



## コンデンサを接続した巻線型三相誘導電動機の始動時の過渡電流について

メタデータ	言語: jpn 出版者: 室蘭工業大学 公開日: 2014-06-03 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 伊達, 隆三 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3256">http://hdl.handle.net/10258/3256</a>

# コンデンサを接続した巻線型三相誘導電動機の 始動時の過渡電流について

伊 達 隆 三

## On the Transient Current at the Time of Starting the 3-Phase Wound-Rotor Induction Motor Connecting the Condenser

Ryūzō Date

### Abstract

In operating the induction motor such a method is generally used as to connect the phase advancer with the secondary side or the condenser with the primary side for the purpose of improving the power factor.

The present writer has introduced the transient current at the time of starting the 3-phase wound-rotor induction motor connecting the condenser, considering the impedance between the electric source and the motor by the equivalent circuit. In this way, he has researched the relationship between the capacity of the condenser and the transient current. That is to say, every component of the transient current is expressed by using the roots of the characteristic equation and the relationship between the capacity of the condenser and the roots, and that between the roots and the transient current have been inquired into.

Furthermore, the allowability to use the simplified equivalent circuit for the analysis of the transient phenomena is also discussed contrasting the roots of the characteristic equation.

### 1. 緒 言

誘導電動機は回転磁界を作る磁化電流を電源からとり、その位相は供給電圧より約  $\pi/2$  遅れてその値は一般に全負荷電流の 25 乃至 50% にもなるので力率が低く、軽負荷となる程力率は低下する。従って電動機自身の力率を改善するために進相機を付加して 2 次側より進み電流を供給するか、または系統の力率を改善するために 1 次側に電力用コンデンサを並列に接続して無効分を補償する方法が用いられている。

筆者は巻線型三相誘導電動機にコンデンサを接続して始動する時に電源と電動機間のインピーダンスを考慮した場合の過渡電流を Alger の過渡等価回路より導出し、コンデンサ容量と電流式における特性方程式の根との関係、および根と電流との関係を検討することにより、根を媒介としてコンデンサ容量と過渡電流との関係を考究しようとするものである。なお実験例として出力 2.2 kW の三相誘導電動機に 1000  $\mu\text{F}$  可変のコンデンサを接続して始動する時の過渡電流波形を記録し、理論式検討の参考とした。また簡易等価回路を過渡現象の解析に使用す

る場合の許容性について特性方程式の根を対称にして検討した。

2. 等価回路および過渡電流の表現

誘導電動機の1次側にコンデンサを接続し、更に電源と電動機間のインピーダンスを考慮する時は、その等価回路は図-1 のようになる<sup>1)</sup>。ここで本文に使用する記号は次の通りとする。

- $F$ : 基準周波数と実周波数との比
- $v$ : 同期速度と実速度との比
- $R_s + jX_s$ : 固定子巻線のインピーダンス
- $R_r + jX_r$ : 回転子巻線のインピーダンス
- $X_m$ : 励磁リアクタンス
- $R_R + jX_R$ : 回転子外部のインピーダンス
- $X_c$ : コンデンサのリアクタンス
- $R + jX$ : 電源と電動機間のインピーダンス

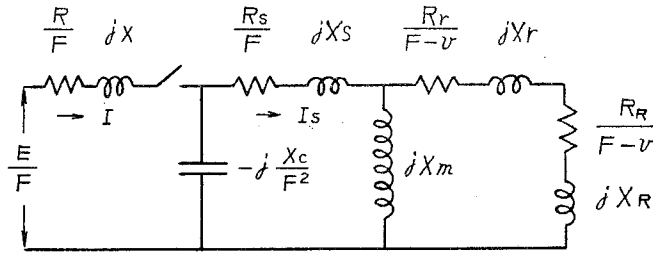


図-1 等価回路

いま電源電圧を  $E$ 、固定子電流を  $I_s$ 、コンデンサ電流を  $I_c$ 、全電流を  $I$  とすれば、定常状態において

$$\frac{E}{F} = I \left[ \frac{R}{F} + jX + \frac{1}{-j\frac{X_c}{F^2} + \frac{R_s}{F} + jX_s + \frac{1}{\frac{1}{jX_m} + \frac{R_r + R_R}{F-v} + j(X_r + X_R)}} \right] \quad (1)$$

の関係が成立し、微分演算子  $p = d/\omega dt$  を用いて (1) 式で  $F = -jp$  と置けば過渡状態における回路の電流式

$$I = \frac{E}{R + pX + \frac{1}{\frac{X_c}{p} + \frac{R_s + pX_s + \frac{1}{\frac{1}{pX_m} + \frac{p}{p-jv}(R_r + R_R) + p(X_r + X_R)}}}} \quad (2)$$

が得られる。また (2) 式および図-1 より

$$I_s = \frac{M(p)}{N(p)} E \quad (3)$$

(2)

ここで

$$M(p) = \frac{X_c}{p-jv} \left[ p(X_m + X_r + X_R) + \left\{ (R_r + R_R) - jv(X_m + X_r + X_R) \right\} \right]$$

$$N(p) = \frac{1}{p-jv} \left[ \begin{aligned} & p^4 X \{ (X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s \} \\ & + p^3 \{ [X_m \{ X(R_s + R_r + R_R) + R(X_s + X_r + X_R) \} \\ & \quad + (RX_s + R_s X)(X_r + X_R) + XX_s(R_r + R_R)] \\ & \quad - jv X \{ (X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s \} ] \} \\ & + p^2 \{ [R \{ X_m(R_s + R_r + R_R) + R_s(X_r + X_R) \} + (R_r + R_R)(RX_s + R_s X) \\ & \quad + X_c \{ (X_r + X_R)(X + X_m + X_s) + X_m(X + X_s) \} \\ & \quad - jv \{ (RX_s + R_s X)(X_m + X_r + X_R) + RX_m(X_r + X_R) \} ] \} \\ & + p \{ [X_c \{ (R + R_s)(X_m + X_r + X_R) + (R_r + R_R)(X + X_m + X_s) \} \\ & \quad + RR_s(R_r + R_R)] - jv [X_c \{ (X + X_s)(X_m + X_r + X_R) + \\ & \quad X_m(X_r + X_R) \} + RR_s(X_m + X_r + X_R)] \} \\ & + X_c(R + R_s) \{ (R_r + R_R) - jv(X_m + X_r + X_R) \} \end{aligned} \right]$$

を得る。従って(3)式を解けば電動機の始動時の過渡電流が得られるが、分母は  $p$  の4次方程式となり、コンデンサの有無、初期の回転子の状態、負荷等によって種々異なる結果となるが、以下のようにして解くことができる。

### 3. コンデンサなく、始動する場合の過渡電流

最も一般的な電動機のみで始動する場合で、 $v$  は時間の関数であるから電流は非線形の解法に依らなければならないが、実際には過渡時の時間に対する電流変化の割合は速度変化の割合と比較して充分大きいものと考えられるので  $v=0$  として近似できる。また  $C=0$  で電圧は正弦波とし、開閉器投入時の位相を  $\theta$  として電流は時間の関数であるから(3)式において

$$E = E \sin(\omega t + \theta)$$

$$I_s = i_{s00}(t)$$

とすれば

$$i_{s00}(t) = \frac{dp+e}{ap^2+bp+c} E \sin(\omega t + \theta) \tag{4}$$

ここで

$$a = (X_r + X_R)(X + X_m + X_s) + X_m(X + X_s)$$

$$b = (R + R_s)(X_m + X_r + X_R) + (R_r + R_R)(X + X_m + X_s)$$

$$c = (R + R_s)(R_r + R_R)$$

$$d = X_m + X_r + X_R$$

$$e = R_r + R_R$$

特性方程式  $ap^2+bp+c=0$  の根は2個の実根でこれを  $p_1, p_2$  とし,  $p$  の代りに  $p/\omega$  と置けば

$$i_{s00}(t) = \frac{\omega(dp+e)}{a(p-\omega p_1)(p-\omega p_2)} E \sin(\omega t + \theta) \quad (5)$$

上式に

$$i(t) = \frac{M(p)}{N(p)} E \sin(\omega t + \theta) = \left| \frac{M(j\omega)}{N(j\omega)} \right| E \sin(\omega t + \theta + \varphi) \\ + \sum_{i=1}^n \frac{M(\omega p_i)}{\omega \sqrt{1+p_i^2} N'(\omega p_i)} E \varepsilon^{\omega p_i t} \sin(\alpha_i - \theta) \quad (6)$$

ここで  $N(p)=0$  の根を  $p_i$  とし

$$\frac{M(j\omega)}{N(j\omega)} = a + jb, \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{b}{a}, \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{1}{(-p_i)}$$

の関係<sup>2)</sup>を適用すれば

$$i_{s00}(t) = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{d^2+e^2}{(1+p_1^2)(1+p_2^2)}} E \sin(\omega t + \theta + \varphi) + \frac{dp_1+e}{a \sqrt{1+p_1^2} (p_1-p_2)} E \varepsilon^{\omega p_1 t} \sin(\alpha_1 - \theta) \\ + \frac{dp_2+e}{a \sqrt{1+p_2^2} (p_2-p_1)} E \varepsilon^{\omega p_2 t} \sin(\alpha_2 - \theta) \quad (7)$$

ここで

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{d(-1+p_1 p_2) + e(p_1+p_2)}{e(-1+p_1 p_2) - d(p_1+p_2)} \\ \alpha_1 = \tan^{-1} \frac{1}{(-p_1)}, \quad \alpha_2 = \tan^{-1} \frac{1}{(-p_2)}$$

として電流解が得られる。

すなわち過渡電流は定常成分と時定数の異なる2つの直流減衰成分より成り, その減衰率は2個の根  $p_1, p_2$  によって決定し, その初期値は  $\theta$  によって異なる。

#### 4. コンデンサなく, 初速を有する場合の過渡電流

電動機が他力によって一定速度で回転中に突然端子に電圧を加える場合, あるいは反復運転で電動機回路が開路後回転中に再閉路するような場合で, 3. と同様の理由により  $v=$ 一定として近似できる。(3)式において  $C=0$  とし

$$E = E \sin(\omega t + \theta)$$

$$I_s = i_{s0v}(t)$$

とすれば

$$i_{s0v}(t) = \frac{dp + (e_1 - je_2)}{ap^2 + (b_1 - jb_2)p + (c_1 - jc_2)} E \sin(\omega t + \theta) \quad (8)$$

ここで

$$\begin{aligned}
 a &= (X_r + X_R)(X + X_m + X_s) + X_m(X + X_s) \\
 b_1 &= (R + R_s)(X_m + X_r + X_R) + (R_r + R_R)(X + X_m + X_s) \\
 b_2 &= v \{ (X + X_s)(X_m + X_r + X_R) + X_m(X_r + X_R) \} \\
 c_1 &= (R + R_s)(R_r + R_R) \\
 c_2 &= v(R + R_s)(X_m + X_r + X_R) \\
 d &= X_m + X_r + X_R \\
 e_1 &= R_r + R_R \\
 e_2 &= v(X_m + X_r + X_R)
 \end{aligned}$$

特性方程式  $ap^2 + (b_1 - jb_2)p + (c_1 - jc_2) = 0$  の根は 2 個の複素根でこれを  $p_1 + jp'_1$ ,  $p_2 + jp'_2$  とし,  $p$  の代りに  $p/\omega$  と置けば

$$i_{sov}(t) = \frac{\omega \{ d p + \omega(e_1 - j e_2) \}}{a \{ p - \omega(p_1 + j p'_1) \} \{ p - \omega(p_2 + j p'_2) \}} E \sin(\omega t + \theta) \quad (9)$$

上式に

$$\begin{aligned}
 i(t) &= \frac{M(p)}{N(p)} E \sin(\omega t + \theta) \\
 &= \left| \frac{M(j\omega)}{N(j\omega)} \right| E \sin(\omega t + \theta + \varphi) + \sum_{\lambda=1}^n \frac{(p_\lambda \sin \theta + \cos \theta) M(\omega p_\lambda)}{\omega(1 + p_\lambda^2) N'(\omega p_\lambda)} E \varepsilon^{\omega p_\lambda t} \quad (10)
 \end{aligned}$$

の関係を用いるれば

$$\begin{aligned}
 i_{sov}(t) &= \frac{1}{a} \sqrt{\frac{(d - e_2)^2 + e_1^2}{\{(1 - p_1^2)^2 + p_1'^2\} \{(1 - p_2^2)^2 + p_2'^2\}}} E \sin(\omega t + \theta + \varphi) \\
 &+ \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\{(d p_1 + e_1)^2 + (d p'_1 - e_2)^2\} \{(p_1 \sin \theta + \cos \theta)^2 + (p'_1 \sin \theta)^2\}}{\{(p_1 - p_2)^2 + (p'_1 - p_2')^2\} \{(1 + p_1^2 - p_1'^2)^2 + (2 p_1 p_1')^2\}}} E \varepsilon^{\omega p_1 t + j(\alpha_{m1} - \alpha_n + \alpha_{\theta 1})} \\
 &- \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\{(d p_2 + e_1)^2 + (d p'_2 - e_2)^2\} \{(p_2 \sin \theta + \cos \theta)^2 + (p'_2 \sin \theta)^2\}}{\{(p_1 - p_2)^2 + (p'_1 - p_2')^2\} \{(1 + p_2^2 - p_2'^2)^2 + (2 p_2 p_2')^2\}}} E \varepsilon^{\omega p_2 t + j(\alpha_{m2} - \alpha_n + \alpha_{\theta 2})} \quad (11)
 \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \tan^{-1} \frac{(d - e_2) \{ p_1 p_2 - (1 - p_1') (1 - p_2') \} + e_1 \{ p_1 (1 - p_2') + p_2 (1 - p_1') \}}{e_1 \{ p_1 p_2 - (1 - p_1') (1 - p_2') \} - (d - e_2) \{ p_1 (1 - p_2') + p_2 (1 - p_1') \}} \\
 \alpha_{m1} &= \tan^{-1} \frac{d p'_1 - e_2}{d p_1 + e_1} \quad \alpha_{m2} = \tan^{-1} \frac{d p'_2 - e_2}{d p_2 + e_1} \\
 \alpha_n &= \tan^{-1} \frac{p'_1 - p'_2}{p_1 - p_2} \\
 \alpha_{\theta 1} &= \tan^{-1} \frac{p'_1 (1 + p_1^2 - p_1'^2) \sin \theta - 2 p_1 p'_1 (p_1 \sin \theta + \cos \theta)}{(1 + p_1^2 - p_1'^2) (p_1 \sin \theta + \cos \theta) + 2 p_1 p_1'^2 \sin \theta} \\
 \alpha_{\theta 2} &= \tan^{-1} \frac{p'_2 (1 + p_2^2 - p_2'^2) \sin \theta - 2 p_2 p'_2 (p_2 \sin \theta + \cos \theta)}{(1 + p_2^2 - p_2'^2) (p_2 \sin \theta + \cos \theta) + 2 p_2 p_2'^2 \sin \theta}
 \end{aligned}$$

として電流解が得られる。

すなわち過渡電流は定常成分と時定数の異なる2つの直流減衰成分より成り、その減衰率は2個の根の実数部  $p_1, p_2$  によって決定し、その初期値は  $\theta$  および各根によって異なる。また直流減衰成分は3.の場合と異なり、複素量をもって表わされる。

### 5. コンデンサあり、始動する場合の過渡電流

電動機にコンデンサを接続した状態で始動する場合で、3.と同様の理由により  $v=0$  として近似できる。(3)式において

$$E = E \sin(\omega t + \theta)$$

$$I_s = i_{s0}(t)$$

とすれば

$$i_{s0}(t) = \frac{fp+g}{ap^4+bp^3+cp^2+dp+e} E \sin(\omega t + \theta) \quad (12)$$

ここで

$$a = X \{ (X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s \}$$

$$b = X_m \{ X(R_s + R_r + R_R) + R(X_s + X_r + X_R) \} + (RX_s + R_s X)(X_r + X_R) + XX_s(R_r + R_R)$$

$$c = [R \{ X_m(R_s + R_r + R_R) + R_s(X_r + X_R) \} + (R_r + R_R)(RX_s + R_s X)] \\ + X_c \{ (X_r + X_R)(X + X_m + X_s) + X_m(X + X_s) \}$$

$$d = RR_s(R_r + R_R) + X_c \{ (R + R_s)(X_m + X_r + X_R) + (R_r + R_R)(X + X_m + X_s) \}$$

$$e = X_c(R + R_s)(R_r + R_R)$$

$$f = X_c(X_m + X_r + X_R)$$

$$g = X_c(R_r + R_R)$$

特性方程式  $ap^4+bp^3+cp^2+dp+e=0$  の根は2個の実根と1組の共役複素根でこれを  $p_1, p_2, p_3+jp'_3, p_3-jp'_3$  とし、 $p$  の代りに  $p/\omega$  と置けば

$$i_{s0}(t) = \frac{\omega^3(fp+\omega g)}{a(p-\omega p_1)(p-\omega p_2)\{p-\omega(p_3+jp'_3)\}\{p-\omega(p_3-jp'_3)\}} E \sin(\omega t + \theta) \quad (13)$$

上式において、実根を含む項については(6)式を、また複素根を含む項については(10)式の関係を適用すれば

$$i_{s0}(t) = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{f^2+g^2}{(1+p_1^2)(1+p_2^2)\{(1-p_3^2)+p_3'^2\}\{(1+p_3^2)+p_3'^2\}}} E \sin(\omega t + \theta + \varphi) \\ + \frac{fp_1+g}{a\sqrt{1+p_1^2}(p_1-p_2)\{(p_1-p_3)^2+p_3'^2\}} E e^{\omega p_1 t} \sin(\alpha_1 - \theta) \\ + \frac{fp_2+g}{a\sqrt{1+p_2^2}(p_2-p_1)\{(p_2-p_3)^2+p_3'^2\}} E e^{\omega p_2 t} \sin(\alpha_2 - \theta)$$

(6)

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{ap_3'} \sqrt{\frac{\{(fp_3+g)^2+(fp_3')^2\} \{p_3 \sin \theta + \cos \theta\}^2 + (p_3' \sin \theta)^2}{\{(1+p_3^2-p_3'^2)^2+(2p_3p_3')^2\} \times \\
 & \quad \times [p_3'^2 \{(p_1-p_3)+(p_2-p_3)\}^2 + \{(p_1-p_3)(p_2-p_3)-p_3'^2\}^2]} \times \\
 & \times E \varepsilon^{ap_3't} \cos(\omega p_3't + \alpha_m - \alpha_n + \alpha_\theta) \quad (14)
 \end{aligned}$$

ここで

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{f[(p_1p_2-1)\{p_3^2-(1-p_3'^2)\}-2p_3(p_1+p_2)] + g[(p_1+p_2)\{p_3^2-(1-p_3'^2)\} + 2p_3(p_1p_2-1)]}{g[(p_1p_2-1)\{p_3^2-(1-p_3'^2)\}-2p_3(p_1+p_2)] - f[(p_1+p_3)\{p_3^2-(1-p_3'^2)\} + 2p_3(p_1p_2-1)]}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{1}{(-p_1)} \quad \alpha_2 = \tan^{-1} \frac{1}{(-p_2)}$$

$$\alpha_m = \tan^{-1} \frac{fp_3'}{fp_3+g} \quad \alpha_n = \tan^{-1} \frac{(p_1-p_3)(p_2-p_3)-p_3'^2}{p_3' \{(p_1-p_3)+(p_2-p_3)\}}$$

$$\alpha_\theta = \tan^{-1} \frac{p_3'(1+p_3^2-p_3'^2) \sin \theta - 2p_3p_3'(p_3 \sin \theta + \cos \theta)}{(1+p_3^2-p_3'^2)(p_3 \sin \theta + \cos \theta) + 2p_3p_3'^2 \sin \theta}$$

として電流解が得られる。

すなわち過渡電流は定常成分と時定数の異なる2つの直流減衰成分および1つの減衰振動成分より成り、その減衰率は2個の実根  $p_1, p_2$  および複素根の実数部  $p_3$  によって決定し、振動周波数は複素根の虚数部  $p_3'$  によって決定する。また直流減衰成分の初期値は  $\theta$  によって異なる。

### 6. コンデンサあり、初速を有する場合の過渡電流

電動機にコンデンサを接続した状態で、反復運転等において回転中に再開路するような場合で、3.と同様の理由により  $v=$ 一定として近似できる。(3)式において

$$E = E \sin(\omega t + \theta)$$

$$I_s = i_{scv}(t)$$

とすれば

$$i_{scv}(t) = \frac{gp + (h_1 - jh_2)}{ap^4 + (b_1 - jb_2)p^3 + (c_1 - jc_2)p^2 + (d_1 - jd_2)p + (f_1 - jf_2)} E \sin(\omega t + \theta) \quad (15)$$

ここで

$$a = X \{(X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s\}$$

$$b_1 = X_m \{X(R_s + R_r + R_R) + R(X_s + X_r + X_R)\} + (RX_s + R_s X)(X_r + X_R) + X X_s (R_r + R_R)$$

$$b_2 = v X \{(X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s\}$$

$$c_1 = R \{X_m (R_s + R_r + R_R) + R_s (X_r + X_R)\} + (R_r + R_R)(RX_s + R_s X) + X_s \{(X_r + X_R)(X + X_m + X_s) + X_m (X + X_s)\}$$

(7)



$$\begin{aligned}
c_2 &= v \{ (RX_s + R_s X) (X_m + X_r + X_R) + RX_m (X_r + X_R) \} \\
d_1 &= RR_s (R_r + R_R) + X_c \{ (R + R_s) (X_m + X_r + X_R) + (R_r + R_R) (X + X_m + X_s) \} \\
d_2 &= v [ RR_s (X_m + X_r + X_R) + X_c \{ (X + X_s) (X_m + X_r + X_R) + X_m (X_r + X_R) \} ] \\
f_1 &= X_c (R + R_s) (R_r + R_R) \\
f_2 &= v X_c (R + R_s) (X_m + X_r + X_R) \\
g &= X_c (X_m + X_r + X_R) \\
h_1 &= X_c (R_r + R_R) \\
h_2 &= v X_c (X_m + X_r + X_R)
\end{aligned}$$

特性方程式  $ap^4 + (b_1 - jb_2)p^3 + (c_1 - jc_2)p^2 + (d_1 - jd_2)p + (f_1 - jf_2) = 0$  の根は 1 組の共役複素根と 2 個の複素根でこれを  $p_1 + jp'_1$ ,  $p_1 - jp'_1$ ,  $p_2 + jp'_2$ ,  $p_3 + jp'_3$  とし,  $p$  の代りに  $p/\omega$  と置けば

$$i_{scv}(t) = \frac{\omega^3 \{ gp + \omega(h_1 - jh) \}}{a \{ p - \omega(p_1 + jp'_1) \} \{ p - \omega(p_1 - jp'_1) \} \{ p - \omega(p_2 + jp'_2) \} \{ p - \omega(p_3 + jp'_3) \}} \times E \sin(\omega t + \theta) \quad (16)$$

上式に (10) 式の関係を採用すれば

$$\begin{aligned}
i_{scv}(t) &= \frac{1}{a} \sqrt{\frac{h_1^2 + (g - h_2)^2}{\{p_1^2 + (1 - p_1')^2\} \{p_1^2 + (1 + p_1')^2\} \{p_2^2 + (1 - p_2')^2\} \{p_2^2 + (1 - p_2')^2\}}} E \sin(\omega t + \theta + \varphi) \\
&+ \frac{1}{2ap'_1} \sqrt{\frac{\{(gp_1 + h_1)^2 + (gp'_1 - h_2)^2\} \{ (p_1 \sin \theta + \cos \theta)^2 + (p'_1 \sin \theta)^2 \}}{\{(1 + p_1^2 - p_1'^2)^2 + (2p_1 p_1')^2\} \times \{(p_1 - p_2)^2 + (p'_1 - p_2')^2\} \{ (p_1 - p_3)^2 + (p'_1 - p_3')^2 \}}} \\
&\times E e^{\omega p_1 t + j(\omega p_1 t + \alpha_{m1} - \alpha_{n1} + \alpha_\theta)} \\
&+ \frac{1}{2ap'_1} \sqrt{\frac{\{(gp_1 + h_1)^2 + (gp'_1 + h_2)^2\} \{ (p_1 \sin \theta + \cos \theta)^2 + (p'_1 \sin \theta)^2 \}}{\{(1 + p_1^2 - p_1'^2)^2 + (2p_1 p_1')^2\} \times \{(p_1 - p_2)^2 + (p'_1 + p_2')^2\} \{ (p_1 - p_3)^2 + (p'_1 + p_3')^2 \}}} \\
&\times E e^{\omega p_1 t + j(\omega p_1 t + \alpha_{m2} - \alpha_{n2} - \alpha_{\theta_1})} \\
&+ \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\{(gp_2 + h_1)^2 + (gp'_2 - h_2)^2\} \{ (p_2 \sin \theta + \cos \theta)^2 + (p'_2 \sin \theta)^2 \}}{\{(1 + p_2^2 - p_2'^2)^2 + (2p_2 p_2')^2\} \times \{(p_2 - p_1)^2 + (p'_2 + p_1')^2\} \{ (p_2 - p_3)^2 + (p'_2 - p_3')^2 \}}} \\
&\times E e^{\omega p_2 t + j(\omega p_2 t + \alpha_{m3} - \alpha_{n3} + \alpha_{\theta_2})} \\
&+ \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\{(gp_3 + h_1)^2 + (gp'_3 - h_2)^2\} \{ (p_3 \sin \theta + \cos \theta)^2 + (p'_3 \sin \theta)^2 \}}{\{(1 + p_3^2 - p_3'^2)^2 + (2p_3 p_3')^2\} \times \{(p_3 - p_1)^2 + (p'_3 + p_1')^2\} \{ (p_3 - p_2)^2 + (p'_3 - p_2')^2 \}}} \\
&\times E e^{\omega p_3 t + j(\omega p_3 t + \alpha_{m4} - \alpha_{n4} + \alpha_{\theta_3})}
\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
\varphi &= \tan^{-1} \frac{\{p_2(1 - p_3') + p_3(1 - p_2')\} [h_1 \{p_1^2 - (1 - p_1'^2)\} - 2p_1(g - h_2)]}{\{p_2 p_3 - (1 - p_2')(1 - p_3')\} [2h_1 p_1 + (g - h_2) \{p_1^2 - (1 - p_1'^2)\}]} \\
&\quad - \frac{\{p_2 p_3 - (1 - p_2')(1 - p_3')\} [h_1 \{p_1^2 - (1 - p_1'^2)\} - 2p_1(g - h_2)]}{\{p_2(1 - p_3') + p_3(1 - p_2')\} [2h_1 p_1 + (g - h_2) \{p_1^2 - (1 - p_1'^2)\}]} \\
\alpha_{m1} &= \tan^{-1} \frac{gp'_1 - h_2}{gp_1 + h_1} \quad \alpha_{m2} = \tan^{-1} \frac{-gp'_1 - h_2}{gp_1 + h_1}
\end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{m3} &= \tan^{-1} \frac{gp'_2 - h_2}{gp_2 + h_1} & \alpha_{m4} &= \tan^{-1} \frac{gp'_3 - h_2}{gp_3 + h_1} \\ \alpha_{n1} &= \tan^{-1} \frac{-(p_1 - p_2)(p_1 - p_3) + (p'_1 - p'_2)(p'_1 - p'_3)}{(p_1 - p_2)(p'_1 - p'_3) + (p'_1 - p'_2)(p_1 - p_3)} \\ \alpha_{n2} &= \tan^{-1} \frac{(p_1 - p_2)(p_1 - p_3) - (p'_1 + p'_2)(p'_1 + p'_3)}{(p_1 - p_2)(p'_1 + p'_3) + (p'_1 + p'_2)(p_1 - p_3)} \\ \alpha_{n3} &= \tan^{-1} \frac{(p'_2 - p'_3) \{ (p_2 - p_1)^2 - (p'_2{}^2 - p'_1{}^2) \} + p'_2(p_2 - p_1)(p_2 - p_3)}{(p_2 - p_3) \{ (p_2 - p_1)^2 - (p'_2{}^2 - p'_1{}^2) \} - p'_2(p_2 - p_1)(p'_2 - p'_3)} \\ \alpha_{n4} &= \tan^{-1} \frac{(p'_3 - p'_2) \{ (p_3 - p_1)^2 - (p'_3{}^2 - p'_1{}^2) \} + p'_3(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)}{(p_3 - p_2) \{ (p_3 - p_1)^2 - (p'_3{}^2 - p'_1{}^2) \} - p'_3(p_3 - p_1)(p'_3 - p'_2)} \\ \alpha_{\theta 1} &= \tan^{-1} \frac{p'_1 \{ (1 - p_1^2 - p_1'^2) \sin \theta - 2p_1 \cos \theta \}}{p_1(1 + p_1^2 + p_1'^2) \sin \theta + (1 + p_1^2 - p_1'^2) \cos \theta} \\ \alpha_{\theta 3} &= \tan^{-1} \frac{p'_2 \{ (1 - p_2^2 - p_2'^2) \sin \theta - 2p_2 \cos \theta \}}{p_2(1 + p_2^2 + p_2'^2) \sin \theta + (1 + p_2^2 - p_2'^2) \cos \theta} \\ \alpha_{\theta 4} &= \tan \frac{p'_3 \{ (1 - p_3^2 - p_3'^2) \sin \theta - 2p_3 \cos \theta \}}{p_3(1 + p_3^2 + p_3'^2) \sin \theta + (1 + p_3^2 - p_3'^2) \cos \theta} \end{aligned}$$

として電流解が得られる。

すなわち過渡電流は定常成分と時定数の異なる4つの減衰振動成分より成り、その減衰率は4個の複素根の実数部  $p_1, p_2, p_3$  によって決定し、振動周波数は根の虚数部  $p'_1, p'_2, p'_3$  によって決定する。

### 7. コンデンサ容量と特性方程式の根および減衰成分との関係

電動機にコンデンサを接続して始動する場合の過渡電流は5.において解かれているので、この電流式から回路の各定数と過渡電流間を即決することは困難であるが、各定数の値によって一連的に決定する特性方程式の根を媒介として、根と現象間を把握することにより、特定の定数を変数とした場合の現象間関係、例えば電流の振幅や減衰の状態等を推定することができる。

(12)式の分母すなわち特性方程式において  $k = R/X$  と置けば

$$\begin{aligned} p^4 + (a+k)p^3 + \left\{ ak + b + X_c \left( \frac{1}{X} + c \right) \right\} p^2 \\ + \left[ bk + X_c \left\{ \frac{a}{X} + (ck+d) \right\} \right] p + X_c \left( \frac{b}{X} + dk \right) = 0 \end{aligned} \tag{18}$$

ここで

$$\begin{aligned} a &= \frac{X_m(R_s + R_r + R_R) + R_s(X_r + X_R) + X_s(R_r + R_R)}{(X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s} \\ b &= \frac{R_s(R_r + R_R)}{(X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s} & c &= \frac{X_m + X_r + X_R}{(X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s} \end{aligned}$$

$$d = \frac{R_r + R_R}{(X_m + X_s)(X_r + X_R) + X_m X_s}$$

上式により過渡状態におけるコンデンサ容量の変化による影響を検討すれば次のようになる。

(a) コンデンサ容量の小さい時

$X$  の小さいところでは  $k$  により余り影響しないが、 $X$  の大きいところでは  $k$  による影響が大きくなる。 $C=0$  においては

$$\left(\frac{1}{X} + c\right)p^2 + \left\{\frac{a}{X} + (ck + d)\right\}p + \left(\frac{b}{X} + dk\right) = 0 \quad (19)$$

となり、特に  $X \rightarrow 0$  においては根は

$$p = -\frac{b}{a} \quad \text{または} \quad p = -a + \frac{b}{a}$$

となって極限值を有する。

(b) コンデンサ容量の大きい時

$X$  により余り影響しないが、 $k$  による影響が大きくなる。 $C \rightarrow \infty$  においては

$$p^4 + (a+k)p^3 + (ak+b)p^2 + bkp = 0 \quad (20)$$

となり、特に  $k \rightarrow 0$  においては根は

$$p = 0, \quad p = -\frac{b}{a}, \quad p = -a + \frac{b}{a}$$

となって極限值を有する。

(c) 直流減衰成分

直流減衰成分は閉路時の電源電圧の位相角  $\theta$  によって大きく異なる。(14)式において一般に  $f > g$ ,  $p_1 > p_2$ ,  $\alpha_1 > \alpha_2$  であるから  $f p_1 + g > 0$ ,  $f p_2 + g < 0$  となり、第2項と第3項の係数は共正で  $\theta$  の値によって正から負に変化する。また  $\theta = \alpha_1$  あるいは  $\theta = \alpha_2$  とすれば一方の減衰成分を0とすることができ、両成分の初期値の和

$$A \sin(\alpha_1 - \theta) + B \sin(\alpha_2 - \theta) = 0 \quad (21)$$

とする  $\theta$  をとれば直流減衰成分を殆んど0とすることができる。

(d) 減衰振動成分

減衰振動成分も直流減衰成分と同様に閉路時の  $\theta$  によって影響する。(14)式において  $C=0$  とすれば  $p'_3 \rightarrow \infty$  となるから第4項  $\rightarrow 0$  となる。また  $C \rightarrow \infty$  とすれば  $p_3 \rightarrow 0$ ,  $p'_3 \rightarrow 0$  で  $\alpha_m \rightarrow 0$ ,  $\alpha_n \rightarrow \pi/2$ ,  $\alpha_o \rightarrow 0$  となるから第4項  $\rightarrow 0$  となる。従って第4項は  $C=0$  および  $C \rightarrow \infty$  において消滅するもので、一般にその振幅は他の3項と比較して極めて小さいものである。

8. 計算例および実験例による検討

実験に使用した巻線型三相誘導電動機の定格は出力 2.2kW, 電圧 200 V, 電流 9.1 A, 回転数 1500 r.p.m. のもので, 図-2 の等価回路における諸定数は無負荷試験および拘束試験の結果より次の通りである。

$$\begin{aligned}
 R_s &= 0.39 \Omega & X_s &= 1.09 \Omega \\
 R_r &= 0.47 \Omega & X_r &= 1.09 \Omega \\
 R_R &= 4.36 \Omega & X_m &= 21.74 \Omega \\
 R &= 0.95 \Omega & X &= 1.55 \Omega
 \end{aligned}$$

なお直列インピーダンス  $R, X$  は 3 個の空心コイルで, コンデンサ  $X_c$  は可変容量とし, 始動器の抵抗  $R_R$  はノッチを中央に固定したときの 1 次側換算値である。また励磁コンダクタンスは他の量と比較して極めて小さいので省略してある。

供試機について直列インピーダンスおよび始動器の抵抗を一定としてコタデンサ容量を変化した場合の特性方程式の根<sup>3)</sup> の変化を図-3 に示す。

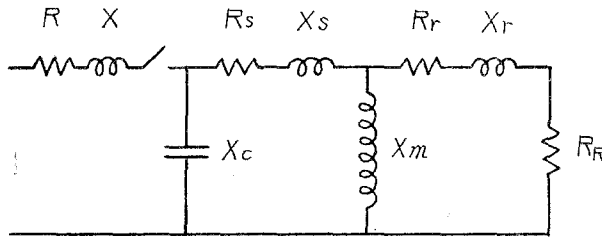


図-2 等価回路

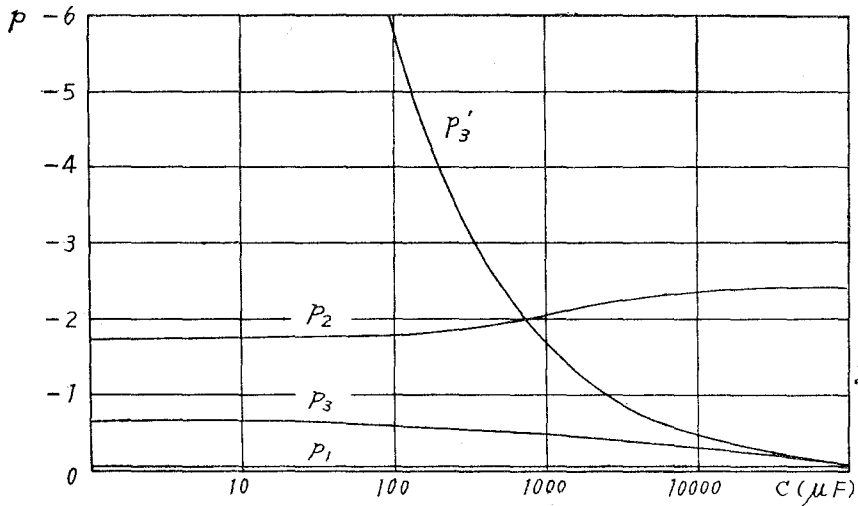


図-3 特性方程式の根

すなわち特性方程式の根は2個の実根と1組の共役複素根となるが、コンデンサ容量が増加すると実根の1つ  $p_1$  は0の近傍にあって変化しないが、他の1つの実根  $p_2$  は緩慢に増加し複素根の実数部  $p_3$  は緩慢に減少するのに対してその虚数部  $p_3'$  は比較的急激に減少している。従ってコンデンサの実用範囲においては過渡電流に対して  $p_3'$  の影響が最も大きいものと推定できる。

また供試機にそれぞれリアクタンス  $X=1, 5, 10, 50, 100 \Omega$  と、その各について抵抗  $R=kX \Omega$  ( $k=0, 0.1, 1$ ) とを直列接続した場合のコンデンサ容量  $C=0, 100, 1000, 10000 \mu\text{F}$  に対する根の変化を示せば表-1 のようになる。

表-1 諸変数に対する特性方程式の根

$k=0$					$k=0.1$				
$X (\Omega)$	$C (\mu\text{F})$	$p_1$	$p_2$	$p_3 \pm jp_3'$	$X (\Omega)$	$C (\mu\text{F})$	$p_1$	$p_2$	$p_3 \pm jp_3'$
1	0	-0.01	-1.73		1	0	-0.03	-1.75	
	100	-0.05	-1.75	$-0.35 \pm j6.75$		100	-0.03	-1.74	$-0.39 \pm j6.73$
	1000	-0.02	-2.06	$-0.20 \pm j1.97$		1000	-0.02	-2.08	$-0.24 \pm j1.98$
	10000	-0.01	-2.39	$-0.03 \pm j0.59$		10000	-0.03	-2.38	$-0.08 \pm j0.58$
5	0	-0.01	-0.87		5	0	-0.03	-0.93	
	100	-0.02	-0.92	$-0.76 \pm j4.40$		100	-0.03	-0.99	$-0.77 \pm j4.41$
	1000	-0.02	-1.83	$-0.31 \pm j0.96$		1000	-0.03	-1.84	$-0.35 \pm j0.99$
	10000	0	-2.38	$-0.04 \pm j0.29$		10000	-0.01	-2.44	$-0.05 \pm j0.37$
10	0	0	-0.61		10	0	-0.03	-0.68	
	100	0	-0.66	$-0.90 \pm j4.03$		100	-0.03	-0.70	$-0.91 \pm j4.03$
	1000	-0.01	-1.73	$-0.36 \pm j0.69$		1000	-0.02	-1.78	$-0.38 \pm j0.76$
	10000	0	-2.37	$-0.04 \pm j0.22$		10000	0	-2.38	$-0.08 \pm j0.20$
50	0	0	-0.31		50	0	-0.06	-0.35	
	100	0	-0.33	$-1.07 \pm j3.72$		100	-0.06	-0.37	$-1.07 \pm j3.72$
	1000	0	-1.67	$-0.43 \pm j0.36$		1000	-0.06	-1.65	$-0.43 \pm j0.38$
	10000	0	-2.38	$-0.04 \pm j0.16$		10000	0	-2.37	$-0.09 \pm j0.09$
100	0	0	-0.25		100	0	-0.07	-0.28	
	100	0	-0.26	$-1.10 \pm j3.68$		100	-0.07	-0.29	$-1.10 \pm j3.68$
	1000	0	-1.63	$-0.41 \pm j0.24$		1000	-0.10	-1.58	$-0.44 \pm j0.08$
	10000	0	-2.38	$-0.04 \pm j0.16$		10000	0	-2.37	$-0.09 \pm j0.09$

$k = 1$

$X (\Omega)$	$C (\mu F)$	$p_1$	$p_2$	$p_3 \pm jp'_3$	$X (\Omega)$	$C (\mu F)$	$p_1$	$p_2$	$p_3 \pm jp'_3$
1	0	-0.05	-2.01		50	0	-0.19	-1.07	
	100	-0.05	-1.95	$-0.70 \pm j6.75$		100	-0.20	-1.09	$-1.09 \pm j3.73$
	1000	-0.05	-2.14	$-0.63 \pm j1.98$		1000	-0.28	-1.68	$-0.75 \pm j0.32$
	10000	-0.04	-2.42	$-0.50 \pm j0.43$		10000	-0.98	-2.39	$-0.05 \pm j0.09$
5	0	-0.11	-1.47		100	0	-0.20	-1.03	
	100	-0.11	-1.54	$-0.90 \pm j4.46$		100	-0.21	-1.04	$-1.10 \pm j3.69$
	1000	-0.12	-1.90	$-0.72 \pm j1.00$		1000	-0.89	-1.63	$-0.47 \pm j0.10$
	10000	-0.92	-2.39	$-0.08 \pm j0.12$		10000	-0.99	-2.38	$-0.04 \pm j0.14$
10	0	-0.13	-1.31						
	100	-0.15	-1.33	$-0.99 \pm j4.07$					
	1000	-0.18	-1.79	$-0.75 \pm j0.73$					
	10000	-0.95	-2.39	$-0.06 \pm j0.08$					

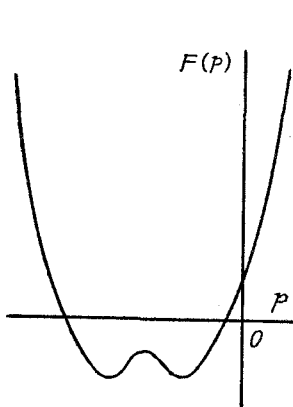
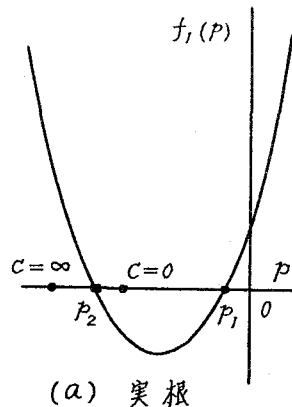
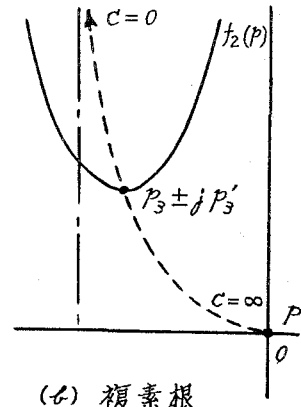


図-4 特性曲線



(a) 実根



(b) 複素根

図-5 特性曲線の分解

以上の結果を検討すれば、特性方程式の根は次のような特性を有することが判る。すなわち特性方程式の表わす4次曲線は図-4のように  $p$  軸の負の領域に2個の交点を有する上方に開いた W 字型の曲線で、これを2組の2次曲線の積として表現するときは図-5のようになる。

すなわち実根および複素根を与える放物線は共に上方に開いており、 $p_1$  は原点の近傍にあって  $X$  または  $k$  が大きくなる程負の方向に移動し、 $p_2$  は  $C=0$  および  $C=\infty$  に極限值を有する。また  $p_3 \pm jp'_3$  は2次曲線の最小点を表わし、その点は  $C=\infty$  においては原点に、 $C=0$  においては縦軸に平行な漸近線に取れんし、この漸近線は  $X$  が大きくなる程負の方向に移動する。

供試機にコンデンサ  $C=0, 100, 500, 1000 \mu F$  を接続し、電源電圧  $E=100 V$  で始動する時の電源電圧  $e$ 、電動機の1次電流  $i_s$ 、2次電流  $i_r$ 、コンデンサ電流  $i_c$  を直記式電磁オシログ

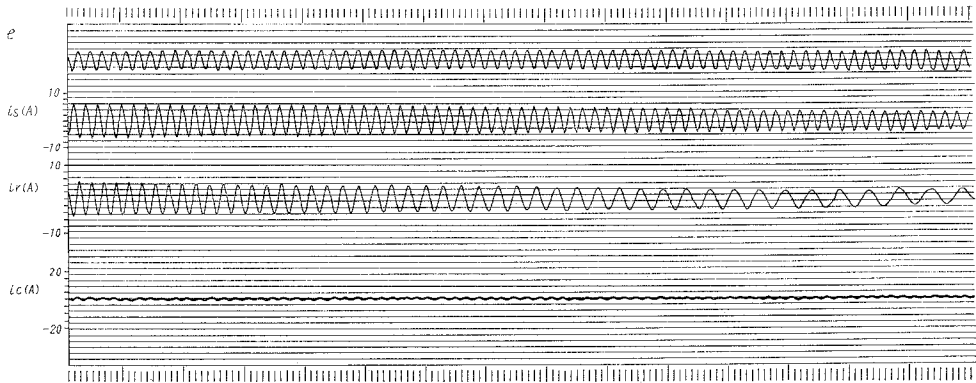


図-6 (a)

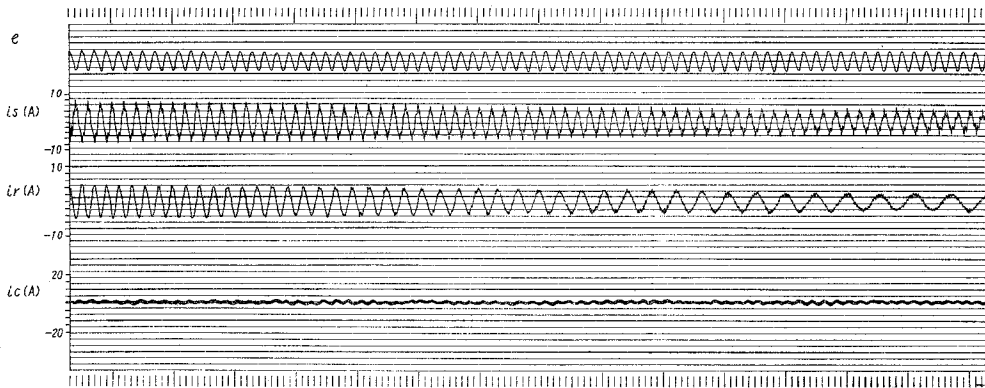


図-6 (b)

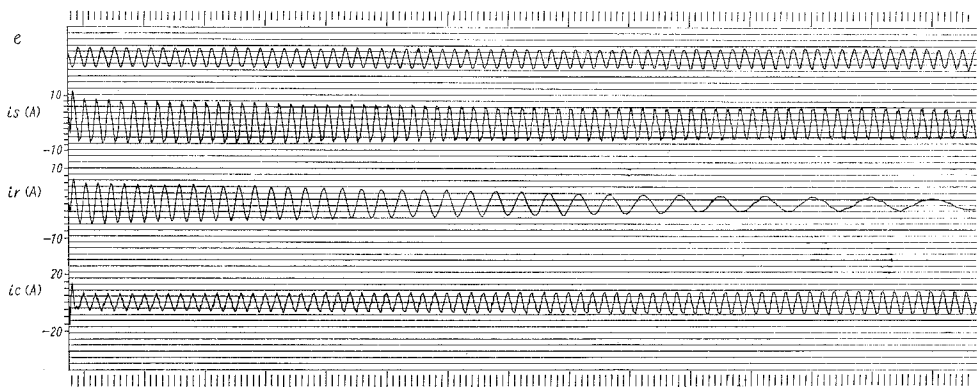


図-6 (c)

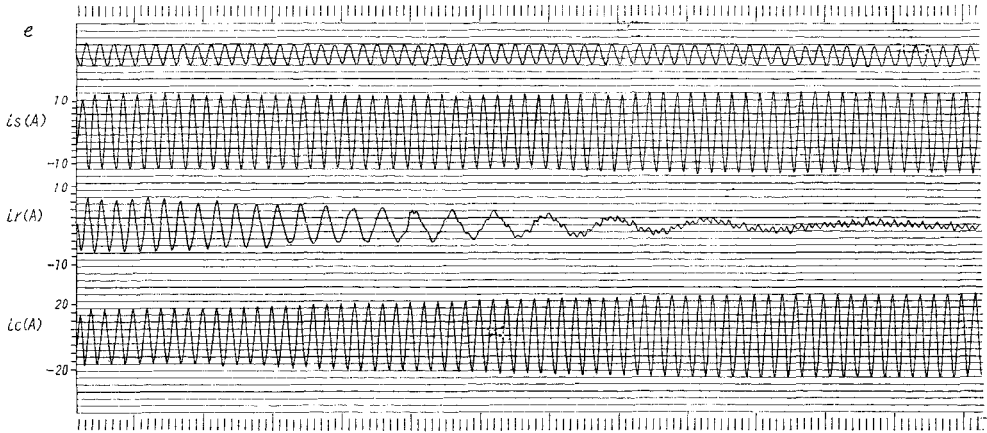


図-6 (d)

表-2 電流式の係数

$C (\mu\text{F})$	$A$	$B$	$C$	$D$	$C (\mu\text{F})$	$A$	$B$	$C$	$D$
0	11.37	2.13	5.05	0	500	13.45	2.16	3.86	0.05
100	11.81	2.15	4.91	0.01	1000	15.96	2.18	2.66	0.11

ラフにより記録した例を図-6に示す。

過渡電流の波形は閉路時の電源電圧の位相角  $\theta$  によって異なるが、 $\theta=0$  における電動機の流入電流を

$$i_s = A \sin(\omega t + \varphi) + B \varepsilon^{\omega p_1 t} + C \varepsilon^{\omega p_2 t} + D \varepsilon^{\omega p_3 t} \cos(\omega p_3 t + \alpha) \quad (22)$$

で表わし、 $C = 0, 100, 500, 1000 \mu\text{F}$  を接続した時の各項の係数を計算すれば表-2のようになる。

係数  $A$  は始動初期における定常電流成分の最大値を表わし、その実効値は  $A/\sqrt{2}$  となるが、始動後回転中は等価回路より決まる定常電流の値まで過渡的に減少する。またコンデンサ容量が増加するに伴って  $A$  は増加し、実験例におけるように  $i_0$  は  $i_c$  と共に増加して  $i_r$  に増加を生じ、加速トルクが増大して速度の立ち上がりが速くなることが認められた。

係数  $B$  および  $C$  は直流減衰成分の初期値を与えるもので、 $\theta$  の値によって正または負の値をとるが、コンデンサ容量の増加に対してその減衰率の変化は極めて緩慢であるから、第2項と比較して減衰率の大きい第3項の方が急速に消滅する。この例では定常値の1%以下に減衰するに要する時間は第2項は0.2秒、第3項は0.01秒程度である。

また係数  $D$  は減衰振動成分の初期値を与えるもので、定常値の1%以下となるので無視してもよい。



一般に容量の大きい電動機においては特性方程式の根が更に小さくなることが予想されるので、減衰率が小さくなるためにこれ等の各減衰項を考慮する必要がある。

### 9. 簡易等価回路に対する検討

誘導電動機の特性を計算する場合に、普通の等価回路による計算は正確であるが、特にコンデンサを接続したり外部インピーダンスを考慮する時ははしご形回路網となり複雑になって取り扱いに不便である。従って励磁電流による1次回路のインピーダンス電圧降下が小さくて無視してもよい場合は近似的な簡易等価回路を使用することが考えられるが、過渡状態における計算に使用する場合の演算上の許容性を考慮することが必要である。

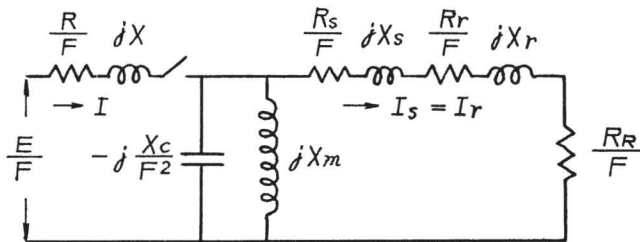


図-7 簡易等価回路

いま図-1の等価回路において  $v=0$ ,  $X_R=0$  としてその簡易等価回路を示せば図-7のようになる。

この回路より定常状態において

$$\frac{E}{F} = I \left( \frac{R}{F} + jX + \frac{1}{-j \frac{X_c}{F^2} + \frac{1}{jX_m} + \frac{1}{\frac{R_s + R_r + R_R}{F} + j(X_s + X_r)}} \right) \quad (23)$$

の関係が成立し、 $F = -jp$  と置いて過渡状態における回路の電流式

$$I = \frac{E}{R + pX + \frac{1}{\frac{X_c}{p} + \frac{1}{pX_m} + \frac{1}{(R_s + R_r + R_R) + p(X_s + X_r)}}} \quad (24)$$

が得られる。また(24)式および図-7より

$$I_s = \frac{M(p)}{N(p)} E \quad (25)$$

ここで

$$M(p) = pX_c X_m$$

$$N(p) = \begin{pmatrix} p^4 X X_m (X_s + X_r) \\ + p^3 X_m \{ (R_s + R_r + R_R) X + R (X_s + X_r) \} \\ + p^2 [ R (R_s + R_r + R_R) X_m + X_c \{ X X_m + (X_s + X_r) (X + X_m) \} ] \\ + p X_c \{ R (X_m + X_s + X_r) + (R_s + R_r + R_R) (X + X_m) \} \\ + X_c R (R_s + R_r + R_R) \end{pmatrix}$$

を得る。従って特性方程式は4次方程式となり、これと(3)式で  $v=0$ ,  $X_R=0$  と置いた特性方程式の同次の係数を比較することにより、簡易等価回路を使用する場合の普通の等価回路に対する誤差の程度を知ることができる。

$p^4$  の係数の比は

$$\frac{X X_m (X_s + X_r)}{X \{ (X_m + X_s) X_r + X_m X_s \}} \doteq 1 - \frac{X_s X_r}{X_m (X_s + X_r)} \quad (26)$$

$p^3$  の係数の比は

$$\begin{aligned} & \frac{X_m \{ (R_s + R_r + R_R) X + R (X_s + X_r) \}}{X_m \{ X (R_s + R_r + R_R) + R (X_s + X_r) \} + (R X_s + R_s X) X_r + X X_s (R_r + R_R)} \\ & \doteq 1 - \frac{\{ R_s X_r + (R_r + R_R) X_s \} X + R X_s X_r}{X_m \{ (R_s + R_r + R_R) X + R (X_s + X_r) \}} \end{aligned} \quad (27)$$

$p^2$  ( $X_c$  を含まない項) の係数の比は

$$\begin{aligned} & \frac{R (R_s + R_r + R_R) X_m}{R \{ X_m (R_s + R_r + R_R) + R_s X_r \} + (R_r + R_R) (R X_s + R_s X)} \\ & \doteq 1 - \frac{R \{ R_s X_r + (R_r + R_R) X_s \} + R_s (R_r + R_R) X}{X_m R (R_s + R_r + R_R)} \end{aligned} \quad (28)$$

$p^2$  ( $X_c$  を含む項) の係数の比は

$$\frac{X X_m + (X_s + X_r) (X + X_m)}{X_r (X + X_m + X_s) + X_m (X + X_s)} \doteq 1 - \frac{X_s (X_r - X)}{X_m (X + X_s + X_r) + X (X_s + X_r)} \quad (29)$$

$p$  ( $X_c$  を含まない項) の係数の比は

$$\frac{0}{R R_s (R_r + R_R)} = 0 \quad (30)$$

$p$  ( $X_c$  を含む項) の係数の比は

$$\begin{aligned} & \frac{R (X_m + X_s + X_r) + (R_s + R_r + R_R) (X + X_m)}{(R + R_s) (X_m + X_r) + (R_r + R_R) (X + X_m + X_s)} \\ & \doteq 1 - \frac{R_s X_r + R_r X_s + R_R X_s - R X_s - R_s X}{X_m (R + R_s + R_r + R_R) + R (X_s + X_r) + (R_c + R_r + R_R) X} \end{aligned} \quad (31)$$

$p$  を含まない項の比は

$$\frac{R (R_s + R_r + R_R)}{(R + R_s) (R_r + R_R)} \quad (32)$$

以上の結果を検討すれば次のようになる。すなわち  $p^4$ ,  $p^3$ ,  $p^2$ ,  $X_c$  を含む  $p$  の係数の比を

$k_1$  とすれば、何れも

$$1 - \frac{X_s}{X_m} < k_1 < 1 + \frac{X_s}{X_m} \quad (33)$$

の関係が成立し、 $X_s/X_m$  が十分に小さい時は簡易等価回路が使用できる。

次に  $X_c$  を含まない  $p$  の係数の比は 0 となるが、一般に  $X_c$  を含まない項は含む項と比較して十分に小さいので計算上差し支えない。

また  $p$  を含まない項の比を  $k_2$  とすれば

$$0 < k_2 < 1 + \frac{R_s}{R_r + R_R} \quad (34)$$

の関係が成立し、 $R$  の小さいところでは比は 0 に近く、 $R$  の大きいところでは  $R_R$  の大きい程近似度が高くなる。

供試機については  $X_s/X_m \doteq 0.05$  で各項の係数の増減は何れも 5% 以下であり、 $p$  を含まない項は 23% 減少となったが、一般に  $X_s/X_m$  の値は十分に小さく、 $p$  を含まない項は他の項の係数と比較して小さいのでその影響も少なく、過渡状態の解析においても簡易等価回路が使用できる。

## 10. 結 言

巻線型三相誘導電動機を始動する時に、電源と電動機間のインピーダンスを考慮してコンデンサを接続した場合としない場合とについてそれぞれ過渡電流式を導出し、コンデンサ容量と特性方程式の根との関係、および根と電流成分との関係について相対的な傾向を得た。また普通の等価回路と簡易等価回路における特性方程式の各項の係数を比較して過渡状態においても簡易等価回路を使用できることを示した。これ等を要約すれば次の通りである。

(1) 過渡電流は定常成分、時定数の異なる直流減衰成分および減衰振動成分より成り、減衰振動成分は他の成分と比較して極めて小さい。

(2) 定常成分および各減衰成分の初期値は電源電圧、回路定数および特性方程式の根によって決定し、各減衰成分の初期値は閉路時の電源電圧の位相によって大きく異なる。

(3) 各減衰成分の時定数は特性方程式の根によって決定する。

(4) 特性方程式の根は 2 個の実根または複素根および 1 組の共役複素根より成り、コンデンサ容量の増加に対して実根および複素根の実数部の変化は緩慢で負値をとり、複素根の虚数部は比較的急激に減少する。従って過渡値に対しては複素根の虚数部の影響が最も大きい。

(5) 特性方程式を 2 組の 2 次方程式の積として表現することは、一方は実根を、他方は複素根を与える。実根は  $C=0$  および  $C=\infty$  に極限値を有し、複素根は  $C=\infty$  において原点に、 $C=0$  において漸近線に収れんする。

(6) コンデンサ容量の増加に伴って定常成分は増加し、各減衰成分の初期値は減少する。

(7) 簡易等価回路および普通の等価回路における特性方程式の  $p^4$ ,  $p^3$ ,  $p^2$ ,  $p$  の係数の比  $k_1$  は

$$1 - \frac{X_s}{X_m} < k_1 < 1 + \frac{X_s}{X_m}$$

の間にあり、 $X_s/X_m$  は十分に小さいから近似度は高い。

また  $p$  を含まない項の比  $k_2$  は

$$0 < k_2 < 1 + \frac{R_s}{R_r + R_R}$$

の間にあり、 $R$  の小さいところでは比は 0 に近く、 $R$  の大きいところでは  $R_R$  の大きい程近似度が高くなる。

なお本研究は文部省国内研究員として北海道大学工学部電気工学科に派遣された期間中に行なわれたもので、御指導をいただいた電気機械第一講座藤原一教授、御援助をいただいた同研究室更科真、伊藤雄三、新居昭雄の諸氏、ならびに御便宜をいただいた本学電気工学科図所忠則教授ほか全教官に深く感謝の意を表します。

(昭和 41 年 4 月 14 日受理)

## 文 献

- 1) P. L. Alger, Y. H. Ku: Trans. A. I. E. E. **73**, p. 19 (1954).
- 2) 森脇義雄: 過渡現象計算法, p. 175, 昭晃堂 (1952).
- 3) Y. H. Ku: Journal of Mathematics and Physics, **5**, p. 126 (1926).
- 4) 電気学会通信教育会編: 誘導機, p. 81, 電気学会 (1962).
- 5) 土屋善吉・柴田岩夫: 電気機器 II, p. 83, オーム社 (1962).
- 6) 藤 了念: 誘導機 I, p. 253, オーム社 (1962).
- 7) 藤 了念: 誘導機 II, p. 89, オーム社 (1962).