



室蘭工業大学

学術資源アーカイブ

Muroran Institute of Technology Academic Resources Archive



室蘭工業大学研究報告 第4巻第2号 全1冊

メタデータ	言語: eng 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-05-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10258/2935

室蘭工業大学研究報告 4巻2号

正 誤 表

頁		行	正	誤
目次	↓	6	切屑形態	切削形態
"	↑	3	Machine with Tandem Brush	Machine in the Case of Tandem Brush
366	↑	9	は 5.0, 3.5 (°C/時)	は 3.5 (°C/時)
379	図	19	下弦杖	下弦機
394	↓	16	102 mg	101 mg
"	↑	7	$l = h \cos \alpha$	$l = h \cos \alpha$
"	↑	6	$l = 2r \cos \alpha$	$l = 2r \cos \alpha$
405	図	18	噴射角0°の場合の実験値	噴射角0°の場合の実験造
407	↓	8	燃焼室壁面	燃焼壁面
409	↑	12	the	tne
412	↑	7	tow	tew
415	↓	1	(5), (6)	(4), (5)
417	Fig	11+1	Conditions	conditions
425	Fig	19+2	are the	are fue the
429	↑	3-2	脈動効果	脈動効結
433	↓	3	($N=3600$ rpm 附近における曲 線の山)	($N=$ 附近における曲線の 山)
462	図	1	排気管系の模型	給気管系の模型
464	"	2	"	"
508	↓	14	$+ \frac{2}{W} (1-bc) \int_{a_2}^x \left(\frac{W-1+x}{1-x} \right)^b dx]$	$- \frac{2}{W} (1-bc) \int_{a_2}^x \left(\frac{W-1+x}{1-x} \right)^b dx]$
512	↑	4	$y_{III} = 1 - \frac{2}{W} \left(\frac{a}{m} + x - a_2 \right) + \left(\frac{1-x}{a/m+x} \right. \\ \left. - a_2 \right)^{b_2} \left[\left(\frac{1-x}{a/m+x} \right)^{b_2} \right]$	$y_{III} = 1 - \frac{2}{W} \left(\frac{a}{m} + x - a_2 \right) \left(\frac{1-x}{a/m+x} \right. \\ \left. - a_2 \right)^{b_2} \left[\left(\frac{1-x}{a/m+x} \right)^{b_2} \right]$
514	↓	14	$\frac{r}{W} = C$	$\frac{R}{W} = C$
"	↓	15	$\frac{r}{W} < 1$	$\frac{r}{W} > 1$
"	↓	20	$W'' = \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_2} - 1 \right) a_1 + \{ a_1 + (1-a_2) \} \right] > r$	$W'' = \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_2} - 1 \right) a_1 + \{ a_1 + (1-a_2) \} \right]$
515	↑	1,2	J.I.E.E.J.	J.I.E.E.
527	↑	6	伊東 ¹⁾	伊藤 ¹⁾
528	↑	5	$Pr\{\bar{x} \leq x_0 \mu, \sigma\}$	$Pr\{\bar{x} \leq x_0 \mu, \sigma^2\}$
534	↓	2	大きさ n の	大きさの n
538	表	4.5	$\sigma M^2 / \sigma P^2$	$\sigma M^2 / \sigma P^2$
543	図	9	$\sigma M^2 / \sigma P^2 = 0.5$	$\sigma M^2 / \sigma P^2 = 0.5$

室蘭工業大学

研 究 報 告

第四卷 第二号

昭和三十八年六月

MEMOIRS

OF

THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

VOL. 4 NO. 2

June 1963

MURORAN HOKKAIDO

JAPAN

Editing Committee

K. Otsubo	President	<i>Chairman of the Committee.</i>
T. Zusho	Prof.	<i>Electrical Engineering.</i>
M. Morita	Prof.	<i>Industrial Chemistry.</i>
Y. Sawada	Prof.	<i>Mining Engineering.</i>
S. Nakamura	Asst. Prof.	<i>Civil Engineering.</i>
S. Chiya	Prof.	<i>Mechanical Engineering.</i>
S. Kawamura	Prof.	<i>Metallurgical Engineering.</i>
H. Kimura	Prof.	<i>Chemical Engineering.</i>
Y. Ishiyama	Asst. Prof.	<i>Literature.</i>
Y. Nagata	Asst. Prof.	<i>Mathematics.</i>
T. Miyamoto	Prof.	<i>Chief Librarian.</i>

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued at irregular intervals. When they amount to about 800 pages, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告 第四卷 第二号

目 次

		頁
プラット・トラス橋（模型）の応力度・タワミ・ 座屈などに関する実験について……………	中 村 作 太 郎 番 匠 勲 須 田 政 雄 志 村 政 雄	2 (1) 363
パイプトラスの強度に関する実験……………	内 藤 正 鄰	2 (23) 385
液体燃料の表面蒸発燃焼に関する基礎実験（第2報）……………	赤 木 盈 塚 原 重 信 実	2 (31) 393
接触面積拘束工具の切削性に関する研究 —各種拘束工具の塑性域と切削抵抗および切削形態—	菊 地 千 之	2 (47) 409
クランク室圧縮型2サイクル機関における 給・排気管系の脈動効果について……………	沢 則 弘	2 (67) 429
クランク室圧縮型2サイクル機関における 給気管系の慣性効果について……………	沢 則 弘	2 (85) 447
排気吹出し効果に関する研究……………	沢 則 弘	2 (99) 461
EDTAによる鉛の電位差滴定……………	太 刀 川 哲 平	2 (111) 473
法と道徳—その関連性について—……………	石 山 敬 雄	2 (117) 479
Theory of Description on a Set-function		
Restricted within a Euclidian Space. ……………	Y. Kinokuniya.	2 (129) 491
真空管電位計の一方式について……………	北 村 正 嘉 安 部 嘉 一	2 (135) 497
Analysis of Commutation Curve of d-c		
Machine in the Case of Tandem Brush. ……………	T. Matsuda.	2 (143) 505
測定誤差のある場合の \bar{x} 管理図の特性……………	金 塚 高 次	2 (165) 527
昭和37年度研究業績……………		2 (183) 545



プラット・トラス橋（模型）の応力度・たわみ・座屈 などに関する実験について

中村作太郎・番匠 勲・須田 勲・志村政雄

On the Experiment Connected with the Stress Intensity, the Deflection,
the Buckling etc. of the Pratt Truss Bridge (Models)

Sakutaro Nakamura, Isao Bansho, Isao Suda and Masao Shimura

Abstract

Entrusting the Hakodate Dock Company with steel plates, the present writers made two models the deck Pratt truss bridge (span length, about $l=80\text{cm}$, the panel point welded and pinned) and loaded concentrically on the centre of the upper chord of each model by use of an Amsler type compression tester and also by use of a strain meter and dialgauges measured the stress intensity of every member and the deflection of the centre of the lower chord within the limits of buckling or elastic failure of the models.

Thus they explained the influences of the deformation of the Pratt truss and the rigidity of its panel points, comparing with the theoretical values.

Then, they observed and cleared up the phenomenon of elastic failure or buckling by creasing gradually a concentrated load into a breaking one, and they pointed out from the results of the comparative study of the theoretical and experimental values that the assumption of the old calculating theory is not suitable in a certain case and investigated closely about the right assumption in the calculating theory of the truss bridge, in the same way as the report already published on the experiment of the Warren truss bridge models.

Still more with epoxy resin they made a small model (span $l=15\text{cm}$) having similar figure in comparison with the height and panel length of the above-mentioned Pratt truss bridge model, and experimented on this model by means of Photo-Elasticity Apparatus to get the stress intensity of every member and the deflection of the centre of span.

With scrupulous care they made a comparative study of the experimental and theoretical values on the influence of the secondary stress intensity and such like.

1. 緒 言

図-1のような上路式のプラット・トラス橋の模型2種類、(溶接結合1種類、ピン結合1種類、支間 $l=79.3\text{cm}$ 、高さ $h=18.0\text{cm}$) について、上弦の中央点に集中荷重(線荷重)を載

荷し、荷重の増加にともなう下弦中央点のタワミならびに各部材の応力の変化状態を測定し、理論計算値と比較吟味した。

またトラスが座屈あるいは弾性破損するまでの経過とその極限状態付近の現象を明白ならしめ、変形を考慮せるトラスの計算理論¹⁾を主張するとともに、ピン結合と溶接結合の模型それぞれの極限荷重とその変形状態を比較し、従来の計算理論における仮定が事実と矛盾することを指摘し、溶接結合が力学的に優れていることについて強調した。

更に上記のブラット・トラス橋の模型の支間・格間・構高の寸法に相似なる図-2のような小形模型(支間 $l=15\text{cm}$, 高さ $h=3.4\text{cm}$)をエポキシ樹脂で製作し、各部材の応力度と支間中央点(下弦材)のタワミを求めるため、光弾性実験を行い、二次応力の影響その他について理論計算値と比較吟味した。

2. 模 型

A. 箱形弦材および矩形腹材を有する上路式ブラット・トラスの鋼材模型

図-1の通り、2種類の模型すなわち、溶接結合(上下弦材共、箱形断面 $0.6\text{cm}\times 4.2\text{cm}$ 2枚、 $0.6\text{cm}\times 2.2\text{cm}$ 2枚使用し、垂直材、斜材共、矩形断面 $0.6\text{cm}\times 2.2\text{cm}$ 1枚使用)とピン結合(上下弦材共、箱形断面 $0.6\text{cm}\times 4.2\text{cm}$ 2枚、 $0.6\text{cm}\times 2.2\text{cm}$ 2枚使用、垂直材、斜材共矩形断面 $0.6\text{cm}\times 2.2\text{cm}$ 1枚使用し、ボルトの径8mmを用いた。)のものを構造用平鋼を用い、函館ドック室蘭製作所に依頼して作製した。

B. 矩形部材を有する上路式ブラット・トラスのエポキシ樹脂模型

模型の寸法は、図-2の通り鋼材模型の支間、格間、構高などに比べ相似形(約1/5.3)をなし、厚さ1cmのエポキシ樹脂板を切抜いて作製した。すなわち所要の形を板面上にけがきし、2~3mmの仕上代を残して糸鋸で切抜いたが、加工歪の入らないように絶えず刃先を砥きながら入念に作製した。またやすりで仕上げる場合も内部歪の入らないように入念にゆっくりと研磨した。

3. 実 験 装 置

A. 鋼ブラット・トラスの模型

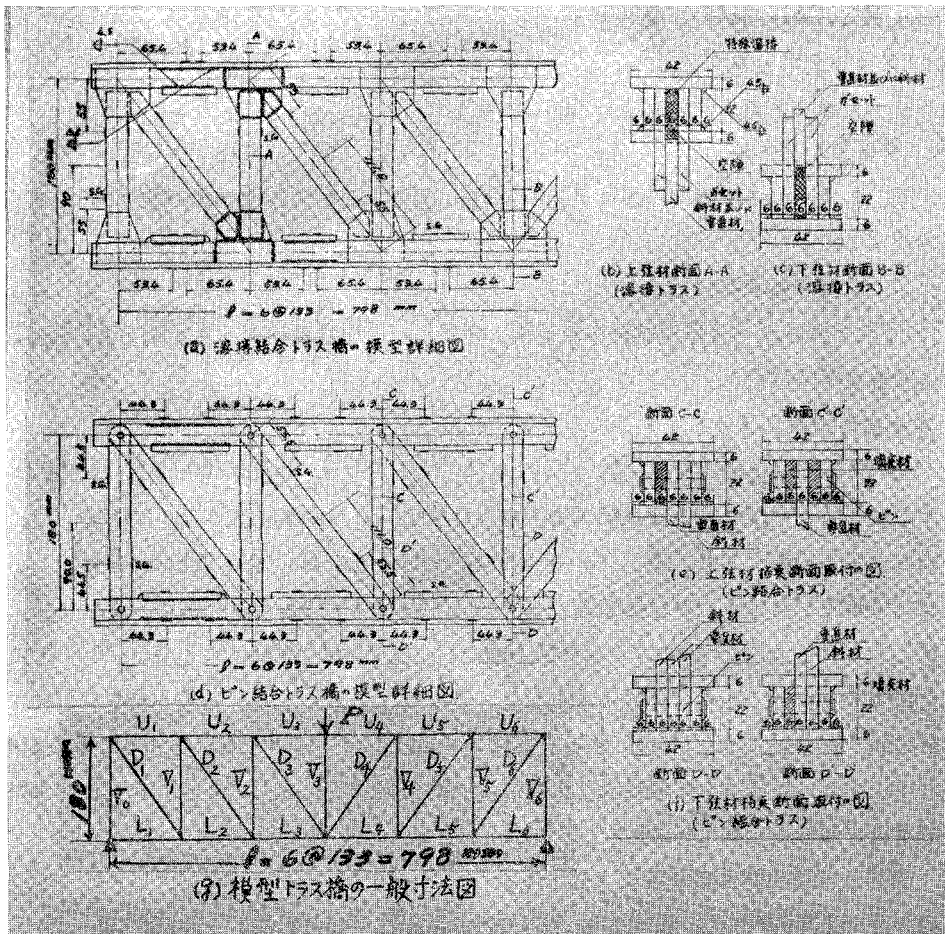
i. Strain Gage

K-22-1, Gage Length 10.5mm, Gage Resistance $120.4\pm 0.3\ \Omega$, Gage Factor $2.00\pm 1\%$

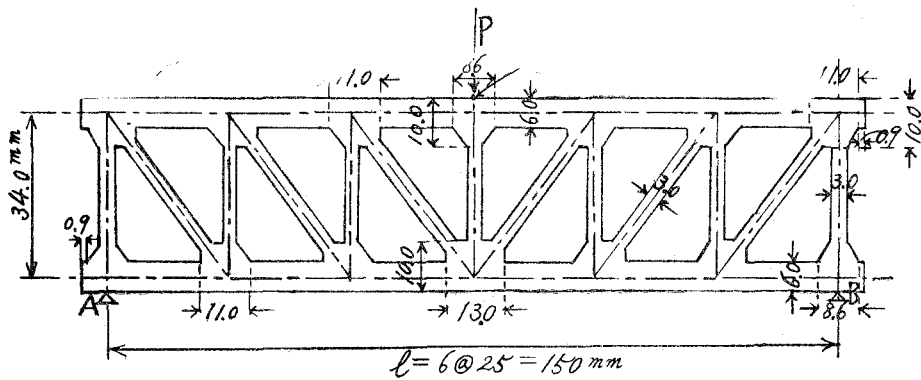
以上の条件を持った Strain Gage を各模型について、66枚、合計 132枚を貼付した。

Strain Gage の貼付位置は、図-1参照の事。

ii. Strain Meter



図一 鋼ブラット・トラス橋の模型寸法図



図二 エポキシ樹脂ブラット・トラスの模型寸法図

SM-4 J 抵抗線歪測定器を使用する。

iii. スイッチボックス

24点スイッチボックス3個を使用し、66点測定した。

iv. ダイアルゲージ

支間の中央点および両支点のタワミを同時に測定するため1/100mm精度のダイアルゲージ3個を使用した。

v. アムスラー式圧縮試験機

150 tのアムスラー式圧縮試験機を使用し座屈または弾性破損するまで測定し、極限状態付近の現象を観測した。

B. エポキシ樹脂ブラット・トラスの模型

i. 理研製標準型光弾性実験装置

光源は超高压水銀灯または長岡式常圧水銀灯を用いるが水銀スペクトルには紅，黄，緑，青等に5，6本輝線があり，単色フィルタFで $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ の緑色光を取り出し単色光として使う。また等傾線を求めるため白色光源として200W程度の小型映写機の電球を用意した。コンデンサ・レンズの直径は10cm，焦点距離15cmで，偏光板の口径5cmである。1/4波長板は光源の波長に合わせて作り，普通 $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ ，2枚のフィールド・レンズ（視野レンズ）の焦点距離約50~60cm，直径15cmである。写真レンズは，キャビネまたは手札判で焦点距離210mmでF=4.5，口径はある程度大きい方がよい結果が得られる。フィールド・レンズの中間に負荷装置が取り付けられている。

ii. 理研三次元光弾性実験装置（徐冷装置付）

三次元光弾性として応力凍結法の実験に用いられるものであるが，徐冷装置がついているので，初応力除去にこの炉を使用した。炉外容積1050×830×550mm，炉内容積500×500×450mm，温度範囲30°C—150°C（一点コントロール），徐冷装置90°C—130°C，使用電力AC，100V，1.6kW，徐冷温度は3.5（°C/時）の2段になっている。

iii. エポキシ樹脂またはフェノライトなどの加工工具一式

卓上ボール盤，定盤，万力，コーチスクリュー，ノギス，マイクロメーター，スケール，毛画針，ハンマー，ポンチ，金切鋸刃，糸鋸弦，糸鋸刃，口金用アルミ板，口金用ゴム板，ドリル，平ヤスリ，丸ヤスリ，組ヤスリ，その他工具一式。

これらの加工工具は，模型の製作に使用した。

iv. 島津読取顕微鏡A型

主台，測定台，遊動台，支柱，鏡筒支持金具，顕微鏡，丸型水準器，ハンドルなどよりなり，主台ならびに支柱の目盛は0.5mmで副尺によって1/100mmまで拡大鏡によって読みとる

事が出来る。模型のタワミ測定に使用した。

4. 試験方法

A. 鋼ブラット・トラスの模型実験

i. 実験準備

- a) 2個の模型共、ストレンゲージのはる箇所をサンドペーパーで十分に磨く。

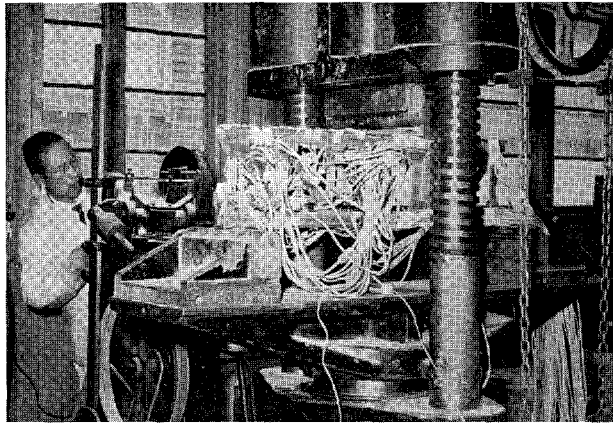


写真-1 模型トラスの実験写真

- b) 2個の模型各々に66枚ずつストレンゲージをはる。

c) ゲージにターミナルおよびリード線を接続し、このリード線を24点スイッチボックスに接続する。ダミーゲージには実験を行わない模型のゲージを使用する。

- d) 初平衡調整を行い、全部の調整が終わったら測定準備完了である。

ii. 測定方法

a) 150 tの最大力量を有するアムスラー式圧縮試験機によって上弦材の支間中央点に集中荷重（線荷重）をかける。

b) 初荷重を500kgとし、順次荷重を増して行き、500kg毎に、ストレンメーターによって各部材のストレンゲージ個所の歪を測定し、あとで応力度に換算した。

また、両支点および支間中央点の下弦材には1個ずつ計3個のダイヤルゲージを置き、各荷重につき、タワミを測定し、両支点と中央点のタワミの差より、支間中央点における真のタワミ値を算出した。

c) 荷重は、二つの模型共それぞれ、弾性破損または座屈するまでかけ、極限荷重付近の変形現象を入念に観測記録した。

B. エポキシ樹脂ブラット・トラスの模型

i. 実験準備

a) 充分注意して仕上げても 模型には多少の初応力が入るので焼鈍により応力を抜く必要がある。この場合三次元光弾性実験装置の恒温槽を使用し、試料を槽内の平らな支台上に載せ温度を常温から 125°C まで徐々に上げ、そのままの温度で 1 時間放置後 1 時間に 3°C 位の割合で徐冷し約 24 時間後に槽外に取出す。恒温槽に入れる前と取出した時には必ず光弾性実験装置にかけ、無載荷状態で等色線縞写真をスクリーン上に写し、初応力の有無を検査し、初応力が抜けたならば模型の準備完了である。

b) 光弾性感度およびフリンジ応力の検定

$h = 15.0\text{mm}$, $d = 10.0\text{mm}$, $l = 100\text{mm}$ の試験片に $P = 50.0\text{kg}$ を載荷した場合の曲げ試験の検定法を行いその結果、フリンジ応力 $S = 1.742\text{kg} \cdot \text{mm}^{-1}$, 光弾性感度 $\alpha = 1/S = 0.5738\text{mm} \cdot \text{kg}^{-1}$ を得た。

c) 弾性係数の検定

検定用の引張試験片により、引張弾性係数 E を求めた。 $E = 692.2\text{kg}/\text{mm}^2$

ii. 測定方法

a) 模型を荷重台の上に単純支持し、負荷装置によって、上弦材の支間中央点に 40kg を載荷する。この荷重は勿論、弾性限度以内で Hook の法則の成立する範囲内にある。

b) 等色線縞写真の撮影

光源は水銀灯による緑色光線 ($\lambda = 5461 \text{Å}$) を用い、暗箱カメラにより撮影した。乾板は、バンクプロセッサ、しぼりは開放で、露出時間は約 3 秒を記録した。

c) 等傾線をとるには、1/4 波長板を除いて直交の偏光板のみとし、光源には白色灯を用い、エポキシ樹脂の同一模型を荷重台に単純支持し、10kg の軽荷重を中央点に載荷し、光弾性実験装置によってスクリーン上にはったトレーシングペーパーに投影し、そのままトレースする方法をとった。この場合像を拡大するため投影レンズを使えば極めて便利である。主応力線はこの等傾線より簡単に画く事が出来る。

d) タワミの測定

タワミの測定には島津読取顕微鏡 A 型を用い、模型の下弦材下面、支間の中央点のタワミを求めた。荷重は上弦材の上面・支間中央点に載荷し、初荷重 1 kg より 1 kg 毎に増し、最大荷重 20kg まで追加毎に測定した。この読取顕微鏡は光弾性実験装置の最後のフィールドレンズを出た光りが集合する焦点付近に設置し、白色光線による模型の像を捕え、スクリーン方向から逆に顕微鏡をのぞく。勿論、投影レンズとか暗箱カメラなど読取顕微鏡設置に邪魔になるものは取除かなければならない。

5. 実験解析と理論計算について

A. 鋼プラット・トラスの模型

i. 実験解析

各模型共500kgまたは1,000kg追加荷重毎の各部材における歪を Strain Meter により記録し、これらより部材縁応力度を計算によって求めた。また荷重変化毎にダイヤルゲージによって求めた下弦材支間中央点のタワミを荷重一タワミ曲線で図示し、理論計算値と比較出来るようにした。

ii. 理論計算

a) ピン結合トラス

ピン結合トラスでは、単に一次応力の計算のみで済み、タワミの計算にもこの一次応力のみを使って算出した。また参考のため、実験による各部材の最大応力ならびに平均応力を理論の一次応力の代りに使ってそれぞれタワミを算出し比較出来るようにした。

b) 溶接結合トラス

溶接結合トラスでは、一次応力の計算のほか従来の理論による二次応力の計算も行い、その合成部材応力を求めた。タワミの計算では一次応力・二次応力を共に考慮に入れた理論公式⁴⁾を用い、この場合は節点の剛性に関する係数が大きな影響を与える事を指摘した。

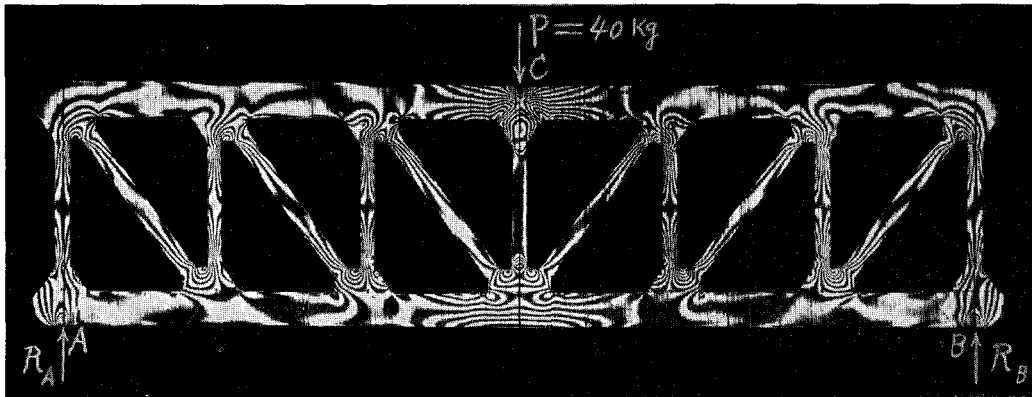


写真-2 等色線縞写真 (P = 40kg の場合)

B. エポキシ樹脂プラット・トラスの模型

i. 実験解析

等色線縞写真と等傾線を用い、剪断応力差積分法^{5), 6)}によって各部材の断面応力度分布を求めたが、等傾線の精度が思わしくないのでフリンジ応力のみをとって理論計算値との比較を試みた。また、タワミの測定結果は、荷重一タワミ曲線にて図示し理論計算値と比較出来るようにした。

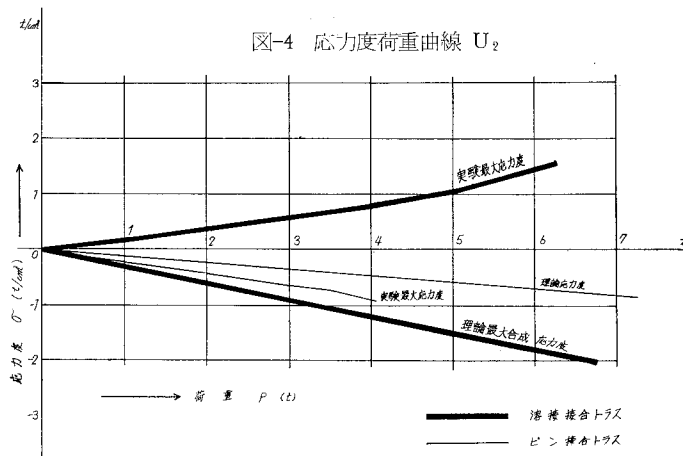
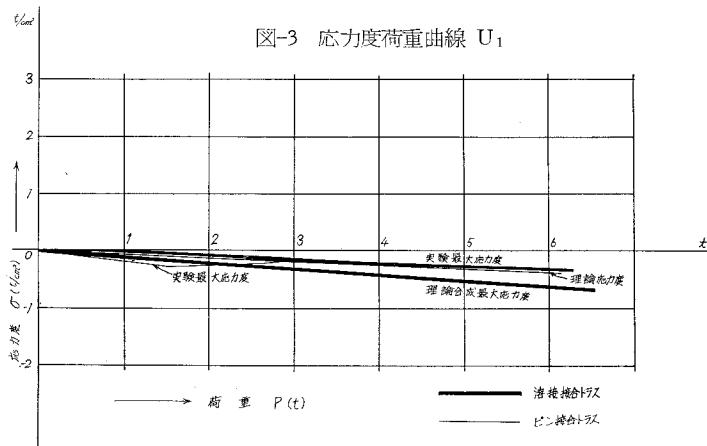
ii. 理論計算

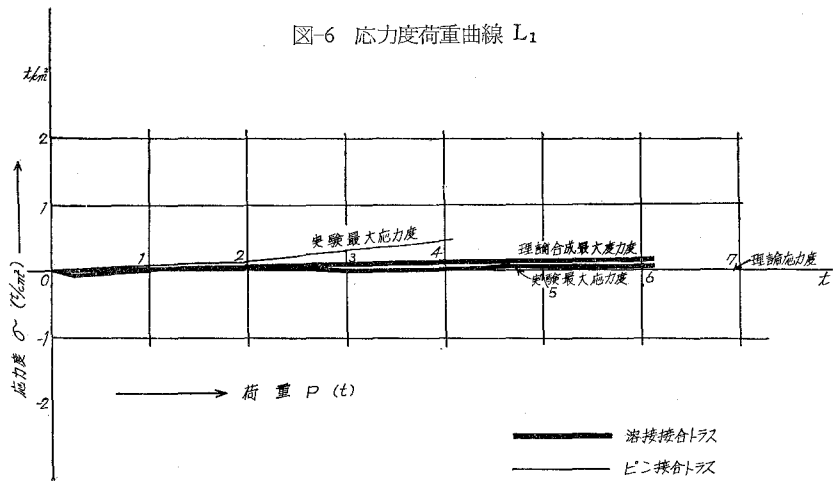
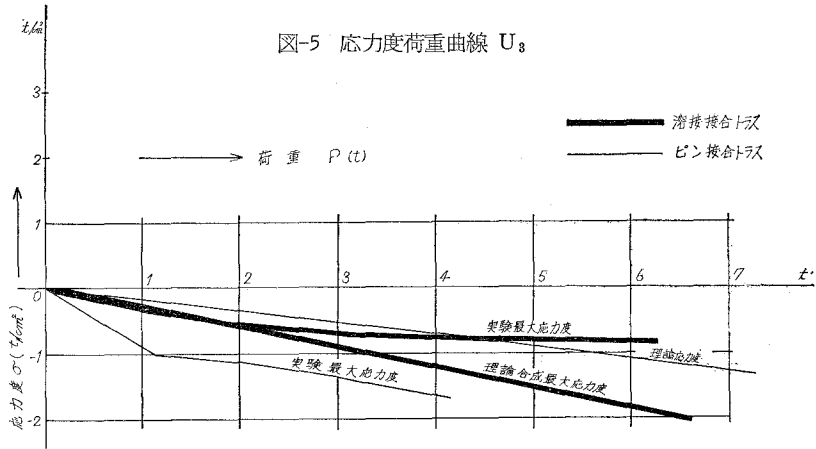
各部材につき一次応力を計算するほか従来の理論により二次応力の計算^{2), 3)}も行い、断面の合成応力度を求めた。また下弦材の支間中央点におけるタワミを一次応力のみによって求めたほか、節点剛性と二次応力の影響をも考慮した理論⁴⁾によっても計算した。タワミの理論計算においては、公式中に含まれるEの値が問題となる事は当然であるがこれについては比較考察のところ⁵⁾で論及した。

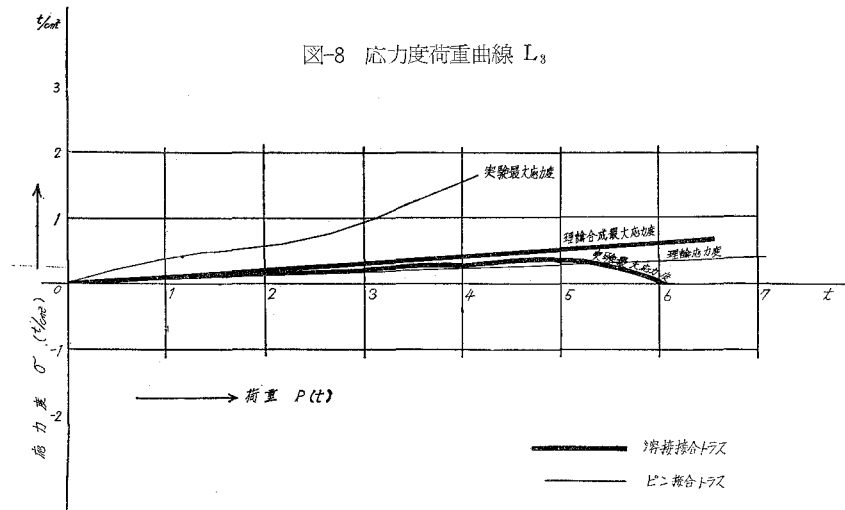
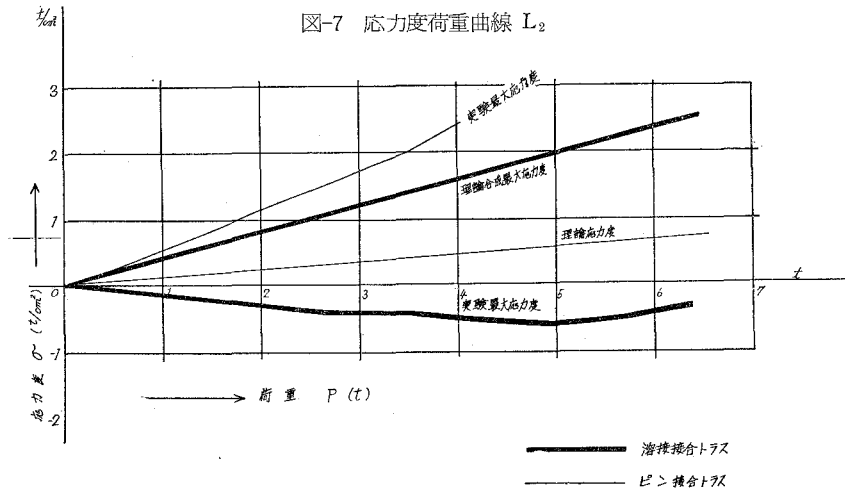
6. 実験結果と理論計算値との比較

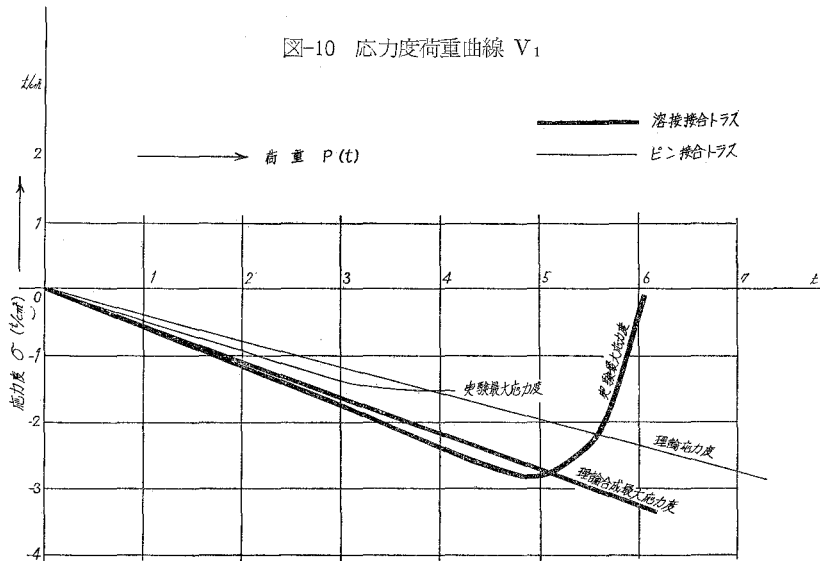
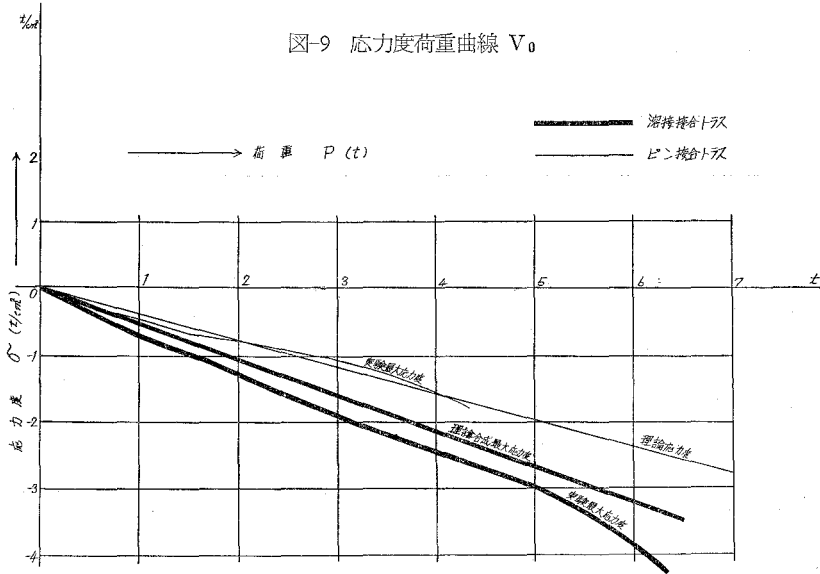
A. 鋼ブラット・トラスの模型

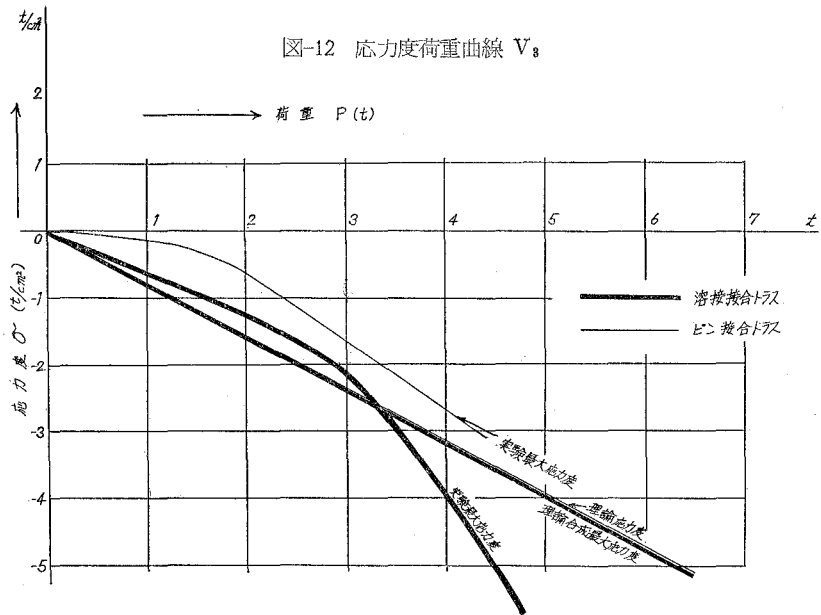
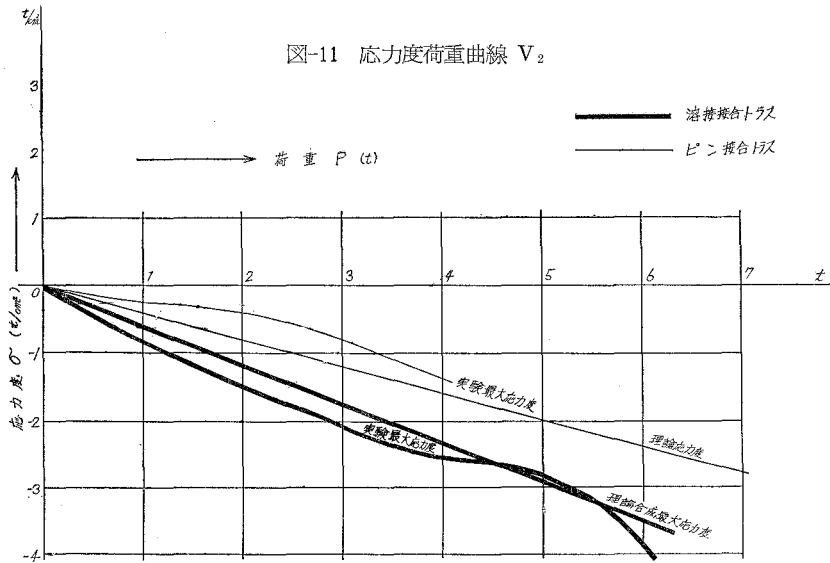
i. 各部材応力度の荷重による変化（荷重—応力度曲線）の比較

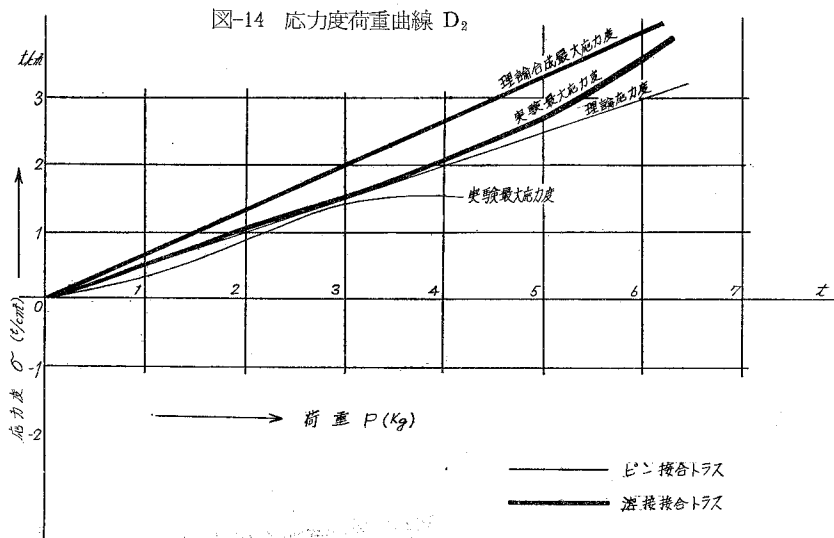
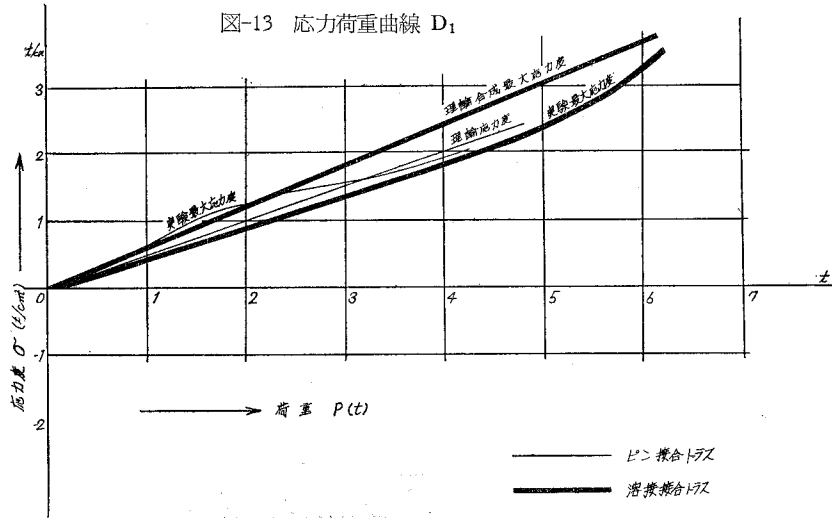


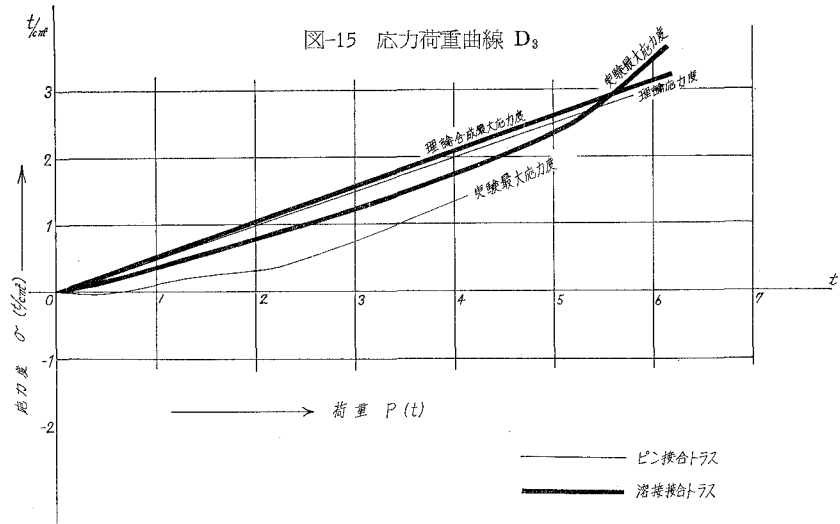




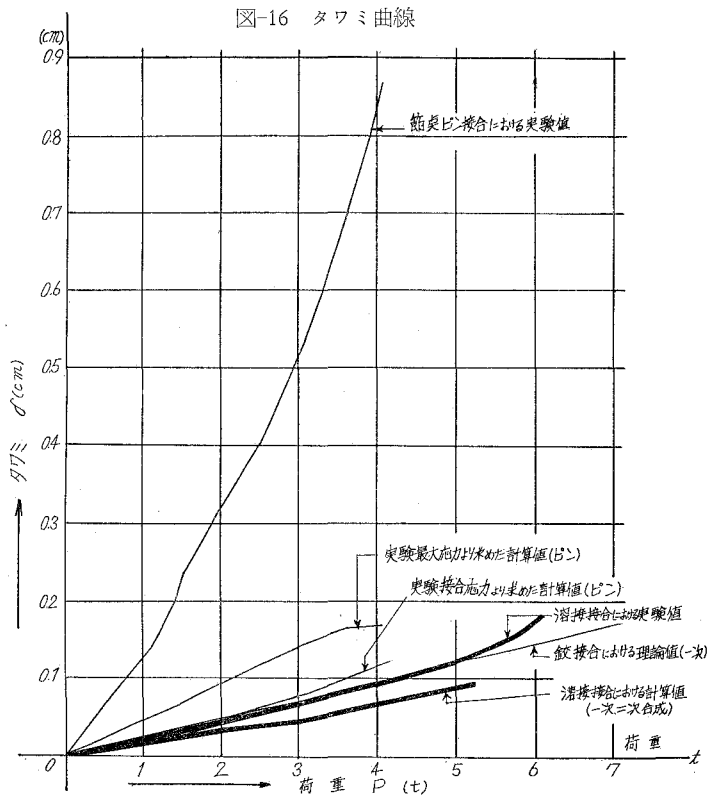








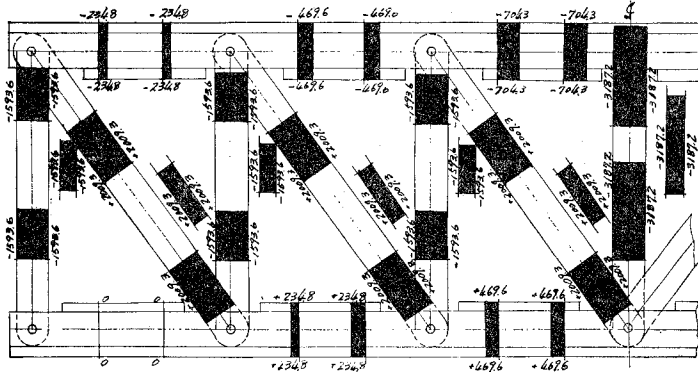
ii. 支間中央点（下弦材）のタワミ変化（荷重—タワミ曲線）の比較



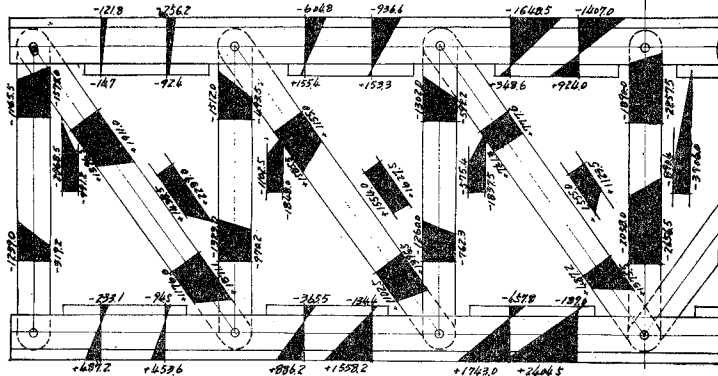
iii. 部材の断面応力度の比較（ $P=4,000\text{kg}$ の場合）

$P=4,000\text{kg}$ の場合における二つの模型についての実験と理論の応力度を比較する。

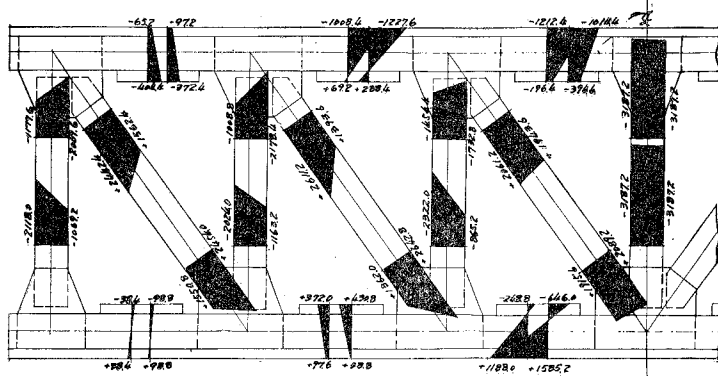
(a) ピン結合トラスの理論値



(b) ピン結合トラスの実験値



(c) 溶接結合トラスの理論値



(d) 溶接結合トラスの実験値

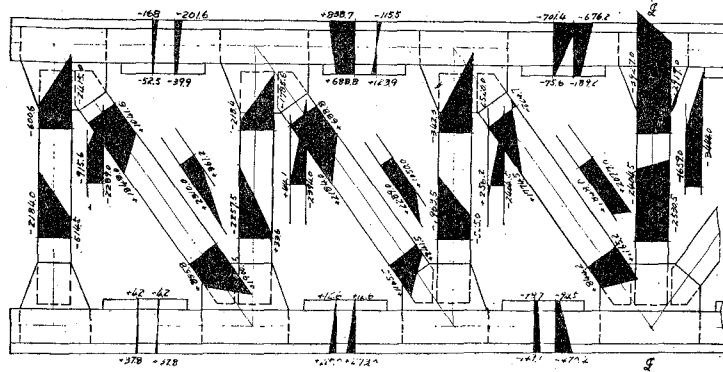


図-17 P = 4,000kg の場合の断面応力度比較図
(応力度 σ の単位: kg/cm²)

B. エポキシ樹脂プラット・トラスの模型

i: 各部材応力度の比較 (P = 40kg の場合)

エポキシ樹脂の模型トラスにおける各部材の実験解析応力度を理論合成応力度(二次応力を含む)と比較すれば、図-18を参照し第1表の如くなる。

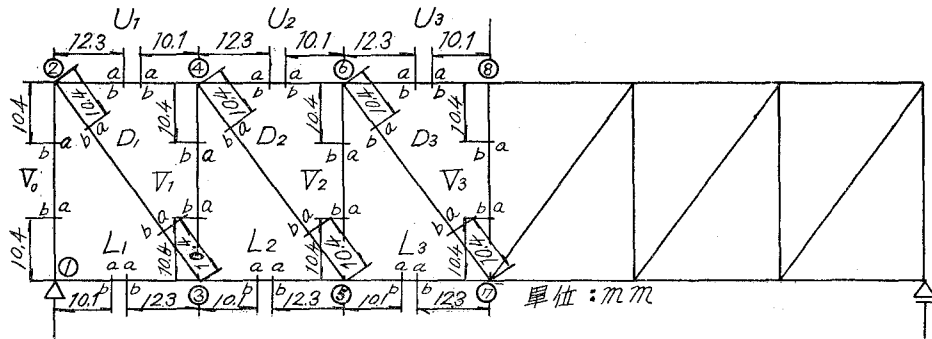


図-18 模型トラスの各部材断面解析箇所

表-1 各部材の実験解析値と理論値（二次合成）との比較

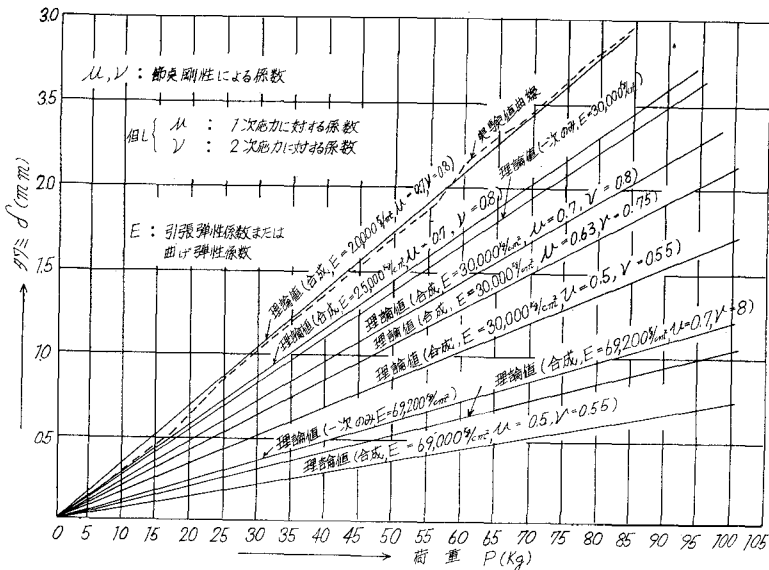
部 材	実 験 値	理 論 値	部 材	実 験 値	理 論 値
1~2 a	- 15.7	- 50.1	5~4 a	+ 121.9	+ 109.9
1~2 b	- 7.0	- 83.3	5~4 b	+ 50.5	+ 56.7
2~1 a	- 95.8	- 76.7	4~6 a	- 47.0	- 71.4
2~1 b	- 7.0	- 56.7	4~6 b	- 74.9	- 26.6
1~3 a	+ 7.0	+ 21.2	6~4 a	- 50.5	- 68.9
1~3 b	+ 22.6	- 21.2	6~4 b	- 71.4	- 29.1
3~1 a	+ 13.9	+ 8.3	5~6 a	- 17.4	- 33.4
3~1 b	+ 19.2	- 8.3	5~6 b	- 141.1	- 100.0
2~3 a	+ 41.8	+ 83.3	6~5 a	- 141.1	- 92.0
2~3 b	+ 106.3	+ 83.3	6~5 b	- 15.7	- 41.4
3~2 a	+ 101.0	+ 79.9	5~7 a	+ 19.1	+ 17.5
3~2 b	+ 34.8	+ 70.0	5~7 b	+ 67.9	+ 80.5
2~4 a	- 19.2	+ 5.4	7~5 a	+ 10.5	- 0.8
2~4 b	- 36.6	- 54.4	7~5 b	+ 83.6	+ 98.8
4~2 a	- 33.1	- 4.6	6~7 a	+ 45.3	+ 68.7
4~2 b	- 20.9	+ 44.4	6~7 b	+ 111.5	+ 97.9
3~4 a	- 10.5	+ 43.4	7~6 a	+ 55.7	+ 80.0
3~4 b	- 153.3	- 90.0	7~6 b	+ 24.4	+ 86.6
4~3 a	- 135.9	- 106.6	6~8 a	- 109.7	- 110.0
4~3 b	- 15.7	- 26.8	6~8 b	- 55.7	- 37.0
3~5 a	+ 33.1	+ 27.2	8~6 a	- 130.7	- 101.3
3~5 b	+ 36.6	+ 21.8	8~6 b	- 36.6	- 25.7
5~3 a	+ 20.9	+ 26.2	7~8 a	- 132.4	- 133.3
5~3 b	+ 34.8	+ 22.8	7~8 b	- 134.0	- 133.3
4~5 a	+ 41.8	+ 55.4	8~7 a	- 132.4	- 133.3
4~5 b	+ 106.3	+ 111.2	8~7 b	- 134.0	- 133.3

(注) 単位: kg/cm², +(-): 引張(圧縮) 応力度

ii. 支間中央点（下弦材）のタワミ変化（荷重—タワミ曲線）の比較

エポキシ樹脂の模型トラスにおける支間中央点（下弦材）のタワミを実験値と理論値について、比較すれば、図-19の通りとなる。

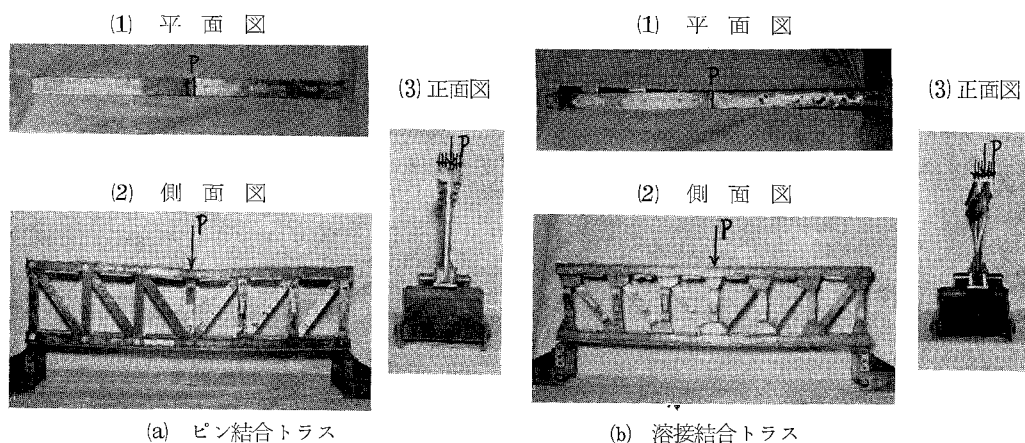
図-19 支間中央点（下弦材）のタワミ変化図



7. 鋼ブラット・トラス模型の座屈現象

A. 模型トラス実験

模型トラスの座屈荷重はピン結合トラスでは4.1t、溶接結合トラスでは6.5tで、座屈時における変形状況は写真—3の通りである。この写真図を見ればわかるようにピン結合トラスの方が側面図における変形は顕著であるが、平面図、正面図の変形は寧ろ溶接結合トラスの方が遙かに大きい事がわかった。



写真—3 模型トラスの座屈時における変形写真

B. 素材実験

模型トラスの座屈実験に伴う部材の座屈または弾性破損を吟味する際必要のため、部材の素材実験を行った。素材実験には最大力量50 tのRH・リール型万能試験機と最大力量の20 tのアムスラー式圧縮試験機を使用した。

i. 引張試験 (Tension Test)

試験片5本の平均寸法6.20mm×26.10mm×160mmで、降伏点応力度平均2,918kg/cm²、破壊応力度平均4,482kg/cm²であり、また引張弾性係数Eの平均値は2.1×10⁶kg/cm²であった。

ii. 圧縮試験 (Compression Test)

試験片5本の平均寸法、径20mm×長さ44.9mmで、平均降伏点応力度—3,728kg/cm²であった。

iii. 曲げ試験 (Bending Test)

参考のため、試験片の平均寸法6.2mm×25.3mm×180mmのものにつき曲げ試験を行なった結果、降伏点曲げ応力度5,691kg/cm²、破壊曲げ応力度6,385kg/cm²であった。

8. 考 察

A. 鋼ブラット・トラス模型について

i. 理論と実験との比較

a) ピン結合トラスの部材応力度とタワミ

ピン結合トラスの部材応力度について吟味して見ると、一部の部材 V_2 , V_3 , D_3 などを除けば実験値の方が理論値よりも大きく出ている。これは模型の節点が完全な鉸でない事、すなわち水平弦材が連続梁のように作用し、節点に二次応力が発生した事と、トラス全体としての変形による節点の廻りの偏心モーメントの影響による部材応力度の増加に起因するものと考察される。

また、支間中央点の実験タワミは理論計算値に比べ著しく大きく出ている。これは、トラス全体としての変形がかなり大きく、変形を0と仮定するトラスのタワミ計算理論の不充分なる事を指摘するものである。

b) 溶接結合トラスの部材応力度とタワミ

溶接結合トラスにおいては、一部の部材を除き殆んど実験値の方が理論計算値よりも小さく出ているが、ピン結合トラスよりは理論と実験による値が接近する傾向にある。これは節点の剛性がかなりあるため、全体としての変形が少く変形を零と仮定するトラスの理論に合致している事と節点剛性の度合による影響と考えられる。

また、支間中央点のタワミについて考察して見ても実験タワミは理論計算値（一次応力のみによる）に極めて接近しているから、二次応力の影響よりもむしろ変形を0と仮定したトラスの基本理論の条件を満す事の方が重要であると云える。

ii. 模型実験相互の比較

ピン結合トラスと溶接結合トラスにおける実験値相互の比較について考察する。

a) 各部材応力度

垂直材についてはピン結合トラスの方が溶接結合トラスに比べかなり小さな応力度となっている。また斜材については、ピン結合、溶接結合何れの模型共ほぼ等しい応力度を示し上弦材、下弦材では、ピン結合トラスの方が溶接結合トラスに比べ大きな値を示している。これは、既に述べた通り水平弦材に通し材を使っているための二次応力の増加と節点の廻りの偏心モーメントの影響のためであると判断される。

b) 支間中央点（下弦材）のタワミ

ピン結合トラスは荷重の増加と共に著しくタワミ量を増し不安定性を示した。これに対し溶接結合トラスでは、約 $1/5 \sim 1/8$ のタワミ量を示し、溶接結合が如何に節点剛性ならば

に全体の剛性を増加するかを証明する結果となった。溶接結合がピン結合に比べ著しく優れているのは、何よりも先づこのタワミの減少にあると云う事が出来る。

c) 座屈または弾性破損

座屈荷重はピン結合トラスの場合、4.1 t で溶接結合トラスでは、6.5 t であった。これを比較して見ても溶接結合トラスの方が遙かに優れていると云える。それから座屈現象を示した写真より次の事が考察される。ピン結合トラスでは、V₃材以外には平面図、正面図に殆んど変形が見られなかったが側面図にはかなりの変形があらわれている。これに対し、溶接結合トラスでは、側面図には見られないような変形が正面図、平面図にあらわれ、腹材に横振れの現象が生じ、載荷点の垂直材 V₃ が座屈した。ピン結合トラスにおいても矢張り、垂直材 V₃ の座屈によってトラスの破損が起った。以上の結果より見て、溶接結合トラスでは横振れの生じないように充分注意して格点の溶接を行う必要があるように思う。なぜならば、溶接結合トラスには温度応力その他の二次応力が生じ易くしかも、各部材が軸面からそれる傾向が載荷以前からあるように見受けられるからである。

iii. ワーレン・トラス模型との実験的比較

既に研究発表したワーレン・トラス模型（支間，構高，格間共プラット・トラス模型と同じ）^{7), 8)}の実験結果と比較考察して見る。

a) 各部材応力度

ワーレン・トラス，プラット・トラス共にピン結合では一部の部材を除けば理論値に比べかなり大きな値となっている。これに対し，溶接結合では両方の模型とも実験値は理論値よりも小さく出ている傾向にあり，トラスの種類には余り影響されない事がわかった。

b) 支間中央点（下弦材）のタワミ

ピン結合，溶接結合とも，プラット・トラスの方がワーレン・トラスよりも少しく大きなタワミ量を示している。この点，ワーレン・トラスの方がプラット・トラスよりも剛性において優れている事になるが，節点におけるピン結合または溶接結合の上手・下手にも関係がある事なのでそう一概にも云えないかも知れない。

c) 座屈または弾性破損

プラット・トラスの座屈荷重は，ピン結合の場合 4.1 t，溶接結合では 6.5 t であったが，これに対し，ワーレン・トラスでは，ピン結合で 4.0 t，溶接結合では 8.0 t であったから，溶接結合に関する限りワーレン・トラスの方が優れているように思われる。しかしタワミのところでも述べたように，溶接結合の上手・下手が座屈荷重にも影響するものと考えられるのでこの実験だけで簡単に決め付けるわけにも行かないと思う。

B. エポキシ樹脂プラット・トラス模型について

i. 各部材応力度の理論と実験の比較

第1表を見ればわかる通り、各部材における断面縁応力度（二次応力との合成）は、荷重点に近い部材ほど理論値と実験値が相接近して来る傾向にある事がわかった。支点近くの部材においては理論値と実験値が著しく相離れているものがあるのは、支間、格間に比べ断面が非常に大きな部材よりなるトラスであるため二次応力度が非常に大きくなる事と一次応力の計算における仮定が実際と著しくかけ離れている事ならびに等色線縮写の精度から来る誤差などによるものである事が明かであり、二次応力の計算仮定についても種々考慮すべき問題が存している事を痛感した。とにかく、支間に比べこのように断面積の大きなしかも節点が剛節よりなるトラスにおいては、一次応力に比べ二次応力の方が非常に大きくなる傾向にある事を発見した。その意味から云ってこの模型実験は非常に参考になったと思っている。

ii. 支間中央点（下弦材）の理論と実験によるタワミ値の比較

理論計算タワミの算出には、引張弾性係数 $E = 69,200 \text{ kg/cm}^2$ （実験）を用いた場合と、曲げ弾性係数 $E = 20,000 \sim 30,000 \text{ kg/cm}^2$ （仮定）を用いた場合を掲載した。理論計算において二次応力によるタワミ量は一次応力によるタワミ量の約20～25%にも達し、節点剛性による係数と弾性係数を適当にとれば、合計タワミは実験値に近づく傾向にある。ここで最も問題になるのは、計算に用いる弾性係数 E を幾らにとるべきかという事、云い換えるならば、引張弾性係数でなく曲げ弾性係数を用いるべきであり、しかも、単純ゲタ模型によって実験した曲げ弾性係数 E にトラスによる係数を乗じた値を計算に用いるべきではないかと考察される事である。

9. 結 言

本研究を総合すると、プラット・トラス橋の溶接結合はワーレン・トラス橋同様、タワミを減少させ、トラス全体としての剛度と座屈荷重を増す上において極めて効果的であると云い得る。また座屈は垂直材・斜材に起り勝ちであるからこれらの腹材にも弦材同様に箱形断面またはこれに近い閉合断面を用いた方が効果的であると思う。各部材断面に円形断面を用いるのも今後の研究問題であると思う。部材応力度において、2, 3, 実験値と理論値の数値または記号の喰違うものがあつたが、これはゲージの貼り方、貼った箇所の応力分布、軸面に垂直方向への振り作用などの影響その他によるものと推定される。

トラスの格点溶接の実験については、⁹⁾Karl Bung 氏の研究もあるがその結果は本研究成果とその傾向が一致しているところである。

またエポキシ樹脂のプラット・トラス模型についての光弾性実験からは、各部材応力度におよぼす二次応力度の影響の極めて大なる事ならびに、タワミ量におよぼす節点剛性の度合と二次応力度の影響や曲げ弾性係数 E およびこれに乗すべきトラス係数の影響などが、それぞれ思

いの外大きい事を見出した。

これらの問題は、今後トラスの理論を継続追究する上に大いに役立つものと思う。

本研究は先に文部省科学研究交付金を受けた研究の一部で心から謝意を表するとともに実験に協力頂いた室蘭工業大学土木工学科卒業生、井上隆夫、菜畑史朗、長尾邦充、辻政良の諸君に感謝する次第である。

(昭和38年4月30日受理)

文 献

- 1) 中村作太郎：室蘭工業大学研究報告，4—1，111～125（1962）
- 2) 鷹部屋福平：一般剛節構の実用解法1版，103～121（東京，1937）
- 3) 小田彌之亮：複斜材構の応力第1巻，1版8～54（東京，1941）
- 4) 中村作太郎，番匠 勲：土木学会北海道支部技術資料，No.18，14～25（1962）
- 5) 辻 二郎，河田幸三：光弾性実験法，1版，1～163（東京 1957）
- 6) Max Mark Frocht：Photoelasticity，Vol. 1，1st，252～286（New York，1941）
- 7) 中村作太郎，番匠 勲，志村政雄：室蘭工業大学研究報告，4—1，127～144（1962）
- 8) 中村作太郎，番匠 勲，須田 勲，志村政雄：土木学会北海道支部技術資料，No.19，71～77（1963）
- 9) 青木楠男：銲接鋼橋，1版，118～158（東京，1935）

パイプトラスの強さに関する実験

内 藤 正 鄰

An Experimental Study of the Strength of the Pipe Truss

Masachika Naito

Abstract

For the purpose of researching into the strength of the pipe truss, the present writer carried out various model experiments. Two models (Warren Type Truss, span length $l=160\text{cm}$, height $h=35\text{cm}$) were made use of. Members of one model were steel plates with rectangular section, while those of the other were steel pipes.

The truss was supported at its ends and carried concentrated loads at the center of the span. The stress of the members were measured with electric resistance strain gauges. By obtaining experimental results and calculations of primary and secondary stresses, the strength of members, deflections and buckling loads of truss were made a comparison between those models.

1. 緒 言

最近の構造物には各種の型鋼，高張力鋼の採用とともに鋼管を利用したものがかなりみられるようになってきた。鉄塔，クレーン等にも使用され，特に建築ではスパン30m以上のもの，20階以上の高層建築などにも利用された例がある。これは製鋼技術，溶接技術の進歩により各種鋼管が大量安価に得られ，鋼材の結合が容易になったこと，従来の型鋼，鋼板にくらべかなりの重量軽減が可能であることなどの理由による。

そこで筆者は形状も簡単であり製作も容易な Warren 型トラス構造を採用し，大体同形，同重量の鋼板トラスと鋼管（パイプ）トラスの模型を作製し，荷重により生ずる部材の応力，変形等を測定し，理論的計算と相まって両者の強さを比較検討した。

2. 実験方法

トラスの種類は部材を矩形断面の鋼板のものと，鋼管のもの二種類とし，どちらもスパン160cm，高さ約35cmの同形にした。以下これらを板トラス，パイプトラスと呼ぶ。トラス部材の結合は溶接構造で，二枚のトラスの間隔は10cmとしその間は各節点においてボルトにより結合した。詳細は図～1図～3に示す。

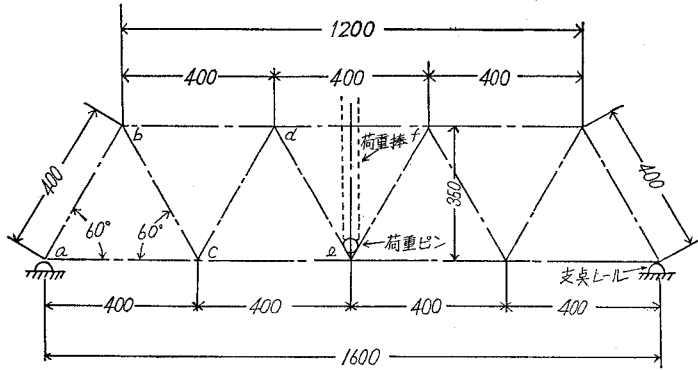


図-1 トラス全体寸法 (板, パイプ共通)

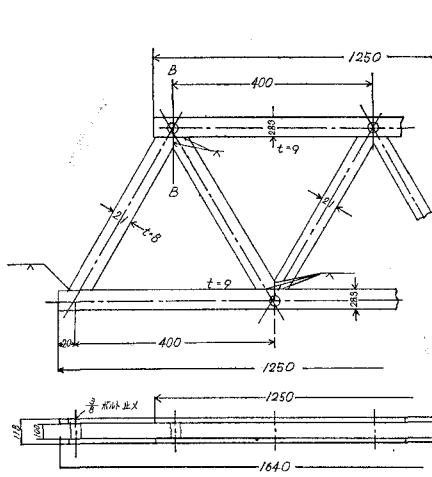


図-2 新トラス詳細

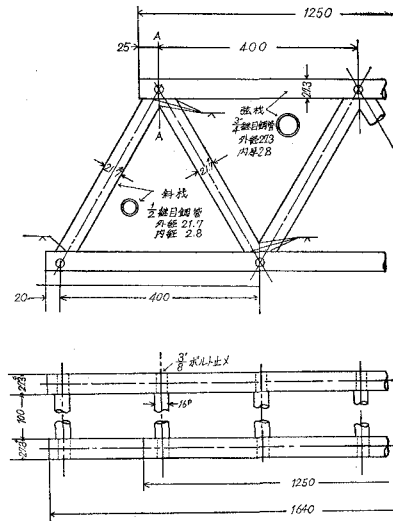


図-3 パイプトラス詳細

使用した材料は、板には 21×8 (mm) (斜材) および 29×9 (mm) (上, 下弦材) の市販の平鋼を, パイプには $1/2$ 吋 (斜材) および $3/4$ 吋 (上, 下弦材) の継目鋼管で, 素材の機械的性質を表一に示す。試験片は平鋼, 鋼管より各太さにつきそれぞれ二本づつとって試験を行ないその平均値を示してある。

表-1 実験材料の機械的性質

		降伏点 kg/mm ²	引張強さ kg/mm ²	伸び %	絞り %	ヤング係数 ×10 ⁶ kg/cm ²	ポアソン比
板	斜材	24.5	35.0	30	65	2.2	0.38
	弦材	32.5	46.5	24	58	2.4	0.31
パイプ	斜材	42.5	46.5	9	54	2.4	0.31
	弦材	37.0	38.5	18	65	2.3	0.31

表-2 二次応力理論計算値

種別	部材名	二次応力		種別	部材名	二次応力		
		板トラス	パイプトラス			板トラス	パイプトラス	
斜材	a-b	+ 87.3	+ 65.8	上	a-c	- 42.9	- 41.5	
	b-a	+ 80.8	+ 68.9		c-a	- 63.9	- 61.3	
	b-c	+ 84.8	+ 75.6		下	b-d	- 81.1	- 51.6
	c-b	+ 75.9	+ 54.6			d-b	- 155.4	- 144.0
	c-d	+ 60.0	+ 41.1	弦材		c-e	- 2.8	+ 3.2
	d-c	+ 13.7	- 10.8			e-c	- 34.8	- 35.0
	d-e	+ 47.3	+ 34.5		d-f	+ 125.4	+ 105.0	
	e-d	+ 69.8	+ 57.2		f-d	+ 125.4	+ 105.0	

注 単位は kg/cm² で、数値は荷重 2 ton に対する値を示す。

符号はモーメントの方向を示し、(+) は時計方向、(-) は反時計方向とする。

板とパイプの断面積は等しく取りたかったが材料の関係で出来ず、その断面積は斜材で、板 1.68cm²、パイプ 1.56cm²、弦材では板 2.55cm²、パイプ 2.16cm² であり従ってパイプトラスは板トラスにくらべ重量で約 10% 軽くなっている。

試験方法は島津万能材料試験機 (RH 型容量 50ton) のベッド上に充分剛性のある 2 本の I ビームを置き、その上に支点としてレールを直角にのせ、この上にトラスを置く。荷重方法は左右のトラスの中央下部節点の V 部に荷重用ピンを渡し、この中央を荷重棒を通じ試験機で押して、単純支持の中央集中荷重とする。尚両側のトラスに均等に荷重のかかるよう充分注意した。荷重は初荷重 500kg とし以下順次 500kg づつ増してその都度測定を行ない破壊迄もって行った。

部材応力の測定には電気抵抗線歪計を使用した。使用したゲージは共和製 KP-22 で、板、パイプとも、各トラス片側同じ位置に図-4 に示す如く 48 枚はりつけ、尚板のみは他の側にも 17 枚はって不均等荷重のチェックに利用した。

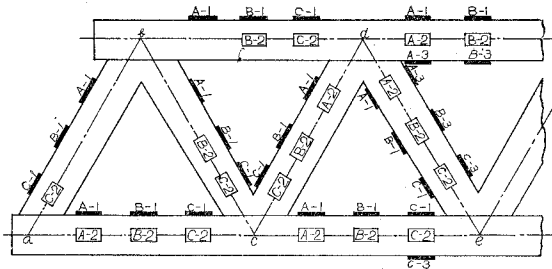


図-4 歪ゲージ位置 (板トラス, パイプトラス共通)

3. 実験結果とその考察

A 応力および撓みの計算

一次応力は各節点を滑節とした静定トラスとしてクレモナの図解法により求めた。その結果は荷重と応力の関係線図中に鎖線で示してある。

二次応力は Willot の変位図を作り撓角法により求めた。その結果を表-2に示すが、注にあるごとく (+), (-) の符号は応力の正負でなく節点モーメントの方向を示す。

撓みは上記変位図を利用して求め、図-9, 図-10に示す。

B 部材応力

荷重に対する各部材の応力を図-5～図-8に示す。測定は500Kg毎に行なったが、図が混み入るので点は1 ton 又は2 ton 毎にとつてある。尚計算による二次応力も同様に大きい値の方のみを一次応力線の両側に破線で示してある。

i) 斜材

a) a-b 部材

板トラス 部材中央部即ちB-1ゲージのはってある部分(以下B-1等と称する)は二次応力の影響は少く軸力のみと考えられるので一次応力の理論値に近い値を示す。C-2は二次応力の影響でC-1より大きな値を示し計算値と大体一致する。またA-2も二次応力が若干きいてきている。

パイプトラス 3500kg以上の荷重で全部一次応力線の上に出ているのは、部材全体として(-)モーメントを受けているものとみられ、C-1, C-2が他よりも大きな値を示すのは支点による影響と考えられる。

b) b-c 部材

板トラス A-1, B-1は大体一次応力線附近に集り、B-2, C-2は二次応力の方だけずれて二次応力線に近似する。

パイプトラス 全部が二つの二次応力線内に分布しておさまっている。

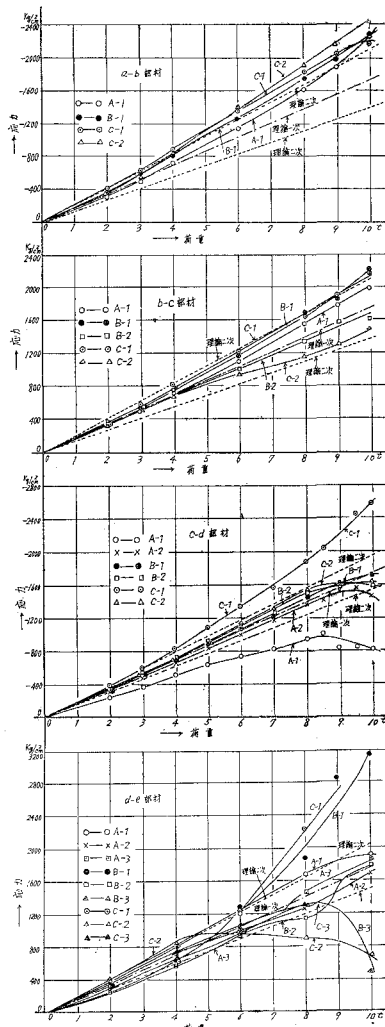
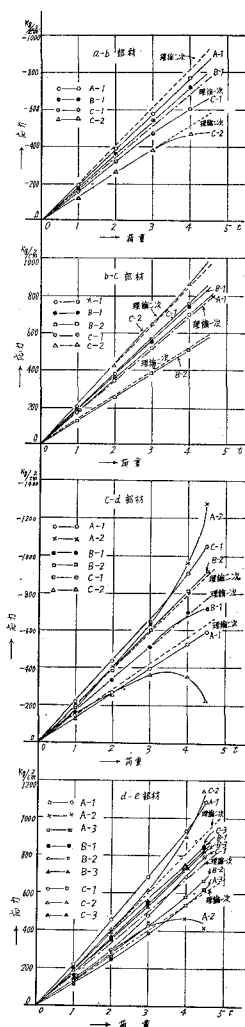


図-5 斜材，荷重と応力の関係（板トラス） 図-6 斜材，荷重と応力の関係（パイプトラス）

c) c-d 部 材

板トラス 他の斜材にくらべ応力が大きくなるので，A-1，A-2，C-1，C-2では二次応力が相当強くあらわれている。

パイプトラス 板にくらべ安定性はやや良いが，A-1，C-1では相当強く材端もモーメントの影響があらわれている。即ちモーメントの方向から考えてA-1では正值がC-1では負値が，二次応力の分だけ軸力が加算され大きく出ている。A-2，C-2は中立軸に近いめその影響が比較的少い。

d) d-e 部 材

板トラス 部材応力は荷重点に近いめかなり大きく，二次応力計算値より大きく出ている

部分がある。B郡は部材中央部にあるため一次応力線附近にあるが、材端モーメントの方向により、A-1, A-3はA-2を、C-1, C-3はC-2を境に上下に分かれていることも理論的にも妥当な結果が出ているものと認められる。

パイプトラス 荷重5ton 附近迄は板トラスと同様の傾向であるが、それを過ぎると応力の巾が広がっており、特にC-1, C-2がひどいがこれは丁度荷重点のピンに接する部分なのでパイプの局部的変形があらわれたものである。

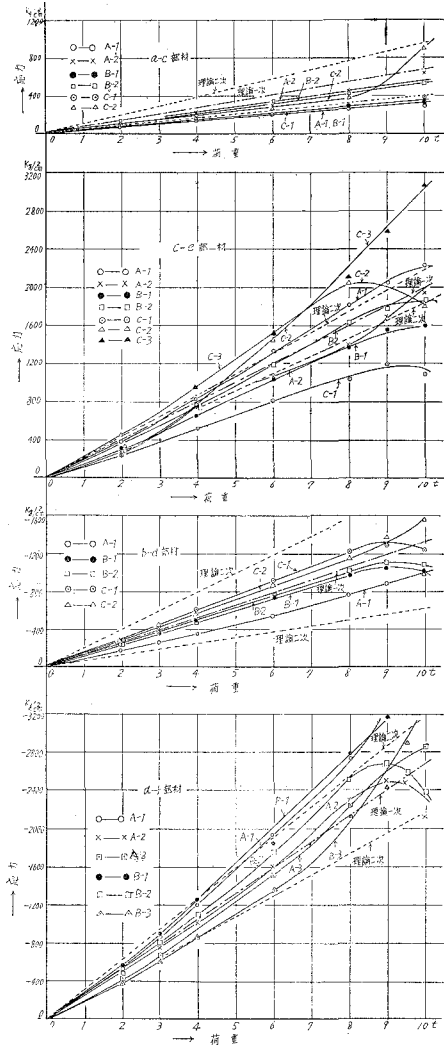
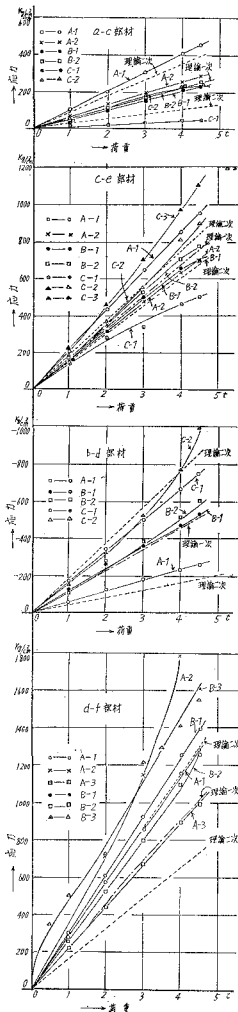


図-7 弦材，荷重と応力の関係（板トラス）

図-8 弦材，荷重と応力の関係（パイプトラス）

ii) 上弦材，下弦材

a) a-c 部 材

板トラス 部材中央部のB-1, B-2および部材中心線上のA-2, C-2はほぼ一次応

力線近くに集り、A-1, C-1は材端に近くまた中立軸をはなれるので節点モーメントの影響が相当強く現われている。

パイプトラス a-b部材と同様に全体が(-)モーメントをうけ、そのため全体的に一次応力より小さな値を示す。

b) c-e 部材

板トラス この部材も応力が比較的大きいので材端A, Cでは節点モーメントの影響が大きく作用し二次応力計算値をかなり上廻る。

パイプトラス 板トラスと同様で特にC-1, C-2は荷重点に近いのでその影響も現われている。

c) b-d 部材

板トラス 部材中央部B-1, B-2は節点モーメントの影響はうけず一次応力のみを示し、A-1およびC-1, C-2は節点モーメントにより二次応力計算値線に近い値を示す。

パイプトラス 板トラスと同様な傾向なるも板にくらべ横剛性が大きいので節点モーメントの影響は少い。

d) d-f 部材

板トラス 最も応力の大きい部材なので各種の影響がかなり強くあらわれ、また全体的に(-)モーメントを受けたため圧縮応力が重なりそのため一次応力線の上に出た。

パイプトラス 板トラスよりも節点モーメントの影響は少いが、二次応力計算値線を越える部分があり、また6ton附近から局部変形があらわれている。

以上総括すると部材応力は二次応力を考慮に入れると大体計算値に近い値を示し、板トラスにくらべパイプトラスの方が比較的安定性があることが分る。また板は横剛性が小さいので特に圧縮部材ではこの影響がみられる。

B 撓み

図-9, 図-10に荷重とトラス中央下部の撓みとの関係を示す。計算値にくらべ測定値の撓みが若干大きい、これは二枚のトラスをボルト結合したためと考えられる。

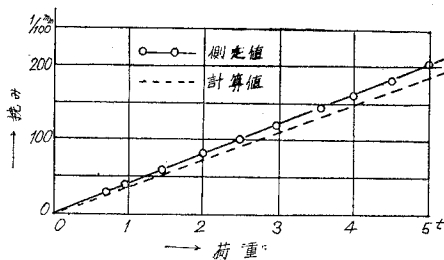


図-9 板トラス撓み線図

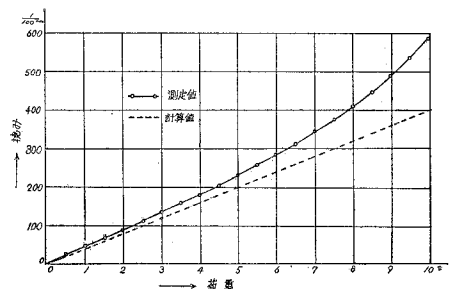


図-10 パイプトラス撓み線図

C 破壊荷重

破壊荷重は板トラスで 5360kg パイプトラスで 10900kg であった。板にくらべパイプの方が横剛性が大きいので座屈に対してはパイプトラスの方が強いことは当然考えられることであるが予想外に強固であった。重量では約 1 割軽いが強さは約 2 倍である。

応力の大きい部材では素材の降伏応力の限度迄っており、これは構造としての座屈でなく部材の単純な軸圧縮で破壊したものとみなしてよい。従って構造としては非常に強固なものと言ふことが出来る。

4. 結 言

以上を総合すると、同形で重量もほぼ等しい、板トラスとパイプトラスの模型実験を行なった結果、1) 各部材の強さは大体計算値に近い値を示すが、パイプトラスの方が節点モーメントの影響少く、安定性が良い。2) 撓みは板トラスもパイプトラスも大差なく、いずれも計算値よりは若干大きい(約10%)。3) トラスの破壊強度はパイプトラスの方が板トラスの約2倍の強さを示す。

最後に本研究実施に当り種々協力された、小針憲司、田崎直一、谷口雅康の三君、ならびに三橋秀信氏外教室職員各位に深甚の謝意を表す

(昭和38年4月25日受理)

文 献

- 1) 川田章夫：日本機械学会誌，65，334（1962）
- 2) 中村作太郎：番匠勲・志村政雄：室工大研報，4，127（1962）
- 3) 鷹部屋福平：構造力学4，3，133（東京，1961）

液体燃料の表面蒸発燃焼に関する基礎実験 (第2報)

赤木 盈*・林 重信・塚原 実**

A Study of Combustion on the Heated Surface Sprayed with Liquid Fuel (II)

Mitsuru Akagi, Shigenobu Hayashi, Minoru Tsukahara

Abstract

The "Diesel Knocking" often occurs on a Diesel engine, When much fuel is injected in a combustion chamber before the fuel is autoignited, especially in the case of a Diesel engine of direct injection type.

In this case the rate of pressure rising dp/da in the combustion chamber becomes very high and the engine runs roughly. It was desirable long ago that the injected fuel did not contact with the surface of a combustion chamber wall.

Recently, however, Meurer (M. A. N) has made the engine which makes mixture gas by evaporating the injected fuel at the surface of the combustion chamber wall, causing slow combustion. He reports that such an engine runs smoothly. Here, attention must be given to the fact that the direction of fuel injection, the temperature of combustion chamber wall and velocity of the air in the combustion chamber sensitively affect the character of that engine.

As the first step, we had calculated an evaporating time (life time) of fuel film on the heated surface, from an evaporating time of fuel drops, which date had been obtained before.

Next, we have examined to find the area and thickness of film on the wall, according to the nozzle-angle and its distance to the wall. we have obtained the life time of this film, as the following report.

I ま え が き

従来のディーゼル機関において、もっとも要求されることは、騒音、振動の防止と回転の円滑化にあるが、M. A. N社によって開発された Meurer 機関はこれらの解決の緒と考へられる。

従来のディーゼル機関の燃焼過程からみて、異なる考えを有する Meurer 機関は燃焼学的見地から種々複雑な問題を含むと考へられるが、その根幹なすものは燃焼室壁面に於ける燃料の蒸発であると思へられ、ディーゼル機関において、Meurer 燃焼の燃焼原理を解明することは、静かなるディーゼル機関の開発に益する処大なりと思われる。

前報告において、主として燃料油滴の熱せられた壁面における蒸発について観察を行つたが、

*玉川大学工学部教授

**苫小牧工業高等学校教諭

本報告には、蒸発に大きな関連を有すると思はれる噴射ノズルから燃焼室内に噴射される燃料の噴射角度、燃料油膜の附着面積およびその厚さ、蒸発時間すなわち燃焼時間に関する実験をここに報告する。この実験はあくまでも基礎的な研究実験であり、更に検討の上実際機関での実験を行ふ予定である。

II 実験装置および実験方法

1) 噴射量と附着量の関係

ノズルから噴射された燃料が壁面にあたった場合、一部は壁面に反射して空気中に浮遊し、一部は壁面到達以前に速度を失いそのまま反射した燃料と合って混合気を形成する、その他の部分は壁面に附着して、諸種の条件のもとで蒸発を始める。一回の全噴射量に対する浮遊または壁面へ附着する割合は、噴射速度（噴射圧力に関係する）および燃料の種類によつて異なることは勿論であるが、ノズルと壁面のなす角度および距離によつて大きく支配されると考へるので図一1に示す装置を使用して平板に於ける場合と、図一2による円管を使用して壁面附着量を測定した。使用した噴射ポンプはボツシユA型単筒用ポンプで、ノズルはジーゼル機器N DN4SDピントルノズルを、燃料は日本石油製A重油を使用した。

一回の全噴射量を予め知るため、重量既知の脱脂綿に5回宛噴射させたもの30個を精密天秤にて秤量しその $\frac{1}{5} \times \frac{1}{30}$ を一回の噴射量とした。その値は101mgである。

つぎに壁面に重量既知の葉色紙を密着させ、ノズルの噴射軸方向が壁面におけるノルマル方向に対してなす角度を変化させ、その各々について到達距離を変化させて噴射させ、燃料が葉包紙に附着した量を精密天秤にて秤量その平均値を各々その条件について求めた。

平板における角度および距離の設定は、垂直方向を 0° として 15° 間隔で 60° まで変化させ、その各々について到達距離を15mmから10mm間隔で55mmまで5段階にわけて測定した。円管においては中心点を通る方向を 0° として 10° 間隔で角度を変化させたが、この場合の到達距離は、噴射方向角および同筒の直径によつて決つてくる。

すなはち距離 l は、

$$\text{平板の場合} \quad l = h \cos \alpha$$

$$\text{円管の場合} \quad l = 2r \cos \alpha$$

ここで、 h : 平面からノズルまでの高さ r : 円管の半径 α : 傾斜角度

2) 附着面積の測定

前報告⁴⁾において燃料が壁面に附着した際、その速度および粘性などによつて押し拡げられ、其の後表面張力の働きによつて一定面積を保つことを知つた。附着面積の測定にはこの安定状態を使用した。図一1、図一2に示す通り反射板に印画紙を密着させ、その上を葉包紙で覆い、

直接印画紙に燃料が当らぬ様にしてこれに燃料を附着させて、噴射ポンプのカムアングルに任意に同期させ得るクセノン放電管ストロボフラッシュにてこれを照射して燃料の附着部分以外を感光せしめ、その写影をプラニメーターで1枚につき3回測定したものを5枚の平均値を附着面積として求めたが予期以上の好結果が得られた。

また(燃焼室内の)渦流の影響をしらべるために、平板の場合のみ図-1の装置を風洞の中へ入れて、これに整流された空気流を送ってその附着量、附着面積を前述の方法で測定したが、その写影を写真-1に示す。油膜厚さは附着量、附着面積から算定してその平均値をもつて表した。

$$\text{すなわち} \quad d = \frac{m}{s \cdot \rho}$$

d : 油膜平均厚さ m : 附着重量 s : 附着面積 ρ : 燃料比重

附着面全体にわたって油膜厚さは均一ではないが、あくまでこの値は一樣の厚さをもつものと考えた平均値である。

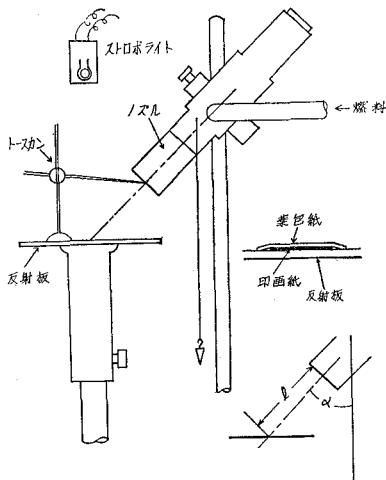


図-1 平板実験装置

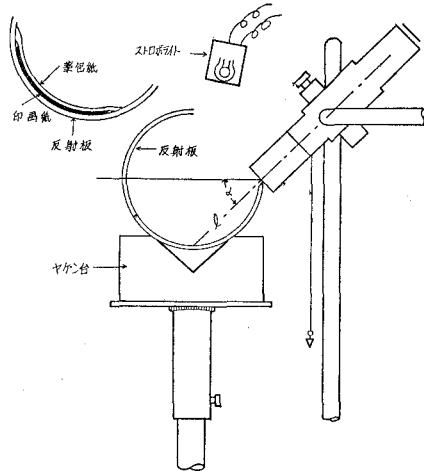


図-2 円管実験装置

3) 蒸発時間の測定

燃焼室壁面に附着した燃料油膜が燃焼室で気化するのには壁面からの熱伝達によるもの、渦流空気の流れによるものと、焰の発する輻射熱による一種のマス・トランスファーであると考えられる。本実験においては空気渦流を無視して図-3、図-4に示す方法で反射板の下側にマイカによつて絶縁したニクロム線を加熱して、これに燃料を噴射し、蒸発によつて形成された混合気を燃焼させて火焰の光輝をフォトトランジスターを通して電磁オシロで記録し燃焼時間を測定することにより蒸発時間を間接的に求めようとした。一方同時に高速度カメラにて3000

p.p.s. の速度でこれを撮影， 燃焼時間を測定したが両者はよく一致した。この燃焼過程を写真—3 写真—4 に示す。壁面温度の測定は図—5 に示す様に C.A. 熱電対を埋めた表面温度測定器を作成， ポテンシヨメーターにて測定した。板の中央部分と外周辺での温度分布は異なるが， 燃料の附着する中央部分での偏差は $\pm 5^{\circ}$ 以内に納まつた。

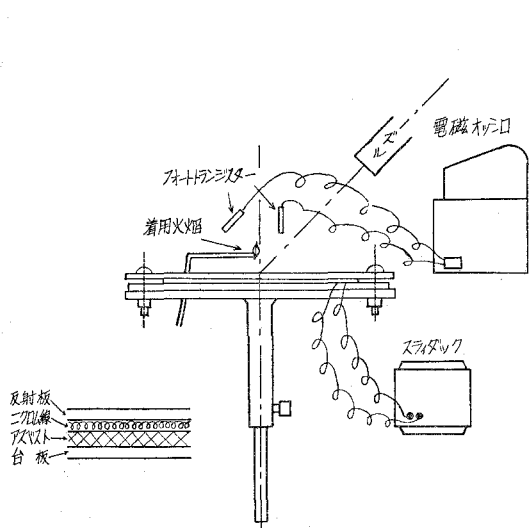


図-3 平板蒸発測定装置

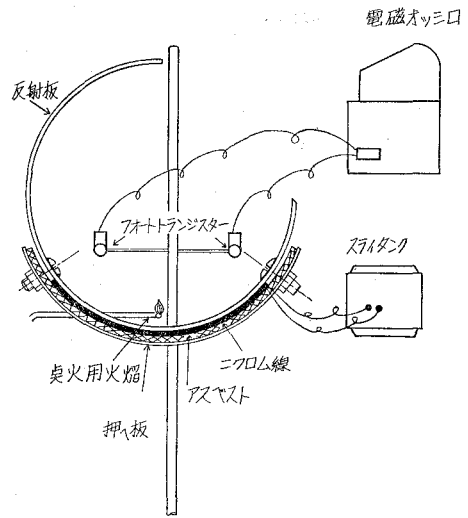


図-4 円管蒸発測定装置

III 結果および考察

1) 燃料の附着量および油膜平均厚さ

燃焼室壁面での燃料油膜の状態を知るために， 先ず考えなければならぬのは， 壁面の温度， 燃料油膜の受熱面積とその厚さである。我々は先ず， 燃焼室内におこる渦流空気を見無視して， 平らな壁面に対して燃料を噴射する際の角度および距離を変化させることによって， その附着重量がいかなる影響を受けるかについて， 噴射角度と平板のなす角度 0° ， 15° ， 30° ， 45° ， 60° ， の各々について距離を 15mm， 25mm， 35mm， 45mm， 55mm， と変化させて測定した結果を図—6 に示す。これから噴射角が小さい間は距離の増大と共にその附着量は増し， 30° ， 45° あたりまでは初め距離とともに僅か増し， 以後下降する傾向にあり， 角度が大きくなると距離に支配されない。 70° ， 80° において15mm~55mmの間で附着量の変化は程んど見られず僅か10%~15%の附着率を示した。

距離をパラメーターとして， 噴射角度と附着率の関係を図示すれば図—7 の如くなり噴射方向角度が小さい程附着量は大きくなる。これは噴霧の拡がり角度の影響と考へられ， 噴霧角が大

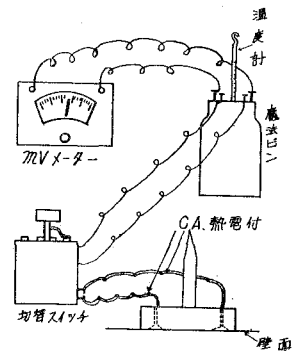


図-5 壁面温度測定装置

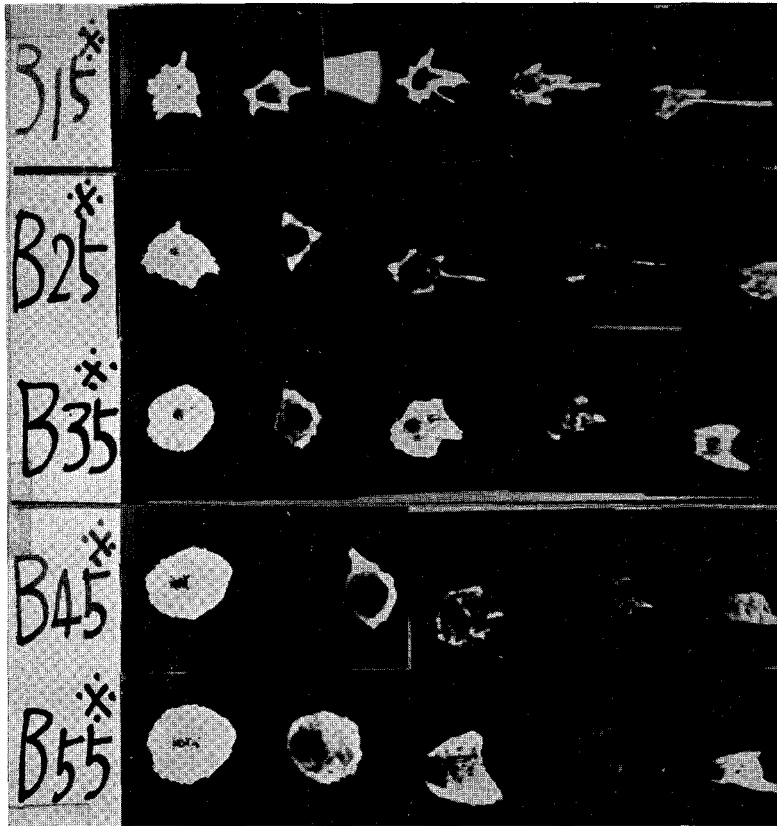


写真-1 距離一定の場合の附着面積
(平板有風)

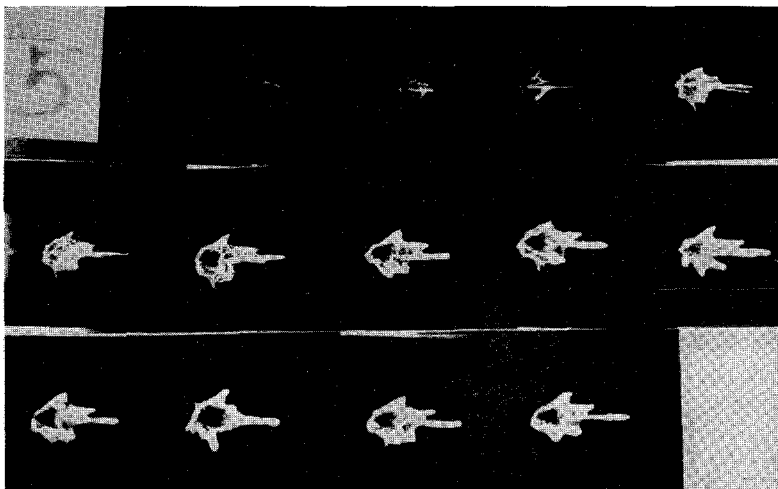


写真-2 附着面積の推移
(平板無風)

写真-3 重油の蒸発燃焼(平板上)

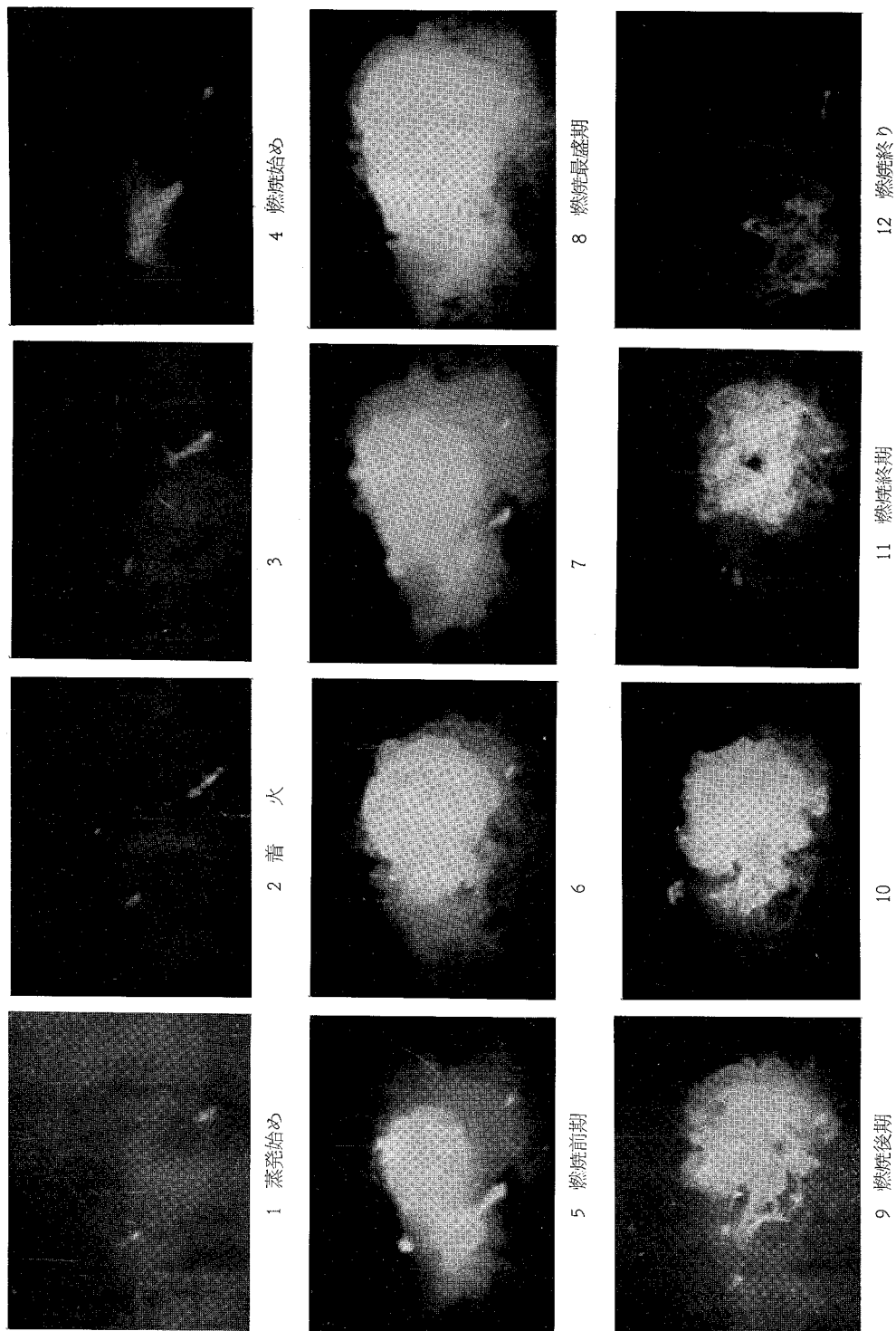
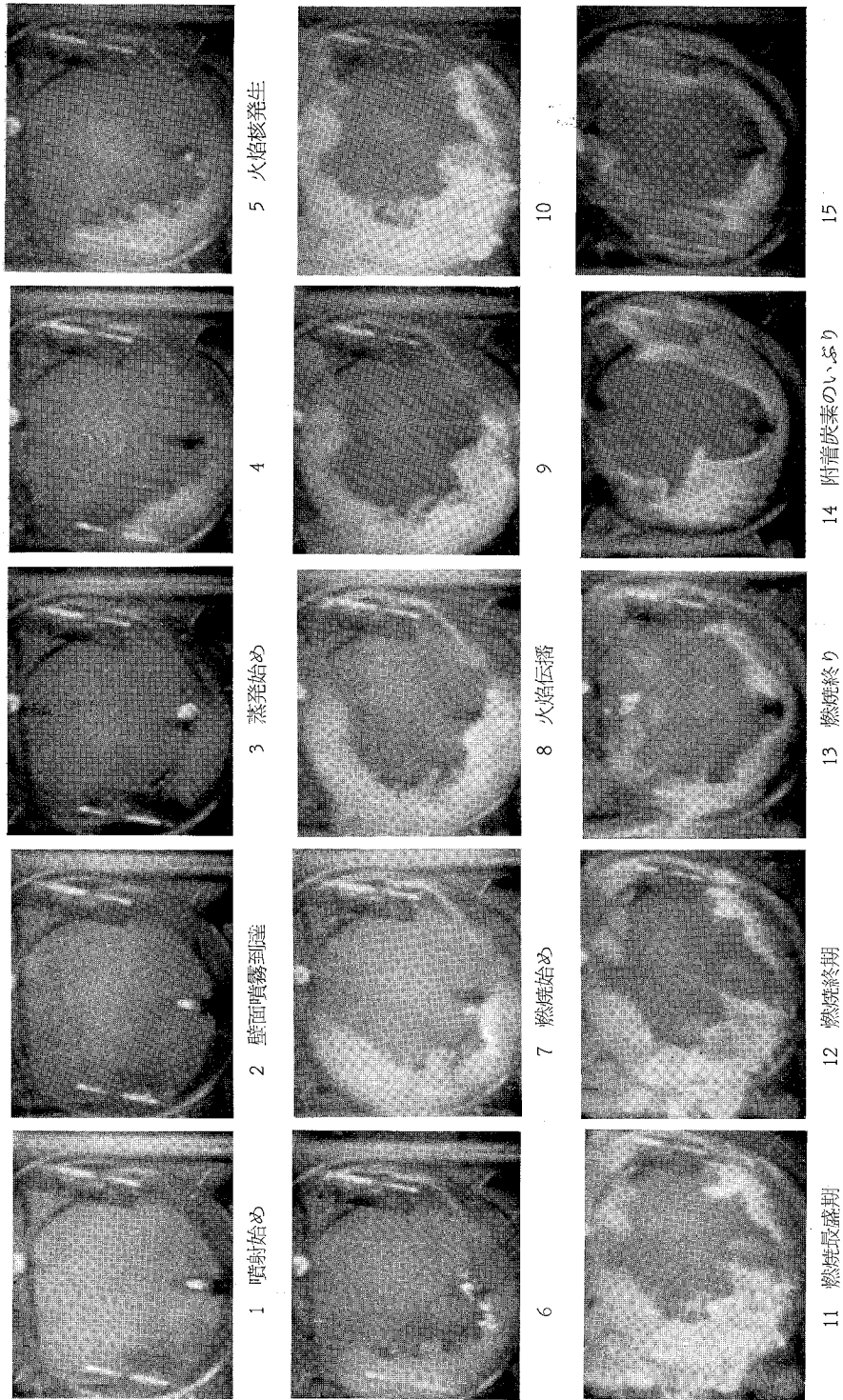


写真-4 重油の蒸発燃焼 (凹管)



であると噴射角の増大でますます附着量は減少して来るものと思われる。

また距離に関しては距離が大となると噴霧粒子のもつ速度エネルギーの急激な低下で反射力が激減するためである。この点に関し Meurer 氏の設計と矛盾を生ずることとなるが、実際機関の場合は、燃焼室内の大きな渦流により、その遠心力による壁面への押しつけ効果が相当影響するためと考えられ、渦流と噴射方向との関連が相当重要となつて来ることが分る。したがって渦流の速度に対し適当な噴射角度が存在するものと推察される。

また燃量附着面積についても同様の方法で角度および距離を変化させて測定したが、結果を図示すれば図-8、図-9の如くである。噴射角度を一定として距離を変化させた場合、面積は距離にやや比例して増加するが、その増加率は 0° のときがもっとも大きな値を示している。 70° 、 80° については附着状態が悪く面積の測定は不可能であった。又一定距離における噴射方向角の変化に対して、垂直方向および 30° のときに各距離における附着面積の差は大きく、他の角度での差は僅かであった。 15mm と 55mm の角度 0° における差は約2倍の値を示している。

油膜厚さに関しては、前述の通り測定が不可能であるので、以上の燃量附着量および附着面積から平均厚さを算定して得た結果図-10、図-11の如くなる。

空気流中での実験では、その速度と附着率および附着面積を測定して、これらの関係を求め、その結果を図-12、図-13に示す。装置の関係上ノズルと壁面のなす距離が小さいときおよび噴射角度が大きいときには、流れがノズルに遮げられ、またノズル附近に層流ながれの“渦流”が考へられ、使用した送風機の能力の限界のため流速は 17m/s より得ることが出来ず望ましい結果を得ることは出来なかったが、附着重量は無風時に対して $30\% \sim 50\%$ の減少を示すのに対し、附着面積では逆に、距離が大きい場合約 30% の増加がみられ距離の少ない場合はほとんど

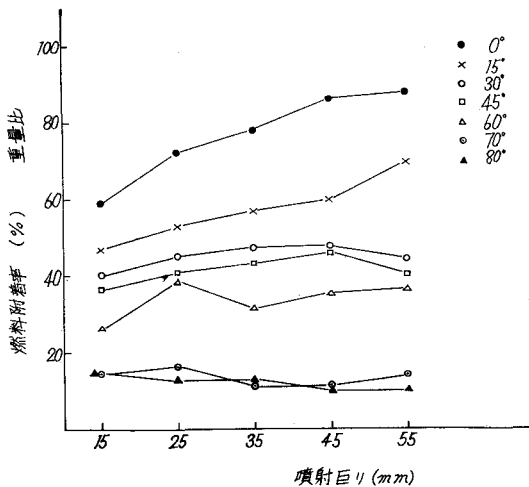


図-6 平板無風時に於ける
噴射距離及び角度が及ぼす附着率

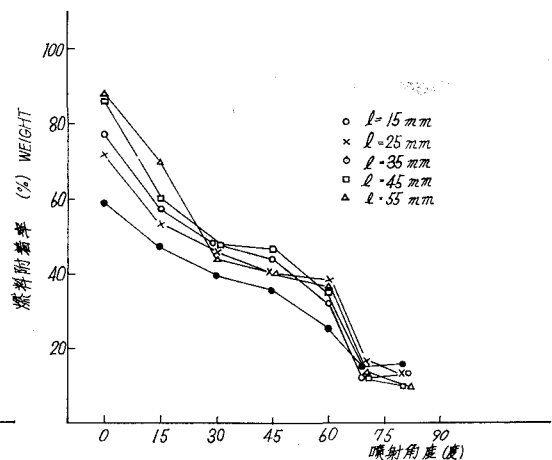


図-7 平板無風状態に於ける
噴射角度に対する燃料附着率

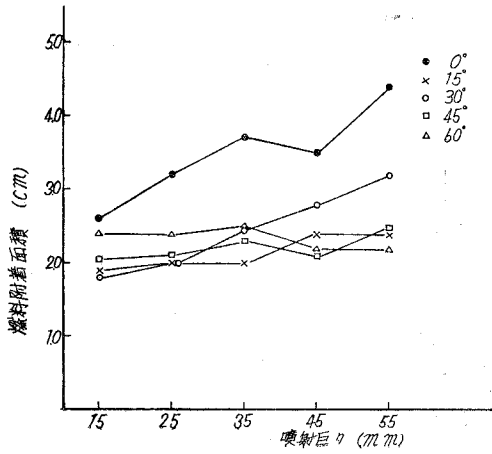


図-8 平板無風時に於ける噴射距離に対する附着面積

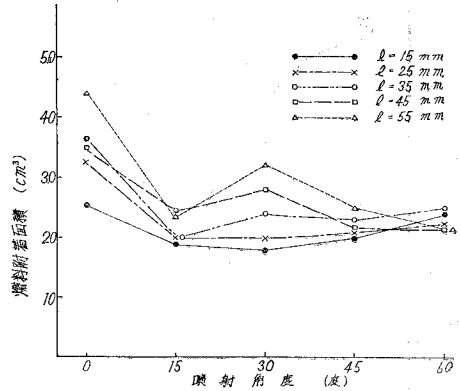


図-9 平板無風時に於ける噴射角度と附着面積

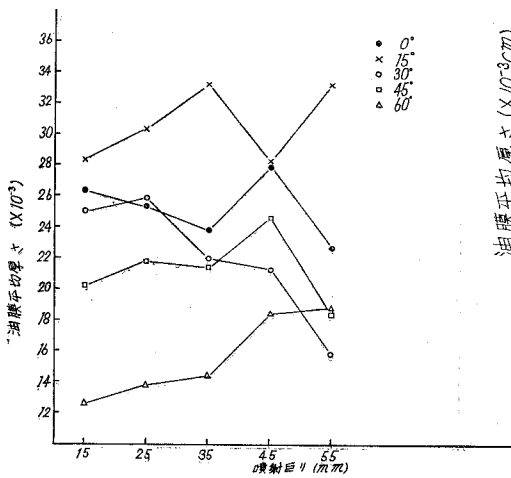


図-10 平板無風時に於ける距離と油膜平均厚さ

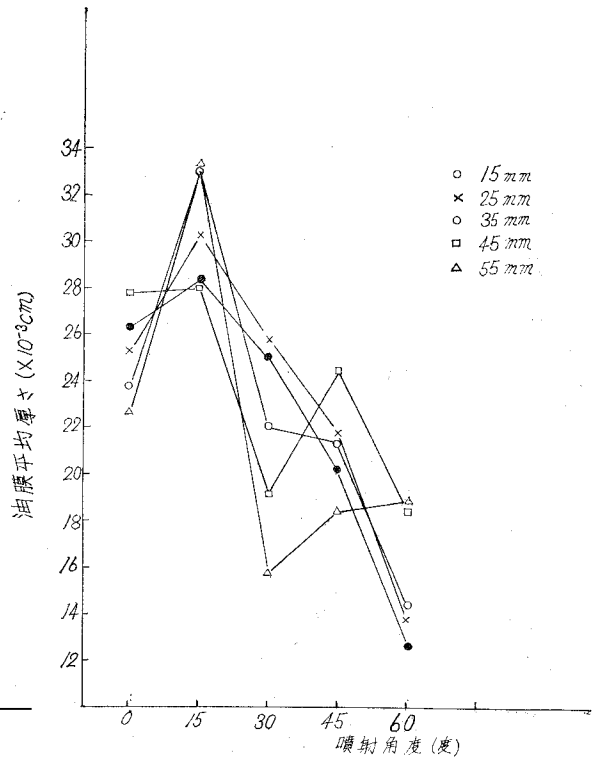


図-11 平板無風時に於ける噴射角度と油膜平均厚さ

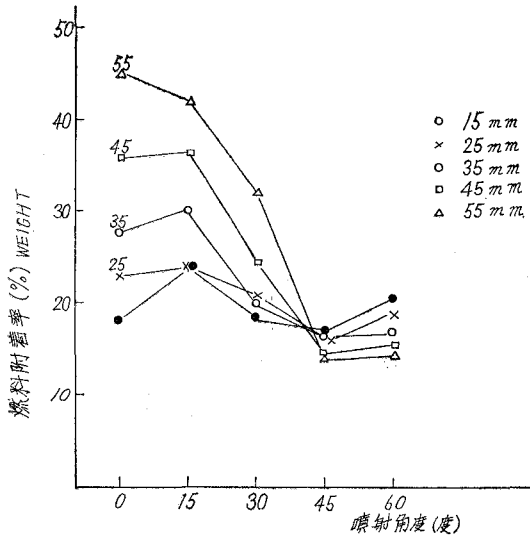


図-12 平板有風時に於ける噴射角と附着率

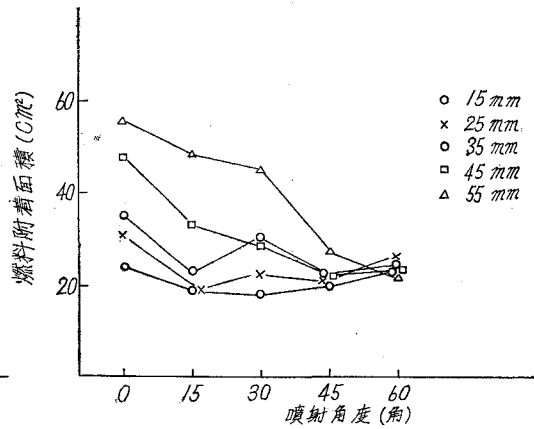


図-13 平板有風時に於ける噴射角と附着面積

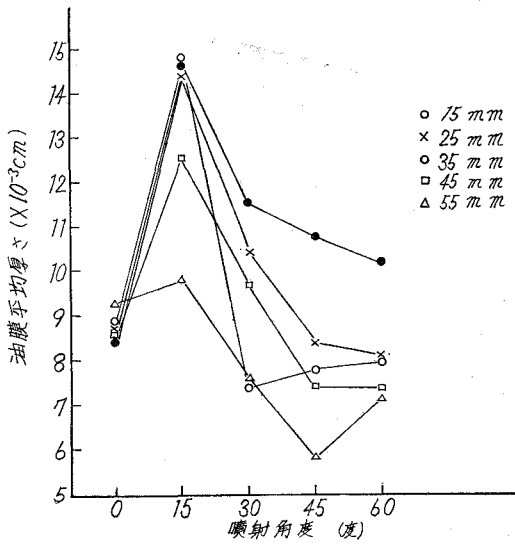


図-14 平板選風時に於ける
巨りと油膜平均厚さ

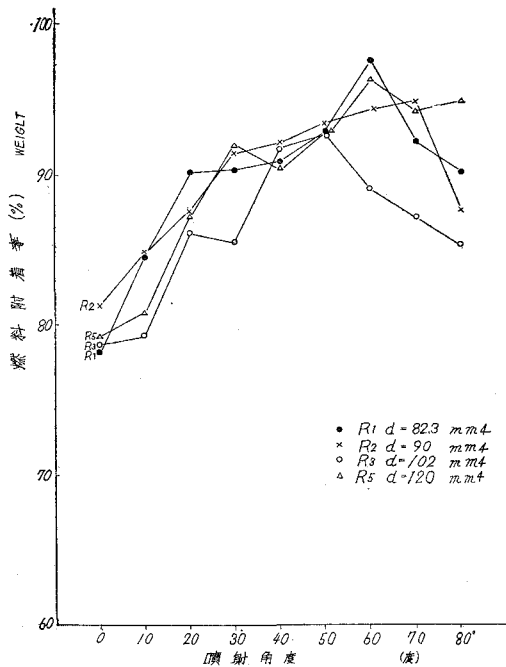


図-15 噴射角度と附着率の関係

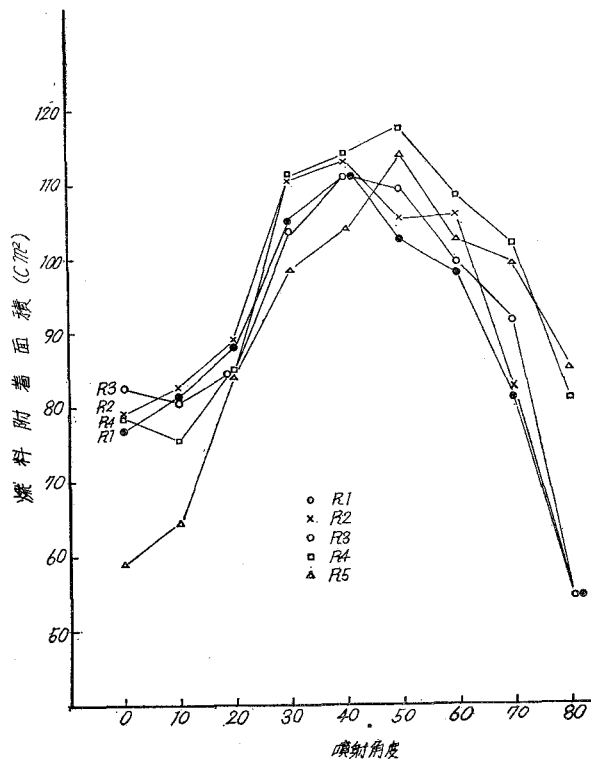


図-16 円管に於ける噴射角度と附着面積

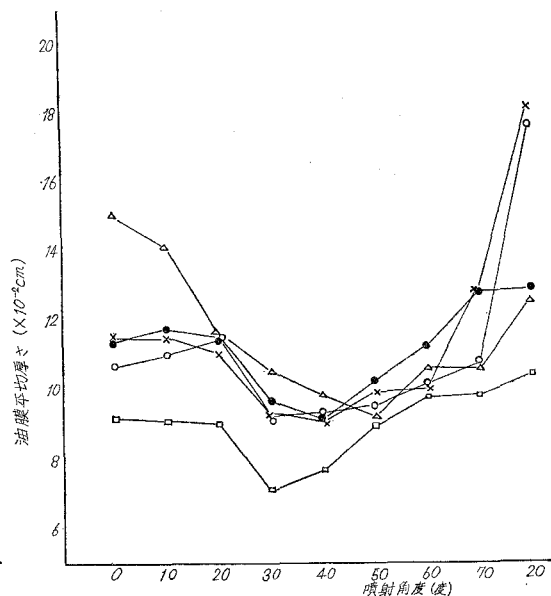


図-17 円管に於ける噴射角度と油膜平均厚さ

影響を受けていない、また噴射角度の大きい場合も影響は少ない様である。図示すれば図-14の如くなり計算によって求めた油膜平均厚さも無風時に対して30~50%小となっている。またいずれの場合も15°附近で厚さは最大となっている。

熱量の附着におよぼす条件として大きな因子となるものの一つに、燃焼室の型状が考へられるが、我々はこれを円管を横置きとした場合について実験を行ったのであるが、噴霧が到達する距離は管径と、噴射方向と壁面のなす角度によって決定される。したがって我々は4種類の管径を使用してこの距離を変化させた。その結果を図-15に示す。また角度、管径、および到達距離の関係を表-1に示す。

表1 円管の噴射角度と距離

管径 角度	82.3	90.0	102.0	120.0
	0	82.3	90.0	102.0
10	80.65	88.2	99.96	117.6
20	77.36	84.6	95.88	112.8
30	71.60	78.3	88.74	104.4
40	63.37	69.3	78.54	92.4
50	52.67	57.6	65.28	76.8
60	41.15	45.0	51.0	60.0
70	27.98	30.6	34.68	40.8
80	13.99	15.3	17.34	20.4

円管における附着量は平板の場合と比較すると非常に大きな値を示し、60°附近で94%~98%であり最小値0°の附着率80%は、平板における最大値に対しての値と同じである。噴射角度と附着面積の関係を図-16、図-17に示すとノズル角に相似の曲線を見出す。平板の最大値と比較すると高い方で約250%11.5cm²、小さい方で150%

5.5cm²といずれも増加している。計算によって得た油膜平均厚さは30°~50°で最小値9×10⁻³cmで我々の実験範囲では距離との関連性は少ないと思われるが、平板と同様に距離小のものが幾分厚いようである。平板と比較して約50%位の値である。

今平板において噴射角0°の場合について噴霧円錐の附着面積と到達距離hとの関係を求めてみる。

$$r = h \tan \beta \quad r: \text{円錐断面の半径} \quad \beta: \text{円錐の頂角} \times 1/2$$

$$S = \pi r^2 = \pi h^2 \tan^2 \beta \quad S: \text{円錐の断面積}$$

これより数値計算を行いhとsの関係を図示すると図-18となる。従って噴霧角βが決ればhについて2次曲線となる。然るに実験により得た値は(図-8)45mmを誤差とみて直線とみられる。これより測定して図-18に加へて次の直線の式を得た。

$$S = a h + b = 4.4 h + 200$$

ここにおいて噴口直前では理論的にS=0でなければならないのにh=0において200mm²の面積を有する事は燃料の速度のエネルギーにより壁面に押し流されたためであると考へられる。この押し流す力を考慮して速度のエネルギーにより拡がる面積をXとすれば実際の面積は計算から

$$S' = \pi h^2 \tan^2 \beta + x$$

となるべきである。この力を考へない場合はx=0のときである。

$$\text{即ち} \quad S = 4.4 h + 200 = \pi h^2 \tan^2 \beta + x$$

の関係が出来る。ここではxにより影響を受けるものであることが分る。

$$x = 4.4 h + 200 - \pi h^2 \tan^2 \beta$$

2) 蒸発時間に関する考察

加熱面に燃料が噴射された場合、一部は空中に浮遊して混合気を形成し、残りの部分は一旦壁面に附着して徐々に蒸発しながら混合気を形成する。

蒸発時間の測定にはこの浮遊した噴霧のために直接測定することは困難であったので、前報告⁴⁾による熱伝導の一般式によって計算上の数値を求め、更にこの混合気を燃焼させてその燃焼時間を油膜の蒸発時間とした。着火は燃料附着面の上方10mmに点火源の小火焰を置いた。両者の関係を各噴射角度毎に分類して考へ比較してみると図-19, 図-20, 図-21, 図-22, 図-23の如くなり、約2桁のオーダーの相違がある。これを各温度について油膜厚さと燃焼時間の関係を図-24に表してみたが0.12mm~0.28mm程度の厚さにおいて2×10⁻²secの差におさまり、平均8×10⁻²secで一定の値を示し両者の間にはあまり関連性がないものと考えられる。図中蒸発時間とあるのは、焰による輻射熱および対流によってなされる熱伝達は考慮せず壁面からの伝達熱のみとして計算した場合である。

また燃焼時間は燃料が蒸発して混合気を形成して燃焼すると考えられることから燃焼時間即ち蒸発時間と考へた場合であり燃料の化学的变化速度を考慮にいれなければ当然燃料の受けた蒸発熱量は、

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

こゝで $Q_1 = \alpha_w(\theta_1 - \theta_2) \cdot s \cdot t$

$$Q_2 = \alpha_f(\theta_3 - \theta_2) \cdot s \cdot t$$

$$Q_3 = s \cdot t \cdot c \left[\left(\frac{\theta_3}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$\therefore Q = \left\{ \alpha_w(\theta_1 - \theta_2) + \alpha_f(\theta_3 - \theta_2) + c \left[\left(\frac{\theta_3}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_2}{100} \right)^4 \right] \right\} s \cdot t$$

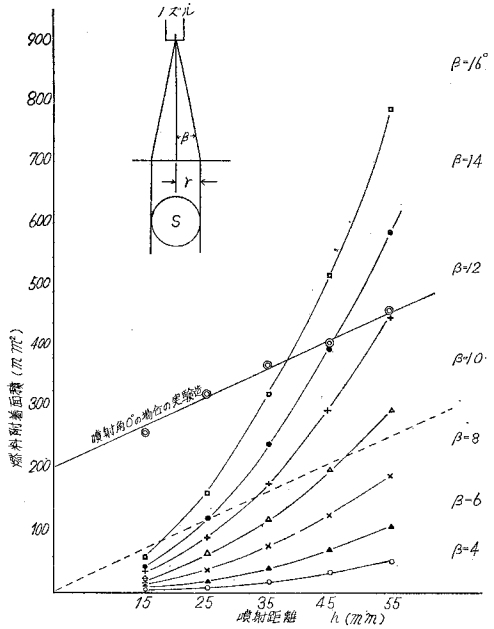


図-18 理論附着面積

によって表はされると思はれるが、これについては尚検討中である。

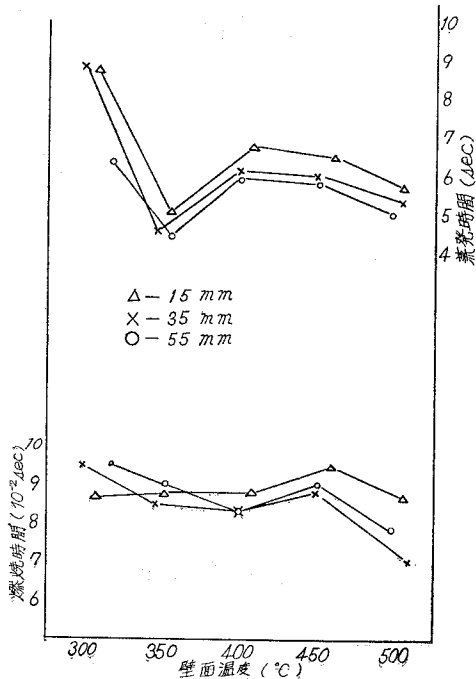


図-19 平板に於ける(0°) 壁面温度と蒸発燃焼時間

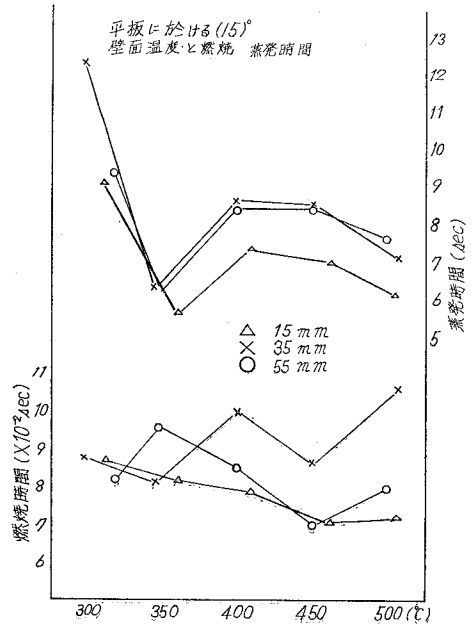


図-20 平板に於ける(15°) 壁面温度と燃焼蒸発時間

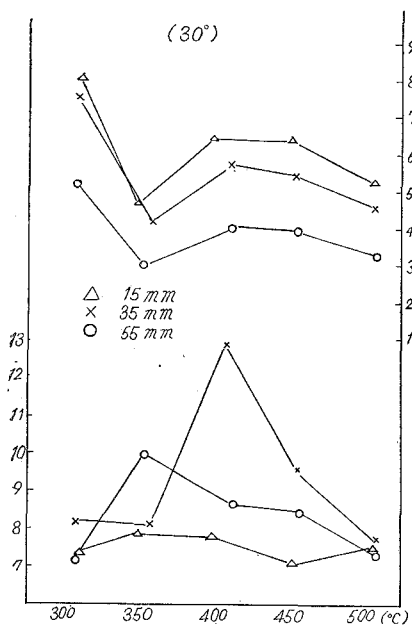


図-21 平板に於ける(30°)
壁面温度と蒸発燃焼時間

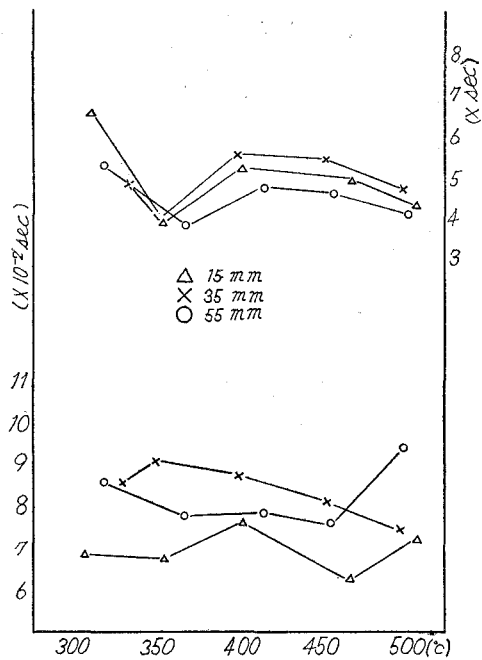


図-22 平板に於ける(45°)
壁面温度と蒸発燃焼時間

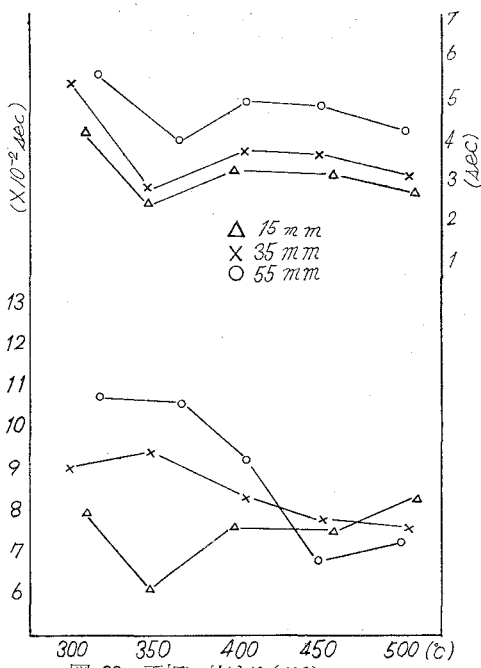


図-23 平板に於ける(60°)
壁面温度と蒸発燃焼時間

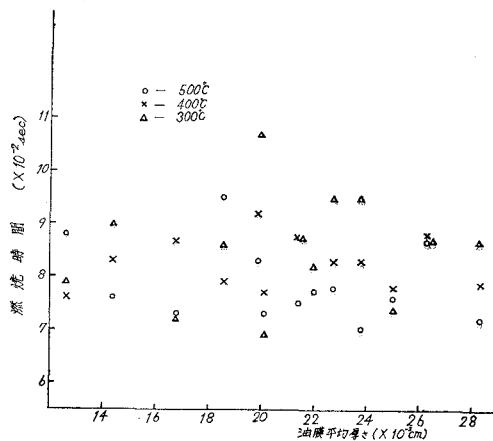


図-24 油膜平均厚さと燃焼時間

θ_1 : 壁面温度	θ^2 : 燃料温度	θ_3 : 火焰温度
α_w : 燃料の熱伝達率	α_f : 火焰から油膜への熱伝達率	c : 輻射係数
s : 受熱平均面積	t : 受熱時間	Q_3 : 焰から受けた熱伝達量
Q : 油膜蒸発熱量	Q_1 : 壁面より受ける熱量	Q_2 : 輻射熱量

IV 結 論

本実験では Meurer 燃焼の一部を受け持つ、壁面での燃料の蒸発がいかなることに影響されるかの基本について測定したもので、ノズルの角度および距離が燃量附着量とどのような関係にあるか、附着面積との関係を求め、それらが燃焼壁面とどのような関連をもって蒸発に影響を及ぼすか、をもとめたものであり、実際機関についてはもっと複雑な因子を含んでいる。つぎの段階では、これらを基礎として実際機関の運転による測定を続けて行く予定であるが、現段階で得られた結果からの結論をのべると、

1) 微粒化された液体燃料が壁面に噴射された場合、一種の弾性体となって反射をおこすが、一部は反射されて空気中に浮遊し、または壁面到達以前に速度を失い空気中にそのまま浮遊する。これらが油膜蒸発以前に混合気を形成し火焰核を生ずると考へられる。他の残りはそのまま壁面に附着して、その後徐々に蒸発しながら混合気を形成していくのであるが、両者の比率は燃焼室の形状が最大の因子をなしており、平板の場合噴射角度が小さい時には附着量が多きく60%~90%の値を示すが噴射角度が大きくなるにしたがって附着量は減少し70°, 80°ではほとんどの燃料が散って僅かに10~20%が附着するのみである。円管においては角度大となるに従って附着率は大きくなる。その値は約95%位を示している。これは粒子のもつ速度エネルギーが壁面の形状と相俟って押しつけ効果の働きによるものである。

2) 附着面積については、燃焼室壁面の形状に大きく影響されると同時に、壁面と噴霧のなす角度にも影響される。平板では垂直方向に近づくに従って、その附着面積は大きく、円管では40°~50°附近で最大となるが、到達距離は我々の実験範囲では大きな影響はみられなかった。

3) 以上1), 2) から平均油膜厚さを計算上求めてみた。附着厚さが我々の実験範囲において距離にはあまり関係なく、噴射角と壁面形状がその要因をなすものであり、角度が増すと厚さも増大しており、平板において最大値0.33mm最小値0.06mm、円管においては30°附近で最小値を示し、油膜厚さは0.08~0.13mmである。

4) 壁面に附着した燃料が蒸発するには、壁面からの熱と火焰からの輻射熱、又は空気の流れによる熱伝達が重なってなされているが蒸発燃焼時間は、火焰の熱放射および火焰の流れによる熱伝達又は物質移動の方が大きく影響している。蒸発燃焼時間はこのような噴霧油膜においては油膜厚さ、壁温にはあまり影響されない。

以上実験を行ったことがらを基礎として、次の段階では、圧力、渦流、各壁温における炭素分子の分解等が大きな課題となる。緩慢な燃焼をおこして、如何なる時間に燃え尽くすのが最適であるかは、やはり実物機関での実験にまつほかはない訳であり、続けてこれらのことを解明して行き度いと思っている。

最後に本実験に終止御教示頂いた北大工学部黒岩教授に謝するとともに、本学々生金子徹、佐藤嘉泰、横沢日出男の諸君、ならびに内燃機実験室の早川友吉氏のたゆまぬ測定、装置の製作の御援助に厚く御礼申します。

文 献

- 1) Meurer: SAE Golden Anniversary Summer Meeting 1955
MTZ 1954 April P. 105
- 2) Tanazawa 他: 7th Symposium on Combustion
- 3) Hussmann, A. W. : The Film Vaporization Combustor
- 4) 赤木盈, 林重信: デーゼル機関における表面蒸発燃焼に関する基礎実験
室工大研報 Vol. 4 No. 1 日本機械学会北海道支部 1962. 10
- 5) International Cristal Table
- 6) Spalding, D, B.: Some Fundamentals of Combustion
- 7) Clarke, T. S.: Initiation and some controlling parameters of combustion in the piston Engine.
Proc Instn Mech Engrs. No. 5 1960-61

接触面積拘束工具の切削性に関する研究

——名種拘束工具の塑性域と切削抵抗および切屑形態*——

菊 地 千 之

A Study of Tools with Restricted Tool-chip Contact Length Variation of Plastic Field, Cutting Forces and Chip-form with Restricted Tool-chip Contact Length.

Kazuyuki Kikuchi

Abstract

The Tool with artificially restricted tool-chip contact length shows a strong tendency to produce a complicated plastic flow ahead of the rake face, as far as the restricted length is shorter than the natural tool-chip contact length. By applying the theory of plasticity, the plastic field is found to be composed of one centered fan and two straight slip line fields.

Based upon the characteristics of the plastic field, cutting forces are measured by the tool with various restricted tool-chip contact length, which make a good comparison with the various rake angle for a conventional tool. Furthermore, this paper treats of chip-form and cutting forces for the tool with restricted tool-chip contact length composed of two rake faces.

The experimental results seem to support the theory and shows good cutting characteristics in comparison with conventional tools.

I 緒 言

切削工具すくい面と切屑の接触長さを強制的に縮小させた工具では、すくい面前方に複雑な塑性変形領域が存在する。またすくい面上の応力は増大するが、切削の摩擦係数は減少し、切屑厚さは薄くなることが知られている。^{1,2,3} このような工具によって、すくい面前方に生ずる塑性変形領域は、二つの直線入り線場と一つの扇形入り線場よりなることおよびすくい面摩擦特性については既に報告した。⁴

この報告では既報の接触面積拘束の原理を用いた各種形式の工具について、塑性域の入り線速度の場が実際の塑性変形と同一の変形を与えるかどうか、切削抵抗の測定により通常工具の切削抵抗との比較検討を行ない、同時に切屑形態、構成刃先を観察して切削抵抗の切削速度特性についても検討した。又接触面積拘束工具の新しい形式のものとして、二つの拘束された、

*特殊塑性域を含む切削機構の研究（第二報） 昭和37年4月8日 精機学会春季大会学術講演会発表

すくい面を同時に持つ工具が考えられるが、この工具によって切削される際に生ずる塑性変形領域と切屑形態および切削抵抗特性についても検討を行った。

II 接触面積拘束工具における切屑塑性域

拘束工具による切屑変形は通常工具による切削において生ずる単純塑性変形と著しく異なることお見出し、この切屑塑性域に対応する迂り線場として、図-1に示すような模型を提出した。これにより塑性域内の切屑変形、拘束長さの縮少による扇形迂り線場（第II領域）と直線迂り線場（第I領域）の変化、摩擦係数の変化については既に報告した。場の幾何学的関係およびすくい面摩擦特性を次の(1)、(2)、式で示した。但し(2)式における η_0 は無拘束の通常工具に対して定まる定数である。

$$d/\ell \approx \cos \eta \{ \sin(\theta + \eta + \alpha) - \cos(\theta + \eta + \alpha) \} + \cos \alpha \quad (1)$$

$$\theta = \frac{1 + \sin 2\eta_0}{2 \log(1 - \cos 2\eta_0)} \log \frac{1 - \cos 2\eta}{1 - \cos 2\eta_0} \quad (2)$$

(1)、(2)式から θ 、 η はそれぞれ

$$\begin{aligned} \theta &= f(d/\ell, \eta_0, \alpha) \\ \eta &= g(d/\ell, \eta_0, \alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

の如く d/ℓ の関数として求められる。 $\eta_0 = 8.4$ 度として θ 、 η の d/ℓ による変化を求めたものを図-2に示した。ここで切込 d = 一定、拘束長さ ℓ を縮少するならば d/ℓ は大きくなる。このことから θ が大となり η が僅かに小となる。すなわち拘束長さの縮少による塑性域構造の変化は、 θ が著しく大きくなり η が僅かに変化する関係であることが分かる。

1 実験方法

拘束工具における拘束長さの縮少により、切屑塑性域が変化するのであるから、これを直接観察して理論的に求めた切屑塑性域変化との対応性を検討するために次の実験を行った。図-3

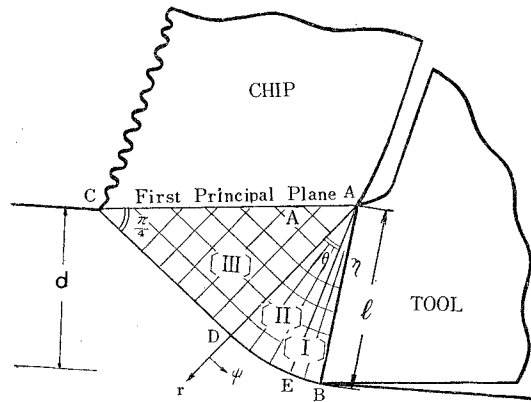


Fig. 1 Slip-line field in machining with restricted contact tool.

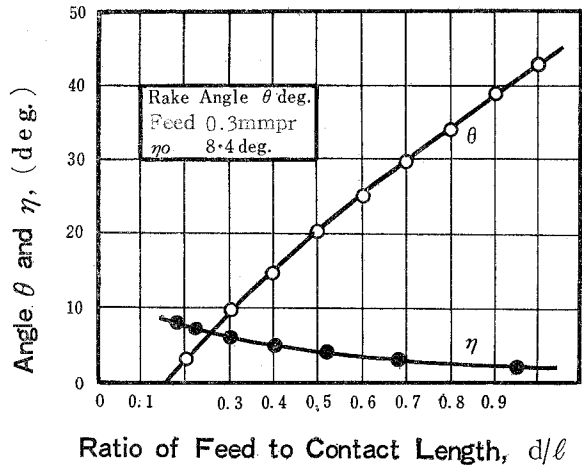


Fig. 2 Theoretical variation of angle θ and η with ratio of feed to contact length d/ℓ

に示すように旋盤によって、0.25% C 炭素鋼のパイプを Stopping Tool を用いて二次元乾切削を行い、各条件における Partially formed Chip を作り顕微鏡写真をとり検討した。

切削条件：被削材；炭素鋼（0.25% C）；工具，超硬ST-2 [0, 0.5, 0, 0, 0, 0]；送り，0.3mmpr；切込み，3.5mm；切削速度，90，

60，30mpm；切削剤，乾燥，拘束長さ，0.35，0.5，0.8mm および自然接触長さ。

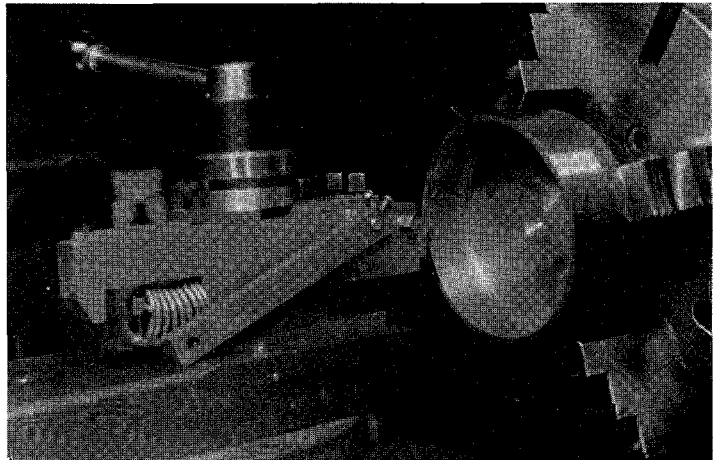


Fig. 3 Set-up of stopping tool Machining.

2 実験結果および考察

図-4 は各切削速度に対する接触面積拘束長さ変化に伴う塑性域の変化を示した。図-5 にすくい角 0 度の場合について、(1)，(2) 式を用いて理論的に計算して得られた Pattern を示した。

これによると接触面積拘束長さを順次縮小してゆくにしたがって、切屑厚さは薄くなり、接触面積拘束長さの縮小により扇形域が拡大して第 1 領域の η が縮小してゆくことが見られる。これらの点から定性的な傾向としては理論計算の結果と良く一致している。然し塑性域構造の諸関係を良くみると理論と多くの点で不一致を示している。切削速度 90mpm では η 領域が殆んど見られない。 η 領域が拡がらず扇形領域はすくい面に沿った巾の狭いものとなって、最後に Secondary flow として退化してしまうことが観察される。切削速度の高い場合、特にこの傾向である。 η 領域が見られないと言うことは、すくい面での摩擦が鋼の剪断強度に等しいということの意味するから鋼の切削における、すくい面摩擦状態は著しく Severe なものと言える。そして常に $\eta = 0$ ならば扇形領域は最後にすくい面において消えるから、この図の如く拘束工具に特有な塑性流れが拘束長さの増大とともに次第にすくい面に接する巾の狭いものとなって、最後に Secondary flow として消失することになるのであろう。また $\eta = 0$ の場合にはすくい角 0 度であるから Lee-Shaffer⁵⁾ の理論によると拘束長さが自然接触長さになり、その場合の剪断角は 0 度となる。然し図に見られる如く 0 度にはなっておらない。このことからすくい面における温度分布の影響が大きな意味を持つものであると考えられる。

切削速度 53mpm の場合は、切削速度 90mpm の場合と同じような傾向を示してはいるが、

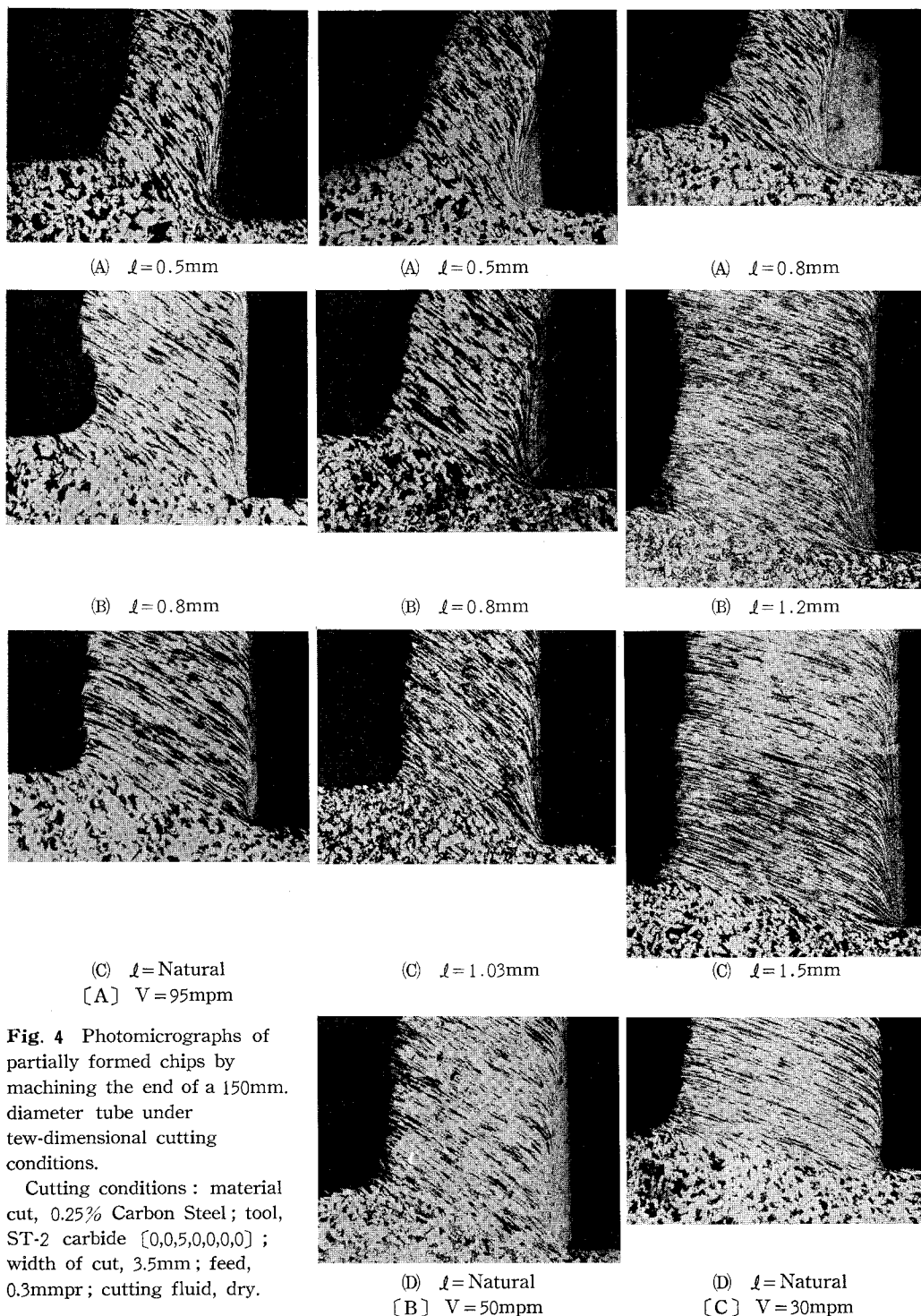


Fig. 4 Photomicrographs of partially formed chips by machining the end of a 150mm. diameter tube under two-dimensional cutting conditions.

Cutting conditions : material cut, 0.25% Carbon Steel; tool, ST-2 carbide [0,0,5,0,0,0,0] ; width of cut, 3.5mm; feed, 0.3mmpr; cutting fluid, dry.

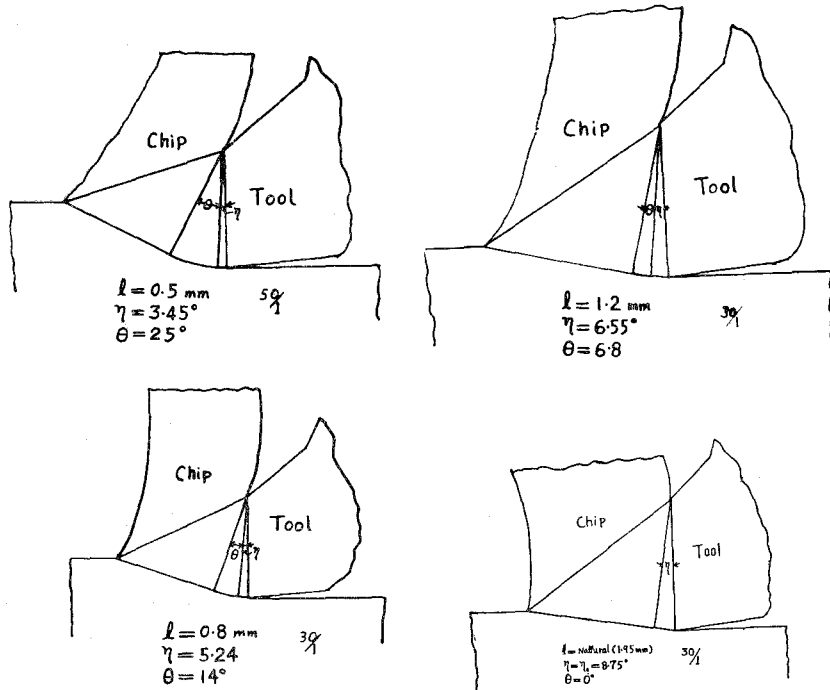


Fig. 5 Schematic diagram showing variation of plastic field with restricted tool-chip contact length.

多くの点で理論とは一致しておらない。

切削速度 30mpm の場合には拘束長さが、自然接触長さであっても剪断角は 0 度とはならないが、非常に小さくなっている。そして第 1 領域 (η 領域) は存在せず、扇形域はすくい面で消失しているのが見られる。また拘束長さが縮少されている場合には、塑性流れは固定した構成刃先として存在しているのが見られる。

以上のように低速の場合には比較的良い一致を示しているが、切削速度が高い場合にはすくい面温度分布の影響を受けて、別な塑性域が生じているのではないかと考えられる。

III 接触面積拘束工具の切削抵抗

図-6 に接触面積拘束長さ l 、すくい角 α 度なる拘束工具で、二次元切削を行なった場合の力の平衡図を示した。また図-7 はこの場合に生ずる塑性域内の応力状態をモール円上の点として示した。

図-6 においてすくい面上に作用する切削抵抗の合力を R とすると剪断面側にはこれと方向反対で大きさ等しい切削抵抗の合力が存在しなければならない。今第 1 領域 BC 面に作用する

切削抵抗の合力を R_1 、第2領域 CD 面に作用する切削抵抗の合力を R_2 、第3領域 DE 面に作用する切削抵抗の合力を R_3 とすると次式が成立しなければならない。 $R = R_1 + R_2 + R_3$

切削抵抗 R の垂直成分を R_v 、水平方向成分を R_H とすると R 、 R_H 、 R_v は図-7 のモ-ル円より次式で与えられる。

$$R = \tau_0 \cdot \ell \cdot b \sqrt{\cos^2 2\eta + (1 + 2\theta + \sin 2\eta)^2} \quad (4)$$

$$R_v = \ell \cdot \tau_t \cos \alpha - \ell \sigma_t \sin \alpha = \ell \cdot \tau_0 [\cos(2\eta + \alpha) - (1 + 2\theta) \sin \alpha] \quad (5)$$

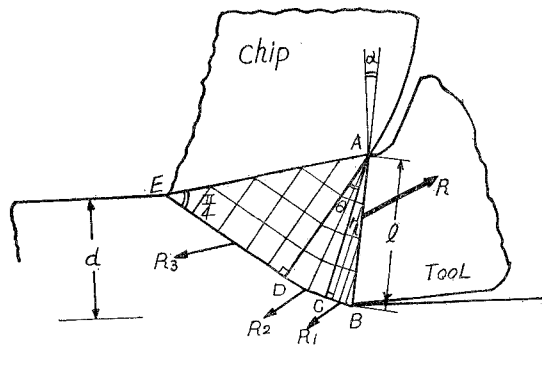


Fig. 6 Force diagram in machining with restricted contact tool

$$R_H = \ell \cdot \tau_t \sin \alpha + \ell \sigma_t \cos \alpha = \ell \cdot \tau_0 [\sin(2\eta + \alpha) + (1 + 2\theta) \cos \alpha] \quad (6)$$

一方せん断面側における切削抵抗の合力の各成分は ψ を図-1に示す如く定義すれば図-6、図-7により次の如くなる。垂直成分の計算のみを示す。

$$(R_1)_v = \ell \cdot \tau_0 \sin \eta [(1 + 2\theta) \cos(\eta + \alpha) - \sin(\eta + \alpha)] \quad (7)$$

$$(R_2)_v = \ell \cdot \cos \eta \left[\int_0^\theta \tau_0 (1 + 2\psi) \cdot \cos(\eta + \theta + \alpha - \psi) d\psi - \int_0^\theta \tau_0 \sin(\eta + \theta + \alpha - \psi) d\psi \right] \\ = \ell \cdot \tau_0 \cos \eta [\sin(\eta + \theta + \alpha) - \cos(\eta + \theta + \alpha) - (1 + 2\theta) \sin(\eta + \alpha) + \cos(\eta + \alpha)] \quad (8)$$

$$(R_3)_v = \ell \cdot \tau_0 \cos \eta [\cos(\eta + \theta + \alpha) - \sin(\eta + \theta + \alpha)] \quad (9)$$

故にせん断面側に作用する切削抵抗の垂直方向分力 R'_v は

$$R'_v = (R_1)_v + (R_2)_v + (R_3)_v = \ell \cdot \tau_0 [\cos(\alpha + 2\eta) - (1 + 2\theta) \sin \alpha] \quad (10)$$

それ故 $R_v = R'_v$ が成立する。同様にして $R_H = R'_H$ となる。このことから上記の平衡関係を満足することは容易に説明することが出来る。

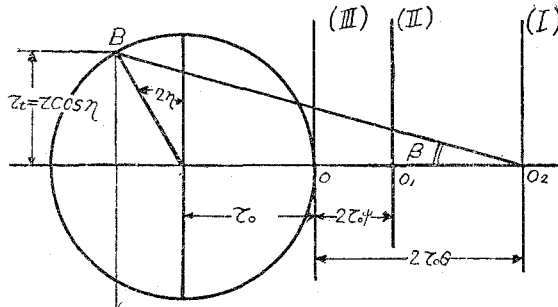


Fig.7 Mohr's stress circle for slip-line field in Fig.6

拘束工具の切削抵抗の水平方向，垂直方向の力は(4)，(5)式で示されることになる。

IV 接触面積拘束工具（C-工具）と通常工具の切削抵抗

1. 実験結果および考察

接触面積拘束工具と通常工具との切削抵抗を比較するために，低炭素鋼（0.14% C）をすくい角 -15° ， 0° ， 10° の超硬工具 ST-2 を使用して，乾燥二次元長手旋削を行ない，工具一切屑接触面積を順次拘束した時の切削抵抗主成分（ F_P ），送り成分（ F_Q ）を測定した。この実験に使用した工具切刃の形状を図-8に示した。

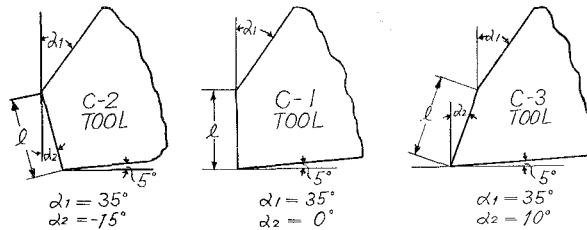


Fig.8 Profiles of restricted contact tool in plane, perpendicular to cutting edge.

図-9は接触面積拘束縮小に対する切削抵抗の変化を各すくい角を有する工具に対して示したものである。

同図から知れるように切削抵抗は拘束長さの増大に伴って，かなり直線的に増大して行くが拘束長さが通常工具の工具一切屑接触長さに到達するとそれ以上では増加しない。このことは接触長さ拘束の有効性が失われるためである。同図において曲線の右端における直線より上の点は通常工具で切削した時の切削抵抗である。このことから明らかのように通常工具に比

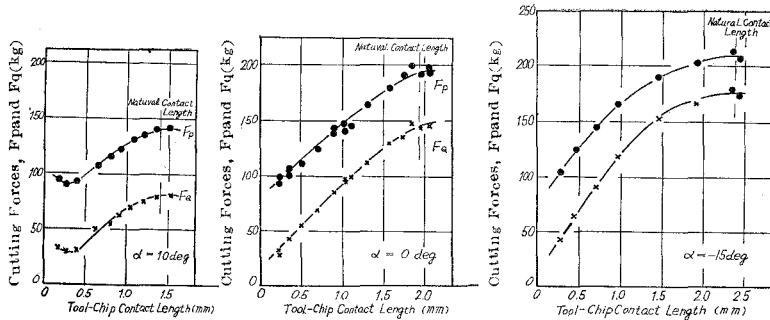


Fig.9 Variation of cutting forces with tool-chip contact length.
 Cutting conditions : material cut, 0.14% carbon steel : tool, ST-2
 carbide [O.Var.,5.5.10.0.0.3] : depth of cut, 2mm : feed, 0.3mmpr :
 cutting speed, 90mpm : cutting fluid, dry.

して、接触面積拘束工具の切削抵抗は拘束が充分小さく有効である場合には非常に小さくなる。特にすくい角が高い程この傾向になる。ただすくい角10度の場合に拘束長さが、送り量に近くなると切削抵抗増加の傾向を示すがこれは切屑が工具の第2すくい面と接触し始めるためである。

図-10 は各すくい角に対して、接触面積拘束長さをパラメーターとして切削抵抗 (F_P), (F_Q) の変化を示したものである。図中N点はそのすくい角に対する通常工具の切削抵抗を示すものである。この図からわかるように通常高すくい角工具の切削抵抗値と同じ切削抵抗を示す

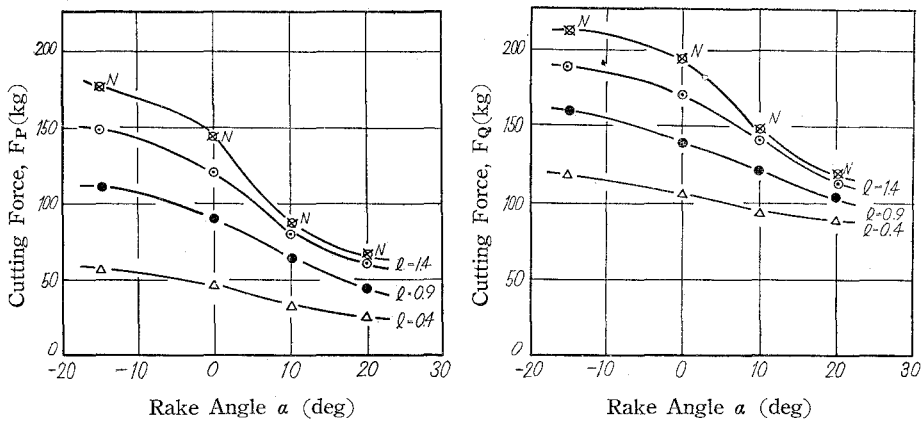


Fig.10 Variation of cutting forces with rake angle. Cutting conditions are the same as in Fig. 9.

拘束工具を求めることが出来る。すなわち僅かの拘束により小さなすくい角とすることが出来る。これにより切削性を悪くすることなく通常高すくい角工具の替りにすくい角の小なる拘束工具を使用しても同じ切削抵抗が得られると言うことになる。しかも Chipping のような欠陥

を生ずることが少なくなるという利点もある。また工具寿命の点からも通常高すくい角工具に比較して有利であることが予想される。

2 切屑形態

図-11は接触面積拘束工具と通工具を用いて、低炭素鋼（0.14%*C*）をすくい角0度の超硬工具で乾燥二次元長手旋削を行ない得られた切屑を送り量および拘束長さに対して示したものである。この場合の切削速度は90mpmである。同図に見られる如く、拘束長さが小なる場合には送り量にかかわらず切屑はカールすることなく直線的であるか、ゆるやかな曲りを有する形状のものとなり、拘束長さが大きくなるにしたがって切屑カールの径、ピッチが不規則な形から、径、ピッチの整ったらせん状となり、切屑半径も小さくなって分断されるようになる。切削における切屑カールの問題については奥島・人見⁶、中山⁷によって詳細に観察されているが、理論的には接触面積拘束長さが縮少される場合、既に発表⁸した如く第Ⅰ領域（ η 領域）の角 η は減少し、第Ⅱ領域（扇形領域）の角 θ が増大し、先に示した格子線変形模型から知れるように第Ⅰ、第Ⅱ領域内の質点移動速度が切屑の主たる流れ方向を示す第Ⅲ領域内での質点移動速度より遅くなるため切屑は直線的に排出されるものと思われる。然し実際には図-11に見られるようにカールが強い。このことは切削速度、構成刃先などの影響によるものではないかと思われる。

C-Tool

f l	0.3	0.175
0.25		
0.5		
0.68		
1.29		
N		

Fig.11 Photographs of chip produced for C-tools of various tool-chip contact length, Cutting conaitions are the same as in Fig. 9,

送り量 0.3mmpr の場合二次切屑の流出は拘束長さ0.25mm、0.5mmで綺麗に排出され、拘束長さが大きくなるにしたがって拘束の有効性が失なわれてゆくため切屑カール半径小となり分断された切屑となる。送り量 0.175mmpr では拘束長さが小なる処で僅かに二次切屑が見られる。

排出される切屑の色は、拘束長さが小で、二次切屑の流出が見られる場合に銀白色を呈している。拘束長さが増大するにしたがって金茶色に変わり、通常工具になるにおよんで完全にテンパーカラーに変わる。このことは切削抵抗の増大とあいまって、すくい面における切削温度分布の効果が明らかに意味を持つことになる。実用の点からみた場合には通常高すくい角工具と比

較して接触面積拘束工具の方が切屑処理の問題を解決すれば有利である。

V SWC型拘束工具による切削抵抗

接触面積拘束工具の第1すくい角 $\alpha_1 = 0$ 度, 第2すくい角 $\alpha_2 = -15$ 度とした拘束工具を SWC-1型, 第1すくい角 $\alpha_1 = 30$ 度, 第2すくい角 $\alpha_2 = -30$ 度とした所謂SWC標準型⁹をSWC-2型とする。これら二種類の工具において接触面積を順次拘束して低炭素鋼 (0.14% C) を乾燥二次元長手旋削した時の切削抵抗を測定し, その切屑形態を観察した。

SWC-1型とSWC-2型の基本的相違は第1すくい面での拘束接触長さが僅かで, 第2すくい面での拘束接触長さが自然接触長さに近く, 充分大きい場合には通常工具の切削となる。拘束接触長さの変化によって新たな受圧面を第1すくい面に持つと言うことである。そのため第1第2すくい面での拘束長さが適当な長さであるならばSWC標準型の切削となる。

1 実験結果および考察

切削条件は被削材, 低炭素鋼 (0.14% C), 工具は超硬ST-2 [0, -15(SWC-1) or -30(SWC-2), 5, 5, 10, 0, 0, 3], 送り 0.3mmpr, 切込み 2mmである。図-12にその結果を示した。同図に見られるようにSWC-1型工具では低速および高速域でも拘束長さの変化に対して, 切削抵抗の変化はあまり見られない。SWC標準型に特有な二次切屑も, 拘束長さ変化, 切削速度変化に対して見られない。また通常工具において見られる構成刃先の生成消失に特有な切削抵抗の極

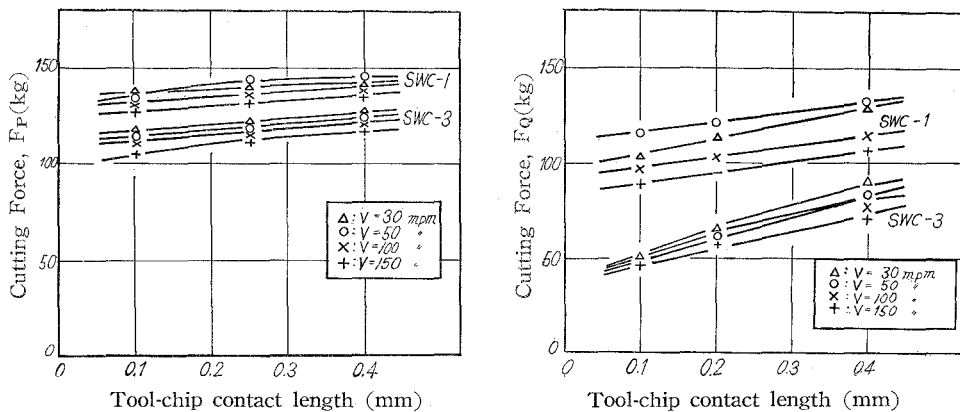


Fig.12 Variation of cutting forces with tool-chip contact length. Cutting conditions: material cut, 0.25% carbon steel., tool, ST-2 carbide [0, var., 5, 5, 10, 0, 0, 3]; depth of cut, 2mm; feed, 0.3mmpr; cutting speed, var.; cutting fluid, dry.

大, 極小も示さない。このことは低速域において接触面積拘束長さに応じた小型の極めて安定した構成刃先を生じているためと思われる。また拘束長さが小なる場合にはすくい角0度の通常工具に近すぎ, 拘束長さが大きい場合には, すくい角-15度の通常工具に近づくことになる。


このため SWC-1 型に生ずる塑性域は第1すくい角が0度であるため、切屑は第1すくい面で新たな接触面積を持つことになる。主応力面は拘束接触長さの上端を通過する面とはなり得ず、第1すくい面上に主応力面が来ることになる。それ故第1すくい面と第2すくい面とに複雑な塑性域が生ずることになる。

SWC-1型工具においては切削抵抗の変動がなく、二次切屑の流出が見られないのは上述のような塑性域を生じているため、第2すくい面での扇形領域が小さく第1領域の η が大となり、第1すくい面で生じた塑性域に拘束されるため、二次切屑の流出が見られずその部分が固定した構成刃先となって留まっているためであると思われる。

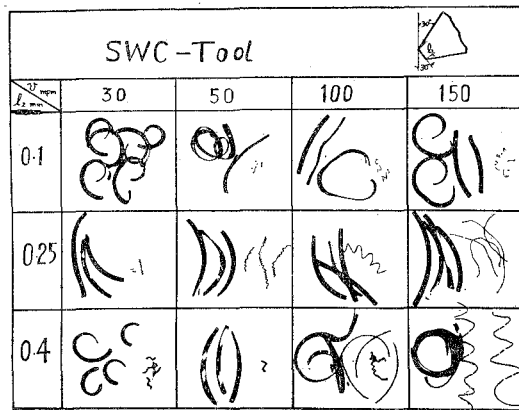
SWC-2 型工具における切削抵抗は接触面積拘束長さを順次大きくしても変化はこの実験における速度範囲では著しくない。SWC標準型工具に特有の二次切削流出は、切削速度30mpmで拘束長さ0.1mmの場合を除いて全条件で見られる。切削速度が低い場合で拘束長さが小なる場合には縮少された形のものであるが切削速度が高く、かつ拘束長さが大となると流れるような綺麗な二次切屑となる。(図-13 (b)を参照)。このことは高速になるに従って切屑内塑性域の温度が高くなるためであろう。切削速度30mpmで拘束長さ0.1mmの場合にはSWC-1型の時に生ずる塑性域と同じになるため二次切屑が流出しないのでであろう。この条件以外の場合には第1すくい面で接触面積を持ち得ないため第1領域が非常に小さくなって扇形域が大きくなるため、また高速になるに従ってすくい面前方の温度の影響によって滑かな二次切屑の排出が見られるものと思われる。

2 切屑形態

図-13 [A], [B] にSWC-1型, SWC-2 型拘束工具による各切削速度に対する、拘束長さ増大の場合に対する切屑形態を示した。

SWC-Tool 				
k_r	30	50	100	150
0.1				
0.25				
0.4				

[A]



[B]

Fig.13 Photographs of chip produced for SWC-Tools of various tool-chip contact length. Cutting conditions are the same as in Fig. 12.

SWC-1型工具の場合には全条件で二次切屑の流出が見られず、いずれも分断された切屑となる。構成刃先は切削速度30 mpmの場合、拘束長さ0.1~0.4 mmのいずれの場合に対しても切屑裏面全面にわたって存在している。切削速度50 mpm以上では完全に消失している。

SWC-2型工具の場合は前述の如く、切削速度30 mpmで拘束長さ0.1 mmの時を除いて、全条件で二次切屑の流出が見られる。切削速度大なる程二次切屑は長くなり、主切屑は速度の増大と共に直線的になる。また切屑の色はいずれも典型的な銀白色を呈している。

VI 二段すくい角拘束工具による切削抵抗

二段すくい角拘束工具とは接触面積拘束工具および SWC-1 型工具において、工具・切屑接触面積を拘束した面を同時に二カ所で持つ工具である。すなわち接触面積拘束工具でのすくい面と SWC-1 型工具でのすくい面とを複合した拘束面を同時に二つ持った工具で、通常概念から言えば三つのすくい面を持った工具と言うことになる。この工具を今後 M-工具と称することにする。

1 二段すくい角拘束工具の切屑塑性域

M-工具の切屑内塑性域としては、工具形状の点から二段すくい角となっているので接触面積拘束長さの変化によって生ずる塑性域はかなり複雑なものと考えられるが予想されるり線場は図-14に示した如くなると思われる。

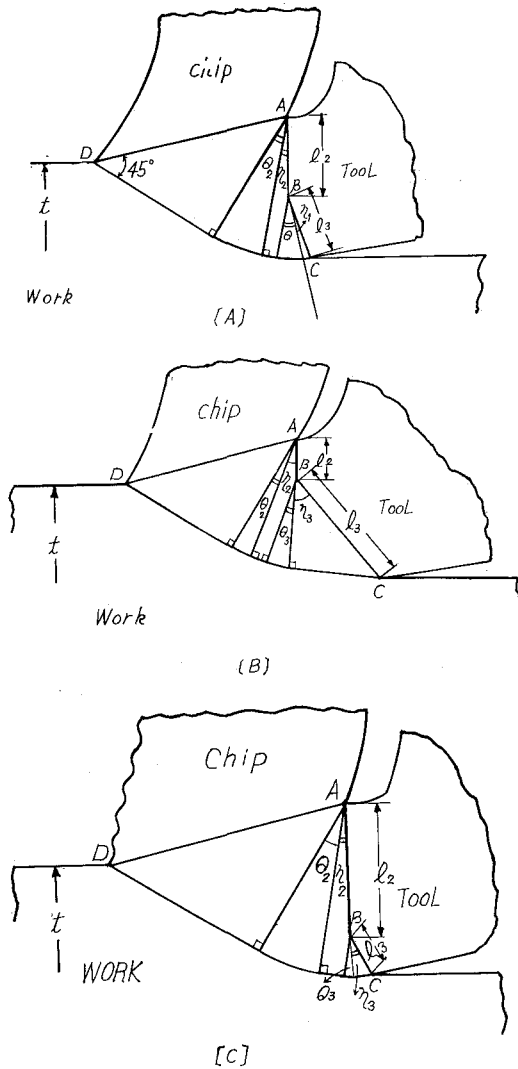


Fig.14 Slip-line field in machining with M-tool

同図において [A] はすくい面 AB および BC における接触面積拘束長さ l_2 , l_3 が適当な値である場合には扇形角 θ_2 , θ_3 が共に大きくなり二次切屑として流出するようになり SWC 型工具と同じようになる。[B] はすくい面 BC における拘束長さ l_3 が充分大きく、すでに自然接触長さに近い大きさの場合で、すくい面 AB における拘束長さ l_2 をいくら拘束しても両方の扇形角 θ_2 , θ_3 が大きくなならない場合である。この場合には扇形領域内の変形歪は小であるため二次切屑は生ずることなく通常工具での切削に近い状態になるものと思われる。[C] はすくい面 AB での拘束長さ l_2 が充分大きく自然接触長さに近かく充分大きい場合で l_3 が非常に小さい場合である。この場合にも恐らく扇形領域は分離することなく、すくい面に沿って流

れるものと思われる。そして全体として通常工具での切削に近い状態になるものと思われる。ただしこの場合すくい面 BC においてこのすくい角が非常に負が大きくなった場合には著しい過切削の状態になり、正常な切削は不可能となるであろう。

図-15 は M 工具により一辺 0.1mm の正方形格子を刻線した銅板を切込み 0.4 mm, すくい面接触拘束長さをそれぞれ 0.2 mm, 第 2 すくい角 20 度, 第 3 すくい角 -20 度において四塩化炭素を用いて低速切削した場合の格子線変形模様である。同図の格子線変形が上述の 図-14 (A) に示した切屑内塑性域に酷似していることが明らかである。

2. 二段すくい角拘束工具の切削抵抗

二段すくい角拘束工具において生ずる塑性域構造についての考察を行なったので、次にこのような工具形状を持った工具を用い、種々な切削速度のもとで乾燥二次元長手旋削を行ない切削抵抗 (F_P), (F_Q) を測定した。被削材は低炭素鋼(0.25% C), 工具は超硬 S-1 [0, -15, 5, 5, 10, 0, 0.3], 切込み 2 mm, 送り 0.3 mm/pr で接触面積拘束長さ l_1 は第 2 すくい面における $l_2 = 0.2$ mm, 0.6 mm 一定として第 3 すくい面における拘束長さ l_3 を変化させた。

図-16 にその結果を示す。同図において $l_2 = 0.2$ mm の工具を M-A 工具, $l_2 = 0.6$ mm を M-B 工具とする。同図から明らかなる如く一般的に言って切削抵抗は第 3 すくい面における拘束長さ l_3 を順次大きくするにしたがってほぼ直線的に増加し、SWC 型拘束工具に比較して切削抵抗増加の割合

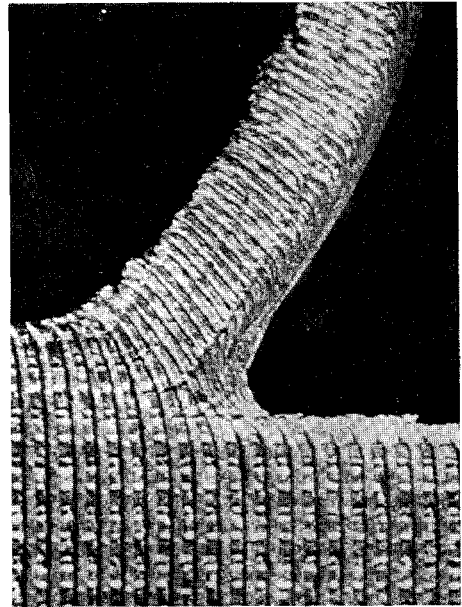


Fig.15 Experimental pattern of distorted grids.

Cutting conditions: Material cut, copper; tool, HSS [0, [20, -20], 5, 0, 0, 0, 0]; contact length, $l_2 = l_3 = 0.2$ mm; depth of cut, 0.4 mm; grid spacing, 0.1 mm; cutting speed, 198 mm/pr; cutting fluid, CCL₄.

が大きい。また M-A 工具の切削抵抗は M-B 工具に比較して小である。

接触面積拘束長さ l_2 と l_3 の割合が等しいか、僅かの差である場合には η 領域が小となり θ 領域が大となる。このために θ 領域での変形歪が大きくなり SWC 型工具による切削に近い状態になる。事実この場合には各切削速度領域で二次切屑の流出が見られた。処が $l_2 > l_3$ では第 2 すくい面での受圧面積が第 3 すくい面に比較して非常に大きくなるため 図-14 の [C] に示した如き塑性域構造となり θ 領域が小で、 η 領域が大となるため変形歪も小となる。それ故通常工具に近い切削となる。このために他の拘束工具に比較して切削抵抗も大きくなり、

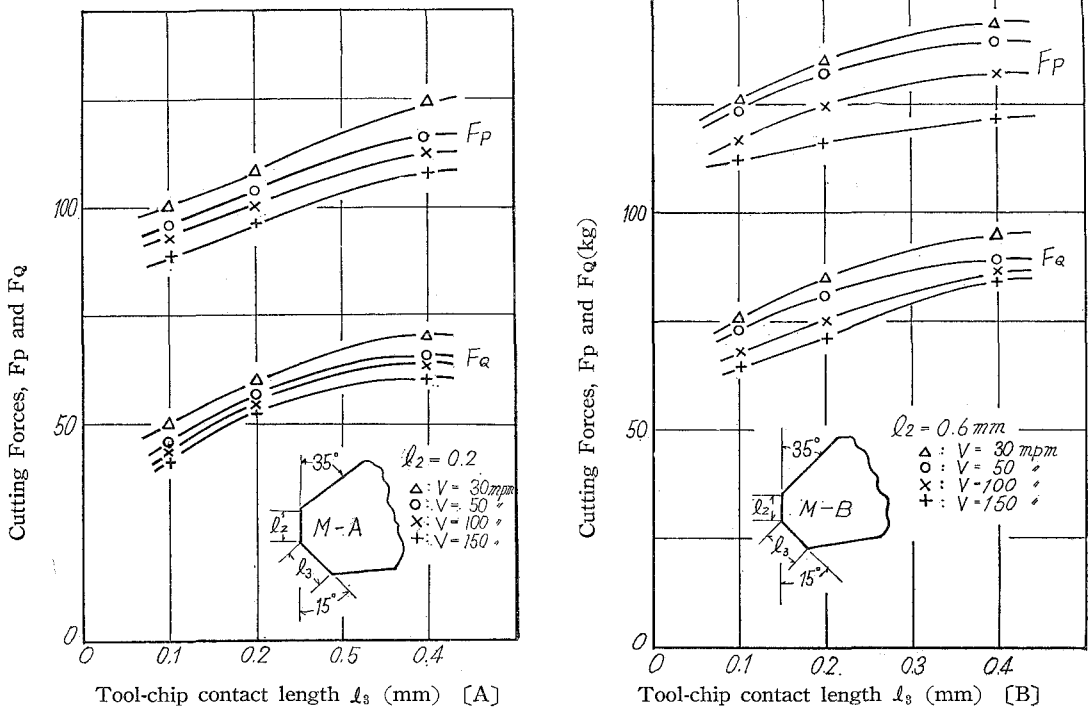


Fig.16 Effect of tool-chip contact length l_3 on cutting forces.
 Cutting conditions: material cut, 0.14% carbon steel; tool, S-1 carbide, Mtype [0, (0, -15), 5, 5, 10, 0, 0.5]; contact length, $l_2 = 0.2\text{mm}$ [A], $l_2 = 0.6\text{mm}$ [B]; depth of cut, 2mm; feed, 0.3mmpr; cutting speed, var; cutting fluid, dry.

二次切屑の流出も見られない。

図-17に第3すくい面の接触面積拘束長さ l_3 をそれぞれ0.4mm, 0.1mmと一定にし, 第2すくい面の拘束長さ l_2 を順次変化させた時の切削抵抗(F_P)(F_Q)の変化を示した。

同図において[A]は第2すくい面の拘束長さ l_2 を0~1.0mmまで増大させることによって各種の接触面積拘束工具を得ることが出来るのでその対応する接触長さの位置に各種拘束工具を図示した。同様に[B]図においても拘束長さ $l_2 = 0.2 \sim 1.0\text{mm}$ まで増大した場合について示した。同図から明らかな如く $l_2 = 0$ の場合には第1すくい角35度, 第2すくい角-15度となるため接触面積拘束工具 $\alpha = -15$ 度およびSWC型工具に相当するものであり, $l_2 = 0.2\text{mm}$, 0.4mmおよび0.6mmは二段すくい角工具のM-AおよびM-B工具に相当し, $l_2 = 0.9\text{mm}$ は第1すくい角0度, 第2すくい角-15度のSWC-1型工具に相当する。[B]においても拘束長さを増大させるに従って, 工具形状は変化し, 最大接触長さで[A]図と同様SWC-1型工具となる。切削抵抗も当然拘束長さ増大にともない上記のように工具形状も変化するのでほぼ直線的に増大してゆき, 切削速度により変化はあまりないことが知れる。[A], [B]両図からわかるようにM工具の特性として第3すくい面の拘束長さを一定とし, 第2すくい面の拘束長さを減少す

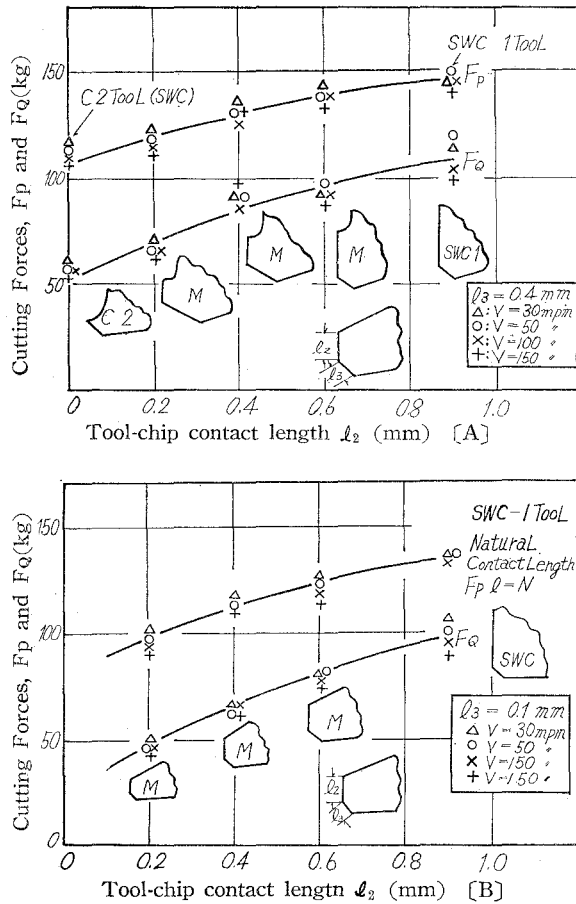


Fig.17 Effect of tool-chip contact length l_2 on cutting forces. Cutting conditions are the same as in Fig. 16 except contact length l_3 are 0.4 and 0.1mm

る方向では接触面積拘束工具となり切削抵抗も減少し、拘束長さを増大する方向では SWC-1 型工具となって切削抵抗も増大する。

3 切屑形態

図-18は第3すくい面の拘束長さ l_3 をそれぞれ0.2mm、0.6mmと一定にし、第2すくい面の拘束長さ l_2 を順次拘束した時の切屑形態を切削速度に対して示したものである。この両図から明らか如く、まったく異なった切屑形態を示している。 $l_2=0.2$ mmの場合はM工具の塑性域が[A]の場合に相当するものであることがわかる。切削抵抗の低い場合には二次切屑の流出は滑らかでなく短いぼろぼろとしたものとなるが、切削速度が高くなると滑らかな長い二次切屑を流出する。また切屑の色は全体として銀白色である。切削速度30mpmでは切屑裏面に明瞭な構成刃先の残留をみる。50mpmでは僅かに残留構成刃先の跡がみられる。特に $l_2=0.1$ mmにおいて構成刃先は消失寸前たることがわかる。一般に接触面積拘束長さが縮少される程

M-Tool				
l_2	30	50	100	150
0.1				
0.2				
0.4				

[A]

M-Tool				
l_2	30	50	100	150
0.1				
0.2				
0.4				

[B]

Fig.18 Photographs of chips produced for M-tools of various tool-chip contact length. Cutting conditions are the same as in Fig. 16.

pmでは僅かに側面で二次切屑流出の傾向が見られる。切削速度30mpmで安定した構成刃先の生成がみられる。

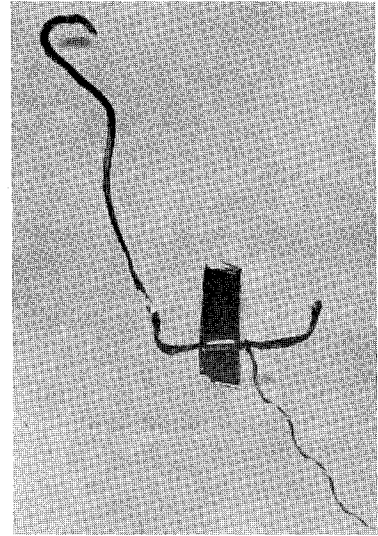


Fig.19 Photographs of chip produced by machining with M-Tool. Cutting conditions are the same as in Fig. 16.-[B].

二次切屑の体積は小となる。そして流出する二次切屑は断面がほぼ三角形をしており $l_2 = l_3$ で切削速度の高い場合には 図-19 に示すような状態で二次切屑が流出する。

$l_2 = 0.6\text{mm}$ の場合には塑性域構造が [B] の場合に相当するもので拘束長さを順次増大しても二次切削の流出が見られない。然し切削速度50m

VII 結 言

各種接触面積拘束工具についての切削現象を理論的並びに実験的に解明して次の結果を得た。

1) . 接触面積拘束長さが自然接触長さになり、すくい面での温度分布を考えない場合には常に第1領域の η は0であり、すくい面摩擦状態は著しく Severe であって低速では安定に削れないか構成刃先を生じてしまう。高速で安定に切削出来るのは、すくい面で高温であるため

自然接触長さにおいて、第2領域内での降伏応力が低下して流動状態にあるため安定に切削出来るのであらうと思われる。

2) . 接触面積拘束工具の切削抵抗は拘束長さ、第1領域および第2領域の η , θ で現わされる簡単な式で示した。

3) . 各種接触面積拘束工具の切削抵抗は、M工具を中心として拘束長さ縮少の場合には接触面積拘束工具(C-工具)となり、大きい場合にはSWC-型工具となって切削抵抗も増大する。構成刃先は通常工具のそれに比して極めて安定した小型のものとなる。

4) . 各種接触面積拘束工具の切削抵抗は通常高すくい角工具に比較していずれも安定した低い値をしており、切削速度の変化に対しても通常工具にみられるような変化がなく安定している。動力消費の面においても低くなる。

5) . SWC型切削工具が切削抵抗に関して有用なるためには、拘束長さが充分小であり、且つ第1すくい面が切屑と殆んど接触しないことが必要である。又二段すくい角拘束工具では第2, 第3すくい面接触長さが充分小で且両すくい面接触長さの差が小なることが有効条件となる。

6) . 二段すくい角拘束工具において生ずる塑性域は二つの扇形領域を持ったかなり複雑なもので、拘束長さ変化の条件に対して三つの塑性域模型を提案したが実験結果からかなりの一致をみるようである。

7) . 実用性の面からみた各種拘束工具の切削性は通常高すくい角工具に比較して有利である。C-工具, M-A工具, SWC-1型工具の順となる。

終りにのぞみ本研究の実施に当り終始御懇篤な御指導、御助言を賜わった北大工学部精密工学科星光一教授ならびに臼井英治助教授に厚く御礼申し上げます。また本実験実施にあたり終始熱心に助力された牧野フライス製作所菅田稔、大隈鉄工株式会社森弘肆両氏および北大精密工学科加工研究室の方々に対して深く感謝の意を表します。

本研究は昭和37年度文部省科学研究費の一部によって行なわれたものであることを附記する。

(昭和38年4月30日受理)

文 献

- 1 H. Takeyama and E. Usui, "The Effect of Contact Area in Metal Machining," TRANS. ASME, Vol. 80, 1958, P. 1089.
- 2 B. T. Chao and K. J. Trigger, "Controlled Contact Cutting Tools," TRANS. ASME, Series B, JOURNAL OF ENGINEERING FOR INDUSTRY, Vol. 81, 1959, P. 139
- 3 E. Usui and M. C. Shaw, "Free Machining Steel-Tools with Reduced Contact Length-," TRANS. ASME, Series B, JOURNAL OF ENGINEERING FOR INDUSTRY, Vol. 84, 1962, P. 89
- 4 E. Usui, K. Kikuchi and K. Hoshi, "The Theory of Plasticity Applied to Machining with Cut-

Away Tools," presented to Production Engineering Conference of ASME, Cincinnati, Ohio
May 7-9, 1963 (Paper No. 63-Prod-5)

- 5 E. H. Lee and B. W. Shaffer, "The Theory of Plasticity Applied to a Problem of Machining,"
Journal of Applied Mechanics, Vol. 18, TRANS. ASME, Vol. 73, 1951, P. 405.
- 6 奥島・人見：二次元切削における切くずの彎曲現象，精密機械，Vol. 25, No. 7. 1959, p. 320.
- 7 中山・上野・田村：切くずの彎曲について，精密機械，Vol. 27. No. 10. 1961, p. 681.
- 8 臼井・菊地・星：特殊塑性域を含む切削機構の研究（第1報），精機学会 昭和37年度 春季大会 学術講演会
前刷 p. 35
- 菊地・臼井・星： 同 上 (第2報) 同上 p. 37
- 9 星 光 一：金属切削—構成刃先について—，工業調査会，1960, p. 109



クランク室圧縮型 2 サイクル機関における 給・排気管系の脈動効果について

沢 則 弘

On the Pulsation-Effect of Intake or Exhaust Pipe System in a Crankcase-Scavenged Two-Stroke Cycle Engine

Norihiro Sawa

Abstract

To examine the influences of an intake or exhaust pipe system on the delivery ratio (or the breathing capacity) in a small crankcase-scavenged type of two-stroke cycle gasoline engine, the present writer has measured the amount of the breathing air or the delivery ratio and analyzed some pressure indicator diagrams of the intake or exhaust pipe.

Especially, this paper treats of the results of consideration on the effects of various factors for the matching condition of pulsation-effect due to the intake or exhaust pipe system.

I 緒 言

内燃機関の吸込み空気量が機関の吸排気管系により、著しい影響を受けることは古くから知られており、数多くの理論的¹⁾乃至実験的研究²⁾が続けられてきた。すなわち波動方程式と簡単なシリンダーへの流入条件から、主として管内脈動波の給気比に及ぼす影響が論じられている。例えば P. Voissel³⁾はピストン型圧縮機の吸気管について、管内気柱の圧縮性に注目し、波動方程式をフーリエ級数に展開して、その解を求め、共振条件を導びいている。その結果、次式で与えられる脈動次数 (q) が 1, 2, 3 ……の整数のとき共振し、給気比が増大すると主張している。

$$q = (2k+1) \cdot a/L \div N/60 = 15a/N \cdot L \quad (k=0) \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに k: 管の倍振動の次数, a: 給気管または排気管内の音速, L: 管長, N: 機関回転数である。また直接内燃機関を用いた従来の実験的研究も、その結果を脈動次数 (q)⁴⁾または $1/q^5)$ で整理したものが多し。しかし、かかる研究も給・排気管長の決定に重点がおかれ、他の因子の影響についてはいまだに解明されていないようである。そこで給・排気管系における脈動効果の実体を系統的に調べる目的で、先づ給気管系については、その管長のみならず管径、クランク室容積、給気孔開閉時期および機関回転数をも広範囲に変えて実験するとともに、給気孔

直前の圧力変動を記録した。本報では取敢えず脈動効果に及ぼす諸因子の影響について考察を試みた。

次に排気管系についても同様の実験を行い、掃・排気過程の後半に重畳する残留脈動波の影響について検討を加え、排気脈動効果の最適条件を求めた。

II 実験装置および実験方法

1) 供試機関その他 供試機関はバイクモータ用クランク室圧縮型2サイクル機関であり、その断面図を図-1に、諸元を表-1に示す。実験装置は図-2に示すように空気タンク、給気管系、供試機関および排気管系から構成されるが、給気管系に関する実験のときは排気管を取除き、⁹⁾排気管系についての実験では給気管長を $L_1=18\text{cm}$ とした。なおクランク室容積は他端を閉じた直径 $50\text{mm}\phi$ の管を別個に附加して4種類に変え、給気孔開閉時期は給気孔まわりのピストンスカートを順次削り落すことによって5種類に変えた。

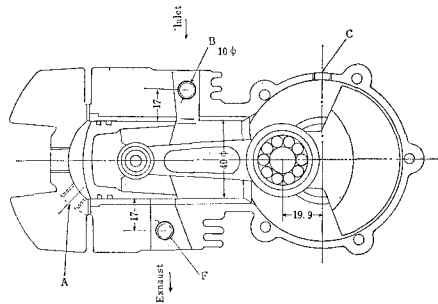


図-1 供試機関断面図

表-1 供試機関諸元

機 関		E-50	E-125
シリンダ径×行程 mm		40φ×39.8	55φ×52.5
行 程 体 積 cc		50	125
クランク室体積(上死点) cc		161	452
圧 縮 比		7:1	7:1
ポートタイミング	給気孔	60°	70°
	排気孔	67°	69.3°
	掃気孔	55°	57°
給 気 管 内 径 mm		13.8φ	21φ
排 気 管 内 径 mm		21φ	30φ

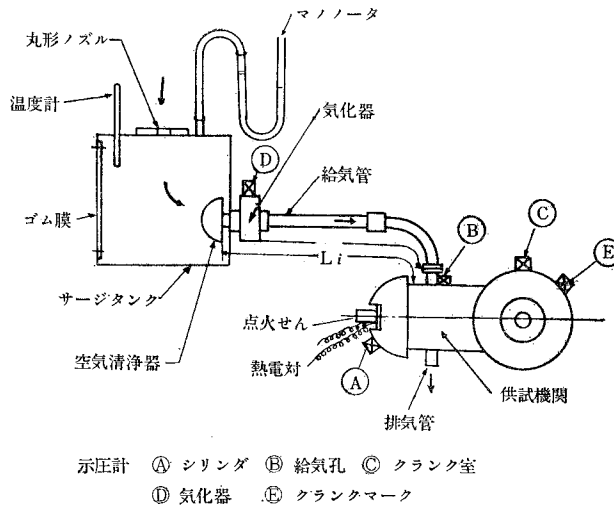


図-2 実験装置

2) 空気流量の測定 行程体積の約500倍に相当する空気タンクの壁面に丸型ノズル流量計を取付け、それで給気量を測定した。このタンクには脈動鎮静のため厚さ2mmのゴム膜が張ってある。なお実験時におけるタンク内の圧力降下は $\Delta P = 10 \text{ cmAg}$. を越えないように丸型ノズルの寸度を設計した。給気比 (K) は次式から算出した。

$$K = \{Q \div (V_n \cdot N / 60)\} \times 100\% \dots\dots\dots (2)$$

ここに V_n : 行程体積 cc, N : 機関回転数 rpm, Q : 実測せる給気量 cc/s, であって次式から求められる。

$$Q = C_a \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h / r \cdot \phi} \text{ cc/s}$$

$$\phi = 1 - 0.5246 \times 10^{-3} \cdot \Delta h^7$$

ここに C_a : ノズル流量係数, A : ノズル開口面積 cm^2 , g : 重力定数 cm/s^2 , Δh : ノズル前後の圧力差 cmAg ., r : ノズル直前の給気比重 ϕ : 流量修正係数である。

3) 変動圧力の測定 各部の圧力変動は試作せる容量型示圧計 (図-3 参照) と変換器 (図-4a, b 参照) により、それぞれ電磁オシロに導びき、クランクマークも同形式の容量型ピックアップを用いて記録した。なお圧力検定用としてはコック付示圧計を用いコックの切換えによって圧力変動の記録直後に圧力検定線を同時記録した。

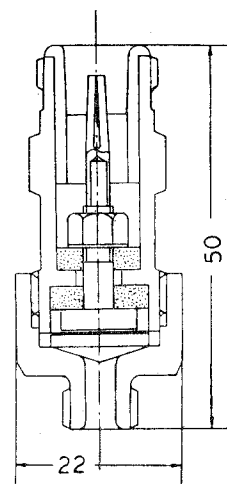


図-3 示圧計

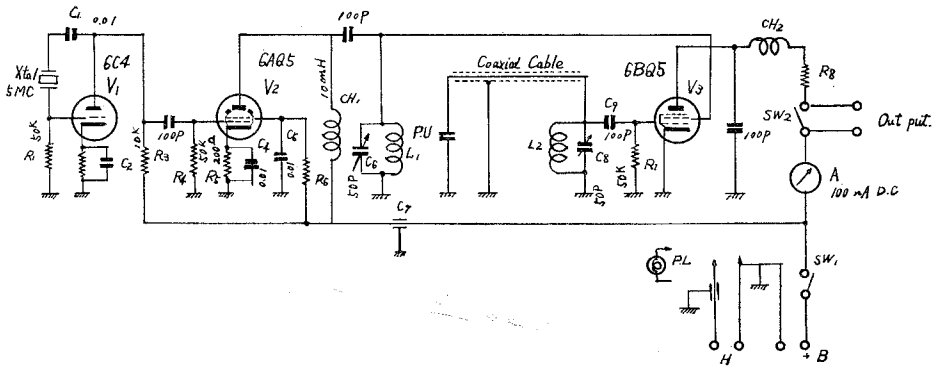


図-4 a 直流増巾型容量変換器

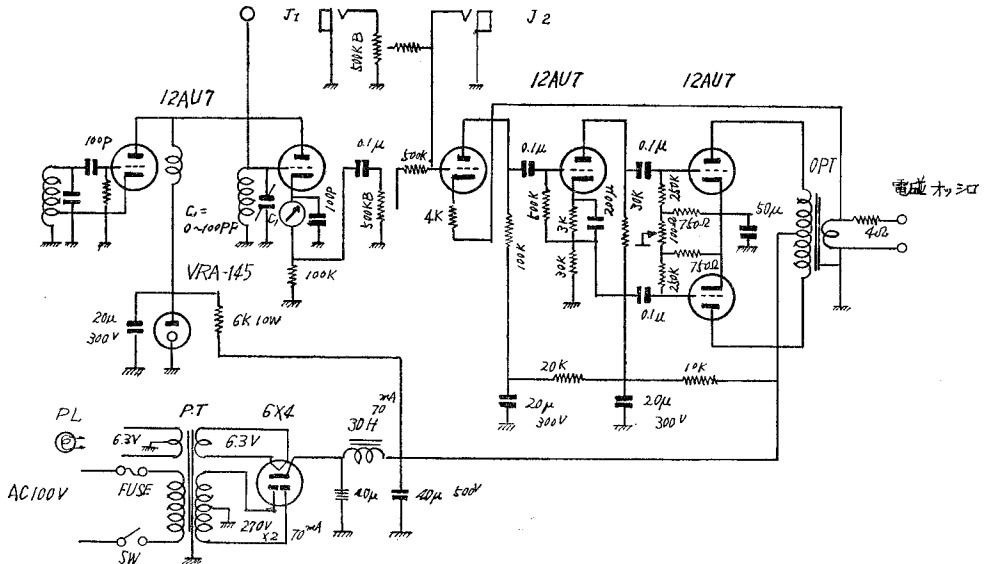


図-4-b 交流増巾型容量変換器

4) 実験方法 給気管または排気管を任意の長さを設定し、供試機関にベルトで連結された三相交流分巻整流子電動機型動力計（東洋電機K.K.製）の調整により、機関回転数を約1500rpmから200~300rpmごとに最高4500rpmまで変え、これら各回転数につきシリンダ温度（熱電対付点火栓を使用）の飽和するのを待って給気管または排気管内のガス温度、回転数および給気量を測定した。この際、給気管系に関してはすべて駆動運転実験⁸⁾によったが排気管系の実験は発火運転を行い、とくに混合比の微量調整に留意し、可変型主ノズル付気化器を用いた。

III 実験結果ならびに考察

1 給気管による脈動効果

a) 機関回転数および給気管長の影響

一般に給気管が長くなると図-5に示すように高速部の給気比は低下するが、再び給気比の増加を呈することがある。(N=附近における曲線の山) かかる給気比曲線における起伏の生成につき、図-6に示した給気孔直前の管圧の変化から考察してみよう。

まず図-6のa (N=1510rpm), b (N=1790rpm) では給気管内に残存する脈動波のうち、次の給気期間に影響するのは4次および5次というかなり高次の脈動波のため、それ自体かなり減衰しているのみならず、給気期間中に正および負の波が同時に入り込むので、給気比曲線のa, b点にはさほど顕著な影響は表われていない。しかしC (N=2400rpm) では3次の正の脈動波が給気期間に重なり、この場合給気比はやや上昇し、d (N=3610rpm) では3次の負の脈動波が重畳しているため給気比は著しく低下し、e (N=4200rpm) では2次の正の脈動波が同調しているが、後半に3次の負圧波の一部が入るため、給気比はやや増加しているに過ぎない。このように給気管内に残存する脈動波のうち、正の波が次の給気期間全域に重なると給気比は増大し、負の波のときは低下することがわかる。

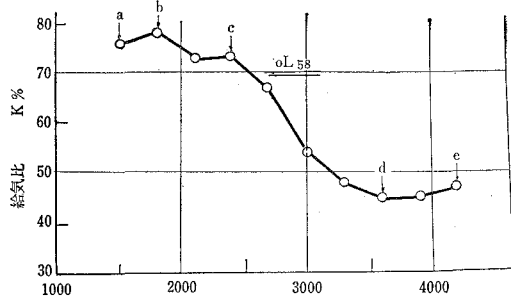


図-5 給気比曲線 (E-50)

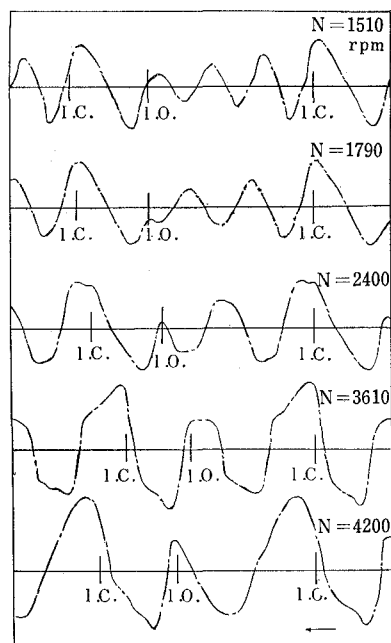


図-6 オシログラム (E-50)

かかる残留脈動波と給気比曲線の起伏との関係は同形式の機関 E-125 においても全く同じである。すなわち図-7の給気比曲線と図-8のオシログラムにおいても負圧波が給気期間に重なる N=2515rpm (図のa) で給気比は低下し、正圧波が同調する N=3550rpm (図のb) 付近で給気比は増大し さらに負圧波が給気期間全域を覆ふ N=4810rpm (図のc) では給気比

は急激に低下している。この現象は四サイクル機関の吸気管の場合⁹⁾ とほぼ同じようである。

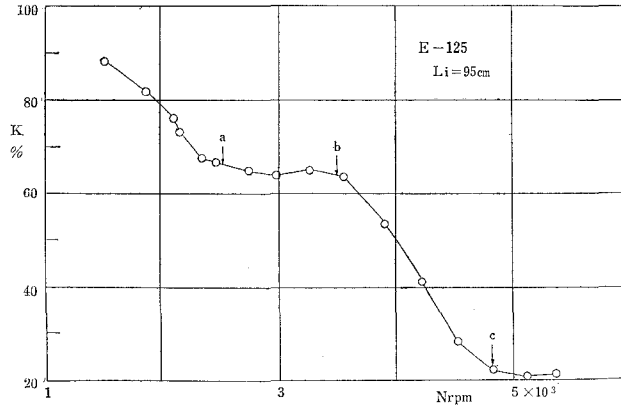


図-7 給気比曲線 (E-125)

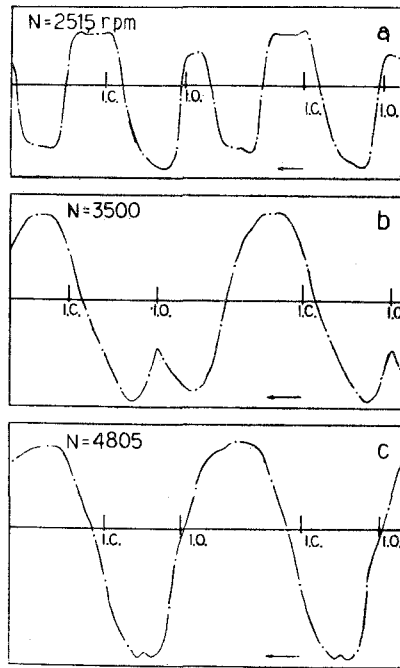


図-8 オシログラム (E-125)

次に給気管長および機関回転数を変えた実験結果を脈動次数 (q) を用いて整理すると 図-9 の通りである。

図によると P. Voissel の予想を裏切って $q=1, 2$ および 3 附近で曲線の谷がよく揃い、逆に $q=1 \sim 2$ および $q=2 \sim 3$ の中間では脈動効果による曲線の山がだいたい揃っている。ここに脈動次数 (q) と脈動波の重畳状態との関係は $q=1, 2, 3$ という整数のときは給気孔開

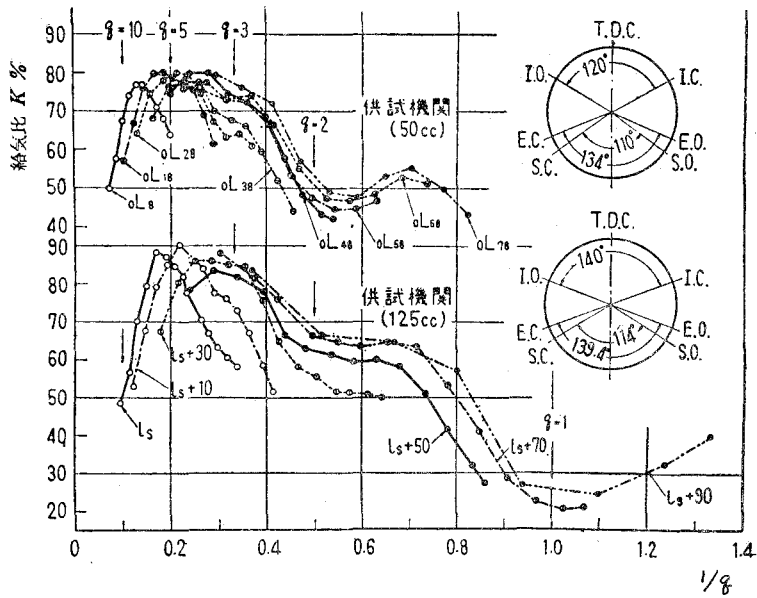


図-9 K~1/q 線図

(I.O.) から次の I.O. までに脈動波の 1, 2 もしくは 3 サイクルがちょうど入るので次の給気期間の前半に負の脈動波が重畳し、 $q=1.5, 2.5$ では正の脈動波が重なることになる。従って前者では給気作用を阻害するため給気比は低く、後者では給気作用が助長されるので給気比曲線の山を生じるものと考えられる。このように給気比曲線の起伏が脈動次数でよく揃ふことから q は脈動効果に対する有用なパラメータであることがわかる。

いま図-9 を詳細にみると $q \doteq 1^{3/4}$ ($1/q=0.572$) 附近で曲線の谷、 $q=1^{1/4} \sim 1^{1/4}$ ($1/q=0.666 \sim 0.8$) で山を生じているが、これは既に指摘したように給気期間に入る脈動波の数 q' ($\doteq \theta_1/360 \cdot q$) が $q' \leq 1$ のため給気孔開 (I.O.) 時における脈動波の重畳状態よりも、むしろ開口期間全域にわたっての重畳状態が給気比曲線の起伏を左右するためと思われる。かかる関係については後述する。

b) 給気管径 (d_i) の影響

給気管径 (d_i) を 3 種類に変えた実験結果を図-10 に示す。この場合気化器を取付けていないため脈動効果による給気比曲線の起伏はかなり顕著であり、最大給気比の回転数附近 ($N \doteq 2000 \text{rpm}$) においてもその影響を無視できないようである。しかし管径が細くなると脈動効果は著しく減衰している。従来脈動効果の同調条件に対する給気管径の影響については全く注目されていなかったが、 $N = 3000 \text{rpm}$ 附近における曲線の山は管径に比例して順次高速側に移動しており、管径の影響が存在することがわかる。しかし、管径補正を施した音速 (a) の算

出式¹⁰⁾ から各給気管径の場合の音速を求め、これを用いた脈動次数 ($1/q$) で図-10を整理すると図-11のように図-9の結果と全く同じになる。よって脈動効果に対する給気管径 (d_i) の影響に音速 (a_i) について考慮すればよく結局脈動次数 (q) に集約される。

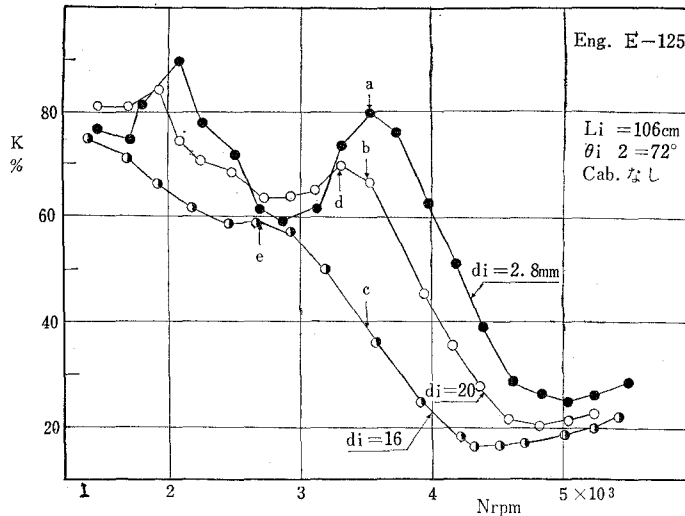


図-10 給気比曲線 (d_i 変化)

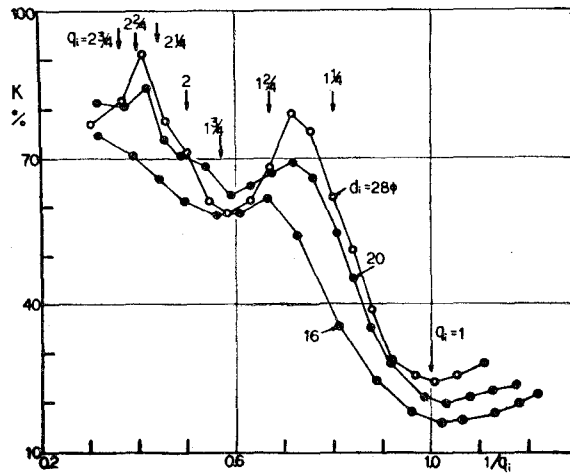


図-11 $K \sim 1/q$ 線図

c) 給気孔開口期間 (θ_i) の影響

給気孔開口期間 (θ_i) を変えた実験結果を図-12に示す。同図には音速 $a_i = 303\text{m/s}$ および 320m/s を用いたときの脈動次数 (q_i) を図の上下部に併記し、さらに図-13のオシログラムから求めた音速 (a_i) および 1 回転中の脈動波のサイクル数 (q_i) を図-12の給気比曲線上に記入してある。図において $\theta_i/2 = 60^\circ$ の給気比曲線は前述の結果と同様に $q_i = 2.2/4 \sim 2.1/4$ および $q_i = 1.2/4 \sim 1.1/4$ で曲線の山を $q_i = 2.3/4, 1.3/4$, で谷を生じている。これに対して $\theta_i/2 =$

80°では、 $q_i=2.2/4$, $1.2/4$ で山となり、 $q_i=2$ で谷となっており、脈動効果の同調条件が給気孔開口期間によってかなり変ることがわかる。

かかる場合の脈動次数
(q_i)と脈動波および給気
孔開口期間(θ_i)との関係
は図-14の通りである。
すなわち

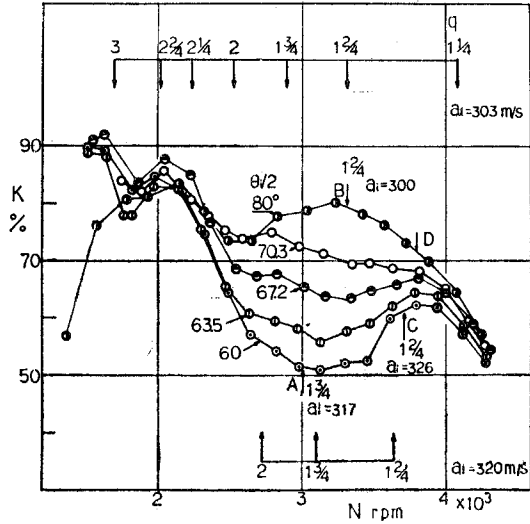


図-12 給気比曲線 (θ_i 変化)

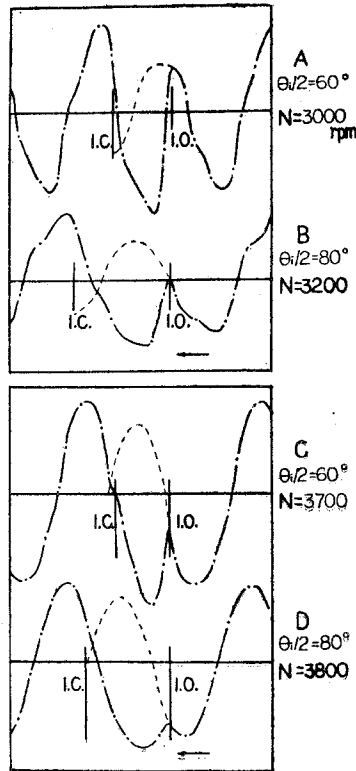


図-13 オシログラム (θ_i 変化)

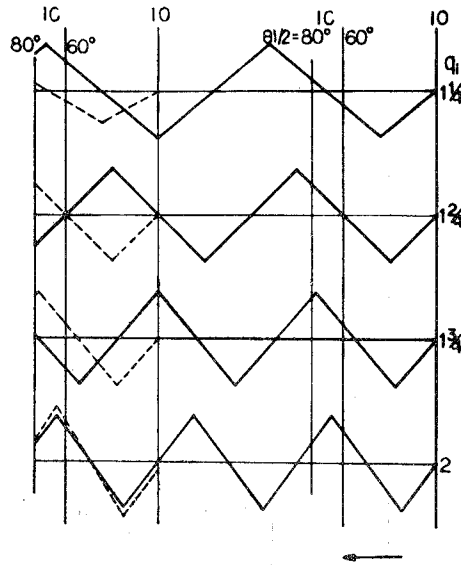


図-14 脈動波と脈動次数

i) $q_1=2$ の場合: 給気孔開 (I.O.) に脈動波の負圧が重畳するが同時に正圧波も入るので、その影響は比較的小さく給気比 (K) は主として給気孔閉 (I.C.) 時における給気過程の第 1 正圧波 (いわゆる慣性効果) に支配される。よって $\theta_i/2=60^\circ$ では給気期間の不足のため K は低く脈動効果による給気比曲線の谷は感知できない。

ii) $q_1=1.3/4$ の場合: I.O. 時に正圧波の一部が重なるが給気期間の後半に負圧波も入る。かくて $q_1/2=60^\circ$ では給気過程の第 1 正圧波がまだ十分に到来しないうちに I.C. するので脈動負圧波の影響が顕著となり、給気比は急激に低下している。(図-12, 図-13の A) しかし $\theta_i/2=80^\circ$ では I.C. が比較のおそいので、そのときの第 1 正圧波はかなり高い。従って給気比は主として第 1 正圧波に支配され、脈動負圧波の影響はほとんどあらわれない。

iii) $q_1=1.2/4$ の場合: $\theta_i/2=60^\circ$ では給気期間全域に残留正圧波が重なるので (図-13の C) 給気比は増大する。(図-12参照) $\theta_i/2=80^\circ$ では負圧波の一部が給気期間の後半に入るものの I.C. 時の第 1 正圧波が高いので、その影響は小さく給気期間の前半に重畳する正圧波の効果により給気比曲線の山を生じている。(図-13の B)

iv) $q_1=1.1/4$ の場合: $\theta_i/2=60^\circ$ では給気期間の不足のため I.C. 時には第 1 正圧波が到来していないが脈動正圧波の一部が重畳するので給気比の低下は比較的小さい。従って $q_1=1.2/4 \sim 1.1/4$ の間で給気比曲線の山を生じている。

以上の解析から給気孔開口期間 (θ_i) に入り込む脈動波のサイクル数 (q'_i) が $q'_i \leq 1$ の場合における脈動効果の同調条件は給気過程の第 1 正圧波と給気孔閉止 (I. C.) との関係、すなわち慣性効果の良否に左右されることがわかった。要するに、I) 慣性効果の利用が良好な場合

には、 $q_i = 1^2/4$ で給気比曲線の山、 $q_i = 2$ で谷を生ずる。Ⅱ) 慣性効果の利用が不良の場合には、給気期間後半に正圧波が重畳する $q_i = 1.2^2/4 \sim 1.1^2/4$ で給気比曲線の山、負圧波が重なる $q_i = 1^3/4$ のとき給気比は低下する。Ⅲ) $q_i \geq 2$ のときは一般にI.C.時の第1正圧波は高いので、この場合の同調条件は前者(Ⅰ)と同じである。

d) 気化器開度の影響

気化器開度を変えた実験結果の代表例を図-15に示す。図において気化器開度 $C=1/4$ と $C=2/4$ を比較すると両者の圧力波周期にはほとんど差違が認められず、脈動効果による給気比曲線の山(図のa, b点)を与える回転数もほぼ等しい。かかる現象は送風機の管路に関する実験結果¹¹⁾ 管内気柱の自由振動の振巾は管路に押入された絞弁によって減衰するが、その周期は変わらないとも符合している。しかし慣性効果による最大給気比の生成条件が流動抵抗(気化器開度)に左右されたのと全く異なる現象であり、慣性効果と脈動効果が本質的に異なることを立証しているとも云える。

ただ開度が極めて小さい場合 ($C=1/4$) の給気比曲線は全く様相を異にしているが、これは気化器に向った負圧波が符号を変えずにそのまま反射しており(オンシロのC) 気化器スロート部があたかも閉端の如く作用するためであろう。

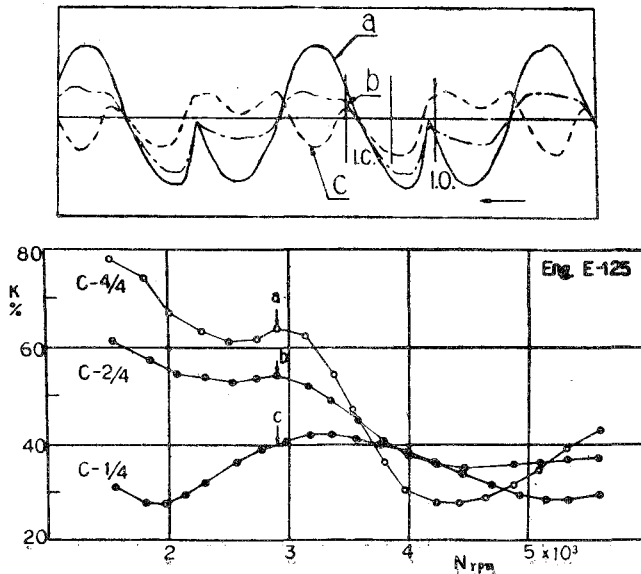


図-15 気化器開度の影響

次に各種のオンシログラムから脈動波の全振巾減衰比 (P_{n+1}/P_n) を求めるとほぼ一定となり、粘性減衰振動に近いようである。この P_{n+1}/P_n を断面積比で整理すると図-16となる。

ここに基準面積 f_0 としては機関E-50の給気管断面積を、面積 f は気化器の開口面積または

管断面積（気化器なしの場合）を採用した。図から圧力波の減衰は

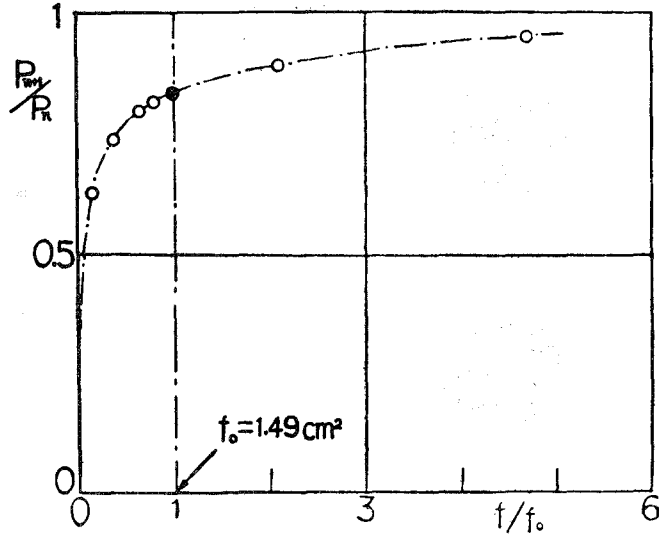


図-16 脈動波の減衰

$$P_{n+1}/P_n = e^{-0.185\sqrt{f_0/t}} \dots\dots\dots(3)$$

となる。上式から脈動効果の減衰度合を推定できるが、とくに気化器をもつ小型機関では、その減衰も大きく脈動効果は余り期待できないようである。

e) クランク室容積 (V_k/V_h)

クランク室容積を変えた実験結果を図-17に示してあるが、脈動効果の同調条件に対してはほとんど影響しないことがわかる。従って脈動次数 (q_i) の誘導の際、給気作用による脈動を単純な一端閉の管内気柱の規準振動と近似したことが十分妥当であると云えよう。

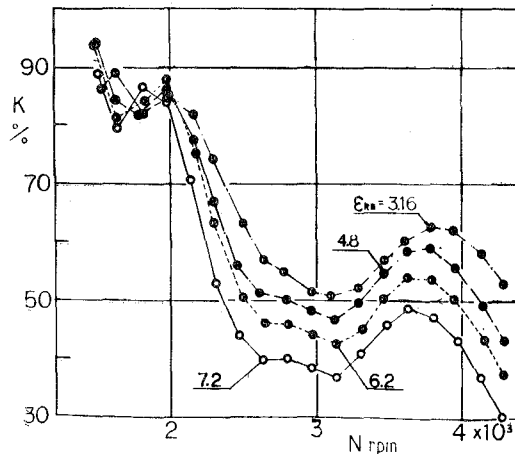


図-17 給気比曲線 (V_{Rm} 変化)

2 排気管による脈動効果

給気管系と同様に排気管がとくに長い場合には給気比 $(K-K_0)^*$ 曲線は図-18のように著しい起伏を生ずる。この生成につき図-19のオシログラムと対比しつつ考察する。

図-19の (a), $(N=1790\text{rpm})$: この場合排気孔開 (E.O.) から次のE.O.までの1サイクル中に生ずる脈動波の次数 q'_e (オシロから求めた値) は $q'_e=2.1/4$ であり, 有効掃・排気期間 (θ_{es}^*) に入る脈動波の次数 $\Delta q'_e (= \theta_{es}/360 \cdot q'_e)$ は $\Delta q'_e=3/4$, 従って $Q'_e (= q'_e + \Delta q'_e) \div 3$ となり, 排気孔開 (E.O.) 時には正圧が同調するが掃・排気過程の後半には負圧波が重畳する。このため排気吹出しに基づく正圧波を削り, 負圧波を助長するので θ_{es}^* 期間中の負圧期間が十分でないにもかかわらず $(K-K_0)$ は高い。

図 (b), $N=2310\text{rpm}$: θ_{es}^* 期間後半に脈動波の正圧が重畳するので $(Q'_e=2^2/4)$ 排気吹出し正圧波が増大し, θ_{es}^* 期間における負圧期間の減少と相俟って急激な $(K-K_0)$ の低下をきたしている。これに対し

図 (c), $N=3100\text{rpm}$: θ_{es}^* 期間の大半が正圧波で覆われているにもかかわらず, $Q'_e=2$ であり残留負圧波が θ_{es}^* 期間全域に重畳するので排気吹出し正圧波を削り, $(K-K_0)$ 曲線は上昇している。 $(K-K_0=5\%)$

図 (d), $N=4180\text{rpm}$: $Q'_e=1^2/4$ であり, θ_{es}^* 期間は完全に排気吹出し正圧波で覆われ, しかも残留正圧波が同調するのでその振幅も極めて大きい。かくて掃・排気作用は極めて劣化し $(K-K_0=-20\%)$ 次のサイクルは失火している。失火すると排気吹出し正圧波も小さく, 掃気作用も良好となるので次のサイクルは発火する。従ってかなり規則的に発火と失火を繰り返す。いわゆる断続燃焼¹²⁾ を続けている。

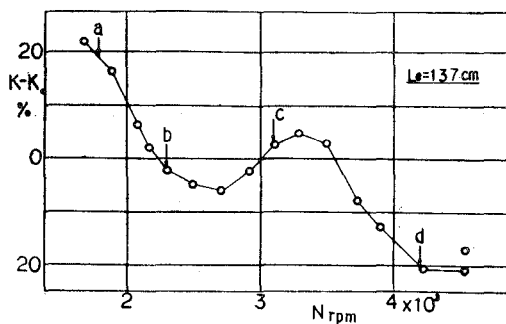


図-18 K-K₀ 線図

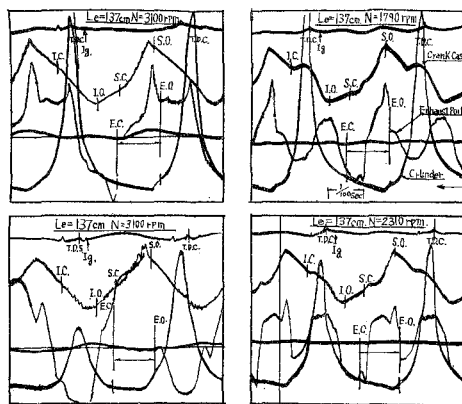


図-19 オシログラム

このように排気管に残存する脈動波のうち負の波が掃・排気期間の後半に重なりと給気比($K-K_0$)は増大し、正の波のときは低下する。この残留脈動波が次の掃・排気過程に及ぼす影響を排気脈動効果という。従来、排気脈動効果に関する研究はどれも排気孔間(E.O.)時における残留脈動波の重畳に注目されてきた。従って(1)式で与えられる脈動次数 q_e または $1/q_e$ や NL_e/a_e を用いて脈動効果の生成条件を判定しているものが多い。^{13), 14)} ただ山田等¹⁵⁾ は排気吹出し効果と脈動効果の組合せについて論じ、 $2/q_e$ が奇数のとき給気比が増大すると述べている。しかしピストン制御型2サイクル機関では掃・排気期間の前半はシリンダ圧および掃気圧が高く、しかもピストン運動による強制掃気期間であるのでこの期間に重畳する脈動波の影響は比較的小さく、これに対し下死点後の後半はピストン運動によるクランク室への逆流作用を伴う期間であり、この期間の脈動波の重畳状態が給気比($K-K_0$)曲線の起伏を決定的に支配するものと考えるのが合理的のようである。

いま有効掃気孔閉(S.C.*)時期の残留脈動波に注目し、E.O.から次のサイクルのS.C.*までの期間に含まれる脈動サイクル数(θ_e)は基本振動のとき

$$Q_e = (a_e/4L_e)/(360/360 + \theta_{es}^*)(N/60) = (1 + \theta_{es}^*) \cdot q_e \quad \dots\dots\dots(4)$$

与えられ、 θ_{es}^* 期間に入り込む脈動波のサイクル数(Δq_e)は

$$\Delta q_e = (\theta_{es}^*/360) \cdot q_e = \{\theta_{es}^*/(360 + \theta_{es}^*)\} \cdot Q_e \quad \dots\dots\dots(5)$$

となる。ここに a_e : 排気管系における音速、 L_e : 排気管長、 N : 機関回転数、 q_e : 従来の脈動次数($=15a_e/NL_e$)である。この脈動次数(Q_e)と脈動波との関係は図-20に示すように $Q_e = 1$, $1^{3/4} \sim 2$, $2^{3/4} \sim 3$ のときは有効掃気孔開口期間(θ_{es}^*)の後半に負圧波が同調するので掃気作用を助長し、 $Q_e = 1^{1/4} \sim 1^{2/4}$, $2^{1/4} \sim 2^{2/4}$ では正圧波が重畳することになり給気比は低下する。かかる推論を検証すべく、排気管長を変えた実験結果を $K/K_0 \sim 1/Q_e$ 線図に整理してみると図-21の通りである。図において $Q_e = 1^{3/4} \sim 2$ で K/K_0 曲線の山はよく揃い、 $Q_e = 2^{3/4} \sim 3$ および 4 附近にも小さい山が認められる。逆に $Q_e = 1^{1/4} \sim 1^{2/4}$ および $2^{1/4} \sim 2^{2/4}$ で脈動効果による曲線の谷がよく揃い、 $Q_e = 3^{3/4}$ 附近にも小さい谷が生じている。これらはいずれも上記推論とよく符合しており、ここに提示せる脈動次数(Q_e)が脈動効果の同調条件を適確に表示するものであることがわかる。この脈動次数(Q_e)は円錐型排気管系にも適用できる。(図-22, 図-23) なおこの場合の管長(L_e)はインピーダンス理論¹³⁾から求めればよい。

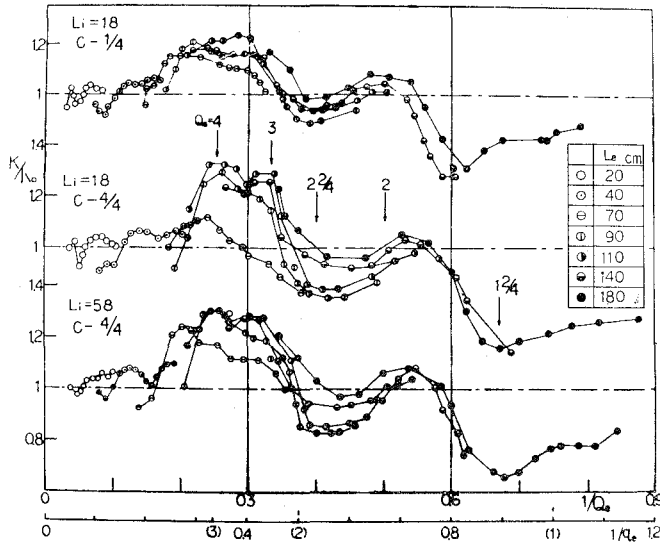


図-20 $K/K_o \sim 1/Q_e$ 線図

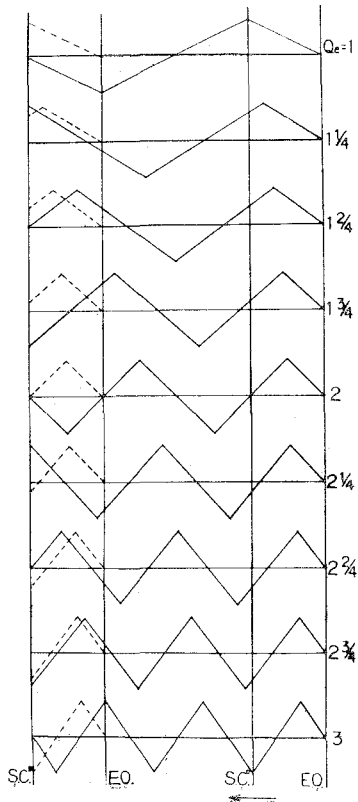


図-21 排気脈動波と脈動次数 (Q_e)

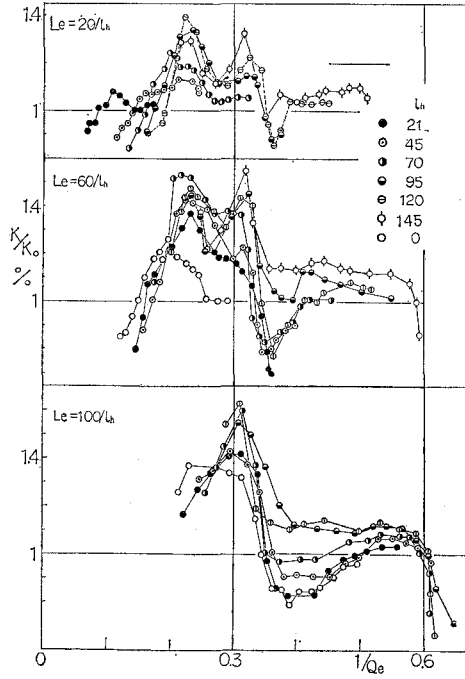


図-22 $K/K_0 \sim 1/Q_e$ 線図 ($\theta_h = 2^\circ$) $2/5$

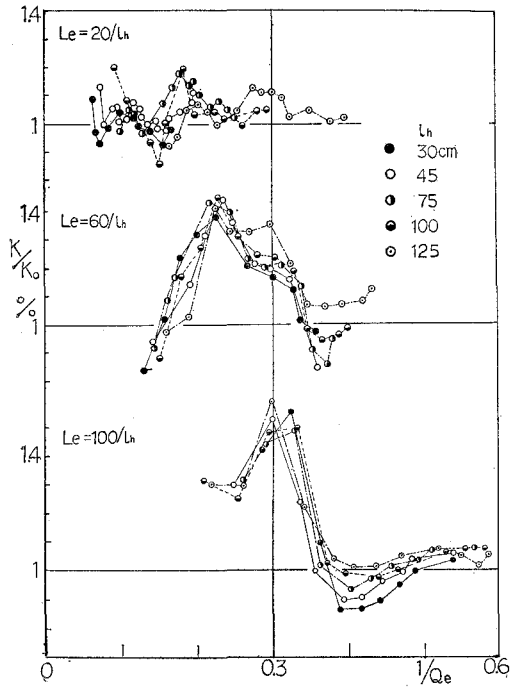


図-23 $K/K_0 \sim 1/Q_e$ 線図 ($\theta_h = 6^\circ$)

図—21には従来の脈動次数 (q_e) をも併記してあるが整数のとき、例えば $q_e = (1), (2)$ では K/K_0 曲線の谷となっているが $q_e = (3)$ では逆に山となっており一定の関係は認められない。次に $Q_e = 3 \sim 4$ の範囲にわたって $K/K_0 \geq 1$ となっているがこれは排気吹出し効果に基因するものであり脈動効果による $Q_e = 3 \sim 4$ 附近における K/K_0 曲線の起伏は一般に小さく、 $Q_e = 2$ 附近の脈動効果による曲線の山も $K/K_0 \doteq 1$ である。従って脈動によって給気比の向上を狙うのは殆ど無意味であり、むしろ高速における給気比の低下に留意しねばならないだろう。

IV 結 言

以上給気管系および排気管系における脈動効果に注目し、機関の諸因子、たとえば給気管長、機関回転数のみならずクランク室容積、給気管径、気化器開度および給気孔開口角を逐次変えた実験から給気管系における脈動効果の同調条件に及ぼす各因子の影響について検討を加えた。その結果、脈動次数は脈動効果を規定する有用なパラメータではあるが、その同調条件は給気孔開口角によって大巾に変わり、厳密には慣性効果と脈動効果との組合せについて論ずる必要がある。すなわち慣性効果の利用が良好な場合には $q_1 = 1^2/4$ で給気比曲線の山、 $q_1 = 2$ で谷；慣性効果の利用が不良の場合には給気孔開口期間後半に正圧波が重畳する $q_1 = 1^2/4 \sim 1^1/4$ で給気比曲線の山、負圧波が重なる $q_1 = 1^3/4$ のとき給気比は低下する。従来脈動効果の同調条件は脈動次数 q_1 、従って給気管長 (L_1)、機関回転数、および音速 a_1 のみによって規定されると考えられていたが、上述せる給気孔開口角のみならず給気管径によっても変わり、クランク室容積によっても僅かに影響される。

また排気脈動効果を規定する因子として掃・排気期間後半に対する残留脈動波の重畳を表わす脈動次数 $Q_e = (1 + \theta_{es}^*/360) \cdot q_e$ を提案した。ここに掃排気期間後半に負圧波が同調する $Q_e = 1, 1^3/4 \sim 2, 2^3/4 \sim 3$ のとき給気比が増加し、正圧波が重なる $Q_e = 1^1/4 \sim 1^2/4, 2^1/4 \sim 2^2/4$ のとき給気比は低下する。かかる事実は実験的にも妥当なことが確認された。

終りに本実験遂行にあたり終始御教示を賜わった東京大学航空研究所浅沼強教授、熱心に協力された群馬大学工学部 青柳富夫技術員、現いず自動車K.K. 大島精二氏、野尻貞夫氏、日産ジーゼルK.K. 川島一郎氏、鈴木自動車K.K. 田所秀敏氏、新倉良治氏、神馬宏明氏等に深甚なる感謝の意を表す。

(昭和38年4月30日受理)

文 献

- (1) R. Binder Appl. Mech. J. ; 14—3 (1937)
- (2) 前川道治郎 エンジニヤリング 28, 2, (昭一15), 87
- (3) P. Voissel VDI-Forsch. 106 (1912), 27

- (4) H. Farmer IME Proc. (1938), 367
- (5) H. List Ladungowechwel der Verbrennungskraft, wein 4—2 (1950) 256
- (6) 浅沼, 沢 機械学会60周年記念(東京)講演会前刷集, 講演番号 130 (昭—32—10)
- (7) 浅沼 機械学会論文集 18, 76, (昭—27), 37
- (8) 浅沼, 沢 機械学会論文集 25, 156, (昭—34—8), 834
- (9) 浅沼 機械学会論文集 18, 76, (昭—27), 43
- (10) 浅沼, 沢 機械学会36期総会講演会前刷集, 講演番号 524 (昭34—4) 103
- (11) 下山 他 機械学会論文集 23—125 (昭32—1), 25
- (12) 沢 機械学会論文集 26, 162, (昭35—2), 329
- (13) 渡部 他 機械学会論文集 26, 171 (昭35—11), 1683

クランク室圧縮型2サイクル機関における給気管系の慣性効果について

沢 則 弘

on the Inertia-Effect of Intake pipe System in a Crankcase-Compressed Two-Stroke Cycle Engine

Norihiro Sawa

Abstract

It has been well known that the occurrence of maximum delivery ratio is governed by the inertia-effect due to the intake pipe system.

This paper treats of the theoretical or experimental analysis of the matching condition in such inertia-effect.

I. 緒 言

本形式機関における最大給気比の生成は主として慣性効果に基因することをすでに指摘し¹⁾。かかる給気管による慣性効果を理論的に解析するには管内の流れを一次元圧縮性非定常流れ（等エントロピー流れ）と近似し、その基礎式を厳密なる境界条件と初期条件のもとに解けばよく、最近 W. Wilhelm²⁾ が逐次数値解法を用いて給気管内の圧力変動を求め実測値とよく一致することを示している。しかしその計算は煩雑ぼう大となるので慣性効果の生成条件を明らかにし、一般的な見透しを得ることはかなり困難である。そこで実用性に重点をおき四サイクル機関に対する浅沼³⁾の近似慣性理論を本型式機関の給気管系に適用し、簡単な最大給気比の生成条件式を誘導した。さらにこの条件式に含まれる各因子を逐次変えた実験から各因子の影響を吟味するとともに条件式の妥当性を検証し、機関設計の基準を確立しようとするのが本報告の目的である。

II. 同調条件式の誘導

理論式の誘導にあたり次の如き仮定を設けた。i) 給気管内気柱の圧縮性（従つて脈動現象）を無視する。ii) 管内の給気温度および密度は常に一定とする。iii) 給気孔の開口運動すなわち開口面積の変化を絞り抵抗に置換し、常に全開の状態でその位置の絞り抵抗のみが開口面積の変化に応じて増減するものと仮定する。

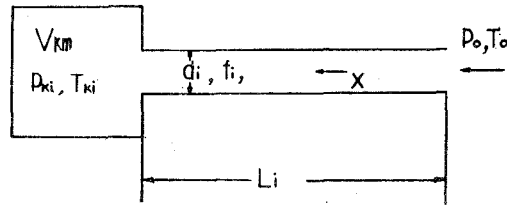


図-1 給気管系の模型

いま図-1の如き給気管系の模型を想定し、給気管内の気柱は絶えず流動変化するも全体として一定質量 ($=f_i L_i \rho_i$) の一質点と見做すとき所要の運動方程式は

$$\rho_i \cdot L_i \cdot f_i \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = f_i \{ \rho_o - \Delta P - P_k(\theta) \} \quad (1)$$

となる。ここに ρ_i : 給気密度, L_i : 給気管長, f_i : 給気孔部の断面積, x : 給気管内気柱の移動距離, $P_k(\theta)$: 任意のクランク角 (θ) におけるクランク室圧, P_o : 大気圧, ΔP : 流入時の全圧力降下あり, 給気管断面積 (f_i) は給気孔部の断面積 (f_i) に等しいものと仮定する。

いま給気管内気柱当りの抵抗係数 (μ) を考え、この μ には給気管入口の抵抗 (λ_1), 気化器の抵抗 (λ_2), 管壁の摩擦抵抗 ($x \cdot L_i/d_i$) および給気孔まわりの抵抗 (λ_3) をも含めるものとする。そのときの管入口からクランク室までの全圧力降下は、最大給気孔開口面積のとき

$$\Delta P = \frac{\rho_i}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)_m^2 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + x \cdot L_i/d_i + \lambda_3) \quad (2)$$

任意の給気孔開口面積のときは

$$\Delta P = \frac{\rho_i}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + x \cdot L_i/d_i + \lambda_3 + \lambda_o) \quad (3)$$

で与えられる。ここに λ_o : 給気孔が任意開度になったために増加した抵抗係数, $(dx/dt)_m$: 給気孔が全開のときの流入速度である。いま $(dx/dt)_m$ と任意開のときの流速比を次式の如く $\beta(\theta)$ とおく

$$\beta(\theta) = (dx/dt)/(dx/dt)_m \quad (4)$$

さらに吸入給気量 $G_i = P_i \cdot f_i \cdot x/RT_i$ と $G_n = P_o V_n/RT_o$ との比を

$$K = G_i/G_n = (P_i/P_o) \cdot (T_o/T_i) (f_i x/V_n) \quad (5)$$

とおく、ここに P_i , T_i , T_o : 給気管内の平均圧力, 温度および大気温度, V_h : 行程体積, R : ガス常数であり, K は理論給気比に相当する。

次に (2) 式~ (4) 式から得られる関係と (5) 式を (1) 式に代入し, 変数 (t) をクランク角 (θ) に変換し, $d\theta/dt = \omega$ (一定) とすれば (1) 式は次の如く変形される。

$$\frac{d^2 K}{d\theta^2} + 2\mu \frac{dK}{d\theta} = \frac{(p_i/\rho_i) \cdot (T_o/T_i)}{(V_h/f_i) \cdot L_i \cdot \omega^2} (1 - p_k(\theta)/p_o) \quad (6)$$

ここに

$$\mu \doteq \frac{V_h}{4f_i L_i} \cdot \frac{dK/d\theta}{\beta^2(\theta)} \cdot (\lambda_1 + \lambda_2 + \chi \frac{L_i}{d_i} + \lambda_3) \quad (7)$$

但し $(P_o/P_i) \cdot (T_i/T_o) \doteq 1$ と近似してある。次にエネルギーの平衡式は

$$G_k(\theta) \cdot G_v \cdot T_k(\theta) = G_{ki} \cdot C_v \cdot T_{ki} + G_i \cdot C_p \cdot T_i \quad (8)$$

上式に (5) 式および $G_k(\theta) = P_k(\theta) \cdot V_k(\theta)/R \cdot T(\theta)$, $G_{ki} = P_{ki} V_{ki}/RT_{ki}$, $G_i = P_i f_i x/RT_i$ の関係を代入すると

$$P_k(\theta) = P_{ki} \frac{V_{ki}}{V_k(\theta)} + k \cdot P_o \cdot \frac{V_{ki}}{T_o} \cdot K \frac{V_h}{V_k(\theta)} \quad (9)$$

となる。ここに G : 重量, P : 圧力, T : 温度, V : 容積, K : 比熱比, R : ガス常数であり, 添字 ki , k , i はそれぞれ給気孔開 (I.O.), 任意クランク角におけるクランク室内, 給気管内混合気の状態を表わす。この (9) 式を (6) 式に代入すると

$$\frac{d^2 K}{d\theta^2} + 2\mu \frac{dK}{d\theta} + \frac{1}{Z_i^2} = \frac{1}{Z_i^2} (\tau_i \cdot \varepsilon / k) (1 - \frac{p_{ki}}{\rho_o} \cdot \varepsilon') \quad (10)$$

ここに $\tau_i = T_o/T_i$, $\varepsilon = V_k(\theta)/V_h$, $\varepsilon' = V_{ki}/V_k(\theta)$, $Z_i = \sqrt{\frac{\omega}{a_i} \cdot V_k(\theta) \cdot L_i/f_i}$

である。なお $V_k(\theta)$ として

$$V_k(\theta) = V_{ki} - \Delta V_k(\theta) = V_{ki} - \frac{1}{\theta_{ic} - \theta_{io}} \int_{\theta_{io}}^{\theta_{ic}} \Delta V_h(\theta) \cdot d\theta = V_{km} \quad (11)$$

$$\text{と近似すると} \quad Z_i = \frac{\omega}{a_i} \cdot \sqrt{V_{km} L_i/f_i} \quad (12)$$

となる。ここに a_i : 給気管内の音速, V_{ki} , V_{km} : 上死点および給気孔開口期間の平均のクランク室容積, $\Delta V_h(\theta)$: ピストンの移動容積, θ_{io} , θ_{ic} : I.O., I.C. 時のクランク角である。

なお実用機関では $P_i \doteq 1.01 \sim 1.03$ 程度で $P_i = 1$ と近似でき, ピストン運動の影響もこの

種機関の給気孔開口期間は $120 \sim 150^\circ$ と比較的小さく、クランク室圧縮比も低いので $\Delta V_k(\theta)$
 $\max/V_{kn} \doteq 0.04$ に過ぎず、慣性効果の同調条件に関する限りでは無視できるものと思われる。

いま (10) 式の初期条件として I.O. 時のクランク角を基準とし

$$\theta=0 \text{ にて } K=0, \quad dK/d\theta=0$$

とおくと $1-Z_i^2 \cdot \mu^2 > 0$ の場合 (但し $\varphi = \sqrt{1/Z_i^2 + \mu^2}$)

$$K = (\tau_i \cdot \varepsilon / k) (1 - \varepsilon' p_{ki} / p_o) \{ 1 - e^{-\mu \theta} (\cos \varphi \theta + \mu / \varphi \cdot \sin \varphi \theta) \} \quad (13)$$

となる。次に給気比の極値を与える条件として $dK/d\theta = 0$ の関係から

$$1 / Z_{iM}^2 = \mu^2 + (m \cdot 180 / \theta_i^*)^2 = (\mu^2 + (180 / \theta_i^*)^2) \quad (m=1) \quad (14)$$

が得られる。上式が最大給気比を与える条件すなわち慣性効果の同調条件式であり、この場合の慣性特性数 (Z_i) を Z_{iM} 、有効な給気孔開口角を θ_i^* とした。

なお $1-Z_i^2 \mu^2 = 0$ の場合は非減衰振動 ($Z_i \neq 0, \mu = 0$) となり、 $1-Z_i^2 \mu^2 < 0$ の場合には $dK/d\theta$ の条件は $Z_i = \infty$ 、 $\theta_i = 0$ となり現実には存在しない。

いま (14) 式の計算線図を図-2 および図-3 に示す。

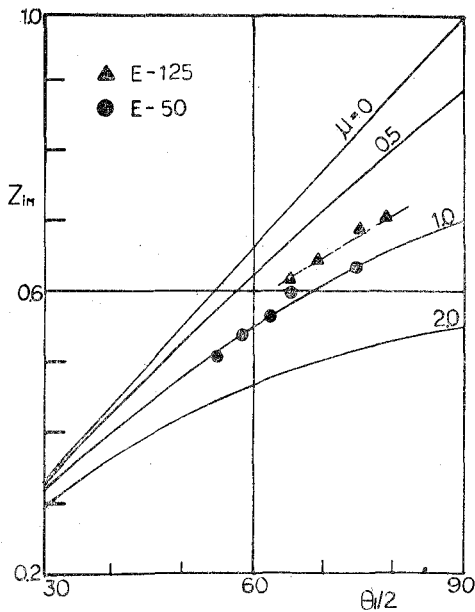


図-2 $Z_{iM} \sim \theta_i^*/2$ 線図

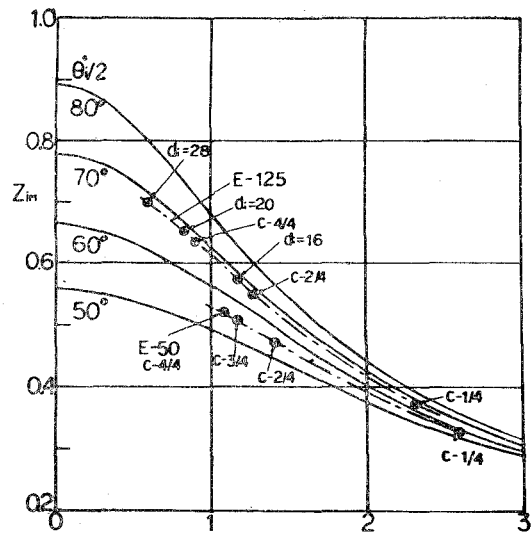


図-3 $Z_{iM} \sim \mu$ 線図

両図によると有効給気孔開口角 (θ_1^*) すなわち給気孔開口角 (θ_1) が大きいほど最大給気比 (K_M) を与える Z_{iM} , たとえば他の因子が同じ場合には機関回転数 (N_M) は高速に移行し, 流動抵抗 (μ) が大きいと逆に Z_{iM} は小さくなり, その回転数 (N_M) は低速に移行する。しかも流動抵抗が大きい場合には θ_1^* または θ_1 を広げても Z_{iM} (すなわち N_M) は余り増大しない。従つて高速性能の改善には θ_1 の拡大に先行して μ の軽減を計るべきことがわかる。

III. 実験結果および考察

I 慣性効果に影響する諸因子

慣性効果の同調条件式からそれに影響する諸因子として Z_i, θ_1^*, μ が挙げられ, さらに Z_i は ω, L_i, V_{km}, a_i および f_i の五つの因子を含んでいる。また μ に影響するものとしては気化器開度や給気管径等が考えられる。そこでこれら各因子を逐次変えた実験から同調条件式の妥当性を検証しよう。なお個々の因子についての詳細な検討は省略し, その概略を述べる。また実験装置および実験方法等については既に報告したのでこれも省略する。

a) 慣性特性数 (Z_i) の影響

i) 機関回転数 (N) および給気管長 (L_i)

機関回転数および給気管長を広範に変えた実験結果はすでに報告した。それを慣性特性数 Z_i を用いて整理したのが図-4である。

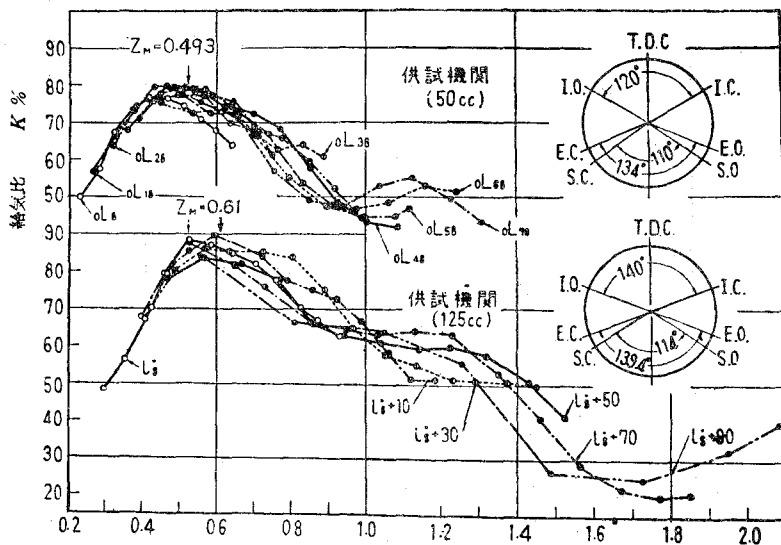


図-4 $K \sim Z_i$ 線図

図において最大給気比 (K_M) は一定の Z_i でよく揃っている。これは供試機関 E-50 の有効給気孔開口角 $\theta_1^* = 110^\circ$ ($\theta_1 - \Delta \theta_1 = 120^\circ - 10^\circ$) および流動抵抗の計算値 $\mu \doteq 1.03$ (後述) を用いて (14) 式から計算せる値 $Z_{iM} = 0.493$ ともかなりよく一致している。

また同図下方に示した機関 E-125 の場合も、実験値 $Z_i \doteq 0.6$ に対し計算値は $Z_{iM} = 0.61$ ($\theta_i^* = 130^\circ$, $\mu \doteq 0.9$) となり両者はよく一致する。このように機関回転数、給気管長を広範囲に変えた実験結果が Z_i を用いてよく整理されることから他の因子がすべて同じとすると最大給気比を与える条件として $N\sqrt{L_i} = \text{const.}$ の関係が与えられる。従って高速になるほど給気管長を短かくすべきことがわかる。

ii) クランク室容積

他端を閉じた直径 50mm ϕ の管をクランク室に取付けて、その全容積を変えた実験結果を図-5 に示す。この際平均クランク室容積 V_{km} は次式から算出でき、その計算線図を図-6 に示してある。

$$V_{kt} - V_{km} \{ = \varepsilon_k / \varepsilon_{k-1} - V_{km} / V_i \} \doteq (1/2 + 1/8 \lambda) - 1/\theta_i \cdot \{ \sin(\theta_i/2) + 1/8 \lambda \cdot \sin(\theta_i) \} + \dots \dots \dots (15)$$

ここに $\varepsilon_k = V_{kt} / (V_{kt})$; クランク室圧縮比, θ_i : 給気孔開口角, λ : 連接棒長さと同行程との比, V_{kt} : 上死点におけるクランク室容積, V_h : 行程体積である。

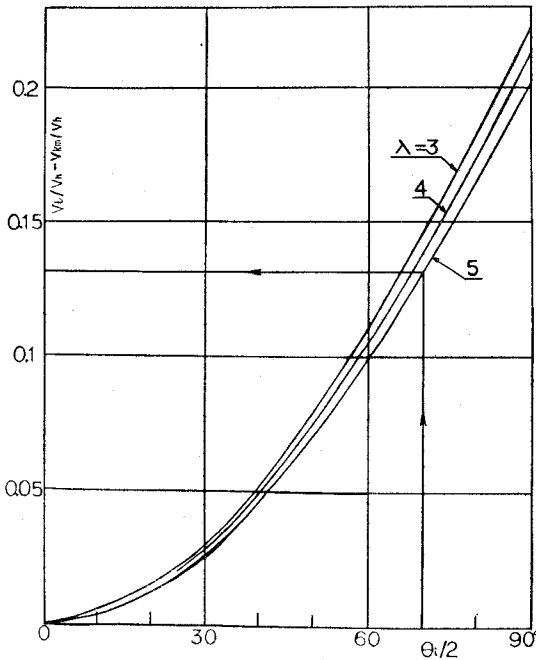


図-6 V_{km} の計算線図

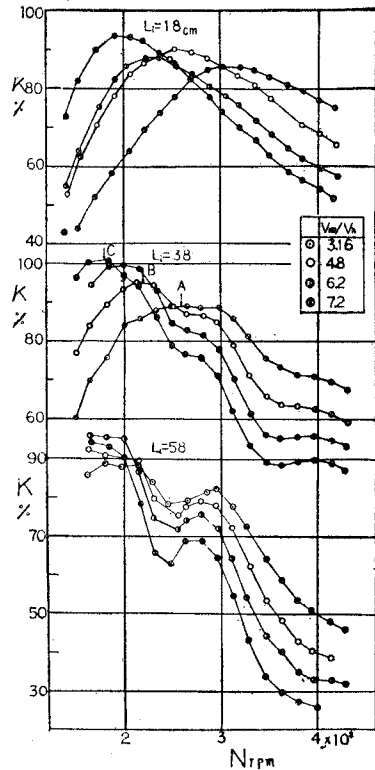


図-5 給気比曲線 (V_{km})

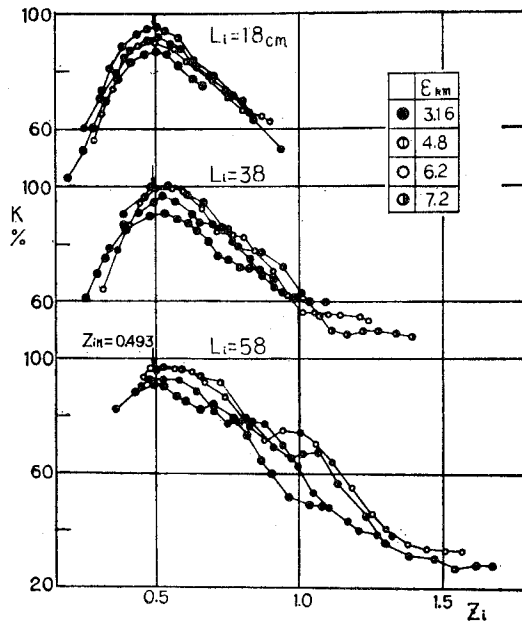


図-7 K~Zi線図 (V_{km}変化)

図において給気比曲線は V_{km}/V_n の増加に伴い順次低速に移行しておりクランク室容積が等価管長の一部として関与していることがわかる。また V_{km}/V_n が増加するとクランク室圧縮比が低下するので高速性能は著しく劣化する。従って高速の給気比向上を計るためにはクランク室圧縮比をできるだけ高める必要がある。この場合も最大給気比の生成は慣性特性数 Z_i で規定でき計算値 ($Z_{iM}=0.493$) とよく一致する。(図-7 参照)

なお圧力伝播速度(音速)の影響については既に報告してある。

b) 給気孔開口角 (θ_i) の影響

給気孔側のピストンスカートのみを削落して給気孔開口角 (θ_i) を変えた実験結果を図-8 に示す。この際、 θ_i を変えると厳密にはクランク室容積 V_{km} も変るが、 $\theta_i=120^\circ$ と 180° のときの差は供試機関では約 1.5cc であり V_{km} の約 1% に過ぎない。また給気孔まわりをそのままにしたので流動抵抗も変わらないと考えてよいだろう。

図の給気比曲線は予期通り $\theta_i/2$ に比例して高速に移動しており計算結果と定性的に一致している。これを Z_i で整理したのが図-9 であるが、いずれも (14) 式の計算値 Z_{iM} (図に記入) 附近で K 曲線の山がよく揃っている。この実験値を先に示した計算線図 (図-2) にプロットするとほぼ $\mu=1.0$ の計算曲線上に揃う。同図には機関 E-125 の実値をも併記したが、この場合 $\mu \doteq 0.9$ 附近の曲線上に揃っている。なお機関 E-50 では $\mu \doteq 1.03$ 、機関 E-125 では $\mu=0.9$ (計算値) である。従って図-2 から最大給気比を与える Z_{iM} と θ_i (または θ_i^*) と

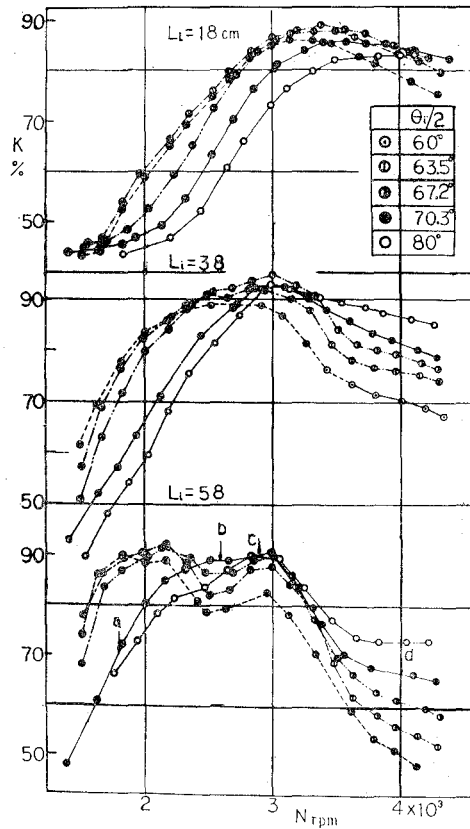


図-8 給気比曲線 (θ_i)

の関係容易に求めることができる。

c) 流動抵抗 (μ) の影響

同調条件式に含まれる流動抵抗 μ は給気管内気柱の質量当りの抵抗係数であり、(7)式で与えられる。なお浅沼は四サイクル機関の吸込効率改善に関する研究において(7)式と同じ内容の μ を用い、それについて吟味している。すなわち $(dK/d\theta)$ と弁揚程とはほぼ相似であり、 $(dK/d\theta)/\beta^2(\theta) \doteq 2.3$ とおいても差支えないとし、定常流の実験値 $\lambda_1 = 0.05$, $x = 0.04$, $\lambda_3 = 0.10 \sim 0.5$ を用いて μ を算出し、その結果 $\mu = 0.5 \sim 1.05$ ($\lambda_2 = 0$, $L_i \geq 0.5m$ の場合) を得ている。さらに最大給気比を与える Z_{IM} (実験値) から逆算した値 $\mu = 0.6 \sim 0.9$ とよく一致することを示している。

いま供試機関の給気管および気化器を用いた定常流実験によると、 $\lambda_1 \doteq 0.05$, $x = 0.045$, $\lambda_3 = 0.35$ (機関E-50), 0.27 (機関E-125), $\lambda_2 = 0.55$ ($f_1/f_0 - 1$) (但し f_0 : 気化器の開口面積) である。これらの値、 $(dk/d\theta)/\beta(\theta)^2 = 2.3$ および機関諸元 (V_b, f_1 etc) を用いて(7)式から μ を求めると表-1の通りである。かかる流動抵抗を変える目的で気化器開度を

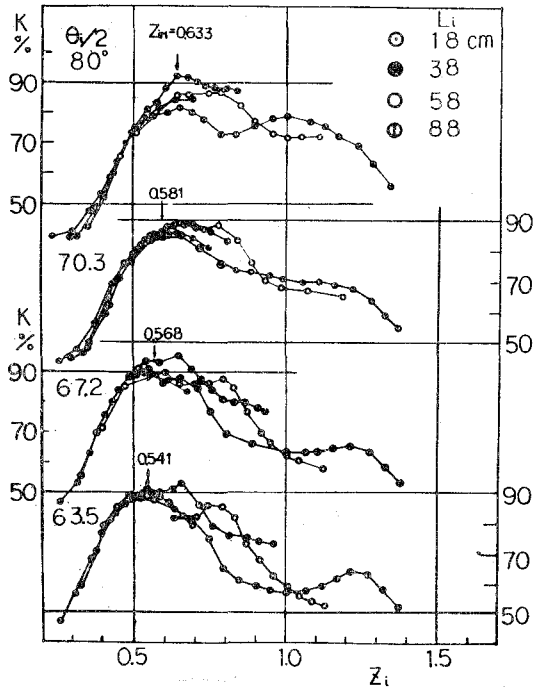


図-9 K~Zi 線図

変えた実験を行った。その結果を慣性特性数 Z_i で整理したのが図-10であり、給気管径 (x L_i/d_i) を変えた結果を図-11に示す。この図における最大給気比を与える機関回転数(実験値)

表-1 流動抵抗の比較

気化器開度	給気管径	Z_{iM} (平均値) 実験値	実験値 Z_{iM} と図 から求め た μ	(7)式から 求めた μ
C- $\frac{1}{4}$		0.512	1.07	1.045
	$\frac{3}{4}$	0.497	1.17	1.125
	$\frac{2}{4}$	0.465	1.40	1.36
	$\frac{1}{4}$	0.330	2.55	2.32
	16mm ϕ	0.556	1.15	0.98
	21mm ϕ	0.635	0.82	0.828
	28mm ϕ	0.683	0.58	0.63

を用いて、そのときの Z_{iM} を求め、さらにその値を(14)式に代入し逆に流動抵抗 μ を計算する。この値と定常流実験から得られた抵抗係数を用いて(7)式から算出される μ を表-1に

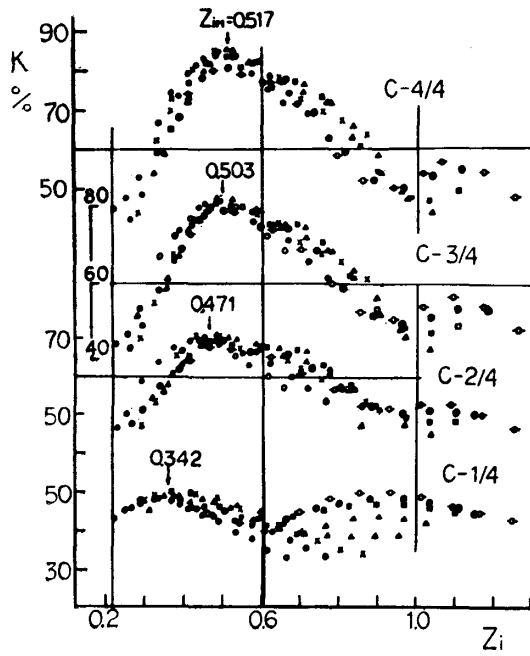


図-10 K~Zi 線図 (C)

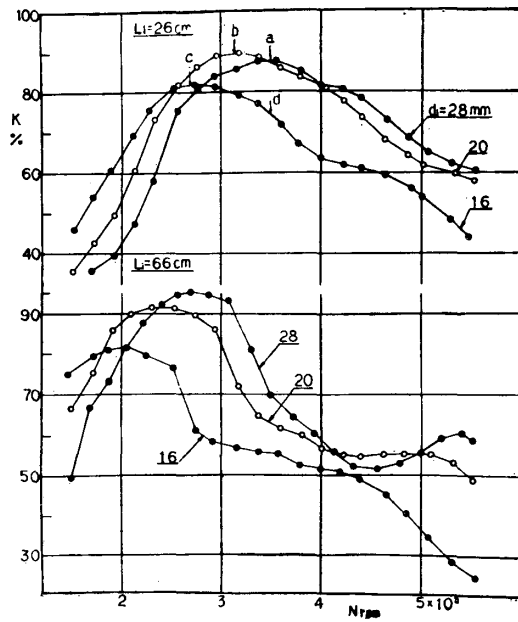


図-11 給気比曲線 (d_i)

比較しているが、両者はかなりよく一致しており、慣性効果の同調条件に及ぼす気化器開度や給気管径の影響はすべて流動抵抗 μ について考慮すればよいことがわかる。一般に流動抵抗の軽減を計ることは望ましい。しかし管径を太くするとその抵抗は減るが、気柱の運動エネルギーも減少するため抵抗軽減の効果を相殺することになり、最大給気比の値は、必ずしも増加しない。(図-11参照)しかし慣性効果の利用上給気管を長くすると、それに応じて給気管径を太くすることが望ましいようである。

2 燃料の吹戻し現象

給気比とは直接関係ないがとくに本型式機関では燃料の吹戻し、すなわち給気管開口端から燃料が放出される現象が著しく、燃料経済の点からもその解明が必要である。

そこで給気量測定用の空気タンク(図-12参照)に挿入されている給気管開口端に吹戻し燃料を受止める容器およびピュレット⑦を取付け吹戻し量(q_r)を直接計測するとともに供給燃料流量(Q_f)、給気量(Q_a)を測定した。さらに容器の代りに吹戻し力測定用の容量型示圧計を取付け、気化器スロート部、給気孔直前の圧力変動と同時記録した。

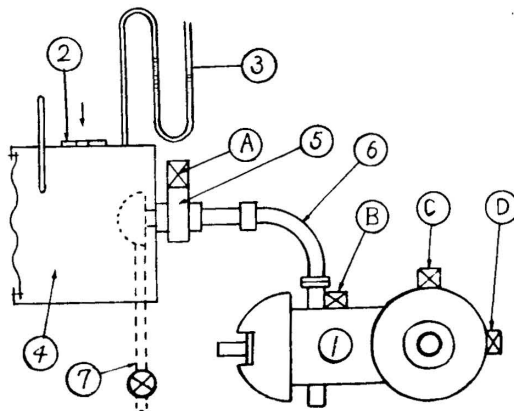


図-12 実験装置

いま実験結果の代表例として駆動運転のもとに、給気管長($L_1=22\text{cm}$ および 52cm)を一定とし給気孔開口角(θ_1)、給気管径(d_1)、気化器開度(C)等を変えて測定せる吹戻し量を供給燃料流量(Q_f)との比 q_r/Q_f で示したのが図-13であり、代表的オシログラムを示したのが図-14である。

図-13において q_r/Q_f は極く低速回転では低いが順次増加し、 $N=1500\sim 1700\text{rpm}$ 附近で q_r/Q_f 曲線の山を生じ、再び低下を続け、最大給気比を生ずる機関回転 $N=2200\text{rpm}$ ($L_1=58\text{cm}$)および $N=3000\text{rpm}$ ($L_1=22\text{cm}$)附近において q_r/Q_f は最小となる。さらに高速では給気比の低下とは逆に q_r/Q_f は急激に増大している。このように燃料の吹戻し量は機関回転

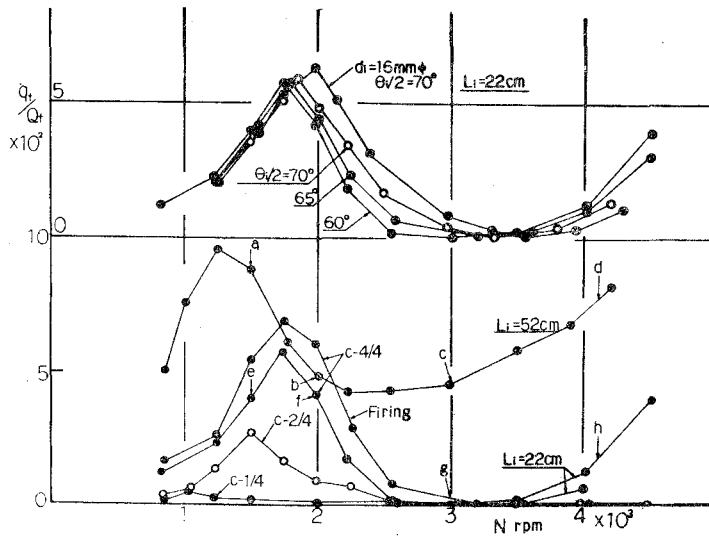


図-13 $q_e/\theta_e \sim N$ 線図

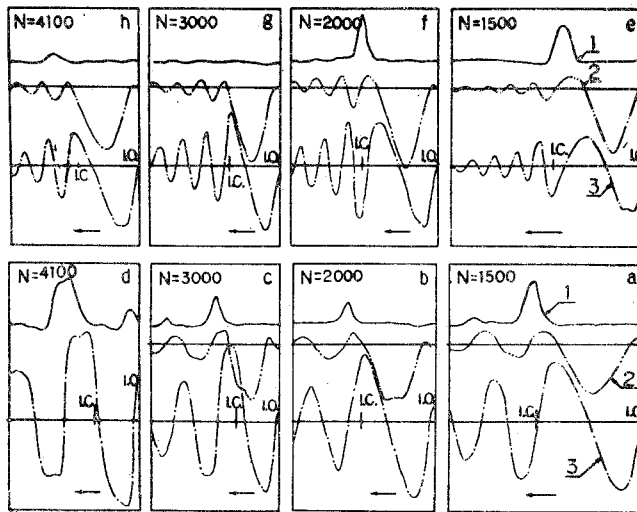


図-14 オシログラム

数によって大巾に変動するが、給気管長、気化器開度、給気孔開口角および給気管径等の影響をも受けている。かかる現象につきオシロから考察すると

i) 給気孔直前の圧力変動(図の3)をみると図aおよびe~fでは給気過程における第1正圧波がクランク室に入ってもまだ給気孔が開いているので再び給気管開口端に向う。そのため逆流速度は漸増し、その慣性で混合気が大気中に放出される。かくて十分に逆流しきったとき、すなわち第2負圧波が最大となったとき給気孔が閉じると吹戻し量は最大となる。これに

対し

ii) 図b～cおよびgでは第1正圧波がほぼ入りきったとき、いわゆる流入速度が0のとき給気孔が閉じている。従って混合気の逆流はほとんど認められず(吹戻し力1がほとんど消滅している)吹戻し量は最小値を示している。

iii) 図dおよびhでは高回転のためI.C.が早過ぎ、流入を続けていた混合気はせき止められ、給気孔直前の圧力波はI.C.後急激に上昇している。この脈動波は開口端に向うので混合気の逆流に基因する吹戻し力(図の1)も増大しており、この場合の q_r/Q_r は高い。

以上の解析により比較的低速における q_r/Q_r 曲線の起伏と高速における曲線の上昇を支配する現象は本質的に異なるものであり、前者は給気過程の第1正圧波とI.C.との同調に左右され、慣性効果の最適条件のとき q_r/Q_r は最小になる。後者はI.C.後の残留脈動波に基因する吹戻しである。かかる推論をより具体的に検討すべく給気管長 $L=22, 52\text{cm}$ の q_r/Q_r を慣性特性数 Z_i で整理すると図-15となる。

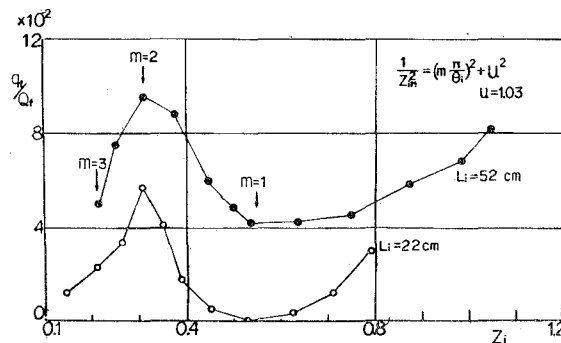


図-15 $q_r/Q_r \sim Z_i$ 線図

同図には(14)式から $\mu=1.03$, $\theta_1^*=120^\circ$ ($\Delta\theta_1=10^\circ$)を用い $m=1, 2, 3$ の場合の Z_{iM} を併記してある。先に示した(13)式は減衰振動方程式であり、 m はその振動次数($dK/d\theta=0$ を満足する次数)で m が奇数ときは給入、 m が偶数のときは逆流の極値を示すものである。従って実験結果も $m=1, 3$ のとき q_r/Q_r が最小となり、逆流が最大となる $m=2$ のとき q_r/Q_r 曲線の山を生じている。勿論 $m < 1$ の範囲における q_r/Q_r 曲線の上昇は前述せる如く脈動波に基因するものである。

以上の解析から吹戻し量の変動や、これに対する諸因子の影響が(14)式から説明できることが明らかとなった。

Ⅲ. 結 言

クランク室圧縮型2サイクル機関の給気管系による慣性効果に注目し、簡単な近似慣性理論

から最大給気比の生成条件式を誘導した。この条件式に含まれる諸因子すなわち給気管長(L_1), 機関回転数(N), クランク室容積(V_{km}), 給気孔開口(θ_1), 角気化器開度(C), 給気管径(d_1)等を逐次変えた実験から各因子の給気比に及ぼす影響を吟味するとともに最大給気比の生成条件(14)式が十分妥当なこと, 給気管長(L_1), 機関回転数(N), クランク室容積(V_{km}), 音速(a_1)は慣性特性数にまとめられ, 気化器開度(C), 給気管径(d_1)の影響は流動抵抗(μ)として考慮すればよいことが検証された。かくて近似理論による同調条件の計算線図を利用すると最適の Z_{1M} , μ および θ_1^* の間の相関関係を容易に求めることができる。

また本型式機関でとくに顕著な燃料の吹出し現象も慣性効果の同調条件式から規定できる。従って給気比(または機関トルク)のみならず燃料経済をも考慮した機関の設計基準が(14)式から与えられることがわかった。

終りに本実験遂行にあたり, 終始御教示を賜った東京大学航空研究所 浅沼強教授に深じんなる感謝の意を表す。また実験の際熱心に協力された群馬大学工学部の青柳富夫氏, 足利工業高校小沼教官および関係各位に感謝する。

(昭和38年4月30日受理)

文 献

- (1) 浅沼, 沢 : 機械学会論文集 25, 156, (昭34—8), 834
- (2) W. Wilhelm : Forsch. des Landes Nordr.-w., 989 (1961)
- (3) 浅沼 : 機械学会論文集 19, 84, (昭—28), 32
- (4) 浅沼, 沢 : 機械学会論文集 24, 144, (昭33—8), 606
機械学会論文集 24, 148, (昭33—12), 1025
Bulletin of JSME 2, 7, (1959), 418
- (5) 浅沼, 沢 : 機械学会36期総会講演会前刷 講演番号 524 (昭—34—4)
- (6) 沢 : 機械学会東海支部浜松地方講演会前刷 講演番号 404 (昭35—6)

排気吹出し効果に関する研究

沢 則 弘

A Study of the Effects of Blow-Down in the Exhaust System

Norihiro Sawa

Abstract

For the improvement of the performance of an internal combustion engine with an exhaust pipe system, the utilization of the blow-down wave is most important.

The present author has performed a theoretical calculation by means of the inertia or impedance theory and determined the applicable range of both theories. Further several factors=pipe length, cylinder volume, engine speed, etc.=affecting the applicable range, have been found out.

The results obtained are experimentally confirmed with the air model similar to the exhaust system of an actual engine.

I 緒 言

クランク室圧縮型サイクル機関の排気管系に関する実験結果から最大の排気管効果 $(K-K_0)_M$ の生成は排気吹出し圧力波の効果に基因し、その生成条件として次式を求めた。

$$Z_e = (\omega/a_e) \cdot L_e^* = (4/3)(\theta_{es}^*/360)^{1/2} \dots \dots \dots (1)$$

ここに Z_e : 排気吹出し特性数, ω : 角速度($=2\pi N/60$), a_e : 排気管系における音速, L_e^* : 掃・排気管系の等価管長, θ_{es}^* : 有効掃・排気孔開口角である。

よって排気吹出し効果を支配する因子として θ_{es}^* , ω , a_e および L_e^* の四つが挙げられるが、このうち θ_{es}^* は機関諸元として与えられ、 ω および a_e は実測できる。しかし L_e^* すなわち排気吹出し圧力波の周期は厳密にはシリンダ圧、クランク室圧、それらの容積、掃排気孔の開口面積、排気管寸度、音速さらに残留脈動波等によって左右されるものと思われる。かかる排気吹出し圧力波の解析としては管内の圧縮性非定常流れを、そのときの境界条件と初期条件のもとに解けばよく特性曲線法理論の適用や電子計算機の利用が考えられる。しかし掃排気過程におけるシリンダ内の掃気状態や熱交換の実体が解明されていない現状においては掃排気過程の境界条件を適確に設定することはむづかしい。従って給気比の実測値と示圧線図の対比から排気吹出し効果の最適条件を求めることも試みられている。しかしこれらとて脈動理論に立脚したもの

が多い²⁾。他方、カテナン効果³⁾に注目したのももありそれぞれの適用範囲が判然としていない。ここでは排気吹出し効果の実体を解明するため境界条件ならびに現象を単純化した空気模型機関の排気過程について近似慣性理論とインピーダンス理論の立場から解析し、この場合の排気吹出し圧力波の等価管長(周期)を求め、実験結果との比較検討から両理論の適用範囲を明確にし、さらに実用機関に適用できる等価管長の算出法を誘導した。

II 理 論

1 近似慣性理論式の誘導

シリンダーから急速に排気ガスが流出するとき排気ガスの持つ慣性でシリンダー内に負圧を生じ(Kadenacy effectとして知られている)それを利用して掃気作用が改善できることはすでに知られている。かかる排気流の慣性に注目し一定容積のシリンダーと排気管とから構成される空気模型機関(図-1)の排気過程につき解析しよう。この際排気孔開(E.O.)時のシリンダー圧(P_i)は一般に臨界圧 $P_c = (2/K+1)^{K/K-1} \cdot P_o$ よりも高いので排気過程を $P(t) > P_c$ の流出領域と $(P_i) < P_c$ の領域に大別して考える必要がある。

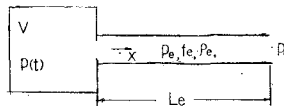


図-1 給気管系の模型(慣性理論)

i) $P(t) > P_c$ の領域

この領域における排出は極めて急速であるので、その排出過程を断熱変化と見做すと

$$-C \cdot f_{ep}(t) \cdot dt = \frac{G_i \cdot \sqrt{T_i}}{k \cdot k g / R} \cdot P_i^{-\frac{k+1}{2k}} \cdot P(t)^{-\frac{1-3k}{2k}} \cdot dp \dots\dots\dots (2)$$

の関係が成立する。ここにC:排気孔の流量係数, $f_{ep}(t)$:排気孔開口面積, K:比熱比, g:重力定数, R:ガス常数, G_i, P_i, T_i :E.O.時のシリンダ内ガスの重量, 圧力および温度, t:時間である。次に J. D. Stanitz⁵⁾が試みたように排気孔開口面積を

$$C \cdot f_{ep}(t) \doteq f_p \cdot C_o \cdot \sin \beta t, \quad \beta = \omega \cdot 360 / 2 \cdot \theta_o^*$$

と sin curve で置換し、これを(2)式に代入し、 P_i から $P_c = (2/K+1)^{K/K-1} \cdot P_o$ まで積分すると、 P_c に達するまでの時間 t_c は

$$t_c = \frac{1}{\beta} \cdot \cos^{-1} \left[\frac{2}{k-1} \cdot \frac{\beta}{a_i} \cdot \frac{V}{f_p \cdot C_o} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{k+1}{2}} \cdot (P_i/P_o)^{\frac{k-1}{2k}} \right\} + 1 \right] \dots\dots (3)$$

となる。ここに f_p :排気孔の最大開口面積, C_o :流量係数, ω :クランク角速度, a_i :音速

($=\sqrt{KgRT_i}$), V : シリンダ容積, P_o : 大気圧, θ_e^* : 有効排気孔開口角である。

次に任意時刻のシリンダ内ガス重量 (G_t) は E. O. 時の重量 (G_i) と実際に排出した重量 G_e ($=P_e \cdot f_e \cdot x / RT_e$) との差で表わされるから任意時刻のシリンダ圧は

$$P(t) = P_i \cdot T(t) / T_i - P_o \cdot \eta \cdot T(t) / T_o \dots\dots\dots(4)$$

で与えられる。ここに P_e : 排気管内圧, f_e : 排気管断面積, T_e, T_o : 排気管内ガス温度, 大気温度, X : 排気管内気柱の移動距離, η : 排出効率であり排気ガス重量 G_e と大気状態でシリンダ容積 (V) を占めるガス重量 $G_o (=P_o V / RT_o)$ との比で, 次式から得られる。

$$\eta = G_e / G_o = (P_e \cdot f_e \cdot X / RT_e) / (P_o V / RT_o) = (P_e / P_o \cdot T_o / T_e) \cdot f_e X / V \dots\dots\dots(5)$$

さらに(4)式に

$$T(t) = T_i (P(t) / P_i)^{1/K}, \quad P_e = (2/K + 1)^{K/K-1} \cdot P_o$$

の関係を代入すると $P(t) = P_e$ のときの排出効率 (η_c) は

$$\eta_c = (P_i / P_o) \cdot (T_o / T_i) \{ 1 - (2/K + 1)^{1/K-1} \cdot (P_o / P_i)^{1/K} \} \dots\dots\dots(6)$$

で与えられる。また(4)式を微分し, それに(2)式を代入すると $d\eta_c / dt$ は,

$$d\eta_c / dt = \frac{\sin \beta t_c}{V / (f_p c_o a)} \cdot \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \cdot (p_i / p_o)^{\frac{k-1}{2k}} \cdot \frac{T_o}{T_i} \dots\dots\dots(7)$$

となる。ここに(4)式から $P(t) > P_e$ 領域におけるシリンダ圧の追跡ができ, (3)式, (6)式および(7)式から臨界圧 (P_e) における境界条件が与えられる。

ii) $P(t) < P_e$ 領域

排気管のない排出過程には排気孔前後の圧力差による流出を考えればよいが, 一般に排気管内気柱の慣性効果⁹⁾ を無視することはできない。かかる排出過程の解析は特性曲線法を用いればよいが, 斎藤の解析結果からほぼ等温変化 ($K \doteq 1$) に近いことが知られている。そこで簡単化し, 管内気柱を非圧縮性の単一質点と見做すと所要の運動方程式は,

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + r \cdot \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{p_e}{\rho_e \cdot L_e} \cdot \{ p(t) / p_o - 1 \} \dots\dots\dots(8)$$

で与えられる。ここに x : 管内気柱の移動距離, r : 抵抗係数, P_e : 排気管圧, $P(t)$: シリンダ圧, P_o : 大気圧, ρ_e : 排気管内ガスの密度 (=一定), L_e : 排気管長,

次に(8)式は(4)式および(5)式の関係から次の如く変形される。

$$\frac{d^2 \eta}{dt^2} + r \cdot \frac{V}{f_e} \cdot \left(\frac{p_o}{p_e} \cdot \frac{T_e}{T_o} \right) \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 = \frac{p_e / \rho_e}{V L_e / f_e} \left\{ \frac{T_o}{T_e} \cdot \frac{p_i}{p_o} - \eta - \frac{T_o}{T_e} \right\} \dots\dots(9)$$

さらに空気模型機関では, $T_o \doteq T_e$ と近似でき,

$$\mu = \frac{1}{2} r \cdot \frac{V}{f_e} \left(\frac{p_e}{p_o} \cdot \frac{T_o}{T_e} \right) \left(\frac{d\eta}{dt} \right) \quad Z = \sqrt{\frac{V \cdot L_e / f_e}{p_e / \rho_e}} \doteq \frac{1}{a_e} \sqrt{V L_e / f_e} \dots\dots(10)$$

とおくと(9)式は,

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + 2\mu \frac{d\eta}{dt} + \frac{1}{Z^2} \eta = \frac{1}{Z^2} (p_i/p_o - 1) \dots\dots\dots(11)$$

となる。上式が求める近似慣性理論式である。なお上式の初期条件として圧力 P_c における時刻 t_c (3式) を基準とし

$$t = t_c \text{において} \quad d\eta/dt = d\eta_c/dt, \quad \eta = \eta_c$$

とおくと(11)式の解が与えられる。さらに最大の排出効率 (η_M), またはシリンダの最大負圧を与える条件として $d\eta/dt = 0$ の関係からそのときの時刻 T_M (E.O.からの時間) は次の如く決定される。

$$T_M = t_c + \frac{1}{\varphi} \cdot \tan^{-1} \left\{ 1 / \left\{ \mu / \varphi + (\mu^2 / \varphi + \varphi) (\eta_c - p_i/p_o + 1) / (d\eta_c/dt) \right\} \right\} \dots\dots(12)$$

但し $\varphi = \sqrt{1/Z^2 - \mu^2}$ である。さらに (12) 式から排気吹出し圧力波の等価管長 (L_e^*) が算出できる。すなわち、圧力波の周期 (T) は $T = 2\pi L_e^*/a_e$ で与えられるから $3/4 \cdot T = T_M$ の関係から

$$L_e^* = (a_e/2\pi) \cdot (4/3 \cdot T_M) \dots\dots\dots(13)$$

この等価管長 (L_e^*) を用いると(1)式から排気吹出し効果の同調条件が得られる。

2 インピーダンス理論式の誘導

排気流の影響が無視でき、しかも圧力変動が比較的小さい場合の管内気柱の振動現象は音響理論によく従うと云われており、J. C. Irons⁷⁾ や前川⁸⁾ はいわゆるインピーダンス理論を用いて管系の自由振動数 (周期) を求めている。かかる手法を図-2の如きシリンダと排気管からなる空気模型機関の排気管系に適用し、その等価管長 (L_e^*) を求めてみよう。

この際、管壁抵抗を無視し、平面波動方程式が適用でき、しかも音圧 $P (= P_o e^{i\omega t})$, 粒子速度 $\xi (= \xi_o \cdot e^{i\omega t})$ が正弦振動をするものと仮定する。さらにシリンダおよび排気管内ガスの密度、音速はその平均値で代表させる。

記号: P : 音圧, ξ : 粒子の変位, v : 体積, L : 管長, f : 断面積, a : 音速, ρ : ガス体の密度, $I (= P/f \cdot \xi)$: 音響インピーダンス, であり $\beta = a^2 \xi / L_e^*$, $n = 2\pi L_e^*/a$, n : 振動数とおく,

一般に管入口部と出口部のインピーダンス I_{e1} , I_{e2} との間には抵抗を考慮しない管内の波動方程式の解から

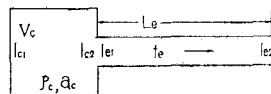


図-2 給気管系の模型 (インピーダンス理論)

$$I_{e2} = \frac{\beta}{f_e} \cdot \frac{I_{e1} + \beta / f_e \cdot \tan(L_e/L_e^*)}{I_{e1} \cdot \tan(L_e/L_e^*) + \beta / f_e} \dots\dots\dots(14)$$

の関係が成立する。次にシリンダと排気管の接続部に前後の音圧および体積流の連続条件を

用いると

$$I_{e1} = \rho_e / \rho_c \cdot I_{c2} \dots\dots\dots(15)$$

ここに添字 e, c は排気管, シリンダーの状態を表わす。次に(14)式の関係を生シリンダーの前後のインピーダンス I_{c2} , I_{c1} にも適用し, シリンダ長さが短いことから $\tan(L_c/L_e^*) \doteq (L_c/L_e^*)$ と近似し, さらにシリンダの閉端(ピストン側に相当)では粒子速度が0であることから $I_{c1} = \infty$ とおくと I_{c2} は,

$$I_{c2} = -\rho_c \cdot a_c^2 / V_c \dots\dots\dots(16)$$

と与えられる。従って(14)~(16)式および開口端のインピーダンス (I_{e2}) は $I_{e2} \doteq 0$ (音圧 $P \doteq 0$) の条件から等価管長 (L_e^*) は, 次の如く与えられる。(但し $a_e \approx a_c$ と近似)

$$V_c / (f_e \cdot L_e^*) = \cot(L_e/L_e^*) \dots\dots\dots(17)$$

なお, 排気管圧の最大負圧時期 (T_M) は $T_M = 3/4 \cdot (2\pi L_e^*/a_e)$ の関係から求めればよい。

III 空気模型機関による検討

1 実験装置および実験方法

上述の理論の適用可否を実験的に検討する目的で二種類の空気模型機関を準備した。図-3に示す機関(M-50)はクランク室圧縮型2サイクル機関の部品, すなわちシリンダ①, ピストン②, 連結棒③, クランク軸④および排気管⑤等をそのまま使用し, 重錘⑧の落下でハンドル⑨, 増速歯車⑩をかいてクランク軸④を約180°回転させる。このときのピストン運動で排気孔を開閉し, 唯一回だけの排気作用を行わせるものである。この際シリンダに穿孔されている給・掃気孔を閉じているのでクランク室をもたない実用機関に相当する。なお本機関ではピストンリングからのガス洩れを完全に防ぐことは不可能であり排気孔開(E.O.)時のシリンダ圧を規定通りに保持できない欠点をもつので別個に四サイクル機関のシリンダヘッドおよび弁機構をそのまま用いた模型機関(M-150)をも準備した。これは図-4に示すようにカム

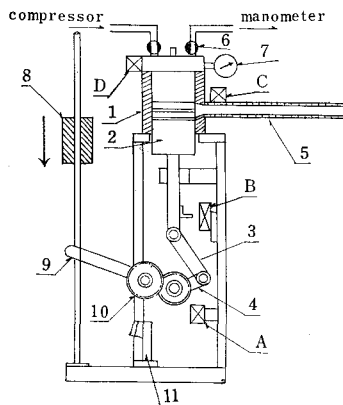


図-3 空気模型機関 (M-50)

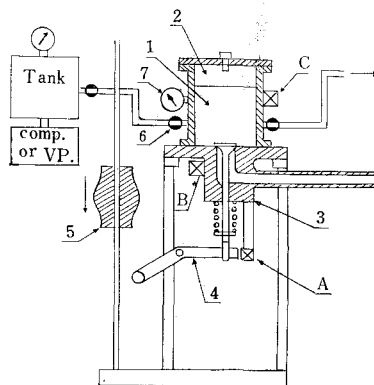


図-4 空気模型機関 (M-150)

状をした重錘⑤を落下させて弁を開閉させるものであり、機関(M-50)でピストン運動の影響を省略した場合に相当するがシリンダ容積, 弁開閉角, 弁揚程, 弁開閉速度等は任意に変えることができる。

実験方法は両機関ともほぼ同じであるので機関(M-150)について述べる。先づ圧縮空気をシリンダ内に供給し、コック⑥を閉じた後シリンダ内の圧力, 温度を測定する。続いて重錘⑤を落下させて弁を開閉する。このときの弁揚程(A), 排気管内圧力変動(B), シリンダ圧(C), 等を電気容量型変換器を用いて電磁オシロで同時記録する。かかる実験をシリンダ容積, シリンダ圧, 弁開閉速度および排気管長を変えて行つた。

2 実験結果

空気模型機関(M-50)による実験結果(オシログラム)の代表例を図-5に, 機関(M-150)のそれを図-6に示す。さらに図-6のオシログラムにおいてシリンダ圧と排気管圧とを同一スケールで書いたものを図-7に示している。

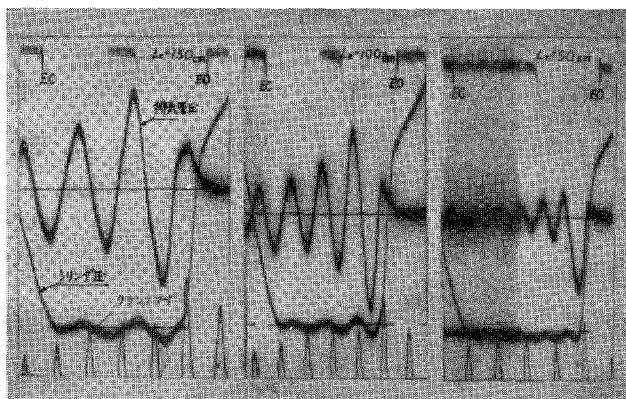


図-5 オシログラム (M-50)

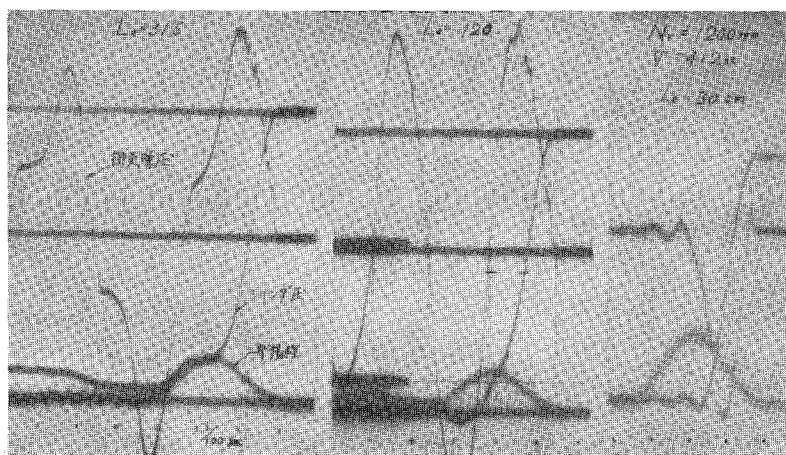


図-6 オシログラム (M-150)

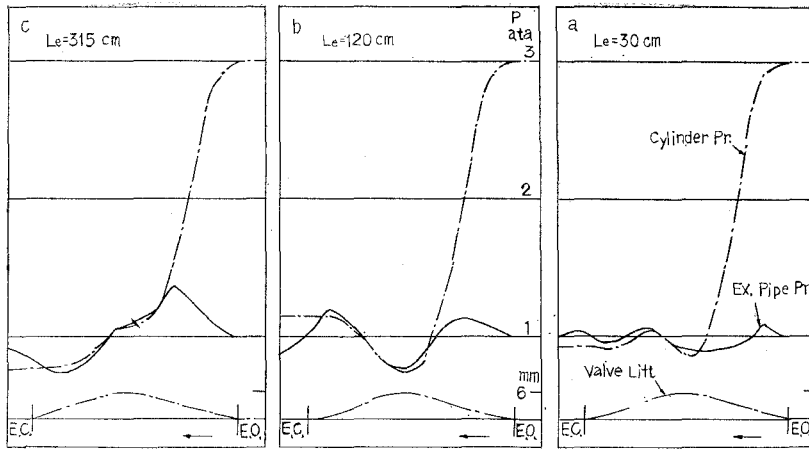


図-7 オシログラム (M-150)

図において排気管が短い場合 (例えば図-7のa), 排気孔直後の管圧は排気吹出しによる正圧波をほとんど生ぜず排気ガス流の慣性に基因するものと思われる負圧を生じている。しかしこの場合の負圧は小さく, しかもシリンダの最大負圧の生成時期と排気管圧のそれとはかなりづれている。これに対し或程度の管長 (たとえば図-7のb, $L_e=120\text{cm}$) になると排気吹出し正圧波も大きく, その反射負圧波も増大するので, その効果が顕著となり, シリンダ圧はかなり大きな負圧を生じている。かかる場合シリンダ圧と排気管圧の最大負圧の生成時期はよく一致しており, シリンダ圧が排気吹出しに続く第1負圧波に左右されることがわかる。従ってこのとき, 排気吹出し効果の良否の判定には, 排気管の最大負圧の生成時期に注目すればよい

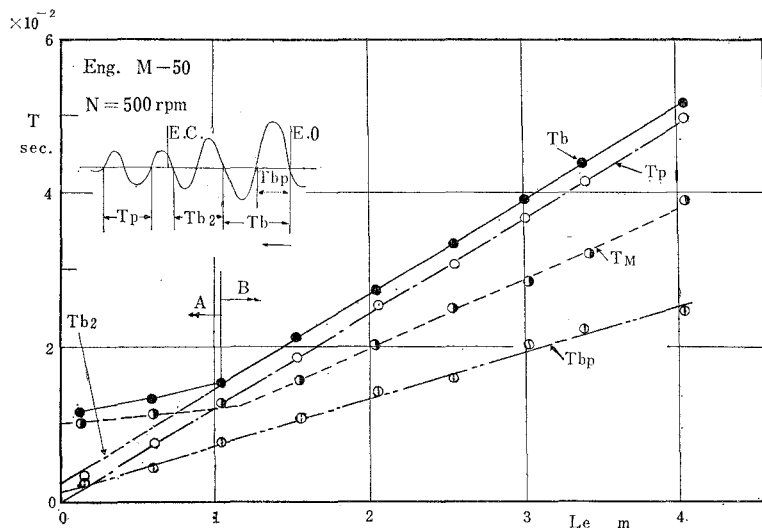


図-8 排気吹出し圧力波の周期

と云えよう。このように排気管が短い場合と長い場合とでは、その動的現象がかなり様相を異にしている。いま管長を変えた実験結果（オシロ）から排気吹出し圧力波の周期（ T_b ）、その正圧波周期（ T_{bp} ）、残留脈動波周期（ T_p ）およびシリンダの最大負圧時期 T_M （E.O.からの時間）等を求めると図-8のように T_b および T_M は一つの折点をもった直線となっている。

図においてB領域（ $L_e > 1$ m）では排気吹出し圧力波の周期 T_b は排気孔閉止後の脈動波周期 T_p より常に長く、ピストンを排気孔開放後下死点に止めて記録した圧力変動の二次以降の圧力波周期（ T_{b2} ）と同一直線上にある。従ってかかる場合の排気吹出し圧力波の周期はシリンダをも含む排気管系の自由振動の周期に近似すると考えてもよいだろう。これらの実測値を、インピーダンス理論による等価管長（ L_e^* ）と比較したのが図-9である。すなわち、(17) 式による計算値（ L_e^* ）を $2\pi L_e^*/a_e = 4L_e^*/a_e$ の関係から一端閉、他端開のいわゆるオルガンパイプの管長（ L^* ）に換算したのが実線である。他方オシロから求めた T_b と T_p から $L^* = (T_b/T_p) \cdot L_e$ を算出し、同図に○印でプロットしてあるが両者はかなりよく一致している。よって等価管長の算出式(17)は十分妥当であり、排気管が長いB領域に対してはインピーダンス理論が適用できることがわかる。

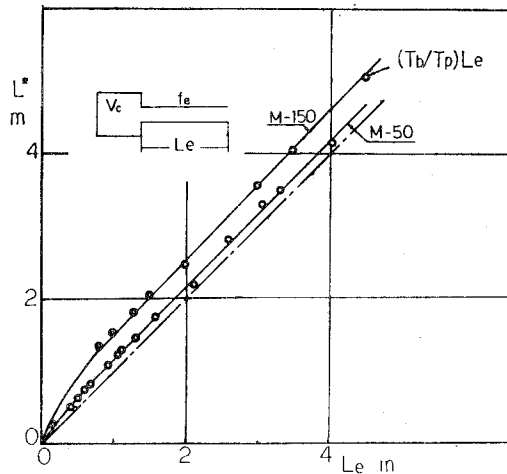


図-9 等価管長（インピーダンス理論）

これに対し排気管が短いA領域では、シリンダの最大負圧時期（ T_M ）は初期圧（ P_3 ）や機関回転数によっても変化する。（図-10参照）このことは排気管系の固有振動周期がシリンダ容積、排気管寸度および音速のみに規定される事実（インピーダンス理論）と本質的に異なっており、このA領域におけるシリンダの負圧は、排気流の影響を受けておりシリンダと排気管の最大負圧時期とは通常一致しないからインピーダンス理論から排気管の最大負圧時期を求めてもシリンダの最大負圧時期（最大排気吹出し効果）を推定することはできない。

3 両理論の適用範囲

慣性理論とインピーダンス理論の適用範囲を明確にするため、慣性理論から求めた最大排出効率を与える条件すなわちシリンダの最大負圧の生成時期 (T_M) とインピーダンス理論から算出した等価管長から排気吹出し圧力波の3/4周期 ($=3/4 \cdot T_b$) を求め両者を比較したのが図-10である。

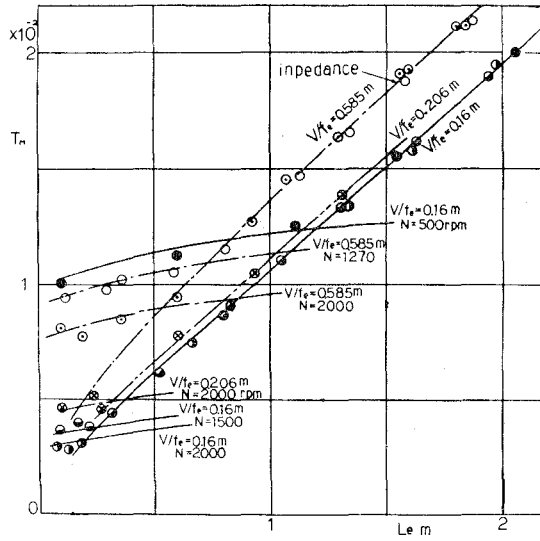


図-10 最大負圧時期

同図にはオンシロから求めた値を○印で併記してあるが計算値とかなりよく一致しており、しかも両理論にはそれぞれの適用範囲があることがわかる。すなわち高速になるか、シリンダ容

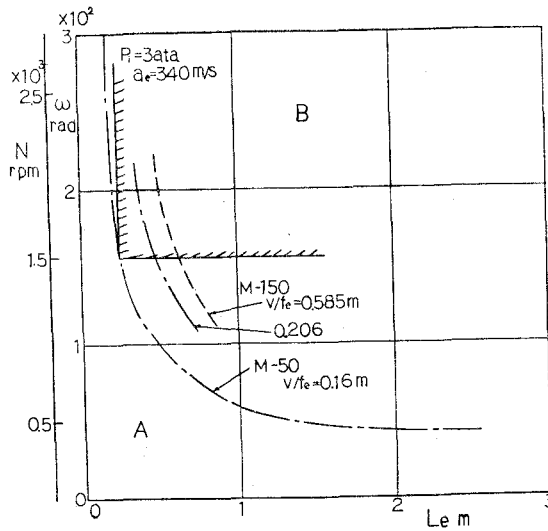


図-11 両理論の適用範囲

積が小さいほどインピーダンス理論の適用範囲は広がっている。この関係を機関回転数と排気管長について算出すると図-11となる。図によると両理論の適用範囲は主として回転数と排気管長に支配されるが実用機関において実際上排気管効果が期待される使用条件 ($L_e > 30\text{cm}$, $N > 1500\text{rpm}$) のもとでは、インピーダンス理論が適用できるようである。よってクランク室圧縮型2サイクル機関の掃・排気管系に関する解析にはインピーダンス理論を用いることにした。

IV 実用機関に対する等価管長の算定

クランク室圧縮型2サイクル機関の掃排気管系はクランク室 (V_k), 掃気通路 (l_s, f_s), シリンダ (V_c), および排気管 (l_e, f_e) から構成されている。(図-12参照) しかも V_k, V_c は時々刻々変化し、各管路の温度 (音速) も常に変動する。かかる因子を時間の函数として任意時刻における等価管長 ($L_e^*(\theta)$) を算出することも困難ではないが実用上、掃排気期間の平均等価管長 (L_e^*) を使用するのが便利である。それ故あらかじめ音速 (a_e) および V_c, V_k の平均値を用いることにし、 a_e は排気管系全域の平均音速 (a) をもって代表させ、 V_c, V_k はポートタイミングの関係を考慮した次の如き平均容積 (\bar{V}_m) を用いた。

$$\bar{V}_m = \frac{1}{\theta_{s0}^* - \theta_{E0}^*} \left\{ \int_{\theta_{E0}^*}^{\theta_{s0}^*} V_c(\theta) \cdot d\theta + \int_{\theta_{s0}^*}^{\theta_{sc}^*} V_k(\theta) \cdot d\theta \right\} = \left\{ \bar{V}_c + \left(\frac{\theta_{sc}^* - \theta_{s0}^*}{\theta_{s0}^* - \theta_{E0}^*} \right) \cdot \bar{V}_k \right\} \dots\dots(18)$$

ここに θ_{E0} ; θ_{s0}^* , θ_{sc}^* は排気孔開, 有効な掃気孔開および閉時のクランク角である。従って実用機関の掃・排気管系を図-12のように $(\theta_{s0}^* - \theta_{E0}^*) / (\theta_{sc}^* - \theta_{E0}^*) \bar{V}_k$ の容積をもつクランク室と \bar{V}_c の容積をもつ管系と近似し、これにインピーダンス理論を適用する。

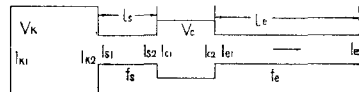


図-12 掃・排気管系の模型

先づクランク室出口のインピーダンス I_{k2} は (16) 式と同様に

$$I_{k2} = -\rho_k \cdot a^2 / \left(\frac{\theta_{sc}^* - \theta_{s0}^*}{\theta_{sc}^* - \theta_{E0}^*} \right) \cdot \bar{V}_k \dots\dots\dots(19)$$

となり、シリンダ入口のインピーダンス I_{c1} は、

$$I_{c1} = \frac{\rho_c}{\rho_k} \cdot \frac{\beta}{f_s} \cdot \frac{I_{k2} + \beta \cdot l_s / (f_s L_e^*)}{-I_{k2} \cdot l_s / L_e^* + \beta / f_s} \dots\dots\dots(20)$$

但し $\tan(l_s / L_e^*) \doteq l_s / L_e^*$ と近似した。(供試機関では $l_s \doteq 3\text{cm}$) また I_{c2}, I_{c1} の関係は l_c が極めて短いことを考慮して近似化すると次式が成立する。

$$1/I_{c2} - 1/I_{c1} = -\bar{V}_c / \rho_c \cdot a^2 \dots\dots\dots(21)$$

次に I_{c2} は段前後の関係式 (15式参照) と開口端のインピーダンス $I_{e2} = 0$ の条件から

$$I_{c2} = \frac{\rho_c}{\rho_e} \cdot I_{c1} = \frac{\rho_c}{\rho_e} \cdot \frac{\beta}{f_e} \cdot \tan(\ell_e/L_e^*) \dots \dots \dots (21)$$

(19)~(22)式から

$$\begin{aligned} \text{Cot}(\ell_e/L_e^*) = & \bar{V}_c/f_e L_e^* + \frac{f_s}{f_e} \left\{ \left(\ell_s f_s + \frac{\theta_{sc}^* - \theta_{so}^*}{\theta_{sc}^* - \theta_{eo}^*} \bar{V}_k \right) / f_s L_e^* \right\} / \left\{ 1 \right. \\ & \left. - \left(\frac{\theta_{sc}^* - \theta_{so}^*}{\theta_{sc}^* - \theta_{eo}^*} \bar{V}_k \ell_s \right) / f_s (L_e^*)^2 \right\} \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

いま掃気通路長さ (ℓ_s) を無視し $\ell_s \doteq 0$ とおくと、

$$\text{Cot}(\ell_e/L_e^*) = \left(\bar{V}_c + \frac{\theta_{sc}^* - \theta_{so}^*}{\theta_{sc}^* - \theta_{eo}^*} \cdot \bar{V}_k \right) / f_e L_e^* = \bar{V}_m / f_e L_e^* \dots \dots \dots (24)$$

なお、供試機関では (23) 式と (24) 式から算出される等価管長の差は L_e^* の 0.5~2% にすぎず (24) の近似式で十分である。

次に (18) 式に含まれる \bar{V}_c , \bar{V}_k の計算線図を図-13 に示す。いま連結棒長さ と行程長さとの比 (λ), 上死点におけるクランク室容積 (V_{kt}), 掃気孔閉 (SC) 時の無効角 $\Delta\theta_s$ が与えられるならば横軸 $\theta_s^*/2$ を用いて ($V_{kt}/V_n - \bar{V}_k/V_n$) を $\theta_e/2$ を用いて ($\bar{V}_c/V_n - \Delta V_c/V_n$) を求めることができる。ここに θ_s^* : 有効掃気孔開口角, θ_e : 排気孔開口角, ΔV_c : 隙間容積, V_n : 行程体積である。また供試機関の諸元を用いて (24) 式から求めた等価管長 (L_e^*) を図-14 に示す。図によると \bar{V}_m , L_e が大きいほど排気管断面積 f_e が小さいほど等価管長は長くなること がわかる。

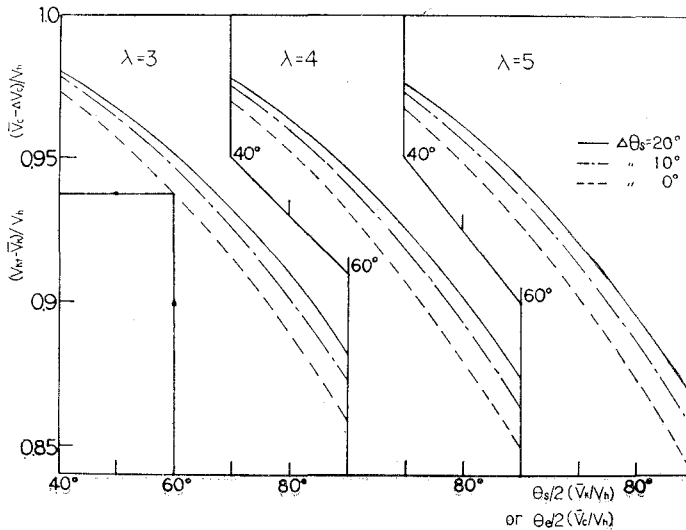


図-13 V_c , V_k の計算線図

実用機関に対する等価管長の算出式 (24) および排気吹出し効果の同調条件の妥当性を検証すべく排気管長を変えた実験結果を排気特性数 (Z_e) で整理すると図-15 に示すように K/K_0 曲線の山はどれもよく揃っており、しかも (1) 式の計算値 $Z_{eM} = 0.415$ および 0.435 と

よく一致している。かくて、排気吹出し効果の最適条件を求めることができた。
 終りに御指導を賜った東大航研浅沼強教授に深甚なる感謝の意を表す。

(昭和38年4月30日受理)

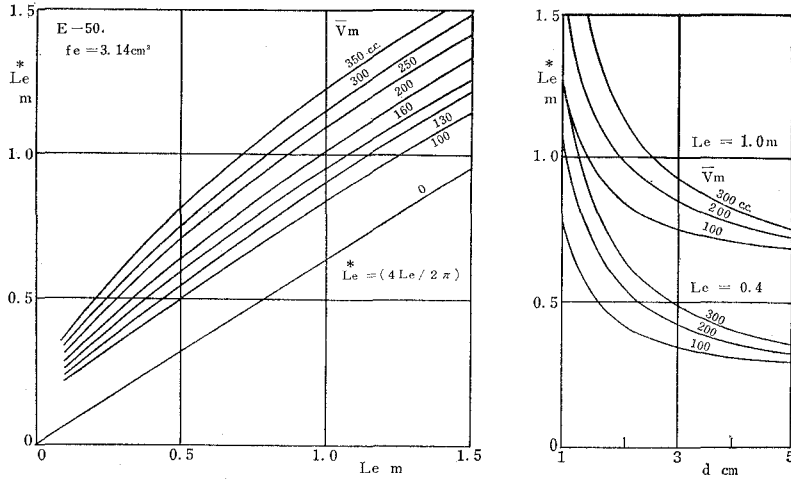


図-14 等価管長 (インピーダンス理論)

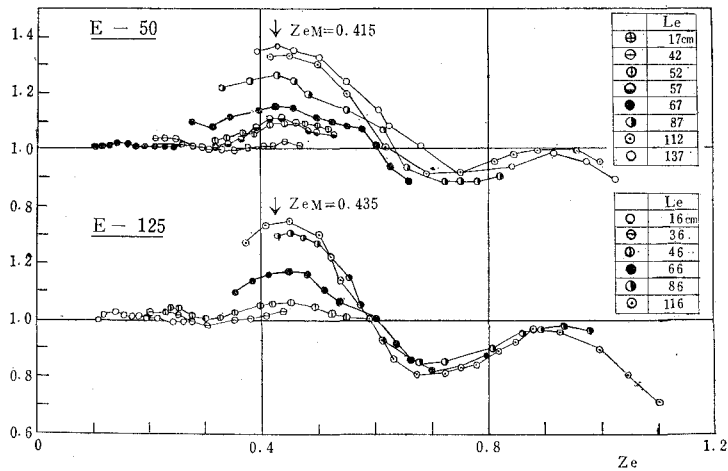


図-15 $K/K_o \sim Z_e$ 線図

文 献

- (1) 沢：未発表，機械学会誌 66, 528 (昭38—1) 参照
- (2) P. Morse: Appl. Phys. J. 9 (1938), 16
- (3) S. J. Dauies: Engg. 171 (1941), 238
- (4) 隈部：内燃機関学 P. 95
- (5) J. D. Stanitz; ASME Trans. 73 (1951), 319
- (6) 斎藤：機械学会論文集, 29—198 (昭38—2)
- (7) J. C. Iron: Philo. -Mag. J. of Scil., 9 (1930), 346
- (8) 前川：機械学会54回講習会 (昭29—4), 25

EDTAによる鉛の電位差滴定*

太刀川 哲平

Potentiometric Titration of Lead with EDTA

Tetsuhei Tachikawa

Abstract

The potentiometric titration of lead with EDTA and the reverse titration were carried out by use of three bimetallic electrode couples; platinum-tungsten, platinum-molybdenum, and platinum-silver-amalgam. The titration curves were constructed and the magnitudes of change in potential at the end point were determined for the three couples.

In case of titration of lead with EDTA, the shapes of titration curve for three couples represented an S-shaped curve and the change in potential at the end point increased suddenly. The magnitudes of the change in potential at the end point at pH 4 were greater than that at pH 10.

Platinum-tungsten couple was the best of the three couples in both M/10 and M/100 solutions. However, platinum-silver-amalgam couple gave no good indication of the end point in M/100 solution.

I 緒 論

一般にキレート滴定法における電気的終点決定法として電位差滴定法、電流滴定法、伝導度ならびに高周波滴定法などがある。そのうち、電位差滴定法については C. N. REILLEY & R. W. SCHMID¹⁾ は水銀電極が各種の金属イオン濃度の指示電極として用いられることを見出すとともに、さらに、理論的に考察している。同様に C. N. REILLEY²⁾らはアルカリ土金属、希土類、遷移ならびに重金属など29種類の金属の EDTA 滴定に使用しうることがわかった。S. SIGGIA, D. W. EICHLIN & R. C. RHEINHART³⁾ は白金-甘コウ電極、銀-甘コウ電極、水銀 on 白金-甘コウ電極を用い金属イオンによるキレート試薬 (EDTA および ATA) の電位差滴定ならびにその逆滴定を行ない、その滴定条件および使用電極系につき比較検討を加えている。L. M. BUDANOVA & O. P. PLATANOVA⁴⁾は白金-タングステンの組合わせを用いて、鉛、銅などをアンモニア溶液中において電位差法により定量可能なことを見出している。現在まで電位差法に使用できる電極系としては白金-甘コウ電極、水銀 on 白金-甘コウ電極、金アマルガム-甘コウ電極、銀アマルガム-甘コウ電極ならびに双金属極として水銀-水銀、白金-タングステンのおのおのの組合わせである。著者らはさきに、白金-タングステン、白金-ジルコニウム、

*本報を双金属電位差滴定法における電極についての第15報とする。

白金—銀，白金—銀アマルガム，白金—パラジウム，白金—金，白金—モリブデンおよび白金—ニッケルなどの組合わせを用い，蒼鉛，鉄（Ⅲ）の EDTA 滴定を行ない，滴定の可能性，滴定曲線および終点における電位変化($\Delta E/\Delta V$)の大きさについて比較検討した。ひきつづき，白金—タングステン，白金—モリブデンおよび白金—銀アマルガムの 3 組合わせを用いて鉛の EDTA 滴定ならびにその逆滴定を行ない，滴定曲線，終点における電位変化($\Delta E/\Delta V$)ならびに滴定条件を求め，知見をえたので報告する。

II 実 験

II.1 試薬

II.1.1 EDTA 溶液

0.1M EDTA 溶液は特級エチレンジアミンテトラ酢酸二ナトリウム（二水塩）37,225g を水にとかし，1 l とした。また，0.01M EDTA 溶液は 0.1M 溶液と同じ要領で調製した。

II.1.2 鉛試料溶液

0.1N 硝酸鉛溶液は特級硝酸鉛 16.5 g を水にとかし，500ml とした。0.01N 溶液も 0.1N 溶液の場合と同じ要領で調製した。

II.1.3 緩衝溶液

酢酸—酢酸ナトリウム緩衝溶液は 0.1M 酢酸と 0.1M 酢酸ナトリウム溶液を 1:1 の割合でまぜて作った。pH は 4.85~5.10 であった。また，アンモニア—塩化アンモニウム緩衝溶液は 1M アンモニア水と 1M 塩化アンモニウム溶液とを 1:1 の割合で混合した。pH は 9.75~10.35 であった。

II.1.4 1M ロッシェル塩

ロッシェル塩（和光純薬）282.23 g を水にとかし，1 l とした。

II.2 装置

II.2.1 堀場 pH メーター

II.2.2 島津 K-2 型精密級電位差計

II.3 電極

実験に使用した電極の寸法はつぎのとおりである。（ただし，直径×長さ）

白金：1×20mm，タングステン：0.5×20mm，モリブテン：11×17mm，銀アマルガム：1×10mm，なお，銀アマルガム極はあらかじめ前処理をした銀極を単に純水銀にしたし，蒸留水で洗ってから使用した。銀アマルガム極以外の電極は滴定ごとにエメリー研磨紙 0/5~0/6 でみがき，ベンゼンで洗い，口紙でふきとった。

II.4 電位差測定要領

酢酸—酢酸ナトリウム緩衝溶液の使用の場合は鉛試料溶液あるいは EDTA 溶液（逆滴定）5 ml を 200ml ビーカーにとり、これに緩衝溶液 45ml を加え、全量を 50ml とした。（pH 4.9 5~5.10）。

一方、アンモニア—塩化アンモニウム緩衝溶液の使用の場合は鉛あるいは EDTA 溶液 5 ml を 200ml ビーカーにとり、これに 1 M ロッシェル塩 2~10ml を加え、さらに緩衝溶液を 45ml 加えた。（pH 9.75~10.35）。

以上のように調製した試料溶液にあらかじめ処理をした電極系をいれ、電位の安定をまち、最初は 1 ml きざみに、終点近傍においては 0.02ml ごとに電位を測定した。ただし、アンモニア—塩化アンモニウム緩衝溶液により調製した試料溶液の場合、35~45°C に加温し、測定に供した。滴定中は磁気かきませ機で一定速度でかきませた。1 回の滴定所要時間は 20~30 分であった。

III 実験結果および考察

III. 1 滴定曲線

滴定は II. 4 の項で述べたように調製した試料溶液すなわち、0.1N および 0.01N 鉛溶液を 0.1M および 0.01M EDTA 溶液でそれぞれ行なった。また、逆滴定の場合も同じ要領で行なった。3 組合わせの滴定開始あるいは滴定中の電位は滴定のつど一定の値を示さず、数 mV から数十 mV 位の範囲の差があった。しかし、終点はよく一致し、また、前述の電位の違いに応じ滴定曲線の再現性があった。電位が正を示す場合、おのおのの組合わせの白金極が電位差計に対して+（プラス側）に接続され、負の場合はその極性が逆になったことを示している。

第 1 図、第 2 図および第 3 図は酢酸—酢酸ナトリウムおよびアンモニア—塩化アンモニウム両緩衝溶液において、0.1N 鉛溶液の 0.1M EDTA 溶液による滴定の際の白金—タングステン、白金—モリブデンおよび白金—銀アマルガムのおのおのの組合わせの滴定曲線である。

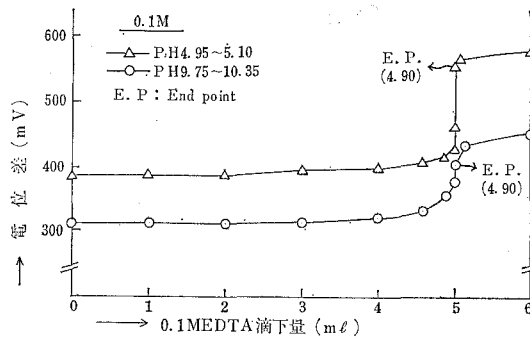


図-1 Pt—W滴定曲線

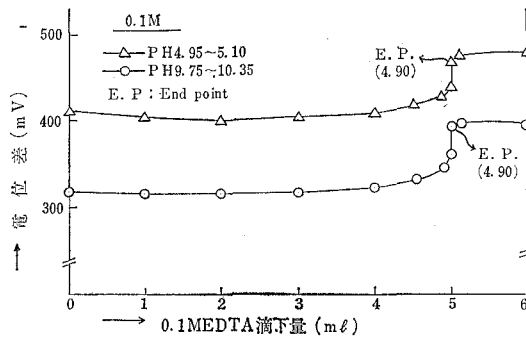


図-2 Pt—Mo滴定曲線

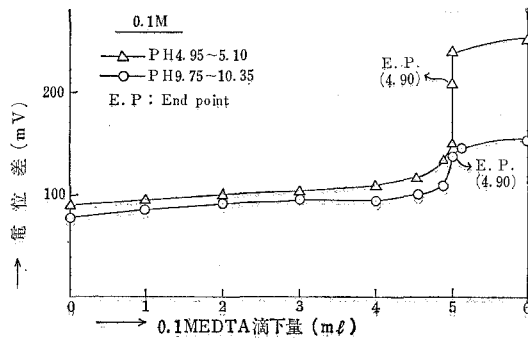


図-3 Pt—Ag—Amalgam滴定曲線

第1図、第2図および第3図の示すように、3組合わせはいずれもS字形の滴定曲線を示した。また、酢酸-酢酸ナトリウム緩衝溶液における電位とアンモニア-塩化アンモニウム緩衝溶液のそれと比較すると、3組合わせいずれも前者の方が高い電位を示した。この逆滴定および0.01N鉛溶液の0.01M EDTA溶液による両緩衝溶液における滴定ならびに逆滴定の際の3組合わせの曲線の形は電位の差はあるが、ほとんどS字形および逆S字形(逆滴定)を示した。(図は省略)

III.2 終点における電位変化の大きさ

両緩衝溶液において、鉛溶液をEDTA溶液で滴定した際、終点において、白金-タングステン、白金-モリブデンおよび白金-銀アマルガムの3組合わせはいずれも電位上昇を示した。一方、逆滴定においては急激に電位降下を示した。つぎにその大きさ($\Delta E/\Delta V$)を示すと第1表のとおりである。

第1表 終点における電位変化の大きさ ($\Delta E/\Delta V: mV, \Delta V: ml$)

濃度	緩衝溶液の種類	白金-タングステン		白金-モリブデン		白金-銀アマルガム	
		酢酸-酢酸アンモニウム (4.95~5.10)	アンモニア-塩化アンモニウム (9.75~10.35)	酢酸-酢酸アンモニウム (4.95~5.10)	アンモニア-塩化アンモニウム (9.75~10.35)	酢酸-酢酸アンモニウム (4.95~5.10)	アンモニア-塩化アンモニウム (9.75~10.35)
0.1M	正滴定	50~80	20~30	20~30	20~30	50~80	20~30
	逆滴定	20~30	10~20	10~20	10~20	10~20	<10
0.01M	正滴定	20~30	<10	10~20	<10	明確ならず	明確ならず
	逆滴定	10~20	<10	<10	<10	明確ならず	明確ならず

第1表より分るように、EDTA溶液による鉛溶液の滴定すなわち、正滴定とその逆滴定と比較すると、3組合わせにおいて前者の終点における電位変化の大きさは後者の大きさより大きかった。また、酢酸-酢酸ナトリウム緩衝溶液とアンモニア-塩化アンモニウム緩衝溶液の $\Delta E/\Delta V$ の大きさを同様比較すると、前者すなわち、酸性側の方が大きい。換言すれば、正逆両滴定を行なう場合いずれも酸性側がよいと云うことができる。

さらに、3組合わせによりえられた0.1M溶液の終点における電位変化の大きさと0.01M溶液のそれと比較すると前者の場合の方が大きい値を示した。とくに、白金-タングステンおよび白金-銀アマルガムが明瞭な電位変化を示した。しかし、0.01M溶液の場合、白金-タングステンおよび白金-モリブデンの組合わせが20~30mV程度の大きさを示したが、0.1M溶液の場合明瞭な終点を示した白金-銀アマルガムの組合わせは正逆いずれの滴定においても明確な電位変化を示さなかった。

アンモニア-塩化アンモニウム緩衝溶液の場合、水酸化鉛の沈殿の生成を防ぐため、補助キレート剤としてロッシェル塩を加え滴定を行なったところ、その添加量が増加すると、終点に

おける電位変化の大きさは小さくなる傾向を示した。従って、滴定に必要量以上に過剰に加えない方が望しい。

IV 結 言

実験結果を要約するとつぎのとおりである。

(1) 鉛溶液の EDTA 溶液による滴定の曲線の形は 3 組合わせいずれも S 字形を示し、終点において電位上昇を示した。一方逆滴定の場合は正滴定の場合の逆の傾向を示した。

(2) 終点における電位変化の大きさは酢酸-酢酸アンモニウム緩衝溶液の方がアンモニア-塩化アンモニウム緩衝溶液の場合より大きかった。すなわち、酸性側において滴定を行なう方がよい。また、正逆両滴定のその大きさを比較すると、正滴定の方が逆滴定より大きい。

(3) 3 組合わせのうち、白金-タングステンが一番よく、白金-銀アマルガムおよび白金-モリブデンの 2 組合わせがこれらについてよかった。ただし、白金-銀アマルガムの組合わせは 0.01M 溶液の滴定の場合、明瞭な終点における電位変化を示さなかった。

(4) 補助キレート剤のロッシェル塩の添加量は所要量以上に加えない方が望しい。すなわち、その添加量増加とともに終点における電位変化は小さくなる傾向を示した。

(5) 3 組合わせを用いた電位差法により鉛 16~160 mg/ml を定量することができる。さらに、鉛溶液で EDTA 溶液を滴定することができる。終りに本研究は文部省科学研究費の一部によって行なったものであることを付記し、深く感謝の意を表する。

(昭和37年4月 日本化学会第15年会講演)

(昭和38年4月30日受理)

文 献

- 1) REILLEY, C. N. and SCHMID, R. W.: *Anal. Chem.*, **30**, 947 (1958).
- 2) REILLY, C. N., SCHMID, R. W., and LAMSON, D. W.: *Anal. Chem.* **30**, 953 (1958).
- 3) SIGGIA, S., EICHLIN, D. W., and RHEINHART, R. C.: *Anal. Chem.*, **27**, 1745 (1955).
- 4) BUDANOVA, L. M. and PLATANOVA, O. P.: *Zavodskaya Lab.*, **21**, 1294(1955); *C. A.*, **50**, 7003(1956)

法 と 道 徳

——その関連性について——

石 山 敬 雄

Recht und Moral
-über deren Verhältnisse-

Yukio Ishiyama

Abstrakt

Es gibt zwei Arten von Gesetzen, Gesetze der Natur und die des Rechts. Die Gesetze der Natur sind schlechthin, und gelten so, wie sie sind, aber die Rechtsgesetze sind Gesetztes, von Menschen Herkommendes: die Freiheit macht Substanz und Bestimmung des Rechts aus. Darin liegt der Ausgangspunkt dieses Studiums. Der Verfasser drückt hier drei folgende Aufgaben aus. a) Dass der Boden des Rechts überhaupt das Geistige ist, also Recht und Moral dieselbe Wurzel haben müssen. b) Geschieht die Willensbestimmung zwar gemäss dem moralischen Gesetze, aber nur mittelst eines Gefühls, mithin nicht um des Gesetzes willen, so wird die Handlung zwar Legalität, aber nicht Moralität enthalten. Also muss man über den Unterschied zwischen Legalität und Moralität forschen. c) Die Strafe ist die Versöhnung des durch Aufheben des Verbrechens sich selbst wiederherstellenden und damit als gültig verwirklichenden Gesetzes, aber in jedem Fall soll sie durch die Moral bestimmt sein.

(一) 課 題 の 設 定

人間は社会的動物である。従って社会生活に秩序を与え、その安定をはかるためにはルールが存在しなければならない。社会生活を規制するルールは、通常規範と呼ばれ、風俗・習慣・^(註1)伝統・法律・道徳・宗教等がこれに属する。これらの中で宗教や習俗等の規範が、今尚強い力で人々の行動を方向づけ、支配している事実は否定し得ない。しかし合理的精神が時代の精神となり、個人の自覚的判断が尊重されるに至った近代社会では、法と道徳が重要な意義を賦与されて、人々の意識にのぼって来るのは当然である。

その法と道徳も未分化の状態を脱し、厳しい峻別の上に立っている。法と道徳が内容的にも機能的にも区別されていることは、人の社会的行為を評価するにあたって、法的評価と道徳的評価に分ち、異った結論を導きだしても矛盾に苦しむことがない。すなわちその行為は道徳的に非難されても法的には正当である、と恰かも法と道徳とは互いに侵してはならない固有の領

域をもっているように考えられている。「約束を守れ」というのは道徳であるが、契約不履行の責任を強制的に追及するのは法律である。また「他人の生命財産を尊重せよ」というのは道徳であるが、人を殺し他人の財物を窃取した行為に対して刑罰を科するのは法律の任務である。しかしこうした例を吟味する時、区別の背後に法と道徳との間に密接な関連性があることに気付く。すなわち法律は道徳的社会規範の効力を、召喚・勾引・拘留或いは押収・搜索・刑罰等々の法的強制手段によって保障する働きをもっている。従って法と道徳の相違といっても、それは決して両者の実質的な規範、意味内容が常に異るとか、至るところ義務の衝突に遭遇するとかいう意味ではない。若しそうだとするならば、社会の秩序は崩壊に瀕するであろう。だから法は「倫理の最小限」というような単純な関係ではないとしても、規範内容の点からいうと、極めて多くの相合致した部分をもつ二円の関係にある。そのはみ出した部分も、単なる相違であって必ずしも対立するものではない。唯、その規範の発動様式が異なり、法は国家権力を背景にした強制規範であって、外的強制力をもっているが、道徳は当為であって強制ではない。道徳は人間の内面性、理性と良心にもとづく規範であって、これに反する時は内心の法廷で裁かれる性質のものである。

かように法と道徳がそれぞれの基準を、国家と個人の良心にもつことから、法の命令禁止が比較的精細に類型化されるのに比して、道徳規範は一般に概括的で、行為者の自由裁量により、状況に応じて異って個別化される広い余地をもつ、という差異が生じてくる。従って法が外面的形式的であり、客観的他律的拘束性をもつものに対して、道徳は内面的自律性と主体的自由の自覚を、不可欠な成立契機とすること。法が手段方法結果のみを問うものに対して、道徳は動機意図・目的を考慮すること。或いは法が主として時間構造における現在という時点に立って事実近接するものに対して、道徳の重点は主としてその課題性にある。すなわち未来的実践にかかわり、事実からかけ離れても尚尊厳性を保ち得ること、更に法は正義の実現を、道徳は善の実現をめざす、と両者の相違を明らかにしようとする見解が強いが、大切なことは両者の区別ではなくして、むしろ関連性である。

而してこの関連性の探究は、法の解釈適用においてまた法の一般理論の考察において、法の理念論や倫理的社会的政治的、その他法以外の要素の考慮を排除し、ひたすら国家の制定または採択した法規を基礎とする、法律実証主義のもとでは峻阻な相を呈する。しかし法的義務の履行が、道徳的誠実さをもってなされなければならないことが、一般の意識において要求されていること、或いは法律は道徳的墮落に道を開き、道徳的墮落は必然的に法律を導く、という俗見は両者の内的不可分離性と相互の関連性を示唆している。

そこで先ず法と道徳は異った名で呼ばれてはいるが、存在の根拠を同じくするものでなければならないことをたずねる。若し両者がそれぞれ異った根をもつとするならば、関連性を問う

ためには、両者を媒介するものを設定しなければならない。そうなるとそのものと前二者のいずれかを媒介するものが更に求められなければならない。かくしく徒勞に終る無限溯源をたどることとなる。

法と道徳が根源を同じくするものであるならば、相互関係は自から導き出される。その場合に同一次元に立って対等に主張するものであるか、一者の他者に対する優位におけるものであるかが、すなわち法と道徳の存在の秩序が重要である。

さて道徳のなし得ざることを強制執行させるのが、法律であることには先に触れたが、法律の命ずることはまた道徳的でなければならない。何故なら法律が拘束力を持ち、その実現を強要し得るのは、内容が實質上社会において承認されている道徳的規範に一致するからである。それ故道徳が法律に対して、規制力を及ぼさなければならないことも理の当然である。しかし問題は決してなまやさしいものではない。個人の良心の固い道徳的確信が、法律と堪え難いまでに対立する時、彼は如何に行動すべきか、その場合彼には殉教者的精神をもって法律に抗し、法律を無視する道徳的権利があるか。法律が非法に転化している際には何の困難もないが、法律が尚社会の優勢な道徳意識の支持を受け、正当に法たるの妥当性を主張し得る場合にも、彼には抵抗の道徳的権利があるか。また逆に倫理的に固く禁じられていることを、法律が命じたり、倫理的に強く要求されていることを、法律が禁じたりすることも少なくないのである。そこでこの良心と法律の葛藤の問題を適法性と道徳性という形で取上げようと思う。

次に不法行為に対して法律は刑罰をもって臨むが、刑罰とは何であるかが問いなおされなければならない。犯罪は法の侵害であり否定であるから、侵害された法は回復されなければならない。その回復のために犯罪の否定として、すなわち否定の否定としてあらわれるのが刑罰である。一般的にも犯罪者には彼が犯した通りが科せられるべきである、と考えられている。この立場に立つのが応報刑であり、法理論としては正当であろうが、法とは何であるか、その存在する意義は、と法に精神に立ちかえって考察されるならば、応報刑には疑義がある。ここにおいても道徳の立場が、刑罰論の根底におかれなければならない、刑罰の倫理化が課題となる。かくしてこの論究の課題は、(1)法と道徳の存在根拠と秩序 (2)適法性と道徳性の問題 (3)刑罰の倫理化の三つである。

(二) 課題の解明

(1) 法と道徳の根源について

法則には二つある。^(註2)自然の法則と法の法則がそれである。前者は端的にありそのあるがままに妥当する。「一切がそれに従って生起するところの法則」である。^(註3)後者は「一切がそれに従って当然生起すべきところの法則」である。^(註4)従って生起すべきところのものが、生起しないこと

もあり得る。自然の法則の基準は我々の外にある。我々の認識はこれに何ものをも付加することも、また減ずることも出来ない。唯それが現に存する通りに学び知るだけである。たといガリレイが彼の地動説を裁く、異端審問の権力の前で、彼の主張を取消したとしても、天体運行の法則をその真理性において、いささかも変えるものではない。

ところが法の法則の場合は事情を異にする。「法の地盤は一般に精神的なもの」であり、「従って自由は法の実体と規定とをなす」^(註6)「定在一般が自由な意志の定在であるということ、このことが法である。従って法とは一般に理念としての自由である」^(註7)すなわち法の法則は定立されたもの、人間の自由なる意志に由来するものである。従って法の法則は絶対的なものではない。法の諸法則間の矛盾が指摘され、それらをめぐって内心の声が衝突したり、あるいは合致したりするのはそのためである。それ故法の法則は常に理性の法廷へ引出され、その合理性が追及されなければならない。人間は理性的存在者として、単に定在するものに満足することなく、その根源と合理性を絶えずたずね、何が正しいかの客観的規準を求めてやまない。

かように法の法則は精神を地盤としているが故に、法則一般が存在するというだけで、妥当する自然法則とは異なり、精神がそれに則ることを要求するが故に、妥当するのである。従って人が法の法則の權威を認め、その威力に屈するといっても、それは自然の法則に従うのとは自から異なる。法の法則は自己意識という精神的地盤のうちに、自己を現実化した理性であるから、それは万人がそこを歩むべき理性的なものであり、精神が自から第二の自然として産出した倫理的世界、自由の世界である。人間のみが思惟するものであり、意志するものである。意志の根本規定は自由にある故、人間は自由の主体である。「思惟によって自己を本質として把握し、これによってまさに自己を偶然的なもの、及び真ならざるものから脱せしめるこの自己意識こそ、法・道徳及び一切の倫理の原理を形成する」^(註8)のである。一般には思惟を理論的態度意志を実践的態度として区別しているが、思惟することと意志することとは、別々の二つの能力ではなく、我々は考えることによってまさに活動的なのである。意志は思惟の一種特殊な仕方、すなわち自己を定在へと移すものとしての思惟である。かかる思惟においてはじめて私は、私たることを体得するのである。行為の主体である人間は、自己自身を規定して、一つ内容を自己によって自らのうちに定立し、自ら立てた法規に従って行動する。その中には自己をすべてのものから解放し、すべての目的を棄て、すべてのものを捨象し得るということも含まれている。人間は四肢があるいは生命をも、意志する限りにおいてのみ持つ。動物は自己を自から不具ならしめたり、死なしめたりは出来ないが、人間にはそれが可能である。動物は直観することが出来ても、それは外界の直観であって、自己自身を対象とすることはない。勿論人間も直接的概念として、自然的存在をもっている。しかしそれは一面では存在それ自身としてであり、他面では人が外界に対するように自己自身に対しても、関係を持つが如き存在とし

てである。

つまり人間は自然的存在の中にありながら、自由なものとして生きるものであり、自由な精神が直接的自然的存在を止揚して、自らに自由な存在としての実存を与えるのである。

かように自由な意志は抽象的段階に止まらないためには、自己自身に定在を与えなければならぬ。しかもその際自由な意志は、自己の特殊的意志を制限して、それが一般的法則に従って、何人の意志とも共存し得る如くにならなければならない。

而して「自由の理念」はまず形式的抽象的な形で自からをあらわにする。これが法律である。次に実質性具体性をふまえつつ、より普遍的な形で現実化する。これが道徳である。それ故法と道徳の間には原理的な差別はなく、自由概念の発展過程が区別の相を呈するに過ぎなく、法は高次の道徳の領域へと推移して行くのである。特殊個別的なるものが自からを止揚して、一般的普遍性へと高まりゆく契機が法から道徳への移行を可能ならしめる。

自由な理念の定在ということは、社会の公共善の主体的実現が、人間の自由の内面的な目的を形成しているということである。換言すれば共同の生が先ず前提され、その共同体の善の実現を究極目的とする自由が、顕在化して法となり道徳となるのである。それ故に法と道徳が共同の生のゆるぎない維持者である限り、聖なるものとされ高い価値体系をもつ絶対的概念となる。

法も道徳も共に自由の法則であるから、自然の法則から区別されて道徳的と呼ばれるのであるが、固有の規定の下における自由の具現であるから、それぞれ特質を有し機能を異にする。すなわち「自由の法則が単なる外的行為と、その合法則性にのみかかわる限り法律的と呼ばれるが、法則自身が行為の規定根拠となるべきである、と要求する時は倫理的である」^(註10)ここから法律の外面的形式性、道徳の内面的実質性がひきだされ、従って前者が結果のみを問うのに対して、後者は動機を重要なる契機とするのである。

法律の外面的形式主義は、法律が抽象的であるという、まさにその理由によるもので、法律の任務は人格及びそこから生ずるものを毀損しない、という消極的なものに制限される。それ故法律は必然的に禁止と、外的強制手段を要求する。法律の条文に禁止の文句が多いのはそのためである。法律の命令の積極的形式も、その究極の内容よりみると禁止を根底としている。従って法律が許容しているもろもろの事柄は、また法律の禁止しているところのものでもある。

法律は自由の理念の定在であるが、直接的にかかわるところのものは、正義であり、正義の実現こそ法律の目的である。「正とは法的ということ、均等ということを含み、不正とは違法と^(註11)いうことと、不均等ということを含む」のであって、法律は正義の守護者であり、均等の守護者である。人は本来的に均等であり平等でなければならないからである。

しかし正義が各人の所有は平等であるべきだ、と主張するのは誤りで、正義は唯各人は所有を有すべし、とのみ要求すべきものである。私が如何に多く所持するかの問題は、別の領域に属することで、法律はどこまでも特殊性に対しては無関係でいなければならない。かように法律にあっては、私の信条とか私の意図が何であったかは問題でなく、一般者として特殊なるものに対して目をおうて、個々人に対し何を為し何を為さざるべきかを命ずるだけである。例えば「善き人が悪しき人から詐取しても、悪しき人が善き人から詐取しても、また姦淫をば善き人が犯しても、悪しき人が犯しても全然異るところがない。却って法の顧慮するところは、ただその害悪の差等のみであり、誰が不正を働き誰が働かれるのであっても、また誰が害悪を
(註12)
与え誰が与えられたのであっても、法は彼らを均等な人々として取扱っている」のである。

ところが道徳の領域では、前者において見失われた特殊性一意志の自己規定・動機・企図一が取上げられて来る。それは道徳が自己内反省的で、善の実現を究極の目的としているからである。善の実現は人間にとっての最高の目的であり、この理念に従って自己を規制しなければならないが、善の定在は私の決心である。自由のこのように自覚された無限の主観性が一主観性といってもそれは常に客観的普遍性を指向するものであるが一道徳の立場の原理を構成するのであるから、決断に対しては如何なる強制もあり得なく、国法といえども心術には立入ることが出来ない。道徳的なものにおいて私は独立自存しており、ここでは暴力さえ何らの意味を有しないのである。

而して「あらゆる技術あらゆる研究、同じくまたあらゆる行為や選択は、何らかの善を希求していると考えられる」
(註13)
のであって、法も法律的行為も法的効力も、すべて人間にとっての善を究極の目的としている。すなわち法律は万人共通の功益を目標として、もろもろのことを規制しているのであって、それには国家共同体それ自身にとっての幸福も、その幸福の構成部分を創出し守護すべきことも含まれている。既に考察したように、法律はその存在の深い根源において、道徳と根を同じくするばかりでなく、成定法は普遍的道徳原理の宣明でありその顕現である。法は倫理化されなければならないだけでなく、法的拘束力の基礎は、それが道徳的であるということにある。

しかしそれは法と道徳を渾然融合させてしまうことを、意味するものではない。法は法として純粋な形でとりだされ、磨きすまされなければならないことはいうまでもなく、更に「事実問題」と「権利問題」を分離する法律固有の考え方は、いよいよ精緻にされなければならない。唯注目されなければならないのは、法の深い根底には道徳が横たわっているということである。従って悪法といえども、適法な手続を経て成立した以上は、法としての権威と拘束力を持たなければならない故、法なきにまさり、それは道徳の審判によって改正されていかなければならない。道徳性を欠如した法律は、法律としての形式を備えていても、法の理念を隔たること甚

だしく、厳密な意味において法律とはいいい難いのである。

(2) 道徳性と適法性について

法と道徳両規範の差異を、規律の対象の内外に求める理論は、カントでは合法性と道徳性の理論となって展開する。すなわち法は行為の動機を問わず、行為の外面的合法性でたりる。道徳は動機そのものの純粹性、義務を義務の故に尊重する心情を要求することによって、法と道徳の峻別意識は決定的なものとなった。これは道徳の生命を理性の自律と、意志の自由を求める主観主義倫理観によるのである。

「行為のあらゆる道徳的価値の本質をなすものは、道徳的法則が直接に意志を規定する、ということにある」^(註14)さまざま不利益が伴うとも、それが道徳律の命ずるところであるが故に、換言すればもっぱら行為が義務から、法則に対する尊敬から法則のために起るところに、一切の道徳性すなわち道徳的価値がある。従って「正直は最良の政策」という利害の打算から正直であったり、或いは単なる気の弱さから他人に対して同情的であるのは、道徳性を欠如した行為である。かかる行為は形式上道徳法則に一致しているが、その際の意志の規定根拠は、傾向性や快楽や自愛であって、それらの行為の中に法則の文字は見出されても、法則の精神は見出されないからである。且つ法則との一致も極めて偶然にして、不確実なものに過ぎなく、非道徳的根拠は時には合法的な行為を生ずるが、多くの場合違法行為を生ずる。だから「道徳的に善なるべき所のものにおいては、それが道徳的法則に適合する、というだけでは十分でなく、更にその法則の為に生じもしなければならない」^(註15)のである。これによって道徳的行為と合法的行為の相違は明らかであり、従って法律に違反しないことをもって満足するならば、正しくはあっても善き人とはいいい難いのである。

しかしこれは道徳的立場からの評価であって、すべての行為がこの立場から価値判断されることが望ましいが、事情は必ずしもそうではない。道徳と法律は共に自由の理念のあらわれで、原理的には衝突し得ないのであるが、ともすると同一次元に立って自己主張をして譲らないことがある。絶対的平和主義と国法の命ずる兵役義務との衝突、相容れない人類愛と愛国心の両極に引き裂かれる場合に、どう態度をとるべきであるか。道徳が固く禁ずることを法が命じたり、倫理的に要求されることを法が禁じたり、法秩序と道徳秩序の不調和に苦しまなければならない。

こうした場合法律はその適用を受ける個々人によって、その正当性が承認される場合においてのみ、法として有効であるとして抵抗することもある。また悪法であっても正当な手続きを経て成立した以上は、法としての権威と拘束力を持つべきである、とする主張もある。この際苛酷な制裁や弾圧の危険を冒しても、自己の信念によりまた良心の命ずるままに行為することの是非が問われるが、問題はそこにいるところの信念・良心が、真の意味におけるそれで

あるかということである。すなわち心術が道徳性に貫かれており、その行為が道徳の普遍的原理に基づくものである時、そして信念が自己の人格の最内奥から発するものであって、単なる熱狂的妄想でない時においてのみ、法律に対する良心の抵抗は道徳的権利として是認される。

しかしそのことによって、彼らに対する法の拘束力が消滅してしまうわけではない。法は良心の抵抗者に対しても、法としての効力をもっており、制裁し得るのである。だがかような法律もひとたび自由の理念の秩序ある発展段階を想起するならば、その非を悟って自から退くことであろう。

さて心術と外的行動のもたらす結果は、動機論と結果論の問題をひきおこす。行為において動機を問うことは、人々の心情に触れ心術に着目しようとすることであるが、その際行為の客観的側面との分裂が起きる。また結果にのみ着目する時は、行為の主観的側面が捨象されてしまう。「道徳法則に対する尊敬は、唯一にして同時に疑いなき道徳的動機である」^(註16)「この世においてもまたこの世の外においても、無制約的に善と呼ぶべきは、善なる意志のほかにはあり得ない」^(註17)は徹底した動機主義を端的に示している。

道徳的行為はその動機によって善とされるのであって、結果によってではない。善なる行為とは唯それが善なる心術から出た行為であり、道徳法則に対する尊敬、純粋な義務意識からの行為のみである。これは一面主観主義に見えるが、経験的個人的主観ではなく、普遍妥当な道徳法則に従う、個人をこえる道徳的意識に他ならない。

道徳は必ず心術を問い、法律はただ行為をのみ問題とする。法律の世界は外面的強制の世界であるが、道徳の世界は別である。しかし行為は強いられ得るが、心術は強いられ得ないとし、心術を伴わずして結果のみが道徳法則に適う行為を、全然無価値なる行為として斥けてしまうのも妥当ではない。それは「行為において結果を蔑視する原則、及び行為を結果から評価し、正と善との規準を結果にありとする他の原則は、共に等しく抽象的悟性に属する」^(註18)からである。

道徳が内部的状態の如何に決定的な関心を抱き、法律が人間の外部の状態の如何に主たる関心を注ぐことは、これまで考察して来た通りであるが、しかし法律も内心の状態をも評価の対象としてとりあげ、善意・悪意・故意・過失・行為の目的等を、法的効果の差別に結びつけていることを見落してはならない。

動機のみを重視すれば主観的一面的となり、結果だけを問えば美しい魂は見損なわれる。それ故両者を行為評価の二契機として、この両面から行為を考察することこそ公正な態度というべきである。

(3) 刑罰と道徳について

「聖クリスピヌスが貧者のために、靴を作る革を盗んだ時、その行為は道徳的ではあるが、

不法であり従って不当である」それ故窃盗罪に問われ、処罰されなければならないであろうか。又一片のパンを盗むことによって、生命を永らえ得る時も亦、苛責ない法の裁きを受けなければならないであろうか。これらの行為はいずれも自由意志によるものである。従って「具体的な意味における自由の具現、すなわち法としての法を侵害するものであるから、これは犯罪である」^(註20)。法律の侵害は特殊的意志による普遍的意志、すなわち一般者の善の否定であり、正義の否定である。否定された正義は回復されなければならない、そのためには犯罪が止揚されなければならない。その否定の否定として登場して来るのが刑罰である。

刑罰においては復讐による、単なる主観的偶然的契機は廃棄されて、侵害された普遍者が被害者に代ってあらわれ、犯罪の追及と懲膺を引受けるのである。「刑罰は単に否定の否定にすぎない」^(註21)のであって、法はこの廃棄によって自己自身を回復し、法の権威と妥当性を顯示するのである。

又「犯罪とはその力を自己自身にまで及ぼす独自の行為」^(註22)すなわち自らを裁く犯罪者自身の行為であり、「一つの定在する意志としての、この犯罪者の特殊意志を侵害することは、若しこの侵害がなかったら、ほしのままに横行するでもあろう犯罪を止揚することであり、法を回復することである」^(註23)刑罰において大事なことは、犯罪が害悪をもたらすものとして、廃棄されるのではなく、法としての法を侵害するものとして、廃棄されるのであるということと、犯罪が有し且つ廃棄されるべき実存とは、如何なる実存であるかということである。

この侵害された法の自己回復を刑罰の本質とする立場は、不法と正義のみを関心事とするもので、道徳的視点及び社会的背景心理的観点からの諸考察は、一切のぞかれる。従って刑罰は正義が犯罪によって受けた侵害を、回復する反作用として、その軽重は正義に対して加えられた侵害の程度に応じて、定められなければならない。いわゆる応報刑が正当な刑罰論とされ、刑罰に関する他の種々の学説、保護説・防止説・威嚇説・脅迫説・匡正説等は、第二義的意義しか持たないものとされる。

それらの諸説においては、犯罪の実体的観点をなす、正義の客観的側面の考察が無視されて、犯罪の害悪とか社会の福祉・公共の安寧等が主眼におかれているからである。応報刑の立場においては、先の二つの盗みの行為は、道徳的視点からその動機を問われることもなく、又理性に対する感性的役割も考慮されることもなく、機械論的に犯罪者には彼が犯した通りが刑罰として科される。「為せるところを為さるこそ、直なる審きというべきであろう」^(註24)眼には眼をの同等性こそ、刑罰としてあらわれる自己の否定を、自己自身のうちに含んでいる犯罪と刑罰との必然的な連関である。

ところがこの刑罰の報復観には、克服しがたい困難がひそんでいる。眼には眼を歯には歯をと主張しても、犯罪者が片眼であったり歯無しであったりすることもある。しかしこの不合理

は刑罰の概念にあるのではなく、犯罪と刑罰との種的同等性を考えるところにある。報復において大事なことは、種的同等性ではなく、犯罪という直接的行為から内的同等性としての価値を引出すことである。行為の外面的種的性質を捨象し、如何なる刑罰に値するかという内的価値を考慮し、犯罪がもつこの価値との質的同等性へ、刑罰を近づけることである。犯罪とその否定としての刑罰は、潜在的に連関して居り、侵害の普遍的性質である価値に従って、刑罰が比較考量されなければならない。これを怠る時は刑罰の中に、害悪と不法行為との恣意的結果を導き入れることになる。

先に報復において種的同等性は問われないと述べたが、殺人にあっては事情は異なり、それには当然死刑が該当する。何故なら「生命は定在の全範囲であるから、生命の代りを与えない価値によっては刑罰は成立し得ず、ただ殺人者の生命を再び奪うことによるのみ、成立し得るからである」^(註25)

報復説が極めて齊合的であるのは、法・不法・刑罰の概念をその内的必然性にもとずいて、展開するからであるが、或る種の抽象にとどまっている。法とは自由な意志の定在であり、人間に由来するものであった。それは人間の生存のために措置されたものである。であるならば生命の危険に瀕している人間には、自己を護る権利が許されなければならない。一片のパンを盗むことによって、生命を永らえ得るとするならば、それによって成程一個の人間の所有は、毀損されはするが、この行為をもって普通の窃盗とみなすのは苛酷であろう。若しこのことが許されないとするならば、彼は法に属せざる者と規定されることとなる。何故ならば彼の生命が否定される以上、法の保護の下にはなく、彼の自由は奪われることになるからである。その場合においても彼は、法律によって裁かれるのであるから、依然として法の下にあるというのは、抽象的悟性の詭弁である。「生命は種々の目的の総括」^(註26)であって、法理を越えて尊厳なものである。「善とは実現された自由を意味し、世界の絶対的究極目的である」^(註27)から、法律は正義を実現することによって、善へ近づいて行かなければならない。

刑罰が「客観的關係においては、犯罪の止揚を通じて自己自身を挽回し、以て妥当するものとして実現される法律の宥和であり、犯罪者の主観的關係においては、彼によって覚知され、彼のために且つ彼を保護するために、妥当する彼の法律の宥和である」^(註28)から、刑罰が犯人について執行されるとき、彼は正義が自己自身において回復するのを見出すであろう。社会が安定しているならば、犯罪はただ社会に対する個別性・不定なもの・孤立せるものに過ぎなく、刑罰も自ら軽微なものとなる。社会がそれ自身安固なものでなければ、刑罰をもって鑑戒としなければならないこともあろう。

その時代の精神、時代の危機がさまざまな事情をもたらし、戦時においては平時に無害な事件も、有害と考えられる場合も少くない。かように刑罰はおかれた時代の歴史的社会的諸条件

とも、分ち難く結びついている。且つ犯罪それ自身も種々の事情に応じて相等程度犯罪たることを、否認され得る仮象的存在でもある。それなるが故に層一層道徳の立場からの考察と配慮が必要である。究極の理想は法の不要化・死滅であり、法は自らの死滅を準備するために、先ず存在しなければならないのである。

(三) 結 び

法と道徳は法の法則・自由の法則が自らをあらわしたものである。前者は外的立法の全体で外面的秩序を、後者は内的立法で内的秩序を構成する。法と道徳はあいよって、個々人の自由意志と他人の自由意志とが、普遍的法則に従って調和し得るように作用する。人が若し道徳法則を貫徹せんがためにのみ、自由を行使するならば、そこには何らの衝突もあり得ない。

しかし人間の根源悪の故に、自由は放縦に墮する。個々人の放縦は普遍的な自由の法則によって限局せられ、恣意と恣意の対立が取除かれなければならない。ここに心術の内的規則と行為の外的強制が必要となる。これが法律と道徳を区別するゆえんであるが、それは形式的な相違に過ぎないことは既にみて来た。法律のめざすところのものも、究極的には共同生活において道徳律を実現することである。すなわち人間の自然的衝動に触発されて、動揺する恣意を制限して、道徳的自由・実践理性の本質を確立せんとするものに他ならない。だからこそ法律の根本法則は、自由の法則であり法の法則であったのである。従って法律と道徳は根底を一つにするとはいえ、法律は道徳を基礎として、その上に築かれなければならない。

人間の存在は本来的に共同の存在である。だから私の生を真によくしようとするならば、その根底を、すなわち私の生を支えている地盤である共同の生そのものを、よくしなければならない。まことに道徳は共に生きる人々を、その存在の根底において、内面的に固く結びつける紐帯であり、共同の生の秩序の維持者である。又よりよい共同の生への絶えざる創造者である。若しこれを欠くとするならば、たとい外面的形式的なロゴスの共同体が成立しても、それは生命なき形骸に過ぎなく、法律も道徳にささえられない限り、死文に等しいのである。人が真に道徳的であるならば、全く法律を必要としないであろう。

法律のみならず、政治も経済も文化も芸術も、ひとしく道徳を根底として、その上に建設されるべき上部構造であり、ゆたかな道徳性を内に蔵してこそ、それらは真価を発揮するのである。道徳的世界秩序こそ人類の理念であり、到達するべく課された努力目標であり、崇高な課題である。

(昭和38年4月30日受理)

< 文 献 >

註 (1)「自然がその法則を有するが如く、動物樹木太陽がその法則を実現するが如く、風習は自由の精神に属す

- るものである。』Hegel, *Philosophie des Rechts*, s. 212. テキストは Dr. Eduard Gans. の *Dritte Auflage* を用いた。
- (2) *ibid.*, s. 8. 及び *Kants Werke*, Cassirer Bd. IV. *Grundlegung zur Metaphysik der Sitten*, s. 243.
 - (3) *ibid.*, s. 243.
 - (4) *ibid.*, s. 244.
 - (5) *Philosophie des Rechts*, s. 32.
 - (6) *ibid.*, s. 32.
 - (7) *ibid.*, s. 61.
 - (8) *ibid.*, s. 55.
 - (9) *ibid.*, s. 62. なお「絶対的に自由な意志の理念が発展してゆく段階行程に従えば、意志は先ず(A)直接的である。従って意志の概念は抽象的—すなわち人格—であり、意志の具体化たる定在は直接的・外面的な物である。これがすなわち抽象的若しくは形式的法の領域である。(B)次に意志は外的定在から自己のうちへ反省し、主観的個別性として普遍者に対立して規定された意志をなす。……主観的意志の法は世界の法、及び単に潜在的に存在するのではあるが理念の法と、相関関係に立っている。これが道徳の領域である。(C)最後にこれら両抽象的契機の統一及び真理—すなわち思惟せられた善の理念が、自己のうちへ反省された意志と外面的世界とに実現された段階—従って実体としての自由は、主観的意志として実存するのみならず、現実性及び必然性としても実存するのである。これが理念の絶対的に普遍的な実存態、すなわち倫理である。」*ibid.*, s. 66. と、法・道徳・倫理が弁証法的展開のもとにとらえられているが、本論ではこれらに対立する概念と考えない故、道徳と倫理を区別しない。そのみならずわれわれは、人倫性の立場—その実現形態はヘーゲルでは国家であるが—に止まっていたはならず、更に人類世界を指向しなければならないであろう。その実現のために実践の基準を見出すことは、まさに道徳の問題である。哲学は人倫性を重んずる立場から、再び道徳性を重んずる立場へ帰らなければならないと考える。
 - (10) *Kants Werke*, Cassirer Bd. VII. *Die Metaphysik der Sitten*, s. 14.
 - (11) Aristoteles, *Eth. Nic.* 1129. a.
 - (12) *ibid.*, 1132. a.
 - (13) *ibid.*, 1094. a.
 - (14) *Kants Werke*, Cassirer Bd. V. *Kritik der praktischen Vernunft*, s. 79.
 - (15) *Kants Werke*, Cassirer Bd. IV. s. 246.
 - (16) *ibid.*, Bd. V. s. 86.
 - (17) *ibid.*, Bd. IV. s. 249.
 - (18) *Philosophie des Rechts*, s. 155.
 - (19) *ibid.*, s. 165.
 - (20) *ibid.*, s. 130.
 - (21) *ibid.*, s. 132.
 - (22) *ibid.*, s. 140.
 - (23) *ibid.*, s. 133.
 - (24) *Eth. Nic.* 1132. b.
 - (25) *Philosophie des Rechts*, s. 140.
 - (26) *ibid.*, s. 165.
 - (27) *ibid.*, s. 167.
 - (28) *ibid.*, s. 279.

Theory of Description on a Set-function

Restricted within a Euclidian Space

Yoshio Kinokuniya *

Abstract

In this theory a euclidian space is characterized as an *omnium*, which may historically be detailed by descriptions but eternally left as an unfinished whole. *Residual description* is defined as a final one induced descriptively and explained in connection with set-function analysis. The last section is appropriated to the classification of Set-functions, which will give rudiments to our analysis.

1. Introduction

The present author has devoted his works of the recent ten years to the establishment of a renovated system of measure theoretical notions and axioms in a euclidian space of finite dimension. His first aim has been to square the whole analysis with what has been taught on the classical euclidian geometry. The set theory instigated by G. Cantor and rapidly developed by successive authors has sometimes been, and really is, found impertinent to be directly connected with the euclidian geometry. The axiom of choice and results of the theory of ordinal numbers are specially avoided in our theory.

B. Cavalieri once posited a line which consists of points to be measured as of zero size, but being forced by unexpected criticism he had to change the assumption. In our theory, points are assumed as spatial positions provided with respective *point-occupations*¹⁾ and a line is defined as a set of such elements, which simply are called *points*. However, a point may not be a strictly concrete element to intuition, though it may be believed that the definition is fair and appropriate. Such is one of the descriptions about a point, which is reduced from many points of view. All the sentences and formulas appearing in our analytical proceedings are regarded as *descriptions*.

Descriptions may induce any decision, but at times may limp into undecidable states of conclusion. But, if some subsidiary aspect is found to establish an adequate course of reasoning, an undecidable thing may be turned to be a decidable one. Such will be regarded as an artificial logical completion, but it should be an addition by which our reason finds a believable way to reach a spatial resolution of what may be called euclidian construction of the space. Such is not originally a given conception, but may be reached by a certain accumulation of successful modifications. Such may be said an ultimate object in which our geometry may dwell, though it may not be completed within human history.

*紀国谷芳雄

Let it be called an *omnium*. The aim of our works is to dig it.

To suppose a space to consist of everywhere homogeneous and similar parts has generally been held in the rudiments on a euclidian space. So, a measure which measures all points as of equi-measure will stand as a fundamental one in a euclidian space. Such a one is called a *normal measure*. In comparison with a normal measure, are found the ways not only to reconstruct an integral but also to classify set-functions in a euclidian space, which may be in specific relations of descriptions.

When a point P in a (euclidian) space E is to be specified by a property \mathfrak{P} , we will write

$$P \subset \mathfrak{P}$$

if P has \mathfrak{P} , and

$$P \not\subset \mathfrak{P} \text{ or } P \bar{\subset} \mathfrak{P}$$

if P has not \mathfrak{P} . When the set

$$\{P: P \subset \mathfrak{P}\} = E(\mathfrak{P})$$

is recognized as determinate*, and

$$CE(\mathfrak{P}) = E - E(\mathfrak{P}) = \{P: P \bar{\subset} \mathfrak{P}\},$$

then \mathfrak{P} will be said to be *descriptive* in E . With a view to specify a determinate set, H. Poincaré intended to establish the notion of *predicativity*. This notion has recently been developed considerably in connection with the notion of *recursivity*.²⁾ However, such a course of logic has not been thought wholly resonant with what has been estimated in our theory. As for above-shown descriptivity, emphasis will not be laid on the build-up of any complete system of categories, though it may make a step to start on our consideration with specification by any property.

2. Residual Description

When a family of sets $(M_\iota)_{\iota \in I}$ is given and the set of indices I is a simply ordered set, we write

$$\tilde{M}_x = \bigcup_{\iota \leq x} M_\iota$$

and

$$\tilde{M} = \bigcup \tilde{M}_x.$$

Let L be a given linear operator, then if

$$\overline{\lim}_{x \in I} |L(\tilde{M} - \tilde{M}_x)| \neq 0$$

* This means it is proved that $E(\mathfrak{P})$ and $CE(\mathfrak{P})$ are a priori measurable, including the case of infinite value.

we say "*L has a (non-vanishing) residual (description) of summation on the family (M_t)* " or "*the L-residual (of summation) on (M_t) does not vanish*".

When *L* is an a priori measure \tilde{m} , the analysis is put in a clearer aspect if it is proceeded in connection with *de Morgan formula*, say:

$$\tilde{M} - \bigcup \tilde{M}_x = \bigcap (\tilde{M} - \tilde{M}_x).$$

If \tilde{M} is a bounded set we have

$$\begin{aligned} \tilde{m}(\tilde{M} - \bigcup \tilde{M}_x) &= \tilde{m} \bigcap (\tilde{M} - \tilde{M}_x) \\ &= \lim \tilde{m}(\tilde{M} - \tilde{M}_x). \end{aligned}^*$$

Then, as

$$\tilde{M} - \bigcup \tilde{M}_x = \tilde{M} - \tilde{M} = \text{void}$$

the left hand must vanish, so we see the \tilde{m} -residual on (M_t) must vanish.

Let it be defined such that

$$\tilde{R}_x = \bigcap_{t \leq x} M_t \text{ and } R = \bigcap \tilde{R}_x$$

then we have

$$R = \bigcap M_t.$$

On this construction, if

$$\overline{\lim} |L(\tilde{R}_x - R)| \neq 0$$

we say "*L has a (non-vanishing) residual (description) of interseciton on the family (M_t)* " or "*the L-residual (of intersection) on (M_t) does not vanish*". Even if two families (M_t) and (N_t) satisfy the relation

$$\bigcap M_t = \bigcap N_t = R,$$

it may not always be observed that both of *L*-residuals on (M_t) and on (N_t) vanish or do not vanish at the same time. This being so, we distinguish a family (M_t) by denoting it as

$$\varphi : (M_t)$$

and introduce the notion of *L-atmosphere* $(\bigcap R)_{\varphi}$ which is defined such as

$$|L(\bigcap R)_{\varphi}| = \overline{\lim} |L(\tilde{R}_t - R)|.$$

The atmosphere $(\bigcap R)_{\varphi}$ may coincide with the state $\bigcap (\tilde{R}_t - R)$, but is not strictly the same with the set $\bigcap (\tilde{R}_t - R)$, which is a void set. It is easily seen that any \tilde{m} -residual of intersection vanishes on condition that *R* is a bounded

* This may be, as it is, almost a mere decision, but in some way is demonstrated in the theory of a priori measure.

set (w. r. t. \tilde{m}). When L -residual of intersection vanishes, we say "*the L -atmosphere $(\bigcap R(\cdot))_\varphi$ vanishes*". It is notable that the notion of atmosphere is referred to a new category which is induced by the process of residual description, and is added to our logical system in order to reach a clearer aspect of the omnium.

3. Truncate Description

As mentioned in the previous section, the vanish of \tilde{m} -residuals (of summation and of intersection) cannot generally be ascertained except when (M_i) is a bounded family. We define four subsets of any set M such as:

$$(i) \quad \overset{\circ}{S}r(M) = \{P: P \in M, |P| < r\} \quad (ii) \quad S_r(M) = \{P: P \in M, |P| > r\};$$

$$(iii) \quad \overset{\circ}{S}\bar{r}(M) = \{P: P \in M, |P| \leq r\} \quad (iv) \quad S_{\bar{r}}(M) = \{P: P \in M, |P| \geq r\},$$

$|P|$ being the distance of P from the origin O , and call (i) *initial section*, (ii) *final section*, (iii) *closed (initial) section* and (iv) *closed final section* of M of radius r respectively. Using these notations we may write

$$\lim_{r \rightarrow \infty} f(S^r(M)) = f(M - (\bigcap \infty(\cdot)))$$

and

$$\lim_{r \rightarrow \infty} f(S_r(M)) = f(M \cap (\bigcap \infty(\cdot))),$$

f being a given set-function (\cdot , real-valued).

If

$$f(M \cap (\bigcap \infty(\cdot))) = 0$$

we say " *f is of a truncate description on M* " or "*the set M is a truncate set with respect to f* ", and if

$$f(M \cap (\bigcap \infty(\cdot))) \neq 0$$

" *f has a residual on M* " or "*the set M has a residual with respect to f* ". The atmosphere of this case is called the *radial atmosphere*, in distinction. It is important that analysis performed in a bounded domain may be extended in terms of any limiting process only when a truncate set is dealt with.

In view of vanish of a residual, it seems convenient if we define a *positive (set-) function* by the following descriptions: (i) for any set M , $f(M) \geq 0$; (ii) if $M_1 \supset M_2 \supset \dots$ and $\lim f(M_k) \geq \delta$, then exists a subset S of $\bigcap M_k$ such that $f(S) > \frac{\delta}{2}$. The condition (ii) may be thought as a *generalization of Archimedes' proposition*.* A function φ is called a *negative function*, when $-\varphi$ is a positive function.

4. Classification of Real-valued Set-functions

If a unit of length is fixed in a euclidian space E , any two a priori measures

*This is that for any positive real numbers a and b there is a positive integer n such that $(n-1)b < a \leq nb$.

\tilde{m}_1 and \tilde{m}_2 have the same value for any set M in E , i. e.

$$\tilde{m}_1 M = \tilde{m}_2 M.$$

This means that

$$\sum_{P \in M} \mu_1(P) = \sum_{P \in M} \mu_2(P)$$

$\mu_k(P)$ being point dimension of P ($k=1, 2$). However, it must be noted that respective inversion numbers $\mathfrak{n}_1(M)$ and $\mathfrak{n}_2(M)$ are not always equal, because $\mu_1(P)$ and $\mu_2(P)$ are not always equal. If both \tilde{m}_1 and \tilde{m}_2 are normal a priori measures (i. e. equi-measuring homogeneous measures), then we have

$$\tilde{m}_1(M) = \mu_1 \cdot \mathfrak{n}_1(M) = \mu_2 \cdot \mathfrak{n}_2(M) = \tilde{m}_2(M)$$

so that

$$\mu_1 / \mu_2 = \mathfrak{n}_2(M) / \mathfrak{n}_1(M).$$

An application $\tilde{\gamma}$ is defined such as

$$\tilde{\gamma}(M) = \sum_{P \in M} \gamma_P. \tag{4, 1}$$

γ_P being point mass applied to P . Therefore, it corresponds to a Stieltjes-integral on M of the function 1. In this definition, the assignment

$$P \in M \tag{4, 2}$$

must be related to a particular construction

$$M = \sum_P P \tag{4, 3}$$

so that it may be related to an a priori measure \tilde{m} which is defined as

$$\tilde{m} M = \sum_P \mu_P$$

in terms of the assignment (4,2). This measure \tilde{m} is called the *carrier* of $\tilde{\gamma}$. Unless a particular construction is demanded as non-homogeneous, we will not adopt a carrier which is not normal. When $\tilde{\gamma}$ has a normal measure as its carrier, then we say $\tilde{\gamma}$ has a *normal carrier*.

In our system, integral of a point function $f(P)$ may be reduced to an application, because if we set such as

$$f(P) \mu_P = \gamma_P$$

in terms of point dimension μ_P of an a priori measure \tilde{m} , then we have

$$\tilde{\gamma}(M) = \sum_{P \in M} \gamma_P = \sum_{P \in M} f(P) \mu_P.$$

It is specially notable that any set M cannot be conceived unless the de-

scription (4, 3) is given in liaison with the assignment (4, 2). So, we may say that no set of points is conceivable without being given its reconstruction in proportion to a certain a priori measure. As for the application $\tilde{\gamma}$, it may be distinct from other set-functions only in that it is given in the form (4, 1). We generally think it to be destined that any application may be represented as a sum of a positive application and a negative application. When a set M is bounded with respect to a positive application $\tilde{\gamma}$, we may conclude by the generalized Archimedes' proposition and the destination process ³⁾ that M is $\tilde{\gamma}$ -measurable.

A (real-valued) set-function $f(M)$ which satisfies the relation

$$f(M_1 \cup M_2) = f(M_1) + f(M_2) - f(M_1 \cap M_2)$$

but is not necessarily promised to be representable in the form

$$f(M) = \sum f_p$$

is called an *ultra (set-) function*. It is easily seen that any ultra function implies a case of non-vanishing residual. Value of residual with respect to an ultra function varies corresponding to the limiting behavior of basic family of sets, and, in effect, cannot always be invariant independently of the choice of basic family. Such a probabilistic implicity about residual description makes an important property specific to an ultra function.

Mathematical Seminar in the Muroran Inst. Tech., Hokkaido

(Received Apr, 27, 1963)

References

- 1) Kinokuniya, Y.: Mem Muroran Univ. Eng. 2(1) 211(1955), & Mem. Muroran Univ. Tech. 3(1) 215(1958)
- 2) Kreisel, G.: Bull. Soc. Math. France 88(4) 371-390(1960)
- 3) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Univ. Eng. 2(3) 263(1957)

真空管電位計の一方式について

北村正一・安部嘉一

On One of the Vacuum Tube Electrometer.

Shoichi Kitamura and Yoshikazu Abe

Abstract

In this paper one advanced form of the D.C. Amplifier type electrometer is shown to be able to be measured up to ± 1000 volts by using the usual pentode as inverted type connection. The inverted type voltmeter has been occasionally mentioned in literature as having a very desirable high input impedance, but as being suitable only for negative voltage measurements. In the present authors' form the plate in the ordinary pentode, 3S4-SF, is used as the control electrode, and the first grid is used as the anode, furthermore the second grid or the third grid is biased with very large negative potential so as to keep back electrons flying to the control electrode, even if any large positive input voltage is applied.

In this manner, this electrometer is constructed with the measuring voltage up to ± 1000 volts and the input resistance more than 1×10^{14} ohms.

1. はしがき

静電気現象を解明する場合に、その測定条件が多様で複雑であり、しかも非常に困難な条件を持っている場合が多いので、測定装置としては、種々の方式のものを注意深く使用し、その上出来れば理論的補正を加えなければならない。とはいえ、一般にはその理論的補正は困難なことが多い。しかし、最近、各種静電気現象の解明を強く要求されてきたため、その測定装置が多数考案されてきた。

一般に、静電気現象の測定が困難である第1の理由は、電気量が非常に微量であっても、しばしば高い電位を示すことである。すなわち、この電気量または電位を測定しようとするとき、測定器としては、測定操作によって対象電気量に変化を与えないことが必要であるため、非常に高い等価入力抗抵をもつこと（一般的には、少くとも $10^{14} \Omega$ 以上）が必要である。

静電電位計として現在までに発表されているものは、測定方法により分類すると、(1)静電電界型のもの、(2)直接型のものがある。静電電界型は、被測定体の表面電位が、それによって生ずる電界に比例するときに、電位測定に利用することができるが、被測定体から電極まで

に距離があるので、誤差がかなりの割合で入ってくる。また、被測定体表面が平面でないと、やはり大きな誤差が入る。しかし、この型の長所は、測定電位の範囲を、任意に変えることができることで、高い電位の測定には広く用いられている。

これに対して直接型のもは、被測定体から僅かながら電荷を引き出し現象に変化を与える欠点がある。しかし、この点は、電界型がプローブを電界に挿入することによって電界を乱すという点で、同じ程度の欠点と考えられる。しかし、直接型の大きな欠点は等価入力抵抗を大きく保つことが困難であることと、測定範囲の狭いことである。もしこれらの2つの欠点を補うことができれば、直接型は被測定体の電位を直接測定することができるという長所をもつことになる。そして、特に絶縁されている導体の電位の測定には最も適していると考えられる。

筆者等は、この点に着目して、上記の直接型の2つの欠点を補う方法を考案して、一応の目的である、測定電位 $\pm 1000\text{V}$ までを、等価入力抵抗 $1 \times 10^{14}\Omega$ 以上で測定できる装置の試作に成功したのでここに発表する。

2. 直接型電位計の問題点

直接型電位計には、古くから象限電位計、静電電位計、および繊維電位計等が用いられているが、これらは一般に取り扱が不便であるため、最近では、真空管を用いたものが多く使用されている。

真空管式の電位計は、微小電位の測定には成功しているが、測定範囲が広がると問題がでてくる。まず、第1グリッドに入力を与える方式では、正負の測定範囲を持つようにするには、グリッドをバイアスする必要がある。そうすると、グリッド抵抗としては、 $10^{13}\Omega$ 以上の高抵抗は一般には使用できないのが現状であるが、このていどでは、入力抵抗としてはかなり低い値で、この点からも使用の制限を受ける。

これに対して、第1グリッドを浮かして使用する場合は、入力抵抗は $10^{14}\Omega$ まで高められるが、正負の測定範囲が非対称になり、測定範囲は一層狭められる。この欠点を補償する方法として、入力インピーダンスとして、第1グリッドに直列に静電容量を入れ、測定電位を分割するための倍率器を用いたもの^{*}がある。これは、等価入力抵抗は、 $10^{13} \sim 10^{14}\Omega$ ていどで、 $\pm 300\text{V}$ まで測定できる。

測定範囲を広げる別の方法としては、真空管をいわゆる転倒して使用するものである。これは、入力をプレートに加えるので、本質的に高い電位を加えることができ、しかも、負の入力電圧に対しては、非常に高い入力インピーダンスをもつので、1928年に最初の文献⁽¹⁾が発表されてから、種々の改良が加えられてきた。

* 横河電機製作所 真空管電位計 VM-401 同倍率器

転倒型の最も優れていると思われるものは⁽²⁾ROWSONの方式である。これは、5極管のそれぞれの電極を、巧みに組合せて、測定範囲を負の0.3V、50V、70V、600Vに変えることができるようにした。しかし正の電圧は測定できない。

筆者等は、この転倒型に改良を加えて、正負ともに1000Vまで測定できるようにしたものである。

3. 測定原理

3・1 回路方式について

±1000V級の直接入力型の真空管電位計を考えると、第1に問題となるのは、どのようにして、この高い電位の電源から、電流を取らずに、真空管に入力を与えるかということである。そして特に正の大きな入力を与えようとする場合を考えると、はしがきで述べたように、適当な入力抵抗がえられないため

一般のグリッド入力方式では、グリッドバイアスの大きさに応じて、入力を分割し適当な大きさにしなければ、グリッドは正電位となり、大きなグリッド電流が流れ、電位計としては全く不適当なこととなる。そこで筆者等は、回路方式として転倒型接続を用いた。すなわち、通常の真空管のプレートに制御電極とし、第1グリッドを陽極とした。このようにすることにより大きな電位測定の場合でも、入力を直接真空管に与えるようにした。

さて、転倒型接続を用いた高入力インピーダンスを持つ電圧計については、古くから色々研究されているが、筆者等は特に第2グリッド、または第3グリッド(場合によっては両者共に)を大きく負電位にバイアスすることによって、正の大きな入力電圧に対しても、制御電極に電子が飛来することを防ぎ、正負の両電位を測定範囲に持つことができるようにした。

この方式は、空間電子密度の最も高いフィラメント附近から一番離れた外側にあるプレートに制御電極に用いたことにより、電子の制御電極の流入、すなわち、制御電極電流を最小におさえようとするを意味する。(図-1 参照)

3・2 入力回路

市販されている真空管電位計では、入力抵抗として、 $10^9 \sim 10^{12} \Omega$ の真空高抵抗管を使用しているが、耐圧は30Vでいどにすぎない。したがって、1000V級の入力に対しては、この真空高抵抗管を使用するわけにはいかない。そしてさらに、1000Vの入力に対しては、 $10^{14} \sim 10^{15} \Omega$ ほどの入力抵抗が電位計としてはほしいところである。

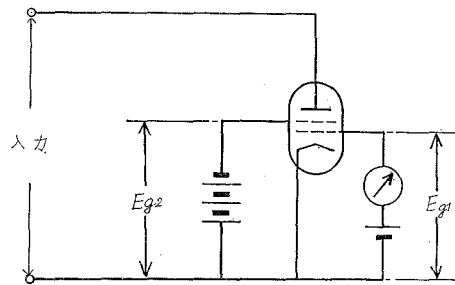
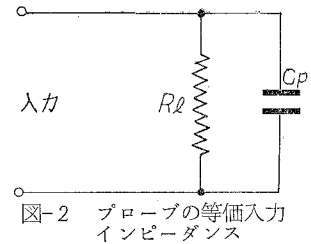


図-1 原理図

そこで、筆者等はこの高入力抵抗をうるために、制御電極を浮遊状態とし、制御電極と陰極の間の実効漏洩抵抗をもって入力抵抗とした。

したがって、入力インピーダンスとしては、制御電極（プレート）と他の電極間および接地間の容量と、先の入力抵抗の平行回路が等価回路として考えられる。（図一2 参照）

いまこの制御電極に入力が与えられた場合を考えて見る。図一2において仮に等価入力抵抗が ∞ であるとする、ある期間外部電圧が与えられれば、それ以後は制御電極に充電電流は流れない。そして、制御電極の電位により、真空管は最初の入力零の平衡状態から、印加された電圧に応じた平衡状態に移り、陽極（第1グリッド）電流は、制御電極電位により制御される。



そこで、陽極回路に電流計を入れるか、または、負荷抵抗の出力電圧より、制御電極の入力を知ることができる。

これらのことは、等価入力抵抗が ∞ のときにいえることであるが、もし、等価入力抵抗が充分大きく、被測定体の電荷が僅かしか失なわれないとすると、同じようなことがいえ、電位計として使用できる。

筆者等は、この等価入力抵抗の大きさとして、一応 $10^{14}\Omega$ 以上を適正な値と考えている。

4. 真空管について

電位計としては、被測定体から電荷を取らないようにする必要がある。

さて、筆者等の電位計では、前章でのべたように、制御電極は浮遊状態にしてその漏洩抵抗をもって入力抵抗とするのであるから、制御電極電流はできるだけ流れないようにしなければならない。

制御電極電流の大きさは、制御電極の陰極に対する電位、フィラメント電流等の外部的条件ならびに真空管内の残留ガスの量、電極間の絶縁材料等の内部的条件に左右される。

この制御電極電流の原因となるものは、色々のものが考えられ、これらの電流の大きさは、それぞれの真空管ごとに非常にちがっている。

真空管の外部条件による制御電極電流の大きさ、したがって入力抵抗の大きさについては、のちに電位計の諸定数の項でくわしくのべることにして、ここではどのようにして良い真空管を選べばよいかについてのべる。

制御電極電流の少ない真空管の選出のテスト法として、筆者等はつぎの方法をとった。

すなわち、前記（図一1）原理図において、陰極、第1グリッド、第2グリッド等をそれぞれ

れ使用状態にし、入力として負の大きな電位を制御電極に与えて負に帯電させたのち、入力を取り去って電極を浮遊状態にする。

このような状態にすると、制御電極に与えられた電荷は、時間とともに等価漏減抵抗を通じて失われていくことになり、陽極回路電流は時間とともに増加して入力零の平衡状態に近づく。

このテストにより、短時間に陽極電流が増加して最終値に近づくものほど、制御電極電荷が早く失われる——いいかえれば制御電極電流が大きい——ことになり、真空管の良否の指数としての全制御電流の少ないものを知りうる。

なお、3・1回路方式でのべたように、筆者等の電位計では、正の測定範囲をもつようにするため、第2、または第3グリッドを負にバイアスしなければならないので、当然真空管は4極管以上の多極管でなければならない。

筆者等は試作電位計の真空管として、ラジオ用の3S4—SFを下記のように使用して所記の目的を得た。

5. 試作電位計

5・1 プローブ

電位計の入力回路は、さきに原理でのべたように非常に高い入力抵抗を必要とする。そこでまず、真空管の表面漏洩電流ならびに制御電極よりの光電子放出を極力小さくすることが必要である。

筆者等は、これらの問題と静電誘導をさけるために、プローブに対してつぎのような手段をとった。

- (1) 真空管については前章でのべたテストを行ない、最良のものを選ぶ。
- (2) 管の外壁を蒸溜水ならびにリグロインで良く洗浄し高温乾燥する。
- (3) 以上の処理ののち、真空管のピンの部分をマイカ粉を混入したポリエステル樹脂で固める。
- (4) また外部よりの光線と静電誘導をさけるために、真空管を金属で遮廠する。

(図—3 参照)

以上の(2)～(4)の処理により、表面漏洩電流、光電子放出は少なくなり、処理以前に比して等価入力抵抗の値を格段と高めることができた。

5・2 電位計回路

電位計回路は、制御電極電流の少ない適切な動作を与えることと、ドリフトが少なく安定であることが必要である。

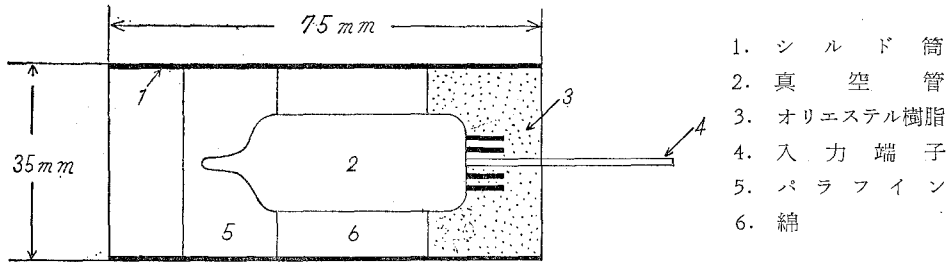


図-3 プロープの構造

前者の問題は、真空管のそれぞれの電極のバイアス電圧により定まるのであるから、これについては、つぎの5・3節回路定数のところで、くわしくのべることにし、ここではドリフトについて考える。

ドリフトの原因には、電源電圧変動、温度変化、経年変化等がある。電源電圧はいうまでもなく安定化したものでなければならず、真空管の経年変化については、初点火以後100時間たてば、ほぼ安定したと見なしてよいと思われる。

筆者等はドリフトを補償する意味で、2つのほぼ静特性の等しい真空管を選びだし、これらを差動式接続とした。(図-4)

回路図中、 E_f 、 E_{g_1} は蓄電池、 E_{g_2} 、 E_{g_3} は安定化されたエリミネータ電源を用いた。

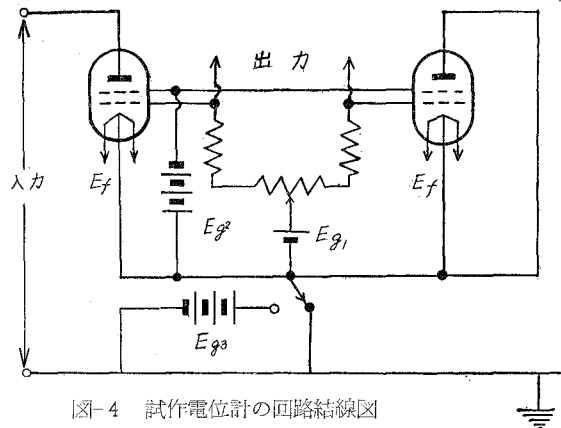


図-4 試作電位計の回路結線図

5・3 回路定数

(a) ファイラメント電流

ファイラメントは、制御電極よりの光電子放出ならびにグリッドよりの熱電子放出を少なくするため、できるだけ低い温度が好ましい。本試作品では、測定のかかなり長い時間にわたり、安定した特性が維持できる最低値の16mAとした。

(b) 第1グリッド、第2グリッドのバイアス電圧

第1グリッドの正バイアス電圧と、第2グリッドの負バイアス電圧の大きさは、相互に関連して定めねばならない。

正の大きな入力に対しても制御電極電流が流れないようにするには、第1グリッドの電位はなるべく低く、第2グリッドの負バイアス電圧は、なるべく大きくする必要がある。

一方負の大きな入力に対しては、第2グリッドは大きく負バイアスする必要はない。そして正負の入力に対して、入出力特性が直線であるようにするには、静特性より正負バイアス電圧に一定の限度がある。筆者等の実験では、正の入力に対しては、 $E_{g1}=15V, E_{g2}=-65V$ 、負の入力に対しては、 $E_{g1}=15V, E_{g2}=-40V$ という値で入出力特性は直線的であり、また等価入力抵抗も高い値であった。

(c) 入出力特性

以上の諸定数のもとに、負荷抵抗 $25K\Omega$ のときの入出力直線は、(図-5) のようになる。

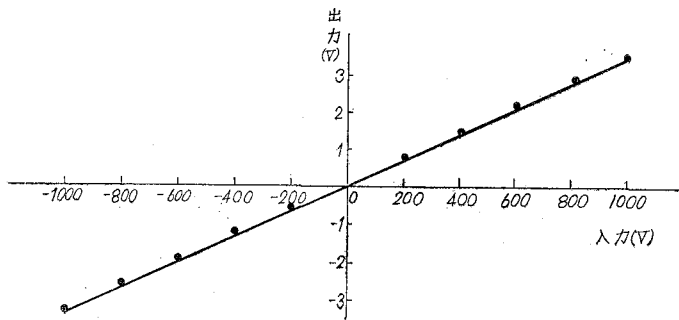


図-5 試作電位計の入出力直線

(d) 入力インピーダンス

入力抵抗の測定法としては電氣量損法を用いた。すなわち、第4章でのべた真空管テスト法と同じ方法で、制御電極の電荷は等価入力抵抗を通じて放電すると考えて、C-R回路の時定数より入力抵抗を求める。なお、入力容量 C_p は $11pF$ であった。

以上の方法で求めた代表的な入力電圧における減衰曲線を(図-6 (i)), (ii) に示す。

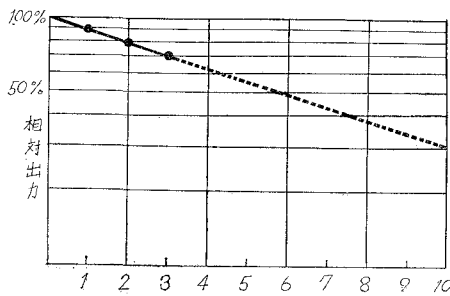


図-6 (i) -1000Vの入力における減衰曲線、tの単位は時間

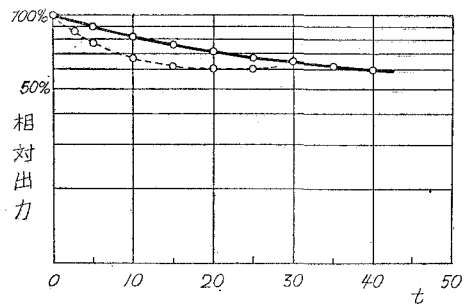


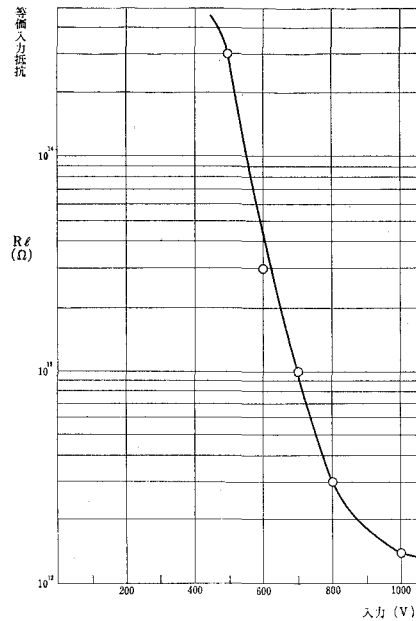
図-6 (ii) 減衰曲線

—— +500Vの入力における減衰曲線、tの単位は分
 - - - - +1000Vの入力における減衰曲線、tの単位は秒

図一六 (i) より負の入力に対しては、入力抵抗は極めて大きく、 $10^{15}\Omega$ 以上あることがわかる。しかしこれにたいして、正の入力においては図一六 (ii) よりわかるように、入力抵抗ははるかに低い値となる。

したがって、電位計としては正の大入力の場合に使用が不適当となる。入力が正のき値の場合についての入力抵抗を (図一七) にしめす。

図一七より、入力が $+500\text{V}$ 以下であれば、入力抵抗は $10^{14}\Omega$ 以上であることがわかるので、 $+500\sim+1000\text{V}$ を測定するためには、測定系全体を接地より $+500\text{V}$ 上昇させて、この基準電圧と入力電圧の差をプローブの入力として与えて測定をすればよい。(図一四 Ef_3 参照)



図一七 正の大きな入力に対する等価入力曲線

6. あとがき

以上のようにして、多極管を転倒型接続にすることによって、 $\pm 1000\text{V}$ 以内を等価入力抵抗 $1 \times 10^{14}\Omega$ 以上で測定しうる電位計を試作した。もし電極間の絶縁耐力が更に高い真空管を用いるならば、より高い電圧範囲まで測定可能になると考えられる。

この試作電位計の特徴は、一般の真空管を用いているので、非常に安価に作りうることであるが、とにかく実験室向であって、工業用などの目的には、さらに色々の対策が必要になると思われる。

最後に、本研究にあつて種々御鞭撻下された本学の山上孝教授と、測定に協力していただいた短期大学部学生三上格五郎君に厚く御礼を申し上げます。

(昭和38年4月27日受理)

文 献

- 1) F. E. Terman : Proc. I. R. E., 16, p.447 (1928)
- 2) R. B. Rowson and A. p. Williams : Wireless World 66, (8) p.403 (1960)

Analysis of Commutation Curve of d - c Machine with Tandem Brush

Toshihiko Matsuda *

Abstract

This paper treats of the solution of the commutation equation, *i. e.* differential equation concerning the current in a coil short-circuited by the brush, in the case of the *Tandem Brush*. By this solution, commutation curves and the values of the voltage drop between brush and commutator segment are obtained for some representative conditions of commutation in d - c machine to examine the commutating performance of the Tandem Brush.

1. Introduction

One of the most important limiting factors on satisfactory operation of a d - c machine is the capability of transferring the necessary armature current through the brush contact at the commutator without sparking and local heating of the brushes and commutator.

The various investigations on the brush, brush holder and the contact phenomena between brush and commutator, etc., therefore, have been reported by many researchers. Nowadays quite a few d - c machines have the *Tandem Brush* (*i. e.* bisected brush). It has been known that this Tandem Brush gives us rather satisfactory commutation.^{1), 2)}

This paper treats of the solution of the differential equation concerning the current in a coil short-circuited by the Tandem Brush supposing the same width of a brush and a segment in the case of a constant contact resistance. By numerical calculation, the short-circuit current curves and the voltage drop curves between a commutator segment and a brush have been also presented so that the following points may be clarified:

- (1) The performance of the Tandem Brush with $m=1$ are inferior to that of the ordinary brush as regards the transfer of short-circuit current.
- (2) In the case of the Tandem Brush with $m < 1$, rather satisfactory commutation may be expected as compared with the cases of both the ordinary brush and the Tandem Brush with $m=1$.

2. Commutation Equation in the Case of Tandem Brush

The differential equation concerning the current in a coil short-circuited by the brush can be expressed by the following equation (1) by considering the contact resistance between commutator segment and a brush as the Ohmic resistance, so far as the coil resistance is neglected and the brush width is

* 松田敏彦

equal to the width of the commutator segment and the mica thickness between the segments is assumed to be zero:

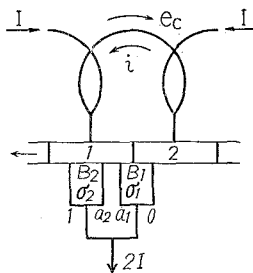


Fig. 1. The armature coil short circuited by a Tandem Brush. Component brush B₁ and B₂ have the contact surface conductivities σ_1 and σ_2 , respectively.

$$L \frac{di}{dt} + v_1 - v_2 + e_c = 0 \quad (1)$$

where

- L ; inductance of the short-circuited coil
- i ; short circuit current in the commutated coil
- v_1 ; voltage drop between the commutator segment No.1 and the brush
- v_2 ; voltage drop between the commutator segment No.2 and the brush
- e_c ; commutating emf.
- t ; time

In this paper the following symbols are to be used:

- I ; conductor current before and after commutation
- R_b ; contact resistance at the surface all over the brush
- T ; commutating period
- σ_1 ; surface conductivity of a leading brush B₁
- σ_2 ; surface conductivity of a trailing brush B₂
- m ; ratio of σ_2 to σ_1 ($m = \sigma_2/\sigma_1$)

3. Commutation Curve in Case of $m=1$

(1) The solution of the commutation equation (1)

The commutation equation in case of the ordinary brush has been solved exactly by J. K. Hayashi and M. Naito.³⁾

They have developed a clever method of solving the differential equation. In case of the Tandem Brush, the commutation equation can be solved by using their method as follows:

By introducing the new variables $x = t/T$, $y = i/I$, $c = e_c/2IR_b$ and $I/b = r = (2LI)/(2IR_bT)$, Eq. (1) can be divided into the following three cases, according to the contact features between the segments and a brush;

1) Case of $0 \leq x \leq a_1$

In this case one can obtain the following relations;

$$v_1 = (I + i) \frac{WR_b}{W - t/T} = (I + i) \frac{R_b}{1 - x'} \quad (2)$$

$$v_2 = (I - i) \frac{WR_b}{t/T} = (I - i) \frac{R_b}{x'} \quad (3)$$

where $x' = x/W$, $W = 1 + a_1 - a_2$

Substitution of Eqs. (2) and (3) into Eq. (1) gives

$$\frac{d y}{d x} + b' y \left(\frac{1}{1-x'} + \frac{1}{x'} \right) = b' \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{1-x'} \right) - 2 b' c \quad (4)$$

where $b' = Wb$.

Eq. (4) is similar to the equation obtained in the case of the ordinary brush. Therefore, the form of the solution of Eq. (4) is the same as in the case of an ordinary brush, namely,

$$y_1 = 1 - 2x' + 2(1-b'c) \left(\frac{1-x'}{x'} \right)^{b'} \int_0^{x'} \left(\frac{x'}{1-x'} \right)^{b'} d x' \quad (5)$$

Using the relation $x' = \frac{x}{W}$, one can rewrite the above equation as follows:

$$y_1 = 1 - 2 \frac{x}{W} + \frac{2}{W} (1-b'c) \left(\frac{W-x}{x} \right)^{b'} \int_0^x \left(\frac{x}{W-x} \right)^{b'} d x \quad (6)$$

2) Case of $a_1 \leq x \leq a_2$

In the case of $a_1 \leq x \leq a_2$, one has the following relations:

$$u_1 = (I+i) \frac{WR_b}{1-a_1} \quad (7)$$

$$u_2 = (I-i) \frac{WR_b}{a_2} \quad (8)$$

Substitution of Eqs. (7) and (8) into Eq. (1) gives

$$\frac{d y}{d x} + b y \left(\frac{W}{1-a_2} + \frac{W}{a_1} \right) = b \left(\frac{W}{a_1} - \frac{W}{1-a_2} \right) - 2 b c \quad (9)$$

Upon putting $\alpha = W/(1-a_2) + W/a_1$ and $\beta = W/a_1 - W/(1-a_2)$, one has the following equation:

$$\frac{d y}{d x} + \alpha b y = \beta b - 2 b c \quad (10)$$

The solution of Eq. (10) is

$$y = e^{-\alpha b x} \left[C_1 + \left(\frac{\beta - 2c}{\alpha} \right) e^{\alpha b x} \right] \quad (11)$$

where C_1 is an integration constant. By introducing the initial condition of $y_{II} = y_{a_1} = y_I \mid_{x=a_1}$ at $x = a_1$, the integration constant C_1 will be decided as follows:

$$C_1 = y_{a_1} e^{\alpha b a_1} - \left(\frac{\beta - 2c}{\alpha} \right) e^{\alpha b a_1} \quad (12)$$

Substitution of Eq. (12) into Eq. (11) gives

$$y_{II} = \left\{ y_{a_1} - \frac{\beta - 2c}{\alpha} \right\} e^{\alpha b (a_1 - x)} - \left(\frac{\beta - 2c}{\alpha} \right) \quad (13)$$

where α and β are the constants which can be determined by the dimensions of the component brushes B_1 and B_2 .

3) Case of $a_2 \leq x < 1$

In the case of $a_2 \leq x < 1$ one has the following relations:

$$u_1 = (I+i) \frac{WR_b}{1-t/T} = (I+i) \frac{R_b}{I-x''} \quad (14)$$

$$u_2 = (I-i) \frac{WR_b}{W-(1-t/T)} = (I-i) \frac{R_b}{x''} \quad (15)$$

Substitution of Eq. (14) and (15) into Eq. (1) gives

$$\frac{d y}{d x''} + b' y \left(\frac{1}{1-x''} + \frac{1}{x''} \right) = b' \left(\frac{1}{x''} - \frac{1}{1-x''} \right) - 2 b' c \quad (16)$$

where $x'' = \frac{1}{W} (W-1+x)$, $b' = Wb$.

Eq. (16) is similar to the form of Eq. (4), therefore the solution of Eq. (16) is similar to that of an ordinary brush, namely,

$$y = 1 - 2x'' + \left(\frac{1-x''}{x''} \right)^{b'} \left[C_2 + 2(1-b'c) \int \left(\frac{x''}{1-x''} \right)^{b'} dx'' \right] \quad (17)$$

where C_2 is an integration constant.

By introducing initial condition of $y_{II} = y_{II} |_{x=a_2} = y_{a_2}$ at $x = a_2$, one can obtain the integration constant C_2 as follows:

$$C_2 = \left(\frac{W-1+a_2}{1-a_2} \right)^{b'} \left[y_{a_2} - \frac{W-1+a_2}{W} \right] - \frac{2}{W} (1-b'c) \int \left(\frac{W-1+x}{1-x} \right)^{b'} dx \Big|_{x=a_2} \quad (18)$$

By substituting Eq. (18) into Eq. (17) one can obtain the solution $y = y_{II}$ in the case of $a_2 \leq x < 1$:

$$y_{II} = 1 - \frac{2}{W} (W-1+x) + \left(\frac{1-x}{W-1+x} \right)^{b'} \left[\left(\frac{W-1+a_2}{1-a_2} \right)^{b'} \left\{ y_{a_2} - \frac{W-1+a_2}{W} \right\} - \frac{2}{W} (1-b'c) \int_{a_2}^x \left(\frac{W-1+x}{1-x} \right)^{b'} dx \right] \quad (19)$$

Thus, the equations which represent the commutation curve of the Tandem Brush are as follows:

1) Case of $0 \leq x \leq a_1$

$$y_I = 1 - \frac{2}{W} x + \frac{2}{W} (1-b'c) \left(\frac{W-x}{x} \right)^{b'} \int_0^x \left(\frac{x}{W-x} \right)^{b'} dx$$

2) Case of $a_1 \leq x \leq a_2$

$$y_{II} = \left\{ y_{a_1} - \frac{\beta - 2c}{\alpha} \right\} e^{\alpha b (a_1 - x)} + \frac{\beta - 2c}{\alpha}$$

3) Case of $a_2 \leq x < 1$

$$y_{II} = 1 - \frac{2}{W} (W-1+x) + \left(\frac{1-x}{W-1+x} \right)^{b'} \left[\left(\frac{W-1+a_2}{1-a_2} \right)^{b'} \left\{ y_{a_2} - \frac{W-1+a_2}{W} \right\} + \frac{2}{W} (1-b'c) \int_{a_2}^x \left(\frac{W-1+x}{1-x} \right)^{b'} dx \right]$$

Figs. (2)~(7) show the commutation curves of a Tandem Brush with $a_1=0.4$, $a_2=0.6$ and $W=0.8$ in the case of $r=1/2, 1, 2, 5, 10$ and 20 , respectively. In Fig. 3, dotted lines are the commutation curves of an ordinary brush at $r=1$, $W=0.8$. Fig. 8 shows the relation between the commutation curve and the value of W .

(2) Evaluation of Commutation in Case of the Tandem Brush with $m=1$

When the value of the voltage drop between the segment No. 1 and the brush is about 3~3.5 volts, the d-c machine may have spark between the commutator segment and the brush.⁴⁾ This value of the voltage drop which is closely connected with satisfactory commutation can be obtained as follows:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= IR_b W (1 + y_I) / (W - x), & (0 \leq x \leq a_1) \\ &= IR_b W (1 + y_{II}) / (1 - a_2), & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ &= IR_b W (1 + y_{III}) / (1 - x), & (a_2 \leq x < 1) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Especially, the value of u_1 at the end of commutation is important and it becomes

$$\lim_{x \rightarrow 1} u_1 = -IR_b W \lim_{x \rightarrow 1} \frac{dy_{III}}{dx} \quad (21)$$

Therefore, the quality of commutation can be estimated by the value of $\lim_{x \rightarrow 1} dy_{III} / dx$. Table 1 shows the values of $\lim_{x \rightarrow 1} dy_{III} / dx$ and $\lim_{x \rightarrow 1} u_{1R}$

Table 1.

values of r/W and c		$\lim_{x \rightarrow 1} y'_{III}$	$\lim_{x \rightarrow 1} u_{1R}$	values of L and $R_b T$
$\frac{r}{W} \geq 1$	$\frac{r}{W} > C$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{L}{W} \geq R_b T$
	$\frac{r}{W} = C$	$-2/W$	$+1$	
	$\frac{r}{W} < C$	$+\infty$	$-\infty$	
$\frac{r}{W} < 1$	$\frac{r}{W} \geq C$	$\frac{2}{W} \frac{c-1}{1-r/W}$	$\frac{1-c}{1-r/W}$	$\frac{L}{W} < R_b T$

From Table 1 one can understand the following relations:

- 1) In the case of $r/W = c$, $\lim_{x \rightarrow 1} y'$ and $\lim_{x \rightarrow 1} u_{1R}$ have the finite values for all cases of $r/W \leq c$.
- 2) In the case of $r/W < 1$, $\lim_{x \rightarrow 1} y'$ and $\lim_{x \rightarrow 1} u_{1R}$ are $\frac{2}{W} \frac{c-1}{1-r/W}$ i.e. finite for any value of c . Therefore, In the above two cases, one can expect satisfactory commutation.
- 3) In the case of $r/W \geq 1$ and $r/W \geq c$, $\lim_{x \rightarrow 1} y'$ and $\lim_{x \rightarrow 1} u_{1R}$ are infinite. In these cases, commutation will be hard.
- 4) Whether the values of $\lim_{x \rightarrow 1} y'$ and $\lim_{x \rightarrow 1} u_{1R}$ are finite or not is decided by the value of r/W .

The value of u_{1R} used in Table 1, upon putting

$$u_{1R} = \frac{u_1}{2 IR_b} \quad (22)$$

is expressed as follows:

$$\left. \begin{aligned} u_{1R} &= \frac{W}{2} \frac{1 + y_I}{W - x} & (0 \leq x \leq a_1) \\ &= \frac{W}{2} \frac{1 + y_{II}}{1 - a_2} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ &= \frac{W}{2} \frac{1 + y_{III}}{1 - x} & (a_2 \leq x < 1) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

The values of u_{1R} in the cases of $r = 1/2, 1, 2, 5, 10$ and 20 are shown in Figs. 9 ~ 14, respectively. In the same way, one can estimate the value of u_{2R} as follows:

$$\left. \begin{aligned} u_{2R} &= \frac{u_2}{2 IR_b} = \frac{W}{2} \frac{1 - y_I}{x} & (0 \leq x \leq a_1) \\ &= \frac{W}{2} \frac{1 - y_{II}}{a_1} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ &= \frac{W}{2} \frac{1 - y_{III}}{W - 1 + x} & (a_2 \leq x < 1) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Figs. 15 ~ 20 show the values of U_{1R} in the case of $r = 1/2, 1, 2, 5, 10$ and 20, respectively.

In the cases of $r = 2, 5, 10$ and 20 the values of U_{1R} reveal the maximum at the leading edge of the trailing brush B_2 in Figs. 17 ~ 20. However, this maximum value is not so large except when the large value of c is given. On the other hand, the value of U_{1R} has a comparatively large value as compared with the value of U_{2R} even in the case of $r/W < 1$. Therefore, one can understand that the brush sparking will appear easier at the trailing edge of component brush B_2 than at any other positions over the surface. This tendency is likely one of the ordinary brush. Now, upon comparing the commutation curve of Tandem Brush with that of an ordinary brush, the former has the following tendency:

1) In the former period of commutation, commutation is carried out earlier than in the case of an ordinary brush and in the latter, it is down later than in the case of an ordinary brush.

2) The greater the gap between the component brushes B_1 and B_2 is, the larger the above tendency becomes.

(3) The value of c which gives the linear commutation

The value of c which gives the linear commutation is obtained by the equations (4), (9) and (16) as follows:

$$\left. \begin{aligned} C_I &= r - W \frac{1 - W}{W - x} && (0 \leq x \leq a_1) \\ C_{II} &= r - \frac{W}{1 - a_2} + \left(\frac{W}{1 - a_2} + \frac{W}{a_2} \right) x && (a_1 \leq x \leq a_2) \\ C_{III} &= r - W + \frac{Wx}{a_1 - a_2 + x} && (a_2 \leq x < 1) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

By commutation curves shown in Figs. 2 ~ 7 and Eq. (25), one can know that it is necessary to give the commutating emf., in order to get the linear commutation, as follows:

1) In the former period of commutation, to give smaller value of the commutating emf. than the value in the case of an ordinary brush.

2) In the latter period of commutation, to give larger value of the commutating emf. than the value in the case of an ordinary brush.

4. Commutation Curve in Case of $m < 1$

(1) The solution of the commutation equation (1)

The differential equation concerning the current in a coil short-circuited by the Tandem Brush, where surface conductivities of the leading and trailing brushes are σ_1 and σ_2 , respectively, can also be expressed in the same way as the equation (1).

$$L \frac{di}{dt} + u_1 - u_2 + e_c = 0 \quad (26)$$

By using the same variables introduced in the former Section 3, Eq. (26) can be divided into the following three cases according to the contact features between the segments and a brush.

1) Case of $0 \geq x \geq a_1$

In this case one can obtain the following relations:

$$v_1 = (I + i) \frac{1}{(1 - a_2)\sigma_2 + (a_1 - t/T)\sigma_1} = (I + i) \frac{R_b}{1 - x'} \quad (27)$$

$$v_2 = (I - i) \frac{1}{(t/T)\sigma_1} = (I - i) \frac{R_b}{x'} \quad (28)$$

where $x' = x/W'$, $W' = a_1 + m(1 - a_2)$ and $m = \sigma_2/\sigma_1$.

Substitution of Eqs. (27) and (28) into Eq. (26) gives

$$\frac{dy}{dx} + b_1 y \left(\frac{1}{1 - x'} + \frac{1}{x'} \right) = b_1 \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{1 - x'} \right) - 2b_1 c \quad (29)$$

where $b_1 = W' b$

Eq. (29) is similar to Eq. (4), therefore one can get a similar solution to Eq. (5) as follow:

$$y_1 = 1 - 2x' + 2(1 - b_1 c) \left(\frac{1 - x'}{x'} \right)^{b_1} \int_0^{x'} \left(\frac{x'}{1 - x'} \right)^{b_1} dx' \quad (30)$$

Using the relation $x' = x/W'$, one can rewrite Eq. (30) as follow:

$$y_1 = 1 - 2\frac{x}{W'} + \frac{2}{W'}(1 - b_1 c) \left(\frac{W' - x}{x} \right)^{b_1} \int_0^x \left(\frac{x}{W' - x} \right)^{b_1} dx \quad (31)$$

2) Case of $a_1 \leq x \leq a_2$

$$v_1 = (I + i) \frac{1}{(1 - a_2)\sigma_2} = (I + i) \frac{W' R_b}{(1 - a_2)m} \quad (32)$$

$$v_2 = (I - i) \frac{1}{a_1 \sigma_1} = (I - i) \frac{W' R_b}{a_1} \quad (33)$$

Substitution of Eqs. (32) and (33) into Eq. (26) gives

$$\frac{dy}{dx} + b y \left\{ \frac{W'}{m(1 - a_2)} + \frac{W'}{a_1} \right\} = b \left\{ \frac{W'}{a_1} - \frac{W'}{m(1 - a_2)} \right\} - 2bc \quad (34)$$

Upon putting

$$\alpha' = \frac{W'}{m(1 - a_2)} + \frac{W'}{a_1}, \quad \beta' = \frac{W'}{a_1} - \frac{W'}{m(1 - a_2)}$$

Eq. (34) becomes as follow:

$$\frac{dy}{dx} + \alpha' by = b(\beta' - 2c) \quad (35)$$

The solution of Eq. (35) can be obtained as follows:

$$y_{II} = \left\{ y_{a_1} - \frac{\beta' - 2c}{\alpha'} \right\} e^{\alpha' b(a_1 - x)} + \frac{\beta' - 2c}{\alpha'} \quad (36)$$

The above solution has been derived by deciding the integration constant at the initial condition: $y_{II} = y_1|_{x=a_1} = y_{a_1}$, at $x = a_1$.

(3) Case of $a_2 \leq x < 1$

$$v_1 = (I + i) \frac{1}{(1 - t/T)\sigma_2} = (I + i) \frac{W'' R_b}{1 - x} = (I + i) \frac{R_b}{1 - x''} \quad (37)$$

$$U_2 = (I - i) \frac{1}{a_1 \sigma_1 + (x - a_2) \sigma_2} = (I - i) \frac{W'' R b}{(a_1/m) - a_2 + x} = (I - i) \frac{R b}{x''} \quad (38)$$

where

$$x'' = \frac{(a_1/m) - a_2 + x}{(a_1/m) - a_2 + 1} = \frac{W'' - 1 + x}{W''}$$

$$W'' = (a_1/m) - a_2 + 1 = \frac{1}{m} W'$$

Substitution of Eqs. (37) and (38) into Eq. (26) gives

$$\frac{d y}{d x''} + b_2 y \left(\frac{1}{1 - x''} + \frac{1}{x''} \right) = b_2 \left(\frac{1}{x''} - \frac{1}{1 - x''} \right) - 2 b_2 c \quad (39)$$

where $b_2 = W'' b$

Eq. (39) can be solved by the same way as the solution of Eq. (29). Thus, one can obtain the solution of Eq. (39) as follows:

$$y_{III} = 1 - 2 x'' + \left(\frac{1 - x''}{x''} \right) b_2 \left[C_3 + 2 (1 - b_2 c) \int \left(\frac{x''}{1 - x''} \right)^{b_2} dx'' \right] \quad (40)$$

By introducing the initial condition of $y_{III} = y_{II} \mid x = a_2 = y_{a_2}$ at $x = a_2$, the integration constant C_3 can be decided as follows:

$$C_3 = \left\{ \frac{a_1}{m(1 - a_2)} \right\} b_2 \left\{ y_{a_2} + \frac{a_1 - m(1 - a_2)}{a_1 + m(1 - a_2)} \right\} - \frac{2}{W''} (1 - b_2 c) \int \left\{ \frac{(a_1/m) - a_2 + x}{1 - x} \right\}^{b_2} dx \Big|_{x=a_2} \quad (41)$$

By substituting Eq. (41) into Eq. (40), one can obtain the solution of Eq. (39) as follow:

$$y_{III} = 1 - \frac{2}{W''} \left(\frac{a_1}{m} + x - a_2 \right) + \left(\frac{1 - x}{a_1/m + x - a_2} \right) b_2 \left[\left(\frac{a_1/m}{1 - a_2} \right)^{b_2} \left\{ y_{a_2} + \frac{a_1/m - 1 + a_2}{W''} \right\} + \frac{2}{W''} (1 - b_2 c) \int_{a_2}^x \left\{ \frac{a_1/m + x - a_2}{1 - x} \right\}^{b_2} dx \right] \quad (42)$$

Thus, the equations which represent the commutation curve of a Tandem Brush with $m < 1$ are as follows:

1) Case of $0 \leq x \leq a_1$

$$y_I = 1 - 2 \frac{x}{W'} + \frac{2}{W'} (1 - b_1 c) \left(\frac{W' - x}{x} \right)^{b_1} \int_0^x \left(\frac{x}{W' - x} \right)^{b_1} dx$$

2) Case of $a_1 \leq x \leq a_2$

$$y_{II} = \left\{ y_{a_1} - \frac{\beta' - 2c}{\alpha'} \right\} e^{-\alpha' b(x - a_1)} + \frac{\beta' - 2c}{\alpha'}$$

3) Case of $a_2 \leq x < 1$

$$y_{III} = 1 - \frac{2}{W''} \left(\frac{a_1}{m} + x - a_2 \right) \left(\frac{1 - x}{a_1/m + x - a_2} \right)^{b_2} \left[\left(\frac{a_1/m}{1 - a_2} \right)^{b_2} \left\{ y_{a_2} + \frac{a_1/m - 1 + a_2}{W''} \right\} + \frac{2}{W''} (1 - b_2 c) \int_{a_2}^x \left\{ \frac{a_1/m + x - a_2}{1 - x} \right\}^{b_2} dx \right]$$

Figs. 21 ~ 26 show the commutation curves in the cases of $r = 1/2, 1, 2, 5, 10$ and 20 respectively, where the commutating emf. is constant and the

dimensions of the bush are $a_1=0.4$, $a_2=0.6$, $W=0.8$ and $m=1/4$. In Fig. 22, commutation curves of the ordinary brush and the Tandem Brush with $m=1$ are entered to compare with the performance of three brushes.

(2) Evaluation of commutation in case the Tandem Brush with $m < 1$

Upon putting
$$U_{1R} = U_1/2 IR_b,$$

$$U_{2R} = U_2/2 IR_b,$$

one can obtain the values of U_{1R} and U_{2R} as follows:

$$\left. \begin{aligned} U_{1R} &= \frac{W'}{2} \frac{1 + y_I}{W' - x} & (0 \leq x \leq a_1) \\ &= \frac{W'}{2} \frac{1 + y_{II}}{1 - a_2} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ &= \frac{W''}{2} \frac{1 + y_{III}}{1 - x} & (a_2 \leq x < 1) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{2R} &= \frac{W'}{2} \frac{1 - y_I}{x} & (0 \leq x \leq a_1) \\ &= \frac{W'}{2} \frac{1 - y_{II}}{a_1} & (a_1 \leq x \leq a_2) \\ &= \frac{W''}{2} \frac{1 - y_{III}}{W'' - 1 + x} & (a_2 \leq x < 1) \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

From above equations of y and U_{1R} , one obtains the values of $\lim_{x \rightarrow 1} y'$ and $\lim_{x \rightarrow 1} U_{1R}$ as the following Table 2:

Table 2.

values of r/W'' and c	$\lim_{x \rightarrow 1} y_{III}'$	$\lim_{x \rightarrow 1} U_{1R}$	values of L/W'' and $R_b T$
$\frac{r}{W''} > 1$	$\frac{r}{W''} > C$	$-\infty$	$+\infty$
	$\frac{r}{W''} = C$	$-\frac{2}{W''}$	$+1$
	$\frac{r}{W''} < C$	$+\infty$	$-\infty$
$\frac{r}{W''} = 1$	$\frac{r}{W''} > C$	$-\infty$	$+\infty$
	$\frac{r}{W''} = C$	$-\frac{2+K}{W''}$	$1 + \frac{K}{2}$
	$\frac{r}{W''} < C$	$+\infty$	$-\infty$
$\frac{r}{W''} < 1$	$\frac{r}{W''} \geq C$	$\frac{2}{W''} \frac{c-1}{1-r/W''}$	$\frac{1-c}{1-r/W''}$
			$\frac{L}{W''} < R_b T$

In Table 2, K is the first term in Eq. (41) as

$$K = \left\{ \frac{a_1}{m(1-a_2)} \right\} b_2 \left\{ y a_2 + \frac{a_1 - m(1-a_2)}{a_1 + m(1-a_2)} \right\}$$

In case of the surface resistance of the trailing brush being larger than that of the leading brush, the effective width of the brush as a whole reduces to $W' = a_1 + m(1-a_2)$ when the width of the trailing brush is conventionally converted into the leading one of the brush. This fact is equivalent to the reduction of the commutation period in the range, $0 \leq x \leq a_1$.

On the other hand, the conventional conversion of the leading brush into the

trailing one results in the fact that the width of the whole brush is enlarged as $W' = (a_1/m) + (1 - a_2)$ in the range, $a_2 \leq x < 1$. This manner of understanding is equivalent to the concept of assuming an increase of the commutation period.

In another range $a_1 \leq x \leq a_2$, while the segment mica lies between the component brushes, the contact resistances remain constant. In this period the commutation curve has the exponential form according to Eq. (36). Thus, the use of Tandem Brush which has the condition $m < 1$ enables us to obtain a satisfactory commutation by making the value of $\lim_{x \rightarrow 1} dy/dx$ and $\lim_{x \rightarrow 1} U_{IR}$ smaller than that of an ordinary brush even when $r \geq 1$.

From Table 2, one can also express the performance of the Tandem Brush with $m < 1$ as follows:

Under the two conditions of

$$(a) \quad \frac{r}{W''} \geq 1 \quad \text{and} \quad \frac{R}{W''} = C$$

$$(b) \quad \frac{r}{W''} > 1 \quad \text{and} \quad \frac{r}{W''} \geq C$$

the value of $\lim_{x \rightarrow 1} U_{IR}$ is finite. Therefore, we should consider the realization of the above two conditions. It must be difficult in practice, however to realize the condition (a) but the condition (b) may be realized by making a brush with the value of W'' as Eq. (45):

$$W'' = \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1 \right) a_1 + \{ a_1 + (1 - a_2) \} \right] \quad (45)$$

(3) The values of c which gives the linear commutation

The value of c which gives the linear commutation is obtained from the equations (29), (34) and (39) as follows:

$$\left. \begin{aligned} C_I &= r - W' (1 - W') / (W' - x) && (0 \leq x \leq a_1) \\ C_{II} &= r - W'/m (1 - a_2) + W' \{ 1/m (1 - a_2) + 1/a_1 \} x && (a_1 \leq x \leq a_2) \\ C_{III} &= r - W'' (1 - W'') / (W'' - x) && (a_2 \leq x < 1) \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

5 Summary

The present writer has solved the differential equation concerning the current in a coil short circuited by a Tandem Brush in order to obtain the following results by regarding the contact resistance between the commutator and a brush as an Ohmic resistance, so far as the brush width is equal to the width of the commutator segment and the mica thickness is assumed to be zero:

(1) In the case of a Tandem Brush a linear commutation can be realized, so far as the commutating emf. is given by the equation (25) or (46) to the respective cases.

(2) When the commutating emf. is constant and the Tandem Brush has the

value of $m=1$, the value of $\lim_{x \rightarrow 1} di/dt$ is finite in the case of $L/W < R_b T$ and then a satisfactory commutation can be realized. On the contrary, the value of $\lim_{x \rightarrow 1} di/dt$ is infinite in the case of $L/W \geq R_b T$ except for a case of $r/W = c$.

(3) In case of $m=1$, the value of W is smaller than 1. Therefore, the performance of commutation in case of the Tandem Brush is worse than in that of the ordinary brush as regards the transfer of the current.

(4) In the case of a Tandem Brush with different surface conductivities of two component brushes, the value of $\lim_{x \rightarrow 1} di/dt$ is finite under the condition of $L/W < R_b T$. So, a satisfactory commutation can be easily realized.

(5) The value of $\lim_{x \rightarrow 1} di/dt$ is infinite in the case of $L/W'' \geq R_b T$ except for a case of $r/W'' = c$. However, the larger the $W'' = (a_1/m) + 1 - a_2$ is, the easier the commutation becomes.

(Received Apr. 30, 1963)

Acknowledgment

The present writer is obliged to express his sincere thanks to Dr. J. K. Hayashi, Professor of Electrical Engineering in Hokkaido University, for his suggestions and helpful guidance.

References

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------|---------------|--------|
| 1) Belt, W. B. | : A. I. E. E. of Trans. | 73 (part III) | (1954) |
| 2) Somiya, T. | : Carbons | 4 (3) | (1954) |
| 3) Hayashi, K. & Naito, M. | : J. I. E. E. | 79 (9) | (1959) |
| 4) Hayashi, K. | : J. I. E. E. | 68 (8) | (1948) |

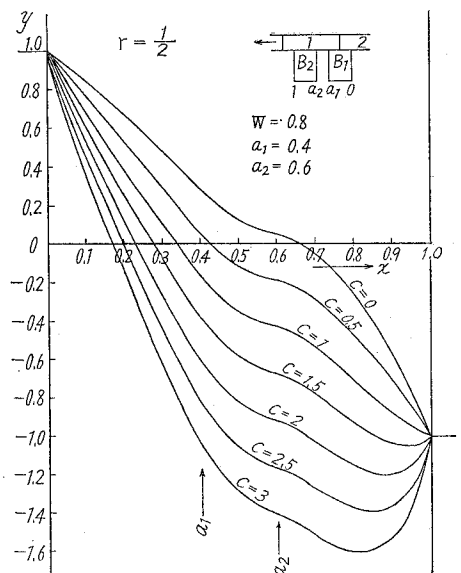


Fig. 2

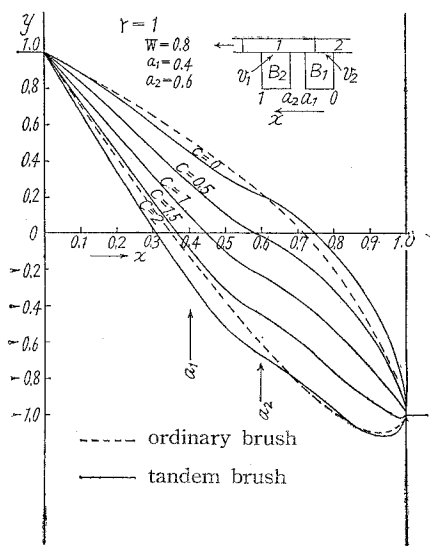


Fig. 3

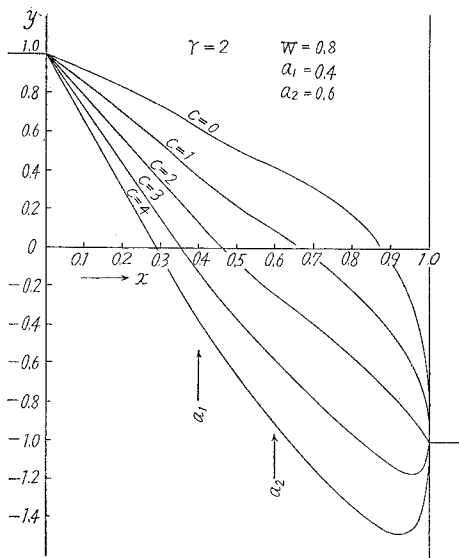


Fig. 4

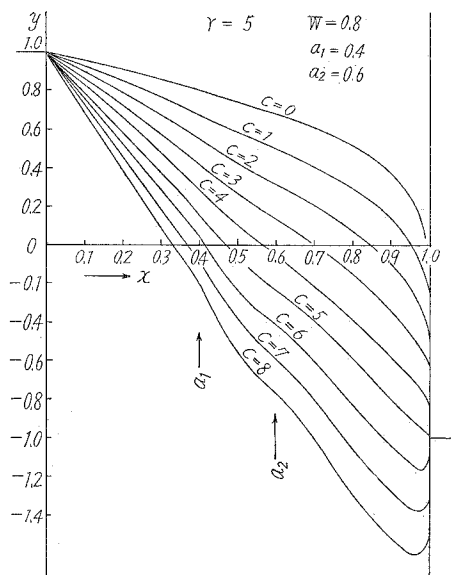


Fig. 5

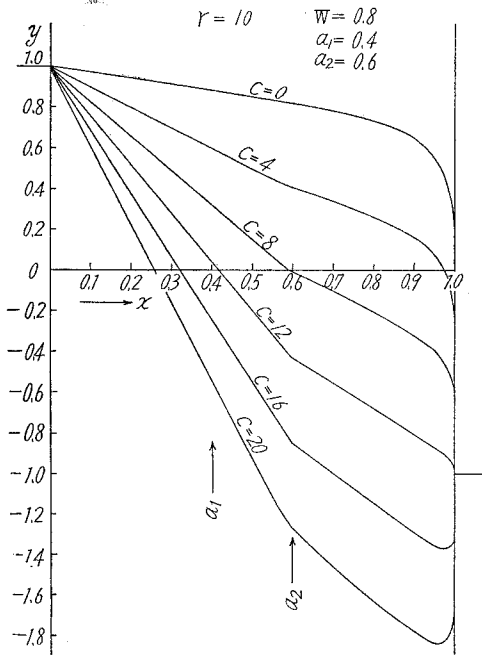


Fig. 6

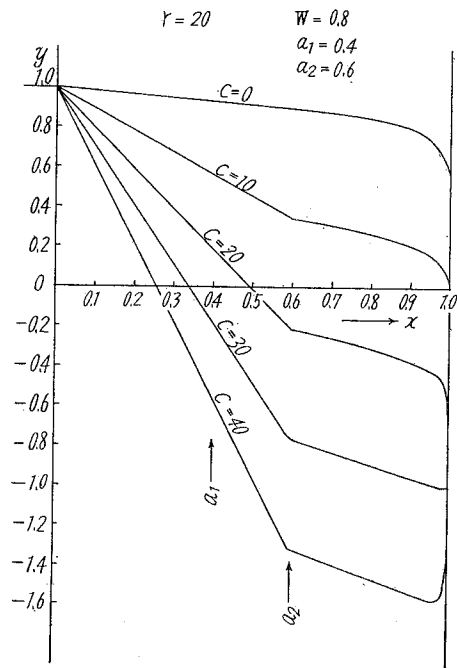


Fig. 7

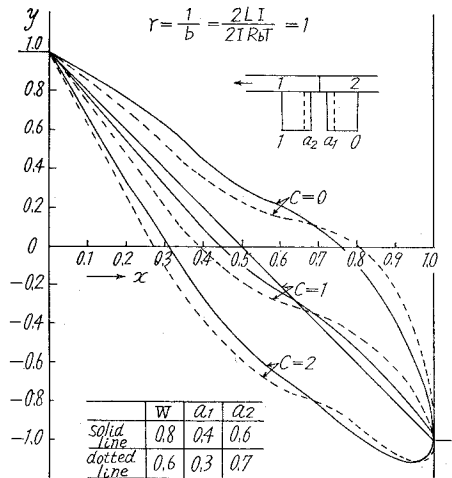


Fig. 8 Relation between the commutation curves and values of W .

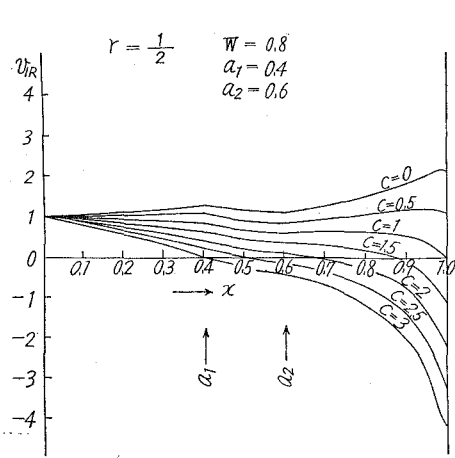


Fig. 9

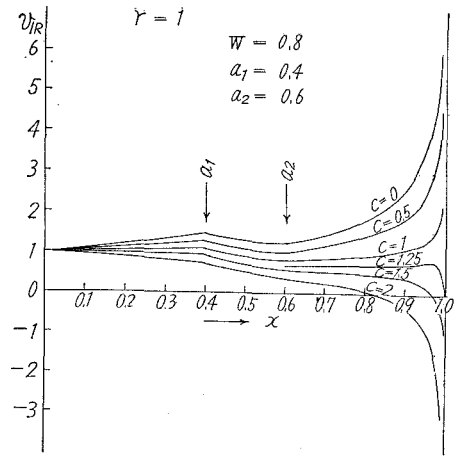


Fig. 10

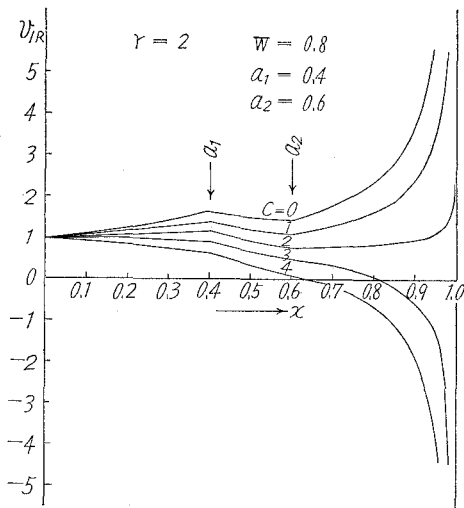


Fig. 11

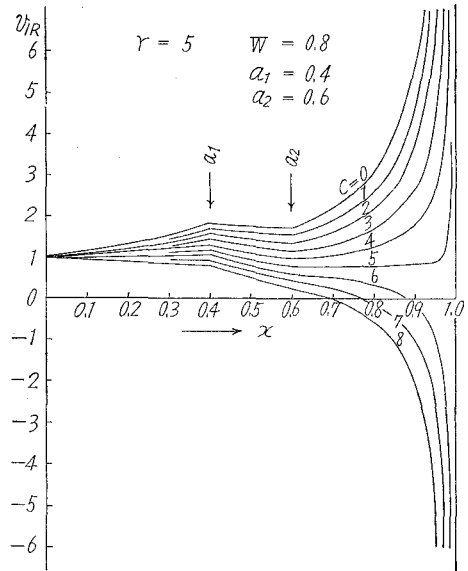


Fig. 12

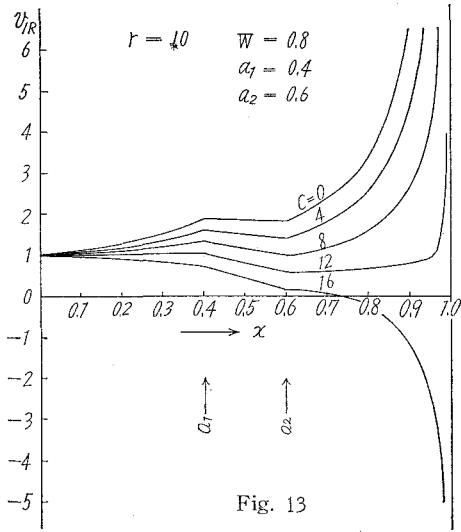


Fig. 13

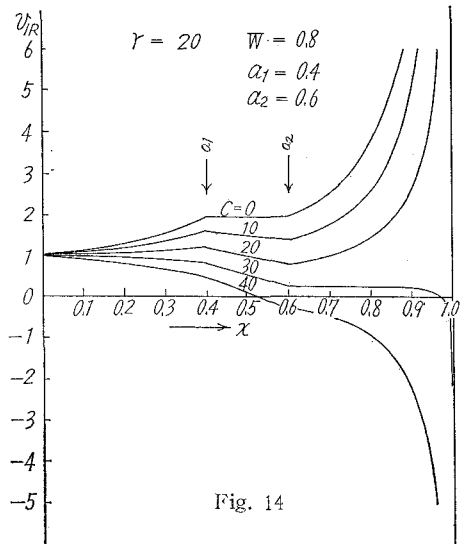


Fig. 14

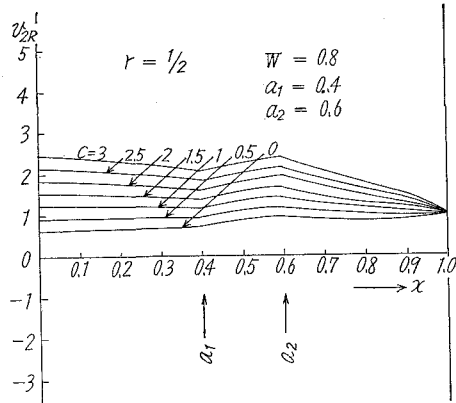


Fig. 15

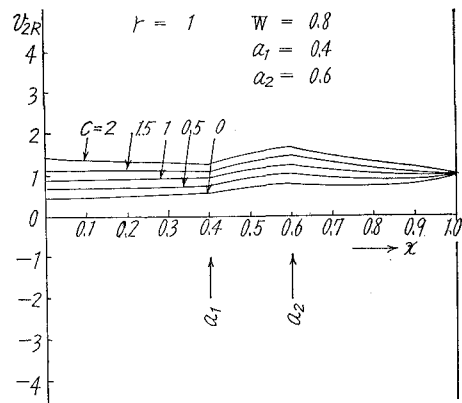


Fig. 16

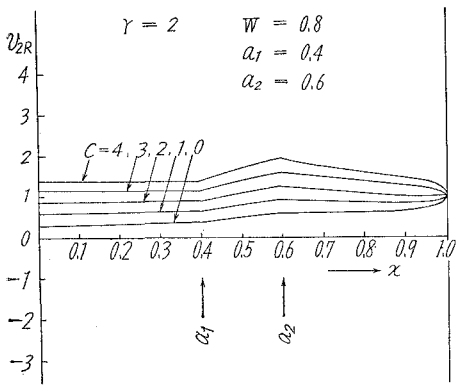


Fig. 17

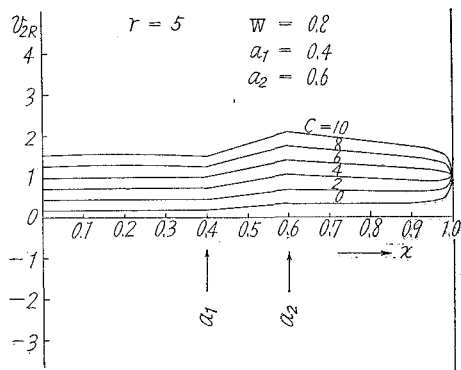


Fig. 18

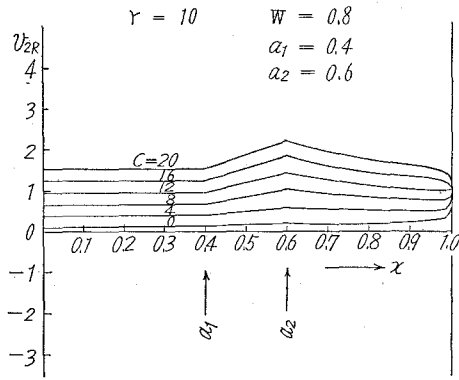


Fig. 19

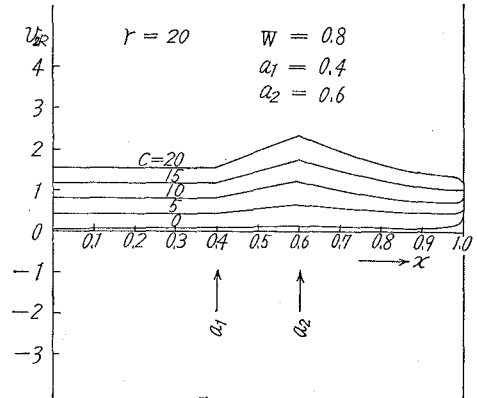


Fig. 20

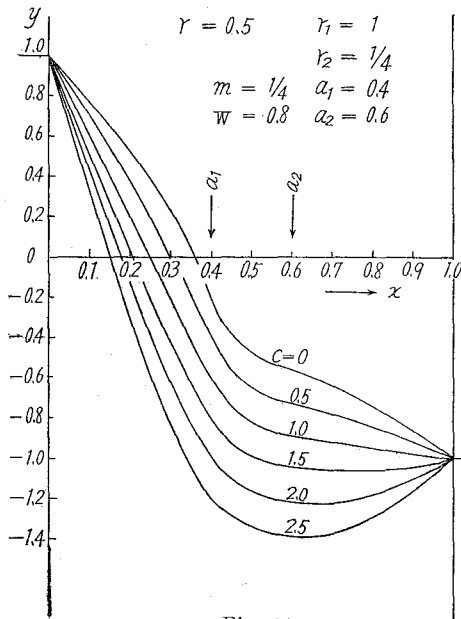


Fig. 21

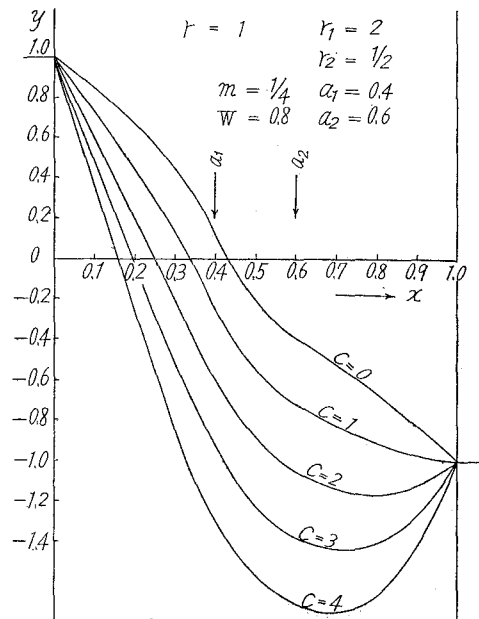


Fig. 22

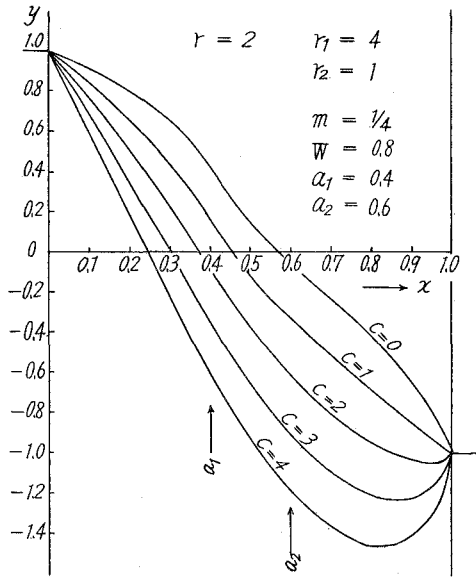


Fig. 23

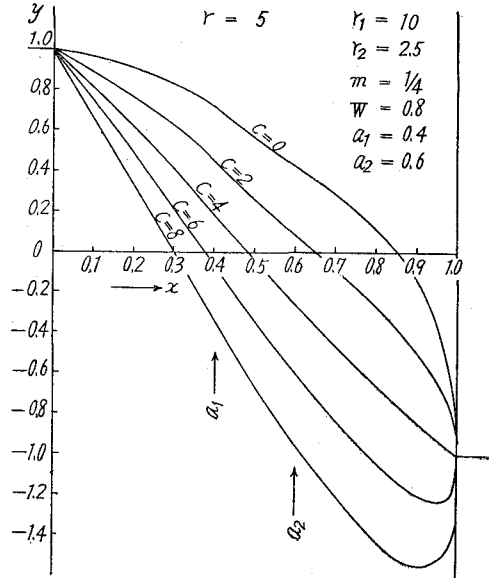


Fig. 24

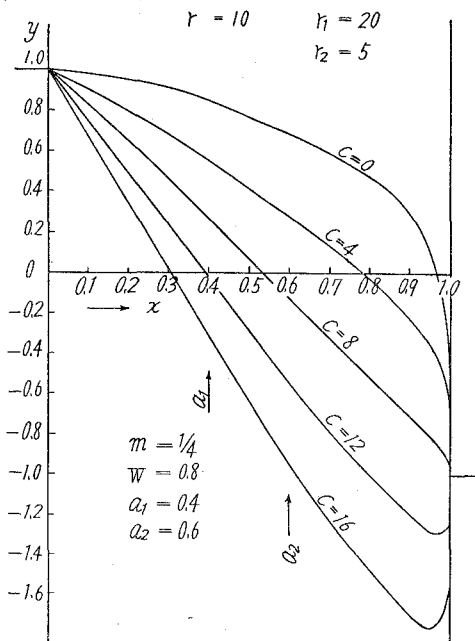


Fig. 25

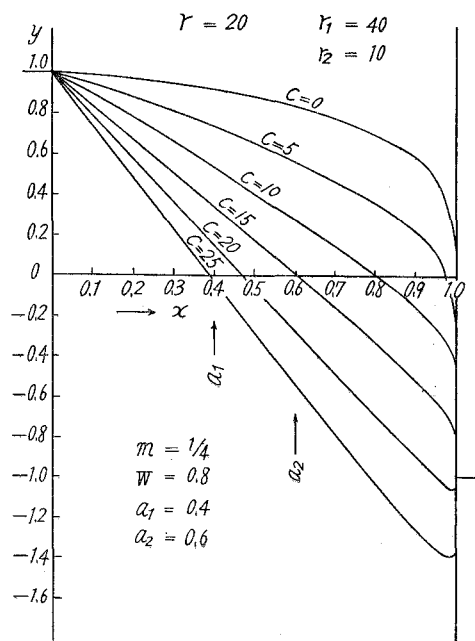


Fig. 26

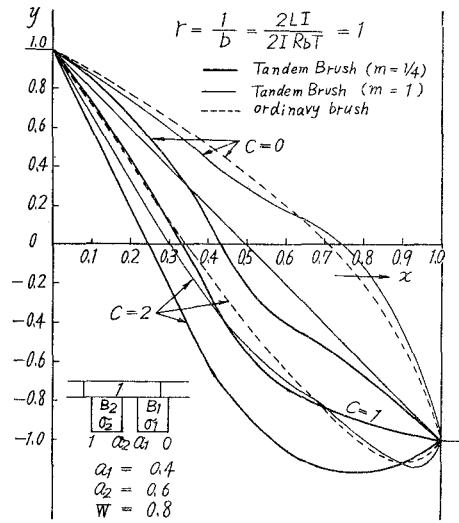


Fig. 27 Comparison of the commutation curves with Tandem Brushes $m = 1/4$ and $m = 1$ to the ordinary brush in case of $r = 1$

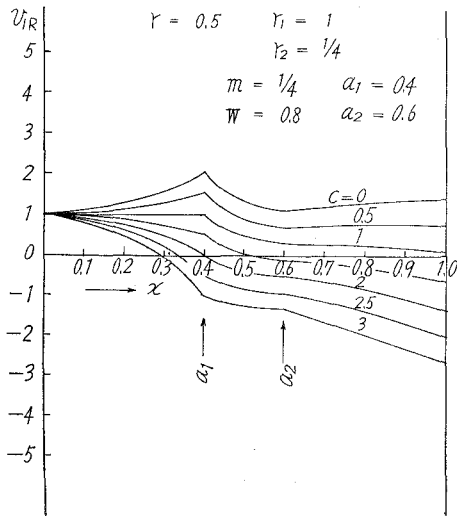


Fig. 28

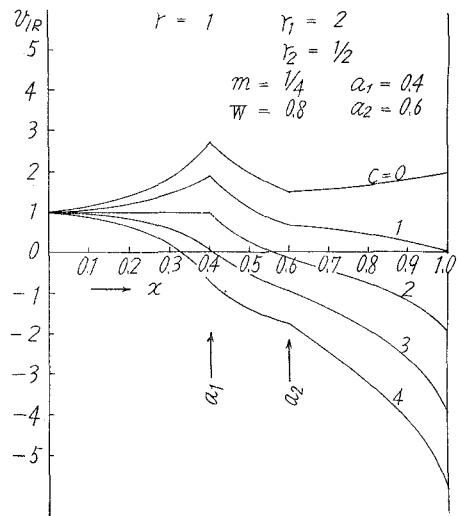


Fig. 29

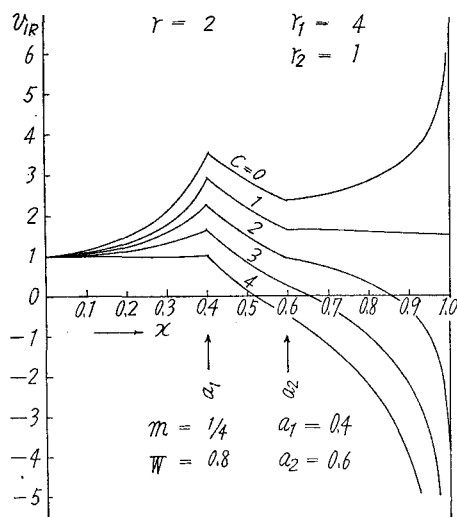


Fig. 30

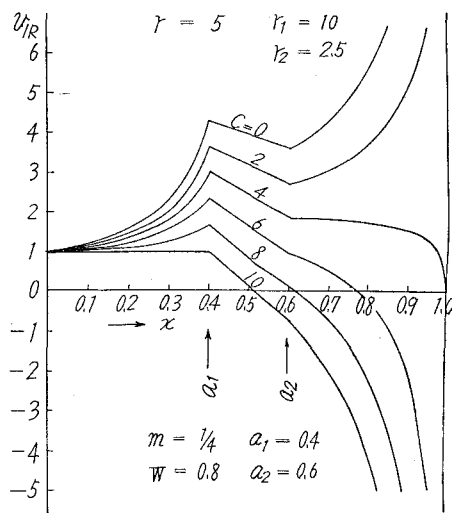


Fig. 31

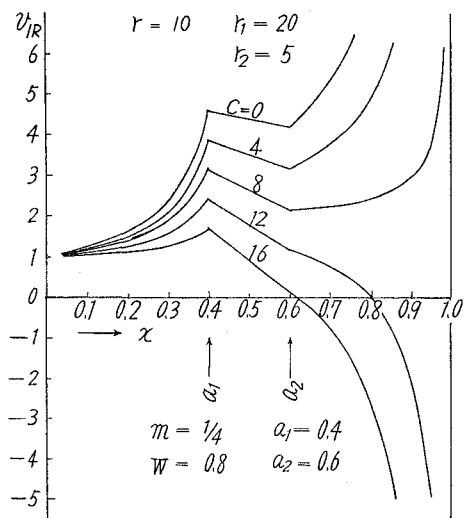


Fig. 32

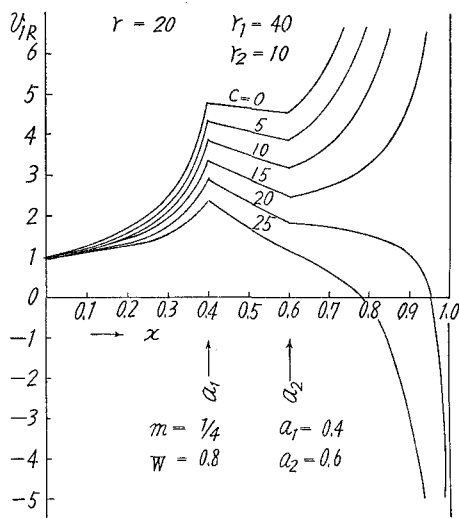


Fig. 33

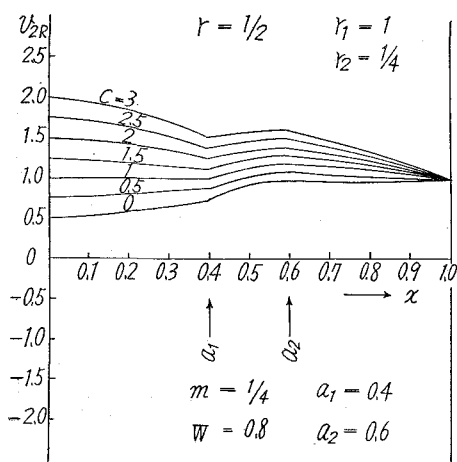


Fig. 34

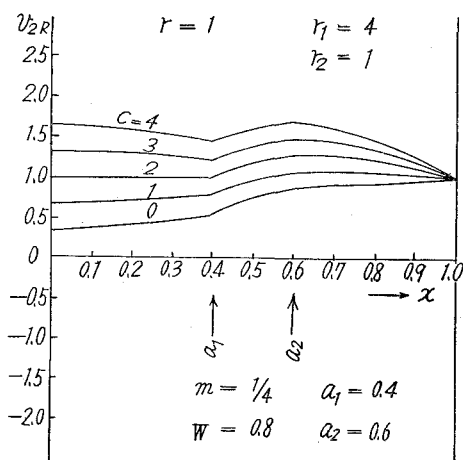


Fig. 35

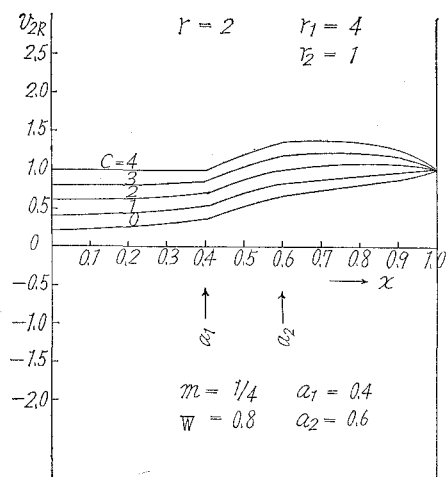


Fig. 36

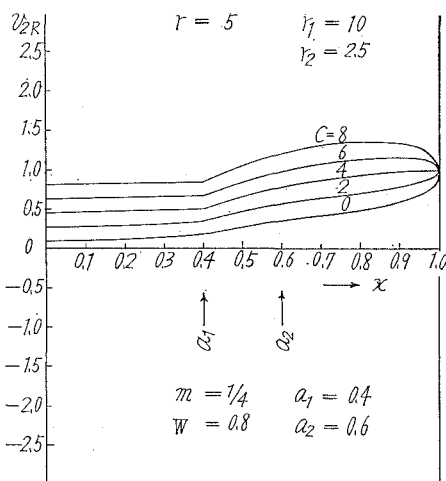


Fig. 37

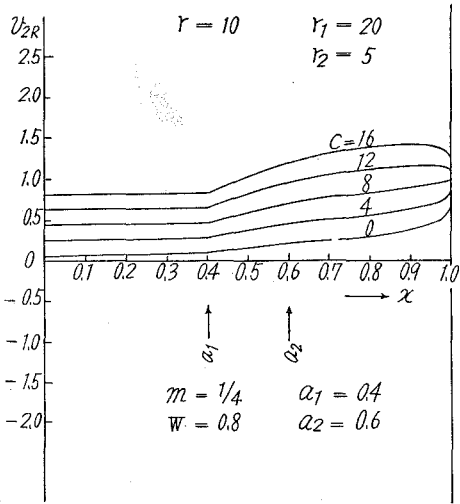


Fig. 38

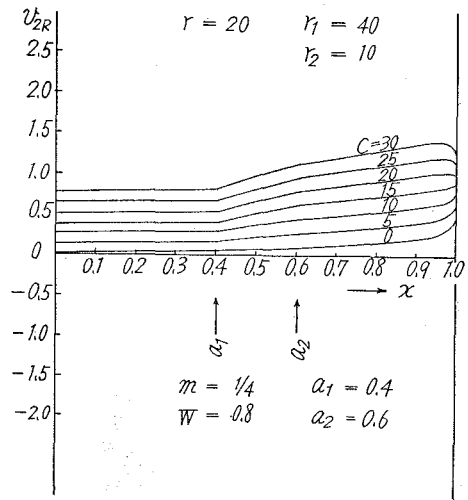


Fig. 39



測定誤差のある場合の \bar{x} 管理図の特性

金 塚 高 次

The Operating Characteristics of \bar{x} Chart when Measurement Errors Exist

Takazi Kanazuka

Abstract

When measurement errors exist, the control limits of \bar{x} chart are $\mu \pm 3\sqrt{(\sigma_P^2 + \sigma_M^2)/n}$. In this case, σ_P^2 is the variance of process and σ_M^2 is that of measurement errors involving sampling errors, and n is sample size. If the change of the process average is δ times as great as the process standard deviation σ_P and the changed process standard deviation is κ times as great as σ_P , the power of detecting the change of the process is

$$P = \Phi \left\{ -3 \sqrt{\frac{1 + (\sigma_M / \sigma_P)^2}{\kappa^2 + (\sigma_M / \sigma_P)^2}} - \delta \sqrt{n} \sqrt{\frac{1}{\kappa^2 + (\sigma_M / \sigma_P)^2}} \right\} \\ + \Phi \left\{ -3 \sqrt{\frac{1 + (\sigma_M / \sigma_P)^2}{\kappa^2 + (\sigma_M / \sigma_P)^2}} + \delta \sqrt{n} \sqrt{\frac{1}{\kappa^2 + (\sigma_M / \sigma_P)^2}} \right\}$$

The influence of measurement errors on \bar{x} chart is explained in detail in this paper.

1. 緒 言

管理図を工程の解析と管理のために使用する上に、いろいろの特性が論じられているが、一番問題とされているものは「母集団が同一であるにもかかわらず点が管理限界線の外に出る確率（第1種の過誤）」およびその逆、すなわち「母集団が異なるにもかかわらず点が管理限界線内にある確率（第2種の過誤）」である。後者の第2種の過誤は、母集団の異常の程度により異なるので、一般に表現するためには横軸に異常の程度をとった動作特性曲線（OC曲線）が用いられており、又この異常を発見する確率が検出力と呼ばれ、この問題に関しては伊藤¹⁾、Cowden²⁾の詳細な研究をはじめとして多くの研究がある。だがこれらの場合はいずれも母分散が単一の σ^2 であるとして測定誤差等の伴なわない場合につき検討している。

しかし、実際にある工程を管理図を使って管理しようとする場合、問題としている特性値については無限母集団と考えられる工程のパラッキの他に、必ず測定誤差、サンプリング誤差、縮分誤差を伴うもので、この測定誤差、サンプリング誤差等の大きさにより管理図の検出力

にいかに影響するかを明らかにすることは、管理図を使う上で重要なことである。これは現在未解決である管理図を調節用に用いる場合の調節限界の合理的な決定法にも関連することである。従来この問題に関する十分な検討はなされていない。わずかに工程平均のみが変化したときにつき水野³⁾の研究がある。

一方計量抜取検査における測定誤差の影響に関しては上甲⁴⁾の研究があり、測定単位の影響については熊谷⁵⁾の研究がある。管理図については吉本⁶⁾により測定単位の影響が検討されている。

著者は測定誤差(サンプリング誤差を含む)の存在する場合の管理図の特性をいろいろの場合について検討しているが、本報ではまず管理図の基本である \bar{x} 管理図の場合について報告する。

2. 工程平均のみが変化したときの特性

いま工程の変動を母分散として σ_P^2 、測定誤差(サンプリング誤差を含む)の分散を σ_M^2 とし、管理図としては、 $N(\mu, \sigma_P^2 + \sigma_M^2)$ という正規母集団に対して、試料の大きさが n で、 $\mu \pm 3\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} / \sqrt{n}$ のところに管理限界線を設けた \bar{x} 管理図について考察する。

工程平均のみが変化して μ' になった正規母集団 $N(\mu', \sigma_P^2 + \sigma_M^2)$ から大きさ n の試料をランダムにとって測定値の平均 \bar{x} を計算し、この管理図に打点するものとする。すなわち図-1において

$$D = 3 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} \quad (1)$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} \quad (2)$$

で、いま工程に

$$\delta' = \mu' - \mu = \delta \sigma_P \quad (3)$$

なる変化があったとすると、点が管理限界外に落ちる確率は図の影線部分の面積で与えられる。

ここで $N(\mu, \sigma^2)$ という正規母集団からの試料平均 \bar{x} がある値 x_0 より小となる確率を

$$Pr\{\bar{x} \leq x_0 \mid \mu, \sigma^2\} \quad (4)$$

で表わすことにすると、 \bar{x} が LCL より小となる確率は

$$Pr_1 = Pr\left\{\bar{x} \leq \mu - 3 \frac{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\sqrt{n}} \mid \mu, \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}\right\} \quad (5)$$

また \bar{x} が UCL より大となる確率は

$$Pr_2 = Pr\left\{\bar{x} \geq \mu + 3 \frac{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\sqrt{n}} \mid \mu, \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}\right\} \quad (6)$$

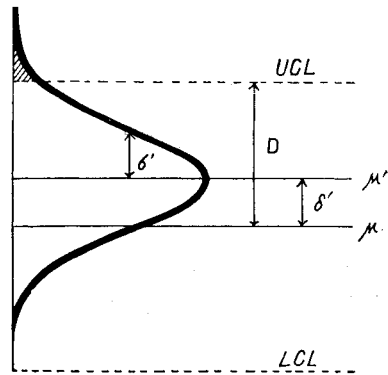


図-1 工程平均の変化

で与えられる。

$$u = \frac{\bar{x} - \mu'}{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} / \sqrt{n}} \quad (7)$$

なる変数変換を行ない規準化すると、工程の変化に対する検出力 $P = P_{r1} + P_{r2}$ は

$$\begin{aligned} P &= P_r \left\{ u \leq -3 + \frac{\mu - \mu'}{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} / \sqrt{n}} \right\} + P_r \left\{ u \geq 3 + \frac{\mu - \mu'}{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} / \sqrt{n}} \right\} \\ &= P_r \left\{ u \leq -3 - \delta \sqrt{n} \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}} \right\} + P_r \left\{ u \geq 3 - \delta \sqrt{n} \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで

$$\sqrt{\frac{\sigma_P^2}{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}} = \sqrt{m} \quad (9)$$

$$\sqrt{n} \times \sqrt{m} = \sqrt{n'} \quad (10)$$

とすれば

$$\begin{aligned} P &= \int_{-\infty}^{-3 - \delta \sqrt{n'}} \phi(u) du + \int_{3 - \delta \sqrt{n'}}^{\infty} \phi(u) du \\ &= \Phi(-3 - \delta \sqrt{n'}) + \Phi(-3 + \delta \sqrt{n'}) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。ただし

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad \Phi(u) = \int_{-\infty}^u \phi(u) du \quad (12)$$

である。 $1/\sqrt{m} = \sqrt{1 + \frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2}}$ であるから、 σ_M^2/σ_P^2 と n を指定すると、 $\sqrt{n'}$ が求められ、(11)から任意の δ に対する検出力が求められる。

一例として $n=5$ 、 $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0.2$ の場合について計算手順を示すと表-1のようになる。表-1において $\delta \geq 0$ についてのみ計算を実施したが $\delta < 0$ の場合には正規分布および \bar{x} 管理図の対称性により検出力も対称になる。

同様な計算で、 $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$ のおのおのについて3シグマ限界の $n=1, 2, 4, 5$ の \bar{x} 管理図と2シグマ限界による $n=1$ の \bar{x} 管理図につき検出力を求め、その結果を表-2に示す。なお、比較のために $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0$ (測定誤差の無い場合) についての検出力も併記した。

表-1 \bar{x} 管理図の検出力の計算表

$$n=5, \sigma_M^2/\sigma_P^2=0.2, \sqrt{m}=0.912871, \sqrt{n'}=2.041242$$

δ	$\delta \sqrt{n'}$	$-3 - \delta \sqrt{n'}$	Pr_1	$-3 + \delta \sqrt{n'}$	Pr_2	P
0	0	- 3	0.00135	- 3	0.00135	0.00270
0.5	1.0206	- 4.0206	0.00003	- 1.9794	0.02389	0.02392
1.0	2.0412	- 5.0412	0.00000	- 0.9588	0.16883	0.16883
1.5	3.0619	- 6.0619	0.00000	0.0619	0.52468	0.52468
2.0	4.0825	- 7.0825	0.00000	1.0825	0.86048	0.86048
2.5	5.1031	- 8.1031	0.00000	2.1031	0.98227	0.98227
3.0	6.1237	- 9.1237	0.00000	3.1237	0.99911	0.99911
3.5	7.1443	- 10.1443	0.00000	4.1443	0.99998	0.99998
4.0	8.1650	- 11.1650	0.00000	5.1650	1.00000	1.00000

表-2.1 n = 4, 3シグマ法

δ \ σ_M^2/σ_P^2	0	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027
0.5	0.0228	0.0204	0.0185	0.0169	0.0146	0.0110
1.0	0.1587	0.1372	0.1201	0.1064	0.0858	0.0564
1.5	0.5000	0.4445	0.3969	0.3561	0.2910	0.1898
2.0	0.8413	0.7921	0.7426	0.6943	0.6049	0.4319
2.5	0.9772	0.9614	0.9411	0.9170	0.8605	0.7038
3.0	0.9987	0.9967	0.9934	0.9882	0.9712	0.8930
3.5	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9967	0.9744
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9961
4.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996
5.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表-2.2 n = 5, 3シグマ法

δ \ σ_M^2/σ_P^2	0	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027
0.5	0.0299	0.0266	0.0239	0.0218	0.0185	0.0137
1.0	0.2225	0.1927	0.1688	0.1494	0.1201	0.0780
1.5	0.6384	0.5785	0.5247	0.4768	0.3969	0.2649
2.0	0.9295	0.8969	0.8605	0.8218	0.7426	0.5645
2.5	0.9952	0.9901	0.9823	0.9715	0.9411	0.8297
3.0	0.9999	0.9997	0.9991	0.9980	0.9934	0.9594
3.5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9944
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996
4.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表-2.3 $n = 2, 3$ シグマ法

δ \ σ_M^2/σ_P^2	0	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027
0.5	0.0110	0.0101	0.0094	0.0088	0.0079	0.0064
1.0	0.0564	0.0493	0.0437	0.0392	0.0325	0.0228
1.5	0.1898	0.1642	0.1438	0.1272	0.1024	0.0668
2.0	0.4319	0.3809	0.3380	0.3018	0.2449	0.1587
2.5	0.7038	0.6447	0.5900	0.5402	0.4594	0.3085
3.0	0.8930	0.8520	0.8087	0.7645	0.6787	0.5000
3.5	0.9744	0.9572	0.9355	0.9101	0.8512	0.6915
4.0	0.9961	0.9917	0.9848	0.9751	0.9473	0.8413
4.5	0.9996	0.9989	0.9975	0.9951	0.9860	0.9332
5.0	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9972	0.9772
5.5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9938
6.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987
6.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
7.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表-2.4 $n = 1, 3$ シグマ法

δ \ σ_M^2/σ_P^2	0	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027
0.5	0.0064	0.0061	0.0058	0.0055	0.0051	0.0045
1.0	0.0228	0.0204	0.0185	0.0169	0.0146	0.0110
1.5	0.0668	0.0582	0.0515	0.0461	0.0379	0.0263
2.0	0.1587	0.1372	0.1201	0.1064	0.0858	0.0564
2.5	0.3085	0.2689	0.2364	0.2097	0.1688	0.1089
3.0	0.5000	0.4445	0.3969	0.3561	0.2910	0.1898
3.5	0.6915	0.6320	0.5773	0.5278	0.4434	0.2998
4.0	0.8413	0.7921	0.7426	0.6943	0.6049	0.4319
4.5	0.9332	0.9016	0.8660	0.8281	0.7499	0.5722
5.0	0.9772	0.9614	0.9411	0.9170	0.8605	0.7038
5.5	0.9938	0.9876	0.9783	0.9659	0.9320	0.8130
6.0	0.9987	0.9967	0.9934	0.9882	0.9712	0.8930
6.5	0.9998	0.9993	0.9983	0.9965	0.9895	0.9448
7.0	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9967	0.9744
7.5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9991	0.9894
8.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9961
8.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
9.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996
9.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
10.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

図-2に $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0.3$, $n=1, 2, 4, 5$ の場合の工程の変化 δ と検出力 P との関係, 図-3に $n=5$, $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0\sim 1.0$ の場合の δ と P との関係, 図-4に $n=5$, $\delta=0.5\sim 3.0$ の場合の σ_M^2/σ_P^2 と P との関係を示す。

計算の結果からつぎの結論が得られる。

1) 管理限界の巾を与える係数が一定の場合, 検出力は $\delta\sqrt{n}\sqrt{m}$ の値によって定まる。たとえば, δ が一定ならば, $n=1, \sigma_M^2/\sigma_P^2=0$ と $n=2, \sigma_M^2/\sigma_P^2=1.0$ また $n=3, \sigma_M^2/\sigma_P^2$

表-2.5 $n=1, 2$ シグマ法

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.0455	0.0455	0.0455	0.0455	0.0455	0.0455
0.5	0.0730	0.0705	0.0684	0.0666	0.0637	0.0591
1.0	0.1600	0.1493	0.1403	0.1327	0.1207	0.1014
1.5	0.3088	0.2847	0.2645	0.2473	0.2197	0.1749
2.0	0.5000	0.4630	0.4309	0.4030	0.3570	0.2793
2.5	0.6915	0.6494	0.6111	0.5764	0.5164	0.4083
3.0	0.8413	0.8052	0.7699	0.7360	0.6735	0.5483
3.5	0.9332	0.9094	0.8840	0.8576	0.8045	0.6826
4.0	0.9772	0.9652	0.9507	0.9343	0.8972	0.7963
4.5	0.9938	0.9890	0.9825	0.9742	0.9530	0.8814
5.0	0.9987	0.9972	0.9948	0.9915	0.9814	0.9377
5.5	0.9998	0.9994	0.9987	0.9976	0.9936	0.9706
6.0	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9981	0.9875
6.5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9953
7.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9984
7.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
8.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
8.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
9.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
9.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

=2.0 などはいずれも $\sqrt{n}\sqrt{m}=1$ で検出力は同じである。また $n=2, \sigma_M^2/\sigma_P^2=0$ と $n=4, \sigma_M^2/\sigma_P^2=1.0$ は $\sqrt{n}\sqrt{m}=\sqrt{2}$ で検出力は同じである。すなわち工程の変動と

同程度の大きさの測定誤差のある場合の $n=4$ の \bar{x} 管理図の検出力は、測定誤差のない場合の $n=2$ の \bar{x} 管理図の検出力と等しい。一般的に同じ検出力を得る n は、 $m=1$ すなわち $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0$ の n の $1/m$ すなわち $(1 + \frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2})$ 倍である。

σ_M^2/σ_P^2 が一定ならば、 $n=1, \delta=1$ と $n=4, \delta=1/2$ はいずれも $\delta\sqrt{n}=1$ で検出力

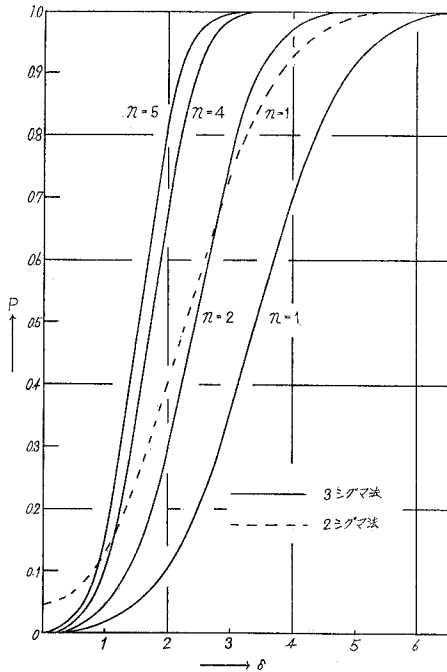


図-2 検出力曲線 (1)
 μ のみ変化した場合 $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0.3$

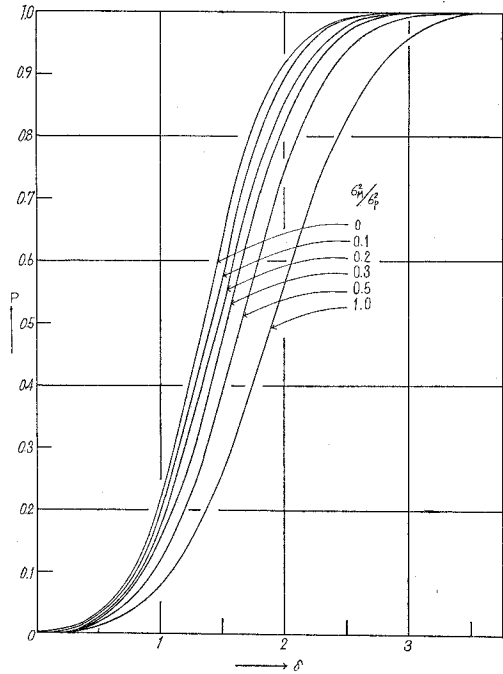


図-3 検出力曲線 (2)
 μ のみ変化した場合 $n=5$

は同じである。一般的に同じ検出力を得る δ は $n=1$ の δ の $1/\sqrt{n}$ である。

また n が一定ならば、同じ検出力を得る δ は $\sqrt{m}=1$ すなわち $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0$ の δ の $1/\sqrt{m} = \sqrt{1 + \frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2}}$ 倍である。

2) $\delta=0$ のときは σ_M^2/σ_P^2 は検出力に影響せず、第1種の誤りの確率は3シグマ法で0.27%であり、2シグマ法では4.55%である。

3) $\delta\sqrt{n}$ が十分大きくて、 \sqrt{m} の係数を乗じても3シグマ限界の外にあるならば、 σ_M^2/σ_P^2 の影響はない。

4) 3シグマ法では $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0.1\sim 1.0$ の範囲では、 $\delta\sqrt{n}=3\sim 5$ のとき測定誤差が検出力を減少させる効果が大である。

5) σ_M^2/σ_P^2 が大となって検出力が減少したとき、 n を大にすれば検出力を回復することが可能である。この程度は $\delta\sqrt{n}\sqrt{m}$ によって定まる。

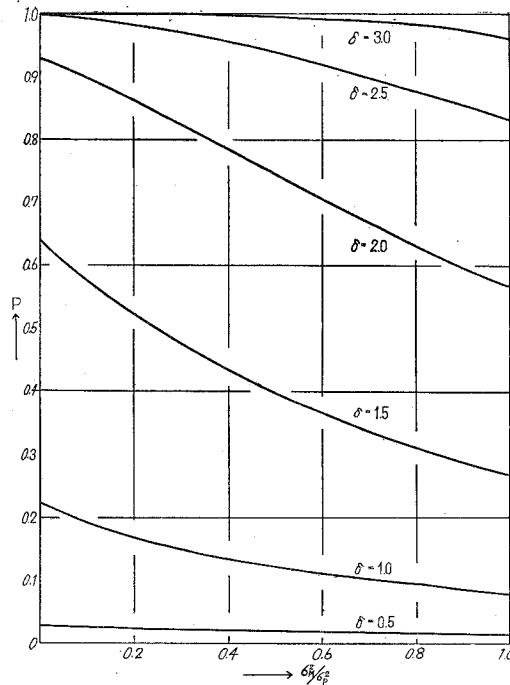


図-4 検出力曲線 (3)
 μ のみ変化した場合 $n=5$

3. 工程標準偏差のみが変化したときの特性

σ_P のみが変化した新しい母集団 $N(\mu, \sigma_P'^2 + \sigma_M^2)$ からの大きさの n 試料平均 \bar{x} を、もとの母集団 $N(\mu, \sigma_P^2 + \sigma_M^2)$ により設定した管理図に打点した場合、点が管理限界外に落ちる確率は

$$P = \Pr \left\{ \bar{x} \leq \mu - 3 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} \mid \mu, \sqrt{\sigma_P'^2 + \sigma_M^2} \right\} + \Pr \left\{ \bar{x} \geq \mu + 3 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} \mid \mu, \sqrt{\sigma_P'^2 + \sigma_M^2} \right\} \quad (13)$$

で与えられる。

$$u = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\sigma_P'^2 + \sigma_M^2} / \sqrt{n}} \quad (14)$$

なる変数変換を行なって規準化すると

$$P = \Pr \{ u \leq -3\sqrt{m'} \} + \Pr \{ u \geq 3\sqrt{m'} \} = 2 \Phi(-3\sqrt{m'}) \quad (15)$$

となる。ただし

$$\sqrt{m'} = \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} \quad (16)$$

である。いま $\sigma_{P'}/\sigma_P = \kappa$ ，すなわち工程の母標準偏差がもとの κ 倍になったときは

$$\sqrt{m'} = \sqrt{\frac{1 + \sigma_M^2/\sigma_P^2}{\kappa^2 + \sigma_M^2/\sigma_P^2}} \quad (17)$$

となり，検出力は試料の大きさには無関係である。

$\sigma_M^2/\sigma_P^2 = 0.1, 0.3, 0.5, 1.0, \kappa = 0.5 \sim 6.0$ について検出力を計算し，その結果を表-3に示す。表-3の結果を図示すると，図-5のようになる。

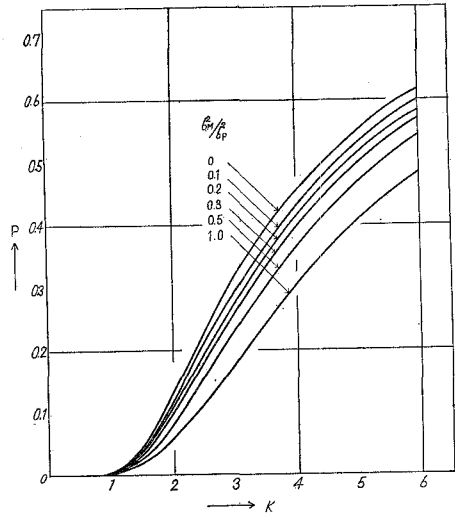


図-5 検出力曲線 (4) σ_P のみ変化した場合 (3シグマ法)

表-3 3シグマ法

σ_M^2/σ_P^2 κ	0	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
1.0	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027
1.5	0.0455	0.0401	0.0358	0.0322	0.0267	0.0186
2.0	0.1336	0.1202	0.1088	0.0990	0.0833	0.0578
2.5	0.2301	0.2118	0.1957	0.1814	0.1573	0.1151
3.0	0.3173	0.2969	0.2786	0.2620	0.2332	0.1797
4.0	0.4533	0.4329	0.4142	0.3969	0.3657	0.3035
5.0	0.5485	0.5300	0.5127	0.4965	0.4669	0.4054
6.0	0.6171	0.6005	0.5849	0.5702	0.5431	0.4855

結論として工程標準偏差 σ_P が変化したときの \bar{x} 管理図の検出力に対する測定誤差の影響はつぎのとおりである。

1) 検出力は管理限界の巾を与える係数と $\sqrt{m'}$ の値により定まり，試料の大きさに無関係である。

2) $\kappa > 1$ では σ_M^2/σ_P^2 が增大すると検出力が減少するが，式 (17) で見るとおり $\sqrt{m'}$ の分子分母に σ_M^2/σ_P^2 が入っているので， μ のみが変わる場合ほどその影響は大きくない。

3) $\kappa = 1$ では σ_M^2/σ_P^2 は検出力に影響しない。

4) $\kappa < 1$ では $\sqrt{m'} > 1$ であるから， σ_M^2/σ_P^2 の影響はほとんどなく，検出力は次第に 0 に接近するが， σ_M^2/σ_P^2 が大きい場合は小さい場合よりごく僅か検出力が増加する傾向がある。

4. 工程平均と工程標準偏差とが変化したときの特性

工程の変化により新しい母集団を $N(\mu', \sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2)$ とし、これから大きさ n の試料をとりその平均値 \bar{x} を $N(\mu, \sigma_P^2 + \sigma_M^2)$ から設定した管理限界をもつ管理図に打点した場合に、点が管理限界外に落ちる確率は、

$$P = \Pr \left\{ \bar{x} \leq \mu - 3 \frac{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\sqrt{n}} \mid \mu', \sqrt{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2} \right\} \\ + \Pr \left\{ \bar{x} \geq \mu + 3 \frac{\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\sqrt{n}} \mid \mu', \sqrt{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2} \right\} \quad (18)$$

で与えられる。

$$u = \frac{\bar{x} - \mu'}{\sqrt{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2} / \sqrt{n}} \quad (19)$$

なる変数変換を行なって規準化すると

$$P = \Pr \left\{ u \leq (\mu - \mu') \sqrt{\frac{n}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} - 3 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} \right\} \\ + \Pr \left\{ u \geq (\mu - \mu') \sqrt{\frac{n}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} + 3 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} \right\} \quad (20)$$

となる。ここで $(\mu' - \mu) / \sigma_P = \delta$, $\sigma_{P'} / \sigma_P = \kappa$ とおくと、式 (20) は

$$P = \Pr \left\{ u \leq -\delta \sqrt{n} \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} - 3 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} \right\} \\ + \Pr \left\{ u \geq -\delta \sqrt{n} \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} + 3 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} \right\} \quad (21)$$

となる。

$$\sqrt{m'} = \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} = \sqrt{\frac{1 + \sigma_M^2 / \sigma_P^2}{\kappa^2 + \sigma_M^2 / \sigma_P^2}} \\ \sqrt{m''} = \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{\sigma_{P'}^2 + \sigma_M^2}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa^2 + \sigma_M^2 / \sigma_P^2}} \\ \sqrt{n} \times \sqrt{m''} = \sqrt{n''}$$

とおけば

$$P = \Pr \left\{ u \leq -\delta \sqrt{n''} - 3\sqrt{m'} \right\} + \Pr \left\{ u \geq -\delta \sqrt{n''} + 3\sqrt{m'} \right\} \\ = \Phi(-3\sqrt{m'} - \delta \sqrt{n''}) + \Phi(-3\sqrt{m'} + \delta \sqrt{n''}) \quad (22)$$

となる。

故に、いま n , σ_M^2 / σ_P^2 を指定し、各 κ に対する $\sqrt{m'}$, $\sqrt{m''}$, $\sqrt{n''}$ を求め、 δ を指定すると、(22) よりその場合の検出力 P が求められる。

実用的な $n = 4$ と $n = 5$ につき、 $\sigma_M^2 / \sigma_P^2 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$, $\delta = 0.5 \sim 6.0$, $\kappa = 0.5 \sim 6.0$ の場合の検出力を計算し、その結果を表-4, 表-5 に示す。

表-4.1 $n = 4, \kappa = 0.5$

$\frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2}$ δ	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
0.5	0.0001	0.0003	0.0006	0.0010	0.0019
1.0	0.0263	0.0276	0.0277	0.0266	0.0224
1.5	0.4023	0.3348	0.2854	0.2181	0.1332
2.0	0.9255	0.8563	0.7827	0.6466	0.4141
2.5	0.9991	0.9947	0.9834	0.9371	0.7509
3.0	1.0000	1.0000	0.9997	0.9964	0.9420
3.5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9932
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996
4.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表-4.2 $n = 4, \kappa = 2$

$\frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2}$ δ	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.1202	0.1088	0.0990	0.0833	0.0578
0.5	0.1649	0.1506	0.1381	0.1175	0.0830
1.0	0.2912	0.2701	0.2511	0.2187	0.1606
1.5	0.4724	0.4455	0.4206	0.3762	0.2898
2.0	0.6636	0.6364	0.6102	0.5612	0.4569
2.5	0.8200	0.7985	0.7769	0.7340	0.6326
3.0	0.9206	0.9073	0.8932	0.8636	0.7840
3.5	0.9715	0.9650	0.9578	0.9415	0.8912
4.0	0.9917	0.9893	0.9864	0.9793	0.9536
4.5	0.9981	0.9974	0.9964	0.9940	0.9833
5.0	0.9996	0.9995	0.9992	0.9986	0.9950
5.5	0.9999	0.9999	0.9999	0.9997	0.9987
6.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997

表-4.3 $n = 4, \kappa = 3$

$\frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2}$ δ	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.2969	0.2786	0.2620	0.2332	0.1797
0.5	0.3230	0.3043	0.2873	0.2575	0.2013
1.0	0.3960	0.3764	0.3584	0.3263	0.2633
1.5	0.5015	0.4815	0.4628	0.4286	0.3582
2.0	0.6203	0.6012	0.5828	0.5485	0.4740

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
2.5	0.7340	0.7171	0.7006	0.6689	0.5964
3.0	0.8291	0.8156	0.8022	0.7756	0.7114
3.5	0.8997	0.8900	0.8801	0.8600	0.8086
4.0	0.9463	0.9400	0.9335	0.9199	0.8827
4.5	0.9739	0.9702	0.9664	0.9580	0.9338
5.0	0.9885	0.9866	0.9845	0.9799	0.9657
5.5	0.9954	0.9945	0.9935	0.9913	0.9837
6.0	0.9983	0.9980	0.9975	0.9965	0.9929

表-4.4 $n=4, \kappa=4$

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.4329	0.4142	0.3969	0.3657	0.3035
0.5	0.4471	0.4285	0.4112	0.3801	0.3176
1.0	0.4874	0.4692	0.4522	0.4213	0.3583
1.5	0.5482	0.5308	0.5144	0.4843	0.4210
2.0	0.6217	0.6055	0.5901	0.5614	0.4993
2.5	0.6991	0.6846	0.6707	0.6443	0.5854
3.0	0.7728	0.7604	0.7484	0.7252	0.6715
3.5	0.8373	0.8272	0.8173	0.7978	0.7514
4.0	0.8895	0.8817	0.8740	0.8586	0.8204
4.5	0.9289	0.9233	0.9176	0.9060	0.8764
5.0	0.9567	0.9528	0.9489	0.9407	0.9190
5.5	0.9751	0.9725	0.9700	0.9645	0.9495
6.0	0.9864	0.9849	0.9833	0.9799	0.9701

表-4.5 $n=4, \kappa=5$

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.5300	0.5127	0.4965	0.4669	0.4054
0.5	0.5381	0.5210	0.5049	0.4755	0.4144
1.0	0.5617	0.5451	0.5294	0.5007	0.4405
1.5	0.5983	0.5825	0.5676	0.5400	0.4815
2.0	0.6445	0.6299	0.6159	0.5900	0.5340
2.5	0.6963	0.6830	0.6703	0.6465	0.5940
3.0	0.7495	0.7378	0.7265	0.7052	0.6571
3.5	0.8005	0.7905	0.7808	0.7622	0.7194
4.0	0.8467	0.8384	0.8303	0.8146	0.7776

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0.1	0.2	0.3	0.5	1.5
4.5	0.8864	0.8797	0.8731	0.8603	0.8293
5.0	0.9187	0.9135	0.9084	0.8982	0.8732
5.5	0.9439	0.9400	0.9362	0.9284	0.9089
6.0	0.9627	0.9599	0.9571	0.9514	0.9366

表—4. 6 $n = 4, \kappa = 6$

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.6005	0.5849	0.5702	0.5431	0.4855
0.5	0.6055	0.5901	0.5755	0.5486	0.4914
1.0	0.6202	0.6052	0.5909	0.5647	0.5086
1.5	0.6434	0.6291	0.6155	0.5902	0.5360
2.0	0.6736	0.6602	0.6474	0.6235	0.5718
2.5	0.7087	0.6963	0.6845	0.6624	0.6139
3.0	0.7465	0.7354	0.7247	0.7045	0.6598
3.5	0.7850	0.7751	0.7656	0.7476	0.7071
4.0	0.8222	0.8136	0.8054	0.7897	0.7537
4.5	0.8566	0.8494	0.8424	0.8289	0.7977
5.0	0.8873	0.8814	0.8755	0.8643	0.8377
5.5	0.9137	0.9089	0.9041	0.8949	0.8728
6.0	0.9356	0.9318	0.9280	0.9207	0.9027

表—5. 1 $n = 5, \kappa = 0.5$

$\frac{\sigma_M^2/\sigma_P^2}{\delta}$	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
0.5	0.0003	0.0006	0.0010	0.0016	0.0026
1.0	0.0619	0.0587	0.0551	0.0484	0.0364
1.5	0.6372	0.5402	0.4643	0.3558	0.2134
2.0	0.9875	0.9614	0.9219	0.8216	0.5813
2.5	1.0000	0.9997	0.9983	0.9865	0.8860
3.0	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9863
3.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表—5.2 $n=5, \kappa=2$

δ / σ_M^2 / σ_P^2	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.1202	0.1088	0.0990	0.0833	0.0578
0.5	0.1758	0.1608	0.1477	0.1260	0.0894
1.0	0.3304	0.3077	0.2871	0.2516	0.1866
1.5	0.5415	0.5138	0.4878	0.4405	0.3459
2.0	0.7438	0.7187	0.6940	0.6466	0.5409
2.5	0.8863	0.8696	0.8523	0.8168	0.7266
3.0	0.9607	0.9525	0.9436	0.9237	0.8649
3.5	0.9896	0.9866	0.9832	0.9748	0.9455
4.0	0.9979	0.9971	0.9961	0.9935	0.9823
4.5	0.9997	0.9995	0.9993	0.9987	0.9954
5.0	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9990
5.5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
6.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表—5.3 $n=5, \kappa=3$

δ / σ_M^2 / σ_P^2	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.2969	0.2786	0.2620	0.2332	0.1797
0.5	0.3294	0.3106	0.2935	0.2635	0.2066
1.0	0.4186	0.3989	0.3807	0.3480	0.2831
1.5	0.5430	0.5232	0.5045	0.4699	0.3975
2.0	0.6756	0.6573	0.6397	0.6063	0.5319
2.5	0.7930	0.7780	0.7632	0.7342	0.6659
3.0	0.8817	0.8709	0.8600	0.8379	0.7825
3.5	0.9397	0.9329	0.9258	0.9111	0.8715
4.0	0.9727	0.9690	0.9650	0.9564	0.9315
4.5	0.9891	0.9873	0.9853	0.9809	0.9671
5.0	0.9961	0.9954	0.9945	0.9926	0.9859
5.5	0.9988	0.9985	0.9982	0.9974	0.9946
6.0	0.9997	0.9996	0.9995	0.9992	0.9981

表—5. 4 $n = 5, \kappa = 4$

$\frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2}$ δ	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.4329	0.4142	0.3969	0.3657	0.3035
0.5	0.4505	0.4320	0.4147	0.3836	0.3211
1.0	0.5002	0.4821	0.4652	0.4345	0.3713
1.5	0.5733	0.5562	0.5401	0.5104	0.4474
2.0	0.6583	0.6428	0.6281	0.6003	0.5395
2.5	0.7435	0.7302	0.7173	0.6927	0.6366
3.0	0.8197	0.8089	0.7983	0.7777	0.7290
3.5	0.8814	0.8732	0.8651	0.8490	0.8093
4.0	0.9271	0.9213	0.9155	0.9037	0.8736
4.5	0.9581	0.9543	0.9505	0.9425	0.9212
5.0	0.9776	0.9752	0.9729	0.9678	0.9539
5.5	0.9888	0.9875	0.9861	0.9832	0.9747
6.0	0.9948	0.9941	0.9934	0.9918	0.9870

表—5. 5 $n = 5, \kappa = 5$

$\frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2}$ δ	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.5300	0.5127	0.4965	0.4669	0.4054
0.5	0.5401	0.5230	0.5070	0.4777	0.4166
1.0	0.5692	0.5528	0.5373	0.5088	0.4489
1.5	0.6138	0.5983	0.5837	0.5567	0.4990
2.0	0.6685	0.6545	0.6411	0.6161	0.5617
2.5	0.7278	0.7154	0.7035	0.6811	0.6311
3.0	0.7860	0.7755	0.7653	0.7459	0.7015
3.5	0.8391	0.8305	0.8221	0.8059	0.7679
4.0	0.8843	0.8776	0.8709	0.8579	0.8266
4.5	0.9205	0.9154	0.9104	0.9003	0.8756
5.0	0.9477	0.9441	0.9404	0.9330	0.9144
5.5	0.9672	0.9646	0.9621	0.9569	0.9435
6.0	0.9803	0.9786	0.9770	0.9735	0.9643

表-5.6 $n = 5, \kappa = 6$

δ \ σ_M^2/σ_P^2	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0
0	0.6005	0.5849	0.5702	0.5431	0.4855
0.5	0.6067	0.5914	0.5768	0.5499	0.4928
1.0	0.6250	0.6100	0.5960	0.5699	0.5142
1.5	0.6535	0.6394	0.6260	0.6012	0.5478
2.0	0.6897	0.6767	0.6644	0.6413	0.5910
2.5	0.7309	0.7192	0.7080	0.6870	0.6406
3.0	0.7738	0.7636	0.7537	0.7351	0.6933
3.5	0.8159	0.8071	0.7986	0.7825	0.7457
4.0	0.8548	0.8475	0.8405	0.8269	0.7953
4.5	0.8891	0.8832	0.8775	0.8663	0.8400
5.0	0.9180	0.9133	0.9088	0.8999	0.8786
5.5	0.9412	0.9377	0.9342	0.9274	0.9106
6.0	0.9592	0.9566	0.9541	0.9489	0.9361

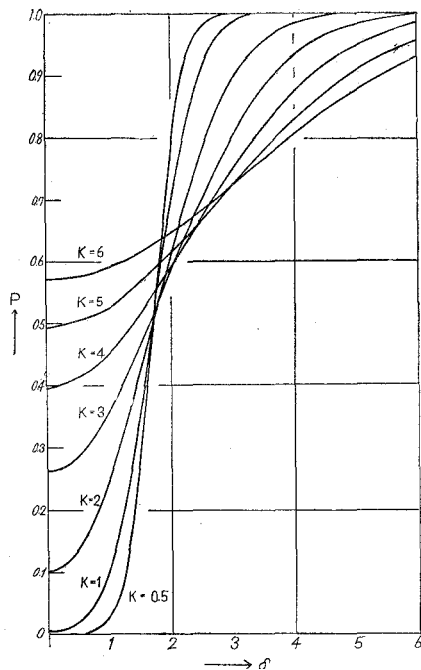


図-6 検出力曲線 (5)
 μ と σ_P が変化した場合
 $n=4 \quad \sigma_M^2/\sigma_P^2=0.3$

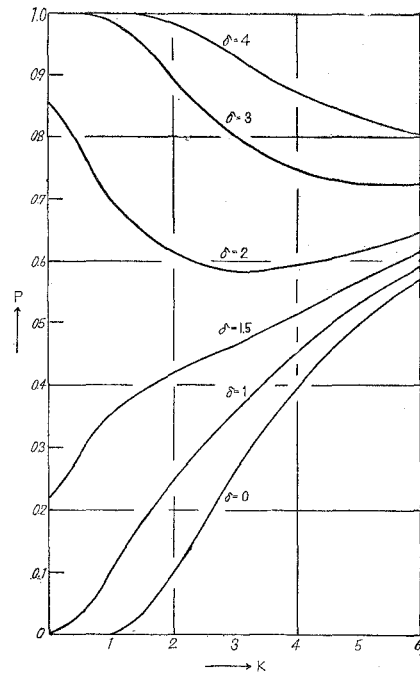


図-7 検出力曲線 (6)
 μ と σ_P が変化した場合
 $n=4 \quad \sigma_M^2/\sigma_P^2=0.3$

図-6 に $n = 4$, $\sigma_M^2/\sigma_P^2 = 0.3$, $\kappa = 0.5$ ~ 6 の場合の δ と P との関係, 図-7 に $n = 4$, $\sigma_M^2/\sigma_P^2 = 0.3$, $\delta = 0 \sim 4$ の場合の κ と P との関係, 図-8 に $n = 4$, $\delta = 2$, $\kappa = 0.5$ ~ 6 の場合の σ_M^2/σ_P^2 と P との関係を示す。

また, 式 (22) において, n , σ_M^2/σ_P^2 を指定し P を固定して, 解くとその場合の等検出力線図が得られる。 $n = 4$, $\sigma_M^2/\sigma_P^2 = 0.5$ の場合について計算を行ない, 結果を図示すると図-9 のようになる。図-9 には比較のために, $n = 4$, $\sigma_M^2/\sigma_P^2 = 0$ の場合の $P = 0.01, 0.50, 0.99$ の等検出力線も併記した。

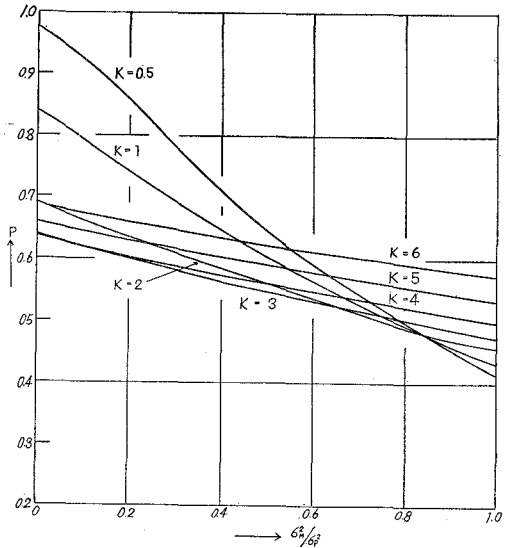


図-8 検出力曲線 (7)
 μ と σ_P が変化した場合
 $n = 4$ $\delta = 2$

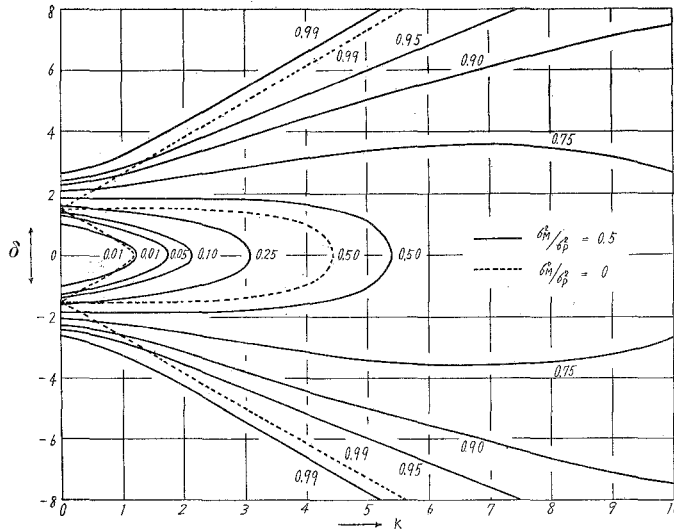


図-9 等検出力線図
 $n = 4$ $\sigma_M^2/\sigma_P^2 = 0.5$

μ と σ_P が同時に変化した場合の \bar{x} 管理図の検出力に対する測定誤差の影響を要約すればつぎのとおりである。

- 1) $\delta = 0$, $\kappa = 1$ のときは σ_M^2/σ_P^2 は検出力に影響しない。
- 2) 3シグマ法では工程の変化が $\kappa < 1$, $\delta\sqrt{n} < 3$ の範囲内で測定誤差が存在すると,

僅かではあるが検出力が増加する場合もある。

3) 3シグマ法で $\sigma_M^2/\sigma_P^2=0.1\sim 1.0$ の範囲では、2) の場合を除き σ_M^2/σ_P^2 が増大すれば検出力は小となる。とくに κ が小さく ($\kappa \leq 1$)、 $\delta\sqrt{n} = 3\sim 5$ のとき検出力の減少の程度が大きい。

4) 式(22)において、 δ が大なるところでは $\delta\sqrt{m''}$ が重大な意義をもち、 κ が増大すると $\sqrt{m''}$ の値が小となるので検出力はかえって小となる。

5) δ が小なるところでは式(22)の $3\sqrt{m''}$ が重大な意義をもち、 κ が増大すると $\sqrt{m''}$ の値が小となるので検出力が増す。

6) σ_M^2/σ_P^2 が大となって検出力が減少したとき、 n を大にすれば検出力を回復することが可能である。

5. 結 言

工程平均のみが変化した場合、工程標準偏差のみが変化した場合、ならびにこれらがともに変化した場合の \bar{x} 管理図の検出力に対する測定誤差の影響を調べた。測定誤差が無視できない場合には管理図の検出力を考慮して n を定める必要があるが、その根拠は本報の結果から与えられる。

終りに、御懇切な御指導を賜った東京工業大学資源化学研究所水野滋博士に感謝の意を表す。また本報のとりまとめにあたっては工学土木内吾朗君の協力によるところが多い。記して感謝の意を表わす。

(昭和38年4月30日受理)

文 献

- 1) 伊東静男：管理図法ノート（日科技連，1959）
- 2) Cowden, D.J. : Statistical Methods in Quality Control P.257 (Prentice-Hall, Inc.1957)
- 3) Mizuno, S. : Bulletin of the International Statistical Institute 38, Part 3, 405 (1961)
- 4) 上甲子郎，日本疏安工業協会技術資料，第5集（日本疏安工業協会，1954）
- 5) 熊谷智徳：品質管理，10，802（1959）
- 6) 吉本 勇：標準化，12，No.9，4（1959）

昭和37年度研究業績

I 論 文

題 目	著 者 名	発表機関誌名	月 日
高さ軸圧縮力の変化を考慮せる単純ゲタの理論について	中村作太郎	土木学会北海道支部 技術資料第19号	38. 2.19
変断面単純ゲタの光弾性実験による応力分布について	中村作太郎 番匠 勲	同 上	38. 2.19
箱形弦材を有する模型トラスの座屈現象について	中村作太郎 番匠 勲 田村 政 須志 雄	同 上	38. 2.19
北海道産オリビンサンドのCO ₂ プロセス適用試験	宮本 武	北海道科学研究報告 第4集	38. 3.
鉛電解アノードスライムに関する研究(第2報) — 一 固溶体型不純物のスライム化について —	伊沢正宣 田中 時昭	日本鋳業会誌	37. 7
亜硝酸ナトリウムによるスルファニルアミドの電位差滴定	上野幸三 太刀川 哲平	分析化学 11巻5号	37. 5.
急速加熱冷却の繰返による炭素鋼の組織変化Ac ₁ 以下の場合について	三浦寛 萩原 徹	北大工学部研究報告 第31号	37.10.
石炭酸ソーダ水溶液に対する炭酸ガスの溶解度係数	木村一 竹内 隆男	化学工学	38. 1.
クニストーン・ボックスシリーズ(第13巻) 「英語一般」共著	増田 貢	大修館単行本	37.11.30
De Non Alio Nicolai de Cusa. (ラテン文)	大出 哲	中世思想研究V	37.11. 7
On a Ya. B. Rutickii's Theorem Concerning a Property of the Orlicz Norm.	Kōji Honda	Proceedings of the Japan Academy, Vol. 38, No. 7(1962)	37.12.
高沸点タール塩基類の酸化利用に関する研究(キノリンの空気酸化によるニコチン酸の製造)	小松 藤 男	科学研究報告第4集 (北海道)	38. 3
宇部炭鉱坑内水水利の地球化学的研究	室住 正 世	通産省工業技術院地 質調査所月報 13巻4号	37. 4.
石炭自然発火の研究—特に物理性の影響について—	佐藤 干 城	北海道科学研究報告 第4集	38. 3.

II 講 演

題 目	著 者 名	発表機関名	月 日
超長大径間吊橋(中央径間3000m級)の設計試案	中村作太郎	土木学会第17回年次 学術講演会	37. 5.27
ワレレン・トラス橋の模型実験について(第2報)	中村作太郎 番匠 勲 志村 政 雄	同 上	37. 5.27

題 目	著 者 名	発表機関名	月 日
高さを考慮せる単純桁の光輝性模型実験による撓みと応用度分布に関する研究	中 村 作 太 郎 番 匠 勲	同 上	37. 5.27
同 上	同 上	第12回応用力学連合講演会	37. 9. 7
変断面単純ゲタの光弾性実験による応力分布について	中 村 作 太 郎 番 匠 勲	土木学会北海道支部 研究発表会	38. 2.19
高さ軸圧縮力の変化を考慮せる単純ゲタの理論について	中 村 作 太 郎	同 上	同 上
箱形材を有する模型トラスの座屈現象について	中 村 作 太 郎 番 匠 勲 須 田 政 雄	同 上	同 上
鉄筋のボンドに関する理論的考察	尾 崎 詠	土木学会年次学術講演会	37. 5.27
特殊塑性域を含む切削機構の研究(第1報) —特殊塑性域の生成とすくい面摩擦係数の解析—	白 井 英 治 菊 地 千 之 星 光 一	精機学会春季大会学術講演会	37. 4. 8
特殊塑性域を含む切削機構の研究(第2報) —接触面積拘束工具, SWC工具, M工具による塑性域の考察と構成刃先特性—	菊 地 千 之 白 井 英 光	同 上	同 上
特殊塑性域を含む切削機構の研究(第3報) —接触面積拘束工具, SWC工具, M工具における工具摩耗過程と寿命特性—	星 白 井 光 一 白 井 英 治 菊 地 千 之	精機学会春季大会学術講演会	37. 4. 8
過度切削時における切削機構の研究(第1報) —切削屑塑性域の変化とすくい面摩擦係数の理論的解析—	白 井 英 治 菊 地 千 之 星 光 一	日本機械学会北海道支部・精機学会北海道支部共催 第8回講演会	37.10. 4
LPG混合気の火焰伝播に関する一観察	赤 木 盈 信	日本機械学会 内燃機関総合講演会	37. 6. 8
デーゼル機関に於ける表面蒸発燃焼に関する基礎実験	赤 木 盈 信	日本機械学会 北海道講演会	37.10. 4
砂鉄中のバナジウム抽出に関する研究(第3報) —バナジウム, クロムの分離について—	加 藤 金 二 伊 沢 正 宣	日本鉱業会 昭和37年秋季大会	37.10.13
鉛電解アノードスライムに関する研究(第3報) —スライムのアノード面への固着性について—	伊 沢 正 宣 田 中 昭	日本鉱業会 昭和37年春季大会	37. 4.22
鋳鉄と酸素—主としてその定量法について—	金 森 祥 一	日本鑄物協会 北海道支部	37. 6.24
双金属極電位差滴定法における電極の選択 —鉛のEDTA滴定—	太 刀 川 哲 平 上 野 幸 三 柏 木 民 次	日本化学会第15年会	37. 4. 4
双金属極電位差滴定法における電極の選択について —水銀(II)のEDTA滴定—	太 刀 川 哲 平 上 野 幸 三 柏 木 民 次	日本分析化学会 第11年会	37. 7.23
固定層によるクロム酸ソーダの抽出	杉 田 治 八 郎 本 田 重 司	化学3学会連合 北海道地方大会	37. 7.19
高等学校英語科新指導要領について	増 田 貢	俱知安高校英語教育 研修会	37.11.12
音声英語と文字英語	増 田 貢	夕張市教育研究集会 英語部会	37.11.19

題 目	著 者 名	発表機関名	月 日
法と道徳—その関連性について—	石 山 敬 雄	日本倫理学会	37.10.21
日本石炭業における鉱区独占	水 野 五 郎	土地制度史学会 北海道支部	37.11.24
ニコラウス, クザヌスにおける神の概念について	大 出 哲	中世哲学会	37.11. 7
一般教育における大学体育実技評価の一考察	清 野 市 治 小 成 市 英	体育学会北海道支部 大会	38. 2.24
石油パイプ・ラインにおける静電気の発生について	北 村 正 一 西 出 行 一 田 村 行 夫	電気四学会 北海道支部	37.11. 8
アンプリダイン発電機の増巾特性に及ぼす電刷子V —1 特性の影響について	松 田 敏 彦 北 林 三 郎 林 三 邦	電気四学会連合大会	37. 4.
Nature of Volcanic Sublimates and Volcanic Activity.	M. Murozumi et al	Intevnational Sywposium on Volcavelogy.	37. 5.17
新潟市近傍ガス田の地球化学的研究	室 住 正 世	地球化学討論会	37.10.14
測定誤差のある場合の管理図の特性 (第2報) X—R管理図の検出力について	金 塚 高 次	化学3学会連合 北海道地方大会	37. 7.19
測定誤差のある場合のX管理図の検出力	水 野 滋 次 金 塚 高 次	第12回品質管理大会 (主催 日化ほか20団体)	37.11.14
石炭の表面反応 (第3報) —酸素吸着の圧力効果—	磯 部 俊 郎 山 本 英 一 佐 藤 干 城	日本鉱業会 春季発表会	37. 4.22

昭和三十八年六月二十八日印刷
昭和三十八年六月三十日発行

【非売品】

編輯兼
発行者

室蘭工業大学

札幌市琴似町二十四軒七番地

印刷者 林 下 忠 三

札幌市琴似町二十四軒七番地

印刷所 興文舎印刷株式会社

CONTENTS

Vol. 4. No. 2. June, 1963 Whole No. 14

	Page
On the Experiment Connected with the Stress Intensity, the Deflection, the Buckling etc. of the Pratt Truss Bridge (Models) . . . Sakutaro Nakamura, Isao Bansho, Isao Suda, and Masao Shimura 2 (1)	363
An Experimental Study of the Strength of the Pipe Truss. M. Naito 2 (23)	385
A Study of Combustion on the Heated Surface Sprayed with Liquid Fuel (II). M. Akagi, S. Hayashi and M. Tsukahara 2 (31)	393
A Study of Tools with Restricted Tool-chip Contact Length. —Variation of Plastic Field, Cutting Forces and Chip-form with Restricted Tool-chip Contact Length— K. Kikuchi 2 (47)	409
On the Pulsation-Effect of Intake or Exhaust Pipe System in a Crankcase-Scavenged Two-Stroke Cycle. N. Sawa 2 (67)	429
On the Inertia-Effect of Intake Pipe System in a Crankcase-Compressed Two-Stroke Cycle Engine. N. Sawa 2 (85)	447
A Study of the Effects of Blow-Down in the Exhaust System. N. Sawa 2 (99)	461
Potentiometric Titration of Lead with EDTA. T. Tachikawa 2 (111)	473
Recht und Moral. —Uber deren Verhältnisse— Y. Ishiyama 2 (117)	479
Theory of Description on a Set-function Restricted within a Euclidian Space. Y. Kinokuniya 2 (129)	491
On One of the Vacuum Tube Electrometer. S. Kitamura and Y. Abe 2 (135)	497
Analysis of Commutation Curve of d-c Machine in the Case of Tandem Brush. T. Matsuda 2 (143)	505
The Operating Characteristics of \bar{x} Chart when Measurement Errors Exist. T. Kanazuka 2 (165)	527