して再検討する。このときの水被膜記号は上記の関係から、 t_{3-4} と推定できる。

1:A=1:6, $w/c=59\%$, $S=7\text{ cm}$, $G/S=1.0$, $G+S=6$, のコンクリートの旧式配合割合の表し方では、1:3:3 となるから、

セメント (kg)	$\frac{1}{1+6} \times 100 = 14.3$	2.43
砂 (〃)	$\frac{3}{1+6} \times 100 = 42.8$	7.28
砂 利 (〃)	$\frac{3}{1+6} \times 100 = \frac{42.9}{100.0}$	$\frac{7.29}{17.0}$
w/c (%)	59	
水 量 (cc)		1434

吉田(国分)法と太田法とを比較するとこのときは等しく、

	吉 田 法		太 田 法	
セメント (kg)	14.3	2.43	14.3	2.43
砂 (〃)	42.8	7.28	42.8	7.28
砂 利 (〃)	$\frac{42.9}{100}$	$\frac{7.29}{17.0}$	$\frac{42.9}{100}$	$\frac{7.29}{17.0}$
w/c (%)	59		59	
水 量 (cc)	1434		1434	

スランプ (cm)	7.0	7.2	(一回の測定)
σ_7 (kg/cm ²)	108.2	103.4	(3カルの平均)

(注) 圧縮機械の 20 ton の関係から、コンクリート型わくは $\phi 10 \times 20$ cm とした。以上両方ともスランプ $S \approx 7$ cm で 92 kg/cm² より大きい。

(2) コンクリートの材齢 7 日に於ける圧縮強度 $\sigma_7 = 160$ kg/cm², 20% の余ゆうを見て、
 $\sigma_7 = 160 \times 1.2 = 192$, kg/cm², スランプ $S = 3$ cm の舗装用コンクリートの配合の設計材料のセメント, 砂および砂利は前記(1)と同様である。

道路舗装施工法 (山海堂発行) の p37 の表 2-3 を参考として, 砂利の最大径 20 mm, $S = 2.5$ cm, $w/c = 55\%$, 砂の $FM = 2.75$ では $G/S = 1.33$ また $w = 168$ l/m³,

まず, Lyse curve を画くために次の 3 種の配合のコンクリートを考えた。このときの $G/S = 1.2$ と仮定した。(後述の G/S の修正値参照)

	I (1:5) (1:2.3:2.7)	II (1:6) (1:2.7:3.3)	III (1:7) (1:3.2:3.8)
セメント (kg)	17.7	14.3	12.5
砂 (ノ)	38.3	38.6	40.0
砂 利 (ノ)	$\frac{45.0}{100}$	$\frac{47.1}{100}$	$\frac{47.5}{100}$

$S = 3$ cm, のときの水量は $1:A = 1:5$ で t_3 の水被膜記号のときは図-2 からそのスランプは 3 cm であるから, 図-1 と図-2 とを参考として $1:A$ の w/c を推定する。すなわち, $S = 3$ cm, $1:5, 1:6, 1:7$ の w/c は図-2 から大体後述の $F = 2.5 \times 10^2$ のときは%,

	w/c	
	t_3	t_4
1:5	50%	—
1:6	53%	65%
1:7	62%	72%

従って, $1:6$ のときは図-2 から

$$\frac{0.53 \times 8 + 0.65 \times 1.8}{8 + 1.8} = 0.55$$

$1:7$ のときは,

$$\frac{0.62 \times 8 + 0.72 \times 3.5}{8 + 3.5} = 0.65$$

以上の計算から, $1:5, 1:6, 1:7, S = 3$ cm のときの w/c は大体 50%, 55%, 65% であるからこれによって試験練りして検討し多少のところはその結果によって修正する。

	I (1:5) (1:2.3:2.7)	II (1:6) (1:2.7:3.3)	III (1:7) (1:3.2:3.8)
セメント (kg)	2.84	2.43	2.13

砂	(kg)	6.51	6.56	6.80
砂	利 (%)	7.65	8.01	8.07
水	量 (cc)	1457	1410	1400
w/c	(%)	51.30	58.02	65.73
c/w		1.95	1.72	1.52
スランプ	(cm)	3.0	3.1	2.9
σ_7	(kg/cm ²)	240.4	183.60	157.18

(注) 以上はスランプコーン一杯分の量でスランプは一回の試験、型わくはやはり $\phi 10 \times 20$ cm であって3個の平均である。

以上の実験の結果 $\sigma_7 = -135 + 190 \frac{c}{w}$ 式を得た。ただし Lyse curve を省く。

$$\sigma_7 = -135 + 190 \frac{c}{w} = 192 \text{ kg/cm}^2$$

これから、 $w/c = 58.1\%$ 、 $\frac{c}{w} = 1.72$

問題は $S = 3$ cm, 砂の $FM = 2.82$, 砂利の比重 $\rho = 2.75$, 砂の $\rho = 2.66$ であるから, G/S 等の修正は

$$w/c \text{ によるものは } \frac{0.58 - 0.55}{0.05} \times 0.07 \text{ (平均値)} = -0.042$$

$$G/S = 1.33 - 0.042 = 1.29$$

$$\text{砂の } FM \text{ によるものは } \frac{2.75 - 2.82}{0.1} \times 0.03 = -0.0021 \approx 0$$

$$\text{砂と砂利の比重差によるものは, } 1.29 \times \frac{2.75}{2.66} = 1.32$$

$$\text{スランプによる修正は } \frac{3.0 - 2.5}{1.0} \times \frac{1.2}{100} = \frac{0.6}{100}$$

$$w = 168 \times (1 + 0.006) = 169 \text{ g/m}^3$$

$$G/S \text{ はこの場合は } 1.2 \text{ とする。 } w/c = 0.581, \frac{169}{c} = 0.581 \quad \therefore c = 291 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{水, セメントの絶対容量の } V \text{ は, } V = \frac{291}{3.13 \times 100} + \frac{169}{1000} = 0.262$$

$$\text{骨材の絶対容積の } V_A \text{ は, } V_A = 1 - 0.262 = 0.738$$

$$\text{骨材の総合比重の } \rho_A \text{ は, } \rho_A = \frac{2.75 \times 1.2 + 2.66 \times 1}{2.2} = 2.72$$

$$\text{骨材の重量の } W_A \text{ は, } W_A = 2.72 \times 0.738 \approx 2007 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{砂の重量の } W_S \text{ は, } W_S = \frac{2007}{2.2} = 912.3 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{砂利の重量の } W_G \text{ は, } W_G = \frac{2007 \times 1.2}{2.2} = 1094.7 \text{ kg/m}^3$$

従って, コンクリート 1 m^3 の材料は

セメント (kg)	291.0	12.66	2.15
-----------	-------	-------	------

砂	(%)	912.3	39.70	6.75
砂	利 (%)	$\frac{1094.7}{2298.0}$	$\frac{47.64}{100}$	$\frac{8.10}{17.0}$
w/c	(%)		58.1	58.1

(B) 太田の比表面積法

前述のように、 $G/S = 1.2$, $w/c = 58.1\%$, $\sigma'_1 = 192 \text{ kg/cm}^2$

水被膜は大体 t_3 の付近と考えられるから、まず F の値の計算をする。

$$G/S = 1.2, G + S = 100, \therefore S = \frac{100}{2.2} \approx 45\%, G \approx 55\%$$

$$F = 0.45 \times 482 + 0.55 \times 56 \approx 2.5 \times 10^2$$

図-3 から

$$t_3 \dots \dots \dots 1:6$$

1:A = 1:6, t_3 のときは図-2 からそのスランプが大体 2 cm となるから、今少し水量等をますず要がある。

$$t_4 \dots \dots \dots 1:5.5$$

この中間では、

$$\frac{6+5.5}{2} = 5.75$$

6 と 5.75 の中間すなわち、 t_3 と t_4 との $\frac{1}{4}$ のところ、 $\left(\frac{t_3+t_4}{2}\right)$ のところ

$$\frac{6+5.75}{2} = 5.88 \approx 5.9$$

従って、いま、1:A = 1:5.9, $G/S = 1.2$ とすると 1:2.68:3.22 の配合で

セメント (kg)	14.5	2.47
砂 (%)	38.8	6.59
砂 利 (%)	$\frac{46.7}{100}$	$\frac{7.94}{17.0}$
w/c (%)	58.1	
水 量 (cc)		1435

以上両法を比較すると (太田法の 1:5.8 b は実験の結果から修正したもの)

	吉 田 法 (1:6.9)	太 田 法 (a) (1:5.9)	太 田 法 (b) (1:5.8)
セメント (kg)	2.15	2.47	2.50
砂 (%)	6.75	6.59	6.60
砂 利 (%)	8.10	7.94	7.90
w/c (%)	58.1	58.1	58.1
水 量 (cc)	1249	1435	1453
スランプ (cm)	0.3	1.3	2.8

σ_c	(kg/cm ²)	191.6	237.5	226.0
------------	-----------------------	-------	-------	-------

以上、考察すると、吉田法のもはこの場合はそのスランプがきわめて小さく、強度も小さいから、セメント量をますか、水量もまたますことが必要であろう。ただし、コンクリートのスランプ試験は相当不安定であると考えられるから、何かほかの適当な試験例えば硬練りには compacting factor test のようなそのコンクリートの正しいコンシステーンシーをもとめたい。太田法の (a) もまたスランプが小さい。しかし、(b) のものはそのスランプが約 3 cm であってその強度は $226.0 > 192.0 \text{ kg/cm}^2$ で設計の条件からまず満足できる。

すなわち、比表面積法ではコンクリートのどんな本にもあるその使用する砂利の最大径から、 G/S の大体の値がわかる。これとセメント骨材比の $1:A$ の A の値は前述のように比表面積法から算出ができるから、その内容で試験練りをやりその試験の結果から適正の設計ができ、吉田法と比較して割合に簡単であり、また、試験の結果修正を要するときも合理的にすすめられると思う。すなわち、スランプ値、強度の足りない前例 (a) のようなときは図-2 の斜線を左方へ少し動かして $1:A$ の A をへらしてやるとセメント量がますから同じ w/c でもそのスランプ値がますことになる。とにかく、最後は合理的に推定した配合によって試験練りをし実験によって最終的に決定するのであるから、推定値までの操作の比較的簡単な比表面積法が少しよいかと思う。

以上の材料の砂、砂利はすべて気乾のものを使用した。

この研究、実験には教室の田中功君 (室蘭短大機械科学生) の多大の御手伝いをうけた。ここに深く感謝の意を表するものである。

(昭和 36 年 4 月 27 日受理)

文 献

- 1) 太田誠一郎：土木学会論文集 61-(3-3) 1959
- 2) 松尾新一郎：セメント技術年報 (昭和 24 年)
- 3) B. G. Singh: Specific surface of aggregates applied to mix proportioning, Jour. of ACI, Feb. 1959
- 4) A. G. Loudon: A laboratory study of the permeability of sand, Geotechnique 3 (4), 165-185
- 5) 太田誠一郎, 江畑真佐留：土木技術, 新(比)表面積法によるコンクリートの配合設計法の一私案, 1959



気化器機関の燃焼に関する研究 (I)

長い燃焼行程を有する混合気の燃焼波測定の実験

赤木 盈・紺田 功

A Study of Combustion Phenomenons for Carburetor Engine (I)

Measurement of Deflagration Velocity of Mixture-gas
with a Long Flame-travel

Mitsuru Akagi and Isao Konda

Abstract

When the mixture-gas of fuel and air is ignited by electric spark on a carburetor engine, the flame propagates towards the unreacted parts with the velocity of 20-30 m/s. At this time it often causes an abnormal combustion, especially the compression ratio of the engine is rather high.

Such deflagration is called "Knocking". Among this may be found many kinds of abnormal combustions, which are called Detonation, Rumble, Thud, or Wildping.

When the Detonation happens, the deflagration velocity becomes extremely rapid. But it is unknown why this velocity increases from meters to thousands of meters. In this experiment we have measured the deflagration wave velocity which has a long flame travel, and have studied the relationship between the deflagration phenomenon and the pressure wave.

I 緒 言

オート機関において、予め燃料と空気とからなる混合気が気筒内に吸入され、圧縮の後電気火花にて点火爆発をする際、その燃焼状態は多くの因子により影響を受ける。その中でも圧縮比を上昇させるとノッキングと称する異常燃焼を起すことは既によく知られて居るところである。この異常燃焼もデトネーションの場合とワイルドピング、ランブル、サド等と区別されて居る。最近の報告¹⁾によれば、ランブル、サド等は実際機関における燃焼室壁上のデポジットにより生じられる一種のプレイグニッション現象であるといわれて居る。これに反してデトネーションは物理化学的な現象で、実際機関において起り得るか否か、また起るとすれば如何なる条件において起るかといふ本質については、なお不明な点が多く残されて居る。G. K. Adams²⁾は方程式を解くことにより爆発のデトネーションへの推移について報告して居るが、化学反応と火焰と圧縮が燃焼波の伝播に対して数 m/s から数 1000 m/s にまで加速する機構については明らかでない。

本実験では混合気燃焼の研究の一部として燃焼波の速度が長い火焰行程を有する燃焼管の中で如何なる条件で影響を受けるか、またその際の燃焼波と圧力波との関係につき、イオン波を測定することにより実験的に研究した。

II 燃焼波と圧力波

混合気を電気火花にて着火させた場合、火花エネルギーにより混合気がエキサイトされて着火しこれが核となって次第に隣接部分に拡がり燃焼波となって未燃部分に伝播するが、その際の発熱によりガスは膨脹し、圧力の上昇を生じてその未燃部のガスの音速で伝って行く。この場合の火焰面とは如何なる状態をもって定義するかという事は明らかではないが、一般に炭化水素燃料の燃焼の場合燃料分子の分解したラジカル等の中でイオナイズされたものが存在することは多くの文献の示すところである。そこで本研究ではイオナイズされたものが存在する部分をもって燃焼の生起とみなしてイオン波を測定することにより燃焼波と考えることとした。また先に生じた圧力波に対して、燃焼ガスが高温となればこの部分の圧力波速度は更に高速となって先の圧力波を追って行き、追いついた点からは圧力波の傾斜は非常に急峻なものとなり、高速で未燃部分に伝って行くようになる。この状態で衝撃波またはデトネーション波となり、質量流の法則から Hugoniot の式が立てられ、それよりデトネーション速度は

$$D = v_0/v_b \sqrt{k_b g R_b T_b} = C + \sqrt{k_b g R_b T_b} \quad (3)$$

この式において D : デトネーション速度 m/s

v : 比体積 m^3/kg

k : 比熱比 (概略としては 1.4)

R : ガス定数

T : 絶対温度

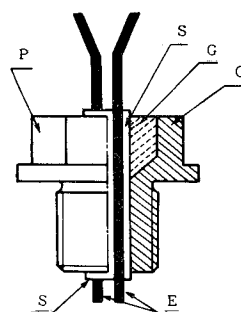
$0, b$: 未燃部および燃焼部を示す。

で表されるが、これによればデトネーション速度は燃焼ガスの音速と火焰の速度との和で示されることとなる。

III 実験装置と測定法

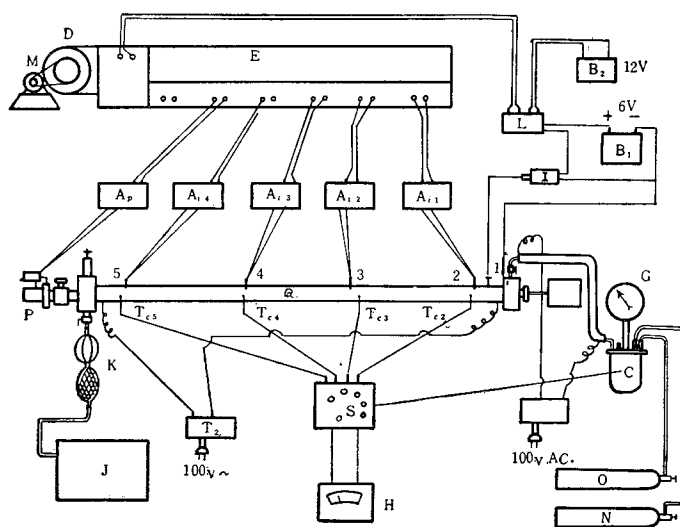
先きのべた如く本実験では燃焼波としてイオン波の測定を行なった。測定用イオンギャップとして第1図の如きプラグを製作した。絶縁体の接着剤としては東芝シリコンワニス TS 920 と信越化学 KR 280 を使用した。一般にはその極の中の一つはアースされて使用される場合が多いが、火花放電によるノイズのはいることを除くため、両極を本体より絶縁して用いることとした。印加電圧は 250 V とした場合炭化水素火焰ではイオン電流は、 $10 \sim 20 \mu\text{A}$ 程度であるので高速記録のため増幅器を通して電磁オシログラフに入れて記録した。

燃焼装置として長い鋼管を使用し、この管内に混合気を入れ内部では流動の無い状態で測定した。実際の機関では吸入時の流動が残り、点火時にも相当の渦動がある点ではこの状態とは条件は異なる。さらにこの装置では管内の圧力を高くして長時間保つことは困難であった。そのため内部圧力は 1 kg/cm^2 とし、余分の酸素を加えることにより加圧の状態に対応せしめた⁴⁾。その余体の構造図を第2図に示した。



第1図

図中 Q が燃焼管で、内部混合気の不凝結温度として 120°C 程度に保つよう電熱器にて加熱し保温した。混合蒸発器 C に酸素を最初充満し、一定量の燃料を秤量して入れ、さらに酸素を加えて 2 kg/cm^2 まで加圧し、これに窒素を $0.5, 1, 1.5 \text{ kg/cm}^2$ と3種類に変化させたものを圧入して空燃比を変えた。中の燃料を蒸発させるために約 $160\sim 180^\circ\text{C}$ に加熱した。この温度は燃料の高温分解または緩慢酸化等による変質が殆んど無いと思われる温度である。ここで出来た混合ガスを燃焼管に導き放電着火せしめ、 i_2, i_3 等のイオンギャップを使用して Ai の増幅器を通してオッシロに記録した。オッシロのシャッターと点火を同期させるために、同期マグネットスイッチ L を点火系統配線に入れ、S, H により燃焼管の燃焼前後の温度計測を行なった。圧力の測定にはレーマン型インデケータを電気抵抗型に改造したピックアップを取りつけオッシロに記録した。第3図はその増幅回路を示す。



第2図

燃焼管の諸寸法は第4図に示す如きもので、全長 2 m 、内容積 760 cc 、混合蒸発器は 890 cc である。燃焼用空気としての酸素と窒素の比は、酸素の量を $80\%, 57\%, 44\%$ の3種類とした。

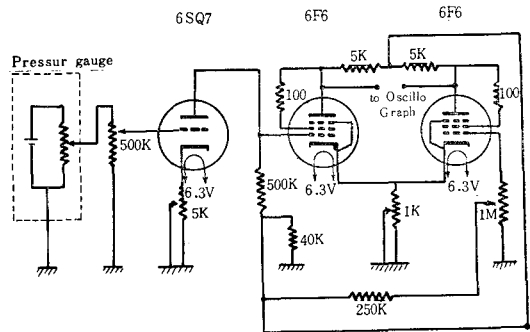
使用燃料は *i*-オクタンと *n*-ヘプタンで、諸性質は次の通りである。

i-オクタン (C_8H_{18}) 100 θ_z

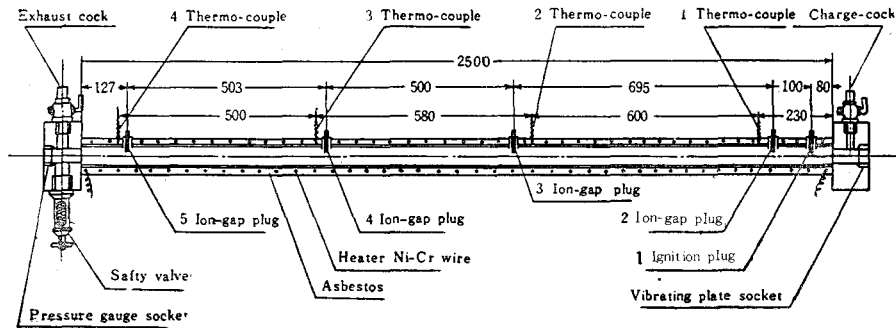
比重: 0.69 沸点: 98.4°C

n-ヘプタン (C_7H_{16}) 0 θ_z

比重: 0.68 沸点: 99.2°C



第3図



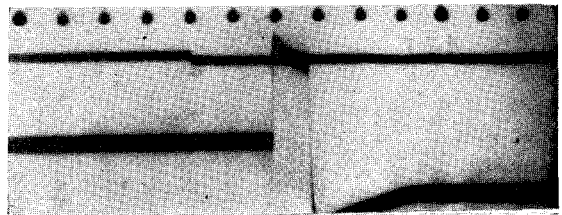
第4図 Combustion Pipe

III 予備検討

1. イオン電流

イオン電流についての検討のため使用燃料の火焰および他の火焰についてのイオン電流の状態の実験を行なった。

まづ *i*-オクタンの定常火焰上にイオンギャップを移動せしめて、オシログラフ上での波形を調べた。第5図がその一例である。移動速度と波形の振れ時間に対する検討を行ない充分測定に使用し得ることを確めた。つぎに火焰の各部におけるイオン電流の値をプロパンガスバーナー火焰につき μ アンメーターで測定した結果を第6図に示す。火焰の根元部分では中心部が大で上部に行くと中心より僅か外測部分にこれが現われる。混合気火焰のイオンに関する文献は多い⁶⁻⁷⁾。



第5図

2. 気化率の検討

混合器中での燃料の気化状態をチェックするために酸素、窒素、ならびに燃料蒸気を完全

ガスと見なして、オクタン、ヘプタンの蒸気圧曲線⁸⁾を利用して、完全ガスの式、ダルトンの分圧則を適用して計算を行なった。気化率を α として

$$p = p_0 + P_f$$

$$p_0 V = G_0 \cdot R_0 \cdot T$$

$$p_f V = \alpha \cdot G_f \cdot R_f \cdot T$$

ここにおいて、サフィックス g, f は空気燃料を示す。

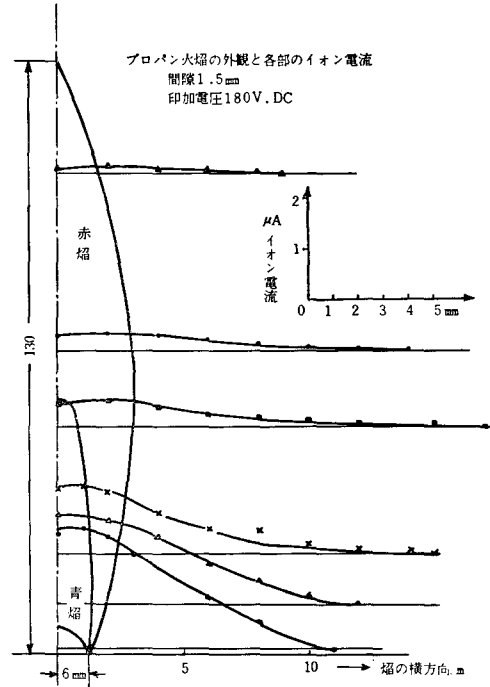
- p : 圧力 (kg/m²)
- V : 体積 (m³)
- R : ガス定数
- T : 温度
- α : 蒸発率 (原燃料に対し気化する部分の割合)

が成立するものとして

$$\alpha = \frac{(MR) \cdot mf/mg}{p/p_f - 1}$$

- m : 分子量
- (MR) : 混合比 (燃料と空気の)

これより α に対し 5.015 を得たので充分与えられた温度で気化して居ると見られる。



第6図

3. 空燃比の検討

使用燃料は *i*-オクタン, *n*-ヘプタンであるので、混合蒸気発器の容量と酸素、窒素の圧力の関係から完全ガスの法則を適用して、理論混合比に対して

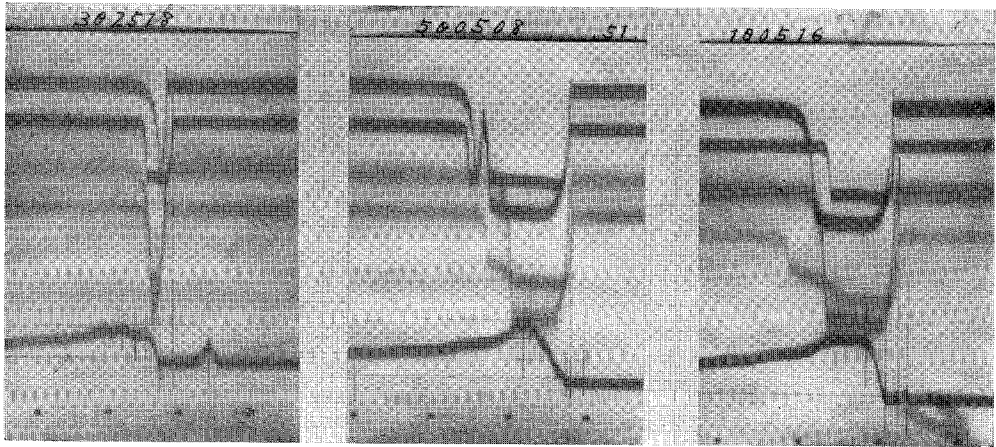
- i*-オクタンの場合: 容器に注入する量 0.76 cc
- n*-ヘプタンの場合: 0.78 cc

となり、マイクロシリンジにて各燃料を 0.4 cc より 1.8 cc まで変えることにより、空燃比を変化させて実験を行なった。

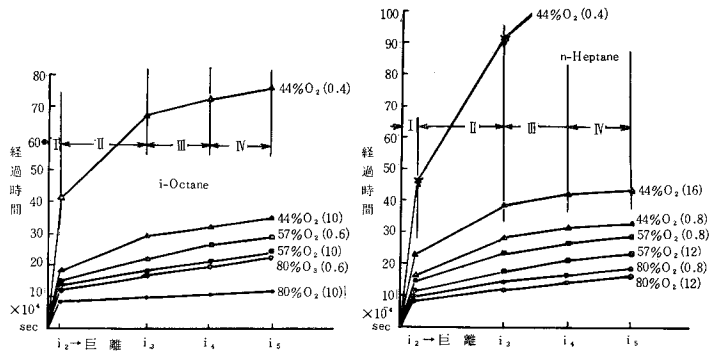
IV 測定結果と観察

1. 一方向に火焔が伝播する場合

この場合は点火栓を一端に付した場合で、本実験ではイグニッションプラグを i_1 の位置に置いた。その場合の記録例を第7図に示す。また各ギャップ位置と通過時間の関係をプロットすれば第8図となる。イ) はイソオクタン ロ) はノルマルヘプタン



第 7 図



第 8 図

この結果より $i_1 \sim i_2$ の中間は測定されて居ないので、その曲線は不明であるが $i_2 \sim i_3$ の線を延長して、時間軸と交る点の時間は混合気の着火遅れの点であると考えられる。放電による着火遅れの値については余りデータが無いが、稀薄混合比の方が着火遅れは大で酸素量の多い程少ない値をとると考えられ、最小でも 8×10^{-4} sec は存在するものと思われる。

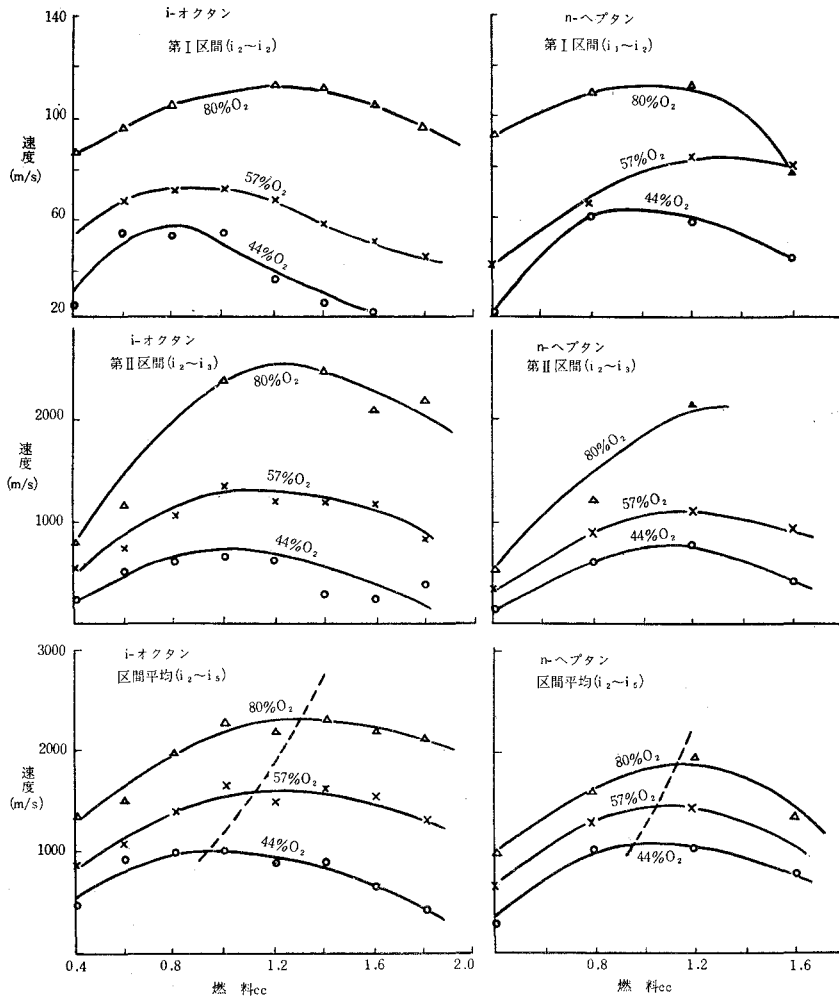
Rifkine または Rögner⁹⁾ は混合気の圧縮着火の遅れを求めて実験的に

$$\tau = ap^b e^{\frac{c}{T}}$$

の実験式を求めて居るが、彼の実験結果と比較すれば温度 800°F 以下の状態に近い値をとる。勿論火花着火の場合の着火遅れは熊谷氏¹⁰⁾の研究の如く、点火栓または点火系統の条件によっても異なる。

この曲線より、線傾斜が速度の逆数を表すが、火焰速度は或る距離進んだ後は何れの場合もほぼ一定となって居ることから、長い火焰行程では末端の方では大略一定となるものと思われる。

つぎに之を各間隙間の区間に分けて平均速度と燃料量との関係を曲線に表すと第9図となる。



第9図

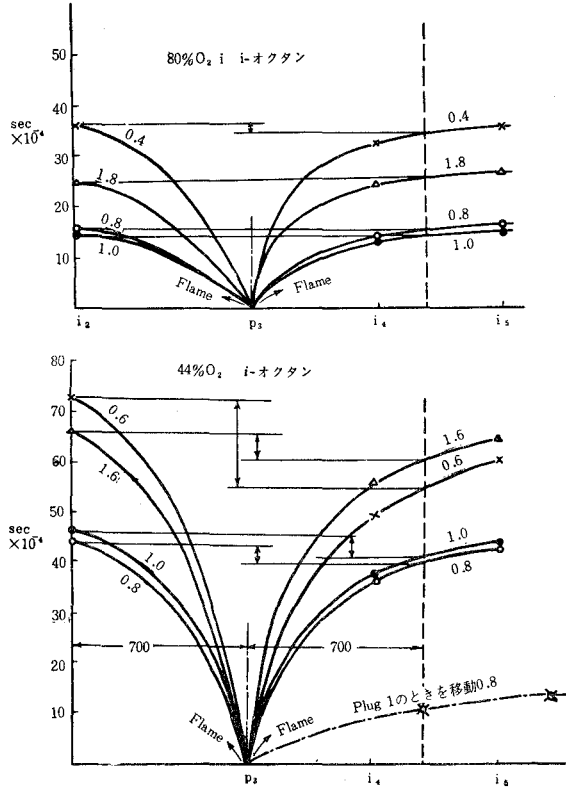
これより最初の 100 mm までの着火遅れを含めた平均速度は 20~60 m/s, 最高 110 m/s 程度で, 実際のガソリン機関の速度にはほぼ一致する。燃料の差による相異ははっきりと認め難い。最高速度は各区間とも空気中の酸素量の多い程リッチ側に表われるのは興味あることである。

第II区間に対しては酸素量が80%の場合は最高速度が両燃料共 2600 m/s に達して居る。

第III区間では酸素量, 空燃比共少ない場合を除いてはその速度は一定して来る。しかも酸素量の多い場合が早く一定速度に達することが出来る。かかる速度は速度だけの点からはデトネーション速度の範囲である。

2. 火焰が二方向に分れて伝播する場合

燃焼室の中間で着火せしめて、そこから両側に分れて火焰が伝播する場合の実験として点火栓を i_3 に位置した。この場合も火焰行程は左右対称でなく i_5 の方に向って長い場合の実験結果を第 10 図に示した。その結果から i_3 を中心として i_2 までの距離と同じ距離にある位置と比較すると、図中縦の矢印の長さ丈の差がある。

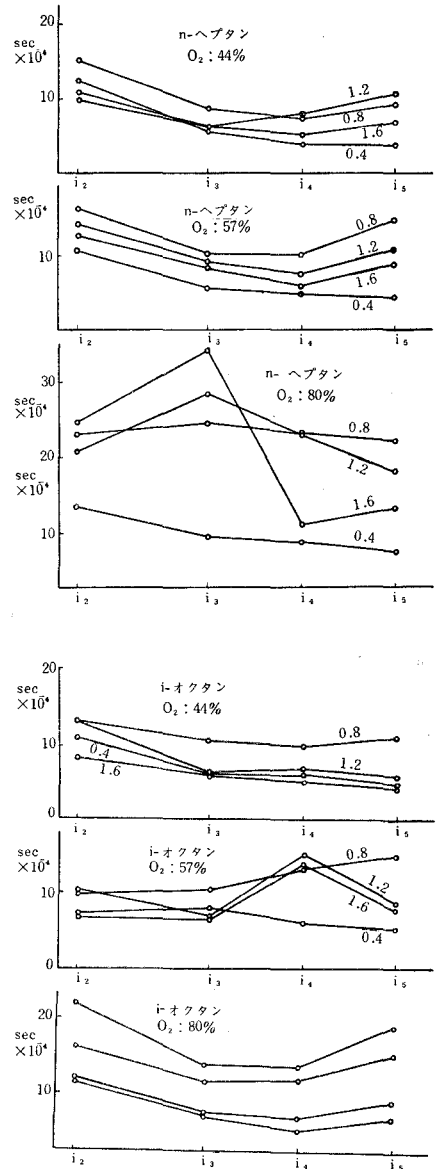


第 10 図

その差も稀薄混合比において大きく、理論比よりわづか濃い所では差が小さい。さらに濃厚になるとまた差が出て来る。空気中の酸素量の多い場合も同様の傾向と思われるが、少ない時よりもその差は非常に少ないことが分る。図中右側下の点線は参考のため i_2 にて点火したものを同図に入れて見たものである。

3. イオン電流保持時間

一点におけるイオンギャップにイオン電流が通



第 11 図

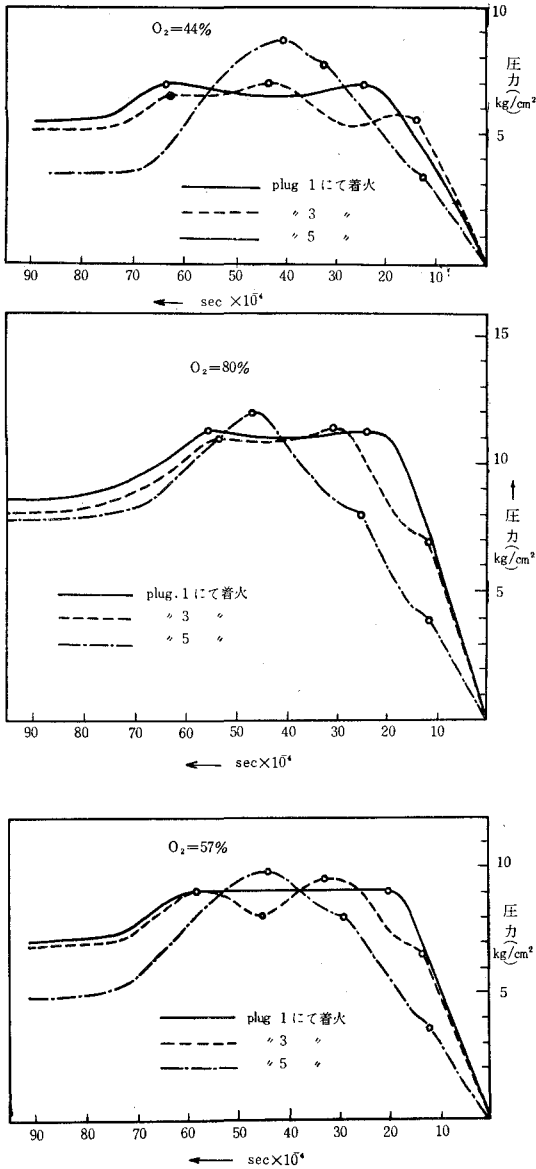
電し、液形のふれが出来て元の状態に戻るまでの時間を便宜上イオン電流保持時間と名づけ、その期間中イオンが滞溜して居るものと考え反応時間とする。その結果を各酸素量、両燃料につき各イオンギャップ位置につき図示したのが第11図である。線が重るので半数の燃料比のものについてののみ記した。

これより、決定的なことはいえないが保持時間は一般に*i*-オクタンが*n*-ヘプタンよりもやや短く、酸素濃度に関しては濃度が高い程永いといえる。位置的には両端の方が中間よりも

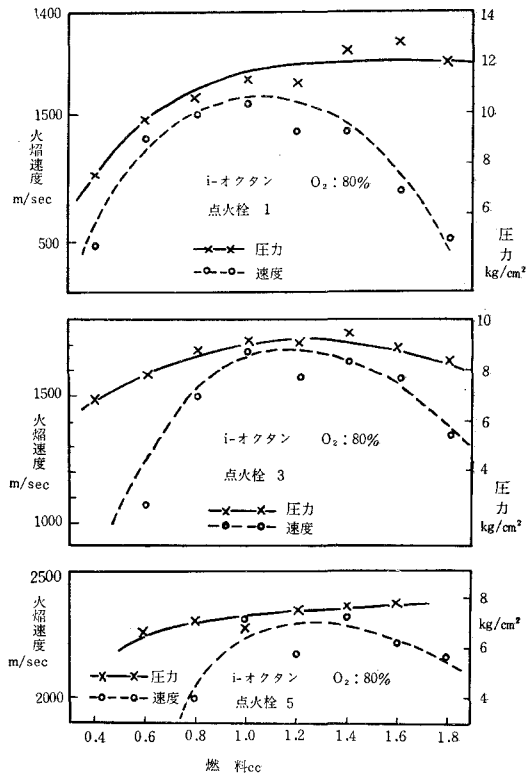
大きい傾向がうかがえる。特に点火端側が大きい。燃料混合比については理論量あたりが大きく、リーン、リッチ側で少ない傾向を持って居るが、平均して保持時間は $10 \sim 20 \times 10^{-4}$ secらしい。

4. 圧力波について

燃焼管の管端に付したインヂケーターにより圧力の上昇の状態を測定した。各酸素濃



第12図



第13図

度に対し同一点を起点として拡大して示したのが第 12 図である。点火栓を付ける位置を変え i_1, i_3, i_5 における場合を順次示して居る。

点火栓 1 で着火した場合は火焰行程の一番長い状態であるが、圧力上昇は立ちあがり点からスムーズに上昇し、約 20×10^{-4} sec で最高となり以後 40×10^{-4} sec 程度その圧力を保持し、漸減し管内平均圧力に落ちつく。

点火栓 3 では圧力の立ちあがりから最高までに 1 点小さい山が出来る。さらに点火栓 5 ではこの点が 2 個現われて居る。

燃料比に対し平均火焰速度と最高圧力との関係は第 13 図の如くである。火焰速度が最大になるまでは圧力は燃料比の増加につれて増大し、理論比よりわずかりッチ側で最高の値を示し、以後はほぼ一定となり、オーバーリッチで少し低下する。

点火してから末端において火焰の到達と圧力の立ちあがり、および最高圧力の表われるまでの時間は第 1 表の如くである。

第 1 表

着 火	酸 素 (%)	火焰が終端に達する時間 10^{-4} sec	圧力立ち上りの時間 10^{-4} sec	左 の 差	最高圧力の表れるまでの時間	火 焰 と 左 と の 差
プラグ 1	80	16	21	5	40	24
	57	25	31	6	51	36
	45	41	47	6	65	24
プラグ 3	80	16	22	6	34	18
	57	29	35	6	47	18
	45	45	55	6	65	20

この表にて、 i_5 のギャップと圧力ピックアップの位置にわずかずれがあるが、燃焼波と圧力波との平均の差は 5×10^{-4} sec、最高圧の表われるまでの差は点火栓 1 の時 24×10^{-4} sec、点火栓 3 の時は 18×10^{-4} sec 程度と思われる。

V 考 察

本実験ではイオン電流の存在をもって燃焼波としたが、燃焼関係のイオン化に関してイオン電流は極間への印加電圧、燃料の種類等により電流密度に差があるが Engel¹³⁾ によれば、アルカリ塩を添加することにより増大することをのべて居るが、このような添加物のために燃焼機構に変化をあたえる可能性もあるので加えなかった。

イオン波の速度は同じ燃料比でも酸素の多い場合は早く定常速度に達する。定常状態になってからの速度は本実験の場合で約 2500 m/s 程度になることは明らかのように考えられる。デトネーション発生の場合火焰面に衝撃波の発生することが多く報告されて居るが、本実験で

衝撃波と思われる強い波形は得られなかった。ただ3~4回インゲーターが吹き飛ぶ現象があったが、この場合の圧力波形は記録されなかったので確然ということは出来ない。圧力波に先んじてイオン波が来て居る事実は圧力波に先んじてガスがイオナイズされて居ると考えられ一種の連鎖反応の速度が可成の高速なためであろうか。このことに関しては目下光波、圧力波、イオン波の関連性につき実験中である。

非対称な火焰長を有する中心点火の場合は、イオン波の速度は末端ガスの長い方に向って早い。特に酸素濃度が少ない程その差は大きい。この事実に関して圧力波により管端の短い方が早く圧縮され、その側の分子の運動が焰進行に逆方向になるためではないかと考えられる。長い火焰長を有する場合両波が一点に重なる処がありそうに考えられる。これに関し計算と実験とより研究する予定である。

イオン電流保持時間については点火栓部は着火遅れと火焰生長遅れのため永くなり、末端においては圧縮波の到来による分子密度の滞溜によるものであろう。いづれにしても完全に反応し終るまでの時間は $1\sim 2\times 10^{-3}$ secを必要とするようだ。圧力波と保持時間との関係を見ると、最高圧力の表われる点と一致して居る。このことから当然ではあるが燃焼により反応が完結した点で最高圧力が表われることがよく分る。

圧力波形について点火位置で小さい山が表われる事は、圧力波の管内における反対方向へのものの反射波であろう。後日これらの計算につき報告したい。イオン波と圧力の立ちあがりまでの時間遅れはほぼ一定で 6×10^{-4} sec程度あるようだ。ただしこれは管の長さの大小で差を生ずるかも知れない。

VI 結 論

本実験で比較的長い火焰行程を有する燃焼管で、2種の燃料につき燃焼波の測定を行なった。その結果として

1. 兩種燃料のオクタン価は差が大きい、このような燃焼波速度には大きな差は認められなかった。
2. 平均燃焼速度は*i*-オクタンの方がやや早い。末端の方の速度は兩者ほぼ同じであるので、初期の着火遅れは*n*-ヘプタンが大きい。
3. 燃焼行程が長いと速度は大となり、最高速度は約2600 m/sにおよぶ。従って實際機関では気筒径の大きい場合に特に問題となるだろう。
4. イオン波と圧力波の間には燃焼の完結ということに関して深い関係がある。
5. 混合気の燃焼の反応速度は $1\sim 2\times 10^{-3}$ sec程度と思われる。

本実験で得られた確実な結論は少ないが、非常に早い反応である爆発現象であるので、その本質の実験的解明には多くの困難があった。多くの燃焼反応に対する物理数学的解法がある

が、可成多くの仮定のため実際と一致し難い点が多かった。さらに一歩ずつ深く研究して行く予定である。最後に本実験に種々御忠告教示頂いた大賀憲二先生、北大黒岩先生ならびに終始活動して頂いた小松製作所の久保田、東洋工業の竹林、不二越鋼材の福井の諸氏に深謝致します。

(昭和36年5月1日受理)

文 献

- 1) Starkman, E. S.: SAE Transaction **68**, 93 (1960)
- 2) Adams, G. K. and Pack, C.: Seventh Symposium on Combustion 812 (1960)
- 3) 長尾不二夫: 内燃機関学 182 (昭和35年3月)
- 4) 赤木 盈: 広島大学工学部研究報告 **5**, No. 2, 123 (1956)
- 5) Poncelet, J. et al.: Seventh Symposium (International) on Combustion 256 (1960)
- 6) 田中宗信・他: 機械試験所報告 **14**, No. 4 July (1960)
- 7) 齋間 厚: 日本機械学会第36期総会講演会前刷 **5** (1960)
- 8) Handbook of Chemistry and Physics 39 th Edition (1958)
- 9) 柘植盛男: 内燃機関ハンドブック 53 (1960) (朝倉書店)
- 10) 熊谷清一郎: 機械の研究 **3**, No. 8, 469 (1951)
- 11) Engel, von A.: Ionized Gases, Clarendon Press Oxford, 5 (1955)

気化器機関の燃焼に関する研究 (II)

低圧縮機関に於ける中間生成物の検出について

赤木 盈・紺田 功

A Study of Combustion Phenomenons for Carburetor Engine (II)

Detection of Intermediate Products of Gasoline
Engine with Low Compression Ratio

Mitsuru Akagi and Isao Konda

Abstract

In case of Otto Engine, the quantity of aldehyde, caused prior to a knocking combustion, varies with driving conditions and fuel properties. The purpose of this experiment is to detect the intermediate products especially Formaldehyde at low compression engine.

In this experiment we have extracted the mixture gas from the cylinder at a voluntary crank angle and evaluated the quantity of Formaldehyde and others in them by means of a Photoelectric Colorimeter and other devices.

I 緒 言

ガソリン機関に於いて燃料である炭化水素は燃焼により最終的には CO_2 と H_2O になるがその変化は一段階ではおこらず、一連の中間生成物すなわち過酸化物、アルデハイド、ケトン等を生ずることが知られている。中間生成物の発生状況は機関の運転状態、燃料の種類、オクタン価等によって異り、ノッキングの発生と深い関係をもっている。

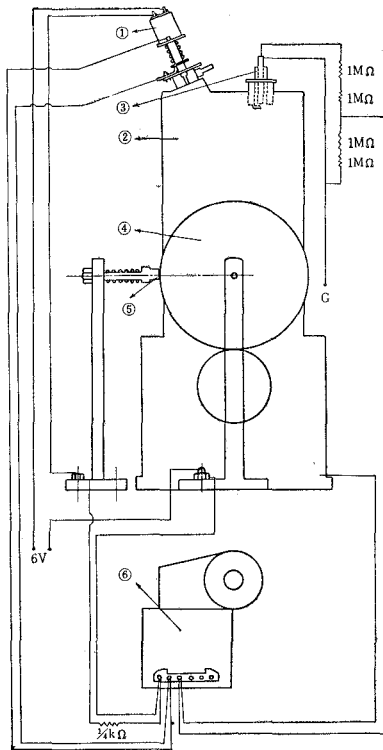
本実験の目的は、低圧縮機関の気筒中に吸入圧縮された混合気を適当なクランク角度で取出し、その中に含まれるアルデハイドを検出し、各サイクルに於けるアルデハイドの発生の状況を調べんとするものである。

II 実験装置

実験装置は第1図に示される通りで、使用した機関はラビットスクターのFG-11型エンジンで正規回転数3,400 r.p.m., 出力3 HP, 筒径61.5 mm, 衝程57 mm, 圧縮比4, 機関の始動にはモーターを使用する。モーターと機関とはVベルトで連結され、機関の回転数は常に600 r.p.m. の低速回転にて運転する。先ず i) にのべる方法で任意の所の混合気又はガスを取出し ii)

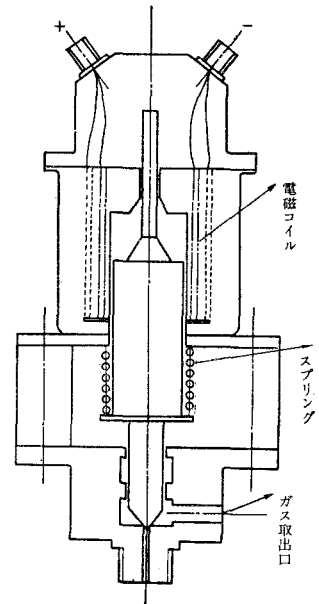
にのべる方法にて処理し比色分光計にて測定した。又この実験でガス中のアルデヒドを直接検出することは困難であったので、試薬溶液に吸収させて検出することにした。又発生すると予想されるフォルムアルデヒドが微量であるため色々の方法、例えば分光分析による方法、ガスクロマトグラフによる方法等を試みたが、比色分析法が最も効果的であった。呈色のため

の試薬には¹⁾ Schiff 試薬を使用した。



第1図 実験装置組立図

- ①電磁型ガスサンプリング弁
- ②エンジン
- ③点火検
- ④タイミングギヤ
- ⑤アラシ
- ⑥電磁ソレノイド



第2図 電磁型ガスサンプリング弁

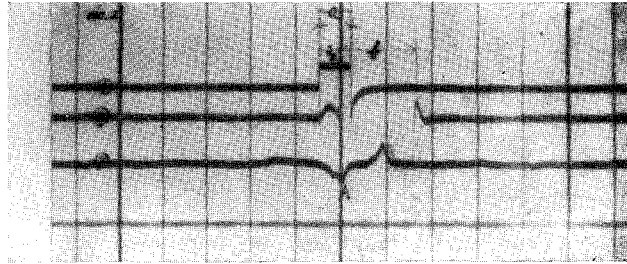
(i) 混合気及び燃焼ガスの採取方法

混合気をクランク角の任意の点で、極く短時間に取出すために第2図に示すような²⁾電磁型ガスサンプリング弁を用いた。電磁弁の開く時期はクランク軸の端に固定したタイミングギヤに取付けた銅帯の接点位置をクランク角に於いて調整する。銅帯がカーボンブラシの位置にきたとき、電磁石の回路が閉じて弁が開くようにする。電流を通ずる位置はあらかじめ任意のクランク角に合わせることができるが、電流を通じ電磁石が働き弁が開くまで及び電流を切つて弁が閉じるまでには時間のおくれがあるので、真の弁の開いている時間を知ることができない。そこで真の弁の開閉時期を知るために電磁弁の針弁の頭部に接する接子を設け、これに電流を通じておき、弁が開いたとき接子が離れて電流が切れる様にし、この電流を着火の時期と共にオシログラフに記録し写真をとつた。その結果を第3図に示す。

右図に於いて

A: プラグ点火時期

- a: タイミングギヤの銅帯とカーボンブラシが接触している期間
- b: 電流弁が開いている期間



第3図 電磁弁の開きおくれ期間

であるから電磁弁の開きおくれは約 16.7° であるとみることができる。

(ii) 検出方法

Schiff の試薬 10 cc を吸収容器に入れ、各クランク角に於いて電磁弁をとおして採取したガスを 10 分間通じて吸収させた。尚この場合の採取されたガスの正確な量を知ることは困難であったので、定量を行わず検出の方に主眼をおき検出された場合、どのクランク角度のときのガスがフォルムアルデハイドの発生量が多いかを調べた。

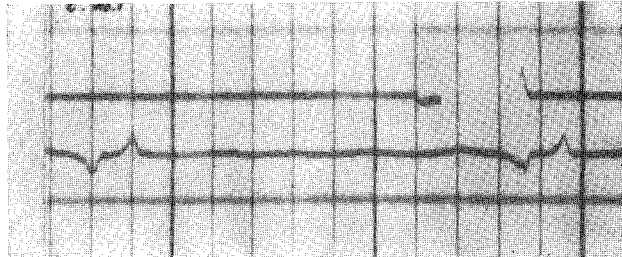
吸収後の試料の⁴⁾ 処理方法としては 70°C の湯中にて湯浴し、その後水道水にて 40 分間冷却して呈色を安定なものとした後、分光光電比色計にて測定した、

III 実験結果

II の実験装置により取出した混合気、又はガスがクランク角でどの位の角度の間のものであるかを確認するため電磁オシログラフをとった。その結果が第4図の1~7に示すものである。

写真4の1

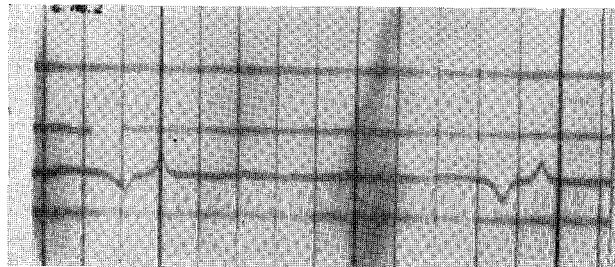
T.D.C. 91° 前より 66° 開く。



第4図の1

写真4の2

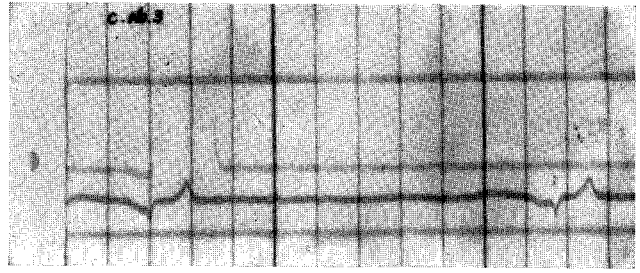
T.D.C. 56° 前より 28° 開く。



第4図の2

写真4の3

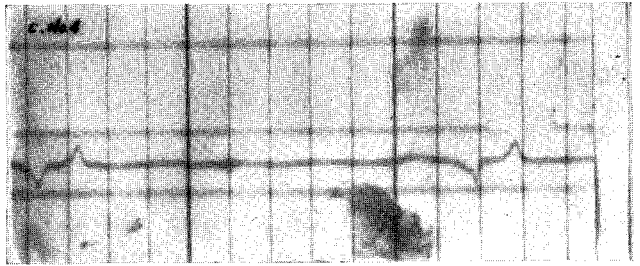
T.D.C. 48.2° 前より 55.2° 開く。



第4図の3

写真4の4

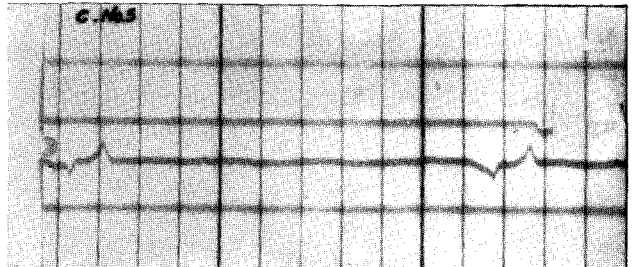
T.D.C. 4° 後 35° 開く。



第4図の4

写真4の5

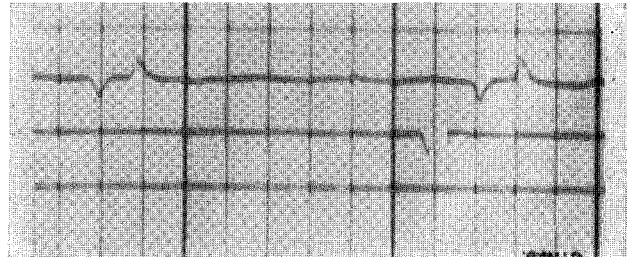
T.D.C. 26° 後 56° 開く。



第4図の5

写真4の6

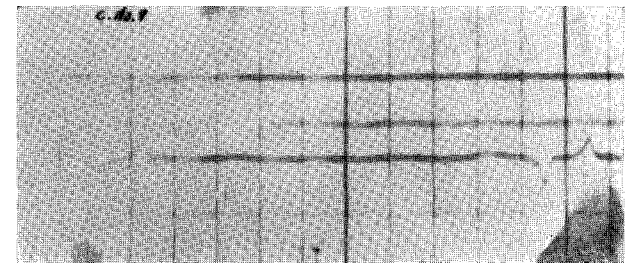
T.D.C. 44° 後 24° 開く。



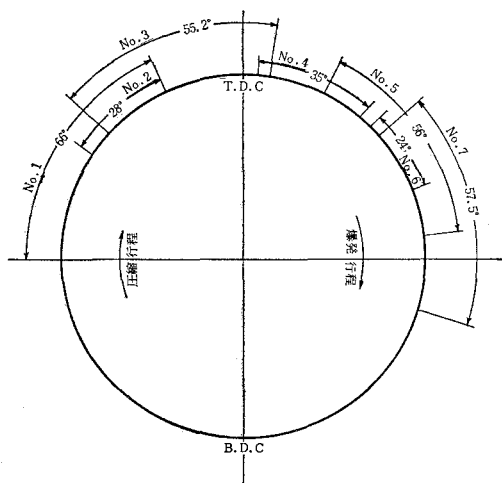
第4図の6

写真4の7

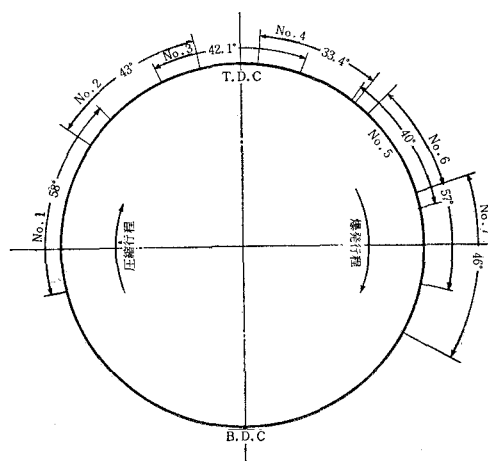
T.D.C. 48° 後より 57.5° 開く。



第4図の7



第5図 採取弁の開閉位置及び角度

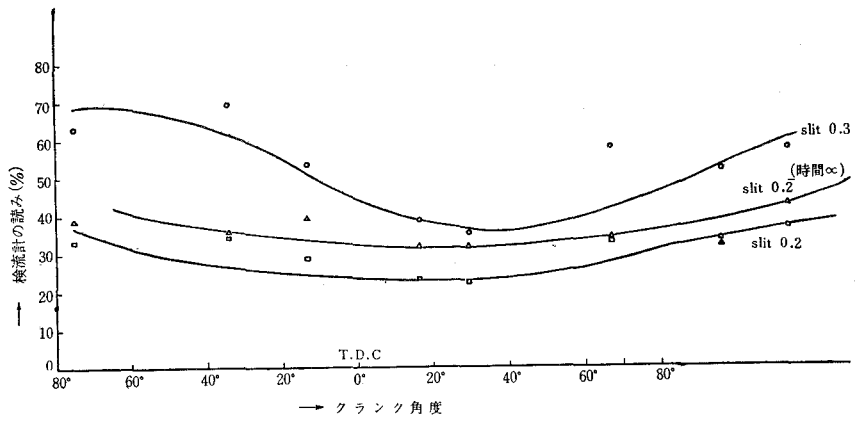


第6図 採取弁の開閉位置及び角度

これをクランク角になおして、わかり易く一つの図にまとめたのが第5図である。そこでこれを整理の都合上取出した位置に番号を付けて1~7までとし、8は排気ガスの場合とした。取出した位置は幅があるのでその中央をとることとした。各位置から取出したガスに対する比色分光計の読みを示したのが第1表で、これをもとにしてかいたグラフが第7図である。全く同様にして第6図の如きクランク角にて取出した場合の検流計の読みが第2表であり、それをもとに描いたグラフが第8図である。

第1表 弁の開閉位置と検流計の読み

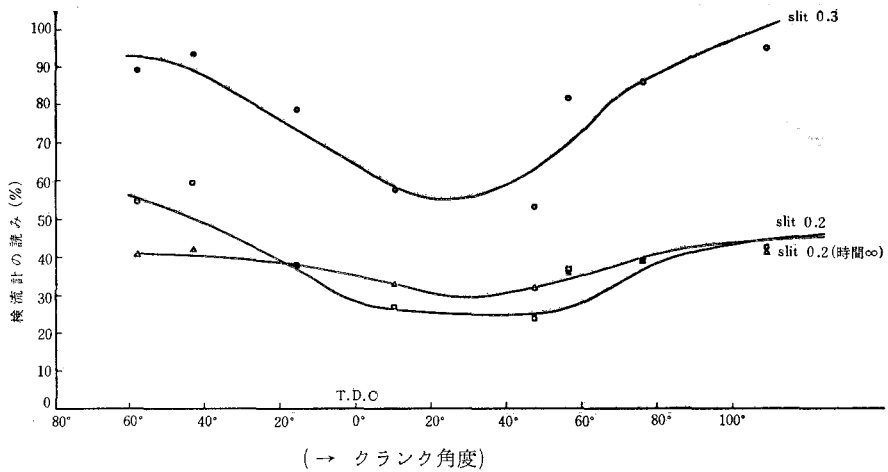
弁の開閉位置 (オシロペーパー番号)	検流計の読み (%)		
	Slit 0.2	Slit 0.3	Slit 0.2(時間∞)
No. 1	34	64	40
No. 2	35	70	36
No. 3	29	54	40
No. 4	23	39	33
No. 5	22	36	32
No. 6	33	58	34
No. 7	33	52	32
No. 8 (排気ガス)	36	52	42



第 7 図 各クランク角度に於けるフォルムアルデハイドの発生量

第 2 表 弁の開閉位置と検流計の読み

弁の開閉位置 (オシロペーパー番号)	検流計の読み (%)		
	Slit 0.2	Slit 0.3	Slit 0.2 (時間∞)
No. 1	54	89	40
No. 2	59	93	41
No. 3	38	79	38
No. 4	27	58	33
No. 5	24	53	32
No. 6	37	82	36
No. 7	39	86	39
No. 8 (排気ガス)	42	95	41



第 8 図 各クランク角度に於けるフォルムアルデハイドの発生量

IV 結 言

以上の2回の実験の結果のグラフをみると A.T.C. 20°~40° 附近でフォルムアルデハイドの発生量が多く、T.C. 80° 前と 80° 後からでは だんだんフォルムアルデハイドが発生しなくなっていることを示している。普通中間生立物の⁵⁾発生量は A.T.C. 5°~20° 附近に於いて一番多いと言われているが、我々の実験では 20°~40° 附近で多くみられた。これは我々の使用した機関が低圧縮であるため点火後完全燃焼しないガスがあり、これが中間生成物のまま点火後もずれてあらわれて、普通の場合よりもおくれで 20°~40° 附近で多くみられたのでないかと考える。

点火後完全燃焼しない部分が残っていることは、我々の場合排気ガスを固体炭酸にて -70°C 位に冷却して液化したとき、その液体の中に多分に未燃のガソリンを見出したことをみてもわかるし、又比較的完全に燃焼したと思われる自動車の排気ガスの場合でも多少の未燃のガソリンを見出した。だから理論上は CO₂ と H₂O になるべきだが、多少の未燃のガスのままで排気されると云える。特に我々の場合今までにない低圧線のもとに実験したので、その傾向が強くあらわれたものと推察される。

又この外に分光分析による方法、ガスクロマトグラフによる方法等も試みたが、この報告 (I) に於いては主として比色分光光度計による方法の結果をのべ、又ガスクロマトグラフによる方法は非常に有効ではあるが、充填剤その他の研究が充分でないため、今回はいい結果は得られなかったので、適当な充填剤につき検討中で次の機会に報告の予定である。

(昭和 36 年 5 月 1 日受理)

文 献

- 1), 4) 勝盛・赤木: 広島大学工学部研究報告 Vol. 6, No. 1 (1957)
- 2) 浅沼・菊地・柳原: 機械試験所所報 Vol. 14, No. 6 (1960)
- 3) Murata, K.: Praktische Einführung in die Organische Chemie.
- 5) 長尾不二夫: 内燃機関講義
- 6) 堤 繁: ノッキング現象
- 7) W. J. Blaedel and F. E. Blaket: Colorimetric Determination of Formaldehyde in the Presence of other Aldehyde.

アルミナイズド鋼の合金層に関する研究*

西田 恵三・幸田 成康

On the Alloying Layers formed on a Steel Sheet by Hot Dipping in Aluminium and Aluminium-Silicon Baths.

Keizō Nishida and Shigeyasu Kōda

Abstract

We investigated the alloying layers formed on the hoop steel sheet by hot dipping in Al and Al-Si (about 3.2% Si) baths at 673-763°C for 2 sec to 10 min.

The results obtained are as follows:

- 1) The thickness of the alloying layers increases with time in a linear relation in a log-log expression. But in the Al-Si bath the alloying layer dissolves in the melt so much that the apparent growth-rate of it seems to be very small in comparison with that in pure Al bath.
- 2) The facts that the alloying layer in Al-Si bath is very thin, and that the alloy trunk, in this case, is not seen in the metal/alloy interface are attributed to the reason that the dissolving rate of the alloy is greater than that in pure Al bath.
- 3) The alloying layer is discernible to be two layers. The one, the inner layer, is the alloy grown on by the inward-migration of Al atoms, and the other, the outer layer, is probably the alloy which is dissolved in the bath during hot dipping and adhered to the sheet on picking it up from the bath.

1. 緒 言

鉄鋼の耐酸化性および耐磨耗性を向上する目的から、いわゆるアルミナイズド鋼がその製作も簡便で、しかも充分その目的を達成することが、これまでの研究によって明らかであるが¹⁻⁶⁾、さらに本法によって生ずる合金層の欠陥改善の目的から、各種元素を添加した浴による研究の結果⁹⁻¹²⁾、最も効果的な作用をおよぼす元素として、Be, Si および Cu などがあげられている。また別法として熱拡散による改良法も行なわれている¹³⁾。

一般に、鉄片を Al 浴に浸漬すると、その境界面にいわゆる合金層が生成するが、また、この合金層がその表面で Al 浴中に溶解することは、現場操業の調査から明らかである。しかも、かかる合金層の生成は浸漬時間の対数に対して対数曲線で示されることが報告されている¹⁴⁾。しかしながら、實際上純浴に浸漬して得られる合金層は、時間とともに鋸歯状に発達し、いわゆるその厚さも長時間浸漬では測定困難となることが予想される。

* 日本金属学会北海道支部講演会 (昭和 33 年 9 月) にて発表

これら鋸歯状合金層の生成は非常に特異な現象であって、Ti(固)-Al 浴系¹⁵⁾、Fe(固)-Zn 浴系¹⁶⁾においても認められていない。また、上述の合金添加浴においては、合金層の肥大化を阻止するばかりでなく、鋸歯状発達も抑制することは明らかである。しかしながら、これら合金浴の効果の機構に関する研究はほとんど見られない現状である。

本研究においては、Si 添加浴(約3.2% Si)の場合に、大体平滑な合金層が得られることから、これら合金層の生成が浸漬温度、浸漬時間によっていかに変化するかを追跡し、さらにその合金層の性状を観察した結果にもとづいて、合金浴効果の機構を推論した。

2. 試料および実験方法

A 試 料

最初、試料としてアームコ鉄(5×8×20 mm)を使用した。かかるブロックでは短時間浸漬の場合に温度の均一化がおそいことから、主としてフープ材(0.5×13×20 mm)を使用した。両試料の成分を第1表に示す。

第1表 試料の成分値(重量%)

試 料	C	Si	Mn	P	S
アームコ鉄	0.015	0.07	0.20	0.008	0.010
フープ材	0.07	0.04	0.35	0.914	0.025

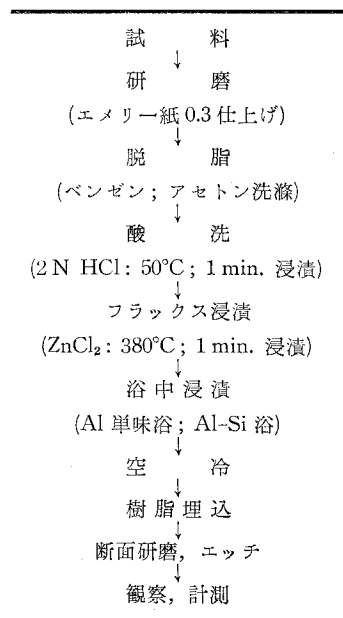
B 実験方法

i 浸漬浴は99.7% Al, 約260 g, を黒鉛ルツボに溶解し、この中で浸漬を行なった。Si 添加浴は、Al-Si 母合金(11.6% Si)を用い、浴の組成が約3% Siになる様に調整したが、後述のごとく幾分ずれが認められた。

ii 試料をエミリー紙03まで研磨後ベンゼン; アセトン中で充分脱脂後、2 N HCl 中に50°C; 1 min 浸漬して酸洗いを行ない、水洗、乾燥後 ZnCl₂ 溶融塩(380°C 保持)中に1 min 浸漬し、ただちに所定温度の浴に一定時間浸漬、空冷後、その断面の観察および計測を行なった。これらの操作を系統表に一括すれば第2表のごとくである。

iii Al 単味浴では、長時間浸漬によって、合金層の鋸歯部分が粗大不ぞろいとなり、計測に困難を生ずる。本測定では、一応この鋸歯部の先端までを合金層厚さとしたので、長時間浸漬ほど誤差が大となることは避けられなかつ

第2表 実験操作系統表



た。しかし、Si 添加の合金浴の場合にはかかる困難はなかった。

3. 実験結果

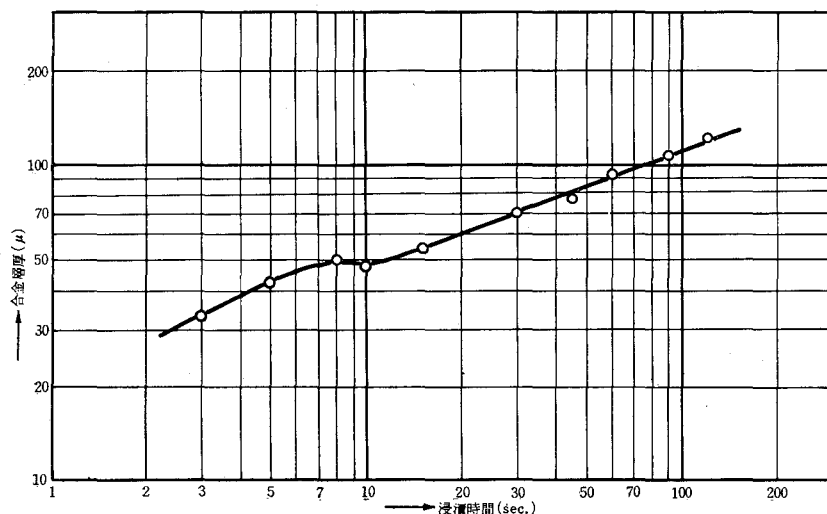
A アームコ鉄試料

i 合金層の厚さについて

707°C において測定した合金層の厚さを浸漬時間に対してプロットする (両軸対数) と第 1 図のごとくである。これによれば、約 7~10 秒の時間でクニックが見られる。それ以後は本表現で直線的に変化している。従って最初の短時間の変化は過渡の様相を示すものであろう。これらの経過の中、最初の期間を第 1 期と呼び、以後を第 2 期と呼ぶことにする。第 2 期での直線の変化は嵯峨等の次元解析結果¹⁷⁾とも一致している。しかしながら、この傾向は、先の測定方法から考えて幾分誤差が含まれている。

ii 合金層の組織について

短時間 (10 sec 以内) では、写真 1* に示されるごとく、合金層/Al 浴の境界面が非常に複雑であるが、それ以後は大体平滑である。しかし、鋸歯部の肥大が著しくなり、60 sec 以上では特にこれの不ぞろいが見られる (写真 2)。コーナーでの合金層の様相は写真 2 に示されるごとく、大体もとの試料形状と相似の合金層が生成しており、このコーナーの形状から考えれば、合金層の形成は Al の内方拡散が主体であろうと思われるが、合金層外表面の溶解が伴うため不確実である。また、写真 4 は試片断面に見られる合金層を村上氏試薬でエッチ (73°C; 1 min) した組織を示す。これによれば亀裂や弯曲が見られ、合金層が熱や応力に対して非常に敏感で



第 1 図 アームコ鉄試料の合金層厚さの時間的变化 (707°C)

* 合金層の組織は、特に記入しない場合はすべて 5% Nital エッチによるものである。

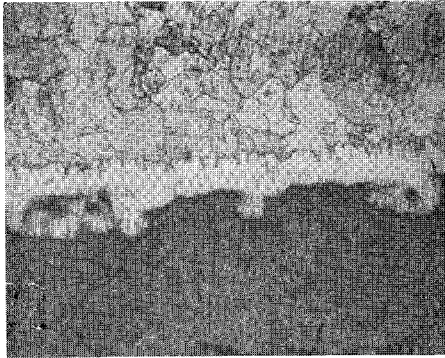


写真 1. アームコ鉄, 707°C, 5 sec ×120
上半が鉄素地

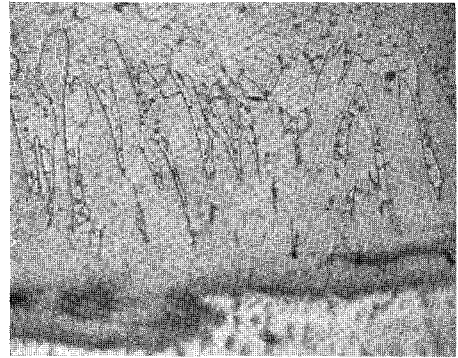


写真 2. アームコ鉄, 707°C, 90 sec ×430

あると考えられる。

B フープ材について

i Al 単味浴の場合

a) 先の場合と同様に各温度でプロットしたものが第2図である。この試料でもアームコ鉄と同様の傾向を示すが、クニックはより短時間で現われ、また合金層厚さも一般に先の試料よりも薄いこととは試料寸法(特にその厚さ)の効果によるものであろう。この図から一般的に言い得ることは、

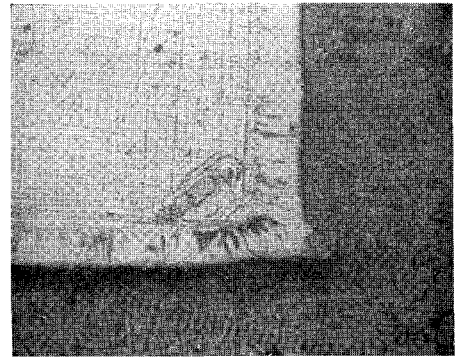


写真 3. アームコ鉄, 707°C, 15 sec ×120

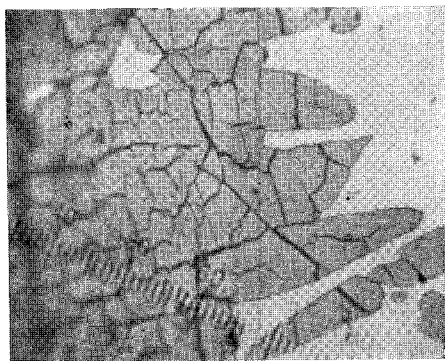


写真 4-a. アームコ鉄, 707°C, 30 min
合金層の村上氏試薬エッチ。合金層の脆弱性を示す。 ×430

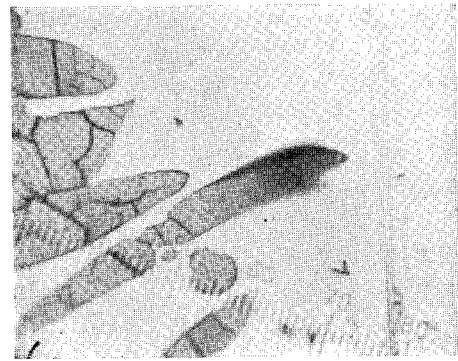
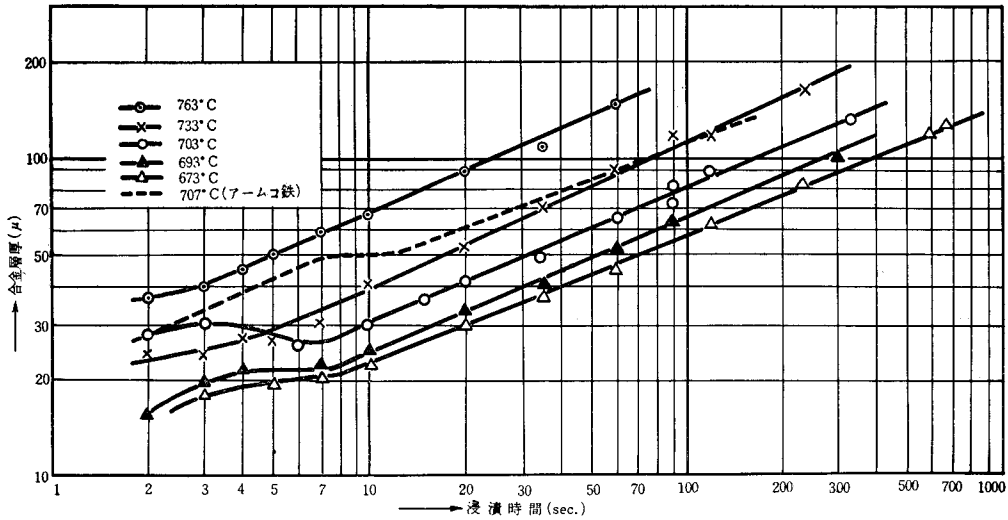


写真 4-b. 写真4-aの隣の場所、鋸歯部のエッチ処理による剝離を示す。 ×430

高温浸漬ほど、同一浸漬時間での合金層厚が大となっていることは明らかである。第2期の傾向は、本実験の範囲内ですべて直線的变化を示し、しかも各温度でほとんど同一傾斜を有している。さらに比較のため本期間での浸漬時間(t)と合金層厚さ(D)との間に次の関係式:

$$\log D = \beta + n \log t, \text{ すなわち } D = D_0 t^n \quad (1)$$



第2図 フープ材試料の合金層厚の時間的变化

が成立していると考えられるから、各浸漬温度での傾斜から n を求めることが出来る。ここで、 $n, \beta (= \log D_0)$ はそれぞれ常数である。この n を一括して示すと第3表のごとくであり、平均して 0.4311 となるが、一般に低温浸漬ほど n の値は幾分小である。

第3表 第2図の各曲線(直線部分)の傾斜(n)

	763°C	733°C	703°C	693°C	673°C
n^{**}	0.4422	0.4580	0.4210	0.4275	0.4068

* $n = (\log D_2 - \log D_1) / (\log t_2 - \log t_1)$

ここで、 D_1, D_2 は浸漬時間 t_1, t_2 における合金層の厚さを示す。

b) 本実験によって得られた合金層の組織を一例として 733°C について示すと写真 5-a~

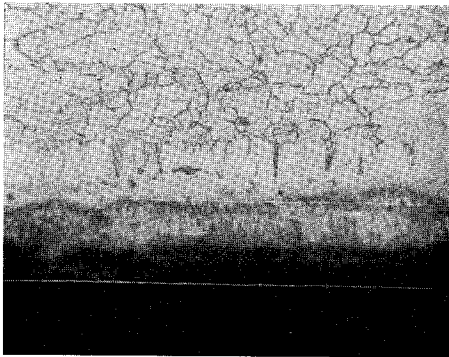


写真 5-a. フープ材, 733°C, 2 sec ×430
合金層中に幾分不連続が示される。

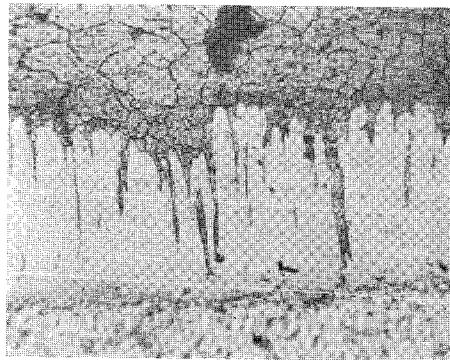


写真 5-b. フープ材, 733°C, 60 sec ×430
合金層の不連続部分が大きい。

5-cのごとくである。2 sec ごとき短時間浸漬では写真5-aのごとくであるが、長時間浸漬では写真5-bのごとく鋸歯状発達が著しくなる。またコーナー部では写真5-cのごとくである。注目すべきことは、長時間浸漬では素地が合金層の外表面近くまで存在していることであって、合金層が不連続であることが示される。

ii Si 添加浴の場合

a) この場合の測定結果を一括して示すと第3図のごとくである。この場合も、先の結果と同様の傾向を示すが、全般的に合金層が非常に薄いことは、すでに知られている結果¹⁾と同様である。高温浸漬ほど第1期間で厚い合金層が示されている(ただし、703°Cでは、合金浴のSi量が他よりも幾分少ないため、異なった結果を示している)。また、次の第2期(定常状態)に移るのに低温度ほど長時間を要することがわかる。

一方、第2期では、高温度ほどその直線的傾斜が少なくなっていることは先のAl単味浴の場合と大いに異なっており、この期間での合金層の生成が複雑な機構によるものであることを暗示している。この場合もその直線的傾向から先と同様に n の値を求めると第4表のごと

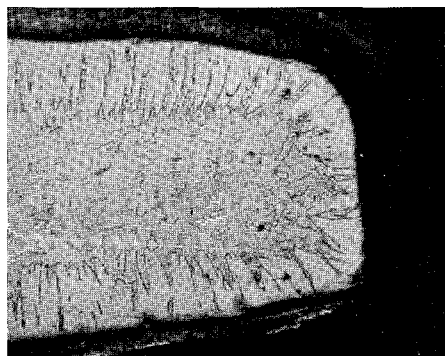
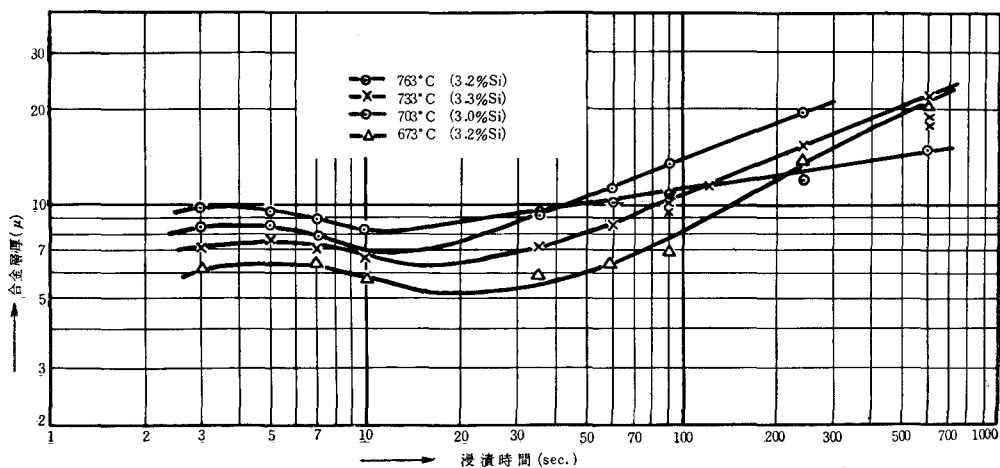


写真 5-c. フープ材, 733°C, 120 sec ×120
試片のコーナー部分。

第4表 第3図の各曲線(直線部分)の傾斜(n)

	763°C	733°C	703°C	673°C
n	0.1542	0.3840	0.3770	0.5285



第3図 フープ材試料の合金層厚の時間的变化(合金浴)

く、低温と高温とでは著しく n に差異があるのがわかる。

b) 本実験で得られた合金層の様相を一例として 733°C について示すと写真 6-a~6-f のごとくである。10 sec 浸漬で幾分薄くなった合金層は 35 sec でも大した厚さ増加を示さない

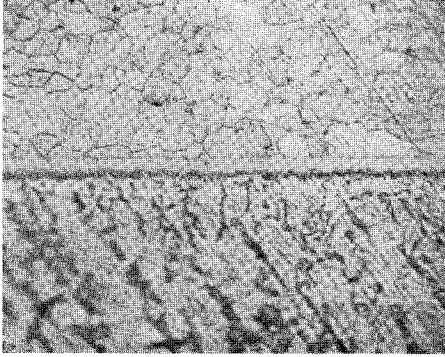


写真 6-a. フープ材, 合金浴, 733°C ,
3 sec $\times 430$

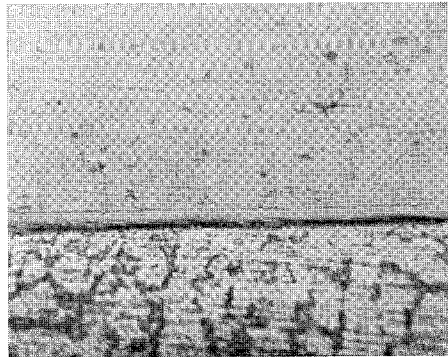


写真 6-b. フープ材, 合金浴, 733°C ,
10 sec $\times 430$

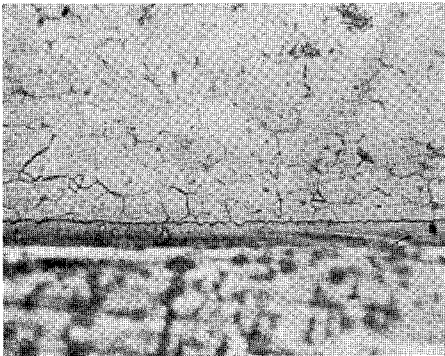


写真 6-c. フープ材, 合金浴, 733°C ,
35 sec $\times 430$

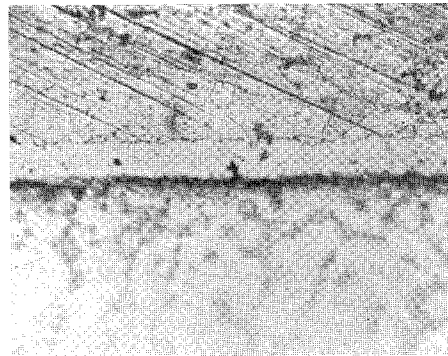


写真 6-d. フープ材, 合金浴, 733°C ,
240 sec $\times 430$

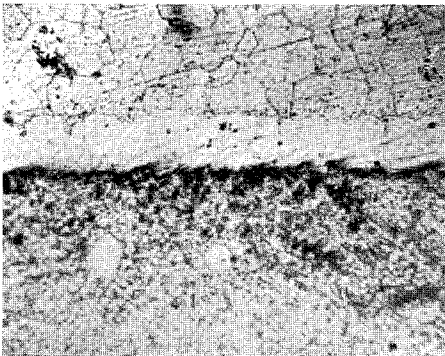


写真 6-e. フープ材, 合金浴, 733°C ,
600 sec $\times 430$

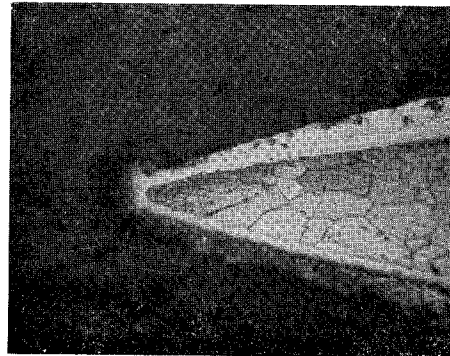


写真 6-f. フープ材, 合金浴, 733°C ,
600 sec, コーナー部分 $\times 430$

が、以後は次第に厚くなり(写真6-d; 6-e)、特に周辺端では写真6-fに示されるごとく、その試片厚が著しく減少している。この様な現象はまた先のAl単味浴の場合と非常に異なった事実である。しかして、この部分での合金層も極端に薄く、10 sec浸漬の場合と類似している。

c) エッチ剤による合金層の識別について

嵯峨等¹⁷⁾は合金層が特殊エッチ剤によって二層に識別出来ることを指摘したが、本試料についても各種エッチ剤で検出を試みた結果、アルカリエッチ、弗化水素エッチおよびアルカリ電解エッチの方法がよく、二層の識別が出来た。しかして二層のみ検出された。その一例を示すと写真7-a~7-dのごとくである。これから両層をおのおの測定した結果の一部を示すと第5表のごとくであり、短時間では外層が幾分厚いが、長時間の浸漬では外層の増加が僅少であるのに対し、内層の肥大化が著しい。しかも内層は試料面と垂直方向に柱状の組織を示すが、外層は全く異なる組織を示している。森永等¹⁸⁾は、浸漬中での合金層厚の測定結果が、同一浸漬時間試料の断面での厚さ測定結果よりも幾分薄いことを報告しているが、これは本研究結果より考えると、この外層が、浸漬中では融体(少なくとも半融状態)であるものと解釈すれば

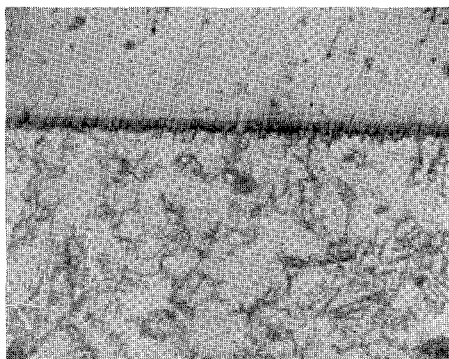


写真 7-a. フープ材, 合金浴, 733°C,
3 sec (20%アルカリ液エッチ) ×430

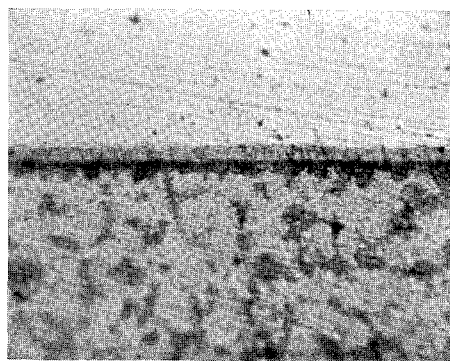


写真 7-b. フープ材, 合金浴, 733°C,
90 sec (20%アルカリ液エッチ) ×430

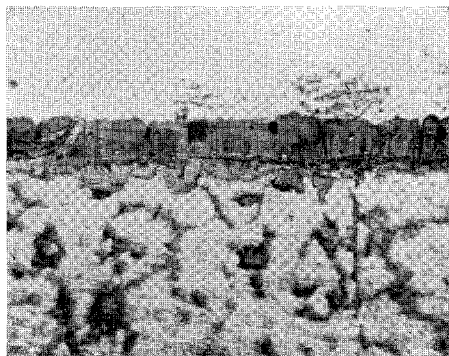


写真 7-c. フープ材, 合金浴, 733°C,
600 sec (2% HF 水溶液エッチ) ×430

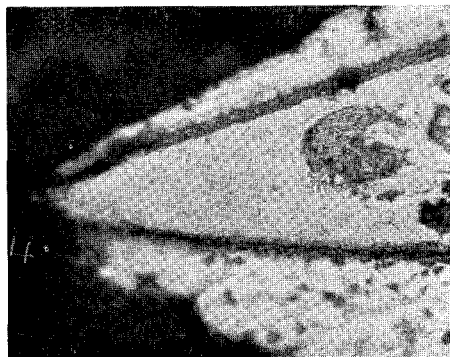
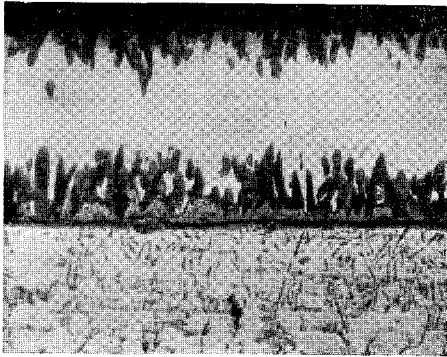
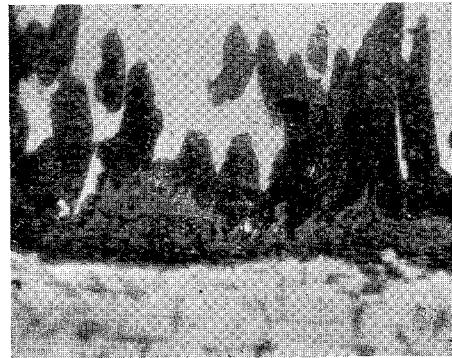


写真 7-d. フープ材, 合金浴, 733°C,
600 sec (2% HF 水溶液エッチ) ×430

第5表 合金層(二層)の厚さ(773°C)

写真番号	浸漬時間 (sec)	内層厚 (μ)	外層厚 (μ)	合金層全厚 (μ)
7 a	3	3.20	4.15	7.35
7 b	90	4.25	4.90	9.15
7 c	600	14.56	5.49	19.15

写真 8-a. フープ材, Al 単味浴, 673°C,
120 sec (10 N アルカリ液電解) $\times 120$ 写真 8-b. 写真8-aの拡大 $\times 430$

よいものと考えられる。参考のために Al 単味浴での合金層を示すと、写真 8-a; 8-b のごとく、あまり鮮明ではないが、やはり内外二層から成ることがわかり、しかも両層の境界は平滑でないことが認められる。

4. Si 添加浴の合金層生成におよぼす影響

先の合金層に関する観察、測定結果から推定するに、高温浸漬によって鉄鋼の表面に生成したいわゆる合金層は、すべて構成成分の拡散過程のみによって生成したものでなく、外層は半融状の合金が試料引上げの際に附着したものであると考えられ、これが普通のエッチ剤では識別出来ず一体となって考えられている事になる。しかし、この外層の厚さは、本研究結果から 3~5 μ の範囲にあり、もちろん内層とは幾分その組成が異なっていることは予想される処であるが、今回は、簡単化のため、一応一体として考察することにする。

今試料素地の厚さ減少(片面についての減少を Δx とする)の測定結果から、生成した合金層が浸漬中に全たく浴中に溶解しない場合には、この厚さ D_0 は次式で求められる:

$$D_0 = \Delta x \times \rho_{Fe} \times (1/a) \times (1/\rho_a) = \Delta x \cdot \gamma/a$$

ここで、 $\rho_{Fe} = Fe$ の密度、 ρ_a = 合金層の平均密度(森永等のデータ¹⁵⁾: $\rho_a = 3.98 \text{ gr/cm}^3$ を採用する)である。従って $\gamma = \rho_{Fe}/\rho_a = 2.018$ (常温での値)。また、 $a = (Fe \text{ の原子量}) / (\text{合金層の原子量})$ を計算すると、合金層を $FeAl_3$ として $a = 0.4585$ を得る。しかるときは D_0 と Δx の関係

は次式で与えられる：

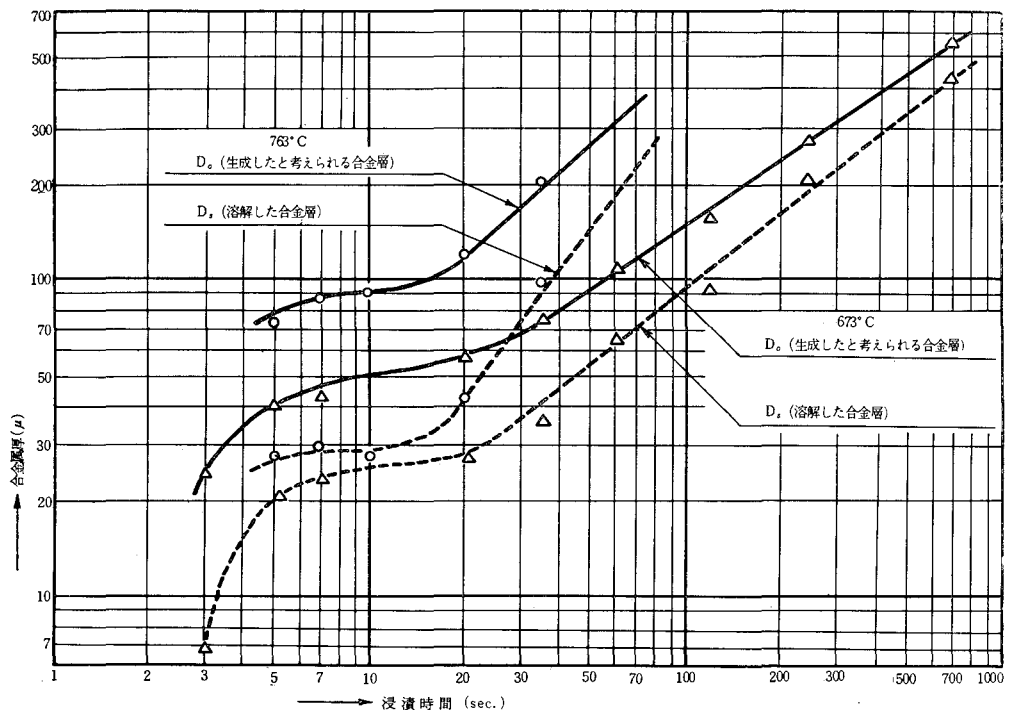
$$D_0 = 4.575 \cdot \Delta x \ (\mu)$$

従って、溶解したと考えられる合金層厚さ D_s は次式のごとく示され：

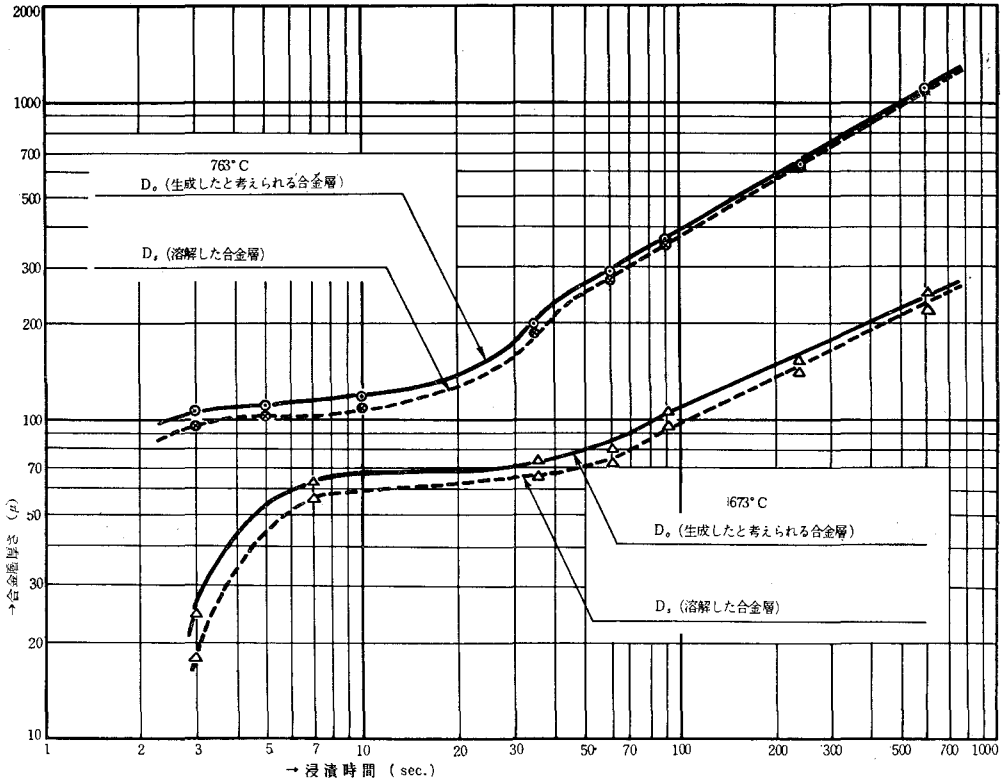
$$D_s = D_0 - D$$

D_0 の計算値と D の実測値から D_s は計算される。一例として、763°C; 673°C の場合について両種の浴中での D_0 ; D_s を示すと第4図、第5図となり、合金浴の場合には特に生成した合金層の大部分が浴中に溶解していることがわかる。このことはまた先の観察でコーナーの形状の差異(写真5-c; 写真6-fを比較参照)からも知られ、Siの添加有無によって著しく合金層の溶解速度が異なることが知られる。Al単味浴の場合について計算した結果は、合金層の溶解量ははるかに僅少であることを示している。

以上の結果から考えて、Si添加浴の場合に試料表面に合金層が生成する機構は、本実験の範囲内において次の様に定性的に考えられる。すなわち、Fe片をAl浴に浸漬すると、その表面に薄い合金層が生成するが、以後はAlの内方拡散によってこの層の肥大化が行なわれる。一方この合金層は浴との境界面で溶解する。そしてこの付近で飽和融体が形成されると、この部分からAl融体へのFe原子の拡散によって以後の溶解が制御されることにならう。従って、



第4図 Al単味浴において生成すると考えられる合金層厚および溶解したと考えられる合金層厚



第5図 合金浴中において生成すると考えられる合金層厚および溶解したと考えられる合金層厚

合金層厚の変化 (dD/dt) は、固体内での合金層の生成速度 (dD_0/dt) およびこの合金層の溶解速度 (dD_s/dt) が温度、時間によって相互にいかに変化するかにによって決定されるものと解釈される。先の第3図に見られる第1期での合金層の厚さは、律速因子である合金層生成速度による内層と飽和融体(外層)の固着したものであり、ついで第2期においては、むしろ合金が浴中に溶解する速度が律速因子となり、拡散合金層の肥大化が著しくなったものと解される。従って、Si 添加浴の効果は合金層の浴中溶解速度を加速する効果が主であると考えられる。もしこの溶解速度が遅緩される場合には、すなわち第2期の長時間浸漬においては、たとえ Si 添加浴でも鋸歯状合金層の発生が考えられる。あるいはまた、写真9-a; 9-bに見られるごとく、合金層溶解表面に何か障害物が存在するときにはその溶解がおくれ、素地の突出が見られるばかりでなく、鉄素地中に合金層が鋸歯状に生成していることから上記の推論が妥当であると思われる。

かかる見地からすれば、Si 添加浴によって合金層厚さが非常に少ないことが理解出来、また、鋸歯状合金層の生成が困難である根拠も一部はそこにあると思われる。

なお Si 添加浴が合金層の溶解速度を大にする事実に関してはただいまの所充分なデータ

がないが、この場合の浴の共晶温度が Al の融点よりも低いこと (約 83°C)¹⁹⁾、さらにこの浴に Fe の溶解することによって一層その共晶点が降下し、これがため、その粘性抵抗を一層降下するの役に立っていると考えられる²⁰⁾。

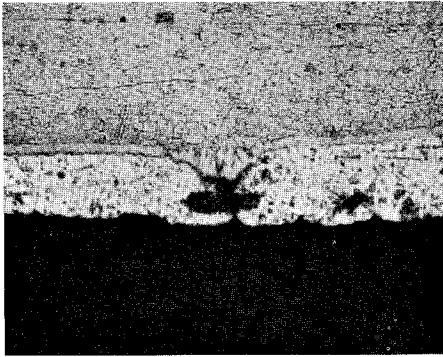


写真 9-a. フープ材, 合金浴, 703°C ,
240 sec 障害物が素地附近にある場
合の様相を示す。 $\times 120$

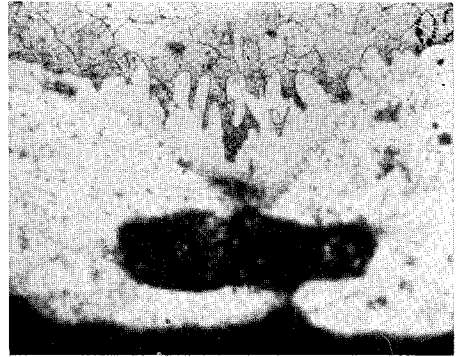


写真 9-b. 写真 9-a の拡大 $\times 430$

以上のごとく、実測される合金層厚の時間変化は各種過程の総合結果であり、理論的考察においては、内外両層の組成を決定することはもちろん、これら個々の現象を一層鮮明にする必要があり、これに関しては次の機会にゆずりたい。

5. 結 言

フープ材 (軟鋼板) を使用し Al 単味浴または合金浴 (約 3.2% Si) 中に浸漬した場合、その表面に生成する合金層の時間的変化を各浸漬温度について測定し、またその組織を検討した結果を要約すると次のごとくである:

1. いわゆる合金層の生成は、各浸漬温度において、いずれも浸漬時間に対して直線的関係 (両軸対数表現) にあり (過渡現象の範囲を除く)、長時間ほど肥大化を示す。ただし、Si 添加浴の場合には浴中に溶解する合金層の速度が Al 単味浴の場合よりもはるかに大であるため、合金層の厚さが少なく示される結果となる。
2. いわゆる合金層と見られるものは内外二層より成り、内層は構成原子の拡散のみによって生じた合金層であり、一方外層は一度浴中に溶解した合金層が再び引上げの際に固着したものであると考えることが出来る。
3. 従って、Si 添加浴により合金層が薄く、しかもこれに鋸歯部分が認められない事実は、合金層の溶解速度が Al 単味浴におけるよりもはるかに大であることによるものであると解される。

終りに本研究は、文部省科学試験研究費の一部によって行なったものであることを附記す

ると共に、本研究の実際的的操作において心からの援助を示された工学士富士昭一君に深く感謝する。

(昭和36年5月1日受理)

文 献

- 1) Stroup, P. T. and Purdy, G. A.: Metal Progress, **57**, 59 (1950)
- 2) 小川芳樹篇: 金属表面处理, 第5版, 205-210頁, (興学館, 1960)
- 3) 嵯峨, 宮川: 日本金展学会誌, **19**, 578 (1955); **20**, 121 (1956)
- 4) 多賀谷, 伊佐: 金属表面技術, **6**, 8 (1955)
- 5) 多賀谷, 伊佐, 宮瀬, 村瀬; 同上, **7**, 13 (1956)
- 6) 野田: 同上, **9**, 45 (1958)
- 7) 嵯峨, 安井: 同上, **8**, 5 (1957)
- 8) 嵯峨, 安井: 日本金属学会誌, **20**, 548 (1956)
- 9) 上田: 金属表面技術, **9**, 52 (1958)
- 10) 1) 参照, その他 Gitting, D. O., Rowland, D. H. and Mack, J. O.: Trans. A.S.M. **43**, 587 (1951)
- 11) 上田: 金属表面技術, **9**, 47 (1958)
- 12) 嵯峨, 安井: 日本金属学会誌, **21**, 114 (1957)
- 13) 多賀谷, 伊佐, 康: 金属表面技術, **9**, 41 (1958)
- 14) 嵯峨, 佐藤: 日本金属学会誌, **21**, 110 (1957)
- 15) Macknowiac, J. and Shreir, L. L.: Acta Met. **4**, 556 (1952)
- 16) Scheil, E.: Z. Metallk., **27**, 76 (1936)
- 17) 嵯峨, 宮川: 日本金属学会第40回講演会 (1957)
- 18) 森氷, 加藤: 日本金属学会誌, **19**, 578 (1955)
- 19) 武田, 六崎: 鉄と鋼, **26**, 335 (1940)



チオアセトアミドによる銀の電位差滴定

柏木民次郎・太刀川哲平

Potentiometric Titration of Silver by use of Thioacetamide.

Tamijiro Kashiwagi and Tetsuhei Tachikawa

Abstract

The silver, in alkaline solution as the thiosulfate complex, was titrated potentiometrically with thioacetamide solution by use of three bimetallic electrode couples; platinum-silver sulfide, platinum-palladium, and platinum-nickel. The titration curves were drawn and the values of potential change at the end point ($\Delta E/\Delta V$) were measured. The effects of alkalinity and thiosulfate concentration on them were also investigated.

Platinum-silver sulfide and platinum-nickel electrode couples show the titration curves having a peak, while platinum-palladium electrode couple gives rise to S-shaped titration curves. For the former two electrode couples, the potential at the end point decreases, while for the latter it increases. The values of potential change at the end point tend to decrease as the alkalinity of solution and the addition of thiosulfate solution increase.

Samples containing over 40 mg of silver per 60 ml, in 1 N sodium hydroxide solution, can be titrated directly by this method.

I 緒 言

チオアセトアミドは定性分析の硫化水素の発生源として用いられ¹⁾, また, 各種金属の分離のための硫化物イオン源²⁾として最近重要性を増して来ている。Swift および Butler³⁾ はチオアセトアミドにより各種金属の硫化物の沈殿に関して研究をおこなっている。また, Bowersox⁴⁾ および Butler⁵⁾ らは鉛, カドミウム, ニッケルなど金属とチオアセトアミド間の反応機構, 反応速度について研究をおこない, 塩酸溶液中のチオアセトアミド溶液の加水分解反応はチオグループの加水分解が優先し, アミドグループの加水分解速度は分光分析法では測定出来ない位非常に緩慢であり, 一方, 酸性ソーダ溶液中ではアミドグループの加水分解が優先するとのべている。また, 最近, Bush ら⁶⁾ はチオアセトアミドを滴定溶液とし, 銀をチオ硫酸錯塩の形にしてアルカリ性溶液中で硫化銀一飽和甘コウ電極の組合わせを用いて電位差滴定法により定量している。しかし, 双金属電極を用いて電位差滴定法をおこなった報告はほとんど見当たらない。従って, 本報においては 3 組合わせの双金属電極すなわち, 白金—ニッケル, 白金—パラジウムおよび白金硫化銀電極を用い, 銀をチオ硫酸錯塩として 0.1~3 N 水酸化ナトリウム溶液中で

電位差滴定をおこない、各組合わせの滴定曲線ならびに終点における電位変化($\Delta E/\Delta V$)を求めかつ、アルカリ性度およびチオ硫酸ナトリウム添加量のそれらに対する影響について比較検討し、知見をえたので報告する。

II 実 験

II.1 試 薬

a) 緩衝溶液, pH 5

0.1 M 重フタル酸カリウム溶液と 0.05 M 第三リン酸ナトリウム溶液を 50:24 部 (容量) の割合で混合し、さらに、粉末にしたチモールを 1ℓ に対して 0.5 g 加えた。

b) チオアセトアミド溶液

0.2 N チオアセトアミド溶液は特級試薬チオアセトアミド (CH_3CSNH_2 , 東京化成工業) 7.6 g を緩衝液 (pH 5) 1ℓ にとかした。また、0.01 N 溶液は 0.2 N チオアセトアミド溶液 50 ml を緩衝溶液により 1ℓ に希釈、調製した。なお標定は d) の銀試料溶液により直接おこなった。0.2 N チオアセトアミド溶液は 7 日後では力価はほとんど変わらず、50 日後で 0.5% おちた。

c) 24% チオ硫酸ナトリウム溶液

特級試薬チオ硫酸ナトリウム ($\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) 240 g を水にとかし、1ℓ に希釈した。

d) 銀試料溶液

銀試料溶液は特級試薬硝酸銀より作り、常法のように、0.1 N および N 硝酸銀溶液を調製した。

II.2 電 極

本実験に使用した電極の寸法はつぎのとおりである。

白金: 0.9 mm × 15 mm, パラジウム: 0.3 mm × 8 mm, ニッケル: 0.5 mm × 1 mm, 硫化銀: 1.4 mm × 17 mm (ただし、直径 × 長さ)。

なお、硫化銀電極はエメリー研磨紙 0/6 で銀電極をよくみがき、ベンゼンで洗い、約 20% 硫化ナトリウム溶液に 3 ~ 5 分間入れ、その後よく水洗してから使用した。

また、硫化銀電極をのぞき、ほかの電極は滴定のつどエメリー研磨紙 0/6 でみがき、ベンゼンで洗い、口紙でふきとった。

II.3 装 置

島津 K-2 型精密級電位差計

II.4 電位測定要領

銀試料溶液 5 ml を正確に 200 ml ビーカーにはかりとり、これに 24% チオ硫酸ナトリウム溶液 5 ~ 20 ml を加え、さらに、水酸化ナトリウム溶液 35 ~ 50 ml を加えて全量が 6 ml になるように調製した。この溶液にあらかじめ処理した電極系を入れ、電位の安定をまってから島

津 K-2 型電位差計を用いて、最初 0.5 ml 滴下ごとに、終点付近においては 0.02 ml きざに電位を測定した。

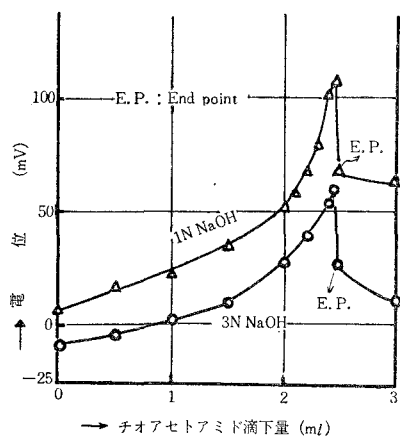
III 実験結果

III.1 滴定曲線

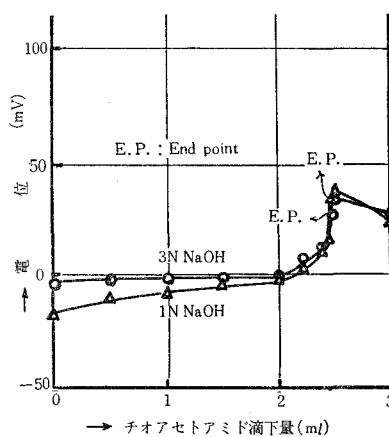
滴定曲線は 0.2 N チオアセトアミド溶液で 0.1 N 銀試料溶液 (錯塩として) を滴定、また、0.01 N チオアセトアミド溶液で同様 0.01 N 銀試料溶液を滴定して求めた。しかし、後者の場合、明確な終点における電位変化がなく、十分な結果がえられなかったので、0.2 N チオアセトアミド溶液の滴定曲線についてのみ述べる。

3 組合せの示す電位は各滴定ごとに滴定開始前後において数 mV ~ 20 mV 程度の相違はあった。しかし、滴定曲線はそれぞれの電位の差に応じ、再現性があった。滴定曲線の横軸はチオアセトアミド溶液の滴下量、縦軸は電位 (mV) を示す。なお、電位が正側の場合は 3 組合せ、いずれも白金が電位差計に対して + (プラス) 側に接続され、逆に負側の電位は白金が - (マイナス) 側に接続されていることを意味する。

つぎに白金-ニッケル、白金-パラジウムおよび白金-硫化銀電極の 3 組合せの滴定曲線を第 1, 2 図および第 3 図に示す。なお、図において各組合せいずれも銀試料溶液 5 ml にチオ硫酸ナトリウム溶液 5 ml を加え、さらに 1 N および 3 N 水酸化ナトリウム溶液を加えた場合の曲線を示した。



第 1 図 Pt-Ni 滴定曲線



第 2 図 Pt-Pd 滴定曲線

第 1 図の示すように、白金-ニッケル極組合せの滴定曲線はピーク型になり、終点前までチオアセトアミド溶液の滴下量増加とともに電位は上昇し、終点において電位の急激な降下があった。また、1 N 水酸化ナトリウム溶液添加の場合と 3 N 水酸化ナトリウム溶液添加の場合との電位の動きを見ると、後者の方が低い値を示した。すなわち、アルカリ性度の増加とともに

に電位は低い方向にずれる。また、チオ硫酸ナトリウム溶液の添加量増加とともに電位は高い方向にずれる。ただし、滴定曲線の形は同じである。

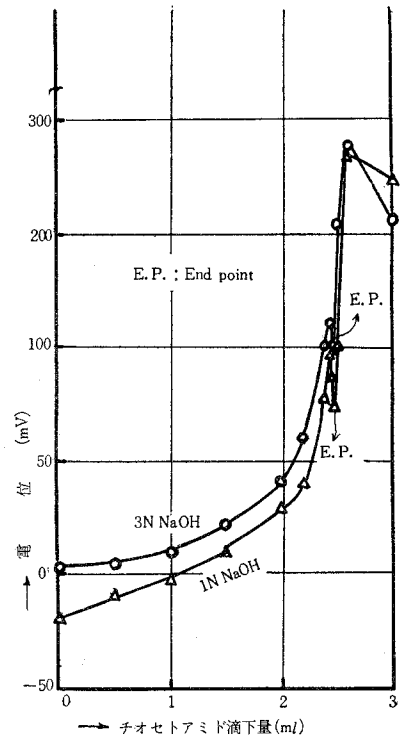
白金-パラジウム極組合せは第2図に示すように、典型的なS字形曲線とまでは云えないが、ほぼこの形になった。すなわち、チオアセトアミド溶液滴下量増加とともに電位は徐々に増加し、終点においてやや急激な電位上昇があった。終点後は電位は降下した。また、1N水酸化ナトリウム溶液添加の場合の電位と3N水酸化ナトリウム溶液添加の場合のそれと比較すると、白金-ニッケル極組合せとは逆にアルカリ性度が高くなるにつれて高い方に動いた。チオ硫酸ナトリウム溶液添加の場合は前と同様、その添加量増加とともに高い方向にずれた。

白金-硫化銀極組合せの滴定曲線は第3図の示すように、ピーク型になった。しかし、白金-ニッケル極組合せとは多少傾向を異にしていた。すなわち、チオアセトアミド溶液滴下量増加とともに電位は上昇し、終点においてはやや急激な電位降下を示した。ここまでは白金-ニッケル極組合せと電位あるいは曲線勾配は差があるが同じ傾向である。しかし、終点后、さらに0.02 ml滴加すると急激な電位上昇を示し、再び降下した。Bushら⁷⁾が飽和甘コウ電極-硫化銀電極の組合せを用いておこなった実験によると、滴定曲線は典型的なS字形を示している。従って、何故本実験の場合、このように終点附近において異常が起きたか、この原因については分っていない。今後さらに検討を加えたい。

また、アルカリ性度およびチオ硫酸ナトリウム溶液添加量増加につれて電位は高い方向にずれた。たとえば、1N水酸化ナトリウム溶液の場合、チオ硫酸ナトリウム溶液添加量5, 10 mlおよび20 mlに対し、滴定開始前のこの組合せの示す電位はほぼ-0.02 V, 0.02 Vおよび0.1 Vであった。

III.2 終点における電位変化の大きさ

白金-ニッケル、白金-パラジウムおよび白金-硫化銀極の3組合せの終点における電位変化の大きさ($\Delta E/\Delta V$)を第1表に示す。III.1の項で述べたように、0.01Nチオアセトアミド溶液による滴定および0.1N水酸化ナトリウム溶液添加の場合、明確な終点が求められなかったので、0.2Nチオアセトアミド溶液により1Nおよび3N水酸化ナトリウム溶液中へチ



第3図 Pt-AgS 滴定曲線

チオ硫酸ナトリウム溶液 5, 10 および 20 ml 添加, 滴定してえられた値のみを示す。

第 1 表 終点における電位変化 ($\Delta E/\Delta V$, mV, $\Delta V: 0.02 \text{ ml}$)

NaOH の濃度	Na ₂ S ₂ O ₃ 添加量	極 名		
		白金—ニッケル	白金—パラジウム	白金—硫化銀
1 N	5	20~30	10~20	10~20
	10	20~30	10~20	10前後
	20	20~30	10~15	5~10
3 N	5	20~30	10~15	10~15
	10	20~30	10前後	5~10
	20	20~30	10前後	5~10

第 1 表から分るように, 1 N 水酸化ナトリウム溶液中の終点における電位変化と 3 N 水酸化ナトリウム溶液中のそれと比較すると, 白金—ニッケル極組合せはほとんどその大ききには差がないが, ほかの 2 組合せは後者の方の $\Delta E/\Delta V$ の値が小さくなるようである。すなわち, 水酸化ナトリウムの濃度の増加にともない, 各組合せの終点における $\Delta E/\Delta V$ の値は小さくなる。また, チオ硫酸ナトリウム溶液添加量と終点における $\Delta E/\Delta V$ の値との関係は水酸化ナトリウム溶液の濃度と $\Delta E/\Delta V$ との関係と同じであった。

終点において, 白金—ニッケル極および白金—硫化銀極の 2 組合せは電位降下し, 白金—パラジウム極組合せは電位上昇を示した。3 組合せの終点における電位変化の大ききより白金—ニッケルがよく, ほかの 2 組合せがこれについだ。しかし, 白金—硫化銀極組合せは滴定曲線より分るように, 多少傾向を異にしていた。すなわち, 終点においては第 1 表のような大ききの電位変化を示したが, つぎに 1 滴 (本実験の場合, 0.02 ml) 滴加すると, 電位は 40~80 mV 程度上昇した。従って, 約 1% の終点の遅れの所を終点とすると, この組合せが一番優れていることになる。また, この組合せは滴定中溶液と比較的早く平衡状態に達するので注意を要する。さらに, 長期間使用している間に極表面がいたみ終点が見にくくなって来るため, その時は電極表面を再研磨し, 前述のような要領で製作するとよい。

この実験に使用した 3 組合せのほか, 白金—金, 白金—タングステンおよび白金—タンタル極の 3 組合せを用いて, 実験をおこなったが, 満足すべき結果がえられなかった。しかし, 白金—タンタル極組合せは終点近傍において電位が週期的に変動し, 非常に不安定であった。

IV 結 言

本実験によりえられた結果を要約するとつぎのとおりである。

(1) 0.1 N および 0.01 N 銀試料溶液を 0.2 N および 0.01 N チオアセトアミド溶液でそれぞれ滴定をおこなったところ、0.01 N 銀試料溶液滴定の場合、3 組合わせいずれも明確な終点がえられず、不満足であった。

(2) 水酸化ナトリウム溶液の濃度は 0.1 N の場合は滴定不可能であり、従って、1 N~3 N 水酸化ナトリウム溶液の濃度がよい。

(3) 滴定曲線の形は白金—ニッケルおよび白金—硫化銀極組合わせはピーク形、白金—パラジウム極組合わせはほぼ S 字形になった。

(4) 終点において白金—ニッケルおよび白金—硫化銀極組合わせは電位降下し、一方、白金—パラジウム極組合わせは電位上昇を示した。また、終点における電位変化 ($\Delta E/\Delta V$) の大きさは白金—ニッケル極組合わせがよく、白金—硫化銀極および白金—パラジウム極組合わせがこれについだ。しかし、白金—硫化銀極組合わせの場合、終点直後の急激な電位上昇点を終点とすれば (従って、ほかの組合わせにより求められた終点より 1% ずれる)、この組合わせがすぐれている。

(5) アルカリ性度およびチオ硫酸ナトリウム溶液添加量増加にともない終点における電位変化の大きさは小さくなる傾向を示した。

(6) 3 組合わせの双金属電極すなわち、白金—ニッケル、白金—パラジウムおよび白金—硫化銀極を用いた電位差滴定により 1 N 水酸化ナトリウム溶液中でチオ硫酸錯塩として銀 40 mg 以上/60 ml を定量することができる。

(昭和 35 年 10 月 4 日 日本金属学会秋期大会において講演)

(昭和 36 年 4 月 27 日受理)

文 献

- 1) Leo Lehrman and Paul Schneider: *Chem. Educ.*, **32**, 474 (1955)
- 2) Barber, H. H. and Grzeskowiak, E.: *Anal. Chem.*, **21**, 192 (1949)
- 3) Swift, E. H. and Butler, E. A.: *Anal. Chem.*, **28**, 146 (1956)
- 4) Bowersox, D. F. and Swift, E. H.: *Anal. Chem.*, **30**, 1289 (1958)
- 5) Butler, E. A., Peters, D. G. and Swift, E. H.: *Anal. Chem.*, **30**, 1379 (1958)
- 6) Bush, D. G., Zuehlke, C. W. and Ballard, A. E.: *Anal. Chem.*, **31**, 1368 (1959)
- 7) Bush, D. G., Zuehlke, C. W. and Ballard, A. E.: *Anal. Chem.*, **31**, 1369 (1959)

高炉ライニングの溶食・変形原因に関する研究 (第3報)

解体高炉のシャフト下部および炉腹部レンガの損傷について

田 中 章 彦

On the Cause of the Errosion and Deformation of the Blast Furnace Lining (III)

Some Observations of the Lining of the Under-part of the
Shaft and Belly Part in the Blown-out Blast Furnace

Akihiko Tanaka

Abstract

As for the errosion and deformation of the blown-out blast furnace lining, the present writer made some observations and examinations by means of the microscopic method, chemical analysis, and others, and published some of these results in the second paper of this report. In this paper, he has published the result concerning the under-part of the shaft and belly part.

The lining in these parts was consumed by the numerous and complicated causes. He studied these causes and arrived at the following conclusion:—

(1) The damage of the lining in these parts was caused by the errosion due to pottasium, sodium, and other elements in the high temperature zone and internal collapse due to the unhomoginity of the distribution of deposited carbon, and alkali-compounds. In most cases the latter cause was more significant.

(2) The mechanism of the errosion by alkali and other elements in the under-part of the shaft and belly part was the same as that in the upper-part of the shaft, although in the former case, the velocity of the reaction was faster and the tendency of the glassification was more distinctive. However, in these parts, the glassification in the junction between the bricks was made during the early stage of the furnace operation, and the permeation of the furnace gas into the lining was little. Accordingly, the outside bricks kept the comparatively sound state.

(3) Because of the small variation of temperature in these parts of the furnace, the distribution of the deposited or formed constituents tended to concentrate comparatively in the local part, and formed the very distinctive brittlized layer. It strengthened a tendency for the break-down of the lining.

(4) The tendency for the sheering rapture of the lining in the belly part as discribed in the first paper of this report was seen in this furnace, which resulted in forming the laxation of the joints between bricks, and influenced the distribution of the permeated constituent.

I. 緒 説

製鉄用高炉がそのライニングの消耗により吹卸される諸因のうち、シャフト下部および炉腹部のレンガ積の食損およびこれにもとづくガス洩れ等の障害が統計的にきわめて多いことは

英国の高炉耐火物委員会による共同研究¹⁾によっても例示されるごとくである。わが国においても、各製鉄会社の報告も多くこの部分のはげしいレンガ積の食損を報じている。

このシャフト下部および炉腹部のレンガ積の食損の原因ならびに対策に関する研究は、従来各社において高炉解体の都度おこなわれる調査とあわせて、いろいろな角度からの実験室の研究が多くおこなわれて来た。特にこの主因とみなされるライニング内の炭素の析出に関する P. P. Das & B. Chatterjee²⁾, W. R. Davis & G. R. Pigby³⁾, Frik Högberg & Sven Heden⁴⁾, アルカリの溶食に関する S. E. Mc Cune, T. P. Greaney, W. C. Allen & R. B. Snow⁵⁾, 亜鉛, チタン, 鉄その他の元素の影響についての H. M. Richardson & G. R. Rigby⁶⁾, K. G. Skinner, W. H. Cook & R. A. Potter⁷⁾, A. Muan⁸⁾, および溶食全般に関する H. M. Kraner⁹⁾, 杉浦・黒田¹⁰⁾, 兎玉・宮武・中村・加瀬¹¹⁾, 等の各氏の研究はきわめて興味があり、最近のこの分野における研究の進歩をものがたるものである。しかしながら著者が前報^{12), 13)}において指摘したごとく、この原因はきわめて複雑多岐であり、一つの障害が他の障害を誘発する場合が多く、したがって高炉の操業条件に多分に支配されるので、現在までの研究成果がかならずしも充分であるといふことができない。特に最近では世界的な鉄鋼需要の増大にともない、高炉の大型化、高圧送風、酸素富化送風等の採用など、高炉の設計および作業条件がいちじるしく変化しつつある。これに対応して、この面からのこの部分のライニングの溶食原因に関する問題は、今日改めて従来の研究を基礎として検討を必要とする。

著者はさきに富士製鉄株式会社室蘭製鉄所第1次第2高炉について一応の研究を完了し、その成果を発表した^{14), 15)}。つづいて第2次第2高炉、第2次第1高炉の2基の炉について現在詳細なる調査研究を継続中である。第2報¹²⁾には前者のシャフト上部のライニングの損傷原因について報告した。今回はこれにつづく同炉のシャフト下部および炉腹部のライニングについての調査結果ならびにこの消耗原因について考察することとする。

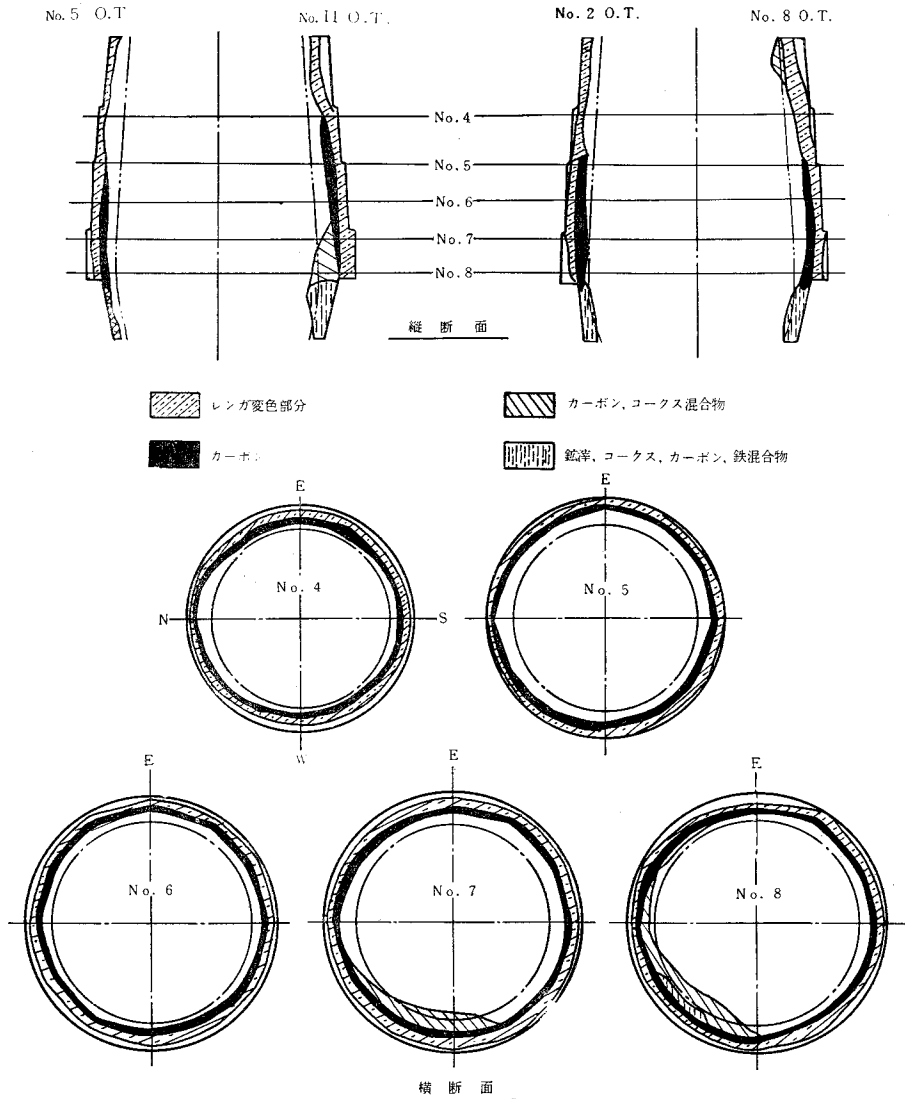
なお本調査をおこなった第2次第2高炉の操業経過、成績、解体時の状況等の資料については既に同社技師中島、田山両氏による詳細なる報告¹⁶⁾があるので今回はこれを省略する。

II. 研究方法, 結果およびその考察

1. 試料とその採取

本炉のシャフト下部および炉腹部に用いたレンガはともに八幡製鉄所製耐火粘土レンガであり、その原料配合、物理的性質、耐火度などの諸資料もまた未使用のレンガ片も現在保存されてなく、その品質については一切不明である。したがって比較的外見上変化をうけていないライニングの一部から採取した試料よりこれを推測する他はない。

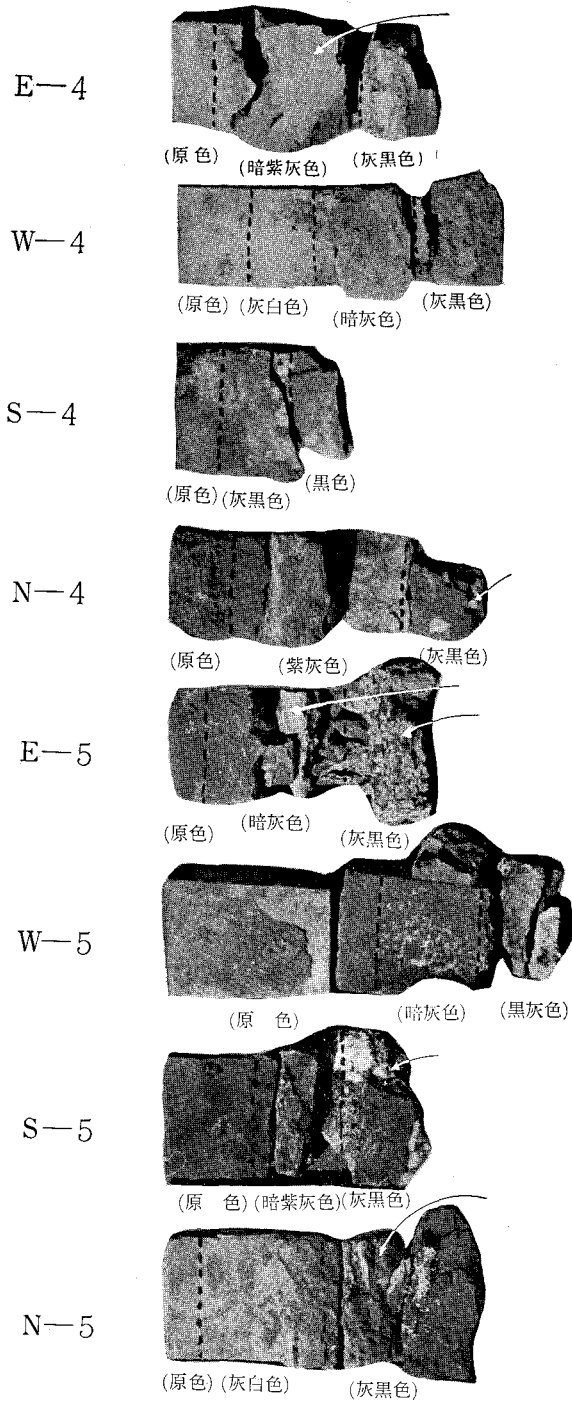
試験試料は第1図に示すごとく、シャフト下部より No. 4, 5, 6 の3水準、炉腹部より No. 7, 8 の2水準、計5水準について東西南北4方向総計20の採取位置を選び、炉内側すなわち高



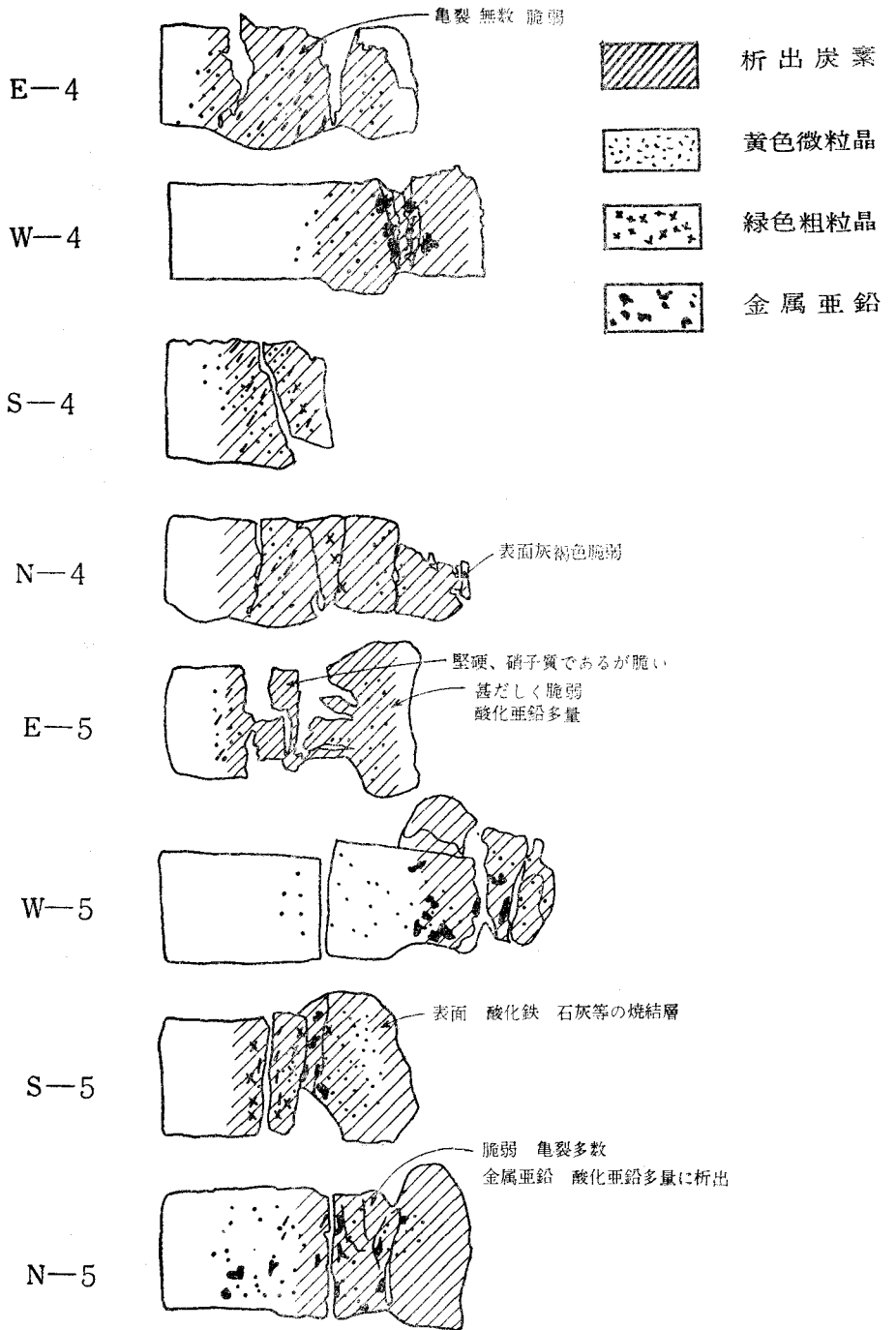
第1図 第2次第2高炉溶食状態図
附 試料採取位置

熱面より炉外側までとおしてそれぞれ数個ずつのレンガを採取した。これらの試料は第1, 2報とまったく同じ方法で番号を付した。たとえば西方向の第4水準の一系のレンガのうち、炉外側より炉内側にむかって25 cmの位置より採取した試片はN-4-25のごとく表わし、これを試料番号とした。ほかに炉内付着物、析出物、メチ等の試料をも多数採取したがこれは特に番号を付けることなく、本文において必要の都度明示することとする。

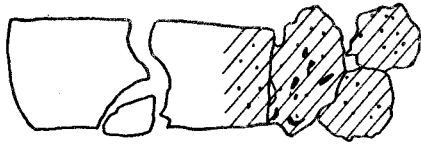
なお第2図の各写真は採取した諸試料の外見を示す。



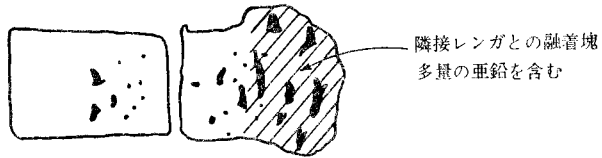
第2図 採取試料の肉眼的観察



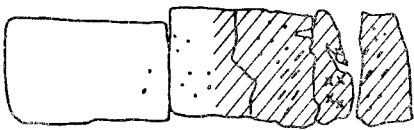
E-6



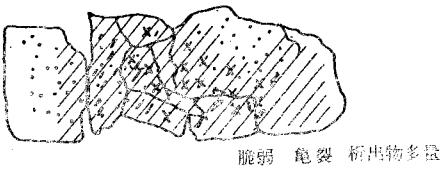
W-6



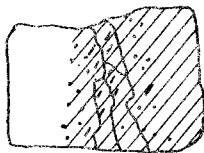
S-6



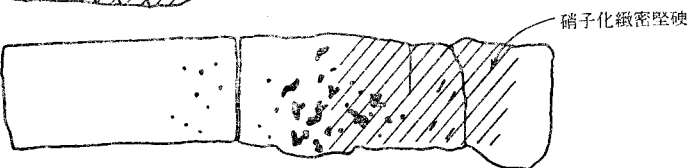
N-6



E-7



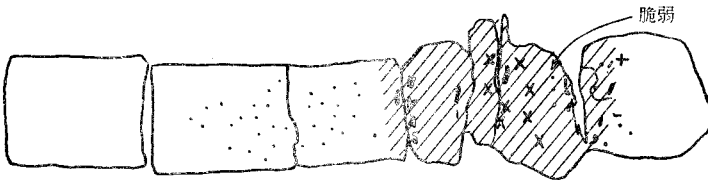
W-7

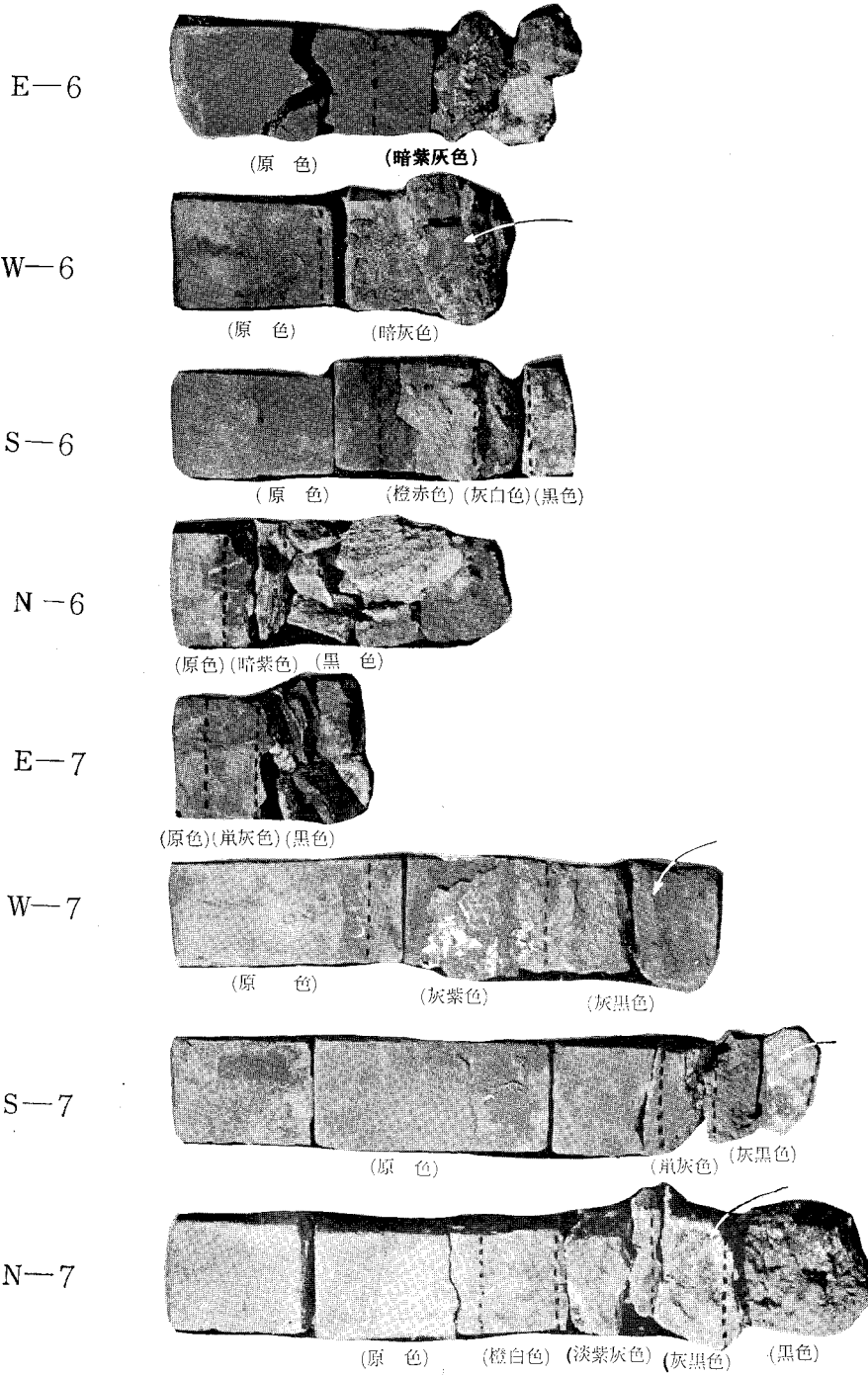


S-7

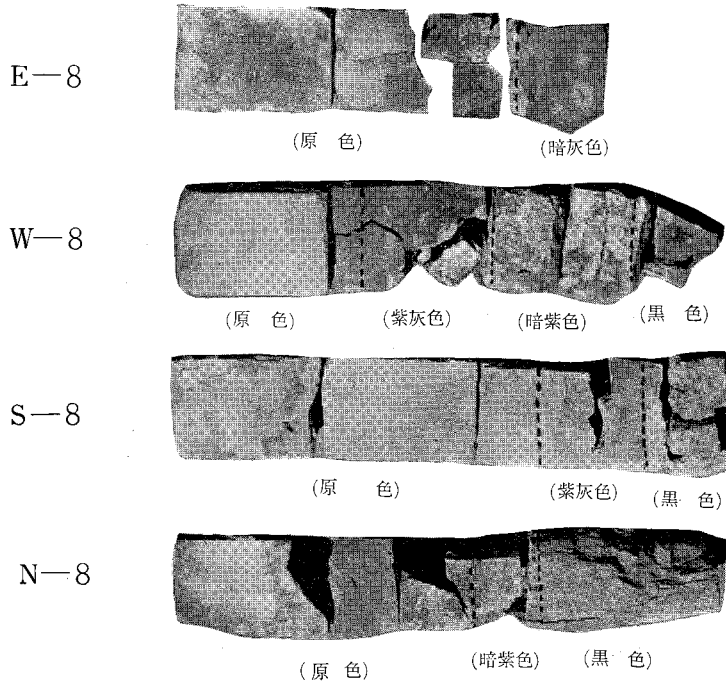


N-7





第2図-続 採取試料の肉眼的観察



第2図-続 採取試料の肉眼的観察

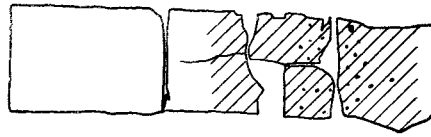
2. 試料の肉眼的観察

採取した試料について、著者はあらかじめレンガの変質状況、メチの性状密着度、析出物の種類分布状況、亀裂の有無方向などについて詳細な肉眼的観察をおこなった。レンガの変質程度を大略示す破断面の色は第2図の各試料の写真の下に、析出物の分布、レンガの崩壊状況、亀裂の主なるものは同図に付した透視紙に簡略に示した。

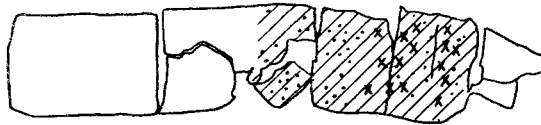
シャフト下部および炉腹部のライニングは一般に激しい侵食をうけ、シャフト受の No. 8 試料以外は残存しているレンガわづか1乃至1枚半程度である。かつまた残留レンガも高熱面からの溶食と内部における炭素、亜鉛化合物の析出がひどく、さらに内外の温度差および成分の不均一にもとづく亀裂の生成により変質脆化している。

前報¹²⁾においてシャフト上部のレンガの変質状況を観察し、著者が便宜上命名した(1)未変質層、(2)中性雰囲気層、(3)還元性雰囲気層、(4)ガラス質層、(5)高熱表面層の順に比較的規則的に各々特徴ある性質をもつ層が配列していることを述べたが、シャフト下部および炉腹部では炉外側より5~10 cm程度の未変質層およびこれにつづく、少しく還元褪色した淡灰色乃至淡紫灰色を呈する中性雰囲気層の一部をみとめ得る程度で、これより炉内側の各層の配列状況は肉眼的観察のみをもってしても不規則かつ複雑である。シャフト下部ライニングのさらされた

E-8



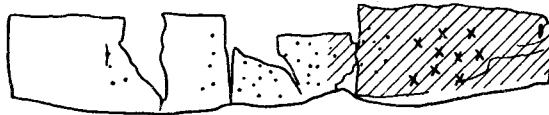
W-8



S-8



N-8



雰囲気はシャフト上部より勿論温度は高く、ガス成分に若干の変化があるにしても本質的な相違があるわけではない。したがって炉の操業初期におけるライニングの侵食の経過も上部の場合と類似しており、前報同様の各変質層が生成したものと推定される。かくして一次的に生成した各変質層のうち前報において指摘したごとく、還元性雰囲気層は特に脆弱であり、炉内側の各層はこの部分よりわづかな衝撃または熱応力により崩落する傾向にある。この第一次の崩落後残留した各層は崩落前の溶食歴を保有するとともに、また新たな前よりも高温でかつ還元性の強いガス雰囲気に直接さらされることとなり、その溶食変化および生成層は崩落前の第一次の変化層にくらべて相当に複雑となる。さらに第2次第3次とそれぞれの脆化層よりの崩落がかさなるにしたがい、各層は数次の異なった条件のもとでの雰囲気にさらされ、その結果生成する変質層は各々の溶食履歴にしたがって複雑多様な変質層を形成するものと考えられる。

レンガ内およびメヂ、レンガ間の空隙、亀裂内の析出物の分布もしたがってシャフト上部のごとく規則的ではない。析出物の大部分は炭素と酸化亜鉛であり、酸化亜鉛は炉外側より白色粉状、黄色細粒、緑色粗粒乃至柱状の各晶態をなしておおよそ配列されているが、所により大きく不連続な分布を示すことがある。また上述のごとく溶食履歴が複雑なため時に異常な晶状を呈することが認められる。これらは晶出後熱的、化学的二次変化をうけた形跡もいちじるしく、X線分析によりジンコフェライト、ジंकシリケートの生成が認められる。金属亜鉛は粒状、板状、樹枝状をなし、シャフト上部に比べてその量も多く、レンガ1,2枚間のメヂ付近まで浸透析出している。一般にレンガ高熱面付近のガラス化は著しく緻密硬質な組織を呈しているが、崩落直後の部分は脆化層がそのまま露出し高熱表面層、ガラス質層をかいている。また、脆化層が融着し、亜鉛、酸化亜鉛等の析出物が脈状をなしてガラス質層中に存在し、亀裂の融着のあとを示す組織もしばしば見られる。水冷をほどこしてある炉腹部はレンガ内部に特に伝熱方向に直角な多数の微細な亀裂を有する部分があり、炭素、酸化亜鉛の析出がいちじるしく、また時に潮解性を有し放置されてあった試料は湿潤している。

メヂは炉内側高熱面はシャフト上部にくらべて、強固に焼結ガラス化され、炉内ガスのメヂをとほしての滲透をふせいでいる。ただし炉腹部の水冷をうけた部分の炉外側のレンガ間のメヂは脆弱で、多くは乾燥した粉末となっている。

第1報¹⁰⁾において述べたレンガ積の膨張にもとづく炉腹部ライニングの持ちあがり現象と炉内装入物の荷重とによるレンガ積の屈曲剪断はこの炉では実測し得なかったが、横方向のメヂが約1~2 cm程にも弛み、この中に夥しい析出物を含む事実から、この原因による破壊の傾向も多分に認められる。

3. 化学分析

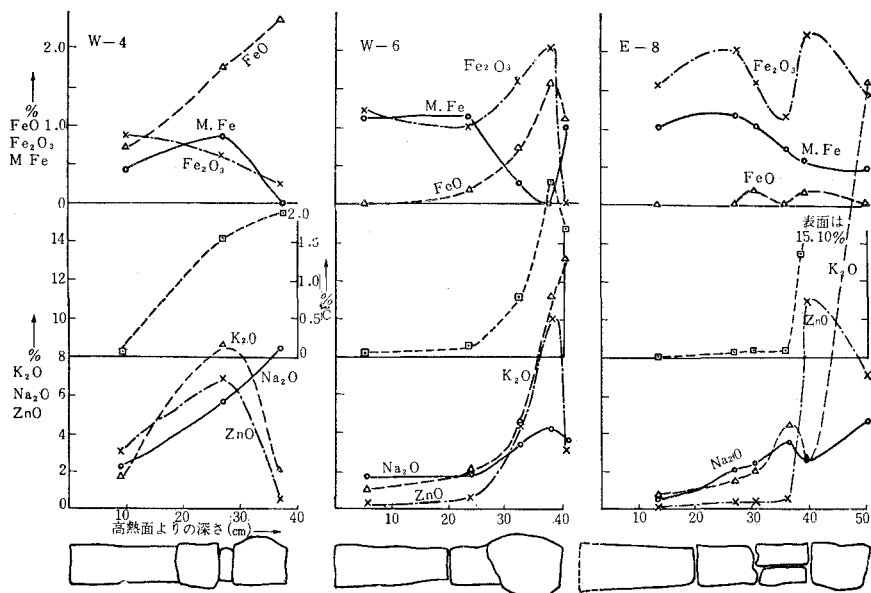
採取した各系列の試料より分析試料を適当に選出し、金属鉄、FeO、Fe₂O₃、K₂O、Na₂O、

ZnO, および全炭素量の各滲透・溶食成分について化学分析をおこない, それぞれの分布状態を調べた。これを各採取位置について各成分の分布曲線を求めた。この数例を第3図に示す。またこの曲線にあらわれた数値以外に特色ある分析値を示すと第1表のごとくである。

第1表 主要採取試料化学分析値

	M. Fe	FeO	Fe ₂ O ₃	ZnO	Na ₂ O	K ₂ O	T. C
E-4-2	1.00	0.184	1.23	0.38	1.46	1.48	0.05
E-4-23	0.859	1.84	0.614	6.34	5.43	8.33	1.69
S-4-16	Tr	2.63	1.02	12.76	2.67	5.03	0.99
N-4-S	1.15	1.84	Tr	5.96	1.99	3.26	0.07
E-5-9	0.859	0.553	1.02	1.80	1.46	1.93	0.13
W-5-32	1.00	0.368	0.819	0.34	2.73	5.78	0.49
S-5-21	Tr	2.95	Tr	11.46	1.91	4.16	1.16
E-7-8*	Tr	1.84	Tr	28.18	3.13	7.59	1.24
E-7-S**	0.286	1.47	0.409	5.37	5.48	17.30	2.29
E-7-S***	Tr	1.29	0.819	10.10	3.46	5.24	1.73
W-7-57	0.429	0.553	1.64	5.24	2.79	7.36	1.25
S-8-57*	Tr	1.66	1.64	8.42	4.67	1.41	14.60

註 * メヂ部, ** 高熱にさらされた表面層, *** 表面層の背部



第3図 介入成分の分布曲線例

これらの分析値は試料の採取位置付近の状況, 特にメヂとの接触面からの距離, 亀裂の方向分布, 付近の滲透成分の析出条件如何によりいちじるしく変動があり, かつまたシャフト下

部においては上部と比較して、その溶食履歴によりわづかな採取位置の移動が化学分析値に大きな影響をおよぼす場合が多く、試料採取位置の適否が大きな問題となるために、ここに得られた分布曲線をもってただちに溶食過程を論ずることは危険であるが、一応の考慮の基礎となし得るものと思う。

次に各滲透成分別にその挙動およびライニングの熔食におよぼす影響について考察することとする。

(i) 鉄の挙動

残存しているレンガ内の鉄の分布および酸化度は第3図に示すごとく数例によって見ることが出来る。他の滲透成分の多少により M. Fe, FeO, Fe₂O₃ の各分布曲線は著しく上下しているが、より数多くの試片において最終崩落後の推定経過期間、周辺の物理的状态、試料採取条件を考慮に入れて考えるとき、第2報でのべたシャフト上部における鉄の酸化度に関する著者の見解は、そのままシャフト下部においても説明し得ることがわかる。すなわち Fe₂O₃ は原則として炉外側が高く炉内側は著しく減ずる。FeO は逆の傾向を示す。ただし、高熱面の一部は装入物の鉱粉がレンガのガラス質層に溶入した亀裂、メヅ内において焼結し幾分 Fe₂O₃ が高く FeO が低い。E-8 の中間層において Fe₂O₃ が低く、ガラス質層において高い傾向を示すのは採取位置がシャフト受部という特殊な環境によるためであり、この部分の沈積炭素がきわめて多い事実とあわせて興味がある。またこの試料は採取後長期間保存したため、特に亀裂の多い部分、細粉化した部分、および潮解性を示す部分の含有鉄は相当に酸化し、一般に FeO は低く、Fe₂O₃ は高くあらわれているように思われる。M. Fe は通常炭素および金属亜鉛の析出部および高熱面において高い値を示す。

(ii) 炭素の析出

炭素は分析の結果、炉外側のレンガにおいても微量の析出がみとめられるが、中性雰囲気層付近において急激な上昇を示し、表面層のわづか内側において最高値に達し、高熱面においては逆に幾分降下する傾向を示している。ただし高熱面において最高値を示す部分も時にみとめられるが、これは崩落後あまり時日を経っていない部分と推定される。

炭素分析値と FeO の値とは割合によく比例し、またこれらの値の高い位置は通常小亀裂が多数に生成し、レンガはいちじるしく脆化している。これは炭素析出における FeO 触媒説を一応うらづけ得るものであるが、逆にレンガの脆弱部の多数の小亀裂内に炭素が析出し、レンガ内の Fe₂O₃ を還元する現象も認められ、これらの関係を量的に解析し結論することは現在のところ困難である。

(iii) 亜鉛の挙動

鉱石中の微量の亜鉛の蒸気は炉ガスにともないライニング内に滲透し、析出位置の雰囲気、温度に応じてそれぞれ酸化亜鉛、金属亜鉛稀に硫化亜鉛として析出する。酸化亜鉛はシャフト

上部の場合と同じく概して炉外側未変質層，中性雰囲気層に多く析出するが，還元性雰囲気層にも多く，またガラス質層にもガラスに溶封されて存在する。これは崩落前の溶食履歴を示すものと考えられる。金属亜鉛はきわめて還元性の高い気圏内で析出したものでその量の多少，析出位置付近のレンガの物理的状況如何により板状，樹枝状，粒状をなし，主としてメチおよび亀裂内に多量に存在する。硫化亜鉛は高熱面の一部，高熱面に近いメチ中および析出炭素にまざって微量がみつめられる。

レンガ中の亜鉛の分析は，その採取位置付近の亜鉛の存在量を代表するとき試料採取が実際上困難である。すなわち大粒の亜鉛の一粒を試料に入れるか入れぬかで分析値に大きな差ができ，部分的な偏差が大きい。したがって大粒の金属亜鉛はこれをとりのぞいて分析したため，実際には分析値よりはるかに高い亜鉛含量を示すものと考えられる。亜鉛の分布曲線において極度の起伏があるのは，シャフト上部にくらべてこの部分は金属亜鉛の量が多いことにもよるが，本質的にシャフト下部の亜鉛の分布は溶食履歴にもとづき複雑となっているものと見なすことができると思う。

(iv) アルカリ元素の挙動

分布曲線の多くが示すごとく， K_2O ， Na_2O は高熱面およびガラス質層において著しく上昇し，時に両者あわせて30%にも達する。両者中特に K_2O の影響はいちじるしくレンガをガラス化し，そのガラス中に溶けこむとともに，多様のレンガ-アルカリ溶食生成物を形成する。この生成物は炉ガス中の水蒸気と一部作用し含水生成物を作り，または時に潮解する現象もみとめられる。アルカリは又炉ガスにともないライニング内に深く滲透し，炭素とともに析出し一部レンガと作用するが，量的にはシャフト下部，炉腹部においては少ない。ただしレンガが脆化し，亀裂内に多量の炭素の沈積を見る箇所においては，相当に高い分析値を示すことがある。

4. 偏光顕微鏡による観察

20系列のレンガ中より適当に試料を選び薄片を製作し，偏光顕微鏡による観察をおこなった。主要組織の各採取位置による変化を表示したものが第2表である。表中A, B, C, Dなる記号は構成する諸相の量的関係を多少の順に示すものであるが，この判定の基準の詳細については前報¹²⁾と同様であるので省略する。ただこれらの記号は一つの相の多少を示すに過ぎぬもので異なった相間の量的比較の対象にはならない。

また，第4図は代表的な組織および特に興味ある組織の顕微鏡写真であり，これに簡略な説明を加えた。したがって本文には各試料の個々の観察結果の詳細な記述は省略し，総合的な傾向およびこれに対する著者の見解を記すこととする。

前述のごとく，シャフト下部および炉腹部に用いた八幡製耐火粘土レンガはシャフト上部の室蘭製レンガに比べて，大体同程度のものと推定される。一次ムライトは十分に細く発達し

ているが残存する石英が相当に多く、組織は全般的に不均質である。シャフト下部では炉外側の未変質層も使用中一時は相当の高温にさらされた形跡があり、一次ガラスが消失し一次ムライトが微細に縦横に発達している。石英は熱歪により粒子内に亀裂を生じ、亀裂面にそってガラス化もしくはクリストバライト化している。ガラスは酸化鉄をはらみ、やや褐色化し、粘土粒子を周縁からおかしつつある。これに対して炉腹部では、水冷により大きな熱変化はなく、未変化石英が多量に残存している。

メチはシャフト下部においては相当にガラス化が進行し、若干の析出物も見られ、十分に焼結され緻密強固な組織を呈しているが、炉腹部では水冷の影響により焼結されず、また組織に操業中に熱変化をうけた形跡は少く、多く脆弱で時に粉末状をなし、一見粘土物質が乾燥された程度に見える。未変質層においてもシャフト下部、炉腹部ともに組織内に炭素、酸化亜鉛、アルカリ化合物の析出およびこれらとレンガ物質との作用がわづかながら開始されている。したがってこれらの介入物のレンガの組織におよぼす影響については、成分別に以下論ずることとする。

(i) アルカリの作用

前報¹²⁾において詳述したアルカリのレンガにおよぼす作用は、シャフト下部および炉腹部においてもまったく同様の機構のもとにおこなわれると推定される。ただ上部に比べて高温のため、その反応速度がガラス内の拡散速度もいちじるしく早い。しかし一面において、高熱のために表面層およびメチ部が早期において半熔融焼結して、炉内ガスのライニング深部への滲透をさまたげるため、アルカリの作用は比較的高熱面近くにとどまり、ライニング深部に至るにしたがい急速に衰える。また炉腹部は K_2O とともに Na_2O の作用がまし、表面層に多量のアルバイトの析出を見る。

アルカリ化合物のレンガに対する作用は、シャフト下部および炉腹部においては次の過程をもっておこなわれるものと推定される。

1. レンガの細隙内に沈積したアルカリは周辺のガラスに溶解し、ガラスの融点を低下せしめ、このガラスが石英および粘土粒を周縁部より溶解し組織全体をガラス化する。

2. かくして生成したアルカリを多量に含むガラスより二次ムライトが再析出し、同時に残ったさらにこれによりアルカリの濃化したガラスはリュースサイト、ネフェリンに変化する。または種々の条件の相異により、カリオフィライト、アルバイト等の粘土質鉱物を晶出する。この間の体積変化はライニングの膨張、亀裂生成の原因となる。

3. アルカリを含むガラスおよびある種の含アルカリ粘土鉱物は水蒸気を吸収し、ゼオライト、セリサイト等の含水鉱物に転ずる。またときによりいちじるしく潮解性の生成物を形成し組織を分解脆化する。

4. シャフト下部および炉腹部では、これらのガラスおよび生成物がレンガ内の雰囲気、

第 2 表 顕微鏡観察によるレンガ組織の変化

	粘土粒内の組織および析出物				石英粒の状態				粒間または亀裂内の析出物				備 考					
	一次ガラス	一次ムライト	炭素	炭素サイト	シリサイト	オリサイト	エライト	カネフエライト	二次ガラス	二次ムライト	炭素	炭素サイト		シリサイト	オリサイト	セリサイト	フェライト	酸化鉄
E-4-8	B	B	D	D	B	B	C	C	B	C	C	C	C	C	C	C	D	D
E-4-23	D	D	B	B	C	A	B	D	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
W-4-9	B	B	A	C	C	C	C	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	B
W-4-9	B	B	A	C	C	C	C	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	B
W-4-16	B	B	A	C	C	C	C	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
W-4-20	C	C	B	C	C	C	C	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
W-4-22	C	C	B	C	C	C	C	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
W-4-22	C	C	B	C	C	C	C	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
W-4-25	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
W-4-31																		
W-4-33																		
W-4-S																		
S-4-11	B	B	C	C	D	B	B	C	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
S-4-S	D	D	A	D	B	A	B	D	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
N-4-S	—	—	D	D	A	A	B	A	A	B	C	D	A	A	C	D	—	D
N-4-S	D	D	C	—	A	C	A	B	A	B	C	C	C	C	C	C	—	D
E-5-9	D	C	A	A	C	D	B	B	C	C	D	D	B	B	C	C	C	D
S-5-13	B	A	D	D	C	C	C	D	C	C	D	C	C	C	C	C	C	D
S-5-16	B	B	C	D	C	B	C	D	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
S-5-21	B	B	B	D	C	B	C	D	B	B	C	C	C	C	C	C	C	D
S-5-21	C	C	B	D	C	B	A	B	D	B	C	D	B	B	C	C	C	D
S-5-25	C	D	A	C	B	B	A	B	C	B	D	D	B	B	C	C	C	D
S-5-S	—	—	A	D	B	B	A	C	C	B	D	D	B	B	C	C	C	D
S-5-S	—	—	A	D	B	B	A	C	C	B	D	D	B	B	C	C	C	D
E-6-S	—	—	B	C	A	B	A	B	D	C	D	D	B	B	C	C	C	D

周縁部
深部, エピドート微量

メヂ部

メヂ部

粒界不明瞭

粒界不明瞭

粒界不明瞭

金属亜鉛多量析出

粒界不明瞭

第 4 図 溶食をうけたレンガの顕微鏡写真 (×150)

平行ニコル

直交ニコル

写真 1 W-4-9

未変質層の組織 幾分ガラス化し微細な一次ムライトがよく発達 僅か炭素斑あり、石英粒子ガラス化消失し、その周辺にトリデマイト二次ムライト発達している。

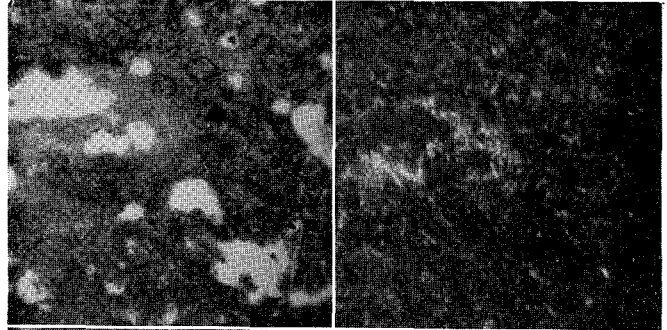


写真 2 W-4-16

粘土粒子内の二次ムライトの発達 周縁部より晶出し、中央部にガラスおよび炭素片を残している 粒子外は写真 1 に比べて著しく硝子化している。

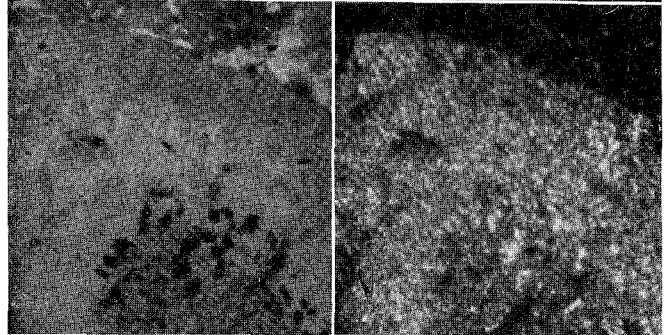


写真 3 E-4-23

ガラスの中に多量の炭素を溶入している。下方に粗大な二次ムライトの発達を見る。粒界もガラス多量、中に二次ムライトおよびゼオライト、ネフェラライト晶出。

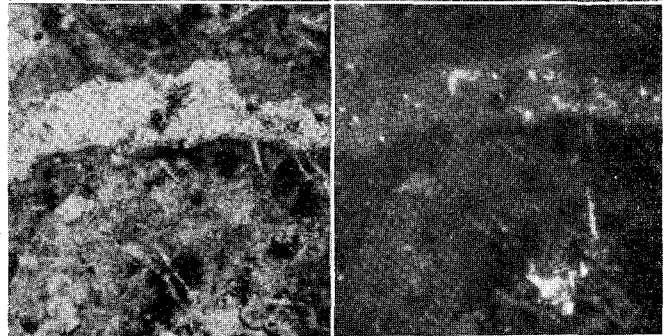
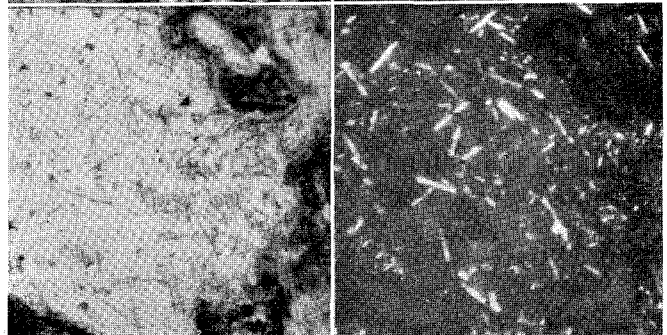


写真 4 N-4-S

高熱面のガラス質層 僅かな粘土粒の痕跡および炭素を含むガラス、リニューサイト中に粗大な二次ムライトの発達を見る。



第4図-続 溶食をうけたレンガの顕微鏡写真(×150)

平行ニコル

直交ニコル

写真5 N-4-S

高熱面の組織 不透明部は酸化鉄および炭素, 右側内層部は粘土粒の残溶物を含むガラス, 晶出物はカリオフィライト, カルサイト, ネフェリン, ゼオライト, ジンサイト等。

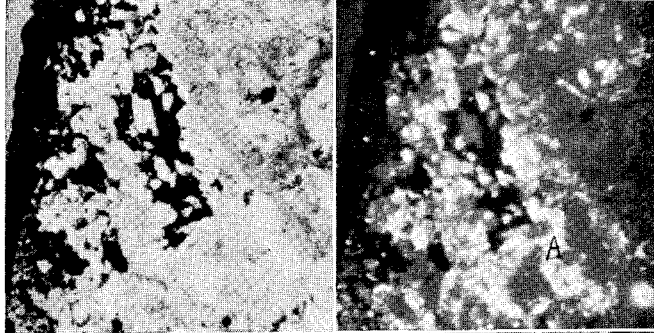


写真6 S-5-21

メチ部の組織 粘土粒の周辺はあまり溶食をうけていない。粒間を大量の析出炭素が充填している炭素内にジンサイトおよびアルカリ化合物を含む。

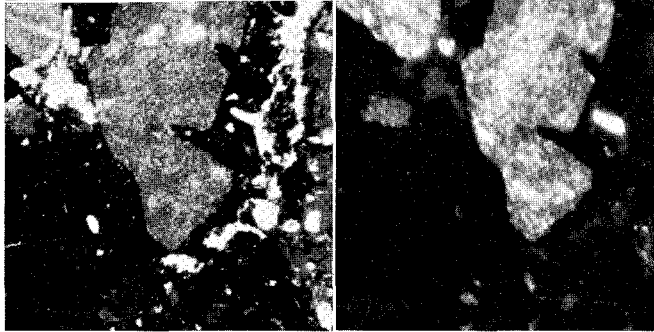


写真7 S-5-S

粘土粒の形を残存しているが, 内部はほとんど硝子化, 二次ムライトの析出により移動した炭素のあとを示す。周辺はガラスおよび炭素。

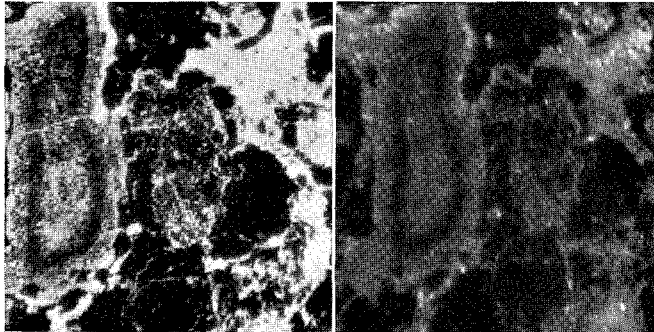
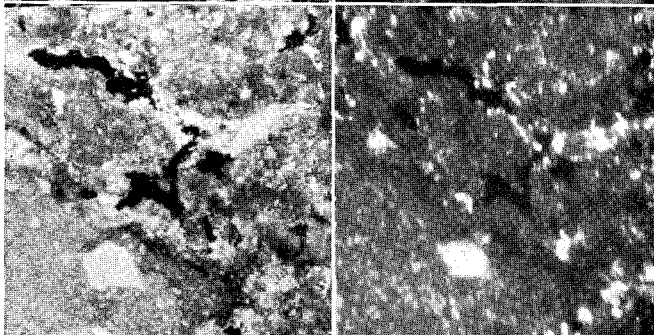


写真8 E-7-2

炉腹部は水冷の影響により, レンガはあまり熱の作用をうけていない残留石英も存在, ただ空隙小亀裂多く, 中に炭素が析出している。



第4図-続 熔食をうけたレンガの顕微鏡写真(×150)

平行ニコル

直交ニコル

写真9 E-7-9

水冷により粒子自体は熔食の進行を認めず、粒間に多量の炭素、少量のジンサイトおよびアルカリ化合物が析出している、ガラス量も少ない。

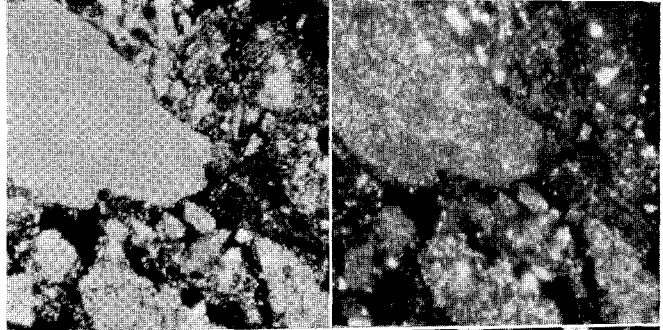


写真10 E-7-9

メデの組織 粒子周辺は熔食されず、粒間は殆んど炭素により充填されている。ジンサイト相当に多量、その他アルカリ化合物。

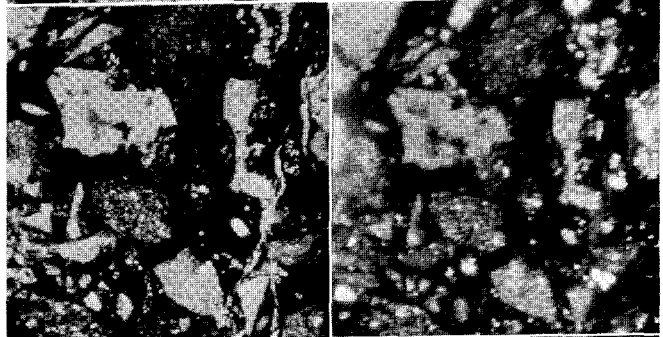


写真11 N-7-59

粒子周辺よりガラスに溶解し、ガラスには多量のカリオフィライト、ネフェリン、二次ムライト晶出、炭素はそのため粒子の周縁に押され、明瞭な粒の輪廓線を形成する。

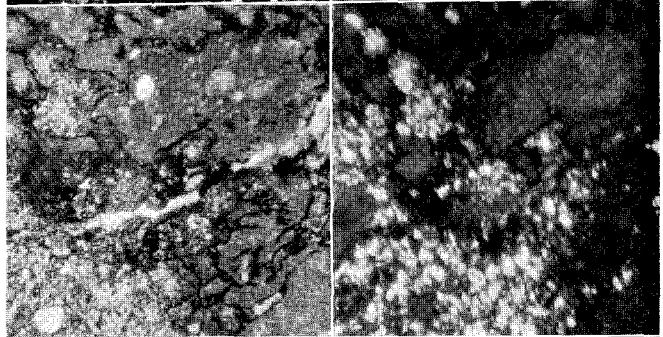
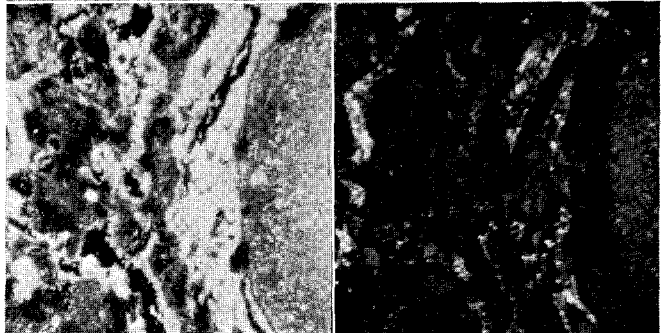


写真12 E-7-S

高熱面の一組織 右側残溶粘土粒子、炭素は碎片状に集積し、そのまま硝子にとけている。アルカリ化合物晶出、硝子は酸化鉄を含み茶褐色を呈す。



第4図-続 熔食をうけたレンガの顕微鏡写真(×150)

平行ニコル

直交ニコル

写真13 N-7-C

高熱面上の付着物 主としてネフェリン、アルバイト、カリオフィライト、ジンサイトおよび炭素したがってこれも耐火物の変質物と見なし得る。

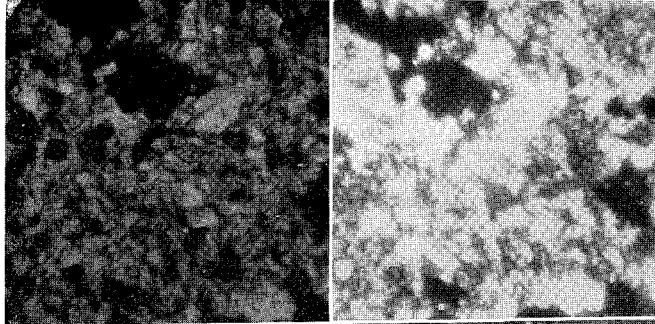


写真14 W-8-43

水冷の影響なく、粒子周縁は熔食が進行している。粒間はガラスと共に大量の炭素析出、粒子内に熱による亀裂を認む。

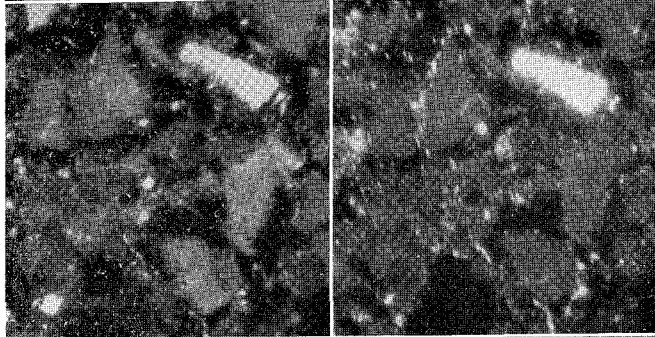


写真15 W-8-43

レンガの縁部、ガラス化著しくガラス内にアルカリ化合物析出、左側の脈状結晶は亀裂内に析出したジンサイトの結晶群。

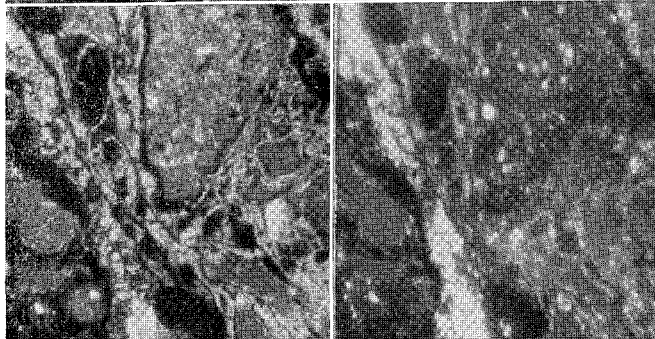
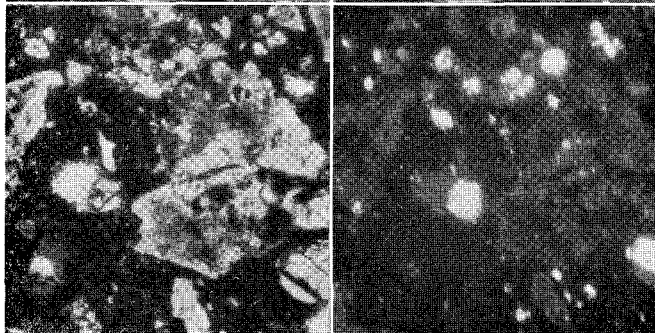


写真16 W-8-53

粘土粒子は僅かな残溶物を残すのみ、炭素をはらむガラスを形成これよりアルバイト等のブラデオクレースを晶出、ネフェリン、ゼオライト等も存在。



温度の急勾配によりその分布曲線も急勾配となり、温度の変化にともなわない膨張係数の差から伝熱方向に多数の亀裂を発生する。

以上、それぞれライニングの寿命を短縮する原因となるが、この位置ではアルカリによる被害は比較的高熱面の近くにとどまるようである。

(ii) 炭素の作用

炉内ガス中の CO は FeO を触媒とし分解し堆積するが、レンガ内の酸化鉄は CO による還元の結果、この分解反応に好条件となり、シャフト下部および炉腹部に大量の炭素の析出を見る。これらの炭素は初期においてはレンガ内の空隙を充填するにとどまるが、次第にガラス中にとけ込み移動する。ガラス内では最初は斑状をなすが、これが拡散し輪状となり、ガラスの再結晶にともない碎片状あるいは針状となりレンガ内に細く分布し、ついには全体を黒く汚染するにいたる。これは勿論レンガ自体の結合を弱め亀裂の原因となる。炭素は主として還元性雰囲気層において析出しじりしくレンガ積崩落の主因となる。また炉体膨張の一因ともなる。しかしこれは炉腹部の下部以下では比較的高熱面付近に堆積し実害が少ないようである。

(iii) 亜鉛の作用

亜鉛は主としてメヂ部および亀裂中に多量に析出する。還元性雰囲気層においては特に金属亜鉛の析出がいじりしく、ジンサイトは炉外側中性雰囲気層より高熱面まで広く分布している。これらはメヂを弛緩せしめライニングの膨張の主因となることは既述のごとくであるがシャフト下部および炉腹部では、ガラス化層において周辺のガラスにより再び溶封されているのをしばしば見ることができる。酸化亜鉛は粘土物質および酸化鉄と作用し珪酸亜鉛、ジコフェライトを形成するが、その量はきわめて少ない。珪酸亜鉛の生成の際活性の FeO が生じ炭素析出の触媒となる作用が認められているが、本観察においてもこれを実証する組織もみとめられたが珪酸亜鉛の生成量はわづかであり、量的には問題とするにあたらない。

(iv) その他の介入物の作用

鉱塵とともに酸化鉄はレンガ組織中に運びこまれ、ガラス中に溶解しいわゆる褐色ガラスを生成することはレンガ内の鉄量の増加より推定できる。これは特にメヂのガラス化に大きな影響をもつ。また、高熱面は装入物中の鉄を多量に吸収し、厚さ 1~2 cm の強固な層を形成する。チタンは炉腹部以下においてわづかな影響がみられ、顕微鏡下にチタナイトの晶出をみとめる。石灰も高熱面およびその近くのメヂの中に相当量入り、カルサイトとして単独に、あるいは反応して微量ながらアノーサイト、ゲーレナイト等として晶出している。また、ガラス中に入りレンガの軟化温度に影響をあたえていることは十分に推定される。

5. 耐圧試験

参考として、シャフト下部、および炉腹部の使用後の変質をうけたレンガ片について、冷

間耐圧試験をおこなった。シャフト下部および炉腹部では残存しているレンガはうすく、かつ複雑なうすい数多くの層をなし、内部に伝熱面に直角な小亀裂が無数に存在するため、6×6×6 cmの無疵な標準耐圧試験片を各層から切り出すことが困難であり、したがって炉内側の溶食のはげしい部分の試験はおこなうことができなかった。

試験結果は第3表のごとくである。

第3表 変質層の耐圧試験値

試料番号	採取位置 (炉外側よりの深さ cm)	耐圧強度
W-6	0~10	475
S-6	5~15	435
N-7	5~15	344
N-7	18~28	148
S-8	20~30	330

前述のごとく、八幡製耐火粘土レンガの使用前の性能はその記録がなく、この結果を使用前と比較することができないが、炉外側未変質層は使用前とくらべて冷間耐圧強度にさほどの降下を示さず、むしろガラス化の進行により強化される傾向を示すものと考えられる。これに対して中間層はわづか一例であるが、相当に脆化していることが示された。

III. 結 言

以上のごとく吹卸した高炉のシャフト下部および炉腹部のライニングの溶食状況を調査研究した結果、多くの興味ある事実を知ることができた。個々の問題については本文中随所にて考察してきたので重複をさけ、ここでは二三の総合的な結論を記す。

1. この部分のライニングの損傷は高熱面からの熱的、化学的溶食作用と、炭素、亜鉛などの析出と諸生成物の分布の不均一にもとづく、レンガ内部からの崩壊との二つの原因に大別されるが、多くの場合後者の原因による間歇的な崩落がより重大である。

2. アルカリその他の介入物による溶食の機構は前報¹²⁾にのべた場合と全く同様であるがより高温であるため、反応および拡散速度が早く、高熱面においてガラス化の傾向がいちじるしい。しかしその反面において表面層およびメヅ部の焼結が早期におこなわれるため、炉内ガスのライニング内への滲透は少なく、炉外側レンガは比較的健全な状態を保つ。

3. シャフト上部に比べて炉内温度の変動が少ないため、析出物生成物の分布は比較的局所に集中しやすく明瞭な脆化層を形成する。これはライニングの崩落の傾向を強める。

4. 第1報で述べた炉腹部ライニングの膨張に起因するレンガの屈曲および剪断破壊の傾向はこの炉においても幾分は認められ、レンガ壁の環状方向のメヅを弛め、これが滲透成分の

分布にも相当の影響をあたえる。

本研究は富士製鉄 K.K. 室蘭製鉄所の委託研究費によるものであり、同社研究所長森永氏、池野氏その他の諸氏、製鉄部の諸氏よりあらゆる面に御協力いただいた。又顕微鏡組織の判定は室蘭工業大学佐藤教授の御指導に負うところが大きい。あわせて感謝する次第である。

(昭和36年5月1日受理)

参 考 文 献

- 1) H. M. Richardson and G. R. Rigby: Iron & Steel Institute, Special Print, No. 51, 1 (1939)
- 2) P. P. Das and B. Chatterjee: Ceram. Abstr., **38** (1955)
- 3) W. R. Davis and G. R. Rigby: Trans. Brit. Ceram. Soc., **56**, 67 (1957)
- 4) F. Högborg and S. Heden: Ceram. Abstr., **38** (1955)
- 5) S. E. McCune, T. P. Greaney, W. C. Allen and R. B. Snow: J. Amer. Ceram. Soc., **40**, 187 (1957)
- 6) H. M. Richardson and G. R. Rigby: Trans. Brit. Ceram. Soc., **52**, 405 (1953)
- 7) K. G. Skinner, W. H. Cook and R. A. Potter: J. Amer. Ceram. Soc., **36**, 349 (1953)
- 8) A. Muan: J. Amer. Ceram. Soc., **41**, 275 (1958)
- 9) H. M. Kraner: Amer. Ceram. Soc. Bull., **34**, 173 (1955)
- 10) 杉浦孝三, 黒田泰弘: 日本窯業協会誌, **65**, 249 (1955)
- 11) 児玉惟孝, 宮武和海, 中村直人, 加頼正司: 鉄と鋼, **44**, 1159 (1958)
- 12) 田中章彦: 室工大研報, **3**, 135 (1960)
- 13) 田中章彦: 鉄と鋼, **46**, 1096 (1960)
- 14) 田中章彦, 及川 弘: 室工大研報, **1**, 515 (1953)
- 15) 田中章彦: 鉄と鋼, **39**, 169 (1953)
- 16) 中島長久, 田山 昭: 富士鉄技報, **7**, 168 (1953)

On Complete Continuity of P. S. Uryson's Operator in Function Spaces

Kôji Honda*

Abstract

The purpose of this paper is to give conditions of both the continuity and compactness of Uryson's operator $\int K[s, t, \phi(t)] dt$ which acts in modulated function spaces.

1. Introduction. In non-linear integral equations, the complete continuity of an operator from which the equation is produced plays a very important role, for example, the existence of solutions or eigen-functions in the equations. (cf. M. A. Krasnosel'skii³⁾ and S. Yamamuro¹³⁾)

A sufficient condition of the complete continuity of Uryson's operator acting in the space C , as the totality of all continuous functions on a compact subset in Euclidean space, have been given by L. A. Ladyzhenskii⁴⁾.

In case the operator acts from the space L_{p_1} ($p_1 > 1$) to the space L_{p_2} ($p_2 > 1$), M. A. Krasnosel'skii and L. A. Ladyzhenskii have given some sufficient conditions of the complete continuity, but it seems that one result has a defect, so far as we see the fact described in [Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, vol. 10, p 352].

In this paper, we will consider the operator acting in modulated function spaces with some restrictions, which was defined by H. Nakano⁷⁾, and we give some sufficient conditions for the complete continuity of the operator. (see Theorem 4 and 5)

2. Preliminaries. In this section, we will state an outline of modulated function spaces and fundamental definitions.

Let \mathcal{A} be a bounded subset in Euclidean space and $\text{mes } (\mathcal{A})=1$.

let $\Phi(\xi, x)$ ($\xi \geq 0, x \in \mathcal{A}$) be measurable on \mathcal{A} for each $\xi \geq 0$ and non-decreasing convex function of $\xi \geq 0$ for which satisfies :

- 1) $\Phi(0, x) = 0$ for all $x \in \mathcal{A}$;
- 2) $\lim_{\xi \rightarrow \alpha-0} \Phi(\xi, x) = \Phi(\alpha, x)$ for each $x \in \mathcal{A}$;
- 3) $\lim_{\xi \rightarrow +\infty} \Phi(\xi, x) = +\infty$ for each $x \in \mathcal{A}$;
- 4) for any $x \in \mathcal{A}$, there exists $\alpha = \alpha(x) > 0$ such that $\Phi(\alpha, x) > +\infty$.

The modulated function space $L_\Phi(\mathcal{A})$ is a totality of all measurable functions $\phi(x)$ on \mathcal{A} such that

* 本田孝二

$$m(\alpha\phi) = \int_A \Phi(\alpha|\phi(x)|, x) dx < +\infty \quad \text{for some } \alpha > 0.$$

When we define a **semi-order** (or partial order) in L_Φ by the relation that $\phi \geqq \psi$ if and only if $\phi(x) \geqq \psi(x)$ except for a set of measure zero, the space L_Φ is a supperuniversally continuous semiordered linear space*.

The above functional $m(\phi)$ on L_Φ is called a modular on L_Φ and satisfies the modular conditions⁷⁾:

- 1) $0 \leqq m(\phi) \leqq +\infty$ for all $\phi \in L_\Phi$;
- 2) if $m(\xi\phi) = 0$ for all $\xi \geqq 0$, then $\phi = 0$;
- 3) for any $\phi \in L_\Phi$ there exists $\alpha > 0$ such that $m(\alpha\phi) < +\infty$;
- 4) for every $\phi \in L_\Phi$, $m(\xi\phi)$ is a convex function of $\xi \geqq 0$;
- 5) $|\phi| \leqq |\psi|$ implies $m(\phi) \leqq m(\psi)$;
- 6) $|\phi| \cap |\psi| = 0$ implies $m(\phi + \psi) = m(\phi) + m(\psi)$;
- 7) $0 \leqq \phi_\lambda \uparrow_{\lambda \in A} \phi^{**}$ implies $m(\phi) = \sup_{\lambda \in A} m(\phi_\lambda)$.

Writing the left-derivative of $\Phi(\xi, x)$ at ξ by $\varphi(\xi, x)$ with $\varphi(0, x) \equiv 0$, we have a measurable in x and non-decreasing function $\varphi(\xi, x)$ in $\xi \geqq 0$. If we define an inverse function $\psi(\eta, x)$ of $\varphi(\xi, x)$ as $\eta = \varphi(\xi, x)$, such that it is non-decreasing function of $\eta \geqq 0$, $\psi(0, x) \equiv 0$ and

$$\begin{aligned} \psi(\eta-0, x) &\leqq \xi \leqq \psi(\eta+0, x) && \text{for } \eta = \varphi(\xi, x), \\ \varphi(\xi-0, x) &\leqq \eta \leqq \varphi(\xi+0, x) && \text{for } \xi = \psi(\eta, x), \end{aligned}$$

then the function:

$$\Psi(\eta, x) = \int_0^\eta \varphi(\eta, x) d\eta$$

is measurable in $x \in A$ and satisfies the same conditions as $\Phi(\xi, x)$. Furthermore, we have Young's inequality

$$\xi\eta \leqq \Phi(\xi, x) + \Psi(\eta, x)$$

for $\xi, \eta \geqq 0$ and $x \in A$, with equality if one at least of the relations

$$\varphi(\xi-0, x) \leqq \eta \leqq \varphi(\xi+0, x), \quad \psi(\eta-0, x) \leqq \xi \leqq \psi(\eta+0, x)$$

is satisfied. By the function $\Psi(\eta, x)$, the space L_Ψ which is called a **conjugate space** of L_Φ is defined, and further a modular $\bar{m}(\phi)$ on L_Ψ , i. e.

$$\bar{m}(\phi) = \int_A \Psi(|\phi(x)|, x) dx$$

* A semi-ordered linear space R is said to be supperuniversally continuous, if for any system $a_\lambda \geqq 0$ ($\lambda \in A$) there exist countable a_{λ_ν} ($\lambda \in A$) and $a \in R$ for which $a = \bigcap_{\nu=1}^\infty a_{\lambda_\nu} = \bigcap_{\lambda \in A} a_\lambda$, where $\bigcap a_\lambda$ means a infimum of a_λ .

** $\phi_\lambda \uparrow_{\lambda \in A} \phi$ means that for any $\lambda, \mu \in A$ there exists $\rho \in A$ such that $\phi_\lambda \cup \phi_\mu \leqq \phi_\rho$, and $\bigcap_{\mu \in A} \bigcup_{\lambda \geqq \mu} \phi_\lambda = \bigcup_{\mu \in A} \bigcap_{\lambda \geqq \mu} \phi_\lambda = \phi$, where $\bigcup_{\lambda \in A} \phi_\lambda$ is a supremum of ϕ_λ .

is defined as follows :

$$\bar{m}(\phi) = \sup \left\{ \int_A \phi(x) \phi(x) dx - m(\phi) \right\}$$

where \bar{m} is called a **conjugate modular** of m .

In the space L_ϕ , defining two kinds of norms :

$$\|\phi\|_\phi = \inf_{m(\xi\phi) \leq 1} \frac{1}{|\xi|}; \quad \|\phi\|_\phi = \inf_{\xi > 0} \frac{1 + m(\xi\phi)}{\xi},$$

we have $\|\phi\|_\phi \leq \|\phi\|_\phi \leq 2 \|\phi\|_\phi$, and their norms are both monotone complete norms*, so L_ϕ is Banach space, because the above modular on L_ϕ is monotone complete*.

As examples of such spaces, we can denote the well-known following spaces.

Orlicz space^{5, 15)}, i. e., for a non-decreasing left-continuous function $\varphi(\xi)$ on $[0, \infty)$ with $\varphi(0) = 0$, putting

$$\Phi(u) = \int_0^u \varphi(\xi) d\xi \quad (u \geq 0)$$

the totality of all measurable functions $\phi(x)$ on A such that

$$\int_A \Phi(\alpha|\phi(x)|) dx < +\infty \quad \text{for some } \alpha > 0.$$

Space $L_{p(x)}$, i. e., for a measurable function $p(x) \geq 1 (x \in A)$, the totality of all measurable functions $\phi(x)$ on A such that

$$\int_A \frac{1}{p(x)} |\alpha\phi(x)|^{p(x)} dx < +\infty \quad \text{for some } \alpha > 0.$$

A modular $m(\phi)$ on L_ϕ is said to be upper bounded modular, if there exist $\alpha, \gamma > 1$ such that

$$\Phi(\alpha\xi, x) \leq \gamma \Phi(\xi, x) \quad \text{for all } \xi \geq 0, x \in A,$$

And, m is said to be lower bounded modular, if there exist $\alpha > \gamma > 1$ such that

$$\Phi(\alpha\xi, x) \geq \gamma \Phi(\xi, x) \quad \text{for all } \xi \geq 0, x \in A.$$

If m is lower (upper) bounded then its conjugate modular \bar{m} is upper (lower) bounded.

m is said to be bounded modular if it is upper and lower bounded modular. If m is a bounded modular, then L_ϕ is reflexive as Banach space with the above norms²⁾, for instance, $L_p (p > 1)$ and Orlicz spaces defining by complementary Young's functions $\Phi(u)$ and $\Psi(v)$ for which satisfy both (L^p) -condition.

* A norm $\|\phi\|$ is called to be monotone complete if $0 \leq \phi_n \uparrow_{n=1}^\infty$ and $\sup_{n \geq 1} \|\phi_n\| < +\infty$ implies the existence of an element ϕ such that $\phi_n \uparrow_{n=1}^\infty \phi$. A monotone completeness of a modular implies a monotone completeness of a norm, and a monotone completeness of a norm implies a completeness in usual sense.^{1, 14)}

** Orlicz spaces are modular function spaces with constant modulars²⁾.

Throughout this paper we assume that the modulated function spaces \mathbf{L}_{ϕ_i} and their conjugate spaces \mathbf{L}_{ψ_i} ($i=1, 2$) have the bounded modulars, and the functions $\varphi_i(1, x)$, $\phi_i(1, x)$ are integrable on Δ , where φ_i and ϕ_i are the left-derivatives of Φ_i and Ψ_i respectively.

The integral operator :

$$\mathbf{A}\phi(s) = \int_{\Delta} K[s, t, \phi(t)] dt$$

is called the operator of P. S. Uryson, where the function $K[s, t, u]$ is defined for $(s, t) \in \Delta \times \Delta$ and for real number u .

In this paper, we will deal with the case which $K[s, t, u]$ is continuous in u for fixed (s, t) and measurable in the remainder of the variables for fixed u .

A subset F of Banach space E is called to be **compact (weakly compact)**, if every infinite subset contains a subsequence converging (weak converging) in E .

An operator is called to be **bounded** if it transforms every bounded (in the norm) subset of Banach space E_1 into a set which is bounded (in the norm) in Banach space E_2 .

An operator \mathbf{A} , acting from E_1 into E_2 , is called to be **continuous at the point** $\phi_0 \in E_1$ if, for every sequence $\{\phi_n\}$ converging to ϕ_0 , $\{\mathbf{A}\phi_n\}$ converges to $\mathbf{A}\phi_0$ in E_2 . An operator is called to be **continuous** on E if it is continuous at each point of E .

An operator \mathbf{A} is called to be **compact** if it transforms every bounded set into a compact set.

An operator \mathbf{A} is called to be **completely continuous** if it is continuous and compact.

3. In this section, we will consider a sufficient condition of both the boundedness and continuity of Uryson's operator which acts from the space \mathbf{L}_{ϕ_1} with a modular m_1 into the space \mathbf{L}_{ϕ_2} with a modular m_2 .

Lemma 1. *If $K[s, t, u]$ ($s, t \in \Delta$, $-\infty < u < +\infty$) is measurable on $\Delta \times \Delta$ for fixed u and continuous in u for fixed (s, t) , then for any $a \leq b$ there exists a bounded measurable function $h(s, t)$ on $\Delta \times \Delta$ such that*

$$\sup_{a \leq u \leq b} |K[s, t, u]| = |K[s, t, h(s, t)]| \quad \text{for each } s \text{ and } t.$$

Proof. First, we shall show the measurability of the function

$$k(s, t) = \sup_{a \leq u \leq b} |K[s, t, u]|.$$

When we put, for any positive number α ,

$$E_{\alpha} = \{(s, t); k(s, t) \leq \alpha, F_{\alpha, n}^r = \{(s, t); |K[s, t, u_r]| < \alpha + 1/n\}$$

and

$$E_{\alpha} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcap_{u_r} F_{\alpha, n}^{r*},$$

* \cap means the intersection of sets.

where $\{u_r\}$ is a totality of all rational numbers in the closed interval $[a, b]$ and n is a natural number, we get a measurability of subset F_α of $\Delta \times \Delta$. Furthermore, we can see easily an equality $E_\alpha = F_\alpha$ so that E_α is a measurable subset of $\Delta \times \Delta$. Thus $k(s, t)$ is measurable on $\Delta \times \Delta$.

Next, we define the function $h(s, t)$ as, for each (s, t) , a maximum value of u 's for which hold the relations $k(s, t) = |K[s, t, u]|$.

For any β ($a \leq \beta \leq b$), putting

$$E_\beta = \{(s, t); h(s, t) \leq \beta\}$$

$$F_\alpha^n = \{(s, t); \sup_{\alpha \leq \beta+1/n \leq b} |K[s, t, u]| < \sup_{\alpha \leq u \leq \beta} |K[s, t, u]|\}$$

and

$$F_\beta = \bigcap_{\alpha \leq \beta+1/n \leq b} F_\beta^n$$

where n is a natural number, we have also a measurable subset F_β of $\Delta \times \Delta$ and an equality $E_\beta = F_\beta$, and hence $h(s, t)$ is measurable on $\Delta \times \Delta$. It is obvious that $h(s, t)$ is bounded on $\Delta \times \Delta$. We state the following:

Theorem 1. *Let $K[s, t, u]$ ($s, t \in \Delta, -\infty < u < +\infty$) be continuous in u for fixed s and t , and measurable on $\Delta \times \Delta$ for fixed u .*

If it satisfies the following conditions:

a) *for every bounded measurable function $h(s, t)$ on $\Delta \times \Delta$*

$$m_2 \left(\int_{\Delta} K[s, t, h(s, t)] dt \right) < +\infty;$$

b) *for any $\varepsilon > 0$ there exists $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ such that $\|\phi - \psi\|_{\Phi_1} < \delta$ implies*

$$m_2 \left(\int_{\mathcal{F}} \{K[s, t, \phi] - K[s, t, \psi]\} dt \right) < \varepsilon$$

for $\text{mes}(F) < \delta$ ($F \subset \Delta$), then Uryson's operator $\mathbf{A}\phi$ acts from \mathbf{L}_{Φ_1} into \mathbf{L}_{Φ_2} , and is bounded and continuous.

Proof. We prove at first that $\mathbf{A}\phi$ acts from \mathbf{L}_{Φ_1} into \mathbf{L}_{Φ_2} and is bounded. For any $\phi(t) \in \mathbf{L}_{\Phi_1}$, taking $\varepsilon = 1$ in b) there exists $\delta = \delta(1) > 0$ such that

$$m_2 \left(\int_{\mathcal{F}} \{K[s, t, \phi] - K[s, t, \psi]\} dt \right) < 1$$

for $\|\phi - \psi\|_{\Phi_1} < \delta$ and $\text{mes}(F) < \delta$. Since we can select $\phi_i \in \mathbf{L}_{\Phi_1}$ ($i=0, 1, \dots, k$) such that $\phi_0 = \phi$, $\|\phi_i - \phi_{i-1}\|_{\Phi_1} < \delta$ ($i=1, 2, \dots, k$) and $\phi_k = 0$, where $k = \lceil \|\phi\|_{\Phi_1} / \delta \rceil + 1$, we have, by the convexity of Φ_2 ,

$$m_2 \left(\frac{1}{k+1} \int_{\mathcal{F}} K[s, t, \phi] dt \right)$$

$$\leq \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{k+1} m_2 \left(\int_{\mathcal{F}} \{K[s, t, \phi_i] - K[s, t, \phi_{i+1}]\} dt \right)$$

$$+ \frac{1}{k+1} m_2 \left(\int_{\mathcal{F}} K[s, t, 0] dt \right) \leq \frac{k+A}{k+1} < 1+A$$

* $[x]$ is the symbol of Gauss.

where $A = m_2 \left(\int_{\mathcal{A}} |K[s, t, 0]| dt \right)$, and

$$m_2 \left(\int_{\mathcal{F}} K[s, t, \phi] dt \right) \leq B \cdot m_2 \left(\frac{1}{k+1} \int_{\mathcal{F}} K[s, t, \phi] dt \right)$$

where B is only dependent on k , because m_2 is the upper bounded modular. Therefore, for a partition $\{\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_j\}$ of \mathcal{A} , which satisfy $\text{mes}(\mathcal{A}_i) < \delta$ for $i=1, 2, \dots, j$ where $j = [1/\delta] + 1$, we have

$$\begin{aligned} m_2 \left(\frac{1}{j} \int_{\mathcal{F}} K[s, t, \phi] dt \right) &\leq \sum_{i=1}^j \frac{1}{j} m_2 \left(\int_{\mathcal{A}_i} K[s, t, \phi] dt \right) \\ &\leq B(1+A), \end{aligned}$$

and hence it follows that, by the upper boundedness of m_2 ,

$$\begin{aligned} m_2 \left(\int_{\mathcal{A}} K[s, t, \phi] dt \right) &\leq C \cdot m_2 \left(\frac{1}{j} \int_{\mathcal{A}} K[s, t, \phi] dt \right) \\ &\leq CB(1+A) \end{aligned}$$

where C is only dependent on j . Thus, it is shown that $\mathbf{A}\phi(s) \in \mathbf{L}_{\phi_2}$ and further $\|\phi\|_{\phi_1} \leq \gamma$ implies $m_2(\mathbf{A}\phi) < CB(1+A)$, that is, $\|\mathbf{A}\phi\|_{\phi_2} < 2CB(1+A)^*$, where $k = [1/\delta] + 1$.

Next, we prove the continuity of the operator $\mathbf{A}\phi$.

If $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\phi_k - \phi_0\|_{\phi_1} = 0$ ($\phi_k, \phi_0 \in \mathbf{L}_{\phi_1}$) then $\{|\phi_k - \phi_0|\}$ converge to 0 weakly and hence $\lim_{k \rightarrow \infty} \int_{\mathcal{A}} |\phi_k(t) - \phi_0(t)| dt = 0$. Accordingly, we can select a subsequence $\{\phi_n(t)\}$ converging to $\phi_0(t)$ for almost all t .

Since $\phi_0(t)$ is almost all finite on \mathcal{A} , for any natural number ν there exist $M_\nu > 0$ and a subset $E_\nu \subset \mathcal{A}$ such that $\text{mes}(E_\nu) \geq 1 - 1/\nu$ and $|\phi_0(t)| \leq M_\nu$ for all $t \in E_\nu$.

Furthermore, by Egoroff's theorem, for any $\varepsilon > 0$ there exists a subset $X \subset \mathcal{A}$ such that

$\text{mes}(\mathcal{A} - X) < \varepsilon$ and $\{\phi_n\}$ converge to ϕ_0 uniformly on X .

Putting $X_\nu = X \cap E_\nu$, we have $\text{mes}(\mathcal{A} - X_\nu) \leq \varepsilon + 1/\nu$ and for all of sufficiently large n ,

$$\left| \int_{X_\nu} K[s, t, \phi_n(t)] dt \right| \leq \int_{X_\nu} \sup_{|M_\nu - u| \leq \varepsilon} |K[s, t, u]| dt < +\infty$$

for almost all s , because, by Lemma 1, the assumption a) implies

$$m_2 \left(\int_{\mathcal{A}} \sup_{|M_\nu - u| \leq \varepsilon} |K[s, t, u]| dt \right) < +\infty,$$

and hence

* This is obtained from the fact that $m_2(x) \leq 1$ implies $\|x\|_{\phi_2} \leq 1$.

** The step function $f(t) = 1$ on \mathcal{A} belongs to the conjugate space \mathbf{L}_{ϕ_1} of \mathbf{L}_{ϕ_2} , because

$$\int_{\mathcal{A}} \phi_1(\phi_1(1, x), x) dx + \int_{\mathcal{A}} \phi_1(1, x) dx = \int_{\mathcal{A}} \psi_1(1, x) dx < +\infty.$$

$$\int_J \sup_{|M_\nu - u| \leq \varepsilon} |K[s, t, u]| dt \in L_{\Phi_2}.$$

Therefore, by Lebesgue's theorem, we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{X_\nu} K[s, t, \phi_n] dt = \int_{X_\nu} K[s, t, \phi_0] dt$$

for all ν and almost all s , since $K[s, t, \phi_n]$ converge to $K[s, t, \phi_0]$ for almost all t , s , and consequently it follows that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Phi_2 \left(\left| \int_{X_\nu} \{K[s, t, \phi_n] - K[s, t, \phi_0]\} dt, s \right| \right) = 0$$

for almost all s .

And, we have for all of sufficiently large n

$$\begin{aligned} & \Phi_2 \left(\frac{1}{2} \left| \int_{X_\nu} \{K[s, t, \phi_n] - K[s, t, \phi_0]\} dt \right|, s \right) \\ & \leq \frac{1}{2} \Phi_2 \left(\left| \int_{X_\nu} K[s, t, \phi_n] dt \right|, s \right) + \frac{1}{2} \Phi_2 \left(\left| \int_{X_\nu} K[s, t, \phi_0] dt \right|, s \right) \\ & \leq \Phi_2 \left(\int_{X_\nu} \sup_{|M_\nu - u| \leq \varepsilon} |K[s, t, u]| dt, s \right), \end{aligned}$$

and the last term is integrable by a) and Lemma 1, so that, by Lebesgue's theorem,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_J \Phi_2 \left(\left| \int_{X_\nu} \{K[s, t, \phi_n] - K[s, t, \phi_0]\} dt \right|, s \right) ds = 0,$$

because m_2 is upper bounded.

Now, for any $\varepsilon > 0$, when we select ν, ε_1 in the above as which satisfy $\varepsilon_1 + 1/\nu < \delta$ where $\delta = \delta(\varepsilon)$ is the number in the assumption b), there exists $n_0 = n_0(\varepsilon)$ such that

$$\|\phi_n - \phi_0\|_{\Phi_1} < \delta \text{ and } \int_J \Phi_2 \left(\left| \int_{X_\nu} \{K[s, t, \phi_n] - K[s, t, \phi_0]\} dt \right|, s \right) ds < \varepsilon,$$

and consequently, it follows that, by the convexity and upper boundedness of m_2 ,

$$m_2(\mathbf{A}\phi_n(s) - \mathbf{A}\phi_0(s)) < N \cdot \varepsilon$$

where N is a constant for which satisfies

$$\Phi_2(2\xi, s) \leq N \cdot \Phi_2(\xi, s) \quad \text{for all } \xi \geq 0 \text{ and } s.$$

This shows that $\{\mathbf{A}\phi_n\}$ converges to $\mathbf{A}\phi_0$ by the modular* and hence it follows that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|\mathbf{A}\phi_n - \mathbf{A}\phi_0\|_{\Phi_2} = 0.$$

If we suppose that $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\phi_k - \phi_0\|_{\Phi_1} = 0$ and

* If a modular m is upper bounded, then $\lim_{n \rightarrow \infty} m(\xi(x_n - x)) = 0$ for all $\xi \geq 0$ is equivalent to $\lim_{n \rightarrow \infty} m(x_n - x) = 0$, and that the modular convergence coincides with the norm convergence. (cf. H. Nakano⁷⁾)

$$(\#) \quad \|A\phi_k - A\phi_0\|_{\mathcal{L}_2} \geq \varepsilon \quad \text{for some } \varepsilon > 0 \text{ and } k=1, 2, \dots,$$

then we can find a subsequence $\{\phi_n(t)\}$ converging to $\phi_0(t)$ in almost all $t \in \mathcal{A}$ and hence it follows, as is shown above, that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|A\phi_n - A\phi_0\|_{\mathcal{L}_2} = 0.$$

This is contradiction to $(\#)$. Thus the operator is continuous.

Remark. In the operator of Hammerstein type, i.e.

$$H\phi(s) = \int_{\mathcal{A}} K(s, t) f(t, \phi(t)) dt$$

it is known that the operator $H\phi$ is continuous (moreover, it is compact) in Orlicz space L_{Φ}^{**} if it satisfies the following conditions :

- 1) $\int_{\mathcal{A}} \Phi \left(\int_{\mathcal{A}} \Psi_1 \left(\left| K(s, t) \right| \right) dt \right) ds > +\infty ;$
- 2) $|f(t, u)| \leq a(t) + \Phi^{-1}(b\Phi(|u|))$

where $a(t) \in L_{\Phi_1}^*$, $b > 0$ and Φ, Φ_1 and their complementary Young's functions Ψ, Ψ_1 satisfy the (\mathcal{A}_2) -condition.^{3,11,12,15)}

Those conditions satisfy the conditions in Theorem 1, because the condition 2) implies the boundedness of the operator f :

$$L_{\Phi}^* \ni \phi(t) \rightarrow f(t, \phi(t)) \in L_{\Phi_1}^*,$$

and also the bounded set \mathcal{Q} in L_{Φ}^* is the absolutely equi-continuous integrals⁸⁾, since

$$\int_{\mathcal{A}} f(x) \cdot \phi_1(f(x)) dx \leq M < +\infty \quad \text{for all } f(x) \in \mathcal{Q},$$

where ϕ_1 is a left-derivative of Ψ_1 , consequently, the condition b) is satisfied.

4. In this section, we will consider the compactness of Uryson's operator. L. A. Ladyzhenskii⁷⁾ given a sufficient condition of the compactness of the operator acting in the space \mathbf{C} , which it is proved by use of Ascoli-Arzelà's theorem. V. V. Nemyckii⁹⁾ shown a sufficient condition of the compactness of the operator in the space \mathbf{C} and his proof is placed on the basis of Kolmogoroff's criteria concerning for a compactness of a set. Those conditions have been established under the assumption that \mathcal{A} is bounded closed set in n -dimensional Euclidian space \mathbf{R}_n with Lebesgue measure.

We will give a theorem concerning for the compactness of the operator which acts in modlared function spaces defining on a bounded set in \mathbf{R}_n .

Theorem 2. *Let the operator $A\phi$ be the bounded operator which acts from the unit sphere S_1 of L_{Φ} into L_{Φ_2} . Further, if it satisfies the condition*

$$(\#\#) \quad \int_{\mathcal{A}} |K[x, t, \phi(t)] - K[s, t, \phi(t)]| dt \leq f(s) \cdot p(h) \quad (\phi \in S_1)$$

* L_{Φ}^* means the Orlicz space satisfying (\mathcal{A}_2) -condition. cf. A. C. Zaanen¹⁵⁾

for $\|x-s\| \leq h$ ($\|x\|$ is the usual norm in \mathbf{R}_n), where $f(s) \in L_{\phi_2}$ and $p(h)$ is some real function tending to zero as $h \rightarrow 0$, then $\mathbf{A}\phi$ is the compact operator from \mathbf{S}_1 into L_{ϕ_2} .

Proof. Putting

$$(\mathbf{A}\phi(s))^\delta = \frac{1}{V(\delta)} \int_{U(s,\delta)} \mathbf{A}\phi(x) dx$$

where $V(\delta)$ is the volume of $U(s, \delta)$ which is the sphere with the center s and the radius δ , we have, by (##),

$$\begin{aligned} & \Phi_2(|\mathbf{A}\phi - (\mathbf{A}\phi)^\delta|, s) \\ & \leq \Phi_2\left(\frac{1}{V(\delta)} \int_U \left| \int_A \{K[s, t, \phi] - K[x, t, \phi]\} dt \right| dx, s\right) \\ & \leq \Phi_2(f(s)p(\delta), s) \text{ for almost all } s \in A \text{ and all } \phi \in \mathbf{S}_1, \end{aligned}$$

and the last term is integrable on A .

On the other hand, we have obviously

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \Phi_2(f(s)p(\delta), s) = 0 \quad \text{for almost all } s \in A.$$

Therefore, we have

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} m_2(\mathbf{A}\phi - (\mathbf{A}\phi)^\delta) = 0 \quad \text{uniformly on } \mathbf{S}_1,$$

i. e., for any $\varepsilon > 0$ there exists $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ such that

$$\|\mathbf{A}\phi - (\mathbf{A}\phi)^\delta\|_{\phi_2} < \varepsilon \quad \text{for all } \phi \in \mathbf{S}_1.$$

Accordingly, if it is shown that $\{(\mathbf{A}\phi)^\delta\}$ ($\phi \in \mathbf{S}_1$) is compact set in L_{ϕ_2} then the compactness of the operator $\mathbf{A}\phi$ is obvious.

Since L_{ϕ_2} is reflexive as Banach space, the boundedness of $\{\mathbf{A}\phi\}$ ($\phi \in \mathbf{S}_1$) implies the weak compactness of $\{\mathbf{A}\phi\}$ ($\phi \in \mathbf{S}_1$). Therefore, for any infinite sequence in $\{\mathbf{A}\phi\}$ ($\phi \in \mathbf{S}_1$) we can find a subsequence, such that for every $\delta > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\mathbf{A}\phi_n(s))^\delta = (\phi_0(s))^\delta \quad \text{for almost all } s \in A,$$

where $\phi_0(s), (\phi_0(s))^\delta \in L_{\phi_2}^{**}$. Also, we have

$$\begin{aligned} |(\mathbf{A}\phi_n(s))^\delta - (\phi_0(s))^\delta| & \leq \frac{1}{V(\delta)} \|\chi_A\|_{\phi_2} \cdot \|\mathbf{A}\phi_n - \phi_0\|_{\phi_2} \\ & \leq \frac{1}{V(\delta)} \|\chi_A\|_{\phi_2} \{M + \|\phi_0\|_{\phi_2}\} \end{aligned}$$

for almost all $s \in A$, where $M = \sup_{\phi \in \mathbf{S}_1} \|\mathbf{A}\phi\|_{\phi_2}$.

* Weakly convergent sequence $\{\mathbf{A}\phi_n\}$ is the requirement, because all step functions belong to L_{ϕ_2} .

** It follows that $\left| \int_{U(s,\delta)} \phi_0(x) dx \right| \leq \|\chi_A\|_{\phi_2} \|\phi_0\|_{\phi_2}$ and all step functions on A belong to the spaces L_{ϕ_2} and $L_{\phi_2}^*$.

Therefore, we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|(\mathbf{A}\phi_n(s))^\delta - (\phi_0(s))^\delta\|_{\mathfrak{L}_2} = 0,$$

namely, $\{(\mathbf{A}\phi)^\delta\} (\phi \in \mathfrak{S}_1)$ is compact in $\mathfrak{L}_{\mathfrak{L}_2}$ by the definition.

Theorem 3. *When $\mathfrak{L}_{\mathfrak{L}_i} (i=1, 2)$ are Orlicz spaces satisfying the (Δ_2) -condition, we can replace the condition $(\#\#)$ by the weaker conditions: for almost all s*

$$(\#) \quad \lim_{\substack{x \rightarrow s \\ x, s \in \Delta}} \int_{\Delta} |K[x, t, \phi] - K[s, t, \phi]| dt = 0 \quad \text{uniformly on } \mathfrak{S}_1;$$

$$(\#\#) \quad \sup_{\phi \in \mathfrak{S}_1} |\mathbf{A}\phi(s)| = f(s) \in \mathfrak{L}_{\mathfrak{L}_2}.$$

Proof. Since we know easily

$$\begin{aligned} \Phi_2(|\mathbf{A}\phi - (\mathbf{A}\phi)^\delta|) &\leq C \left\{ \Phi_2(|\mathbf{A}\phi|) + \Phi_2\left(\frac{1}{V(\delta)} \left| \int_{\Delta} \int_{V(s, \delta)} K[x, t, \phi] dx dt \right| \right) \right\} \\ &\leq C \left\{ \Phi_2(|f(s)|) + \Phi_2\left(\frac{1}{V(\delta)} \|\chi_V\|_{\mathfrak{L}_2} \cdot \|\mathbf{A}\phi\|_{\mathfrak{L}_2}\right) \right\} \\ &\leq C \left\{ \Phi_2(|f(s)|) + \Phi_2(\alpha \cdot M) \right\} \in \mathfrak{L}_{\mathfrak{L}_2} \end{aligned}$$

where $\alpha = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \Psi_2^{-1}(\xi) / \xi < +\infty^*$, $M = \sup_{\phi \in \mathfrak{S}_1} \|\mathbf{A}\phi\|_{\mathfrak{L}_2}$ and C is some constant, the theorem is proved by the same method as the proof of Theorem 2.

Lemma 2. *If $\mathfrak{L}_{\mathfrak{L}}(\Delta, \mu)$ is a modularized function space, defining on a bounded set Δ in \mathbb{R}_n , with the upper bounded modular, then for any $\varphi \in \mathfrak{L}_{\mathfrak{L}}$, we have*

$$\lim_{\|h\| \rightarrow 0} \|\varphi(x+h) - \varphi(x)\|_{\mathfrak{L}} = 0$$

where $\varphi(x+h) = 0$ if $x+h \notin \Delta$ and $\|h\|$ is the usual norm in \mathbb{R}_n .

Proof. For any $\varepsilon > 0$ and $\varphi \in \mathfrak{L}_{\mathfrak{L}}$, there exists a closed subset G of Δ such that $\|\varphi - \varphi_G\| < \varepsilon$ where

$$\varphi_G(t) = \begin{cases} \varphi(t) & \text{if } t \in G \\ 0 & \text{if } t \notin G \end{cases}$$

and $\varphi_G \in \mathfrak{L}_{\mathfrak{L}}$.

Therefore, we will prove the lemma for a function on G .

(i) Putting, for $x \in G$

$$\varphi_n(x) = \begin{cases} n & \text{if } \varphi(x) \geq n \\ \varphi(x) & \text{if } -n \leq \varphi(x) \leq n \\ -n & \text{if } \varphi(x) \leq -n, \end{cases}$$

we have $\lim_{n \rightarrow \infty} |\varphi_n(x) - \varphi(x)| = 0$ for almost all $x \in G$ and $|\varphi_n(x) - \varphi(x)| \leq 2|\varphi(x)|$,

* $\lim_{\xi \rightarrow \infty} \Psi_2^{-1}(\xi) / \xi < +\infty$ is equivalent to $\lim_{\eta \rightarrow \infty} \eta / \Psi_2(\eta) = 0$ and $\|\chi_V\|_{\mathfrak{L}_2} \leq 1 / \Psi_2(1/V(\delta))$.

therefore, it follows that

$\lim_{n \rightarrow \infty} \|\varphi_n - \varphi\|_{\Phi} = 0$, i. e., for any $\varepsilon > 0$, there exists $n_0 = n_0(\varepsilon) > 0$ such that

$$\|\varphi_{n_0} - \varphi\|_{\Phi} < \varepsilon \text{ and } |\varphi_{n_0}(x)| \text{ is bounded on } G.$$

(ii) Let $f(x)$ is bounded on G , i. e. $|f(x)| \leq M$ on G . For any $\varepsilon > 0$ and $\sigma > 0$, there exists a continuous function $g(x)$ on G such that $|g(x)| \leq M$ on G and

$$\mu(\{x; |f(x) - g(x)| \geq \sigma\}) < \varepsilon.$$

This statement is proved by the same method as the proof of Borel's theorem which is stated for $G = [0, 1]$ (cf. I. P. Natanson⁸⁾).

Namely, for such natural number l as $M/l < \sigma$, putting

$$E_i = \{x; (i-1)M/l \leq f(x) \leq iM/l \text{ and } x \in G\} \quad (i=1-l, 2-l, \dots, l-1)$$

and

$$E_l = \{x; (l-1)M/l \leq f(x) \leq M\},$$

we get a partition $\{E_i\}$ ($i=1-l, 2-l, \dots, l$) of G .

Since E_i are Lebesgue measurable sets, we can select closed sets F_i such that

$$\mu(F_i) > \mu(E_i) - \varepsilon/2l \text{ and } F_i \subset E_i.$$

Defining a continuous function $g_1(x)$ on $F = \bigcup_{i=1-l}^l F_i$ such as

$$g_1(x) = iM/l \text{ if } x \in F_i \quad (i=1-l, 2-l, \dots, l),$$

we have $|f(x) - g_1(x)| \leq M/l < \sigma$ for $x \in F$.

Further, we get a continuous function $g(x)$ on G such that it is an extension of $g_1(x)$ on G , for which satisfies

$$|g(x)| \leq M \text{ and } g(x) = 0 \text{ if } x \in G - F.$$

The function $g(x)$ is the requirement.

(iii) By (ii), there exists a sequence $\{g_n(x)\}$ of continuous functions on G such that it converges in measure on G . Therefore we have, by Lebesgue's theorem,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_d \Phi_2(|f(x) - g_{n_k}(x)|, x) dx = 0$$

for some subsequence of $\{g_n(x)\}$. Accordingly, we have

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|f - g_{n_k}\|_{\Phi} = 0,$$

and hence there exists a continuous function $g(x)$ on G such that

$$\|f - g\|_{\Phi} < \varepsilon.$$

(iv) If we assume that $f(x+h) = g(x+h) = 0$ for $x+h \notin G$, then we have, for enough small $\|h\|$, $\|g(x+h) - g(x)\|_{\Phi} < \varepsilon$ and $\|f(x+h) - g(x+h)\|_{\Phi} < \varepsilon$, which implies the required fact, i. e.

$$\|\varphi(x+h) - \varphi(x)\|_{\Phi} < 5\varepsilon.$$

Remark. Suppose Δ is a bounded set in \mathbf{R}_n . Let Φ_i, Ψ_i ($i=1, 2$) be Young's functions satisfying the (Δ_2) -condition.

$$\text{If } \int_{\Delta} \int_{\Delta} \Psi(R(s, t)) ds dt < +\infty$$

where $\Psi \equiv \Phi_2[\Psi_1]$, then the linear operator $\int_{\Delta} R(s, t) \phi(t) dt$ satisfies the conditions in Theorem 3, and hence the operator is a compact operator from $\mathbf{S}_1 \subset \mathbf{L}_{\Phi_1}^*$ into $\mathbf{L}_{\Phi_2}^*$. (cf. A. C. Zaanen¹⁹), Krasnoselskii and Ya. B. Rutitskii; Dokl. Akad. Nauk SSSR (n. s) 85 (1952), 33-36. Russian)

Because, by Lemma 2, we have

$$\lim_{\|h\|, \|k\| \rightarrow 0} \int_{\Delta} \int_{\Delta} \Psi(|R(s+h, t+k) - R(s, t)|) ds dt = 0$$

and hence

$$\lim_{\|h\| \rightarrow 0} \int_{\Delta} \Psi_1(|R(s+h, t) - R(s, t)|) dt = 0 \quad \text{for almost all } s \in \Delta.$$

And, we have also

$$\int_{\Delta} |R(s+h, t) - R(s, t)| \cdot |\phi(t)| dt \leq \|R(s+h, t) - R(s, t)\|_{\Psi_1} \quad \text{for } \phi \in \mathbf{S}.$$

Namely, the assumptions of Theorem 3 are satisfied.

5. Combined the results in the section 3 with those in the section 4, we get the conditions of the complete continuity of the operator.

Theorem 4. Let \mathbf{L}_{Φ_i} ($i=1, 2$) are modular function spaces with the bounded modulars, defining on a bounded set Δ in \mathbf{R}_n . Let $K[s, t, u]$ be continuous in u ($-\infty < u < +\infty$) for fixed (s, t) and measurable on $\Delta \times \Delta$ for fixed u satisfying the following conditions:

a) for every bounded measurable function $h(s, t)$ on $\Delta \times \Delta$

$$m_2 \left(\left| \int_{\Delta} K[s, t, h(s, t)] dt \right|, s \right) < +\infty;$$

b) for any $\varepsilon > 0$ there exists $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ such that $\|\phi - \psi\|_{\Phi_1} < \delta$ implies

$$m_2 \left(\left| \int_{F'} \{K[s, t, \phi] - K[s, t, \psi]\} dt \right|, s \right) < \varepsilon$$

for $\text{mes}(F) < \delta$ ($F \subset \Delta$);

$$\text{c) } \int_{\Delta} \left| K[x, t, \phi(t)] - K[s, t, \phi(t)] \right| dt \leq f(s) p(h) \quad (\phi \in \mathbf{S}_1)$$

for $\|x-s\| < h$, where $f(s) \in \mathbf{L}_{\Phi_2}$ and $p(h)$ tends to zero as $h \rightarrow 0$, then the operator $\mathbf{A}\phi(s)$ acts from $\mathbf{S}_1 \subset \mathbf{L}_{\Phi_1}$ into \mathbf{L}_{Φ_2} and is completely continuous.

Theorem 5. In Theorem 4, if \mathbf{L}_{Φ_i} are Orlicz spaces, the condition c) is replaced by the following condition:

c') for any bounded set \mathcal{Q} in \mathbf{L}_{Φ_1} and almost all $s \in \Delta$,

$$\lim_{x \rightarrow s} \int_A \left| K[x, t, \phi(t)] - K[s, t, \phi(t)] \right| dt = 0 \text{ uniformly on } \mathfrak{A}$$

and

$$\sup_{\phi \in \mathfrak{A}} |A\phi(s)| = f(s) \in L_{\phi}.$$

Remark. Under the assumptions in the *remark of the section 3*, we obtain that *the operator of Hammerstein type* $H\phi(s)$ acts in Orlicz space L_{ϕ}^* and is completely continuous in the unit sphere S_1 of L_{ϕ}^* . Since it is shown that the operator acts in L_{ϕ}^* and is continuous, it is sufficient to show the compactness of the operator.

Putting

$$K[s, t, u] = R(s, t)f(t, u)$$

we have for any $\phi \in S_1$

$$\begin{aligned} \int_A \left| K[x, t, \phi] - K[s, t, \phi] \right| dt &= \int_A \left| R(x, t) - R(s, t) \right| \left| f(t, \phi) \right| dt \\ &\leq \|R(x, t) - R(s, t)\|_{\mathfrak{A}_1} \|f(t, \phi)\|_{\mathfrak{A}_1} \leq \|R(x, t) - R(s, t)\|_{\mathfrak{A}_1} \cdot M \end{aligned}$$

and

$$\|R(s, t)\|_{\mathfrak{A}_1} \in L_{\phi}^* \text{ from the assumption 1), where } \sup_{\phi \in S_1} \|f(t, \phi)\|_{\mathfrak{A}_1} = M < \infty,$$

because the operator $f : L_{\phi}^* \ni \phi(t) \rightarrow f(t, \phi) \in L_{\phi_1}^*$ is bounded¹²⁾. Therefore, on the assumptions 1), 2) and Lemma 2, we will know that the conditions (##) and (###) in Theorem 3 are satisfied, namely the operator $H\phi(s)$ is compact.

(Received Apr. 26, 1961)

Reference

- 1) I. Amemiya : J. Math. Soc. Japan, 5, 353-354 (1953)
- 2) T. Ando : J. Fac. Sci. Hokkaido univ., 95, 92 (1959)
- 3) M. A. Krasnosel'skii : Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, vol. 10, 345-409 (1958) and Uspehi Mat. Nauk, 9, (3), 51-114 (1954) (Russian)
- M. A. Krasnosel'skii and L. A. Ladyzhenskii : Trudy Moskov Mat. Obsc., 3, 307-320 (1954) (Russian)
- 4) L. A. Ladyzhenskii : Dokl. Akad. Nauk SSSR (n. s), 96, 1105-1108 (1954) (Russian)
- 5) W. A. J. Luxemburg : Banach function spaces, Thesis (1955)
- 6) L. A. Ljusternik and W. I. Sobolew : Elemente der Funktionalanalysis, (1955)
- 7) H. Nakano : Modulared semi-ordered linear spaces, Tokyo (1950)
- 8) I. P. Naianson : Theory of functions of a real variable, (1955)
- 9) V. V. Nemyckii : Mat. Sb., 41, 421-438 (1934)
- 10) E. Rothe : Duke Math. J., 15, 421-431 (1948)
- 11) T. Simogaki : Proc. Japan Acad., 34 (8, 10), (1958)
- 12) M. M. Vainberg : Studia Math., 17, 85-95 (1/58): (Russian)
- 13) S. Yamamuro : Proc. Japan Acak., 36 (6), 305-309 (1960)
- 14) S. Yamamuro : Pacific J. Math., 7, 1715-1725 (1957)
- 15) A. C. Zaanen : Linear Analysis, (1953)



A Renovated Course of Functional Analysis

By

Y. Kinokuniya*

Abstract

In making observations on the most primitive space of numerical functions, where two functions equal almost everywhere are not always regarded equivalent, the classical analysis is not a competent one. Renovations are needed in definition of orthogonality, effectuation of a linear operator, spectral methodization and so on. In this paper, two important methods are introduced to topologize the space, called "*reaxilization*" and "*orthogonal transmutation*". It is remarkable that the ideal-theoretical method is found useful in similar way to what is found in the classical analysis.

1. Introduction.

In this paper the space \mathbf{X} is posited as the aggregation of all the complex-valued functions $x(\xi)$ that satisfy the conditions: (i) $|x(\xi)| < \infty$ for all $\xi \in \mathcal{E}$; (ii) $x(\xi) = x(\eta)$ whenever $\xi = \eta$. When $x(\xi) \in \mathbf{X}$, $x(\xi)$ is called a *vector* in \mathbf{X} and is denoted by x . \mathcal{E} is a metric space provided with a normal system μ to measure a subset Γ of \mathcal{E} by the a priori measure

$$\tilde{m}\Gamma = \sum_{\xi \in \Gamma} \mu_{\xi} = \mu n(\Gamma) \quad (1)$$

($\mu_{\xi} = \mu$ for all $\xi \in \mathcal{E}$ and $n(\Gamma)$ is the inversion number of Γ w. r. t. \tilde{m}) and it is posited that $\tilde{\mathcal{E}} > \alpha$ (the cardinal of enumerability) and

$$\tilde{m} \mathcal{E} = 1. \quad (1, 1)$$

On the other hand, x may be originally expressed in the form²⁾

$$x = \sum_{\xi} x(\xi) \partial_{\xi}$$

where $\partial_{\xi}(\eta)$ is the characteristic function of the single point set $\{\xi\}$, so ∂_{ξ} is naturally regarded as a vector in \mathbf{X} . Next, let a scalar product be introduced by the formula

$$(x|y) = \sum_{\xi} x(\xi) \overline{y(\xi)} \mu_{\xi}$$

so that we have a norm measure $\|x\|$ such as

$$\begin{aligned} \|x\|^2 &= \sum_{\xi} |x(\xi)|^2 \mu_{\xi} \\ \|\partial_{\xi}\|^2 &= \mu_{\xi}. \end{aligned} \quad (1, 2)$$

* 紀国谷芳雄

The calculus of $(x|y)$ is specially characteristic in point that

$$(x|y) = 0 \times \int \mathcal{C} x(\xi) \overline{y(\xi)} = 0.$$

In this meaning, if exactly, the symbol 0 should be altered by the symbol \odot which indicates the empty nully (= sheer void), and then any infinitesimal quantity will be indicated by the symbol \ominus . In addition, for an integral of the form

$$\int_{\lambda \in A} x(\lambda) \gamma_\lambda \tag{1, 3}$$

A being a metric space provided with a positive system γ_λ (say, $> \odot$), is demanded the restriction

$$\int_{\lambda \in A} |x(\lambda)| \gamma_\lambda < \infty$$

whenever the value (1,3) is posited as finitely determined (= convergent). This is that we conform to Riemann's viewpoint on convergence in a generalized form.

Hereafter, a space or a subspace will mean a vector space or a vector subspace respectively, generated on complex suffices. The minimum subspace which contains any of subspaces Y_i ($i \in I$) is the *span*³⁾ of the family (Y_i) and is denoted by

$$\vee Y_i \text{ or } \vee_{i \in I} Y_i;$$

when $I = (1, 2)$ it is written as

$$Y_1 \vee Y_2.$$

The orthogonal projection of a vector x on a subspace Y is denoted by

$$P_Y(x).$$

A subspace generated by a single vector y will be denoted by $\langle y \rangle$, and on such a subspace the projection $P_{\langle y \rangle}(x)$ may be simply denoted by

$$P_y(x).$$

When

$$\|y\| > 0$$

it must be remarked that $P_y(\partial_\varepsilon)$ cannot be existent except the case of vanishing, because then it must be

$$\|P_y(\partial_\varepsilon)\| \leq \|\partial_\varepsilon\| = \sqrt{\mu_\varepsilon} = \sqrt{\ominus} = \ominus \tag{1, 4}$$

while $P_y(\partial_\varepsilon)$ is written in the form

$$cy \text{ (} c : \text{ a complex number)}$$

if existent, so that

$$\|P_y(\partial_\varepsilon)\| = |c| \cdot \|y\| \geq 0. \tag{1, 5}$$

As the quantity 0 should mean \odot from our standpoint of view, (1, 5) means either its left hand is strictly positive or vanishes to be equal to \odot . So, in case of not

vanishing $P_y(\partial_\xi)$, (1, 5) is contradictory to (1, 4).

In our theory, the function \bar{x} of x defined by

$$\bar{x} = \sup |x(\xi)|$$

is called the *height* of x to be distinguished from $\|x\|$ defined by (1, 2); and when \bar{x} or $\|x\|$ is finite, x is said to be of finite height or of finite norm respectively. By a certain reason we do not define a norm nor a height of a transformation. So as to be of finite norm, a vector may not necessarily be of finite height, but when a vector is of finite height it must be of finite norm (because of the restriction (1, 1)).

2. Reaxilization.

The set

$$E_x = (\xi : \xi \in E \text{ and } x(\xi) \neq 0)$$

corresponding to a fixed vector $x \in X$, is called the *defining support* of x . When Y is a subspace of X , the set

$$\hat{E}_\xi = \hat{E}_\xi(Y) = \cap E_x (x \in Y \text{ and } x(\xi) \neq 0)$$

will be called a *supporting scale* or simply a *scale* of Y on condition $\hat{E}_\xi \neq \text{void}$, which, in other words, is the infimum of the defining supports of $x \in Y$ for which $x(\xi) \neq 0$. Now, on denoting as

$$Y_\xi = (x : x \in Y \text{ and } x(\xi) \neq 0)$$

we have

$$Y_\xi \subseteq Y_\eta \text{ for all } \eta \in \hat{E}_\xi \tag{2.1}$$

because it is direct from the the definitions that

$$(x(\xi) \neq 0 \text{ and } \eta \in \hat{E}_\xi) \triangleright x(\eta) \neq 0. \tag{2.2}$$

Next, let us suppose that there exists a vector $y \in Y_\eta$ for a certain η such that

$$y(\eta) \neq 0 \text{ but } y(\xi) = 0,$$

then, on picking up an arbitrary vector $x \in Y_\xi$, by (2.1) it follows

$$x \in Y_\eta,$$

so we have

$$z = x - \frac{x(\eta)}{y(\eta)} y \in Y$$

for which

$$z(\xi) (= x(\xi)) \neq 0 \text{ but } z(\eta) = 0.$$

This is contradictory to (2, 2). Hence, it must be

$$Y_\xi \supseteq Y_\eta \tag{2.3}$$

Then, by (2.1) and (2.3), we see

$$\mathbf{Y}_\xi = \mathbf{Y}_\eta \text{ for each } \eta \in \hat{\mathcal{E}}_\xi$$

so that, in regard to the definition of $\hat{\mathcal{E}}_\xi$, we may conclude:

Lemma 1.
$$\hat{\mathcal{E}}_\xi \ni \eta \triangleright \hat{\mathcal{E}}_\xi = \hat{\mathcal{E}}_\eta.$$

If there exist two vectors x and y in \mathbf{Y} , for which $x(\xi) \neq 0$ and $y(\xi) \neq 0$ but

$$\frac{x(\xi)}{y(\xi)} \neq \frac{x(\eta)}{y(\eta)}$$

for a certain $\eta \in \hat{\mathcal{E}}_\xi$,

$$z = x - \frac{x(\eta)}{y(\eta)}y$$

is a vector in \mathbf{Y} , because then $x, y \in \mathbf{Y}_\xi$ and therefore $y(\eta) \neq 0$ by Lemma 1, and then

$$z(\xi) = y(\xi) \left\{ \frac{x(\xi)}{y(\xi)} - \frac{x(\eta)}{y(\eta)} \right\} \neq 0$$

but

$$z(\eta) = 0.$$

This is a contradiction again to (2, 2). Hence, there must exist a vector ρ in \mathbf{X} for which

$$\mathcal{E}_\rho = \hat{\mathcal{E}}_\xi$$

and such that

$$\mathbf{Y} \in y \triangleright y = k\rho + \sum_{\xi \in \mathcal{E}_\rho} y(\xi) \partial_\xi \quad (2, 4)$$

k being a complex number.

From Lemma 1 it is direct that

$$\hat{\mathcal{E}}_\xi \cup \hat{\mathcal{E}}_\eta \neq \text{void} \triangleright \hat{\mathcal{E}}_\xi = \hat{\mathcal{E}}_\eta$$

so that the family of the distinct scales of \mathbf{Y} is a family of disjoint sets, i. e. a partition of the set

$$\mathcal{E}_\mathbf{Y} = \bigcup_{x \in \mathbf{Y}} \mathcal{E}_x$$

which is called the *support* of \mathbf{Y} . Now, let it be written as

$$(\mathcal{E}_\lambda)_{\lambda \in A}$$

then the set A of indices may not be generally expected as a set of ordinal numbers, though it is always found possibly existent. If $\mathcal{E}_\rho = \mathcal{E}_\lambda$ in (2, 4), let ρ be altered by the notation

$$\rho_\lambda$$

and let the subset of \mathbf{X} generated by a single vector ρ_λ be denoted by \mathbf{Y}_λ , then it is direct from (2.4) that

$$\mathbf{Y} \subseteq \vee_\lambda \mathbf{Y}_\lambda. \tag{2, 5}$$

It is very convenient if we may use the relation

$$\vee_\lambda \mathbf{Y}_\lambda = \vee_\lambda \ll \rho_\lambda \gg \tag{2, 6}$$

on the ground that

$$\mathbf{Y}_\lambda = \ll \rho_\lambda \gg, \tag{2, 7}$$

but if we try to induce (2.6) from (2.7) we shall come across a need of Zermelo's axiom. However, to avoid the controversial troubles about the axiom (of choice), we may posit (2.6) as an intuitional representation of the structure of the subspace $\vee_\lambda \mathbf{Y}_\lambda$, caused by the reality of the span (say, the right hand of (2,5)) and the destination (2,7), while we shall then leave the set A free from well-ordering in general. Thus we posit the relation

$$\mathbf{Y} \subseteq \vee_\lambda \ll \rho_\lambda \gg \tag{2, 8}$$

instead of (2,5).

To tell the truth, the inversive relation of (2,8)

$$\mathbf{Y} \supseteq \vee_\lambda \ll \rho_\lambda \gg \tag{2, 9}$$

is not evident. In effect, on an arbitrary finite number of indices

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$$

it can be easily shown that there exists a vector x in \mathbf{Y} such that

$$x = x_1 \rho_1 + x_2 \rho_2 + \dots + x_n \rho_{\lambda_n} + x'$$

with

$$x'(\xi) = 0 \text{ for any } \xi \in \bigcup_{k=1}^n \mathcal{E}_{\lambda_k}$$

on an arbitrary choice of n complex numbers x_1, x_2, \dots, x_n . But this may not be sufficient to assert that any vector x of the form

$$x = \mathcal{E} x(\lambda) \rho_\lambda$$

belongs to \mathbf{Y} . The logical leap between the above-stated result and (2.9) may be simply cleared if we adopt some appropriate system of logic, though then may be caused some new discussion about the construction of a subspace. However, we merely posit the destination (2.9) as effectuated, in this paper, without getting in the logical details. Then, combining (2.9) with (2.8) we will have the formula

$$\mathbf{Y} = \vee_\lambda \ll \rho_\lambda \gg \tag{2, 10}$$

as effectuated, at all events. It can be verified in itself that

$$\mathcal{E}_\mathbf{Y} = \bigcup \mathcal{E}_\lambda.$$

The family of the vectors $(\rho_\lambda)_{\lambda \in A}$ will be called the *natural basis* of \mathbf{Y} , and will be denoted by

$$B(\mathbf{Y});$$

and the formula (2, 10) is called the *law of reaxilization* or simply the *reaxilization* on the subspace \mathbf{Y} .

3. On Linear Operators.

A linear operator L is understood as

$$Lx \in \mathbf{X} \text{ for each } x \in \mathbf{X}.$$

The aggregation of the vectors Lx is called the *range* of L and is denoted by

$$\mathbf{R}_L.$$

A complex number ω is regarded as an operator in the meaning that we write it as

$$y = \omega x \text{ (} x, y \in \mathbf{X} \text{)}$$

when

$$y(\xi) = \omega x(\xi) \text{ for each } \xi \in \mathcal{E}.$$

As shown in § 1, the projection P_y on the subspace $\ll y \gg$ has no effective image of a vector ∂_ξ when $y(\xi) \neq 0$ and $\|y\| > 0$; therefore, in this case, P_y may not be regarded as a linear operator of \mathbf{X} . A linear operator in our theory must be first described by the formula

$$L\partial_\xi = \mathcal{C} l(\xi, \eta) \partial_\eta \tag{3, 1}$$

so that for an arbitrary vector

$$x = \mathcal{C} x(\xi) \partial_\xi$$

we may have

$$Lx = \mathcal{C} \left(\mathcal{C}_\xi x(\xi) l(\xi, \eta) \right) \partial_\eta.$$

Since the right hand of (3, 1) must be a vector in \mathbf{X} , $l(\xi, \eta)$ take complex values.

The alternation of the summation procedue $\mathcal{C}_\xi \mathcal{C}_\eta$ by $\mathcal{C}_\eta \mathcal{C}_\xi$ is always thought as possible in our theory, whenever L is given as an effective operator of \mathbf{X} . Next, when

$$B(\mathbf{R}_L) = (\rho_\lambda)_{\lambda \in A},$$

at least one vector x_λ is claimed to be existent for each $\lambda \in A$ such that

$$Lx_\lambda = \rho_\lambda. \tag{3, 2}$$

An operator thus defined by (3, 1) to (3, 2) is called an *intimate operator*, or simply an *operator* if there is no fear of confusion.

For an operator L , if exists an operator L_1 such that

$$L_1 L = 1,$$

L_1 is called the *left inverse operator* or simply the *inverse* of L (in this paper) and is denoted by

$$L^{(-1)}.$$

When $L^{(-1)}$ exists L is said *left-invertible*. The set Ω_L of the complex numbers ω such that $(L-\omega)$ are not invertible, is the *spectrum* of L . Besides, as it is well-known, the spectrum of L has been originally defined by several authors as the set of the proper values of L , i. e. the set of the complex numbers ω such that

$$(\mathcal{I}x)(x \in X \text{ and } Lx = \omega x).$$

When the linear operators L and $L^{(-1)}$ are not necessarily expected to be intimate ones, for that the above-stated two definitions of a spectrum perfectly accord, it is necessary and sufficient that

$$(\nexists L^{(-1)}) \vee (\exists y)(y \in X, y \neq 0 \text{ and } Ly = 0) \tag{3, 3}$$

though, when L and $L^{(-1)}$ are restricted within the intimate operators, to establish the assertion (3, 3) is not easy. It will be a nonsense under such conditions to proceed any analysis dispensing with (3, 3). So, it may be an opportune disposal if we restrict our analysis within the case where the intimate operators L and $L^{(-1)}$ conform to the criterion (3, 3).

It is remarkable that the vectors x cannot be restricted to be of finite height. In effect, for the operators defined as

$$S\partial_\xi = s(\xi)\partial_\xi, \quad s(\xi) \neq 0 \text{ for each } \xi \in E$$

and

$$s(\xi) \rightarrow 0 \text{ whenever } \xi_0 \neq \xi \rightarrow \xi_0,$$

$S^{(-1)}$ is existent and

$$S^{(-1)}\partial_\xi = \frac{1}{s(\xi)}\partial_\xi (\equiv y_\xi)$$

and then it is observed that

$$|y_\xi| = |S^{(-1)}\partial_\xi| = \left| \frac{1}{s(\xi)} \right| \rightarrow \infty \text{ as } \xi \rightarrow \xi_0,$$

so that apparently many vectors of infinite height may be found in the range of $S^{(-1)}$. In addition, the notion of the norm $\|L\|$ of an operator L will not be used by similar reasoning.

For an operator L defined as

$$L\partial_\xi = \underset{\eta}{\mathcal{C}} l(\xi, \eta) \partial_\eta$$

the corresponding operator \bar{L} by the definition

$$\bar{L} \partial_{\xi} = \underset{\eta}{\mathcal{C}} \overline{l(\eta, \xi)} \partial_{\eta} \quad (3, 4)$$

$\overline{l(\eta, \xi)}$: the conjugate number of $l(\eta, \xi)$) is called the *adjoint* of L (i. r. t. the basis $(\partial_{\xi})_{\xi \in \Xi}$). An operator is called a *finite operator* if both of the set of such η that

$$l(\xi, \eta) \neq 0 \text{ for a fixed } \xi$$

and the set of such ξ that

$$l(\xi, \eta) \neq 0 \text{ for a fixed } \eta$$

are always found as finite sets.

Proposition 1. *When both of L and \bar{L} are intimate operators, they are finite operators, too.*

Demonstration. In effect, if

$$y = Lx \quad (x \in \mathbf{X})$$

then, in view of (3, 4)

$$y(\eta) = \underset{\xi}{\mathcal{C}} x(\xi) l(\xi, \eta).$$

Besides, x may be such that

$$x(\xi) = \frac{1}{l(\xi, \eta)}$$

for a fixed η , so that

$$y(\eta) = 1 + 1 + \dots$$

Since $y(\eta) \neq \infty$ the points ξ for which

$$l(\xi, \eta) \neq 0$$

must be exhausted within a finite count.

Next, if we take \bar{L} instead of L , according to the definition of \bar{L} we similarly see the points η for which

$$\overline{l(\xi, \eta)} \neq 0$$

must be exhausted within a finite count. Then, since

$$\overline{l(\xi, \eta)} \neq 0 \times \lrcorner l(\xi, \eta) \neq 0,$$

the verification is completed.

4. Orthogoual Transmutation.

Given a subspace \mathbf{Y} , if there exists another subspace \mathbf{Z} such that any vector x in \mathbf{X} may be uniquely expressed in the form

$$x = \alpha y + \beta z \quad (y \in \mathbf{Y}, z \in \mathbf{Z})$$

(α, β : complex numbers), then \mathbf{Z} is called a *linear supplement* of \mathbf{Y} . It is remarkable that there may be found many linear supplements possible for a fixed subspace. For an arbitrary vector ρ in \mathbf{X} , the following process to make up a supplement of $\ll \rho \gg$ is very important. First, let a point ξ for which $\rho(\xi) \neq 0$ be fixed in \mathcal{E}_ρ ; next, let the subspace

$$\mathbf{Z} = \bigvee_{\eta \neq \xi} \ll \partial_\eta \gg$$

be taken up; then it is easily seen that \mathbf{Z} is a linear supplement of $\ll \rho \gg$. In case of a subspace \mathbf{Y} generated by an enumerable family of vectors $(\rho_k)_{k=1, 2, \dots}$ the process may be simply generalized as follows. First, let a point ξ_λ for which $\rho_\lambda(\xi_\lambda) \neq 0$ be fixed in \mathcal{E}_λ for each $\lambda = 1, 2, \dots$; next, take up the set

$$\Gamma = \{\eta : \eta \in \mathcal{E} \text{ but } \eta \neq \xi_\lambda \text{ for all } \lambda = 1, 2, \dots\};$$

then the subspace

$$\mathbf{Z} = \bigvee_{\eta \in \Gamma} \ll \partial_\eta \gg$$

is found to be a linear supplement of \mathbf{Y} .

This process of supplementing is brought to an evident standstill when the power of $B(\mathbf{Y})$ is larger than enumerability, because then the axiom of choice will be needed again if we try to build up the set $(\xi_\lambda)_{\lambda \in I}$ in analogization. Nevertheless, there is still a way to throw light to our idea. If we cease to treat the total space \mathbf{X} as perfectly given but prefer to test it to restrict within the construction of the meaning of a formal extension of the above-shown supplementing, then there may be left no objection in regard to the axiom of choice. Thus reasoning, we may posit a set of ξ_λ as given such that

$$\rho_\lambda(\xi_\lambda) \neq 0$$

whenever

$$B(\mathbf{Y}) = (\rho_\lambda)_{\lambda \in I}.$$

Now, let us take a positive system of application $(\gamma_\lambda)_{\lambda \in I} + (\gamma_\eta)_{\eta \in \Gamma}$ such that

$$\mathcal{C} \gamma_\lambda + \mathcal{C} \gamma_\eta = 1$$

where

$$\Gamma = \Gamma(\mathbf{Y}) = \{\eta : \eta \neq \xi_\lambda \text{ for all } \lambda \in I\},$$

and introduce a new product described in the form

$$(x|y)^\circ = \mathcal{C} \hat{x}(\lambda) \overline{\hat{y}(\lambda)} \gamma_\lambda + \mathcal{C} \hat{x}(\eta) \overline{\hat{y}(\eta)} \gamma_\eta \tag{4, 1}$$

on condition that x and y are uniquely expressed as

$$x = \mathcal{C} \hat{x}(\lambda) \rho_\lambda + \mathcal{C} \hat{x}(\eta) \partial_\eta$$

and

$$y = \mathcal{C} \hat{y}(\lambda) \rho_\lambda + \mathcal{C} \hat{y}(\eta) \partial_\eta$$

respectively; the universal possibility of such expressions is now evident. Then the

subspace

$$\mathbf{Z} = \bigvee_{\eta \in \Gamma} \ll \partial_\eta \gg$$

is found orthogonal to \mathbf{Y} in respect to the product (4, 1), and thus we will have a new topological structure of \mathbf{X} . So, the formula (4, 1) is called an *orthogonal transmutation of \mathbf{X} with respect to the subspace \mathbf{Y}* .

The adjoint \mathring{L} of an operator L i. r. t. (4, 1) may be defined by the relation

$$(\bigvee_{\mathbf{X}} x) (\bigvee_{\mathbf{X}} y) : (\mathring{L}x|y)^\circ = (x|Ly)^\circ. \quad (4, 2)$$

If it is described as

$$\mathring{L}\rho_\lambda = \bigoplus_{\nu \in A} \mathring{g}_\lambda(\nu)\rho_\nu + \bigoplus_{\zeta \in \Gamma} \mathring{f}_\lambda(\zeta)\partial_\zeta$$

and

$$L\partial_\eta = \bigoplus_{\nu \in A} g_\nu(\eta)\rho_\nu + \bigoplus_{\zeta \in \Gamma} f_\eta(\zeta)\partial_\zeta,$$

we have

$$(\mathring{L}\rho_\lambda|\partial_\lambda) = \mathring{f}_\lambda(\eta)\gamma_\eta$$

and

$$(\rho_\lambda|L\partial_\eta) = g_\eta(\lambda)\gamma_\lambda,$$

so that in view of (4, 2)

$$\mathring{f}_\lambda(\eta)\gamma_\eta = g_\eta(\lambda)\gamma_\lambda$$

which means

$$0 < \gamma_\eta/\gamma_\lambda < \infty$$

whenever $\mathring{f}_\lambda(\eta) \neq 0$, because it is evident that $\mathring{f}_\lambda(\eta) \neq 0$ implies $g_\eta(\lambda) \neq 0$ and conversely. Since L is essentially arbitrary, this result may force the system $(\gamma_\lambda)_{\lambda \in A} + (\partial_\eta)_{\eta \in \Gamma}$ to be given as a regular one, i. e. $0 < \gamma_\lambda/\gamma_{\lambda'} < \infty$, $0 < \gamma_\lambda/\gamma_\eta < \infty$ and $0 < \gamma_{\eta'}/\gamma_\eta < \infty$ for all $\lambda, \lambda' \in A$ and $\eta, \eta' \in \Gamma$.

Proposition 2. *For that each intimate operator has its adjoint effective with respect to the transmutation (4, 1), it is necessary and sufficient that the system $(\gamma_\lambda)_{\lambda \in A} + (\gamma_\eta)_{\eta \in \Gamma}$ is a regular one.*

5. On \mathbf{R}_L .

When $B(\mathbf{R}_L) = (\rho_\lambda)_{\lambda \in A}$ the set of the vectors y such that

$$Ly = \rho_\lambda$$

is denoted by* \mathbf{X}_λ . For any vector x in \mathbf{X} the vector Lx can be expressed in the form

$$Lx = \bigoplus \bar{x}(\lambda)\rho_\lambda. \quad (5, 1)$$

Now, let us take a vector y describable in the form

* As is stated in § 3, it is claimed that $\mathbf{X}_\lambda \neq \text{void}$, in our theory.

$$y = \bigoplus \bar{x}(\lambda)x_\lambda$$

on condition that

$$x_\lambda \in \mathbf{X}_\lambda \text{ for each } \lambda \in A,$$

and let x be composed as

$$x = y + z.$$

Then we have

$$Lx = Ly + Lz = \bigoplus \bar{x}(\lambda)\rho_\lambda + Lz,$$

so that, in view of (5, 1), it must be

$$Lz = 0.$$

If $z \neq 0$, $L^{(-1)}$ cannot exist, because then

$$L(x_\lambda + z) = L(x_\lambda) = \rho_\lambda$$

whereas $x_\lambda + z \neq x_\lambda$. Consequently we may have:

Proposition 3. *For existence of $L^{(-1)}$ it is necessary and sufficient that each \mathbf{X}_λ ($\lambda \in A$) consists of a single vector x_λ and any vector $x \in \mathbf{X}$ can be uniquely expressed in the form*

$$x = \bigoplus \bar{x}(\lambda)x_\lambda.$$

It is remarkable that the original domain of definition of $L^{(-1)}$ is \mathbf{R}_L but not \mathbf{X} itself; in other words, $L^{(-1)}$ may not be regarded as an intimate operator of \mathbf{X} except the case $\mathbf{R}_L = \mathbf{X}$. In case $\mathbf{R}_L = \mathbf{X}$, as it is evident that

$$B(\mathbf{R}_L) = (\partial_\xi)_{\xi \in \Xi},$$

the sets \mathbf{X}_λ may be altered by the sets

$$\mathbf{X}_\xi = (x : x \in \mathbf{X} \text{ and } Lx = \partial_\xi),$$

and almost directly we may see:

Lemma 2. *In case $\mathbf{R}_L = \mathbf{X}$, if a family $(x_\xi)_{\xi \in \Xi}$ satisfies the condition $x_\xi \in \mathbf{X}_\xi$, then for the operators defined as*

$$S\partial_\xi = x_\xi \text{ for each } \xi \in \Xi$$

it is observed that

$$L = S^{(-1)}.$$

By Prop. 3 and Lemma 2 it is obtained that:

Proposition 4. *In case $\mathbf{R}_L = \mathbf{X}$, if $L^{(-1)}$ exists, $L^{(-1)}$ is in fact the both side inverse of L , i. e.*

$$LL^{(-1)} = L^{(-1)}L = 1.$$

6. Left Ideal in the Ring of Operators.

Apparently the intimate operators of \mathbf{X} make up a ring together; so let it be denoted by \mathfrak{R} . If an operator S is defined on a subspace \mathbf{Y} of \mathbf{X} , on replenishing such as

$$Sx = 0 \text{ for all } x \in \mathbf{X} - \mathbf{Y}$$

we may regard S as an element of \mathfrak{R} . In the following, we will deal with only thus replenished operators, so that the inverse $L^{(-1)}$ may have \mathbf{X} always as its domain of definition instead of \mathbf{R}_L . If a subset \mathfrak{S} of \mathfrak{R} satisfies the following conditions, \mathfrak{S} is a *left ideal*: (i) $(\mathfrak{S} \ni L, S) \triangleright aL + bS \in \mathfrak{S}$, by arbitrary complex numbers a and b ; (ii) $\mathfrak{S} \supseteq {}^* \mathfrak{R} \mathfrak{S}$. When $\mathfrak{S} \neq \{0\}$, \mathfrak{R} , the ideal \mathfrak{S} is said *non-trivial*. Given an operator L , the subset $\mathfrak{R}L$ is evidently the minimum of the ideals containing L , and is denoted by \mathfrak{S}_L . If there may be no non-trivial ideal \mathfrak{S}' such that

$$\mathfrak{S} \neq \mathfrak{S}' \text{ and } \mathfrak{S} \subset \mathfrak{S}' \subset \mathfrak{R},$$

then the non-trivial ideal \mathfrak{S} is a *maximal (left) ideal*.

The results that henceforth follow are what have been gained by a study aimed for analogization of the theory of normed ring of operators. In our study it may be specially characteristic that all of the measures $\|x\|$, \overline{x} , $\|L\|$ and \overline{L} are put out of use and the restriction (3, 3) is universally applied. Let the aggregation of the operators of \mathbf{X} which are not left-invertible be denoted by \mathfrak{N} ; this subset of \mathfrak{R} plays an important role in our analysis. By some simple computations the following lemmas may be gained, where a left ideal is simply called an *ideal*.

Lemma 3. *If an ideal \mathfrak{S} is non-trivial, then*

$$\{0\} \neq \mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{R}.$$

Lemma 4. *If $0 \neq L \in \mathfrak{R}$, the ideal \mathfrak{S}_L is non-trivial.*

Lemma 5. *For that an ideal \mathfrak{S} is non-trivial, it is necessary and sufficient that*

$$\{0\} \neq \mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{R}.$$

We insert here the following axiom as a logical agent in our analysis:

Axiom 0. *Given a set \mathfrak{A} fixed, by \mathfrak{p} be denoted a property which is either possessed by a subset in \mathfrak{A} or not, in relation to at most a finite number of fixed sets, and let it be assumed that: if there is a subset $\mathfrak{B}_1 \subset \mathfrak{A}$ (i. e. $\mathfrak{A} - \mathfrak{B}_1 \neq \text{void}$) having \mathfrak{p} , there exists another subset \mathfrak{B}_2 having \mathfrak{p} such that*

$$\mathfrak{B}_1 \subset \mathfrak{B}_2 \subseteq \mathfrak{A},$$

* $\mathfrak{R} \mathfrak{S}$ means the set of all SL such that $S \in \mathfrak{R}$ and $L \in \mathfrak{S}$.

and moreover it is certain that at least one subset exists in \mathfrak{A} having \mathfrak{p} . Then, there exists an increasing sequence of subsets having \mathfrak{p}

$$\mathfrak{B}_1 \subseteq \mathfrak{B}_2 \subseteq \dots \subseteq \mathfrak{A}$$

for which no subset \mathfrak{B} is found having \mathfrak{p} such that

$$\cup \mathfrak{B}_k \subset \mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{A}.$$

Proposition 4. For that an operator L is left-invertible, it is necessary and sufficient that there is no maximal ideal containing L .

Demonstration. If L is left-invertible, in view of Lemma 3, no maximal ideal contains L , because a maximal ideal is a non-trivial one too. Therefore, for completion of the demonstration it is sufficient if the negative assumption for existence of a maximal ideal containing L is induced to a contradiction when L is not left-invertible. In this case, as $L \in \mathfrak{R}$, by Lemma 4 \mathfrak{S}_L is a non-trivial ideal, and if \mathfrak{S}_L is not a maximal ideal there exists by definition an increasing sequence of non-trivial ideals such as

$$\mathfrak{S}_L \subset \mathfrak{S}_1 \subset \mathfrak{S}_2 \subset \dots \subseteq \mathfrak{R}.$$

We may denote by \mathfrak{p} the property that a subset of \mathfrak{R} be a non-trivial ideal containing \mathfrak{S}_L , so that by Axiom 0 we may assume that there exists no non-trivial ideal \mathfrak{S} such that

$$\cup \mathfrak{S}_k \subset \mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{R}. \tag{6, 1}$$

Now let it be denoted as

$$\mathfrak{S}_L = \cup \mathfrak{S}_k,$$

then \mathfrak{S}_L is a non-trivial ideal. In effect,

$$\mathfrak{S}_L \ni S, S' \triangleright (\mathfrak{A}k) (\mathfrak{A}k') \quad (S \in \mathfrak{S}_k, S' \in \mathfrak{S}_{k'})$$

and on denoting

$$\bar{k} = \max(k, k')$$

we have

$$S, S' \in \mathfrak{S}_{\bar{k}}$$

because then

$$\mathfrak{S}_k \subseteq \mathfrak{S}_{\bar{k}} \text{ and } \mathfrak{S}_{k'} \subseteq \mathfrak{S}_{\bar{k}},$$

so that

$$\alpha S + \beta S' \in \mathfrak{S}_{\bar{k}} \subseteq \mathfrak{S}_L$$

by arbitrary complex numbers α and β . Hence, we consequently have

$$\mathfrak{S}_L \ni S, S' \triangleright \alpha S + \beta S' \in \mathfrak{S}_L.$$

Next, $\mathfrak{R} \mathfrak{S}_L \ni S \triangleright (\mathfrak{A}S_1) (\mathfrak{A}S_2) (\mathfrak{A}k) \quad (S_1 \in \mathfrak{R}, S_2 \in \mathfrak{S}_k \text{ and } S = S_1 S_2)$

and then

$$S = S_1 S_2 \in \mathfrak{R} \mathfrak{S}_k \subseteq \mathfrak{S}_k \subseteq \mathfrak{S}_L.$$

Besides, it is evident that

$$\mathfrak{S}_L \subseteq \mathfrak{R}$$

so that \mathfrak{S}_L is a non-trivial ideal. Then, in regard to the indication about (6, 1), we may conclude that \mathfrak{S}_L is a maximal ideal containing \mathfrak{S}_L , which gives the contradiction promised.

For any maximal ideal \mathfrak{S} of \mathfrak{R} , let the residue class ring $\mathfrak{R}/\mathfrak{S}$ be described as

$$\mathfrak{R}/\mathfrak{S} = (\dot{S}(\mathfrak{S}))_{S \in \mathfrak{R}}$$

where

$$\dot{S}(\mathfrak{S}) \ni L \times L - S \in \mathfrak{S}.$$

Then, since evidently

$$L - S \in \mathfrak{S} \times S - L \in \mathfrak{S}$$

we have

$$L \in \dot{S}(\mathfrak{S}) \times S \in \dot{L}(\mathfrak{S})$$

which is written as

$$L \equiv S \pmod{\mathfrak{S}}.$$

When it is observed for a fixed complex number ω that

$$(\forall_x x) (Sx = \omega x),$$

we adopt the simple notation ω instead of S , and $\dot{\omega}(\mathfrak{S})$ instead of $\dot{S}(\mathfrak{S})$. By Ω_L is denoted the spectrum of an operator L . Then, the following theorem may be verified without any difficulty, which is an analogization of the classical one.⁴⁾

Proposition 5. *When $\Omega_L \neq \text{void}$, if*

$$L \in \dot{S}(\mathfrak{S})$$

for a maximal ideal \mathfrak{S} , then exists a number $\omega \in \Omega_L$ such that

$$S = \omega,$$

and conversely if $\omega \in \Omega_L$, exists a maximal ideal \mathfrak{S} such that

$$L \in \dot{\omega}(\mathfrak{S}).$$

(Received Apr. 25, 1961)

Reference

- 1) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Univ. Eng. **2**, 212 (1955)
- 2) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Univ. Eng. **2**, 271 (1956)
- 3) Halmos, P. R.: Introduction to Hilbert Space and the Theory of Spectral Multiplicity, 22 (1951)
- 4) Yoshida, K.: Isōkaiseki I, 111 (1951)

Mathematical Seminar in the Muroran Inst. Tech., Hokkaido

真空管電位計による静電気測定の入力回路について

北村 正一・伊藤 一郎

On the Input Circuit Conditions in Measuring the Static Electricity by Means of the Vacuum Tube Electrometer

Syoichi Kitamura and Ichiro Ito

Abstract

In this paper some measurable conditions of the static electricity by means of the vacuum tube electrometer are treated with detail. In this problem three capacitances—among the object to be measured, the measuring electrode, and the earthed conductors—being important, these are measured by the “electrolytic field analyzer” method. Using these data, we have treated about measuring the surface charge voltage, the space charge distribution in the insulating liquid, and the electric field strength induced by the charged bodies, and then some following results are obtained: a) the absolute value of the surface charge will be measured when the shield pipe is set on the object; b) the space charge distribution in the liquid will be discriminated only very roughly; c) the relative values of the field strength will be measured, as the field disturbance will be caused by the insertion of the shield pipe.

1. はし が き

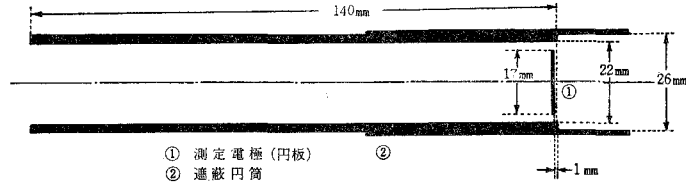
金属容器または絶縁性容器の中に、荷電された絶縁性液体が入っているとき、または更にそれらの容器が外部から荷電されたとき、容器外壁の表面電荷、内部液体中にある空間電荷の分布状態および液体表面上の空間の電場を知りたいことがある¹⁾。この場合の測定系として、筆者の一人が先に発表した真空管電位計²⁾を用いるとき、その測定系と被測定系の関係を入力回路素子の形であらかじめ種々の検討を加えて定数を決めておく必要がある。

先の発表では、その回路素子としての静電容量の測定が充分でなかったために、満足な結果が得られなかったが、その後微小静電容量測定法を改良し、充分目的に合う値を得た。その結果にもとづいて、その入力回路に種々の考察を加えることができ、そして上記の目的に合う測定が可能になったので、ここに報告する。

2. 静電気測定原理

任意の密度分布をもっている空間電荷の分布状態を測定することは非常に困難である。空中イオンの場合にはこの研究がみられるが、液体の場合は知らない。また表面電荷においても、ある任意の密度で分布している状態を詳細に測定することは一般に困難である。しかしここで

は、測定が何故困難であるか、そしてどのような条件で測定するとどの程度の近似で測定が可能であるかを、試作した特定測定系について考察する。



第1図 使用測定系の寸法

測定系は第1図に示すように、薄い銅円板の測定電極が保護用の銅円筒でかこまれ、この円筒の先端と測定電極との距離 d は任意の長さに加減できるようになっている。このような測定系を被測定系の附近にもってくると、静電誘導により測定電極と保護円筒とは、その位置の電場 \mathbf{E} に応じてそれぞれの表面に電荷が生ずる。そのときに現われた電荷 Q は(1)式で表される。

$$Q = f_e \cdot \mathbf{E} \quad [\text{C}] \quad (1)$$

ここで \mathbf{E} は電場ベクトルでその大きさの単位は $[\text{V/m}]$ 、 f_e は一般に測定電極の形・寸法・その附近にある誘電体の誘電率等によって与えられる関数である。そのときの測定電極の表面電位 V は(2)式で表わされる。

$$V = -\int \mathbf{E} d\mathbf{r} \quad [\text{V}] \quad (2)$$

ここで \mathbf{r} は荷電体からの距離ベクトルである。またこの表面電位 V と電荷 Q との間には、(3)式の関係が成立する。

$$V = Q/C \quad (3)$$

この比例定数 C が被測定系と測定電極との間の静電容量で、この(3)式を用いると回路の取扱ができる。ここで V は測定できる値であるので、 C の値が求められていれば Q を求めることができる。そこで下記のような特別の測定条件の場合について以下の節で考察する。

- (a) 表面にだけ電荷をもつ場合の表面電位またわ電荷の測定。
- (b) 液体中の空間電荷分布の測定。
- (c) 電場の測定。

なお、測定系を入れたことによって電場が乱されるので、その影響を充分考慮しなければならない。また保護円筒は当然接地してしゃへい円筒として取扱わなければならない。

A. 表面電位または電荷の測定

測定には、しゃへい円筒を測定電極前面より d だけ出してその前縁を被測定物の表面におく。そのときのしゃへい円筒内空間断面積 A_0 内に含まれる表面電荷量を Q_0 、その A_0 面が接

地導体に対する静電容量を C_0 とすれば、測定対象になる表面電位 V_0 は (4) 式で表わされる。

$$V_0 = Q_0 / C_0 \quad (4)$$

従って、 V_0 の測定には C_0 の大きさが問題になる。この C_0 は電荷が A_0 上に一様に分布していて、かなりの長い時間一定に保たれていると考えられる条件のときは、 A_0 と同じ面積の金属円板と接地導体との間の静電容量と等価になる。

一般の場合についてこの C_0 値を求めることは、理論的にも困難であるし、またそれぞれの場合に応じて測定することも不可能なことが多い。そこで計算と議論を簡単にするために次の仮定を立てる。すなわち、この等価電極自身のもつ静電容量 C_e と等しい静電容量をもつ球を考え、その等価球の半径を r_{e0} とし、この球が無限平面上 h の高さにあると仮定する。そうすると C_0 の値は (5) 式で与えられる。

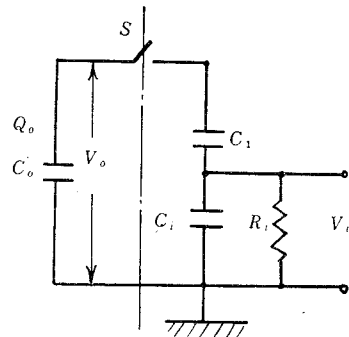
$$C_0 = \frac{r_{e0} h}{(h - r_{e0})} \quad (5)$$

ここで $r_0 \ll h$ の条件が成立する範囲内では C_0 は近似的に (6) 式で表わされる。

$$C_0 \doteq r_{e0} = C_e \quad (6)$$

(6) 式が成立するときは、対象面の対接地静電容量は対象面自身の静電容量 C_e だけを考慮すればよろしいので、近似的には、任意の形の被測定部分とその寸法に比べて接地体から充分遠く離れているときは、(6) 式が成立すると考えてよい。

次に上記のことを考慮に入れると、被測定系と測定系との間の等価入力回路は第2図のように表わされる。この図でスイッチ S を通る鎖線より左側が被測定系で、右側が測定系の入力回路である。 C_1 は被測定部分と測定電極との間の静電容量で、 C_i は等価入力容量で、リード線を含む測定電極と接地しゃへい円筒との間の静電容量と真空管入力容量との和である。 R_i は等価入力抵抗で、グリッド抵抗かまたはグリッドを浮かせて使用するときにはグリッドとカソード間の漏洩抵抗である。 R_i の値は C_0 と C_1 に並列に入る漏洩抵抗に比べてかなり小さい値と考えられるので、この抵抗だけを取入れた。スイッチ S は、測定系を被測定系に急に近づけたときに S が閉じることを示している。第2図の回路を S を閉じてから後の V_i について解けば (7) 式が得られる。



第2図 被測定系と測定系の等価入力回路

$$V_i = \frac{C_0 C_1}{C_0 + C_1} \cdot \frac{V_0}{C_i} \cdot e^{-\frac{t}{R_i C_i}} \quad (7)$$

(7) 式の波形は第3図(a)に示すものであるが、実際では測定系を近づけるのにある時間を必要とするので、第3図(b)の波形がグリッドに加わる。従って測定値を読みとりやすくするため

には、時定数 $R_i C_i$ の値を大きくすることがのぞましい。

次に(7)式にもとづいて、 C_0 、 C_1 および C_i の大きさを比較する。まず C_i の値は数 pF 以上になる。 C_0 は(6)式が成立するので(8)式で与えられる。

$$C_0 = \frac{2R_0}{\pi} \times 1.1 \quad [\text{pF}]$$

$$\approx 0.7 R_0 \quad [\text{pF}] \quad (8)$$

ここで R_0 は対象面と等価な金属円板の半径で cm 表わしたものである。 C_1 は d の値によって大きく変るが、一般に $C_0 > C_1$ であって、特に $C_0 \gg C_1$ の条件が成立する範囲がある。その範囲内では(9)式が成り立つ。

$$V_i = \frac{C_1}{C_i} V_0 e^{-\frac{t}{R_i C_i}} \quad (9)$$

$t=0$ のときの V_i を V_{i0} とすれば、 V_{i0} が測定される値で(9)式で表わされる。

$$V_{i0} = \frac{C_1}{C_i} V_0 \quad (9)$$

すなわち、 C_1 と C_i の値があらかじめ求められていると V_0 の値は(9)式から求められる。

次に測定系を被測定系に近づけることによって生ずる影響を考慮する。この場合に測定対象部分の接地導体に対する静電容量が C_0' だけ増加したとすれば、それによって V_0 が V_0' に減少する。すなわち(10)式の関係が得られる。

$$\frac{V_0'}{V_0} = \frac{C_0}{C_0 + C_0'} \quad (10)$$

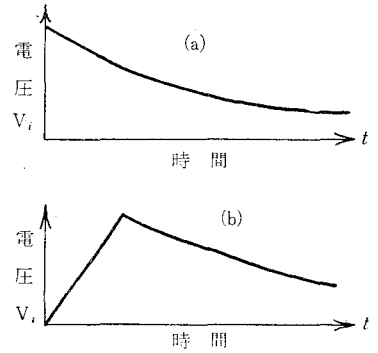
(10)式を(9)式に代入すると、 V_0 について(11)式が得られる。

$$V_0 = \left(1 + \frac{C_0'}{C_0}\right) \times \frac{C_i}{C_1} \times V_i \quad (11)$$

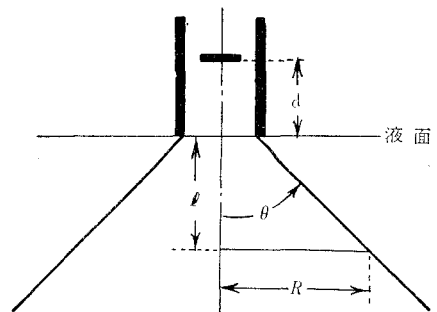
ここで用いている C_0 は(8)式で求められ、 C_0' 、 C_i および C_1 は3でのべる方法であらかじめ測定しておく。このようにして表面電位と電荷の絶対値がかなりの近似で測定できることになる。

B. 液体中の空間電荷分布の測定

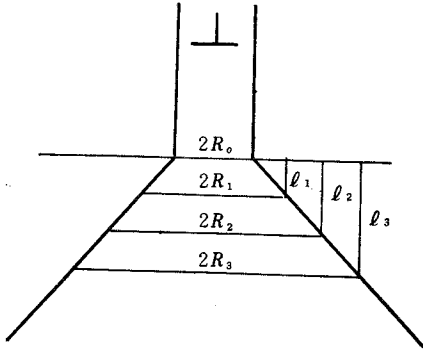
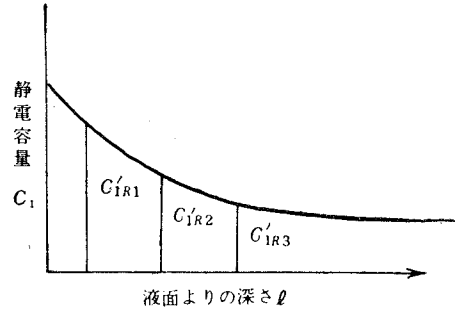
液体表面上に遮蔽円筒をおいて、測定電極に誘導される電位を測定する場合、測定対象になる電荷は近似的に第4図に示されるような頂角が 2θ の直円錐台に含まれると仮定すれば、この程度の



第3図 グリッド入力波形



第4図 液体空間電荷測定における測定範囲

第5図 空間電荷測定のための C_0, C_1 の求め方第6図 C_1 の深さに対する分布より等価 C'_{iR} の求め方

粗さで分布状態を測定することになる。この仮定がどこまで用いられるかは、関係静電容量の測定値から確かめなければならない。この場合の C_0 と C_1 は次のようにして求められる。 C_1 については第5図に示すように、まず液面の A_0 部分と測定電極との間の C'_i と液面から l_1, l_2, l_3, \dots の深さにある半径 R_1, R_2, R_3, \dots の円板と測定電極との静電容量 $C'_{iR1}, C'_{iR2}, C'_{iR3}, \dots$ を測定して、それらの値をもとにして第6図の曲線を描く。この曲線と横軸との間の面積が等価 C_{ie} である。同様な方法で C_0 についても求められる。

ここで用いた原理を表面電荷測定に応用することができる。この場合の測定対象になる面積 A_s は(12)式で表わされる。

$$\begin{aligned} A_s &= \pi R^2 \\ &= \pi (R_0 + l \tan \theta) \end{aligned} \quad (12)$$

C. 電場の強さの測定

上記の測定系を用いて電場を測定するときは、**A** と **B** で用いたと同様の原理で使うことができる。電場により測定電極上に誘起される電荷量は(6)式が成立する範囲内では $Q_m = C_m \times V_m$ で、 C_m はその電極自身の静電容量で、 V_m はその表面電位である。その電極の片面だけの面積を A_m とすれば、その表面電荷密度 $\sigma_m = C_m V_m / A_m = C_m V_m / \pi r^2$ となる。この電荷密度によってつくられる電場は与えられた電場と方向反対で大きさが等しいが、その大きさは $E = 4\pi \sigma_m$ である。そこで電場と測定電極電位との間には(13)式の関係が得られる。

$$E = \frac{4C_m V_m}{r^2} \quad (13)$$

この関係を与える V_m は第2図の一般的等価入力回路では C_1 の両端電圧になり、 $C_1 = C_m$ になる。また、 $C_0 \ll C_1$ と $C_1 \ll C_0$ の関係が成立する場合は、 C_0 は短絡し C_1 と C_i が並列に入って、 V_m は(14)式の V'_m で与えられる。

$$V'_m = \frac{C_i + C_m}{C_m} V_m$$

$$= \frac{(C_i + C_m) r_m^2}{4C_m^2} E \quad (14)$$

この(14)式から電場の測定ができる。しかし $C_i \ll C_m$ のときはしゃへい円筒による電場の乱が問題になる。この影響を少なくするには測定電極を飛び出させるとよい。またこの方法では d の調整によって測定電圧範囲と被測定空間の広さとが共に変る不便がある。

3. 静電容量の測定

特殊な構造の静電容量を求めるには、測定による以外はないのであるが、1 pF 以下の微小容量を直接測定することはなかなか困難である。そこで *Electrolytic Field Analyzer*³⁾ を応用して測定し目的に合う値を得た。

A. 測定原理

この原理は、静電場と電解溶液の電流場が等価に置くことができることに著目して、求める静電容量の両電極間の液体抵抗を測定して、これを静電容量に等価変換する方法である。測定された抵抗 R_m とこれに等価な静電容量 C との間には(15)式の関係がある。

$$C = \frac{\epsilon \cdot a}{R_m r} \quad (15)$$

ここで単位を、 C では [F] に、 R_m では [Ω] に、比伝導度 r では [σ/m] に、 a を実際のものとモデルとの間の長さの比に、誘電率 $\epsilon = 8.855 \times 10^{-12} \epsilon_1$ にすれば、(15)式は(16)式で表わされる。

$$C = 8.855 \times 10^{-12} \epsilon_1 \frac{a}{R_m} \quad [F] \quad (16)$$

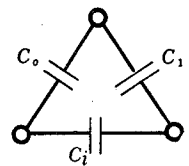
ここで ϵ_1 は実際の媒質の比誘電率である。

次にモデルについて抵抗を測定するには若干の工夫がある。実際の静電容量 C_0 、 C_1 および C_i に対応する抵抗 R_{m0} 、 R_{m1} および R_{mi} は第7図のような三角接続になって各素子を単独に分離することができない。そこで2つの電極間を測定しながら第3の電極をいずれか一方の電極の電位に保ち、他の抵抗素子に電流を流さないようにする。実際の測定回路には周波数ブリッジを用いて、静電容量分を補償して測定した。

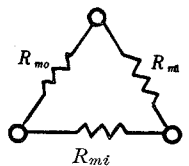
B. 静電容量測定値

実際の測定系をそのままモデルにして用いたので(16)式の a は1である。被測定系には3種類の直径の銅円板を用いた。このときの使用変数は第4図に示したものである。

測定結果については、(1) C_1 と d の関係は $l = 0$ として求めた曲線を第8図で、(2) C_1 と l の関係について d と R をパラメタにして描いた曲線群が第9図で、(3) C_0 と d の関係を

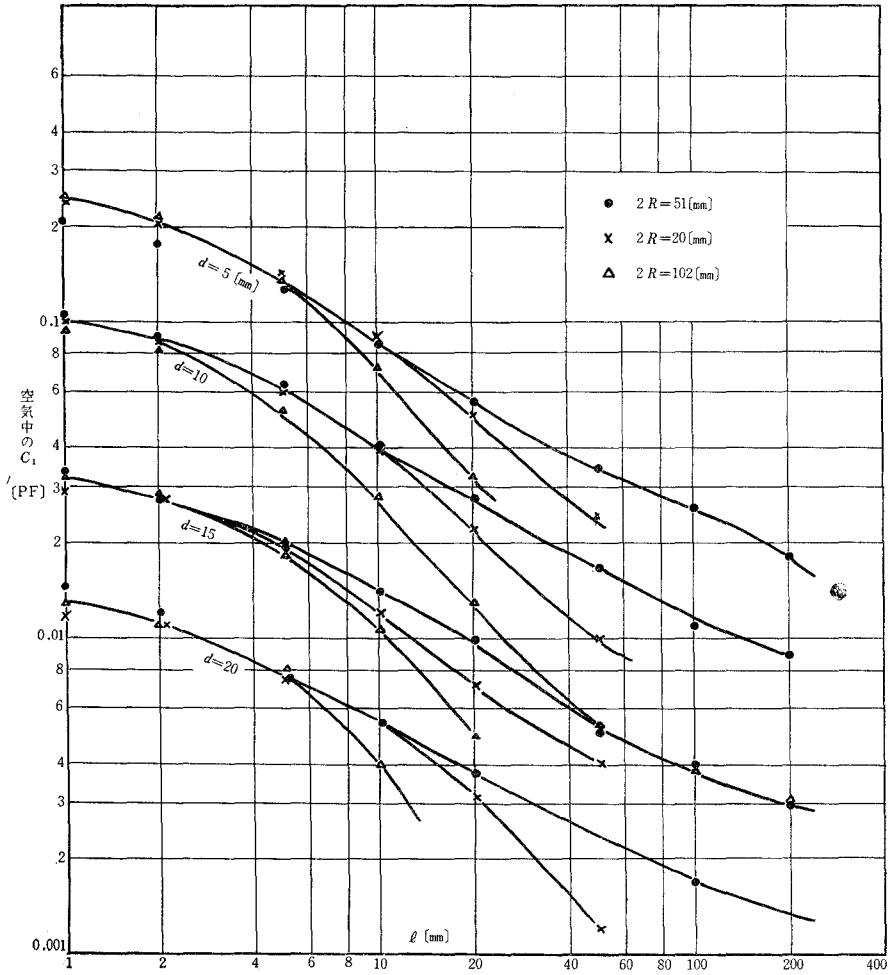


(A) 静電容量系



(B) 電解液抵抗系

第7図 モデル電極間抵抗と容量の等価変換関係



第 9 図 測定系を液面においたときの C_1 と l の関係

描いた曲線群が第 10 図で、(4) C_1' と l の関係について R をパラメタにして描いたのが第 (11) 図である。

4. 測定値にもとづく検討

上記の測定された値をもとにして、理論式の近似計算について検討する。

A. しゃへい円筒を被測定面上におき表面電位を測定する場合

この場合は (11) 式を用いるのであるが、実際は $l \neq 0$ で m を調整して適当な測定範囲に入れて測定する。そこで (11) 式の中で V_0 と V_i の比例係数をつぎの (17) 式で表わし、この K を入力較正係数として、これを d について描いておけば便利である。

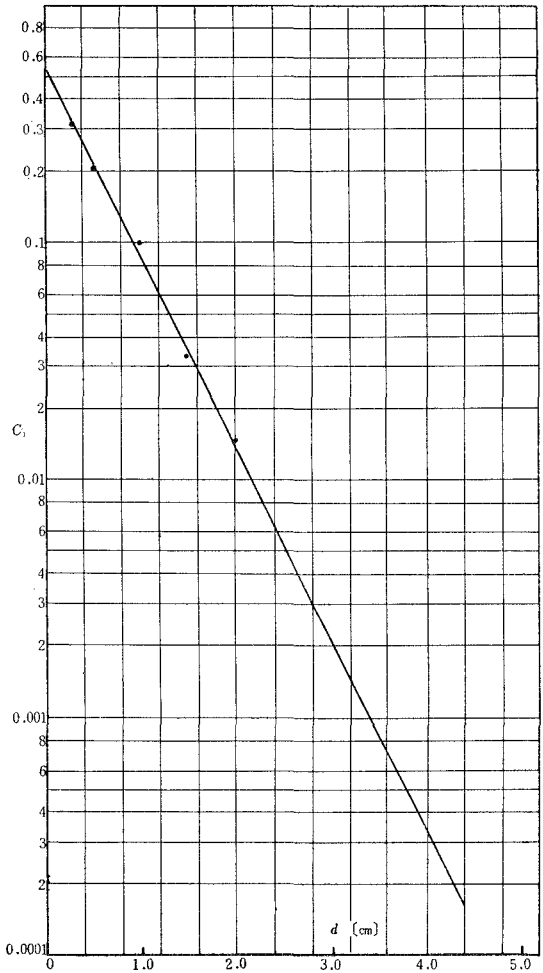
$$\left(1 + \frac{C_0'}{C_0}\right) \left(\frac{C_i}{C_1}\right) \equiv K \tag{17}$$

C_0 の値は (8) 式から計算すると, $C_0 = 0.595$ [pF] である。被測定面 A_0 に関する C_0' の値は, 第 12 図の曲線から $C_0'(A_0) = 1.35$ [pF] になり, d による変化は無視できる。つぎに C_1 は第 8 図から求められる。 C_2 の値はつぎの 2 つの値の和として求められる。すなわち, 測定電極とリード線がしゃへい円筒の d の部分との間にもつ静電容 C_2' と, $d = 0$ としたときの真空管グリッド入力容量 C_2'' とに分けられる。 C_2' は第 13 図から与えられるが, C_2'' は真空管としゃへい円筒の間につめた防湿材によって異なる値であるので, あらかじめ測定しておかなければならない。

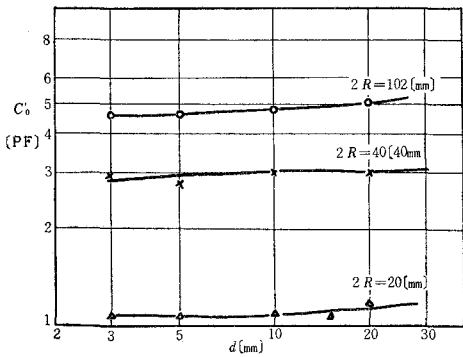
以上の C の値から K の値を計算すると第 14 図の入力校正曲線が得られる。この図では $C_2'' = 5 \sim 20$ [pF] を仮定して描いてある。

B. 液体中の空間電荷分布測定の場合

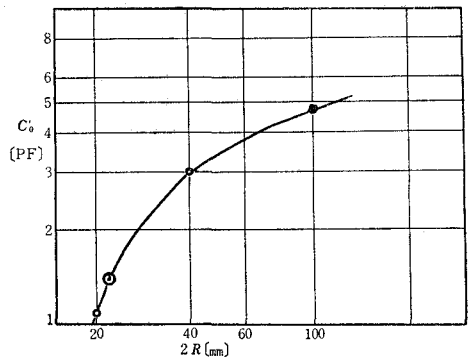
第 9 図の C_1 の測定値から, 測定電極に電荷を誘起させる液体の範囲を求



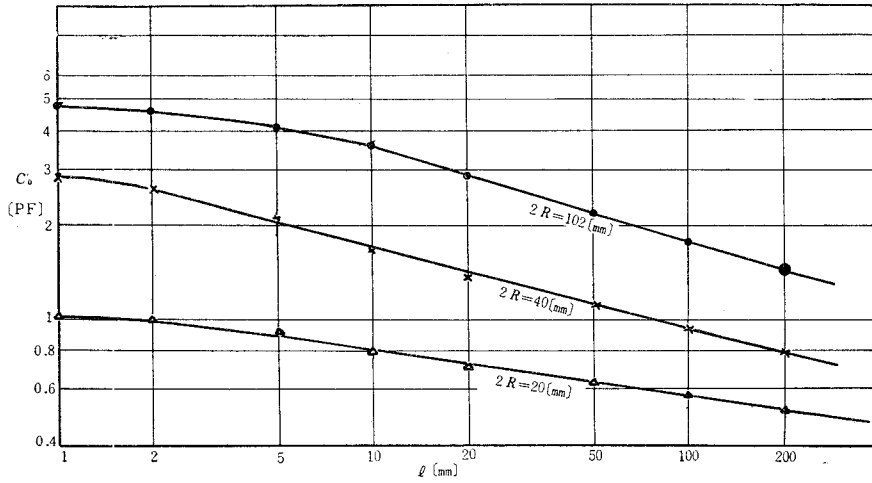
第 8 図 しゃへい筒の長さ d による C_1 の変化



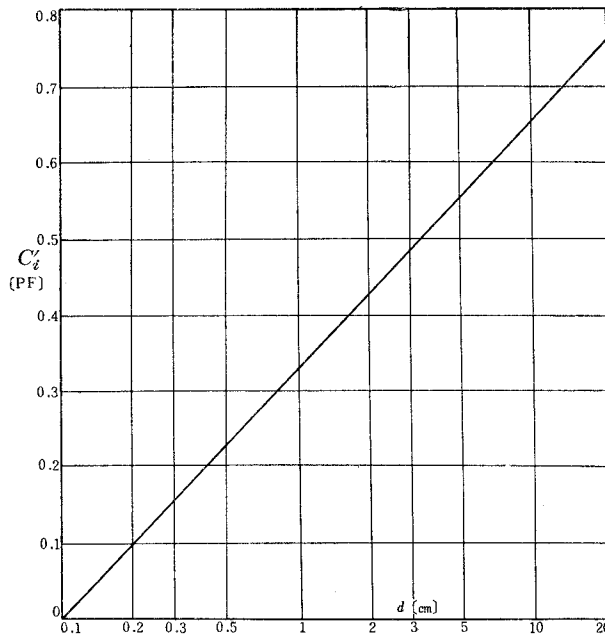
第 10 図 しゃへい筒に対する被測定部の接地容量と d との関係



第 12 図 しゃへい筒に対する被測定部の接地容量と $2R$ との関係

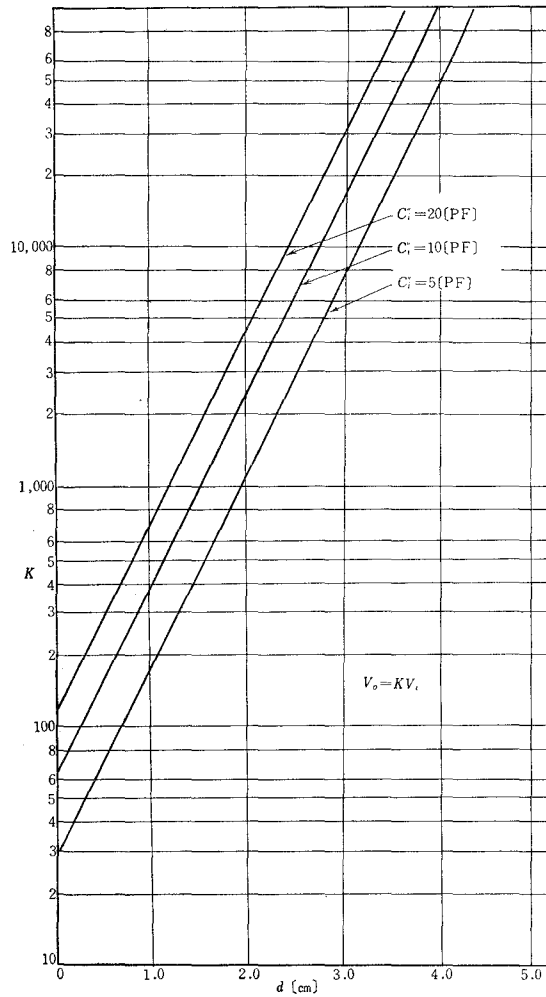


第11図 シャへい筒に対する被測定部の接地容量と l との関係

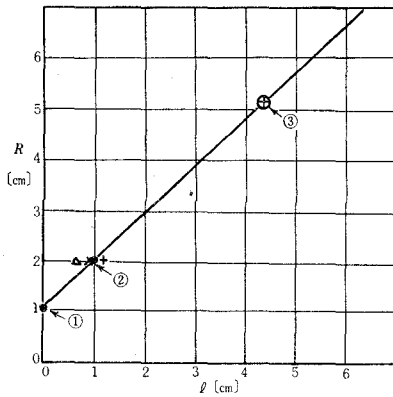


第13図 測定電極とその前面にあるシャへい筒との間の静電容量と d の関係

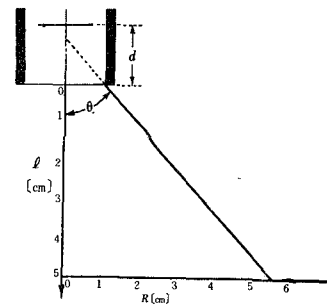
めると第15図と第16図に示すようになる。第15図で点1はシャへい円筒の断面の半径の値で、点2は $l=1$ [cm] のときの測定値であるが、 l と R の関係が直線的であると仮定して、 $R=5.05$ [cm] に対する l の値の有効な限界を推定したのが点3である。これらの測定値は不足でもやや不確実であるが $d > 0.5$ [cm] では第16図に示すように、 $\angle\theta$ の大きさは d に関係なく一定で大体 $\theta = 40^\circ$ 附近になる。このようにして測定対象の含まれる範囲が直円錐台と近似



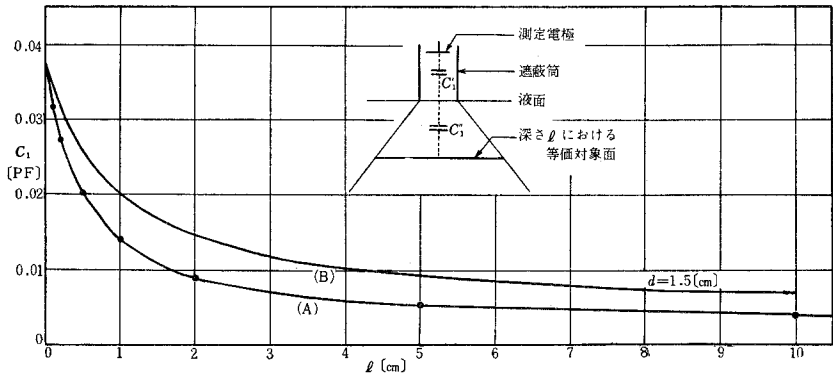
第14図 しへい円筒の長さ d を移動して表面電荷を測定するときの入力較正曲線



第15図 液体の深さ l と有効な等価円の半径 R との関係



第16図 測定電極が測定対象とする液体中円錐台の大きさ

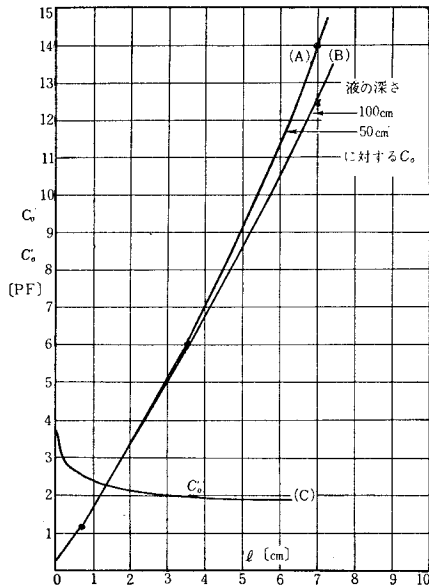


第17図 シャへい筒を液面に置いたときの C_1 と深さ l との関係

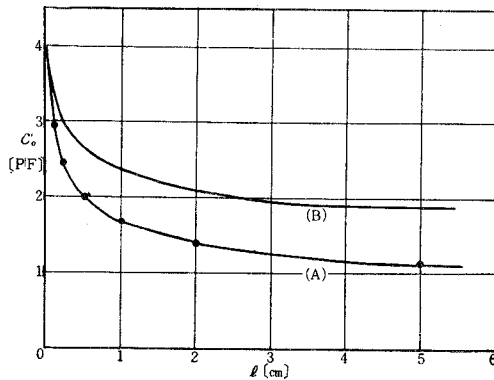
的に取扱うことができる。

つぎにこの直円錐台内に含まれる等価静電容量 C_{1e} は第6図の原理から求められるが、その1例は第17図のようになる。これは $d = 1.5$ [cm] にとって、種々の l に対して C_1 を空気媒質の中として測定した値である。しかし実際では空気と液体の複合誘電体であるので、図に示すように空気部の容量を C_1' 、液体部分の容量を C_1'' とすれば C_1 は C_1' と C_1'' の直列接続の合成容量になる。この関係と第17図の(A)曲線を用い、液体の誘電率 $\epsilon = 2$ として計算すると(B)曲線の分布を示す。

つぎに C_0 の深さ l についての分布を求めるのであるが、液体容器の形と寸法が問題にな



第18図 シャへい筒を液面においたときの C_1' と C_0 の l による変化の比較



第19図 シャへい筒を液面に置いたときの C_1' と深さ l との関係

る。容器が接地されている場合は、簡単のために容器を半球殻とし、今考えている液体面を等価半球面として、その C_0 の値は円心球間静電容量として計算すれば、第 18 図の (A) と (B) の曲線が得られる。(A) 曲線は液の深さが 50 cm の、(B) 曲線は 100 cm の場合を示す。更に測定系を近づけた影響は C'_0 で与えられるが、この C'_0 は測定も計算も困難であるので大ざっぱな近似計算を行なうことにする。媒質を空気として測定された第 19 図 (A) 曲線から、 $l=0$ のときの C'_0 の値を C'_0 とし $l=l$ のときの液体部分だけの静電容量を C'_l とすれば、 C'_0 は C'_0 と C'_l を直列接続した合成容量と等価であると仮定して計算すると同図の (B) 曲線が得られる。これを第 18 図に移すと (C) 曲線になる。この図の (A) または (B) 曲線と (C) 曲線とを比較して V_i の式を検討するとつぎの関係が得られる。

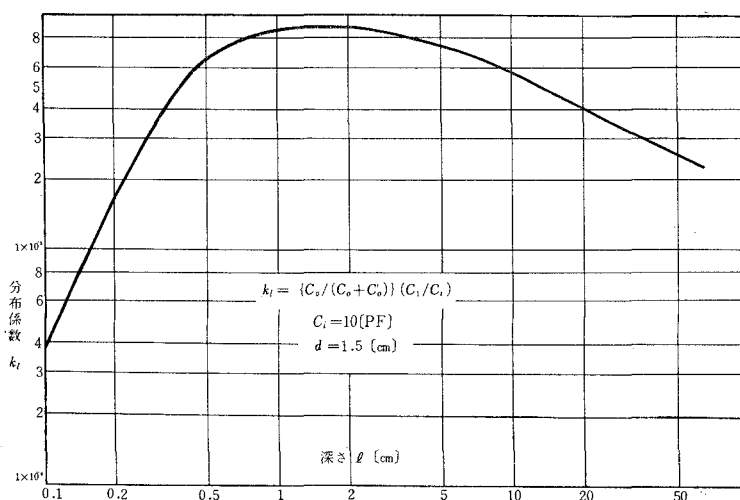
表面に接近している液体では $C'_0 \gg C_0$ であるので (11) 式から (18) 式の関係が得られ

$$V_i = \left(\frac{C_0}{C'_0} \right) \left(\frac{C_1}{C'_l} \right) V_0 \quad (18)$$

また液体の深さの 1/5 より深い液体部分に対しては、 $C'_0 \ll C_0$ であるので (19) 式の関係が得られる。

$$V_i = \left(\frac{C_1}{C'_l} \right) V_0 \quad (19)$$

この (18) 式は (11) 式と同じ関係であるが、 V_i を l の関数として求めるのが困難である。しかし近似的には l が小さいところでは第 14 図を適用することができる。(19) 式において、 C'_l は l に対して一定であるので、 V_i は C_1 に比例する。(18) 式から (19) 式に移る中間の変化の大体の様子を知るために、(11) 式から V_i と V_0 の比例係数を



第 20 図 液体表面に測定係を置いたときの深さに対する測定電圧分布係数

$$\left\{ \frac{C_0}{(C_0 + C_0')} \right\} \left(\frac{C_1}{C_1'} \right) \equiv k_i \quad (20)$$

とにおいて、この k_i を分布係数とし前に計算した数値を代入して、 k_i を l について描くと第 20 図が得られる。この図から、液面にごく近い部分の電荷の影響はかえって小さく、数 mm から 1 m 附近までは殆んど同程度の影響を与えることが推定できる。すなわち、この測定系を液面近くにおいて測定するときは、液の深さに対してはほぼ同程度の割合で電圧が誘起されることになる。

5. あとがき

静電気量の絶対値を測定することは困難なことであるが、被測定系と測定系の条件によっては可能になる。そこで第一にこの点に重点を置いて、試作した測定系をもとにして、測定されたデータから検討を加えた。

表面電荷については、接地導体からかなり離れている位置にしゃへい筒をおくとき、その筒内に含まれる面積上の電荷の平均値がかなり正確に測定できることが明らかになった。

次に力を入れて検討したのは、空間電荷をもつ液体の電荷分布の状態がどのていど測定できるかという問題であった。そこで知られたことは、(i) 測定系を液面におくときは、大体頂角が 80° 附近の直円錐台内の電荷が測定対象になることと、(ii) 液面からの深さによる影響は対象になる面積が深さに比例して広がるために同程度の割合で測定されて、特に表面付近だけが測定対象になることはないということである。

同じ測定系で電場の測定もできるが、その場合は測定電極を飛び出させて、電極挿入による電場の乱を少なくする必要がある。

以上の結果から、静電気測定について若干の手がかりが得られたと考える。

本報告を発表することができたのは、静電気問題について具体的な資料を提供して下さった日本石油精製室蘭製油所と、絶えず指導と励ましをいただいた本学電気工学教室の山上孝教授とのおかげであるので、ここに厚く感謝の意を表わす。

(昭和 36 年 4 月 28 日受理)

文 献

- 1) Klinkenberg, A. and van der Minne, J. L.: *Electrostatics in the Petroleum Industry*. p. 10 (Elsevier Publication Co. 1958)
- 2) 北村正一: *室工大研報*, **2**, 569 (1957)
- 3) Farr and Wilson: *Trans. A.I.E.E.* **70**, (Pt. II) 1307 (1951)

昭和35年度研究業績

I 論文

題 目	著 者 名	発表機関誌名	月 日
イソニコチン酸, ニコチン酸の水による回収	小松 藤 男	Journal of Chemical Machine Vol. 1 No. 5 (1960)	35. 8.
キノリンの空気接触酸化 (第3報)	小松 藤 男 伊藤 伍 郎 穂八 既 寿 幡 雄	コーラル誌 第12巻, 第9号	35. 9.
イソキノリンの空気接触酸化 (第2報)	小松 藤 男 小園 善 和 桜井 英 夫 小 森	コーラル誌 第12巻, 第8号	35. 8.
鉄製硫黄製錬釜内壁に生成する硫化物スケールに関する研究	西 田 恵 三 及 川 弘	日本金属学会誌 第24巻, 第4号	35. 4.
不銹鋼製硫黄製錬釜内壁に生成する硫化物スケールに関する研究	西 田 恵 三 及 川 弘	同 上	35. 4.
北海道室蘭産灰長石及びその母岩の化学成分	佐 藤 文 男 香 川 義 郎	岩石鉱物鉱床学会誌	35.10.
ランガー系橋梁の設計上より見た力学的諸問題について	中 村 作 太 郎	土木学会第15回年次 学術講演会講演概要 集 II-21	35. 5.
経済性を考慮せる合成構バランسد拱橋の設計試案とその力学的研究	中 村 作 太 郎	土木学会北海道支部 技術資料 第17号	36. 2.
平板のクラック周辺の曲げ応力の集中について	能 町 純 雄	土木学会論文集 第68号	35. 5.
On a Method of Solving Axisymmetrical Stress Problems by means of Finite Fourier Hankel Transforms.	Sumio G. Nomachi	Proceeding of the 10th Japan National Congress for App. Mech.	35. 8.
トラストガーダーの応力解析について	能 町 純 雄	土木学会北海道支部 技術資料 第17号	36. 2.
タワミ測定に関する一方法	能 町 純 雄 志 村 政 雄	同 上	36. 2.
合成桁のダブルについて	能 町 純 雄 尾 崎 認	同 上	36. 2.
比表面積法による土の最適含水比の検討	太 田 誠 一 郎 宮 川 房 夫	技術パンフレット 第1号	36. 3.
北海道における合チタン砂鉄の性状	金 森 祥 一 夫 白 川 幹 夫 加 藤 金 二 英 中 里 金 一 三 吉 川 正 三 郎	北海道開発庁選鉱製 錬試験報告書	36. 3.
電位差滴定法によるヒドロキノンの定量	上 野 幸 三 太 刀 川 哲 平	分析化学 第9巻, 第10号	35.10.

題 目	著 者 名	発表機関誌名	月 日
現代英語の語法	増 田 貢	英語研究 昭和36年2月号	36. 2.
簡易カードタイトラー (作り方, 使い方)	永 田 幸 令	カメラ芸術 第7巻, 第7号	35. 6.

II 講 演

題 目	著 者 名	発表機関名	月 日
イソキノリンの空気酸化 (第3報)	小 松 藤 男	日本化学会 (北海道 地方大会) 化学工学協会	35. 7.18
高沸点タール塩基類の分離 (第2報)	小 松 藤 男	同 上	35. 7.18
高沸点タール塩基類のペーパークロマトグラフ	小 松 藤 男 八 幡 寿 雄	同 上	35. 7.18
北炭平和鉍坑内水について	大 和 明 夫 及 川 弘 弘	室蘭工業大学鉍山技 術研究会講演会	35.11. 5
石炭の表面反応 (I)	佐 藤 干 城	日本鉍業会	35. 4.23
坑内通気測量に関する研究 (II)	山 本 英 一 佐 藤 干 城	室蘭工業大学鉍山技 術研究会	35.11. 6
ランガー系橋梁の設計上より観た力学的諸問題について	中 村 作 太 郎	土木学会第15回学術 講演会	35. 5.29
経済性を考慮せる合成構バランスド拱橋の設計試案とその力学的研究	中 村 作 太 郎	土木学会北海道支部 研究発表会	36. 2.27
数個所で結合されている合成桁について	能 町 純 雄 尾 崎 詔 詔	第15回土木学会年次 学術講演会	35. 5.28
平板性を考慮したケーソン建造物の解法	能 町 純 雄 石 倉 建 治	同 上	35. 5.
石狩川上流部の融雪流出について	境 隆 雄	第15回土木学会年次 学術講演会	35. 5.28
ガス型法における鋳物砂の高温性質について	宮 本 武 郎 内 藤 正 千 菊 地 之 之	日本機械学会 北海道支部講演会	35.10. 1
本道含チタン砂鉄の性状に関する調査研究	金 森 祥 一 外 5 名	日本鉄鋼協会 日本金属学会 両支部合同講演会	35. 6. 4
第2回北海道鑄造技術コンクールの結果について	金 森 祥 一	日本鑄物協会支部講 演会	35. 6.23
Fe-Al 合金の硫黄蒸気腐食	西 田 恵 三	日本金属学会第46回 東京大会	35. 4. 2
Fe-Al-Cr 合金の硫黄蒸気腐食に関する研究	西 田 恵 三	日本金属学会第47回 札幌大会	35.10. 4
電位差滴定法における電極 (双金属) の選択について 第11報	上 野 幸 三 太 刀 川 哲 平	日本化学会第13年会	35. 4. 4
電位差滴定法によるスルファニルアミドの定量	上 野 幸 三 太 刀 川 哲 平	日本化学会北海道大 会	35. 7.18
チオアセトアミドによる銀の定量について	柏 木 民 次 郎 太 刀 川 哲 平	日本金属学会秋期大 会	35.10. 4

題 目	著 者 名	発 表 機 関 名	月 日
カント倫理学における最高善について	石 山 敬 雄	日本倫理学会	35.10.16
英語教育の目標と方法	増 田 貢	札幌市教育研究集会 英語部会	35.10. 5
音声英語について	増 田 貢	釧路管内英語教育研 究サークル	35.10.21
一般函数空間の表現及び Orthogonal Supplements. Spectral Construction の再検討	紀国谷 芳 雄	日本数学会	35. 5.28
	紀国谷 芳 雄	同 上	35. 5.28
Finsler 空間の部分空間内にあるベクトル野に対す る Frenet の公式について	永 田 幸 令	同 上	35. 5.26

昭和三十六年六月二十五日印刷
昭和三十六年七月一日發行

【非売品】

編輯兼
發行者

室蘭工業大學

札幌市北三条東七丁目三四二番地

印刷者 山中 幸三

札幌市北三条東七丁目三四二番地

印刷所 文栄堂印刷所

T ②〇八五一・③五五六〇・④二七一一

PRINTED BY

BUNYEIDO PRINTING CO.

No. 342, East 7, North 3, Sapporo, Japan.

Tel. Sapporo ③-2711 ③-5560 ②-0851

CONTENTS

Vol. 3. No. 4. July, 1961 Whole No. 12

	Page
On the Most Suitable Reactor Type for the Direct Oxidation of Ethylene Catalyzed with Silver Supported on Kieselguhr. H. Kano, T. Kanazuka & H. Hirano 4 (1)	579
Studies on the Rate of Gas Absorption by Liquid. —The Absorption of Carbon Dioxide in Sodium Phenolate Solutions— H. Kimura 4 (9)	587
Chemical Engineering Studies for the Carbonators of the Sodium Cresylate. H. Kimura 4 (27)	605
A Study of the Soil Corrosion of Cast Iron. (II). J. Sugita 4 (39)	617
Extraction of Sodium Chromate from Chrome Ore Roast. —Properties of Chrome Ore Roast and its Extract— J. Sugita & S. Honda 4 (49)	627
The Neogene Deposites in the North of Imagane-Cho, Setana-Gun, Hokkaido. Y. Sawada 4 (57)	635
A Study of the Tentative Design and the Stress Adjusting and Calculating Method of the "Prestressed Lohse Girder Bridge". S. Nakamura 4 (69)	647
On the Experiment of Photoelastic Models Connected with the Stress Distribution of Lohse Girder Bridge. S. Nakamura, I. Bansho & M. Shimura 4 (101)	679
On One Method of Solving Stress Problems in Cylindrical Co-ordinates by Means of Finite Fourier Hankel Transforms. (Part II). . . . S. G. Nomachi 4 (127)	705
On "Eigenwertprobleme" of a Composite Girder. S. G. Nomachi & S. Ozaki 4 (139)	717
Design of Concrete Mix Proportioning by Specific Surface Areas of Aggregates. S. Ohta 4 (145)	723
A Study of Combustion Phenomenons for Carburetor Engine (I) Measurement of Deflagration Velocity of Mixture-gas with a Long Flame-travel . . . M. Akagi & I. Konda 4 (157)	735
A Study of Combustion Phenomenons for Carburetor Engine (II) Detection of Intermediate Products of Gasoline Engine with Low Compression Ratio . . . M. Akagi & I. Konda 4 (169)	747
On the Alloying Layers formed on Steel by Hot Dipping in Al and Al-Si Baths. K. Nishida & S. Koda 4 (177)	755
Potentiometric Titration of Silver by Use of Thioacetamide. T. Kashiwagi & T. Tachikawa 4 (191)	769
On the Cause of the Errosion and Deformation of the Blast Furnace Lining. —Some Observations of the Lining of the Under-part of the Shaft and Belly Part in the Blown-out Blast Furnace— A. Tanaka 4 (197)	775
On Complete Continuity of P. S. Uryson's Operator in Function Spaces K. Honda 4 (217)	795
A Renovated Course of Functional Analysis. Y. Kinokuniya 4 (231)	809
On the Input Circuit Conditions in Measuring the Static Electricity by Means of the Vacuum Tube Electrometer. . . . S. Kitamura & I. Ito 4 (245)	823
Other Achievements in Studies, Oral or Written, for 1960 by Professors in this Institute 4 (259)	837